

УДК 533.9

ВЛИЯНИЕ ДИСПЕРСИИ РАЗМЕРОВ АЭРОЗОЛЕЙ НА ДИССИПАТИВНУЮ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ АЭРОЗОЛЬНЫХ ПОТОКОВ В АТМОСФЕРАХ ПЛАНЕТ. I. МЕЗОСФЕРА ЗЕМЛИ

В. С. Грач

Институт прикладной физики РАН, г. Нижний Новгород, Россия

Рассматривается влияние дисперсии размеров аэрозолей на диссипативную неустойчивость аэрозольного потока в холодной слабоионизованной столкновительной плазме. Неустойчивость порождается относительным движением аэрозольной и ионной компонент, вызванным гравитационным падением аэрозолей. При исследовании учитываются молекулярная ионная диффузия, зарядка крупных частиц и разброс их размеров в рамках трёх модельных распределений: монодисперсного ансамбля, степенного распределения и распределения Гаусса. Получены зависимости порогового значения заряда на аэрозолях, необходимого для развития неустойчивости, от параметров системы. Показано, что дисперсия размеров частиц значительно повышает пороговое значение заряда и качественно меняет его зависимости от ряда параметров. В частности, при отсутствии разброса пороговое значение заряда уменьшается при увеличении скорости аэрозолей; при учёте разброса пороговое значение от параметров, определяющих скорость аэрозолей, имеет минимум. Пороговое значение заряда увеличивается с ростом коэффициента ионной диффузии. Получены количественные оценки пороговых зарядов и характерных масштабов неустойчивости для условий мезосферы Земли на высотах 80–90 км.

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время активно исследуются различные процессы в пылевой (аэрозольной, или комплексной) плазме как в лабораторных экспериментах [1, 2], так и в естественных условиях: в различных областях атмосферы Земли [3–5], в атмосферах других планет Солнечной системы и их спутников [6, 7], вблизи поверхности Луны [8], в планетарных кольцах и хвостах комет [2, 9] и т. д. От обычной плазмы пылевая плазма отличается тем, что содержит не только молекулы нейтрального газа, электроны и ионы, но и крупные заряженные частицы субмикронного и микронного размера (пылевая, или аэрозольная, компонента). По сравнению с обычной многокомпонентной плазмой в пылевой плазме возможен ряд принципиально новых эффектов, обусловленных, прежде всего, возможностью накопления большого заряда на крупных частицах и его вариациями.

Наличие дополнительной пылевой (аэрозольной) компоненты приводит к появлению новых типов собственных волн в плазме, в частности пылезвуковой моды (dust-acoustic wave) [1, 2, 10]. Понятие «пылевой звук» было впервые введено в работе [10], однако ранее в работе [11] рассматривалась диссипативная неустойчивость потока тяжёлых частиц в плазмоподобной среде грозового облака, по существу являющаяся неустойчивостью пылезвуковой моды. В дальнейшем потоковая диссипативная неустойчивость данной моды в столкновительной слабоионизованной плазме рассматривалась применительно к естественным условиям [12–16], а также к условиям лабораторных экспериментов в газоразрядной плазме [17–19]. В бесстолкновительной плазме потоковая неустойчивость может быть вызвана кинетическими эффектами, связанными с ионной компонентой [20]. Помимо упомянутых факторов к развитию неустойчивостей пылезвуковой моды могут приводить процессы ионизации (опосредованно, через силу ионного увлечения, действующую на пылевые частицы со стороны ионов) [2] и вариации заряда на частицах при наличии

внешнего электрического поля [2, 19]. Следует отметить, что в лабораторных экспериментах, как правило, используется монодисперсный ансамбль искусственных частиц; в природных средах аэрозоли образуются естественным образом, поэтому разброс их размеров может оказаться существенным фактором [14].

