УДК 517.958:537.874

КВАЗИОПТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ РЕЛЯТИВИСТСКИХ ЧЕРЕНКОВСКИХ ГЕНЕРАТОРОВ И УСИЛИТЕЛЕЙ

Н. С. Гинзбург, А. М. Малкин, В. Ю. Заславский, И. В. Железнов, А. С. Сергеев, И. В. Зотова

Институт прикладной физики РАН, г. Нижний Новгород, Россия

В рамках квазиоптического подхода исследовано распространение электромагнитных волн над периодически гофрированными поверхностями и их возбуждение прямолинейными релятивистскими электронными потоками. Вблизи периодической структуры электромагнитное поле может быть разложено на сумму пространственных гармоник, представляющих собой при малой глубине гофрировки параксиальные волновые пучки, связь которых описывается в рамках метода эквивалентных поверхностных магнитных токов. В указанных предположениях получено дисперсионное уравнение для нормальных волн, на основании которого выделено два предельных случая. В первом из них частота излучения далека от частоты брэгговского резонанса и распространение волн может быть описано в рамках импедансного приближения, в котором поле представляется в виде основной замедленной волны и её пространственных гармоник. При взаимодействии с электронным потоком этому случаю соответствует конвективная неустойчивость при синхронизме частиц с основной (нулевой) либо высшими пространственными гармониками (режим лампы бегущей волны) и абсолютная неустойчивость при синхронизме с пространственной гармоникой обратной волны (режим лампы обратной волны). Во втором предельном случае, реализующемся при частотах, близких к брэгговскому резонансу, поле представляется в виде двух распространяющихся навстречу друг другу квазиоптических волновых пучков. Это обуславливает абсолютный характер неустойчивости, который используется в генераторах поверхностной волны на колебаниях π-вида. На основании развитой теории определены основные характеристики схем усилителей и генераторов, включая инкременты, эффективность энергообмена и формирование пространственной самосогласованной структуры излучаемого поля. Показана перспективность практической реализации релятивистских усилителей и генераторов поверхностной волны в субмиллиметровом диапазоне длин волн.

ВВЕДЕНИЕ

Стимулированное излучение релятивистских электронных потоков в периодически гофрированных волноводах широко используется в релятивистской электронике для создания генераторов и усилителей с субгигаваттным и гигаваттным уровнями мощности, работающих в сантиметровом и миллиметровом диапазонах длин волн [1–14]. Электромагнитное поле, распространяющееся в периодической структуре, в соответствии с теоремой Флоке, может быть разложено на пространственные гармоники, с одной из которых взаимодействует прямолинейно движущийся электронный поток в условиях синхронизма черенковского типа

$$\omega - hv = s\bar{h}v, \tag{1}$$

где v — поступательная скорость частиц, ω — частота излучения, h — продольное волновое число основной гармоники, $\bar{h} = 2\pi/d$, d — период структуры, s — номер синхронной пространственной гармоники. Основные типы режимов взаимодействия и соответствующие им типы релятивистских черенковских генераторов и усилителей иллюстрируются дисперсионной диаграммой, представленной на рис. 1. Для реализации усилителей типа лампы бегущей волны можно использовать взаимодействие либо с первой ($s = 1$), либо с основной ($s = 0$) замедленными гармониками попутной с пучком волны ($h > 0$). В качестве схем генераторов, прежде всего, следует выделить лампу обратной волны, в которой электроны взаимодействуют с пространственной гармоникой волны, распространяющейся во встречном направлении по отношению к поступательной скорости частиц ($h < 0$). Среди важных в практическом отношении режимов генерации следует также указать оротронный режим, в котором частота излучения близка к частоте отсечки рабочей моды ($h \to 0$). Подобные режимы называют также режимами работы в окрестности низкочастотной границы полосы прозрачности или режимами работы на колебаниях «2π-вида» (по набегу фазы на одном периоде структуры). Альтернативой им является генерация в окрестности высокочастотной границы полосы прозрачности или работа на колебаниях «π-вида». В последнем случае основная гармоника замедляется и формируется поверхностная волна. Поэтому генераторы такого типа принято называть генераторами поверхностной волны. Между выделенными режимами генерации нет жёстких границ: при изменении энергии частиц или периода структуры точка синхронизма на дисперсионной диаграмме смещается от одного режима к другому. Тем не менее при разработке реальных экспериментальных макетов в качестве рабочего выбирается один из указанных режимов, а прочие рассматриваются как источники паразитной генерации, в том числе связанной с возбуждением мод с поперечным индексом, отличным от индекса рабочей моды.

Однако для проводимого в данной статье анализа ещё более важно то, что имеются существенные различия в теоретических моделях, описывающих эти режимы. В настоящий момент достаточно полно разработана теория таких вариантов релятивистских приборов, в которых поперечную структуру поля можно считать фиксированной и совпадающей с одной из объёмных волноводных мод. Это прежде всего относится к теории усилителей типа лампы бегущей волны [13–15] на пространственных гармониках, а также к стационарной [13, 14, 16] и нестационарной [17] теориям генераторов типа лампы обратной волны, которые фактически с точностью до форм записи уравнений движения, сводятся к теории их слаборелятивистских аналогов [18, 19]. Условием применимости существующих теоретических моделей при типичном для лампы бегущей волны и лампы обратной волны параксиальном распространении излучения является ограничение поперечного размера волноводов одной или несколькими длинами волн. В случае значительной сверхразмерности волноводов приближение фиксированной поперечной структуры поля может быть также эффективно использовано при анализе оротронов [14, 20], в которых при взаимодействии на квазикритических частотах поле рабочей моды формируется бриллюэновскими лучами, распространяющимися в поперечном по отношению к поступательной скорости частиц направлении. Подобно ситуации в гиротронах [21], в таких условиях возможно селективное возбуждение электронным потоком единственной моды с заданной поперечной структурой. При этом в оротронах используется синхронное взаимодействие электронного потока с пространственной гармоникой резонаторной моды.

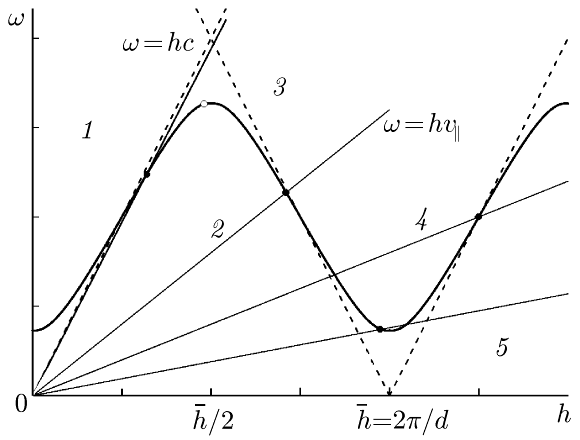

Рис. 1. Дисперсионная диаграмма, иллюстрирующая основные режимы взаимодействия электронного потока с электромагнитным полем и соответствующие им типы релятивистских черенковских генераторов и усилителей: *1* — лампа бегущей волны на основной гармонике, *2* — лампа обратной волны, *3* — генератор поверхностной волны π-вида, *4* — лампа бегущей волны на пространственной гармонике, *5* — оротрон 2π-вида

В данной работе главное внимание будет уделено тем вариантам релятивистских источников, в которых принципиальным фактором является замедление основной пространственной гармоники, вследствие чего представление поля этой гармоники в виде объёмной волноводной моды с

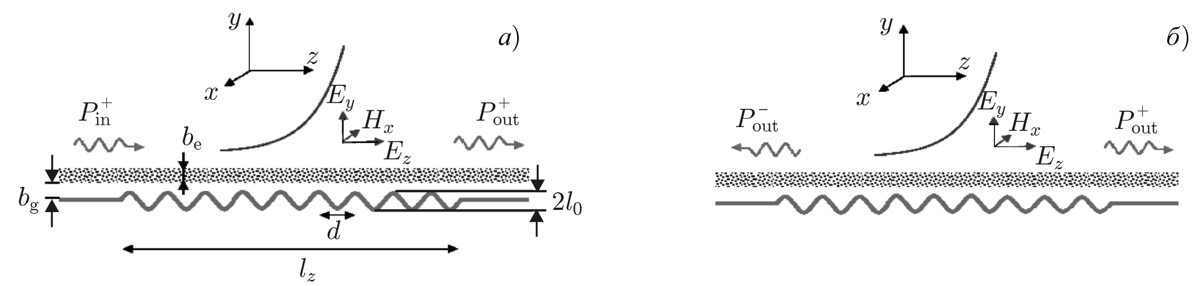

Рис. 2. Схема усилителей (*а*) и генераторов (*б*) поверхностной волны с ленточным релятивистским электронным потоком

фиксированной поперечной структурой оказывается малоэффективным. Таким образом, прежде всего речь будет идти о лампе бегущей волны на основной замедленной гармонике и релятивистских генераторах поверхностной волны. Несмотря на многочисленные экспериментальные реализации указанных устройств [6–11], самосогласованные линейная и нелинейная теории таких приборов развиты недостаточно. Вместе с тем интерес к подобным схемам, характеризуемым достаточно высоким коэффициентом связи электронов с волной, в последнее время значительно возрос [22–25] в связи с продвижением черенковских источников в коротковолновые диапазоны. Кроме того, формирование поверхностной волны обеспечивает регулярный характер излучения по нормальной к поверхности координате и позволяет тем самым использовать сверхразмерные волноводы. В коротковолновых диапазонах возникает определённая специфика и при описании традиционных для релятивистской электроники режимов взаимодействия на пространственных гармониках. При большой сверхразмерности волноводов существенным может стать замедление основной гармоники. В результате этого происходит формирование поверхностной волны, с пространственными гармониками которой синхронно взаимодействует электронный поток в режиме лампы бегущей волны (с $(+1)$-й гармоникой) или лампы обратной волны (с (-1)-й гармоникой).

Основное упрощающее предположение, использованное в приводимом ниже анализе, сводится к предположению об относительно небольшой глубине гофрировки в масштабе периода и длины волны. Оно позволяет вполне адекватно описать экспериментальную ситуацию в случае излучения релятивистских электронных пучков, когда для организации взаимодействия черенковского типа требуется относительно небольшое замедление волны. В то же время малость глубины гофрировки позволяет использовать развитый в работах [26–28] метод эквивалентных поверхностных магнитных токов. Поле над гофрированной поверхностью может быть представлено в виде суммы пространственных гармоник. Каждая из них в исследуемых условиях представляет собой параксиальный волновой пучок [29–32], распространение которого в рамках квазиоптического приближения может быть описано уравнениями параболического типа. При этом в качестве базовой модели естественно рассмотреть задачу о стимулированном излучении в свободном пространстве ленточного электронного потока, движущегося прямолинейно над периодически гофрированной металлической поверхностью (рис. 2).

Структура данной работы следующая. В разделе 1 исследовано распространение волн над гофрированной поверхностью в отсутствие электронного потока. Получено дисперсионное уравнение для нормальных поверхностных волн. На основании его анализа выделена область частот, далёких от брэгговского резонанса, в которой распространение волн может быть описано с помощью импедансного приближения, и область частот в окрестности указанного резонанса, где длина волна излучения становится близка к удвоенному периоду структуры и имеет место сильное брэгговское рассеяние волн. В этом случае поле может быть представлено как сумма двух распространяющихся навстречу друг другу квазиоптических пучков, связанных между собой благодаря наличию гофрированной поверхности. В разделе 2 получена самосогласованная система уравнений, описывающая процесс электронно-волнового взаимодействия. В разделе 3 на основе импедансного приближения проанализированы усилители поверхностной волны на основной гармонике. В разделах 4 и 5 приведены основные элементы теории генераторов поверхностной волны с планарной геометрией, работающих на частотах, близких к брэгговскому резонансу. Рассмотрены также двумерные и трёхмерные модели. В разделе 6 анализируются генераторы поверхностной волны с цилиндрической геометрией, которые принято также называть многоволновыми черенковскими генераторами. В приложении прослежен предельный переход от модели генераторов поверхностной волны к традиционной модели лампы обратной волны с фиксированной поперечной структурой поля. В качестве промежуточной описана модель лампы обратной волны со сверхразмерным волноводом и нефиксированной поперечной структурой, где формирование поверхностной волны происходит вследствие замедления основной пространственной гармоники, т. е. обратной (по отношению к направлению движения электронного потока) волны. При этом синхронное взаимодействие с электронным потоком обеспечивается пространственной гармоникой этой волны, в которую по мере отстройки от режима брэгговского резонанса трансформируется попутная с пучком компонента поля.

1. ДИСПЕРСИОННЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ НОРМАЛЬНЫХ ВОЛН, РАСПРОСТРАНЯЮЩИХСЯ НАД ГОФРИРОВАННОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ

Начнём наш анализ с исследования дисперсионных характеристик нормальных волн, распространяющихся над синусоидально-гофрированной поверхностью (рис. 2) с профилем

$$b(z) = b_\sim \cos(\bar{h} z). \tag{2}$$

Предположим, что глубина гофрировки мала в масштабе её периода и длины волны: $b_\sim \ll d$ и $b_\sim \ll \lambda$. Поле излучения в рассматриваемой электродинамической системе обладает ТМ-поляризацией и имеет следующие компоненты:

$$H_x = \mathrm{Re}[H_x^\omega \exp(i\omega t)], \qquad E_y = \mathrm{Re}[E_y^\omega \exp(i\omega t)], \qquad E_z = \mathrm{Re}[E_z^\omega \exp(i\omega t)]. \tag{3}$$

Как показано в [26–28], гофрированная поверхность с профилем (2) может быть заменена регулярной плоскостью $y = 0$, на которой задан эффективный поверхностный магнитный ток

$$j_x^{\mathrm{m}} = \frac{c}{4\pi} \left\{ \frac{\partial}{\partial z} \left[b(z) E_y^\omega \right] - i\, \frac{\omega}{c} \left[b(z) H_x^\omega \right] \right\}. \tag{4}$$

В рассматриваемой планарной геометрии уравнения Максвелла для монохроматических полей с учётом поверхностного магнитного тока (4) могут быть сведены к одному уравнению для компоненты H_x магнитного поля, имеющему вид

$$\Delta H_x^\omega + \frac{\omega^2}{c^2}\, H_x^\omega = i\omega\, \frac{4\pi}{c^2}\, j_x^{\mathrm{m}} \delta(y), \tag{5}$$

где $\delta(y)$ — дельта-функция. С учётом периодичности электродинамической системы представим магнитное поле в виде ряда по пространственным гармоникам:

$$H_x^\omega = \sum_{s=-\infty}^{+\infty} H_s(z, y) \exp[-i\,(k + s\bar{h})\, z], \tag{6}$$

где $k = \omega/c$. Следовательно, компоненты электрического поля

$$E_y^\omega = -\frac{i}{k}\frac{\partial H_x^\omega}{\partial z}\,, \qquad E_z^\omega = \frac{i}{k}\frac{\partial H_x^\omega}{\partial y}$$

определяются выражениями

$$E_y^\omega = -\sum_{s=-\infty}^{+\infty}\frac{k+s\bar h}{k}\,H_s\exp[-i\,(k+s\bar h)\,z], \qquad E_z^\omega = \frac{i}{k}\sum_{s=-\infty}^{+\infty}\frac{\partial H_s}{\partial y}\exp[-i\,(k+s\bar h)\,z]. \tag{7}$$

Подставляя разложение полей (6) и (7) в уравнение (5), с учётом (4) получим, что амплитуды пространственных гармоник связаны соотношением

$$\frac{\partial H_s}{\partial z} + \frac{i}{2h_s}\frac{\partial^2 H_s}{\partial y^2} - i\,\frac{\rho_s}{2\tilde h_s}\,H_s = -\frac{ib_\sim}{4h_s}\,\delta(y)\Big[(\rho_s - h_s\bar h)\,H_{s-1} + (\rho_s + h_s\bar h)\,H_{s+1}\Big], \tag{8}$$

где $h_s = k + s\bar h$, $\rho_s = s^2\bar h^2 + 2sk\bar h$.

В предположении малой глубины гофрировки в разложении (6) можно ограничиться учётом трёх низших ((−1)-й, 0-й и (+1)-й) пространственных гармоник, упростив (8) до системы

$$\frac{\partial H_0}{\partial z} + \frac{i}{2k}\frac{\partial^2 H_0}{\partial y^2} = -i\alpha\delta(y)\,(H_1 - H_{-1}), \tag{9а}$$

$$\frac{\partial H_1}{\partial z} + \frac{i}{2\,(\bar h + k)}\frac{\partial^2 H_1}{\partial y^2} - i\,\frac{\bar h^2 + 2k\bar h}{2\,(\bar h + k)}\,H_1 = -i\alpha\,\frac{k}{\bar h + k}\;\delta(y)H_0, \tag{9б}$$

$$-\frac{\partial H_{-1}}{\partial z} + \frac{i}{2\,(\bar h - k)}\frac{\partial^2 H_{-1}}{\partial y^2} - i\,\frac{\bar h^2 - 2k\bar h}{2\,(\bar h - k)}\,H_{-1} = i\alpha\,\frac{k}{\bar h - k}\;\delta(y)H_0, \tag{9в}$$

где $\alpha = b_\sim\bar h/4$ — коэффициент связи волн. Представляя решение уравнений (9) в виде

$$H_{0,\pm1} = \hat H_{0,\pm1}\exp(i\Gamma z - g_{0,\pm1}y) \tag{10}$$

и приравнивая нулю соответствующий детерминант, получим дисперсионное уравнение для нормальных волн в виде

$$g_0 = 4k^2\alpha^2\left(\frac{1}{g_1} + \frac{1}{g_{-1}}\right), \tag{11}$$

где

$$g_0 = \sqrt{2k\Gamma}\,, \tag{12}$$

$$g_{\pm1} = \sqrt{(k+\bar h)^2 - k^2 + 2\,(k \pm \bar h)\,\Gamma} \tag{13}$$

— поперечные волновые числа соответствующих пространственных гармоник. Уравнение (11) можно рассматривать как уравнение относительно Γ, из решения которого следует зависимость $\Gamma(k)$. При этом продольное волновое число основной гармоники в соответствии с соотношениями (6) и (10) представляется в виде

$$h(k) = k + \Gamma(k). \tag{14}$$

На рис. 3 построены дисперсионные характеристики нормальных волн $h(k)$ при различных значениях параметра связи. Очевидно, что указанные характеристики лежат ниже обозначенного

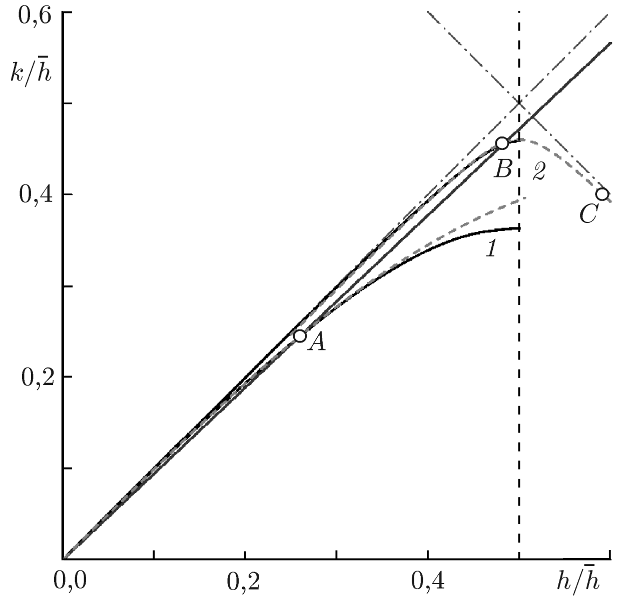

Рис. 3. Дисперсионные кривые поверхностных волн, определяемых уравнением (11) при различных значениях параметра связи: кривая *1* — $\alpha = 0{,}4$, кривая *2* — $\alpha = 0{,}2$. Пунктир, примыкающий к кривой *1*, соответствует импедансной аппроксимации (уравнение (21)). Пунктир, примыкающий к кривой *2*, отвечает приближению двух встречных волновых потоков (уравнение (25)). Белые кружки — точки черенковского синхронизма с прямолинейным электронным потоком, соответствующие режимам лампы бегущей волны (A), генератору поверхностной волны (B) и лампе обратной волны (C). Штрих-пунктирные линии обозначают световой конус

штрих-пунктиром светового конуса, т. е. соответствующие волны являются замедленными. Заметим, что поправка Γ к волновому числу по продольной координате характеризует замедление поверхностной волны:

$$\nu_{\rm ph}/c = k/h \approx 1 - \Gamma/k. \tag{15}$$

Далее целесообразно выделить два характерных случая.

В первом из них частота волны далека от частоты брэгговского резонанса $\omega_0 = c\bar{h}/2$. Тогда $2\,(k \pm \bar{h})\,\Gamma \ll (k \pm \bar{h})^2 - k^2$ и соотношения (13) можно приближённо переписать в виде

$$g_{\pm 1} \approx \sqrt{(k \pm \bar{h})^2 - k^2}\,. \tag{16}$$

В таком приближении в уравнениях (9а) и (9б) следует пренебречь производными по продольной координате и записать их решение в явном виде

$$H_{\pm 1} = \pm 2\alpha\,\frac{k}{g_{\pm 1}}\,H_0 \exp(-g_{\pm 1} y), \tag{17}$$

после чего система (9) сводится к одному уравнению

$$\frac{\partial H_0}{\partial z} + \frac{i}{2k}\,\frac{\partial^2 H_0}{\partial y^2} + i\chi\delta(y) H_0 = 0, \tag{18}$$

где

$$\chi = 2\alpha^2 \left[\frac{k}{\sqrt{(k+\bar{h})^2 - k^2}} + \frac{k}{\sqrt{(k-\bar{h})^2 - k^2}}\right]. \tag{19}$$

Подобное приближение будем далее называть импедансным [33], поскольку из уравнения (18) следует, что связь между электрическим и магнитным полями на поверхности имеет локальный характер:

$$\left.\frac{i}{2k}\,\frac{\partial H_0}{\partial y}\right|_{y=0} = -i\chi H_0\big|_{y=0}, \tag{20}$$

т. е. $E_z^\omega = -2i\chi H_x^\omega$.

В этом приближении дисперсионное уравнение (11) упрощается и принимает вид

$$\Gamma = 2k\chi^2. \tag{21}$$

При этом декремент спадания нулевой гармоники по поперечной координате пропорционален импедансу: $g_0 = 2k\chi$. На рис. 3 при $\alpha = 0{,}4$ сплошной кривой *1* показана дисперсионная характеристика нормальной поверхностной волны, определяемая уравнением (11), а пунктиром — такая же характеристика, полученная в рамках импедансного приближения (уравнение (21)). Очевидно, что это приближение справедливо вдали от брэгговского резонанса и нарушается, когда частота излучения становится близка к брэгговской частоте, т. е. когда $k \approx \bar{h}/2$ и $\chi(k) \to \infty$.

Во втором предельном случае в окрестности пересечения парциальных дисперсионных кривых 0-й и (-1)-й пространственных гармоник частота волны близка к брэгговской частоте, т. е. выполнено условие

$$|\bar{h} - 2k| \ll \bar{h}. \tag{22}$$

В этом случае выполняется равенство $g_{-1} \ll g_1$, и дисперсионное уравнение (11) принимает вид

$$\Gamma = 8k^3\alpha^4 \,\frac{1}{g_{-1}^2}\,, \tag{23}$$

что равносильно исключению из системы (9) уравнения для $(+1)$-й пространственной гармоники. Вводя отклонения от брэгговской частоты и волнового числа

$$\frac{\Omega}{c} = \frac{\bar{h}}{2} - k, \qquad \tilde{\Gamma} = \Gamma - \frac{\Omega}{c}\,, \tag{24}$$

приведём дисперсионное уравнение (23) к эквивалентной форме

$$\left(\frac{\Omega}{c}\right)^2 - \tilde{\Gamma}^2 = \bar{h}^2\alpha^4. \tag{25}$$

Следующая из (25) аппроксимация полного дисперсионного уравнения (11) показана на рис. 3 пунктиром, примыкающим к кривой *2*. Далее, с учётом пренебрежения связью с $(+1)$-й гармоникой и после задаваемого соотношениями (24) сдвига волновых чисел гармоник

$$C_+ = H_0 \exp(-i\Omega z/c), \qquad C_- = H_{-1} \exp(-i\Omega z/c), \tag{26}$$

исходная система уравнений (9) преобразуется к симметричному виду [29, 30]:

$$\frac{\partial C_+}{\partial z} + i\tilde{\Omega} C_+ + \frac{i}{\bar{h}}\,\frac{\partial^2 C_+}{\partial y^2} = i\alpha\delta(y) C_-, \qquad -\frac{\partial C_-}{\partial z} + i\tilde{\Omega} C_- + \frac{i}{\bar{h}}\,\frac{\partial^2 C_-}{\partial y^2} = i\alpha\delta(y) C_+. \tag{27}$$

Важно подчеркнуть, что в рассматриваемом случае нулевая и (-1)-я гармоники входят в уравнения (27) симметрично. Таким образом, фактически эти уравнения описывают взаимное перерассеяние в условиях брэгговского резонанса двух встречных квазиоптических волновых пучков с противоположными направлениями групповой скорости. В пренебрежении зависимостью от поперечной координаты y уравнения вида (27) широко используются при анализе брэгговских структур на основе волноводов с мелкой гофрировкой [34, 35].

2. САМОСОГЛАСОВАННЫЕ УРАВНЕНИЯ, ОПИСЫВАЮЩИЕ ВОЗБУЖДЕНИЕ ПОВЕРХНОСТНЫХ ВОЛН РЕЛЯТИВИСТСКИМ ЭЛЕКТРОННЫМ ПОТОКОМ

Допустим, что релятивистский электронный поток движется параллельно гофрированной поверхности строго по направлению ведущего магнитного поля с продольной скоростью $v = \beta c$. В условиях взаимодействия черенковского типа группировка частиц происходит под действием продольной компоненты электрического поля. В предположении, что имеет место синхронное взаимодействие с замедленной основной гармоникой, представим уравнения движения электронов в виде

$$\frac{\partial^2\theta}{\partial z^2} = \frac{e\mu}{mc^2\gamma_0}\,\mathrm{Re}\left[i\,\frac{\partial H_0}{\partial y}\exp(i\theta)\right], \tag{28}$$

где $\theta = \omega t - kz$ — фаза указанной гармоники в точке нахождения электрона, $\mu = \gamma_0^{-2}\beta_0^{-3}$ — параметр инерционной группировки, $\gamma_0 = (1-\beta_0^2)^{-1/2}$ — лоренц-фактор. Заметим, что при записи уравнений движения в виде (28) мы дополнительно ввели предположение об относительно малом изменении энергии частиц, которое позволяет свести указанные уравнения к уравнениям физического маятника. В случае первоначально стационарного электронного пучка, равномерно распределённого по фазе волны в точке влёта, граничные условия к уравнению (28) имеют следующий вид: $\theta\big|_{z=0} = \theta_0 \in [0, 2\pi)$, $\partial\theta/\partial z|_{z=0} = \Delta$, где $\Delta = k\,(1-\beta_0)/\beta_0$.

Для описания возбуждения электродинамической системы электронным потоком в уравнении (5) следует учесть синхронную гармонику объёмного электронного тока, который наводится в пучке в результате его взаимодействия с электромагнитным полем и представляет собой периодическую функцию времени с периодом $T = 2\pi/\omega$. Ток может быть разложен в ряд Фурье, т. е. $j_z^{\mathrm{e}} = j_0 + \mathrm{Re}\sum_{n=-\infty}^{+\infty} j_{n\omega}\exp(in\omega t)$, где для гармоник с учётом закона сохранения заряда имеем

$$j_{n\omega} = \frac{1}{\pi}\int\limits_0^{2\pi} j_z^{\mathrm{e}}\exp(-in\omega t)\,\mathrm{d}(\omega t) = \frac{j_0}{\pi}\int\limits_0^{2\pi}\exp(-in\omega t)\,\mathrm{d}(\omega t_0).$$

Невозмущённое распределение тока по поперечной координате y представим в виде $j_0 = -I_0 \times f(y)/b_{\mathrm{e}}$, где I_0 — погонный ток пучка, $f(y)$ — функция, описывающая распределение тока, $b_{\mathrm{e}} = \int_0^\infty f(y)\,\mathrm{d}y$ — эффективная толщина пучка.

