

УДК 537.9+538.915+538.958

## РАДИАЦИОННОЕ ВРЕМЯ ЖИЗНИ ЭКСИТОНОВ ВАНЬЕ—МОТТА В НАНОКЛАСТЕРАХ ПОЛУПРОВОДНИКОВ С ПРЯМОЙ И НЕПРЯМОЙ ЗОННЫМИ СТРУКТУРАМИ

*В. А. Кукушкин*

Институт прикладной физики РАН,  
Нижегородский госуниверситет им. Н. И. Лобачевского, г. Нижний Новгород, Россия

В работе вычислено радиационное время жизни экситонов Ванье—Мотта в потенциальных ямах, сформированных нанокластерами узкозонных полупроводников в широкозонных материалах. Проанализированы примеры нанокластеров полупроводников как с прямой (InAs), так и с непрямой (алмаз) зонными структурами. Показано, что в случае нанокластеров прямозонных полупроводников радиационное время жизни находящихся в них экситонов Ванье—Мотта определяется происходящей без участия фононов рекомбинацией составляющих экситоны электронов и дырок и существенно увеличивается с уменьшением размера кластера. В случае нанокластеров непрямозонных полупроводников радиационное время жизни находящихся в них экситонов Ванье—Мотта определяется рекомбинацией составляющих экситоны электронов и дырок, происходящей с одновременным излучением фононов, и слабо зависит от размеров кластеров. Эффект увеличения радиационного времени жизни экситонов Ванье—Мотта в нанокластерах прямозонных полупроводников при уменьшении их размеров может быть использован в различных экспериментах с экситонами, требующих для своего осуществления сравнительно большого времени.

### ВВЕДЕНИЕ

Экситоны играют важную роль в оптических свойствах твёрдых тел. Существуют два типа экситонов: экситоны Френкеля и экситоны Ванье—Мотта [1]. Экситон Френкеля [2] также называется экситоном малого радиуса и образуется связанной парой электрона и дырки, локализованных на одном и том же узле кристаллической решётки. Такая пара может передвигаться по кристаллу, переходя с одного его узла на другой. Напротив, экситон Ванье—Мотта [3], называемый также экситоном большого радиуса, образуется связанной парой электрона и дырки, которые могут находиться в различных узлах кристаллической решётки или в пространстве между ними. В полупроводниках и основанных на них наногетероструктурах наиболее часто наблюдается именно последний тип экситонов, который и будет рассмотрен в настоящей работе.

Важнейшей характеристикой экситона является его время жизни, определяющее максимальную длительность всех связанных с ним процессов и явлений. Увеличение времени жизни экситона позволяет изучать связанные с ним явления на достаточно больших временных интервалах и найти новые практические приложения его свойств. Время жизни экситона определяется процессами радиационной и нерадиационной рекомбинации составляющих его электрона и дырки. Радиационная рекомбинация сопровождается излучением фотона с энергией, примерно равной энергии экситона. Нерадиационная рекомбинация заключается в захвате экситона потенциальными ловушками и последующем излучении фотона, энергия которого, однако, значительно меньше энергии фотона, излучаемого при радиационной рекомбинации. Скорость захвата экситонов потенциальными ловушками определяется их типом и концентрацией и, следовательно, сильно зависит от качества и чистоты кристалла, т. е. от конкретной технологии его изготовления. Напротив, скорость радиационной рекомбинации экситона не зависит от особенностей процесса получения кристалла и определяется лишь его фундаментальными параметрами. Поэтому она

одинакова для всех кристаллов данного типа и определяет, таким образом, нижний предел скорости рекомбинации находящихся в них экситонов.

Целью настоящей работы является вычисление радиационного времени жизни экситона Ванье—Мотта в полупроводниках как с прямой, так и с непрямой структурой зон и нахождение способа его увеличения. Для этого в следующем разделе рассмотрена структура такого экситона и описано его взаимодействие с квантованным электромагнитным полем и фононами. В разделе 2 рассмотрен пример экситона Ванье—Мотта в нанокластере InAs (узкозонный полупроводник с прямой структурой зон), внедрённом в GaAs (широкозонный полупроводник). Показано, что уменьшение размеров такого кластера позволяет существенно увеличить время жизни экситона. В разделе 3 рассмотрен пример экситона Ванье—Мотта в алмазном нанокластере (непрямозонный полупроводник), внедрённом в полимер. Показано, что размеры такого кластера практически не влияют на время жизни экситона. В последнем разделе перечислены основные результаты работы.

## 1. ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ЭКСИТОНА ВАНЬЕ—МОТТА С КВАНТОВАННЫМ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫМ ПОЛЕМ И ФОНОНАМИ

Представим состояния электрона в кристаллическом кластере блоховскими функциями  $\phi_{j\mathbf{k}} = u_j(\mathbf{r}) \exp(i\mathbf{k}\mathbf{r})/\sqrt{V}$ , где индекс  $j$  обозначает зону энергии ( $j = v$  для валентной зоны и  $j = c$  для зоны проводимости,  $\mathbf{r}$  — радиус-вектор электрона,  $\mathbf{k}$  — его квазиволновой вектор,  $V$  — объём кластера, функции  $u_j(\mathbf{r})$  — спиноры, причём  $u_j(\mathbf{r}) = u_j(\mathbf{r} + \mathbf{a})$ , где  $\mathbf{a}$  — любой трансляционный вектор решётки Браве.

Основное состояние кристалла описывается волновой функцией  $\Psi_0 = (1/N!) \Sigma \prod_{\mathbf{k}} \phi_{v\mathbf{k}}$ , где знак  $\Sigma$  означает антисимметризацию по радиус-векторам и спинам электронов,  $\mathbf{k}$  пробегает всю первую зону Бриллюэна, а его дискретные значения в ней определяются периодическими граничными условиями Борна—Кармана,  $N$  — число разрешённых состояний в валентной зоне. Назовём экситоном Ванье—Мотта [4] возбуждённое состояние кластера, описываемое волновой функцией  $\Psi_{\mathbf{k}_e n} = (1/N!) \Sigma \sum_{\mathbf{k}} c_{\mathbf{k}n} \phi_{c\mathbf{k}} \prod_{\mathbf{k}' \neq \mathbf{k} - \mathbf{k}_e} \phi_{v\mathbf{k}'}$ , где  $\mathbf{k}_e$  — квазиволновой вектор центра масс экситона, индекс  $n$  обозначает номер внутреннего квантового состояния экситона,  $c_{\mathbf{k}n}$  — некоторые численные коэффициенты, определяемые следующим образом. Рассмотрим формальное преобразование Фурье

$$\sum_{\mathbf{k}} c_{\mathbf{k}n} \exp[i\mathbf{k}\mathbf{r}_{el} - i(\mathbf{k} - \mathbf{k}_e)\mathbf{r}_h] / V \equiv \exp(i\mathbf{k}_e\mathbf{r}_e) / V^{1/2} \times \\ \times \sum_{\mathbf{k}} c_{\mathbf{k}n} \exp\{i[\mathbf{k} - \mathbf{k}_e m_{el} / (m_{el} + m_h)](\mathbf{r}_{el} - \mathbf{r}_h)\} / V^{1/2} \equiv \exp(i\mathbf{k}_e\mathbf{r}_e) / V^{1/2} \psi_n(\mathbf{r}_{el} - \mathbf{r}_h), \quad (1)$$