Диссипативная неустойчивость аэрозольного потока может рассматриваться как один из механизмов образования электрических ячеек в грозовом облаке, обеспечивающих подготовительную стадию грозового разряда [11, 14, 21]. Вследствие этой неустойчивости также могут возникать неоднородности электронной концентрации в средней атмосфере, ответственные за такое явление, как полярные мезосферные радиотражения, или летнее полярное мезосферное эхо (polar mesospheric summer echoes) [4, 12, 15, 16, 22]. Полярные мезосферные радиотражения, а также родственные им серебристые облака (noctilucent clouds) тесно связаны с наличием в мезосфере относительно тонких пылевых слоёв на соответствующих высотах (80–90 км) [3]. Формированию плазменно-пылевых структур в этой области посвящено большое количество работ [3, 4, 22–25], в ряде работ исследуются мелкомасштабные неоднородности электронной концентрации и электрического поля [4, 12, 22]. Однако предложенные механизмы образования указанных неоднородностей до сих пор не получили окончательного подтверждения, поэтому данная проблема сохраняет свою актуальность.

Теоретическая модель возникновения электрических структур в аэрозольной плазме вследствие развития диссипативной неустойчивости была впервые предложена для грозовых облаков в [11], где эта неустойчивость исследовалась в рамках классической гидродинамики многокомпонентной плазмы при малых значениях проводимости воздушного потока с учётом столкновения аэрозолей с нейтральной компонентой. В [21] модель была обобщена с учётом эффектов коллективной зарядки частиц, в [14] проведено исследование характеристик неустойчивости в широком диапазоне значений проводимости воздушного потока с учётом разброса аэрозольных частиц по размерам. Для мезосферных условий диссипативная неустойчивость была впервые исследована в [12] в рамках модели, предложенной в [11], с учётом диффузии ионов и электронов. Это исследование было продолжено в [15, 16], где были численно проанализированы пороговые условия возбуждения диссипативной неустойчивости пылевого звука в отсутствие внешнего электрического поля при учёте диффузии ионов и электронов и процессов зарядки аэрозолей.

В данной работе впервые исследовано влияние разброса размеров крупных частиц на характеристики диссипативной неустойчивости аэрозольного потока при учёте процессов зарядки и ионной диффузии. Заметим, что процессы формирования самих аэрозольных частиц при постановке задачи не учитываются; однако мы рассматриваем достаточно широкий диапазон параметров, характеризующих аэрозоли, поэтому полученные в работе результаты могут быть применены для различных источников пыли в мезосфере.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И ВЫВОД ДИСПЕРСИОННОГО УРАВНЕНИЯ

Рассматривается слабоионизованная столкновительная плазма, созданная сторонними источниками ионизации, которая в общем случае может содержать следующие компоненты: нейтральный газ, положительные ионы, отрицательные ионы, электроны и крупные заряженные частицы (аэрозольная компонента). Концентрация нейтрального газа значительно превышает концентрацию заряженных компонент. Ионную и электронную компоненты мы рассматриваем в гидродинамическом приближении.

Предполагается, что все пылевые частицы (аэрозоли) имеют сферическую форму, радиус каждой частицы равен R . Тепловой разброс скоростей частиц мы полагаем несущественным и считаем, что установившаяся скорость частицы однозначно определяется её размером. В этом

случае равновесная функция распределения частиц имеет вид

$$F_0 = N_d^0 f_R^0 \delta[\mathbf{V} - \mathbf{v}(R)], \quad (1)$$

где N_d^0 — равновесная концентрация частиц, $\delta(\mathbf{x})$ — дельта-функция Дирака, $\mathbf{V}$ — скорость частицы, $\mathbf{v}(R)$ — установившаяся скорость относительно потока, соответствующая радиусу R , f_R^0 — невозмущённая функция распределения частиц по размерам. Нормировка функции распределения имеет вид $\int f_R^0(R, \mathbf{v}(R)) dR = 1$. Распределение частиц по размерам определяется различными факторами: источниками пыли, водяными парами в мезосфере [25] и т.д. Однако в рамках данной работы мы в дальнейшем полагаем, что функция f_R^0 известна и не является переменной задачи.