С учётом объёмного электронного тока исходное уравнение (5) для компоненты магнитного поля H_x приобретает вид

$$\Delta H_x^\omega + \frac{\omega^2}{c^2}\,H_x^\omega = i\omega\,\frac{4\pi}{c^2}\,j_x^{\mathrm{m}}\delta(y) - \frac{4\pi}{c}\,\frac{\partial j_z^{\mathrm{e}}}{\partial y}\,. \tag{29}$$

Повторно представляем решение уравнения (29) в виде (6), но учитываем как поверхностный магнитный (4), так и объёмные электрические токи, которые входят в уравнение для основной гармоники поля. Получаем следующую самосогласованную систему уравнений, состоящую из уравнений движения (28) и уравнений для амплитуд пространственных гармоник:

$$\frac{\partial H_0}{\partial z} + \frac{i}{2k}\,\frac{\partial^2 H_0}{\partial y^2} = -i\alpha\delta(y)\,(H_1 - H_{-1}) + iI^\omega, \tag{30}$$

$$-\frac{\partial H_{-1}}{\partial z} + \frac{i}{2\,(\bar h - k)}\,\frac{\partial^2 H_{-1}}{\partial y^2} - i\,\frac{\bar h^2 - 2k\bar h}{2\,(\bar h - k)}\,H_{-1} = i\alpha\,\frac{k}{\bar h - k}\,\delta(y)H_0, \tag{31}$$

$$\frac{\partial H_1}{\partial z} + \frac{i}{2\,(\bar h + k)}\,\frac{\partial^2 H_1}{\partial y^2} - i\,\frac{\bar h^2 + 2k\bar h}{2\,(\bar h + k)}\,H_1 = -i\alpha\,\frac{k}{\bar h + k}\,\delta(y)H_0, \tag{32}$$

где фактор электронного возбуждения может быть представлен в виде

$$I^{\omega} = \frac{2\pi I_0}{kc}\,\frac{1}{b_{\rm e}}\,\frac{\partial}{\partial y}\,[f(y)J], \tag{33}$$

где $J = \pi^{-1}\int_0^{2\pi}\exp(-i\theta)\,{\rm d}\theta_0$.

Заметим, что в случае черенковского синхронизма (1) электронного потока с $(+1)$-й и (-1)-й пространственными гармониками фактор возбуждения будет стоять в правых частях уравнений для синхронной гармоники (9б) или (9в), и, соответственно, амплитуда такой гармоники будет определять движение и группировку частиц.

3. УСИЛЕНИЕ ИЗЛУЧЕНИЯ В ОБЛАСТИ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ЭЛЕКТРОННОГО ПУЧКА С ЗАМЕДЛЕННОЙ ОСНОВНОЙ ГАРМОНИКОЙ

Режим усилителя реализуется в условиях, при которых групповая скорость усиливаемой волны сонаправлена с поступательной скоростью электронов и неустойчивость электронного потока носит конвективный характер. В частности, такая ситуация имеет место при синхронизме электронов с замедленной основной гармоникой (точка A на дисперсионной диаграмме, представленной на рис. 3). При этом частота падающего извне сигнала должна быть далека от брэгговской частоты. Процесс усиления может быть описан в рамках импедансного приближения, в котором самосогласованная система уравнений (28) и (30)–(33) после нормализации упрощается к виду

$$\frac{\partial \hat C_+}{\partial Z} + i\,\frac{\partial^2 \hat C_+}{\partial Y^2} + i\hat\chi\delta(Y)\hat C_+ = \frac{i}{B_{\rm e}}\,\frac{\partial}{\partial Y}\,[F(Y)J], \tag{34а}$$

$$\frac{\partial^2\theta}{\partial Z^2} = {\rm Re}\left[i\,\frac{\partial \hat C_+}{\partial Y}\exp(i\theta)\right]. \tag{34б}$$

Здесь введены следующие безразмерные переменные и параметры:

$$Z = Gkz,\qquad Y = \sqrt{2G}\,ky,\qquad \hat\chi = \sqrt{\frac{2}{G}}\,\chi,\qquad B_{\rm e} = \sqrt{2G}\,kb_{\rm e},\qquad \hat C_+ = \frac{\sqrt{2}\,e\mu}{mc^2\gamma_0 kG^{3/2}}\,H_0;$$

$$G = \left(2\sqrt{2}\,\frac{eI_0}{mc^3}\,\frac{\mu}{\gamma_0}\,\lambda\right)^{2/3}$$

— параметр усиления. Подчеркнём, что знак «+» в обозначении нормированной амплитуды поля указывает, что данная волна, как и связанный с ней поток энергии, сонаправлены с поступательной скоростью частиц. Рассмотрим усиление внешнего сигнала, который представляет собой квазиоптический волновой пучок, падающий на систему в сечении $Z = 0$, первоначально стационарным немодулированным электронным потоком. Соответствующие граничные условия к уравнениям (34) могут быть представлены в виде

$$\theta\big|_{Z=0} = \theta_0 \in [0, 2\pi),\qquad \left.\frac{\partial\theta}{\partial Z}\right|_{Z=0} = \hat\Delta,\qquad \hat C_+|_{Z=0} = \hat C_+^{\rm in}(Y), \tag{35}$$

где $\hat\Delta = \Delta/G$.

Из уравнений (34) следует закон сохранения энергии в системе «пучок—волна»:

$$\hat P_+(Z) - \hat P_+(0) = 4\hat\eta, \tag{36}$$

где $\hat{P}_+ = \int_0^\infty |\hat{C}_+|^2 \, \mathrm{d}Y$ — нормированная мощность волны,

$$\hat{\eta} = \frac{1}{2\pi B_\mathrm{e}} \int\limits_0^\infty \int\limits_0^{2\pi} \left(\frac{\partial \theta}{\partial Z} - \hat{\Delta} \right) \Bigg|_{Z=L} F(Y) \, \mathrm{d}\theta_0 \, \mathrm{d}Y \tag{37}$$

— приведённый электронный коэффициент полезного действия (КПД). Реальная мощность излучения и полный электронный КПД (т. е. относительная доля кинетической энергии электронного потока, преобразуемая в излучение) даются соотношениями

$$P_+ = \frac{1}{8\sqrt{2}\,\lambda} \left(\frac{m^2 c^5}{e^2} \right) \left(\frac{\gamma_0}{\mu} \right)^2 G^{5/2} \hat{P}_+, \qquad \eta = \frac{G\hat{\eta}}{\mu\,(1-\gamma_0^{-1})} \,. \tag{38}$$

Коэффициент усиления определяется следующим образом: $K = \hat{P}_+ / \hat{P}_+^{\mathrm{in}}$.

3.1. Линейный режим усиления

В приближении малого сигнала для модели тонкого ленточного пучка, движущегося на расстоянии $B_\mathrm{g} = \sqrt{2G}\, kb_\mathrm{g}$ от гофрированной поверхности ($F(Y) = \delta(Y - B_\mathrm{g})$), линеаризуя уравнения (34) и представляя их решение в виде, пропорциональном $\exp(-i\hat{\Gamma} Z)$, получим дисперсионное уравнение, описывающее неустойчивость электронного пучка, в виде

$$(\hat{\Delta} - \hat{g}^2)^2 \, (\hat{g} - \hat{\chi}) = -\frac{\hat{g}}{2} \exp(-\hat{g} B_\mathrm{g}) \left[(\hat{g} + \hat{\chi}) \exp(-\hat{g} B_\mathrm{g}) - (\hat{g} - \hat{\chi}) \exp(\hat{g} B_\mathrm{g}) \right]. \tag{39}$$

Нормированный инкремент вдоль продольной координаты выражается через поперечное волновое число $\hat{g}$ нормальной волны посредством соотношения $\mathrm{Im}(\hat{\Gamma}) = \mathrm{Im}(\hat{g}^2)$.

В предельном случае, когда зазор между электронным потоком и гофрированной поверхностью пренебрежимо мал ($|\hat{g} B_\mathrm{g}| \ll 1$), дисперсионное уравнение (39) упрощается и принимает вид

$$(\hat{\Delta} - \hat{g}^2)^2 \, (\hat{g} - \hat{\chi}) = -\hat{g}\hat{\chi}. \tag{40}$$

Заметим, что в отличие от ситуации, описанной в разделе 2, волновые числа по продольной и поперечной координатам при учёте взаимодействия с электронным потоком становятся в общем случае комплексными. Среди пяти корней уравнения (40) (см. рис. 4) можно выделить единственное решение, удовлетворяющее условиям

$$\mathrm{Re}\,\hat{g} > 0, \qquad \mathrm{Im}\,\hat{g} > 0. \tag{41а}$$

Это решение соответствует прижатой моде, амплитуда которой спадает при удалении от пучка и гофрированной поверхности, а поток энергии в которой направлен от пучка к периферии. Эта мода обладает положительным инкрементом вдоль продольной координаты

$$\mathrm{Im}(\hat{\Gamma}) = 2\,\mathrm{Im}\,\hat{g}\,\mathrm{Re}\,\hat{g} > 0. \tag{41б}$$

Заметим, что в случае большого нормированного импеданса $\hat{\chi}$, чему фактически соответствует малый ток инжекции, дисперсионное уравнение (40) допускает дальнейшее упрощение. Представляя решение в виде $\hat{g} = \hat{\chi} - \xi/2^{2/3}$, где $|\xi| \ll 1$, приведём это уравнение к канонической для черенковских усилителей форме (см. [18, 19]):

$$(\Delta_{\mathrm{eff}} - \xi)^2 \, \xi = 1, \tag{42}$$

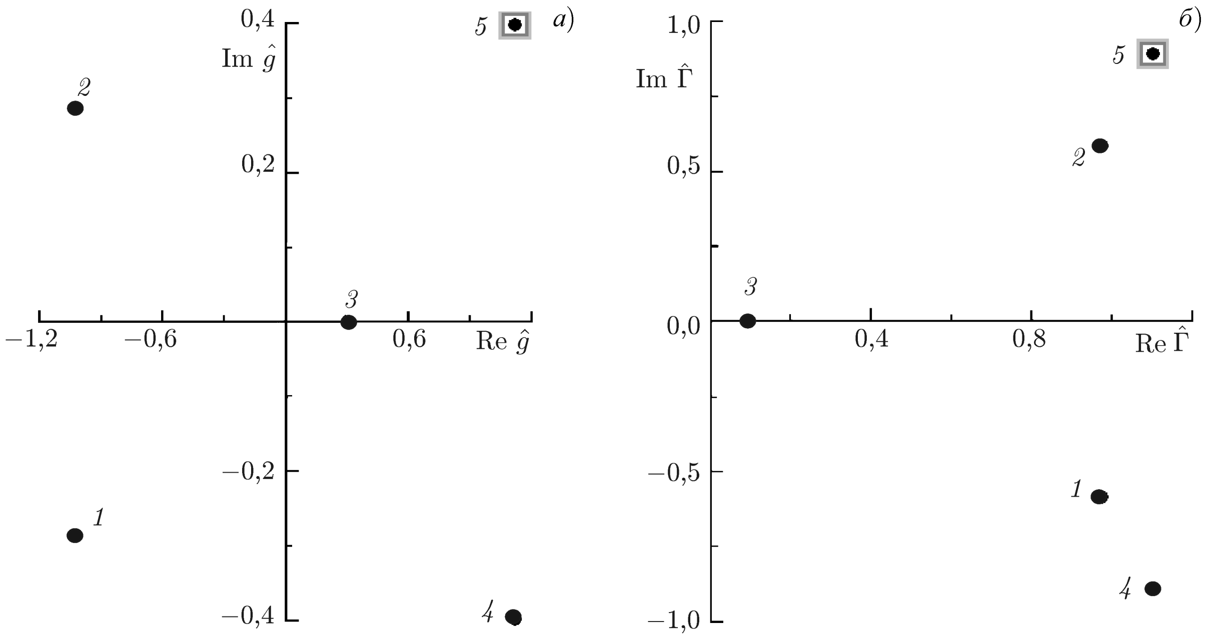

Рис. 4. Комплексные корни дисперсионного уравнения (40): *а* — действительная и мнимая части поперечного волнового числа, *б* — инкремент вдоль продольной координаты и поправка к волновому числу; $\hat{\Delta} = 1$, $\hat{\chi} = 0{,}5$. Выделенный квадратом корень *5* соответствует единственной моде, которая усиливается в продольном направлении ($\mathrm{Im}\,\hat{\Gamma} > 0$), амплитуда которой спадает при удалении от гофрированной поверхности ($\mathrm{Re}\,\hat{g} > 0$) и которая характеризуется потоком энергии, направленным от пучка к периферии ($\mathrm{Im}\,\hat{g} > 0$)

где

$$\Delta_{\mathrm{eff}} = \frac{\hat{\chi}^2 - \hat{\Delta}}{2^{1/3}\hat{\chi}}\,.$$

Указанное приближение соответствует фиксированной поперечной (по оси Y) структуре поля, совпадающей с прижатой модой, распространяющейся вдоль гофрированной поверхности в отсутствие электронного потока.