где  $\mathbf{r}_{el}$  и  $\mathbf{r}_h$  — некоторые радиус-векторы,  $\mathbf{r}_e = (m_{el}\mathbf{r}_{el} + m_h\mathbf{r}_h) / (m_{el} + m_h)$ ,  $m_{el}$  и  $m_h$  — эффективные массы электрона и дырки соответственно. Выберем численные коэффициенты  $c_{\mathbf{k}n}$  таким образом, чтобы функция  $\psi_n(\mathbf{r}_{el} - \mathbf{r}_h)$  была волновой функцией водородоподобного атома в состоянии  $n$ , в котором, однако, в отличие от обычного атома водорода приведённая масса электрона и протона заменена на приведённую эффективную массу электрона и дырки  $m_{el}m_h / (m_{el} + m_h)$ , а кулоновский потенциал взаимодействия электрона и протона уменьшен в  $\epsilon_{st}$  раз, где  $\epsilon_{st}$  — статическая диэлектрическая проницаемость кристалла.

Выражение (1) формально описывает находящийся в однородной среде со статической диэлектрической проницаемостью  $\epsilon_{st}$  водородоподобный атом, состоящий из двух частиц с зарядами  $e$  и  $-e$ , где  $e$  — абсолютная величина заряда электрона, радиус-векторами  $\mathbf{r}_{el}$  и  $\mathbf{r}_h$  и массами

$m_{el}$  и  $m_h$ . Функция  $\exp(i\mathbf{k}_e \mathbf{r}_e)/V^{1/2}$  описывает свободное движение центра масс атома, радиус-вектор которого равен  $\mathbf{r}_e$ , а функция  $\psi_n(\mathbf{r}_{el} - \mathbf{r}_h)$  — относительное движение составляющих его двух частиц. Энергия состояния (1), очевидно, равна  $\hbar^2 k_e^2/[2(m_{el} + m_h)] - e^4 m_{el} m_h/[2\hbar^2 \varepsilon_{st}^2 (m_{el} + m_h) n^2]$ , а характерный радиус такого водородоподобного атома в основном (соответствующем  $n = 1$ ) квантовом состоянии даётся формулой  $r_{ex} = \hbar^2 \varepsilon_{st} (m_{el} + m_h)/(e^2 m_{el} m_h)$ , где  $\hbar$  — постоянная Планка. Назовём эту энергию в сумме с шириной  $E_g$  запрещённой зоны кристаллического кластера энергией экситона  $E_{k_{en}}$ , а радиус  $r_{ex}$  — радиусом экситона.

Здесь необходимо заметить, что для справедливости проведённого выше рассмотрения необходимо, чтобы равные по порядку величины  $V^{1/3}$  линейные размеры кластера, в котором находится экситон, превосходили  $r_{ex}$ . Только в этом случае описанная выше структура экситона Ванье—Мотта не разрушается удерживающим потенциалом кластера. В связи с этим отметим, что при нахождении зависимости радиационного времени жизни экситона от размеров кластера, как правило, рассматривается противоположный случай, когда радиус экситона превышает размеры кластера (см., например, [5–10]). Очевидно, что в этом случае удерживающий потенциал кластера разрушает экситон Ванье—Мотта и рассматриваемая в такой ситуации зависимость радиационного времени жизни экситона от размеров такого кластера отвечает экситону другого типа.

Взаимодействие экситона Ванье—Мотта с квантованным электромагнитным полем описывается матричным элементом  $\langle \Psi_0 | -i\hbar e/(mc) \sum_{\mathbf{r}} \hat{\mathbf{A}}(\mathbf{r}, t) \nabla_{\mathbf{r}} | \Psi_{k_{en}} \rangle$  резонансной части нерелятивистского гамильтониана взаимодействия электронов с квантованным электромагнитным полем [11]. Здесь  $m$  — масса покоя свободного электрона,  $c$  — скорость света в вакууме, суммирование выполняется по радиус-векторам  $\mathbf{r}$  всех электронов,  $\nabla_{\mathbf{r}}$  — оператор набла, действующий на координаты радиус-вектора  $\mathbf{r}$ . Оператор вектор-потенциала электромагнитного поля [12]<sup>1</sup> имеет вид

$$\hat{\mathbf{A}}(\mathbf{r}, t) = \sum_{\mathbf{k}_{ph\alpha}} [\hat{a}_{\mathbf{k}_{ph\alpha}} \mathbf{A}_{\mathbf{k}_{ph\alpha}} \exp(-i\omega_{ph}t + i\sqrt{\varepsilon} \mathbf{k}_{ph} \mathbf{r}) + \hat{a}_{\mathbf{k}_{ph\alpha}}^+ \mathbf{A}_{\mathbf{k}_{ph\alpha}}^* \exp(i\omega_{ph}t - i\sqrt{\varepsilon} \mathbf{k}_{ph} \mathbf{r})],$$

где  $\omega_{ph}$  и  $\mathbf{k}_{ph}$  — частота и вакуумный волновой вектор фотона, связанные дисперсионным соотношением  $k_{ph} = \omega_{ph}/c$ , дискретные значения  $\mathbf{k}_{ph}$ , по которым выполняется суммирование, определяются периодическими граничными условиями Борна—Кармана,  $\varepsilon$  — действительная диэлектрическая проницаемость кристаллического кластера на частоте  $\omega_{ph}$  (согласно предыдущему примечанию примерно равная диэлектрической проницаемости окружения кластера), индекс  $\alpha = 1, 2$  обозначает две ортогональные поляризации фотонов,  $\hat{a}_{\mathbf{k}_{ph\alpha}}$  и  $\hat{a}_{\mathbf{k}_{ph\alpha}}^+$  — операторы уничтожения и рождения фотона с волновым вектором  $\mathbf{k}_{ph}$  и поляризацией  $\alpha$ ,  $\mathbf{A}_{\mathbf{k}_{ph\alpha}} = c \sqrt{2\pi\hbar/(\varepsilon\omega_{ph}V')}$   $\mathbf{e}_{\mathbf{k}_{ph\alpha}}$ ,  $V'$  — нормирующий объём, значительно превышающий  $V$ ,  $\mathbf{e}_{\mathbf{k}_{ph\alpha}}$  — единичные векторы поляризации фотонов,  $\mathbf{k}_{ph} \mathbf{e}_{\mathbf{k}_{ph\alpha}} = 0$ ,  $\mathbf{e}_{\mathbf{k}_{ph\alpha}}^* \mathbf{e}_{\mathbf{k}_{ph\alpha}'} = \delta_{\alpha\alpha'}$ , где  $\delta_{\alpha\alpha'}$  — символ Кронекера.