Основными силами, действующими на пылевую частицу в плазме, являются сила тяжести $\mathbf{F}_{gr}$, электростатическая сила $\mathbf{F}_E$, действующая со стороны электрического поля, и сила трения $\mathbf{F}_{fr}$, действующая как со стороны нейтрального газа, так и со стороны ионной компоненты. Возможными силами иной природы, действующими на аэрозольную частицу, мы в дальнейшем пренебрегаем.

Сила тяжести, действующая на частицу радиуса R , записывается в виде

$$\mathbf{F}_{gr} = M(R)\mathbf{g}, \quad (2)$$

где M — масса частицы, $\mathbf{g}$ — ускорение свободного падения.

В случае, когда характерный радиус пылевых частиц $a \sim \int R f_R^0 dR$ много меньше дебаевского радиуса окружающей плазмы λ_D , электростатическая сила записывается как [1]

$$\mathbf{F}_e = Q_d(R)\mathbf{E}, \quad (3)$$

где Q_d — заряд частицы, $\mathbf{E}$ — напряжённость электрического поля. Величина и знак заряда Q_d определяются свойствами окружающей плазмы и самих частиц; в общем случае заряд Q_d является динамической переменной задачи в отличие от массы и размеров частиц, которые мы полагаем известными и постоянными во времени.

С учётом вышесказанного основные уравнения для аэрозольной компоненты запишутся следующим образом:

$$\begin{aligned} M(R) \frac{d\mathbf{v}(R)}{dt} &= Q_d(R)\mathbf{E} + M(R)\mathbf{g} + \mathbf{F}_{fr}, \\ \frac{\partial}{\partial t} N_d^0 \int f_R dR + \operatorname{div} \left(N_d^0 \int \mathbf{v}(R) f_R dR \right) &= 0, \\ \frac{dQ_d}{dt} &= G. \end{aligned} \quad (4)$$

Последнее уравнение в (4) отражает процесс зарядки аэрозолей, где G — некая функция, зависящая от параметров окружающей плазмы. Вид функции G определяется используемой моделью зарядки [1, 21, 26, 27]. Как правило, для описания зарядки частиц в пылевой плазме используются теоретические модели, заимствованные из теории электрических зондов в плазме; одна из наиболее часто используемых моделей — зондовая модель, или приближение ограниченного орбитального движения (модель ограниченных орбит) [28, 29]. В рамках данного приближения пылевая частица заряжается вследствие поглощения ионов и электронов, при этом они поглощаются в том случае, если их траектории пересекают поверхность пылевой частицы или касаются её. В модели ограниченных орбит также предполагается, что частица изолирована в том смысле,

что другие частицы не влияют на движение ионов и электронов в её окрестности. В этом случае функция G может быть записана в виде

$$G = \sum_{\beta} q_{\beta} I_{\beta} = \sum_{\beta} q_{\beta} n_{\beta} G_{\beta}, \quad (5)$$

где q_{β} , n_{β} и I_{β} — заряды частиц фоновой плазмы, их концентрации и потоки на пылевую частицу соответственно, $G_{\beta} = I_{\beta}/n_{\beta}$.

Ионные и электронная компоненты пылевой плазмы описываются уравнениями движения, непрерывности и состояния (соответствующие компоненты рассматриваются как идеальный газ):

$$\begin{aligned} m_{\beta} \frac{d\mathbf{V}_{\beta}}{dt} &= q_{\beta} \mathbf{E} + m_{\beta} \mathbf{g} - \frac{\nabla p_{\beta}}{N_{\beta}} + \mathbf{F}_{\text{col}}^{\beta}, \\ \frac{\partial N_{\beta}}{\partial t} + \text{div}(N_{\beta} \mathbf{V}_{\beta}) &= -J_{\text{d}}^{\beta} + J - J_{\text{rec}}, \\ p_{\beta} &= N_{\beta} T_{\beta}. \end{aligned} \quad (6)$$