Как известно, в уравнении (42) максимум инкремента $\mathrm{Im}(\xi)_{\max} = \sqrt{3}\,/2$ достигается при $\Delta_{\mathrm{eff}} = 0$, т. е. при $\hat{\Delta} = \hat{\chi}^2$. Тогда в исходных обозначениях максимальный инкремент определяется соотношением

$$\mathrm{Im}\,\Gamma_{\max} \approx \frac{\sqrt{3}}{2^{1/6}}\,k\chi\sqrt{G}\,. \tag{43}$$

На рис. 5*а* представлены зависимости инкремента от импеданса $\hat{\chi}$ при различных значениях параметра $\hat{\Delta}$, полученные на основе анализа дисперсионного уравнения (40). При заданном значении $\hat{\Delta}$ по мере уменьшения $\hat{\chi}$ инкремент плавно уменьшается, что соответствует области отрицательных расстроек Δ_{eff}, в которой поступательная скорость электронов меньше фазовой скорости волны. При бóльших значениях $\hat{\chi}$ (т. е. в области положительной эффективной расстройки Δ_{eff}, где поступательная скорость частиц значительно превосходит фазовую скорость волны) имеет место срыв режима усиления. На рис. 3 первая область соответствует частотам сигнала ниже резонансной точки A, а вторая область — частотам выше резонансной точки. На рис. 5*б* сплошной линией показана зависимость максимального инкремента от импеданса, получаемая из уравнения (40), которая при больших величинах $\hat{\chi}$ стремится к асимптоте, даваемой формулой (43). При этом оптимальное по инкременту значение $\hat{\Delta}$, при котором эффективная расстройка синхронизма $\Delta_{\mathrm{eff}} = 0$, хорошо аппроксимируется формулой $\hat{\Delta} = \hat{\chi}^2$.

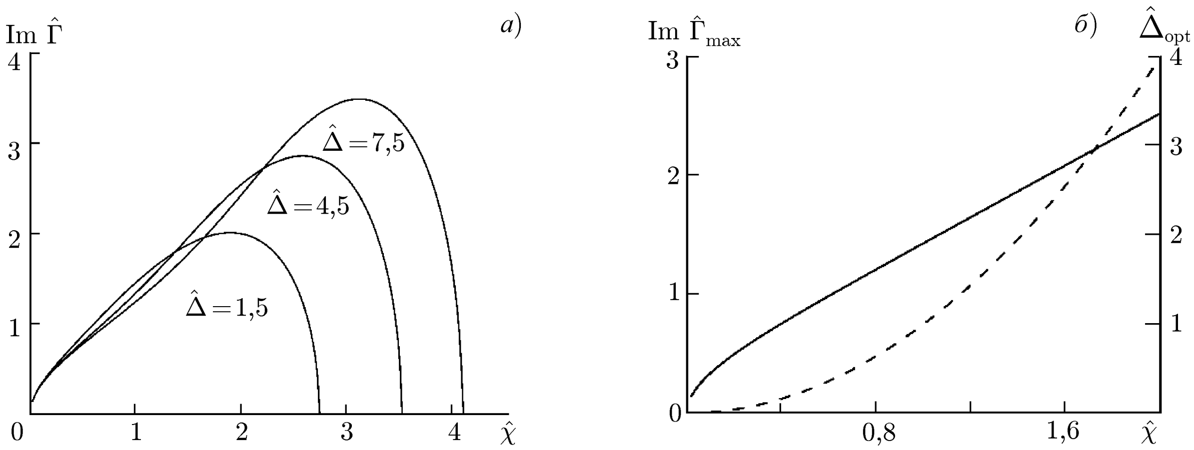

Рис. 5. Зависимость нормированного инкремента от импеданса $\hat{\chi}$ при различных значениях параметра расстройки $\hat{\Delta}$ (*а*). Зависимость максимума инкремента (сплошная кривая) и оптимальной расстройки (пунктир) от величины нормированного импеданса $\hat{\chi}$ (*б*)

3.2. Нелинейный режим усиления

Если есть экспоненциальное затухание поля поверхностной волны при удалении от границ замедляющей системы, в принципе допустима постановка полубезграничной по оси y задачи, которая описывается системой уравнений (34). Однако в практическом отношении ленточный электронный поток должен транспортироваться в вакуумном канале, образованным планарным волноводом. В этом случае указанные уравнения должны быть дополнены граничным условием, соответствующим обращению в ноль тангенциальной компоненты электрического поля на второй, не имеющей гофрировки, пластине:

$$\left.\frac{\partial \hat{C}_+}{\partial Y}\right|_{Y=B} = 0. \tag{44}$$

Здесь $B = \sqrt{2G}\, kb$ — нормированный зазор между пластинами волновода. Если этот зазор достаточно велик, т. е. $B \gg 1$, то, в силу экспоненциального спадания поля при удалении от гофрированной поверхности, положение второй пластины не оказывает существенного влияния на характеристики электронно-волнового взаимодействия. Тем не менее это позволяет при численном моделировании нелинейной стадии процесса усиления разложить решение уравнений (34) по модам регулярного планарного волновода:

$$\hat{C}_+ = \sum_{n=0}^{\infty} \hat{C}_+^n(Z,\tau)\cos(n\pi Y/B). \tag{45}$$

На рис. 6*а* представлены результаты численного моделирования при различных значениях эффективной расстройки синхронизма. В соответствии с анализом линейного режима, максимум инкремента достигается в окрестности точного резонанса $\hat{\Delta} = \hat{\chi}^2$. Вместе с тем максимум КПД и мощности усиленного излучения реализуется в области $\hat{\Delta} = \hat{\chi}^2$, т. е. в условиях, когда поступательная скорость электронов превосходит фазовую скорость замедленной волны на заданной частоте. В целом, указанные зависимости являются типичными для черенковских усилителей типа лампы бегущей волны [13, 18, 19]. Характерное пространственное распределение поля усиливаемой волны показано на рис. 6*б*. В процессе усиления она остаётся прижатой к поверхности замедляющей системы.

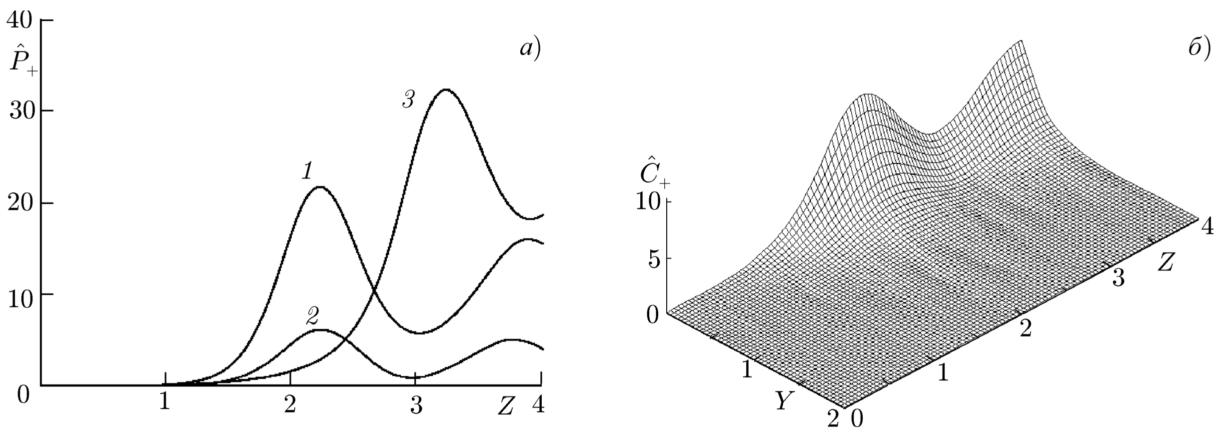

Рис. 6. Панель (a) — зависимость мощности усиливаемого излучения от продольной координаты при $\hat{\chi} = 3{,}5$, $B_{\rm e} = 0{,}2$, $B_{\rm g} = 0{,}1$ и $\hat{\Delta} = 11$ (кривая *1*), $\hat{\Delta} = 15$ (*2*) и $\hat{\Delta} = 8$ (*3*). Панель (*б*) — пространственное распределение амплитуды поля при оптимальной расстройке $\hat{\Delta} = 11$

Проанализируем на основании развитой теории возможность реализации релятивистского усилителя субмиллиметрового диапазона на длину волны 0,9 мм. Пусть энергия электронов порядка 1 МэВ, погонная плотность тока 500 А/см, период гофрировки 0,25 мм, её глубина $2b_\sim = 0{,}12$ мм, расстояние от гофрировки до пучка $b_{\rm g} = 0{,}15$ мм, толщина пучка $b_{\rm e} = 0{,}3$ мм. Эти величины соответствуют нормированным параметрам $G = 4{,}8 \cdot 10^{-3}$, $B_{\rm g} = 0{,}1$, $B_{\rm e} = 0{,}2$, $\hat{\chi} = 3{,}5$, $\hat{\Delta} = 11$. Тогда с помощью рис. 6a получим, что при нормированной длине пространства взаимодействия $L_z = 2{,}2$ (соответствующей 6,6 см) коэффициент усиления $K = 32$ дБ. При погонной мощности падающего излучения 100 кВт/см (источником которого может служить гиротрон субмиллиметрового диапазона длин волн) мощность усиленного сигнала составит 150 МВт/см при КПД 30 %.

4. РЕЖИМЫ ГЕНЕРАЦИИ С ВОЗБУЖДЕНИЕМ ПОВЕРХНОСТНЫХ ВОЛН В ОКРЕСТНОСТИ БРЭГГОВСКОЙ ЧАСТОТЫ

Если частота излучения близка к брэгговской частоте (т. е. вакуумная длина волны близка к удвоенному периоду структуры, см. условие (22)), то на гофрированной структуре должно возникать сильное переотражение попутных и встречных парциальных волновых потоков, которое описывается уравнениями (27). В принципе, такую ситуацию можно использовать для реализации регенеративного режима усиления. Однако в этой области параметров более адекватна реализация режима генератора.

Следует отметить, что анализ схем генератора требует решения краевой задачи, в которой амплитуды парциальных волновых потоков заданы на противоположных границах пространства взаимодействия, определяемого длиной гофрированного участка поверхности. Эффективным методом решения нелинейных краевых задач является пространственно-временной подход, который позволяет исследовать не только характеристики стационарных режимов генерации, но также определить области их устойчивости и моделировать переходные процессы. В рамках такого подхода при рассмотрении генерации в окрестности брэгговского резонанса поле излучения можно представить в виде двух встречных квазиоптических волновых пучков с медленно меняющимися в пространстве и времени амплитудами:

$$H_x = {\rm Re}\{C_+(z,y,t)\exp[i\,(\omega_0 t - k_0 z)] + C_-(z,y,t)\exp[i\,(\omega_0 t + k_0 z)]\}, \qquad (46)$$

где $k_0 = \bar{h}/2$, $\omega_0 = k_0 c$ — брэгговская частота, выбранная в качестве несущей. В этом случае уравнения (27) могут рассматриваться как уравнения для временны́х фурье-гармоник полей (46). Тогда используем обратное преобразование Фурье, учитываем фактор возбуждения (33) в уравнении для попутной парциальной волны $\hat{C}_+$ — получаем самосогласованную систему уравнений, описывающую динамику релятивистских генераторов поверхностной волны [29–31] [1]

$$\frac{\partial \hat{C}_+}{\partial Z} + \frac{\partial \hat{C}_+}{\partial \tau} + i\,\frac{\partial^2 \hat{C}_+}{\partial Y^2} - i\hat{\alpha}\hat{C}_-\delta(Y) + (1+i)\,\sigma\hat{C}_+\delta(Y) = -\,\frac{1}{B_{\rm e}}\,\frac{\partial}{\partial Y}\,[JF(Y)],$$

$$-\,\frac{\partial \hat{C}_-}{\partial Z} + \frac{\partial \hat{C}_-}{\partial \tau} + i\,\frac{\partial^2 \hat{C}_-}{\partial Y^2} - i\hat{\alpha}\hat{C}_+\delta(Y) + (1+i)\,\sigma\hat{C}_-\delta(Y) = 0,$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial Z} + \beta_0^{-1}\,\frac{\partial}{\partial \tau}\right)^2 \theta = \mathrm{Re}\left[\frac{\partial \hat{C}_+}{\partial Y}\exp(i\theta)\right], \qquad (47)$$

где $\tau = G\omega_0 t$. Заметим, что в уравнениях (47) дополнительно учтены омические потери, обусловленные конечной проводимостью металлической поверхности $\sigma = k\varepsilon/G$, где ε — глубина скин-слоя. Граничные условия к системе (47) имеют вид

$$\theta\Big|_{Z=0} = \theta_0 \in [0, 2\pi), \qquad \left(\frac{\partial}{\partial Z} + \beta_0^{-1}\,\frac{\partial}{\partial \tau}\right)\theta\Bigg|_{Z=0} = \Delta, \qquad \hat{C}_+\Big|_{Z=0} = 0, \qquad \hat{C}_-\Big|_{Z=L} = 0. \qquad (48)$$

Из уравнений (47) следует закон сохранения энергии, который для стационарного режима генерации может быть представлен в виде

$$\hat{P}_+(Z) + \hat{P}_-(0) = 4\hat{\eta}, \qquad (49)$$

где $\hat{P}_\pm = \int_0^\infty |\hat{C}_\pm|^2\,\mathrm{d}Y$ — нормированные потоки излучения в направлениях $\pm z$. Таким образом, в отличие от схемы усилителя, рассмотренной в разделе 3, в данном случае имеются потоки энергии в двух противоположных направлениях, что обуславливает абсолютный характер неустойчивости. Фактически, периодическая структура в этой области параметров одновременно играет роль и замедляющей системы, и высокодобротного брэгговского резонатора.