Можно показать, что в резонансном приближении имеет место соотношение

<sup>1</sup> Здесь предполагается, что поле внутри и вне кластера разлагается по одному и тому же набору плоских волн с одним и тем же набором коэффициентов разложения. В случае кластера InAs в GaAs такое приближение справедливо, поскольку согласно [13] диэлектрическая проницаемость GaAs на рекомбинационной частоте экситона в InAs равна 11 и мало отличается от соответствующей диэлектрической проницаемости InAs, примерно равной 12,4. Поэтому для оценок допустимо не учитывать дифракцию электромагнитного поля на сферическом кластере. В случае нанокластера алмаза, внедрённого в полимер, отличие диэлектрических проницаемостей алмаза и полимера может быть значительным. Однако если нанокластеры алмаза расположены достаточно близко друг к другу, так что расстояние между ними значительно меньше их размеров, то усреднённая диэлектрическая проницаемость среды вне кластера алмаза будет близка к диэлектрической проницаемости алмаза и для оценок электромагнитное поле внутри и вне кластера также можно разложить по одному и тому же набору плоских волн с одним и тем же набором коэффициентов разложения.

$$\left\langle \Psi_0 \left| \frac{-i\hbar e}{mc} \sum_{\mathbf{r}} \hat{\mathbf{A}}(\mathbf{r}, t) \nabla_{\mathbf{r}} \right| \Psi_{\mathbf{k}_e n} \right\rangle \approx - \sum_{\mathbf{k}_{ph\alpha}} \mathbf{E}_{\mathbf{k}_{ph\alpha}}^* \hat{a}_{\mathbf{k}_{ph\alpha}}^+ \frac{V_c}{V} \sum_{\mathbf{r}_c} \exp[i\omega_{ph}t + i(\mathbf{k}_e - \sqrt{\varepsilon} \mathbf{k}_{ph}) \mathbf{r}_c] \sum_{\mathbf{k}} \mathbf{d}_{cv} c_{\mathbf{k}n}, \quad (2)$$

где  $\mathbf{r}_c$  — радиус-векторы узлов кристаллической решётки Браве, каждый из которых лежит в своей примитивной элементарной ячейке,  $\mathbf{E}_{\mathbf{k}_{ph\alpha}} = i \sqrt{2\pi\hbar\omega_{ph}/(\varepsilon V')}$   $\mathbf{e}_{\mathbf{k}_{ph\alpha}}$ , межзонный матричный элемент

$$\mathbf{d}_{cv} = - \frac{e\hbar^2}{mE_g} \int_{\text{cell}} u_v^*(\mathbf{r}) [\nabla u_c(\mathbf{r}) + i\mathbf{k}u_c(\mathbf{r})] \exp[i(\mathbf{k}_e - \sqrt{\varepsilon} \mathbf{k}_{ph}) \mathbf{r}] d^3r/V_c$$

имеет размерность дипольного момента, в формуле для него подразумевается суммирование по спиновым индексам, интегрирование проводится по имеющей объём  $V_c$  примитивной элементарной ячейке кристаллического кластера. Величина  $|\nabla u_c(\mathbf{r})|$  порядка  $u_c(\mathbf{r})/V_c^{1/3}$ , а величина  $|\mathbf{k}u_c(\mathbf{r})|$ , как видно из (1), не может существенно превышать наибольшую из величин  $u_c(\mathbf{r})/r_{ex}$  и  $k_{eT}u_c(\mathbf{r})$ , где  $k_{eT} \sim \sqrt{k_B T m_e}/\hbar$  — модуль теплового квазиволнового вектора экситона,  $m_e = m_{el} + m_h$  — масса экситона,  $T$  — температура системы,  $k_B$  — постоянная Больцмана. В дальнейшем будет рассматриваться обычный для полупроводников случай, когда размер  $V_c^{1/3}$  значительно меньше длин  $r_{ex}$  и  $1/k_{eT}$ , в результате чего в формуле для  $\mathbf{d}_{cv}$  можно пренебречь слагаемым  $i\mathbf{k}u_c(\mathbf{r})$  по сравнению с  $\nabla u_c(\mathbf{r})$ . В итоге величина  $\mathbf{d}_{cv}$  оказывается не зависящей от  $\mathbf{k}$  и поэтому может быть вынесена за знак суммы по  $\mathbf{k}$  в (2). Тогда принимаем во внимание указанное выше определение численных коэффициентов  $c_{\mathbf{k}n}$  и считаем, что экситон находится в основном внутреннем квантовом состоянии (т. е.  $n = 1$ ). В результате легко находим, что  $\sum_{\mathbf{k}} c_{\mathbf{k}1} = \sqrt{V} \psi_1(0) = \sqrt{V/(\pi r_{ex}^3)}$ .

Умноженная на  $V_c/V$  сумма по  $\mathbf{r}_c$  в (2) может быть заменена интегралом по объёму кластера  $V$ . Такая замена даёт правильный результат не только в случае, когда  $|\mathbf{k}_e - \sqrt{\varepsilon} \mathbf{k}_{ph}| \ll 1/V_c^{1/3}$ , но по порядку величины и в случае  $|\mathbf{k}_e - \sqrt{\varepsilon} \mathbf{k}_{ph}| \sim 1/V_c^{1/3}$ . Тогда считаем, что кластер с объёмом  $V$  имеет форму сферы с радиусом  $R$  (так что  $V = 4\pi R^3/3$ ), и получаем

$$\sum_{\mathbf{r}_c} \exp[i(\mathbf{k}_e - \sqrt{\varepsilon} \mathbf{k}_{ph}) \mathbf{r}_c] V_c/V \approx 3(\sin \kappa - \kappa \cos \kappa)/\kappa^3,$$

где  $\kappa = R \sqrt{k_e^2 + \varepsilon k_{ph}^2 - 2k_e \sqrt{\varepsilon} k_{ph} \cos \theta}$ ,  $\theta$  — угол между векторами  $\mathbf{k}_e$  и  $\mathbf{k}_{ph}$ .

Взаимодействие экситонов с фононами в рассматриваемом ниже случае достаточно низких температур, когда возможны лишь процессы с рождением фононов, описывается матричным элементом

$$\langle \Psi_{\mathbf{k}_e - \mathbf{k}_p n} | \sum_{\mathbf{r}} \hat{H}_{e-ph}(\mathbf{r}) | \Psi_{\mathbf{k}_e n} \rangle = \sum_{\beta} H_{\beta} \hat{b}_{\mathbf{k}_p \beta}^+ \exp(i\omega_p t),$$

где  $\hat{H}_{e-ph} = \sum_{\mathbf{k}_p \beta} H_{\beta} \hat{b}_{\mathbf{k}_p \beta}^+ \exp(-i\mathbf{k}_p \mathbf{r} + i\omega_p t)$  — часть гамильтониана электрон-фононного взаимодействия, отвечающая процессам рождения фононов,  $\hat{b}_{\mathbf{k}_p \beta}^+$  — оператор рождения фонона с волновым вектором  $\mathbf{k}_p$  и типом  $\beta$ ,  $\omega_p$  — частота фонона,  $H_{\beta}$  — коэффициент, зависящий для данного кристалла от типа фонона.

Ниже будут рассматриваться случаи кластеров из гетеро- и гомеополярных кристаллов. В кластерах первого типа в электрон-фононном взаимодействии основную роль играют продольные оптические фононы ( $\beta = \text{LO}$ ), которые изменяют дипольный момент примитивных элементарных ячеек кластера и поэтому приводят к генерации электрического поля. В этом случае для

кластера, содержащего в примитивной элементарной ячейке два атома [14], коэффициент

$$H_{LO} = 4\pi e^2 \sqrt{\hbar} Z (m_1 + m_2) / (\sqrt{2\rho m_1 m_2 \omega_p V''} V_c k_p),$$

где  $Z$  — степень ионности связи, т. е. нормированная на  $e$  абсолютная величина зарядов атомов,  $m_1$  и  $m_2$  — их массы,  $\rho$  — плотность кристалла,  $V''$  — объём кристалла, в котором находится кластер.