Здесь m_{β} и V_{β} — масса и скорость положительных ($\beta = i+$) и отрицательных ($\beta = i-$) ионов и электронов ($\beta = e$), p_{β} , N_{β} и T_{β} — давление, концентрация и температура ионных и электронной компонент соответственно, $q_{i+} = e$, $q_{i-} = -e$, $q_e = -e$, где $e > 0$ — абсолютное значение заряда электрона, $\mathbf{F}_{\text{col}}^{\beta}$ — сила трения, обусловленная столкновениями с нейтральным газом, J_{d}^{β} — потери заряженных компонент, связанные с их оседанием на пылевых частицах, J — интенсивность стороннего источника ионизации, J_{rec} — потери, связанные с рекомбинацией ионов и электронов.

Системы (4)–(6) дополняются уравнениями Максвелла при условии пренебрежения магнитным полем:

$$\text{div} \mathbf{E} = 4\pi(\rho_{i+} + \rho_{i-} + \rho_e + \rho_d), \quad \text{rot} \mathbf{E} = 0. \quad (7)$$

Здесь $\rho_{\beta} = q_{\beta} N_{\beta}$, $\beta = i+, i-, e, d$.

Уравнения (4)–(7) составляют общую систему уравнений, описывающую взаимодействие аэрозольной компоненты с окружающей плазмой.

В рамках данной работы мы будем считать, что в плазме помимо пыли присутствуют только две заряженные компоненты — электроны и положительные ионы. Процессами рекомбинации ионов и электронов будем пренебрегать по сравнению с потерями ионов и электронов на крупных частицах. Мы также предполагаем, что столкновения обеспечивают равномерное движение заряженных компонент относительно нейтрального газа; в дальнейшем мы работаем в системе отсчёта, связанной с нейтральными частицами. В этой системе отсчёта в рассматриваемых приближениях система (4)–(7) имеет вид ($\beta = i, e$)

$$\begin{aligned} M(R) \frac{d\mathbf{v}(R)}{dt} &= Q_d(R) \mathbf{E} + M(R) \mathbf{g} - M\nu(R) \mathbf{v}(R), \\ \frac{\partial}{\partial t} N_d^0 \int f_R dR + \text{div} \left(N_d^0 \int \mathbf{v}(R) f_R dR \right) &= 0, \\ \frac{dQ_d}{dt} &= e (G_{i+} n_{i+} - G_e n_e); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
m_\beta \frac{d\mathbf{V}_\beta}{dt} &= q_\beta \mathbf{E} + m_\beta \mathbf{g} - \frac{\nabla p_\beta}{n_\beta} - m_\beta \nu_\beta \mathbf{V}_\beta, \\
\frac{\partial n_\beta}{\partial t} + \operatorname{div}(n_\beta \mathbf{V}_\beta) &= -n_\beta N_d^0 \int G_\beta f_R dR + J, \\
p_\beta &= n_\beta T_\beta, \\
\operatorname{div} \mathbf{E} &= 4\pi (en_i - en_e + N_d^0 \int Q_d f_R dR). \quad (8)
\end{aligned}$$

Здесь учитывается, что силы трения $\mathbf{F}_{\text{fr}} = -M\nu(R)\mathbf{v}(R)$ и $\mathbf{F}_{\text{col}}^\beta = -m_\beta \nu_\beta \mathbf{V}_\beta$, $\nu(R)$ — эффективная частота столкновений с нейтральным газом, ν_i и ν_e — частоты столкновений ионов и электронов с нейтральными частицами соответственно.

Стационарное состояние системы описывается условием равновесия для аэрозолей, ионов и электронов, уравнением, определяющим стационарный заряд, и условием квазинейтральности:

$$\begin{aligned}
\mathbf{g} + \nu \mathbf{V}_0 - \frac{|Q_d^0|}{M} \mathbf{E}_0 &= 0, \quad \mathbf{g} + \nu_\beta (\mathbf{V}_\beta^0 - \mathbf{V}_0) \pm e \mathbf{E}_0 = 0, \\
G_i^0 n_i^0 &= G_e^0 n_e^0, \quad en_i^0 = en_e^0 + N_d^0 \int Q_d^0 f_R^0 dR. \quad (9)
\end{aligned}$$

Индекс 0 здесь и далее соответствует невозмущённым значениям.