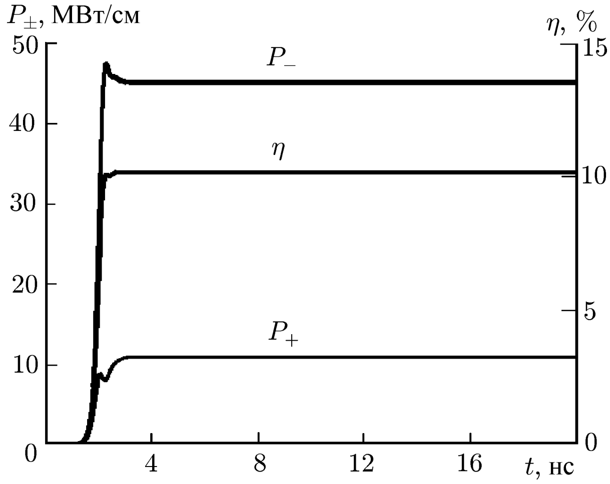

Рис. 7. Временны́е зависимости КПД генератора поверхностной волны и мощностей излучения в направлениях $\pm z$ в процессе установления стационарного режима в генераторе поверхностной волны при $\gamma_0 = 3{,}1$ и указанных в тексте параметрах моделирования

На основе системы уравнений (47) проведём моделирование генератора поверхностной волны субмиллиметрового диапазона длин волн $\lambda \approx$ $\approx 0{,}9$ мм, с энергией электронов порядка 1 МэВ, плотностью тока пучка 500 А/см, расстоянием от гофрированной поверхности до пучка $b_{\rm g} =$ $= 0{,}15$ мм и толщиной пучка $b_{\rm e} = 0{,}3$ мм. Выберем следующие параметры замедляющей системы: период $d = 0{,}5$ мм, глубина гофрировки $2b_\sim = 0{,}12$ мм и длина системы $l_z = 17{,}5$ мм. На рис. 7 показаны типичные временны́е зависимости мощности излучения и электронного КПД такого генератора в процессе установления стационарного режима генерации. Соответствующие пространственные распределения полей $\hat{C}_+(z, y)$ и $\hat{C}_-(z, y)$ представлены на рис. 9*а*. Самосогласованный профиль полей парциальных волн имеет колоколообразную структуру по продольной

[1] Заметим, что уравнения (47) могут быть получены и из общей системы уравнений (30)–(32), если в ней в условиях брэгговского резонанса пренебречь связью с (+1)-й пространственной гармоникой.

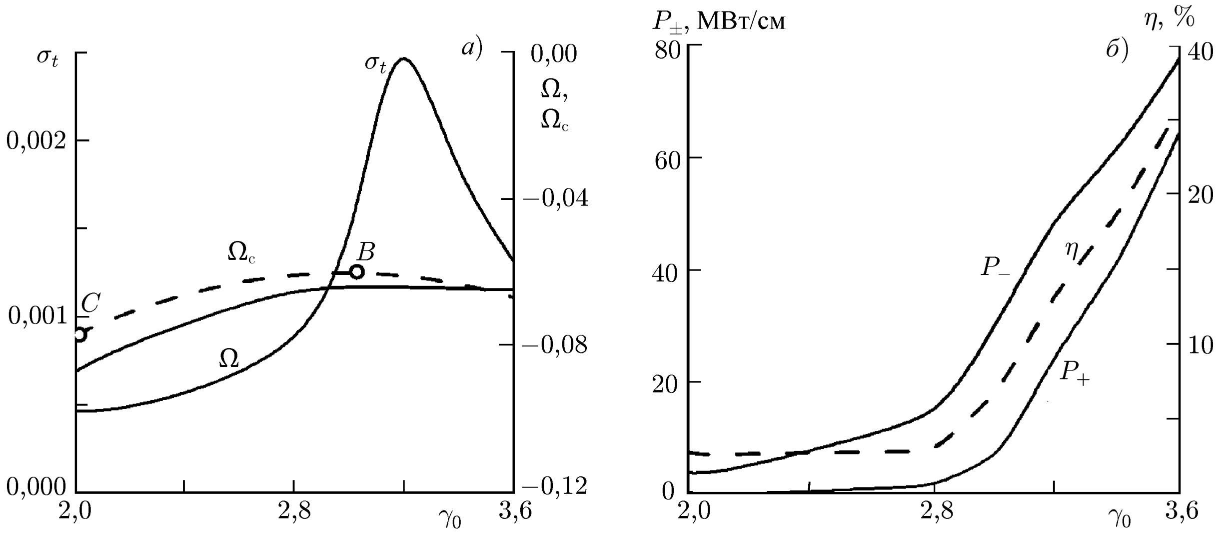

Рис. 8. Временно́й инкремент σ_t, отстройка частоты стационарного режима генерации Ω от несущей брэгговской частоты и отстройка частоты точного черенковского синхронизма Ω_c (которая определяется положением точки B на рис. 3) от несущей брэгговской частоты в зависимости от γ_0 (*а*). То же для электронного КПД и мощностей излучения в положительном и отрицательном направлениях оси z (*б*)

координате z и экспоненциально спадает по координате y, направленной по нормали к поверхности.

Исследуем далее зависимость режимов генерации от положения точки пересечения дисперсионных характеристик электронной волны ($\omega = hv$) и поверхностной волны. При малом изменении энергии электронов мы можем перемещать указанную точку от позиции B (на рис. 3), соответствующей режиму возбуждения π-моды, в область A, соответствующую режиму лампы бегущей волны, или C, соответствующую режиму лампы обратной волны. На рис. 8*а* приведены зависимости временно́го инкремента σ_t от энергии частиц и отстройки частоты генерации от несущей брэгговской частоты $\Omega = (\omega - \omega_0)/\omega_0$. Пунктиром показана та же отстройка, определяемая точкой пересечения дисперсионных характеристик на рис. 3. На рис. 8*б* представлены зависимости электронного КПД и мощностей излучения в положительном и отрицательном направлениях оси z от энергии частиц.

Прежде всего следует отметить, что в режиме взаимодействия в окрестности точки B (на рис. 3), где групповая скорость нормальной волны принимает минимальное значение, достигается максимальный временно́й инкремент и, следовательно, минимальный стартовый ток. Таким образом, эта область параметров оптимальна с точки зрения реализации черенковских источников в коротковолновых диапазонах. Результаты моделирования генератора поверхностной волны, представленные выше на рис. 7, как раз соответствуют указанной области. В этих условиях полный КПД порядка 10 %. Поток энергии, выносимой с попутной волной $\hat{C}_+$, составляет около 10 МВт/см, а со встречной волной $\hat{C}_-$ — около 45 МВт/см. С учётом того, что определяемый дисперсионной кривой (25) максимум отстроен от брэгговской частоты на величину $\Omega = -c\bar{h}\alpha^2$, электронная характеристика $\omega = hv$ пересекает дисперсионную кривую нормальной поверхностной волны в области максимума (точка B на рис. 3) при соотношении между параметрами замедляющей системы и энергией ультрарелятивистских частиц, даваемом формулой $\gamma_* \approx (2\alpha)^{-1} = d/(\pi l_0)$.

Как следует из рис. 8*б*, смещение резонансной точки с уменьшением энергии частиц в область режима лампы обратной волны приводит к резкому снижению временно́го инкремента.

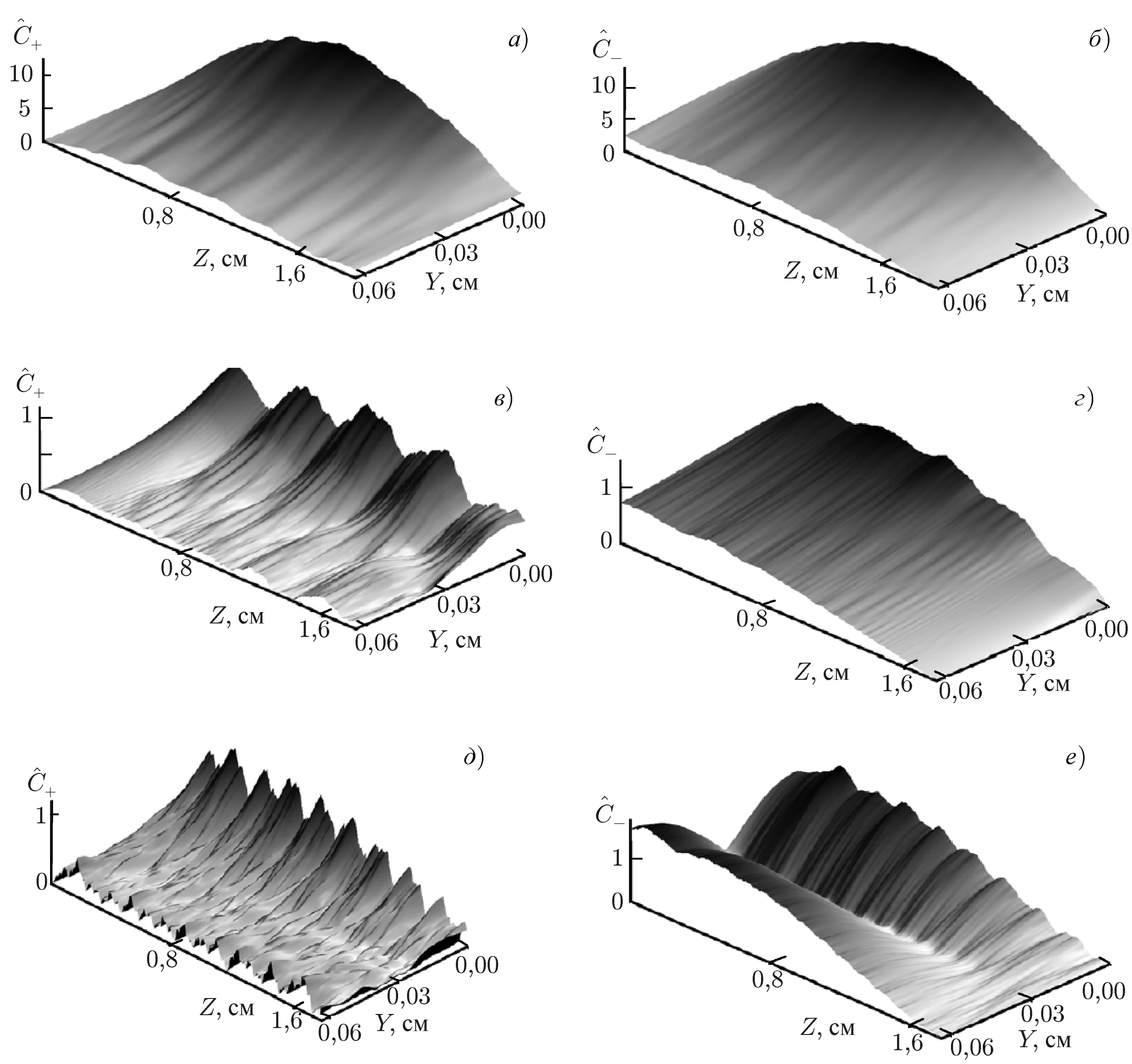

Рис. 9. Пространственное распределение полей парциальных волновых пучков $\hat{C}_+$ и $\hat{C}_-$ в различных режимах стационарной генерации: панели (*а*) и (*б*) — режим генератора поверхностной волны ($\gamma_0 = 3{,}1$, точка B на рис. 8*а*); панели (*в*) и (*г*) — режим лампы обратной волны в сверхразмерном волноводе с $b = 4{,}5$ мм с учётом замедления основной гармоники ($\gamma_0 = 2$, точка C на рис. 8*а*); панели (*д*) и (*е*) — то же, что на панелях (*в*) и (*г*), но в волноводе с узким поперечным сечением $b = 0{,}6$ мм

При этом преобладающая часть излучения выносится из пространства взаимодействия с обратной по отношению к поступательному движению частиц волной $\hat{C}_-$. Здесь следует обратить внимание на значительные отличия в распределении полей парциальных волн $\hat{C}_+$ и $\hat{C}_-$ по нормальной к поверхности координате y в резонансных точках B и C (на рис. 3). При генерации в режиме, соответствующем точке B, указанные распределения практически одинаковы и близки к структуре собственной π-моды, формирующейся над гофрированной поверхностью конечной длины в отсутствие электронного пучка (рис. 9*а, б*). В режимах генерации типа лампы обратной волны, т. е. в точке C, парциальные волны имеют существенно отличающиеся структуры вдоль направления y (рис. 9*в, г*). В этих условиях, как показано в приложении, попутная парциальная волна C_+ трансформируется в пространственную гармонику с быстрым спаданием амплитуды по поперечной координате y и пренебрежимо малым потоком энергии. В то же время обратная парциальная волна $\hat{C}_-$ спадает по оси y относительно медленно в соответствии с замедлением основной гармоники, определяемым импедансной функцией $\chi(k)$ (см. (19)). При распространении излучения в планарном волноводе с достаточно малым расстоянием между пластинами b эта волна трансформируется в объёмную волноводную моду TM_1, как показано на рис. 9*д, е*. Такой режим может быть описан в рамках канонической модели лампы обратной волны, в которой объёмная обратная волна является прижатой синхронной пространственной гармоникой, см. приложение и работы [13, 15].

5. ДИФРАКЦИОННАЯ СЕЛЕКЦИЯ МОД В ПЛАНАРНЫХ ГЕНЕРАТОРАХ ПОВЕРХНОСТНОЙ ВОЛНЫ

Рассмотрим в этом разделе трёхмерное обобщение квазиоптической модели генератора поверхностной волны с планарной геометрией, предполагая, что ленточный электронный поток имеет конечную ширину l_x^{e} по оси x. Считая структуру поля по всем трём пространственным координатам нефиксированной, представим поле излучения в виде

$$H_x = \mathrm{Re}\big\{C_+(z,x,y,t)\exp[i\,(\omega t - kz)] + C_-(z,x,y,t)\exp[i\,(\omega t + kz)]\big\}. \tag{50}$$

Учитывая дополнительно дифракцию парциальных волновых потоков по широкой поперечной координате x, приведём самосогласованную систему уравнений генератора поверхностной волны к виду

$$\begin{gathered}
\frac{\partial \hat{C}_+}{\partial Z} + \frac{\partial \hat{C}_+}{\partial \tau} + i\,\frac{\partial^2 \hat{C}_+}{\partial Y^2} + i\,\frac{\partial^2 \hat{C}_+}{\partial X^2} + \sigma \hat{C}_+\delta(Y) = i\alpha \hat{C}_-\delta(Y) - \frac{1}{B_{\mathrm{e}}}\,\frac{\partial}{\partial Y}\,[F(X,Y)J],\\
-\frac{\partial \hat{C}_-}{\partial Z} + \frac{\partial \hat{C}_-}{\partial \tau} + i\,\frac{\partial^2 \hat{C}_-}{\partial Y^2} + i\,\frac{\partial^2 \hat{C}_-}{\partial X^2} + \sigma \hat{C}_-\delta(Y) = i\alpha \hat{C}_+\delta(Y),\\
\left(\frac{\partial}{\partial Z} + \beta^{-1}\,\frac{\partial}{\partial \tau}\right)^2 \theta = \mathrm{Re}\left[\frac{\partial \hat{C}_+}{\partial Y}\exp(i\theta)\right].
\end{gathered} \tag{51}$$

Здесь переменная $X = \sqrt{2G}\,kx$ и функция $F(X,Y)$ задаёт электронного потока по двум поперечным координатам. Далее предполагаем, что концентрация электронов распределена однородно по поперечному сечению пучка, т. е. $F(X,Y) = 1$ при $X \in [-L_x^{\mathrm{e}}/2, L_x^{\mathrm{e}}/2]$ и $Y \in [B_{\mathrm{g}}, B_{\mathrm{g}} + B_{\mathrm{e}}]$, где $B_{\mathrm{g}} = \sqrt{2G}\,kb_{\mathrm{g}}$.