В случае кластера из гомеоплярного кристалла (в частности, из рассматриваемого ниже алмаза) основную роль в экситон-фононном взаимодействии играют поперечные оптические фононы [15] ( $\beta = \text{TO}$ ), для которых в приближении потенциала деформации [14] коэффициент  $H_{\text{TO}} = \sqrt{\hbar} \Xi / \sqrt{2\rho \omega_p V''}$ , где  $\Xi$  — константа оптического потенциала деформации.

Необходимо отметить, что здесь при описании экситон-фононного взаимодействия не учитывается изменение параметров фононов за счёт существования границы кластера с окружающим его кристаллом. Однако подобные эффекты, как правило, невелики и не должны существенно изменить полученные ниже результаты.

## 2. РАДИАЦИОННОЕ ВРЕМЯ ЖИЗНИ ЭКСИТОНА ВАНЬЕ—МОТТА В НАНОКЛАСТЕРЕ InAs, ВНЕДРЁННОМ В GaAs

Рассмотрим кластер узкозонного полупроводника InAs, внедрённый в широкозонный полупроводник GaAs. Оба указанных полупроводника являются прямозонными: в них максимум энергии валентной зоны и минимум энергии зоны проводимости соответствуют одной и той же точке в пространстве волновых векторов  $\mathbf{k}$ , а именно точке  $\mathbf{k} = 0$  ( $\Gamma$ -точка). Представим волновую функцию экситон-фотонной системы в виде

$$\sum_{\mathbf{k}_{\text{ph}}\alpha} c_{\mathbf{k}_{\text{ph}}\alpha} |\Psi_0\rangle |\mathbf{k}_{\text{ph}}\alpha\rangle \exp(-it\omega_{\text{ph}}) + c_{\mathbf{k}_e} |\Psi_{\mathbf{k}_e1}\rangle |0\rangle \exp(-itE_{\mathbf{k}_e1}/\hbar),$$

где не зависящее от времени состояние  $|0\rangle$  отвечает отсутствию фотонов, а независящее от времени состояние  $|\mathbf{k}_{\text{ph}}\alpha\rangle$  — одному фотону с волновым вектором  $\mathbf{k}_{\text{ph}}$  и поляризацией  $\mathbf{e}_{\mathbf{k}_{\text{ph}}\alpha}$ ; считается, что экситон может находиться только в основном внутреннем квантовом состоянии.

Система уравнений для коэффициентов  $c_{\mathbf{k}_e}$  и  $c_{\mathbf{k}_{\text{ph}}\alpha}$ , следующая из уравнения Шрёдингера, имеет вид

$$i\hbar \dot{c}_{\mathbf{k}_e} = - \sum_{\mathbf{k}_{\text{ph}}\alpha} (\mathbf{d}\mathbf{E}_{\mathbf{k}_{\text{ph}}\alpha}) \exp[-it(\hbar\omega_{\text{ph}} - E_{\mathbf{k}_e1})/\hbar] c_{\mathbf{k}_{\text{ph}}\alpha} 3 \frac{\sin \kappa - \kappa \cos \kappa}{\kappa^3}, \quad (3)$$

$$i\hbar \dot{c}_{\mathbf{k}_{\text{ph}}\alpha} = -(\mathbf{d}^* \mathbf{E}_{\mathbf{k}_{\text{ph}}\alpha}^*) \exp[it(\hbar\omega_{\text{ph}} - E_{\mathbf{k}_e1})/\hbar] c_{\mathbf{k}_e} 3 \frac{\sin \kappa - \kappa \cos \kappa}{\kappa^3}, \quad (4)$$

где  $\mathbf{d} = \mathbf{d}_{\text{cv}} \sqrt{V/(\pi r_{\text{ex}}^3)}$ , точка обозначает производную по времени.

Определяем значения  $c_{\mathbf{k}_{\text{ph}}\alpha}$  из (4) с начальными условиями  $c_{\mathbf{k}_{\text{ph}}\alpha}(t=0) = 0$  и подставляем их в (3), получаем интегродифференциальное уравнение для  $c_{\mathbf{k}_e}$ :

$$i\hbar \dot{c}_{\mathbf{k}_e} = - \frac{i}{\hbar} \int_0^t \sum_{\mathbf{k}_{\text{ph}}\alpha} |\mathbf{d}\mathbf{E}_{\mathbf{k}_{\text{ph}}\alpha}|^2 \exp[-i(t-t')(\hbar\omega_{\text{ph}} - E_{\mathbf{k}_e1})/\hbar] c_{\mathbf{k}_e}(t') \left( 3 \frac{\sin \kappa - \kappa \cos \kappa}{\kappa^3} \right)^2 dt'. \quad (5)$$

Заменим в (5) суммирование по  $\mathbf{k}_{\text{ph}}$  на интегрирование согласно формуле  $\sum_{\mathbf{k}_{\text{ph}}\alpha} \rightarrow \varepsilon^{3/2} V' / (2\pi)^3 \times \sum_{\alpha} \int d^3 k_{\text{ph}}$  и применим к этому выражению преобразование Лапласа. Решая полученное таким образом алгебраическое уравнение для образа Лапласа  $c_{\mathbf{k}_e p}$  коэффициента  $c_{\mathbf{k}_e}$  и применяя

обратное преобразование Лапласа, можно показать, что при начальном условии  $c_{\mathbf{k}_e}(t=0) = 1$  величина  $|c_{\mathbf{k}_e}(t)|^2 \approx \exp[-2\gamma(\mathbf{k}_e)t]$ . Характерное значение  $\gamma(\mathbf{k}_e)$  даётся величиной  $\bar{\gamma}(k_e)$ , зависящей лишь от модуля вектора  $\mathbf{k}_e$ :

$$\bar{\gamma}(k_e) = \frac{\omega_{\text{ph}0}^2 R}{\hbar c^2 k_e r_{\text{ex}}^3} |\mathbf{d}_{\text{cv}}|^2 \left[ \frac{\sin(2\kappa_+)}{\kappa_+^3} - \frac{1}{\kappa_+^2} - \frac{\sin^2 \kappa_+}{\kappa_+^4} - \frac{\sin(2\kappa_-)}{\kappa_-^3} + \frac{1}{\kappa_-^2} + \frac{\sin^2 \kappa_-}{\kappa_-^4} \right], \quad (6)$$

где  $\omega_{\text{ph}0} = E_{01}/\hbar$  — резонансная рекомбинационная частота, определённая в пренебрежении малой квазикинетической энергией экситона  $\hbar^2 k_e^2 / [2(m_{\text{el}} + m_{\text{h}})]$  по сравнению с  $E_{\text{g}} - e^4 m_{\text{el}} m_{\text{h}} / [2\hbar^2 \varepsilon_{\text{st}}^2 \times (m_{\text{el}} + m_{\text{h}})]$ ,  $\kappa_+ = R |k_e + \sqrt{\varepsilon} k_{\text{ph}0}|$ ,  $\kappa_- = R |k_e - \sqrt{\varepsilon} k_{\text{ph}0}|$ ,  $k_{\text{ph}0} = \omega_{\text{ph}0}/c$ .