Линеаризуя систему (8), можно получить дисперсионное уравнение, характеризующее свойства спектральной составляющей квазистатического электрического поля с волновым вектором $\mathbf{k}$ на частоте ω (для процесса вида $\exp(-i\omega t + i\mathbf{k}\mathbf{r})$). В пренебрежении инерцией ионов и электронов при учёте стационарной системы (9) дисперсионное уравнение имеет вид

$$\begin{aligned}
1 - 4\pi N_d^0 \int \frac{Q_d^2 f_R^0 dR}{M \Delta_d} + \frac{4\pi \sigma_i}{\Delta_i} \left[1 + iN_d^0 \int \frac{G_i^0 f_R^0 dR}{\omega - \mathbf{kV}_0 + i\nu_{\text{ch}}} \right] + \\
+ \frac{4\pi \sigma_e}{\Delta_e} \left[1 + i\delta N_d^0 \int \frac{G_i^0 f_R^0 dR}{\omega - \mathbf{kV}_0 + i\nu_{\text{ch}}} \right] + 4\pi e N_d^0 n_i^0 \left(\frac{1}{\Delta_i} - \frac{1}{\Delta_e} \right) \int \frac{G_i^0 Q_d f_R^0 dR}{M \Delta_d} - \\
- i\mathbf{kE}_0 N_d^0 \left(\frac{4\pi \sigma_i}{\Delta_i} + \frac{4\pi \sigma_e}{\Delta_e} \right) \int \frac{G_i^0 Q_d f_R^0 dR}{M \Delta_d (\omega - \mathbf{kV}_0 + i\nu_{\text{ch}})} = 0. \quad (10)
\end{aligned}$$

Здесь $\Delta_d = (\omega - \mathbf{kV}_0)(\omega - \mathbf{kV}_0 + i\nu)$, $\Delta_i = \omega - \mathbf{kV}_i^0 + iD_i k^2 + i\nu_R$, $\Delta_e = \omega - \mathbf{kV}_e^0 + iD_e k^2 + i\delta \nu_R$, $\sigma_\beta = n_\beta^0 e^2 / (m_\beta \nu_\beta)$ и $D_\beta = T_\beta / (m_\beta \nu_\beta)$ — проводимости и коэффициенты диффузии ионов ($\beta = i$) и электронов ($\beta = e$) соответственно, $\delta = n_i^0 / n_e^0$ — отношение невозмущённых концентраций ионов и электронов, ν_{ch} — обратное время релаксации возмущения заряда, определяемое по формуле

$$\nu_{\text{ch}} = \left. \frac{d(G_e n_e - G_i n_i)}{dQ_d} \right|_{Q_d=Q_d^0}, \quad (11)$$

$\nu_R = N_d^0 \int G_i^0 f_R^0 dR$ — частота соударений ионов с пылевыми частицами вследствие процессов зарядки.

2. ХАРАКТЕРИСТИКИ ПЫЛЕВОЙ КОМПОНЕНТЫ

2.1. Относительная скорость

Скорость относительного движения крупных частиц и нейтрального газа определяется силой трения. Характер силы трения зависит от соотношения между радиусом аэрозоля R и длиной

свободного пробега нейтральных молекул l . В случае $R \gg l$ (гидродинамический режим) сила сопротивления выражается формулой Стокса:

$$F_{\text{fr}} = 6\pi\eta_0|\mathbf{V}_0|R, \quad (12)$$

где η_0 — динамическая вязкость нейтрального газа. При $R \ll l$ (свободномолекулярное обтекание) и достаточно малых скоростях ($|\mathbf{V}_0| \ll V_{T_n}$) сила сопротивления может быть записана в виде [1]

$$F_{\text{fr}} = \frac{8\sqrt{2}\pi}{3} \gamma_F R^2 N_n T_n \frac{|\mathbf{V}_0|}{V_{T_n}}, \quad (13)$$