По продольной координате граничные условия к уравнениям (51) соответствуют отсутствию потоков энергии извне и совпадают с (48). Для генераторов поверхностной волны, как правило, значительную роль играют омические потери, поэтому уравнения (51) моделировались с искусственным условием цикличности по координате y. Циклическое условие ставилось при размере области моделирования L_x, существенно превосходящей ширину электронного пучка: $L_x \gg L_x^{\mathrm{e}}$, — когда выполнено условие $\sigma L_x \gg 1$.

На рис. 10 приведены результаты численного анализа трёхмерной модели генератора поверхностной волны. Параметры гофрированной поверхности и электронного потока совпадали с использованными в разделе 4, но энергия электронов была порядка 1 МэВ ($\gamma_0 = 3{,}1$) и соответствовала режиму возбуждения мод π-вида с экспоненциальным спаданием поля в направлении y, перпендикулярном гофрированной поверхности. Исследовалась зависимость режима генерации от поперечной ширины пучка l_x^{e}. При относительно небольшой ширине $l_x^{\mathrm{e}} < 1$ см структура поля по координате x имеет простое квазигауссово распределение (рис. 10*а*). Однако по мере увеличения ширины потока происходит последовательное усложнение пространственной структуры,

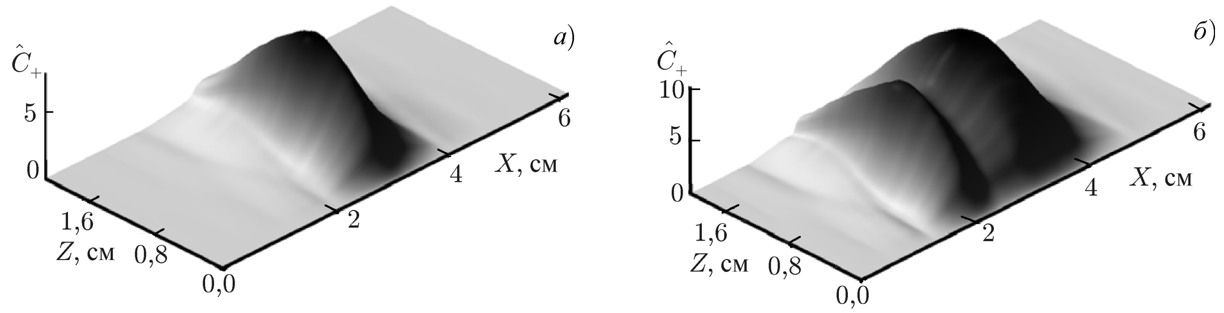

Рис. 10. Моделирование формирования пространственной структуры поля в трёхмерной модели генератора поверхностной волны при различной ширине ленточного релятивистского электронного пучка $l_x^{\rm e} = 1$ см (*а*), $l_x^{\rm e} = 2$ см (*б*)

которая в конечном итоге при $l_x^{\rm e} \geq 2$ см приобретает нерегулярный характер (рис. 10*б*). При промежуточных величинах $l_x^{\rm e}$ также наблюдалась мультистабильность, когда в зависимости от начальных условий имело место попеременное установление чётных и нечётных распределений поля.

Следует отметить, что, как показывает моделирование методом крупных частиц (PIC-моделирование), ограничения на поперечный размер системы становятся более жёсткими, если учесть конечность поперечных размеров гофрировки и связанные с этим частичные отражения излучения. В связи с этим при значительной ширине полосы гофрировки: при большом френелевском параметре, — когда $l_x \gg \sqrt{l_z \lambda}$ и описываемая уравнениями (51) дифракционная селекция мод оказывается недостаточной, может быть целесообразным использование двумерно-периодических замедляющих структур [36, 37]. Подобно мазеру на свободных электронах с двумерной распределённой обратной связью на основе двумерных брэгговских резонаторов [38], возникающие в таких структурах поперечные (по оси x) потоки энергии позволяют синхронизовать излучение ленточных пучков с шириной, в несколько раз превосходящей длину взаимодействия.

6. КВАЗИОПТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ МНОГОВОЛНОВЫХ ЧЕРЕНКОВСКИХ ГЕНЕРАТОРОВ С ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ГЕОМЕТРИЕЙ

В предшествующих разделах были рассмотрены планарные модели релятивистских черенковских генераторов и усилителей. Вместе с тем в подавляющем большинстве экспериментальных реализаций этих устройств используются трубчатые релятивистские электронные пучки и, соответственно, пространство взаимодействия имеет цилиндрическую геометрию. При этом в значительном числе экспериментов [6–9] наблюдалось возбуждение поверхностных волн. В частности, к этому классу источников можно отнести многоволновые черенковские генераторы, где в качестве рабочих волн используются симметричные моды круглого волновода. Далее в этом разделе мы проведём анализ возбуждения азимутально-симметричных мод с учётом конечной кривизны стенок цилиндрического волновода и на примере работы [8] покажем, что получаемые в результате моделирования стартовый ток, мощность излучения и другие параметры близки к экспериментально наблюдаемым. В то же время для данного класса генераторов принципиальным является вопрос о предельном увеличении размеров системы по сравнению с длиной волны при условии поддержания устойчивой генерации на азимутально-симметричных модах. Он исследуется ниже в рамках квазиплоской модели, которая справедлива для описания формирования поверхностных волн при радиусах волноводов, значительно превосходящих длину волны. В этом случае цилиндрическая геометрия учитывается постановкой циклических граничных условий по азимутальной координате.

6.1. Возбуждение симметричных мод

Модель генераторов поверхностной волны на основе цилиндрического сверхразмерного волновода с радиусом r_0 показана на рис. 11*a*. Предполагается, что на внутреннюю поверхность цилиндра на участке с длиной l_z нанесена неглубокая синусоидальная азимутально-симметричная гофрировка, профиль которой задаётся формулой

$$r(z) = r_\sim \cos(\bar{h}z), \tag{52}$$

где $r_\sim$ — амплитуда гофрировки. Излучение представим в виде суммы двух распространяющихся навстречу друг другу квазиоптических волновых пучков с ТМ-поляризацией, магнитное поле которых может быть записано в виде

$$H_\varphi = \mathrm{Re}\big[C_+(z,r,t)\exp(i\omega t - ihz) + C_-(z,r,t)\exp(i\omega t + ihz)\big], \tag{53}$$

где $h = \sqrt{k^2 - \nu_{01}^2/r_0^2}$ — продольное волновое число низшей азимутально-симметричной моды регулярного цилиндрического волновода, ν_{01} — наименьший положительный корень уравнения $J_0(x) = 0$, J_0 — функция Бесселя нулевого порядка. Электрическое поле имеет продольную и радиальную компоненты. В частности, первая из них задаётся в виде

$$E_z = \frac{1}{kr}\frac{\partial}{\partial r}\big\{r\,\mathrm{Im}\left[C_+\exp(i\omega t - ihz) + C_-\exp(i\omega t + ihz)\right]\big\}. \tag{54}$$

При выполнении условия брэгговского резонанса $\bar{h} \approx 2h$ возбуждение азимутально-симметричных волн в многоволновых черенковских генераторах на основе полых цилиндрических волноводов описывается следующей системой уравнений:

$$\frac{\partial \hat{C}_+}{\partial Z} + \frac{\partial \hat{C}_+}{\partial \tau} + \frac{i}{R_0^2}\frac{\partial}{\partial \rho}\left[\frac{1}{\rho}\frac{\partial(\rho\hat{C}_+)}{\partial \rho}\right] + i\,\frac{\nu_{01}^2}{R_0^2}\,\hat{C}_+ = i\,\frac{\hat{\alpha}}{R_0}\,\delta\,(\rho-1)\,\hat{C}_- + \frac{1}{B_\mathrm{e}}\,\frac{1}{R_0}\,\frac{\partial}{\partial\rho}\,[f(\rho)J], \tag{55а}$$

$$-\frac{\partial \hat{C}_-}{\partial Z} + \frac{\partial \hat{C}_-}{\partial \tau} + \frac{i}{R_0^2}\frac{\partial}{\partial \rho}\left[\frac{1}{\rho}\frac{\partial(\rho\hat{C}_-)}{\partial \rho}\right] + i\,\frac{\nu_{01}^2}{R_0^2}\,\hat{C}_- = i\,\frac{\hat{\alpha}}{R_0}\,\delta\,(\rho-1)\,\hat{C}_+, \tag{55б}$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial Z} + \beta^{-1}\frac{\partial}{\partial \tau}\right)^2\theta = -\frac{1}{R_0}\,\mathrm{Re}\left[\frac{1}{\rho}\,\frac{\partial(\rho\hat{C}_+)}{\partial\rho}\exp(i\theta)\right], \tag{55в}$$

где

$$\rho = \frac{r}{r_0}\,,\quad R_0 = \sqrt{\frac{G}{2}}\,\bar{h}r_0,\quad \hat{\alpha} = \sqrt{\frac{2}{G}}\,\frac{\bar{h}r_\sim}{4}\,,\quad \hat{C}_\pm = -i\,\frac{2\sqrt{2}\,\mu e}{mc^2\gamma G^{3/2}\bar{h}}\,C_\pm,\quad G = \left(\frac{8\sqrt{2}\,\pi}{\bar{h}}\,\frac{eI_0}{mc^3}\,\frac{\mu}{\gamma}\right)^{2/3}.$$

Работа многоволновых черенковских генераторов моделировалась для параметров, близких к условиям эксперимента [8], в котором в трёхсантиметровом диапазоне длин волн на основе трубчатого электронного пучка был реализован генератор гигаваттного уровня мощности с энергией частиц 500 кэВ, плотностью тока пучка 100 А/см, радиусом волновода $r_0 = 4{,}5$ см, радиусом пучка 4 см, толщиной пучка 1 мм, периодом гофрировки 1,4 см, глубиной гофровки 0,7 см и длиной гофрированного участка 19 см. При указанных параметрах безразмерный коэффициент усиления

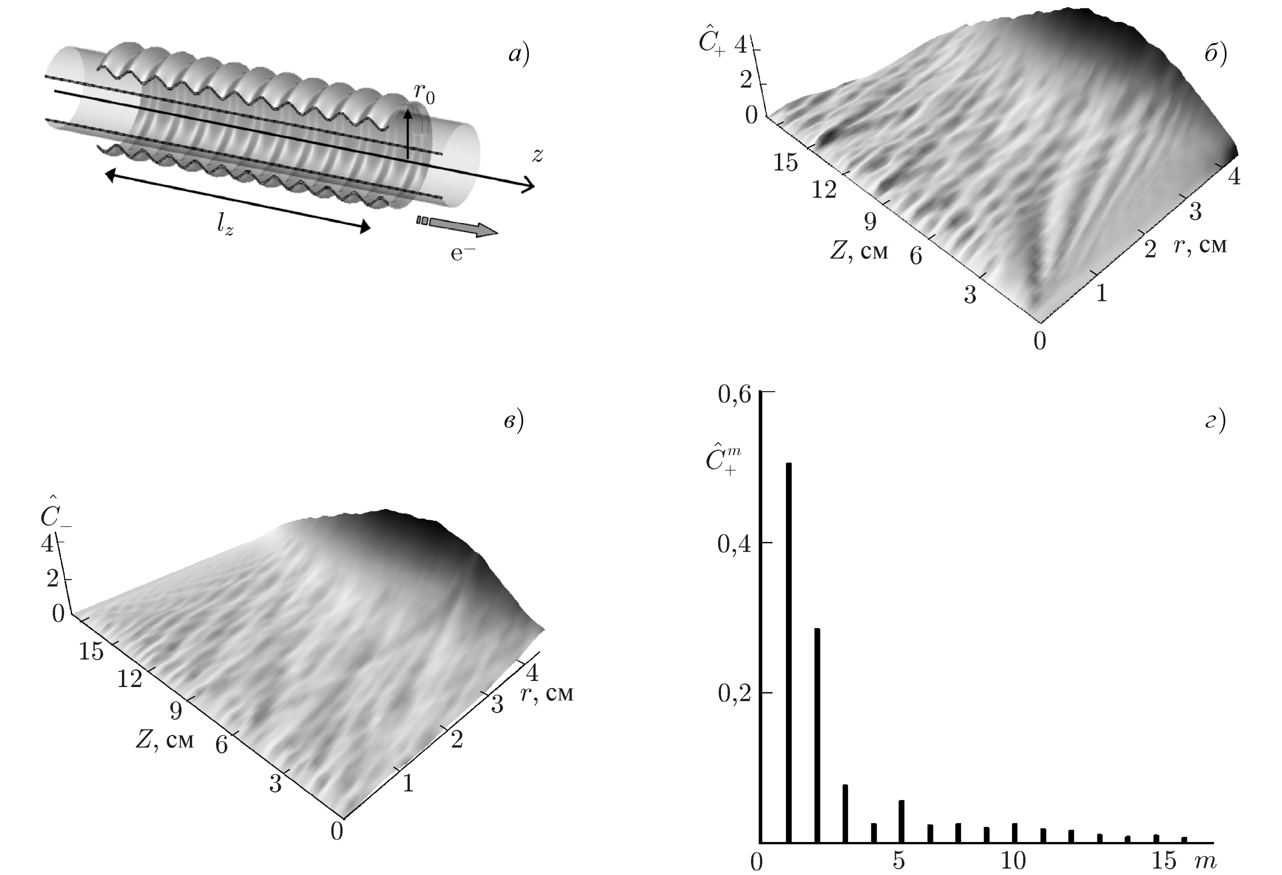

Рис. 11. Схема многоволнового черенковского генератора на основе сверхразмерного цилиндрического волновода (*а*). Пространственные распределения амплитуд парциальных волновых потоков в стационарном режиме генерации (*б*) и (*в*). Разложение излучаемого поля по азимутальным модам регулярного волновода (*г*), параметры моделирования указаны в тексте

$G = 0{,}07$, коэффициент связи волн $\alpha \approx 4{,}4$, нормированная длина пространства взаимодействия $L_z = 3$, расстройка $\Delta = 2{,}3$, кривизна $R_0 = 3{,}8$. На рис. 11*б, в* показаны пространственные распределения полей, соответствующие формированию поверхностной волны. Разложение поля на выходе по азимутально-симметричным модам регулярного цилиндрического волновода показывает (см. рис. 11*г*), что преобладающей является низшая мода. Тем не менее высшие моды в пространственном спектре также заметно представлены. Получаемое в моделировании значение электронного КПД 21 % и мощности излучения $P = 270$ МВт близки к экспериментально наблюдаемым.