Взаимодействие экситона с фононами может быть учтено следующим образом. Поскольку InAs является гетерополярным кристаллом, то, как указывалось выше, в нём при электрон-фононном взаимодействии основную роль играют продольные оптические фононы. Опишем состояние экситон-фотон-фононной системы волновой функцией

$$\sum_{\mathbf{k}_p \mathbf{k}_{\text{ph}} \alpha} c_{\mathbf{k}_p \mathbf{k}_{\text{ph}} \alpha} |\Psi_0 \mathbf{k}_p \mathbf{k}_{\text{ph}} \alpha\rangle \exp[-it(\omega_p + \omega_{\text{ph}})] + \\ + \sum_{\mathbf{k}_p} c_{\mathbf{k}_e - \mathbf{k}_p \mathbf{k}_p} |\Psi_{\mathbf{k}_e - \mathbf{k}_p} \mathbf{k}_p 0\rangle \exp[-it(E_{\mathbf{k}_e - \mathbf{k}_p} + \hbar\omega_p)/\hbar] + c_{\mathbf{k}_e} |\Psi_{\mathbf{k}_e 1 0 0}\rangle \exp(-itE_{\mathbf{k}_e}/\hbar),$$

где не зависящее от времени состояние  $|\Psi_{\mathbf{k}_e 1 0 0}\rangle$  отвечает экситону с квазиволновым вектором  $\mathbf{k}_e$  в основном внутреннем квантовом состоянии и отсутствию фотонов и фононов; не зависящее от времени состояние  $|\Psi_{\mathbf{k}_e - \mathbf{k}_p 1 \mathbf{k}_p 0}\rangle$  — экситону с квазиволновым вектором  $\mathbf{k}_e - \mathbf{k}_p$  в основном внутреннем квантовом состоянии, отсутствию фотонов и одному продольному оптическому фонону с квазиволновым вектором  $\mathbf{k}_p$ ; не зависящее от времени состояние  $|\Psi_0 \mathbf{k}_p \mathbf{k}_{\text{ph}} \alpha\rangle$  — отсутствию экситона, одному фотону с волновым вектором  $\mathbf{k}_{\text{ph}}$  и поляризацией  $\alpha$  и одному продольному оптическому фонону с квазиволновым вектором  $\mathbf{k}_p$ .

Следующая из уравнения Шрёдингера система уравнений для коэффициентов  $c_{\mathbf{k}_e - \mathbf{k}_p \mathbf{k}_p}$ ,  $c_{\mathbf{k}_e}$  имеет вид

$$i\hbar \dot{c}_{\mathbf{k}_e - \mathbf{k}_p \mathbf{k}_p} = H_{\text{LO}} \exp[it(E_{\mathbf{k}_e - \mathbf{k}_p} + \hbar\omega_p - E_{\mathbf{k}_e})/\hbar] c_{\mathbf{k}_e} - i\hbar \bar{\gamma}(|\mathbf{k}_e - \mathbf{k}_p|) c_{\mathbf{k}_e - \mathbf{k}_p \mathbf{k}_p}, \quad (7)$$

$$i\hbar \dot{c}_{\mathbf{k}_e} = \sum_{\mathbf{k}_p} H_{\text{LO}}^* \exp[-it(E_{\mathbf{k}_e - \mathbf{k}_p} + \hbar\omega_p - E_{\mathbf{k}_e})/\hbar] c_{\mathbf{k}_e - \mathbf{k}_p \mathbf{k}_p} - i\hbar \bar{\gamma}(|\mathbf{k}_e|) c_{\mathbf{k}_e}. \quad (8)$$

Здесь взаимодействие экситонов с фононами учтено введением в правые части уравнений релаксационных слагаемых, пропорциональных найденной выше величине  $\bar{\gamma}$ . Для упрощения последующих численных расчётов взято найденное выше характерное значение  $\gamma$ , зависящее только от величины квазиволнового вектора экситона.

Получив значения  $c_{\mathbf{k}_e - \mathbf{k}_p \mathbf{k}_p}$  из (7) с начальными условиями  $c_{\mathbf{k}_e - \mathbf{k}_p \mathbf{k}_p}(t=0) = 0$  и подставив их в (8), можно, аналогично выводу (5), получить интегродифференциальное уравнение для  $c_{\mathbf{k}_e}$ . Заменяем в этом уравнении суммирование по определяемым периодическими граничными условиями Борна—Кармана дискретным значениям  $\mathbf{k}_p$ , лежащим в пределах первой зоны Бриллюэна, на интегрирование по этой зоне согласно формуле  $\sum_{\mathbf{k}_p} \rightarrow V''/(2\pi)^3 \int d^3 k_p$  и применим к нему преобразование Лапласа. Решая полученное алгебраическое уравнение для образа Лапласа  $c_{\mathbf{k}_e p}$  коэффициента  $c_{\mathbf{k}_e}$  и применяя обратное преобразование Лапласа, можно показать, что при начальном условии  $c_{\mathbf{k}_e}(t=0) = 1$  величина  $|c_{\mathbf{k}_e}(t)|^2 \approx \exp(-2\bar{\Gamma}t)$ , где

$$\bar{\Gamma} \approx \bar{\gamma}(k_e) + \frac{V''}{(2\pi)^3 \hbar^2} \int \frac{|H_{\text{LO}}|^2 \bar{\gamma}(|\mathbf{k}_e - \mathbf{k}_p|) d^3 k_p}{(E_{\mathbf{k}_e - \mathbf{k}_p} + \hbar\omega_p - E_{\mathbf{k}_e})^2/\hbar^2 + \bar{\gamma}^2(|\mathbf{k}_e - \mathbf{k}_p|)}. \quad (9)$$

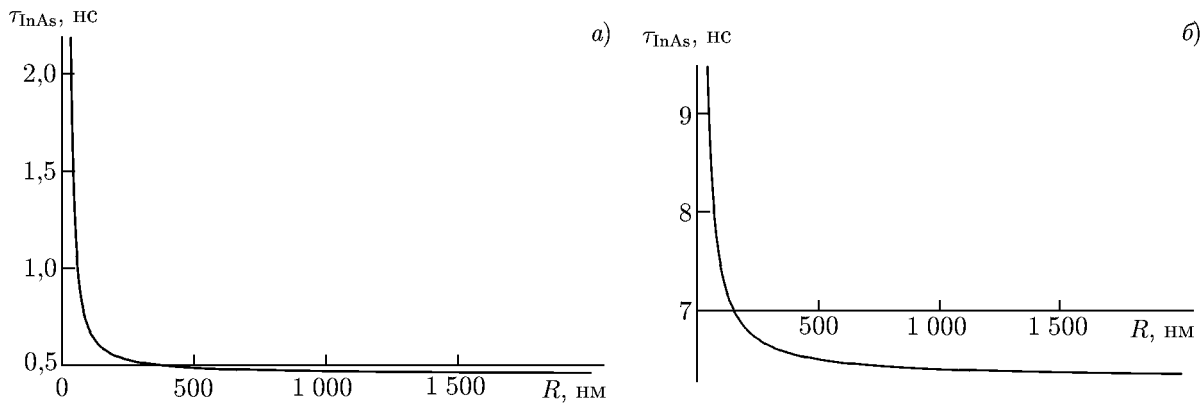


Рис. 1. Радиационное время жизни экситона Ванье—Мотта во внедрённом в GaAs нанокластере InAs как функция радиуса нанокластера  $R$  при  $T = 1,7$  К (а) и  $T = 10$  К (б)