где N_n , T_n и V_{T_n} — концентрация, температура и тепловая скорость нейтральных частиц соответственно, $V_{T_n} \equiv \sqrt{T_n/m_n}$, m_n — масса нейтральной частицы, γ_F — коэффициент порядка единицы, определяемый особенностями взаимодействия нейтральных частиц с поверхностью аэрозоля. В случае свободномолекулярного обтекания (этот случай рассматривался в работах [15, 16]) эффективная частота соударений ν определяется выражением

$$\nu = \frac{8\sqrt{2}\pi}{3} \gamma_F \frac{R^2}{M} \frac{N_n T_n}{V_{T_n}} = \frac{2\sqrt{2}\pi}{\pi} \gamma_F \frac{1}{\rho_a R} \frac{N_n T_n}{V_{T_n}} = \nu^* \frac{a}{R}, \quad (14)$$

где ρ_a — плотность вещества аэрозолей, индексом $*$ здесь и далее обозначены параметры частицы с характерным радиусом a . Таким образом, при $R \ll l$ эффективная частота соударений обратно пропорциональна радиусу аэрозолей, а относительная скорость $|\mathbf{V}_0| = g/\nu$ прямо пропорциональна радиусу аэрозолей. При $R \gg l$ (этот случай рассматривался в работе [14]) эффективная частота соударений обратно пропорциональна квадрату радиуса аэрозолей:

$$\nu = \frac{9}{2} \frac{\eta_0}{R^2} = \nu^* \frac{a^2}{R^2}. \quad (15)$$

В данной работе мы ограничимся случаем разреженной среды (13), что соответствует условиям в области мезосферы.

В отсутствие внешнего электрического поля относительная скорость ионной и аэрозольной компонент $\mathbf{V}_{\text{ia}}$ совпадает со скоростью аэрозолей относительно нейтральной компоненты $\mathbf{V}_0$; при наличии внешнего поля

$$\mathbf{V}_{\text{ia}} = \mathbf{V}_0 - \frac{e}{m_i \nu_i} \mathbf{E}_0. \quad (16)$$

2.2. Зарядка крупных частиц

Зависимость заряда аэрозоля Q_d от радиуса R определяется режимом зарядки. В ситуации, когда зарядка происходит вследствие оседания фоновых частиц плазмы в рамках приближения ограниченного орбитального движения, возможны два принципиально разных случая: когда движение ионов и электронов определяется тепловыми скоростями («тепловая» зарядка) либо внешним полем («полевая» зарядка).

В первом случае заряд аэрозоля равен [1, 30, 31]

$$Q_d = z_0 \frac{RT_e}{e} = Q_d^* \frac{R}{a}, \quad (17)$$

где $Q_d^* < 0$ — заряд частицы с характерным радиусом a , параметр z_0 определяется соотношением масс, температур и концентраций ионов и электронов, $|z_0| \approx 0.5$. Во втором случае заряд крупной частицы равен [32, 33]

$$Q_d = z_E R^2 E_0, \quad (18)$$

где параметр z_E определяется подвижностями фоновых частиц плазмы, коэффициентом рекомбинации и скоростью нейтрального газа, $|z_E| = 0 \div 3$. Именно такая зависимость заряда аэрозоля от радиуса учитывалась в работе [14] для грозовых облаков.

Потоки ионов и электронов плазмы на крупные частицы $I_\beta = G_\beta n_\beta$ определяются их скоростью, концентрацией и сечением поглощения; для сферических крупных частиц сечения поглощения пропорциональны квадрату радиуса. Из (11) следует, что обратное время зарядки ν_{ch} прямо пропорционально радиусу в случае «тепловой» зарядки и не зависит от радиуса, если зарядка определяется электрическим полем.