6.2. Возбуждение несимметричных мод

Исследуем теперь вопрос о возможности увеличения радиуса системы по сравнению с длиной волны при поддержании устойчивой генерации на азимутально-симметричных модах. Очевидно, что при радиусе волновода, значительно превосходящем длину волны, параметр $R_0 \gg 1$, и уравнения (55) для азимутально-симметричных мод трансформируются в уравнения (47) планарной модели генераторов поверхностной волны. Действительно, в некоторой точке на поверхности невозмущённого волновода можно ввести локальную систему координат $z = z$ и $y = r_0 - r$ и при $R_0 \gg 1$ считать указанную поверхность квазиплоской. Если электронный поток проходит на малом расстоянии от гофрированной поверхности, а электромагнитное поле сконцентрировано вблизи неё, то при $\rho \approx 1$ выполняется равенство $|C_\pm/\rho| \approx |\partial C_\pm/\partial\rho|$. В результате можно приближённо записать, что

$$\frac{1}{R_0^2}\frac{\partial}{\partial\rho}\left[\frac{1}{\rho}\frac{\partial(\rho\hat{C}_+)}{\partial\rho}\right]=\frac{\partial^2\hat{C}_+}{\partial Y^2},\quad \frac{\delta(\rho-1)}{R_0}=\delta(Y),\quad \frac{1}{R_0^2}\frac{\partial}{\partial\rho}[f(\rho)J]=-\frac{\partial}{\partial Y}[f(Y)J],\quad \frac{\nu_{01}^2}{R_0^2}\to 0. \tag{56}$$

Соответственно в рамках квазиплоской модели для описания формирования азимутальной структуры поля могут быть использованы трёхмерные уравнения (51), в которых поперечная (т. е. азимутальная) координата $X = r_0\varphi$. При этом считается, что трубчатый электронный пучок равномерно распределён по периметру, т. е. $F(X) = \mathrm{const}$, а цилиндрическая геометрия учитывается постановкой циклических граничных условий по азимутальной координате

$$C_+(X+L_x,Z,Y,\tau)=C_+(X,Z,Y,\tau),\qquad C_-(X+L_x,Z,Y,\tau)=C_-(X,Z,Y,\tau), \tag{57}$$

где $L_x = 2\pi Gkr_0$ — нормированный периметр. Условие цикличности (57) позволяет разложить решение в ряд Фурье

$$C_\pm(X,Z,Y,\tau)=\sum_{m=-\infty}^{+\infty}C_\pm^m(Z,Y,\tau)\exp(2\pi imX/L_x), \tag{58}$$

в котором амплитуда каждой гармоники может рассматриваться как амплитуда моды с азимутальным индексом m. В результате уравнения (51) приводятся к виду [38]

$$\begin{gathered}\frac{\partial\hat{C}_+^m}{\partial Z}+\frac{\partial\hat{C}_+^m}{\partial\tau}+i\,\frac{\partial^2\hat{C}_+^m}{\partial Y^2}+iP^2m^2\hat{C}_+^m=i\hat{\alpha}\hat{C}_-^m\delta(Y)-\frac{1}{B_\mathrm{e}}\frac{\partial}{\partial Y}[J_mF(Y)],\\ -\frac{\partial\hat{C}_-^m}{\partial Z}+\frac{\partial\hat{C}_-^m}{\partial\tau}+i\,\frac{\partial^2\hat{C}_-^m}{\partial Y^2}+iP^2m^2\hat{C}_-^m=i\hat{\alpha}\hat{C}_+^m\delta(Y),\\ \left(\frac{\partial}{\partial Z}+\beta_0^{-1}\frac{\partial}{\partial\tau}\right)^2\theta=\mathrm{Re}\sum_{m=-\infty}^{+\infty}\left[\frac{\partial\hat{C}_+^m}{\partial Y}\exp(i\theta+2\pi imx/l_x)\right],\end{gathered} \tag{59}$$

где

$$J_m=\frac{2}{\pi L_xB_\mathrm{e}}\int\limits_0^{L_x}\int\limits_0^{2\pi}F(Y)\exp(-imPx)\exp(-i\theta)\,\mathrm{d}X\,\mathrm{d}\theta_0$$

— фурье-амплитуда электронного тока, $P = 2\pi/L_x$.

На рис. 12*а* представлены результаты моделирования конкуренции азимутальных мод в многоволновых черенковских генераторах [8] при экспериментально реализованном среднем радиусе волновода $r_0 = 4{,}5$ см. В качестве начальных условий заданы небольшие затравочные амплитуды, одинаковые для различных мод. При заданном отношении радиуса системы к длине волны инкремент несимметричных по азимуту мод значительно меньше инкремента азимутально-симметричной моды. В результате моды с отличным от нуля азимутальным индексом подавляются на этапе нелинейной конкуренции, и устанавливается стационарный режим генерации с возбуждением азимутально-симметричной моды. С увеличением радиуса системы при сохранении неизменной плотности тока инкременты возбуждения мод с различными азимутальными индексами сближаются. Тем не менее в случае одинаковых начальных условий для всех мод в результате нелинейной конкуренции остаётся только азимутально-симметричная мода. Однако,

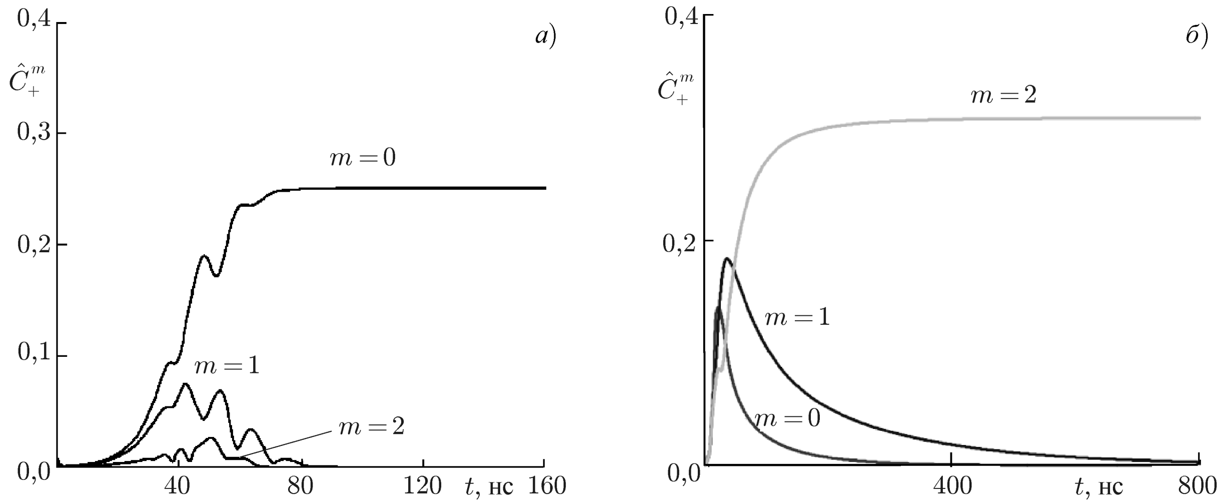

Рис. 12. Моделирование формирования азимутальной структуры поля в многоволновом черенковском генераторе. Временны́е зависимости амплитуд мод с различными азимутальными индексами при радиусе волновода $r_0 = 4{,}5$ см (*а*) и $r_0 = 22{,}5$ см (*б*)

если в качестве начального условия задать затравку только для моды с азимутальным индексом $m = 1$, то установится стационарный режим генерации именно на этой моде, т. е. в многоволновом черенковском генераторе возникает мультистабильность режимов генерации. Дальнейшее увеличение радиуса системы при фиксированной длине волны приводит к генерации на несимметричных по азимуту модах уже при одинаковых начальных условиях для различных мод, как это видно из рис. 12*б* при $r_0 = 22{,}5$ см. Обеспечить стабильность одномодового режима генерации в случае цилиндрической геометрии можно также за счёт использования двумерно-периодических структур [39].

7. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, развиваемый в данной работе квазиоптический подход позволяет описать распространение волн над периодически гофрированными поверхностями, а также их возбуждение релятивистским электронным потоком. На его основе построена линейная и нелинейная теории усилителей и генераторов поверхностной волны с квазистационарными электронными потоками. Показана перспективность указанного класса приборов как источников мощного субмиллиметрового электромагнитного излучения.

Важно подчеркнуть достаточную универсальность квазиоптического подхода и возможность его использования во многих других задачах. Прежде всего, он может быть эффективен для описания новых схем релятивистских черенковских генераторов, в частности генераторов поверхностной волны с двумерно-периодическими структурами [36, 37, 40]. Кроме того, квазиоптический подход может быть использован для анализа различных нестационарных процессов, включая эффекты коротковолнового (терагерцового) сверхизлучения протяжённых в масштабе длины волны электронных сгустков, движущихся над гофрированной поверхностью [40].

Важно также подчеркнуть, что полученное при анализе схем усилителей импедансное приближение с точностью до определения импеданса χ в уравнениях (34) позволяет описать конвективную неустойчивость, возникающую при прямолинейном движении электронного потока над границами различных сред, например над границей сильно закритической плазмы или металлической поверхностью, покрытой диэлектрической плёнкой. В работе [41] на его основе с использованием импедансных граничных условий Леонтовича построена нелинейная теория диссипативной неустойчивости электронного потока, движущегося над регулярной металлической поверхностью с конечной проводимостью.

Авторы признательны Е. Р. Кочаровской за помощь в работе и полезные обсуждения.

Работа выполнена при поддержке Федеральной целевой программы «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 годы, РФФИ (гранты 13–08–01281 и 12–08–31491), гранта Президента РФ МК–7314.2013.2, а также фонда «Династия».

ПРИЛОЖЕНИЕ

Из бриллюэновской диаграммы (рис. 3) следует, что при достаточно сильном смещении точки черенковского синхронизма от вершины дисперсионной кривой нормальной волны должен иметь место переход от режима с возбуждением колебаний π-вида к традиционным режимам лампы обратной волны, в которых поле может быть представлено как комбинация основной объёмной, $\hat{C}_-$, и прижатой синхронной пространственных гармоник, в которую в описываемом ниже предельном переходе трансформируется поле попутной волны $\hat{C}_+$. Предположим, что на дисперсионной диаграмме выполнено соотношение

$$|\Omega/c| \sim \Delta \gg \alpha^2 \bar{h}. \tag{П.1}$$

В таких условиях преобразуем систему нелинейных уравнений (47) к эквивалентной форме, выбрав в качестве несущей частоту точного черенковского синхронизма. Этому соответствует следующая замена переменных:

$$\hat{C}_\pm = \tilde{C}_\pm(\tau, Z)\exp[i\hat{\Omega}\,(\tau + Z)], \qquad \tilde{\theta} = \theta - \hat{\Omega}\,(\tau - Z),$$

в результате которой указанные уравнения приобретают вид

$$\frac{\partial \tilde{C}_+}{\partial Z} + \frac{\partial \tilde{C}_+}{\partial \tau} - 2i\hat{\Omega}\tilde{C}_+ + i\,\frac{\partial^2 \tilde{C}_+}{\partial Y^2} = i\alpha \tilde{C}_- \delta(Y) - \frac{1}{B_{\text{e}}}\,\frac{\partial}{\partial Y}\,[F(Y)J], \tag{П.2а}$$

$$-\frac{\partial \tilde{C}_-}{\partial Z} + \frac{\partial \tilde{C}_-}{\partial \tau} + i\,\frac{\partial^2 \tilde{C}_-}{\partial Y^2} = i\alpha \tilde{C}_z^+ \delta(Y), \tag{П.2б}$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial Z} + \beta^{-1}\,\frac{\partial}{\partial \tau}\right)^2 \tilde{\theta} = \operatorname{Re}\left[\frac{\partial \tilde{C}_+}{\partial Y}\exp(i\tilde{\theta})\right]. \tag{П.2в}$$

При выполнении условия (П.1) в уравнении (П.2а) для $\tilde{C}_+$ можно пренебречь производными по продольной координате и времени по сравнению с членом $2i\hat{\Omega}\tilde{C}_+$, приведя его к виду

$$\frac{\partial^2 \tilde{C}_+}{\partial Y^2} - \hat{g}_{-1}^2 \tilde{C}_+ = i\hat{\alpha}\tilde{C}_- \delta(Y) - \frac{1}{B_{\text{e}}}\,\frac{\partial}{\partial Y}\,[JF(Y)], \tag{П.3}$$

где $\hat{g}_{-1} = \sqrt{2\hat{\Omega}}$ — волновое число по поперечной координате синхронной гармоники $\tilde{C}_+$. Решение уравнения (П.3) при $Y > 0$ находится в явном виде:

$$\tilde{C}_+ = -\,\frac{\alpha \tilde{C}_-(Y=0)}{\hat{g}_{-1}}\exp(-\hat{g}_{-1}Y) -$$

$$-\frac{i}{2\hat{g}_{-1}B_{\rm e}}\int\limits_0^\infty \frac{\partial[F(Y')J]}{\partial Y'}\Big\{\exp[-\hat{g}_{-1}\,|Y-Y'|]+\exp[-\hat{g}_{-1}\,(Y+Y')]\Big\}\,{\rm d}Y'. \qquad (\text{П.4})$$

Первый член в правой части (П.4) совпадает с амплитудой синхронной замедленной пространственной гармоники, возбуждаемой основной волной в задаче (17) без электронного потока (см. также [28]), а второй член описывает возбуждение этой гармоники электронным потоком.