Усреднённое по максвелловскому распределению экситонов  $k_e$  значение  $\bar{\Gamma}$  даётся формулой <sup>2</sup>

$$\langle \bar{\Gamma} \rangle = \int_0^\infty \bar{\Gamma}(k_e) 4\pi \hbar^3 k_e^2 \exp [ - (\hbar k_e)^2 / (2m_e k_B T) ] / (2\pi m_e k_B T)^{3/2} dk_e. \quad (10)$$

Таким образом, окончательно находим определяемое выражением  $\tau_{\text{InAs}} \equiv 1 / (2 \langle \bar{\Gamma} \rangle)$  радиационное время жизни экситона Ванье—Мотта в нанокластере InAs, внедрённом в GaAs.

Для получения численных оценок величины  $\tau_{\text{InAs}}$  рассмотрим экситон Ванье—Мотта, сформированный электроном и тяжёлой дыркой. Будем использовать следующие параметры InAs, взятые из [13, 17]: ширина запрещённой зоны  $E_g = 0,417$  эВ,  $|d_{cv}| \approx 100$  Д ( $1 \text{ Д} \approx 3,34 \cdot 10^{-30}$  Кл · м), диэлектрическая проницаемость на рекомбинационной частоте экситона  $\varepsilon = 12,4$ , статическая диэлектрическая проницаемость  $\varepsilon_{st} \approx 15,15$ , эффективная масса электрона  $m_{el} \approx 0,0265m$ , усреднённая по направлениям её квазиимпульса эффективная масса тяжёлой дырки  $m_h \approx 0,57m$ , плотность  $\rho = 5,667$  г/см<sup>3</sup>, частота продольного оптического фонона с волновым вектором, лежащим в окрестности Г-точки,  $\omega_p \approx 4,5 \cdot 10^{13}$  рад/с,  $Z \approx 0,357$ ,  $V_c = 0,889$  нм<sup>3</sup>. Тогда с помощью вышеприведённых формул легко найти, что  $r_{ex} \approx 30$  нм, а энергия связи основного внутреннего квантового состояния экситона  $e^4 m_{el} m_h / [2\hbar^2 \varepsilon_{st}^2 (m_{el} + m_h)] \approx 1,6$  мэВ.

Вычислим  $\tau_{\text{InAs}}$  в случае, когда величина  $k_B T$  меньше, чем эта энергия, т. к. в противном случае экситон будет разрушен тепловыми флуктуациями. Будем рассматривать нанокластеры InAs с радиусами  $R > r_{ex}$ , для которых удерживающий потенциал кластера не разрушает экситон Ванье—Мотта. Результаты соответствующих расчётов приведены на рис. 1. Видно, что при  $T = 1,7$  К радиационное время жизни экситона увеличивается почти в 5 раз при уменьшении радиуса нанокластера InAs от бесконечности до  $r_{ex}$  (см. рис. 1а). При большей температуре  $T = 10$  К

<sup>2</sup> Для получения выражения (10) следует с помощью периодических граничных условий Борна—Кармана найти дискретные значения  $\mathbf{k}_e$  и соответствующие им дискретные значения квазикинетической энергии движения центра масс экситона в кластере и перейти от суммирования больцмановского распределения по указанным величинам к интегрированию. Правомерность последнего перехода обеспечивается тем, что практически при всех рассмотренных размерах кластера и температурах системы интервалы между этими дискретными значениями квазикинетической энергии существенно меньше тепловой энергии  $k_B T$ . Это обстоятельство, кроме того, обуславливает также правомерность замены действительных граничных условий, заключающихся в обращении в нуль волновой функции движения центра масс экситона на поверхности кластера, периодическими граничными условиями Борна—Кармана, как это обычно делается в физике твёрдого тела. Обсуждение этого вопроса содержится, например, в [16] и в приведённых там ссылках.

(рис. 1б) эффект роста времени жизни  $\tau_{\text{InAs}}$  с уменьшением  $R$  сохраняется, но становится менее выраженным. В обоих случаях время  $\tau_{\text{InAs}}$  практически полностью определяется радиационной рекомбинацией экситона, не сопровождающейся излучением фона, т. е. первым слагаемым в (9). Этот результат является вполне естественным, поскольку, как указывалось выше, полупроводник InAs имеет прямую зонную структуру, в которой возможно сохранение квазиимпульса системы экситон—фотон при «безфонной» рекомбинации экситона, а экситон-фононное взаимодействие достаточно слабо.

Качественное объяснение приведённой на рис. 1 зависимости  $\tau_{\text{InAs}}$  от  $R$  состоит в следующем. Поскольку время  $\tau_{\text{InAs}}$  практически полностью определяется радиационной рекомбинацией экситона без излучения фона, т. е. первым слагаемым в (9), будем рассматривать влияние на  $\tau_{\text{InAs}}$  только этого слагаемого, соответствующего «безфонной» рекомбинации экситонов. Легко видеть, что при рассматриваемых температурах величина  $\sqrt{\varepsilon} k_{\text{ph0}}$  много меньше теплового квазиимпульса экситона  $\hbar k_{eT}$ , определяющего ширину максвелловского распределения экситонов по  $k_e$  в (10). Тогда при достаточно малом радиусе нанокластера  $R$ , когда  $1/R \sim k_{eT}$ , большая часть экситонов может рекомбинировать с испусканием фотонов. Это обстоятельство связано с тем, что, хотя закон сохранения квазиимпульса при этом процессе вследствие неравенства  $\sqrt{\varepsilon} k_{\text{ph0}} \ll k_{eT}$  не выполняется, но  $R \sqrt{\varepsilon} k_{\text{ph0}} \leq 1$  и  $R k_{eT} \sim 1$ , поэтому его нарушение не приводит к сильному уменьшению абсолютной величины матричного элемента перехода (2). Поскольку абсолютная величина матричного элемента перехода (2) пропорциональна  $\sum_{\mathbf{k}} c_{\mathbf{k}1} \propto \sqrt{V}$ , она растёт с увеличением  $R$ , что и определяет уменьшение  $\tau_{\text{InAs}}$  с увеличением размера нанокластера, пока он достаточно мал, т. е. при  $1/R \sim k_{eT}$ .

С ростом  $R$ , когда становится справедливым неравенство  $\sqrt{\varepsilon} k_{\text{ph0}} \ll 1/R \ll k_{eT}$ , начинает выполняться закон сохранения квазиимпульса, при этом возможна радиационная рекомбинация лишь тех экситонов, квазиволновые векторы которых по величине не превышают  $1/R$ . При вычислении времени жизни экситона число таких экситонов, пропорциональное  $1/R^3$ , умножается на квадрат абсолютной величины матричного элемента перехода (2), пропорциональный  $R^3$ , что объясняет отсутствие зависимости  $\tau_{\text{InAs}}$  от  $R$  при  $\sqrt{\varepsilon} k_{\text{ph0}} \ll 1/R \ll k_{eT}$ .

При дальнейшем увеличении  $R$ , когда становится справедливым неравенство  $\sqrt{\varepsilon} k_{\text{ph0}} \gg 1/R$ , закон сохранения квазиимпульса по-прежнему выполняется, но теперь разрешена радиационная рекомбинация лишь тех экситонов, модули квазиволновых векторов которых отличаются от  $\sqrt{\varepsilon} k_{\text{ph0}}$  на величину, не превышающую значительно  $1/R$ , причём для каждого экситона возможно излучение фотонов с волновыми векторами, лежащими в телесном угле порядка  $1/(R^2 \varepsilon k_{\text{ph0}}^2)$  вблизи направления  $\mathbf{k}_e$ . Число таких экситонов пропорционально  $1/R$ , а число таких фотонов пропорционально  $1/R^2$ . При вычислении времени жизни экситона произведение этих чисел, пропорциональное  $1/R^3$ , умножается на квадрат абсолютной величины матричного элемента перехода (2), пропорциональный  $R^3$ , что объясняет отсутствие зависимости  $\tau_{\text{InAs}}$  от  $R$  при  $\sqrt{\varepsilon} k_{\text{ph0}} \gg 1/R$ .

Ослабление зависимости  $\tau_{\text{InAs}}$  от  $R$  с ростом температуры объясняется тем, что при повышении  $T$  увеличивается  $k_{eT}$ , а величина  $1/R$  согласно сказанному выше при всех значениях температуры не может превышать  $1/r_{\text{ex}}$ . В результате сужается область значений  $R$ , в которой  $1/R \sim k_{eT}$  и только в которой согласно вышеизложенному величина  $\tau_{\text{InAs}}$  уменьшается с ростом  $R$ .

Таким образом, на основе проведённых выше вычислений можно заключить, что создание экситона Ванье—Мотта во внедрённом в широкозонный материал (GaAs) узкозонном нанокластере (InAs), имеющем размеры порядка радиуса экситона, позволяет существенно увеличить его радиационное время жизни.



### 3. РАДИАЦИОННОЕ ВРЕМЯ ЖИЗНИ ЭКСИТОНА ВАНЬЕ—МОТТА В НАНОКЛАСТЕРЕ АЛМАЗА, ВНЕДРЁННОМ В ПОЛИМЕР

В противоположность InAs, алмаз является полупроводником с непрямой зонной структурой, в которой максимум энергии валентной зоны соответствует  $\Gamma$ -точке зоны Бриллюэна, а минимумы энергии зоны проводимости — шести эквивалентным точкам, лежащим на  $\Delta$ -направлениях и отстоящим от  $\Gamma$ -точки примерно на величину  $k_0 \equiv 0,75 \cdot 2\pi/a_C$ , где  $a_C \approx 3,6 \cdot 10^{-8}$  см — постоянная решётки алмаза [13]. Алмаз является гомеоплярным кристаллом, и, как указывалось выше, основную роль в экситон-фононном взаимодействии в нём играют поперечные оптические фононы [15]. Константа оптического потенциала деформации в алмазе  $\Xi \sim 10^9$  эВ/см [18], модуль матричного элемента перехода  $|\mathbf{d}_{cv}|$  между  $\Gamma$ -точками валентной зоны и зоны проводимости примерно равен 3,7 Д [19]. Остальные необходимые для вычислений параметры алмаза следующие [13]: плотность  $\rho = 3,5$  г/см<sup>3</sup>, частота поперечного оптического фонона с волновыми векторами, отвечающими положениям минимумов зоны проводимости,  $\omega_p \approx 2,27 \cdot 10^{14}$  рад/с,  $E_g = 5,5$  эВ, диэлектрическая проницаемость на рекомбинационной частоте экситона  $\varepsilon = 12,25$ , статическая диэлектрическая проницаемость  $\varepsilon_{st} \approx 5,7$ , усреднённые по направлениям масса электрона в окрестности минимумов зоны проводимости и масса тяжёлой дырки в окрестности максимума валентной зоны  $m_{e1} \approx 0,88m$  и  $m_h \approx 1,08m$  соответственно, объём примитивной элементарной ячейки  $V_C = 0,18$  нм<sup>3</sup>. Исходя из этих параметров по приведённым выше формулам легко найти, что в алмазе  $r_{ex} \approx 0,6$  нм, а энергия связи основного внутреннего квантового состояния экситона около 200 мэВ.

Для вычисления радиационного времени жизни экситона Ванье—Мотта в нанокластере алмаза, внедрённом в полимер, следует воспользоваться формулами (6) и (9), в последней из которых следует заменить  $|H_{LO}|^2$  на  $|H_{TO}|^2$ , поскольку алмаз является гомеоплярным кристаллом и основную роль в экситон-фононном взаимодействии в нём играют поперечные оптические фононы. Формула (10) для алмаза должна быть модифицирована следующим образом:

$$\langle \bar{\Gamma} \rangle = \int_0^\infty \int_0^\pi \frac{\bar{\Gamma} \left[ \sqrt{k_0^2 + k_e'^2 + 2k_0 k_e' \cos \theta} \right] 2\pi \hbar^3 k_e'^2 \exp[-(\hbar k_e')^2 / (2m_e k_B T)] \sin \theta}{(2\pi m_e k_B T)^{3/2}} dk_e' d\theta, \quad (11)$$

где модуль квазиволнового вектора экситона  $\mathbf{k}_e$  вблизи одного из минимумов зоны проводимости, отвечающего квазиволновому вектору  $\mathbf{k}_0$ , даётся выражением  $k_e = \sqrt{k_0^2 + k_e'^2 + 2k_0 k_e' \cos \theta}$ ,  $\theta$  — угол между векторами  $\mathbf{k}_0$  и  $\mathbf{k}_e' \equiv \mathbf{k}_e - \mathbf{k}_0$ .

Результаты вычисления радиационного времени жизни  $\tau_C \equiv 1/(2 \langle \bar{\Gamma} \rangle)$  экситона Ванье—Мотта в нанокластере алмаза, внедрённом в полимер, показывают, что оно практически полностью определяется радиационной рекомбинацией экситона с излучением поперечного оптического фонона, т. е. вторым слагаемым в (9), в котором  $|H_{LO}|^2$  следует заменить на  $|H_{TO}|^2$ . Этот результат является вполне естественным, поскольку алмаз имеет непрямую зонную структуру и в ней при радиационной рекомбинации экситона вблизи одного из минимумов зоны проводимости суммарный квазиимпульс может сохраняться лишь при одновременном излучении фонона. Вычисленная выше энергия связи основного внутреннего квантового состояния экситона Ванье—Мотта в алмазе оказывается весьма высокой. В результате экситон не разрушается тепловыми флуктуациями даже при комнатной температуре. Проведённые вычисления показывают, что  $\tau_C$  практически не зависит от радиуса нанокластера алмаза и при комнатной температуре равна  $4,6 \div 4,9$  мкс. Эта величина примерно в 2 раза больше, чем измеренное радиационное время жизни экситонов Ванье—Мотта в алмазе [20]. Принимая во внимание погрешности использованных величин  $\Xi$  и  $|\mathbf{d}_{cv}|$ , а также то, что в (11) для упрощения численных расчётов не учитывалась зависимость

частоты поперечного оптического фонона от его волнового вектора, а интегрирование по ограниченной сложной поверхностью первой зоне Бриллюэна было заменено на интегрирование по шару с радиусом  $2\pi/a_C$ , такое согласие с экспериментальными результатами является вполне удовлетворительным.