После подстановки (П.4) в (П.2а) и (П.2б) и пренебрежения пропорциональными амплитуде высокочастотного тока членами в правой части уравнения движения получим следующую самосогласованную систему уравнений:

$$-\frac{\partial\tilde{C}_-}{\partial Z}+\frac{\partial\tilde{C}_-}{\partial\tau}+i\,\frac{\partial^2\tilde{C}_-}{\partial Y^2}+i\hat{\chi}\delta(Y)\tilde{C}_-=\frac{\hat{\alpha}\delta(Y)}{B_{\rm e}}\int\limits_0^\infty F(Y')J\exp(-\hat{g}_{-1}Y')\,{\rm d}Y', \qquad (\text{П.5а})$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial Z}+\beta_0^{-1}\,\frac{\partial}{\partial\tau}\right)^2\theta=-\hat{\alpha}\,{\rm Re}\Big[\tilde{C}_-(Y=0)\exp(i\theta-\hat{g}_{-1}Y)\Big]. \qquad (\text{П.5б})$$

Уравнения (П.5) описывают динамику сверхразмерной черенковской лампы обратной волны, в которой поперечная структура поля синхронной пространственной гармоники является фиксированной. Амплитуда этой гармоники спадает при удалении от гофрированной поверхности как $\exp(-\hat{g}_{-1}Y)$, в то время как поперечная структура основной гармоники не фиксирована и, прежде всего, определяется замедлением этой гармоники, задаваемым импедансной функцией $\hat{\chi}$. При этом фактор электронного возбуждения в правой части уравнения (П.5а) также вносит вклад в формирование пространственной структуры поля.

В случае, когда излучение распространяется в планарном волноводе с шириной b и на второй регулярной пластине выполнено граничное условие (44), электромагнитное поле может быть представлено как совокупность волноводных мод (45). Тогда система уравнений (П.5) преобразуется к виду, который позволяет исследовать конкуренцию мод в лампе обратной волны со сверхразмерным планарным волноводом:

$$\frac{\partial C_n}{\partial Z}+\frac{\partial C_n}{\partial\tau}+i\Phi_nC_n=\frac{2\hat{\alpha}}{(1+\delta_{n0})\,BB_{\rm e}}\int\limits_0^B F(Y')J\exp(-\hat{g}_{-1}Y')\,{\rm d}Y',$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial Z}+\beta_0^{-1}\,\frac{\partial}{\partial\tau}\right)^2\theta=-\hat{\alpha}\,{\rm Re}\sum_n C_n\exp(i\hat{\theta}-\hat{g}_{-1}Y). \qquad (\text{П.6})$$

Здесь δ_{n0} — символ Кронекера,

$$\Phi_n=\frac{2\hat{\chi}}{(1+\delta_{n0})\,B}-\left(\frac{\pi n}{B}\right)^2.$$

Дальнейшее упрощение уравнений (П.5) (или (П.6)) связано с предположением об одномодовой генерации, при которой электронный поток возбуждает единственную моду с номером $n = n_0$ с фиксированной поперечной структурой основной пространственной гармоники $\tilde{C}_-(Y,Z) = A(Z)\cos(n_0\pi Y/B)$. При этих предположениях система уравнений (П.5) трансформируется к канонической для генераторов типа лампы обратной волны форме

$$-\frac{\partial\check{A}}{\partial\check{Z}}+\frac{\partial\check{A}}{\partial\check{\tau}}+i\check{\Phi}_n\check{A}=-\frac{1}{B_{\rm e}}\int\limits_0^B F(Y)J\exp(-\hat{g}_{-1}Y)\,{\rm d}Y,$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial \check{Z}} + \frac{1}{\beta_0}\frac{\partial}{\partial \check{\tau}}\right)^2 \theta = -\mathrm{Re}[\check{A}\exp(i\theta - \hat{g}_{-1}Y)]. \qquad (\text{П.7})$$

Здесь $\check{Z} = \hat{\alpha}^{2/3}B^{-1/3}Z = Ckz$, $\check{A} = B\pi^{-1/3}A$, $\check{\Phi}_n = \Phi_n B^{1/3}\hat{\alpha}^{-2/3}$, а выражение для параметра Пирса приводится к стандартному виду [13]

$$C = \sqrt{\frac{G}{2}}\left(\frac{\alpha^2}{N}\right)^{1/3} = \left(\frac{4\pi e I_0}{mc^3 k}\,\frac{\mu}{\gamma}\,\frac{\alpha^2}{N}\right)^{1/3},$$

где $N = kb\,(1 + \delta_{n0})/2$ — норма возбуждаемой моды.

Таким образом, развиваемый здесь квазиоптический подход может рассматриваться как более универсальный метод описания стимулированного черенковского излучения релятивистских электронных потоков при движении над гофрированными поверхностями, который содержит традиционные модели лампы обратной волны и лампы бегущей волны [13] в качестве предельных частных случаев.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ковалёв Н. Ф., Петелин М. И., Райзер М. Д. и др. // Письма в ЖЭТФ. 1973. Т. 18. С. 32.
2. Белоусов В. И., Бункин Б. В., Гапонов-Грехов А. В. // Письма в Журн. техн. физ. 1978. Т. 4, № 23. С. 1 443.
3. Зайцев Н. И., Ковалёв Н. Ф., Кольчугин Б. Д., Фукс М. И. // Журн. техн. физ. 1982. Т. 52, № 8. С. 1 611.
4. Коровин С. Д., Ростов В. В., Тотьменинов Е. М. // Письма в Журн. техн. физ. 2005. Т. 31, № 10. С. 17.
5. Братман В. Л., Губанов В. П., Денисов Г. Г., и др. // Письма в Журн. техн. физ. 1984. Т. 10. С. 807.
6. Бугаев С. П., Канавец В. И., Кошелев В. И, Черепенин В. А. Релятивистские многоволновые СВЧ генераторы. Новосибирск: Наука, 1991.
7. Черепенин В. А. // УФН. 2006. Т. 176. С. 1 124.
8. Vlasov A. N., Shkvarunets A. G., Rodgers J. S., et al. // IEEE Trans. Plasma Sci. 2000. V. 28. P. 235.
9. Bratman V. L., Denisov G. G., Korovin S. D., et al. // IEEE Trans. Plasma Sci. 1987. V. 15. P. 2.
10. Волков А. Б., Зайцев Н. И., Иляков Е. В. и др. // Письма в Журн. техн. физ. 1992. Т. 18. С. 6.
11. Abubakirov E. B., Denisenko A. N., Fuchs M. I., et al. // IEEE Trans. Plasma Sci. 2002. V. 30. P. 1 041.
12. Korovin S. D., Eltchaninov A. A., Rostov V. V., et al. // Phys. Rev. E. 2006. V. 74. Art. no. 016501.
13. Ковалёв Н. Ф., Петелин М. И., Райзер М. Д. и др. // Релятивистская высокочастотная электроника / Под ред. А. В. Гапонова-Грехова. Горький: ИПФ АН СССР, 1979. 30 с.
14. Братман В. Л., Губанов В. П., Денисов Г. И. и др. // Релятивистская высокочастотная электроника. Вып. 4. / Под ред. А. В. Гапонова-Грехова. Горький: ИПФ АН СССР, 1984. 119 с.
15. Ковалёв Н. Ф., Петрухина В. И., Сморгонский А. В. // Радиотехника и электроника. 1975. Т. 20, № 6. С. 1 305.
16. Ковалёв Н. Ф., Сморгонский А. В. // Радиотехника и электроника. 1975. Т. 20, № 7. С. 1 547.
17. Гинзбург Н. С., Кузнецов С. П., Федосеева Т. Н. // Изв. вузов. Радиофизика. 1978. Т. 21, № 7. С. 1 037.
18. Вайнштейн Л. А., Солнцев В. А. Лекции по СВЧ электронике. М.: Сов. радио, 1973.

19. Трубецков Д. И., Храмов А. Е. Лекции по СВЧ электронике для физиков. М.: Физматлит, 2003.
20. Гинзбург Н. С., Завольский Н. А., Запевалов В. Е. и др. // Журн. техн. физ. 2000. Т. 70. С. 99.
21. Гапонов А. В., Петелин М. И., Юлпатов В. К. // Изв. вузов. Радиофизика. 1967. Т. 10, № 9–10, С. 1 414.
22. Shin Y. M., So J. K., Jang K. H., et al. // Phys. Rev. Lett. 2007. V. 99. Art. no. 147402.
23. Bratman V. L., Fedotov A. E., Makhalov P. B. // Appl. Phys. Lett. 2011. V. 98. Art. no. 061503.
24. Andrews H. L., Brau C. A. // Phys. Rev. Spec. Top. Accel. Beams. 2004. V. 7. Art. no. 070701.
25. Prokop C., Piot P., Lin M. C., et al. // Appl. Phys. Lett. 2010. V. 96. P. 1 515.
26. Каценеленбаум Б. З. Теория нерегулярных волноводов с медленно меняющимися параметрами. М., 1961.
27. Ковалёв Н. Ф., Орлова И. М., Петелин М. И. // Изв. вузов. Радиофизика. 1968. Т. 11. С. 783.
28. Ковалёв Н. Ф. // Электронная техника. Электроника СВЧ. 1978. № 3. С. 102.
29. Гинзбург Н. С., Заславский В. Ю., Малкин А. М., Сергеев А. С. // Письма в Журн. техн. физ. 2011. Т. 37, № 13. С. 31.
30. Ginzburg N. S., Malkin A. M., Sergeev A. S., et al. // Appl. Phys. Lett. 2011. V. 99. Art. no. 121505.
31. Гинзбург Н. С., Заславский В. Ю., Малкин А. М., Сергеев А. С. // Журн. техн. физ. 2012. Т. 82, № 12. С. 84.
32. Гинзбург Н. С., Малкин А. М., Железнов И. В. и др. // Письма в Журн. техн. физ. 2013. Т. 39, № 2. С. 50.
33. Вайнштейн Л. А. Электромагнитные волны. М.: Радио и связь, 1988.
34. Bratman V. L., Denisov G. G., Ginzburg N. S., Petelin M. I. // IEEE J. Quant. Electr. 1983. V. 19, No. 3. P. 282.
35. Гинзбург Н. С., Заславский В. Ю., Малкин А. М., Сергеев А. С. // Радиотехника и электроника. 2011. Т. 56, № 4. С. 468.
36. Ginzburg N. S., Malkin A. M., Sergeev A. S., Zaslavsky V. Yu. // Appl. Phys. Lett. 2012. V. 100. Art. no. 143510.
37. Гинзбург Н. С., Заславский В. Ю., Малкин А. М., Сергеев А. С.// Письма в Журн. техн. физ. 2012. Т. 38, № 4. С. 66.
38. Гинзбург Н. С., Песков Н. Ю., Сергеев А. С. // Изв. вузов. Радиофизика. 2001. Т. 44, № 5–6. С. 533.
39. Ginzburg N. S., Malkin A. M., Sergeev A. S., Zaslavsky V. Yu. // J. Appl. Phys. 2013. V. 113. Art. no. 104504.
40. Ginzburg N. S., Malkin A. M., Sergeev A. S., et al. // Phys. Rev. Lett. 2013. V. 110. Art. no. 184811.
41. Гинзбург Н. С., Малкин А. М., Железнов И. В. и др. // Письма в Журн. техн. физ. 2013. Т. 39, № 2. С. 52.

Поступила в редакцию 5 июня 2013 г.; принята в печать 30 сентября 2013 г.

QUASIOPTICAL THEORY OF RELATIVISTIC ČERENKOV GENERATORS AND AMPLIFIERS

N. S. Ginzburg, A. M. Malkin, V. Yu. Zaslavskiy, I. V. Zheleznov, A. S. Sergeev, and I. V. Zotova

We study propagation of electromagnetic waves over periodically corrugated surfaces and excitation of such waves by rectilinear relativistic electron flows within the framework of the quasioptical approach. Near a periodic structure, the electromagnetic field can be expanded into a sum of spatial harmonics, which in the case of a low corrugation depth are paraxial wave beams whose relationship is described within the framework of the method of equivalent surface magnetic currents. Under these assumptions, we obtain a dispersion equation for normal waves, and two extreme cases are singled out on its basis. In the first case, the radiation frequency is far from the frequency of the Bragg resonance, and wave propagation can be described within the framework of impedance approximation, where the field is represented in the form of the fundamental slow wave and its spatial harmonics. In the case of interaction with the electron flow, this case corresponds to convective instability, when particle are synchronous with the fundamental (zeroth) or higher spatial harmonics (the traveling-wave tube regime), and absolute instability, when particles are synchronous with the spatial harmonic of the backward waves (the backward-wave oscillator regime). In the second extreme case, which is realized at the frequencies being close to the Bragg resonance, the field is represented as two counter-propagating quasioptical wave beams. This determines the absolute character of the instability, which is used in generators of the surface wave at the π-type modes. Basing on the developed theory, we determined main characteristics of the amplifier and generator schemes including increments, energy exchange efficiency, and formation of the spatial self-consistent structure of the radiated field. Application perspectiveness of relativistic amplifiers and generators of surface waves in the submillimeter-wave band is demonstrated.