Качественное объяснение практического отсутствия зависимости  $\tau_C$  от  $R$  для алмаза заключается в следующем. Поскольку время жизни  $\tau_C$  почти полностью определяется радиационной рекомбинацией экситона с излучением поперечного оптического фонона, т. е. вторым слагаемым в (9), в котором  $|H_{LO}|^2$  следует заменить на  $|H_{TO}|^2$ , будем рассматривать влияние на  $\tau_C$  только этого слагаемого. Легко видеть, что в основной области интегрирования по волновым векторам фононов при  $R > r_{ex}$  величина  $(E_{\mathbf{k}_e - \mathbf{k}_p} + \hbar\omega_p - E_{\mathbf{k}_e})^2/\hbar^2$  в знаменателе этого слагаемого значительно превышает  $\bar{\gamma}^2(|\mathbf{k}_e - \mathbf{k}_p|)$ . Вследствие этого величина  $\bar{\Gamma}(k_e)$  оказывается пропорциональной интегралу от  $\bar{\gamma}(|\mathbf{k}_e - \mathbf{k}_p|)$  по лежащим в первой зоне Бриллюэна волновым векторам фононов  $\mathbf{k}_p$ . Поскольку размеры первой зоны Бриллюэна значительно превышают  $1/r_{ex}$ , то при всех допустимых радиусах нанокластера  $R > r_{ex}$  интегрирование величины  $\bar{\gamma}(|\mathbf{k}_e - \mathbf{k}_p|)$  выполняется по области значений  $|\mathbf{k}_e - \mathbf{k}_p|$ , значительно превышающей  $1/R$ . Эта ситуация фактически эквивалентна рассмотренному выше для InAs случаю интегрирования по широкому ( $k_{eT} \gg 1/R$ ) тепловому распределению экситонов по квазиимпульсам. Как было показано, такое интегрирование даёт не зависящую от  $R$  величину радиационного времени жизни экситона. Это объясняет отсутствие заметной зависимости  $\tau_C$  от  $R$  для алмаза.

## ВЫВОДЫ

В настоящей работе показано, что в нанокластере, образованном прямозонным полупроводником и имеющем размеры порядка радиуса экситона, при низких температурах экситоны Ванье—Мотта имеют значительно большее радиационное время жизни, чем такие же экситоны в таком же объёмном полупроводнике. В случае непрямозонного полупроводника заключение экситона Ванье—Мотта в нанокластер существенного влияния на его радиационное время жизни не оказывает.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (гранты 11-02-00364-а, 12-02-00855-а и 13-02-97130-р\_поволжье\_а), Совета по грантам Президента РФ для государственной поддержки ведущих научных школ (грант НШ-4185.2012.2) и исследовательского центра «Масштабируемая материальная база для работы с большими объёмами информации» Сколковского института науки и технологии.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Нокс Р. Теория экситонов. М.: Мир, 1966. 220 с.
2. Frenkel J. // Phys. Rev. 1931. V. 37, No. 1. P. 17.
3. Wannier G. // Phys. Rev. 1937. V. 52, No. 3. P. 191.
4. Elliott R. J. // Phys. Rev. 1957. V. 108, No. 6. P. 1384.
5. Bauer M., Keeling J., Parish M. M., et al. // Phys. Rev. B. 2013. V. 87, No. 3. Art. no. 035302.
6. Boggess T. F., Zhang L., Deppe D. G., et al. // Appl. Phys. Lett. 2001. V. 78, No. 3. P. 276.
7. Harbord E., Spencer P., Clarke E., Murray R. J. // Appl. Phys. 2009. V. 105, No. 3. Art. no. 033507.
8. Musa I., Massuyeau F., Cario L., et al. // Appl. Phys. Lett. 2011. V. 99, No. 24. Art. no. 243107.
9. Schmidt T., Chizhik A. I., Chizhik A. M., et al. // Phys. Rev. B. 2012. V. 86, No. 12. Art. no. 125302.
10. Wu C.-L., Lin G.-R. // AIP Advances. 2012. V. 2, No. 4. Art. no. 042162.

11. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Квантовая механика. Нерелятивистская теория. М.: Наука, 1989. 768 с.
12. Берестецкий В. Б., Лифшиц Е. М., Питаевский Л. П. Квантовая электродинамика. М.: Наука, 1989. 728 с.
13. Madelung O. Semiconductors: Data handbook. Berlin: Springer, 2004.
14. Бонч-Бруевич В. Л., Калашников С. Г. Физика полупроводников. М.: Наука, 1977. Гл. 14.
15. Makino T., Kato H. // CVD Diamond for Electronic Devices and Sensors. Chichester: Wiley, 2009. P. 379.
16. Борн М., Кунь Х. Динамическая теория кристаллических решеток. М.: Изд-во иностр. лит. 1958. Приложение 4.
17. Vurgaftman I., Meyer J. R., Ram-Mohan L. R. // J. Appl. Phys. 2001. V. 89, No. 11. P. 5 815.
18. Tsukioka K. // Jpn. J. Appl. Phys. 2001. V. 40. P. 3 108.
19. Соболев В. В., Тимонов А. П., Соболев В. Вал. // Оптика и спектроскопия. 2000. Т. 88, № 6. С. 970.
20. Fujii A., Takiyama K., Maki R., Fujita T. J. // Lumin. 2001. V. 94–95. P. 355.

Поступила в редакцию 15 мая 2013 г.; принята в печать 31 июля 2013 г.

## RADIATIVE LIFETIME OF WANNIER—MOTT EXCITONS IN NANOCLUSTERS OF SEMICONDUCTORS WITH DIRECT- AND NONDIRECT BAND STRUCTURES

*V. A. Kukushkin*

We calculate the radiative lifetime of Wannier—Mott excitons in potential holes formed by nanoclusters of narrow-band semiconductors in wide-band materials. Examples of semiconductor nanoclusters with both direct and nondirect band structures (InAs and diamond, respectively) are analyzed. It is shown that in the case of nanoclusters of direct-band semiconductors the radiative lifetime of the Wannier—Mott excitons in them is determined by recombination of the electrons and holes, which form the excitons, without participation of phonons, and increases significantly as the cluster size decreases. In the case of nanoclusters of nondirect-band semiconductors, the radiative lifetime of the Wannier—Mott excitons in them is determined by recombination of the electrons and holes, which form the excitons, with simultaneous radiation of phonons and is weakly dependent on the cluster size. The effect of the increase in the radiative lifetime of the Wannier—Mott excitons in nanoclusters of direct-band semiconductors with a decrease in their dimensions can be used in various exciton experiments, which require comparatively great time resources.