В данной работе мы ограничимся случаем «тепловой» зарядки аэрозолей. Уравнение зарядки в этом случае записывается в виде

$$\frac{dQ_d}{dt} = eR^2 \sqrt{8\pi} \left[n_i V_{Ti} \left(1 - \frac{eQ_d}{RT_i} \right) - n_e V_{Te} \exp \frac{eQ_d}{RT_e} \right], \quad (19)$$

где V_{Te} и V_{Ti} — тепловые скорости электронов и ионов соответственно. В стационарном состоянии

$$\exp z_0 = \delta \sqrt{\tilde{m}/\tau} (1 - z_0 \tau), \quad (20)$$

где $z_0 = Q_d e / (RT_e) < 0$, $\tilde{m} = m_e / m_i$, $\tau = T_e / T_i$. Функция G_i^0 , входящая в уравнение (10), имеет вид $G_i^0 = eR^2 \sqrt{8\pi} V_{Ti} [1 - eQ_d / (RT_i)]$, обратное время зарядки $\nu_{ch} = e^2 R \sqrt{8\pi} V_{Ti} / T_e (\tau + \sqrt{\tau/\tilde{m}} \exp z_0 / \delta)$. Если температура электронов превышает температуру ионов ($T_e \gg T_i$), то уравнение (19) может быть обобщено и на случай наличия внешнего электрического поля $\mathbf{E}_0$ (для значений поля $E_0 < V_{Te} / \mu_e$, где μ_e — подвижность электронов).

Возможна ситуация, когда в среде помимо фоновых «холодных» электронов присутствует фракция высокоэнергичных электронов с концентрацией $n_h \ll n_e < n_i$ и температурой $T_h \gg T_e$. Если поток энергичных электронов I_h превышает поток фоновой электронной компоненты, то при $n_h \ll n_i$ уравнение зарядки можно приближённо записать в виде

$$\frac{dQ_d}{dt} = eR^2 \sqrt{8\pi} n_i V_{Ti} \left(1 - \frac{eQ_d}{RT_i} \right) - I_h. \quad (21)$$

В остальных уравнениях системы (8) влиянием «горячих» электронов можно пренебречь.

С учётом формул (14), (17) в отсутствие постоянного внешнего электрического поля дисперсионное уравнение (10) записывается следующим образом:

$$1 - \Omega_p^2 A_D + \frac{4\pi\sigma_i i}{\Delta_i} [1 + i\nu_R A_{ch}] + \frac{4\pi\sigma_e i}{\Delta_e} [1 + i\delta\nu_R A_{ch}] + \Omega_p^2 \nu_R \frac{en_i^0}{Q_d^* N_d^0} \left(\frac{1}{\Delta_i} - \frac{1}{\Delta_e} \right) \tilde{A}_D = 0, \quad (22)$$

где $\Omega_p^2 = 4\pi N_d^0 (Q_d^*)^2 / M_*$ — плазменная частота аэрозолей с радиусом a ,

$$\begin{aligned} A_D &= (\mathbf{kV}_*)^{-2} \int_0^\infty \frac{f_x dx}{[\omega/(\mathbf{kV}_*) - x][\omega/(\mathbf{kV}_*)x - x^2 + i\nu_*/(\mathbf{kV}_*)]}; \\ A_{ch} &= (\mathbf{kV}_* - i\nu_{ch}^*)^{-1} \int_0^\infty x^2 \frac{f_x dx}{\omega/(\mathbf{kV}_* - i\nu_{ch}^*) - x}; \\ \tilde{A}_D &= (\mathbf{kV}_*)^{-2} \int_0^\infty \frac{x f_x dx}{[\omega/(\mathbf{kV}_*) - x][\omega/(\mathbf{kV}_*)x - x^2 + i\nu_*/(\mathbf{kV}_*)]}, \end{aligned} \quad (23)$$

$$x \equiv R/a, f_x = f_R^0(R/a).$$

В случае, когда заряд частиц определяется малой фракцией «горячих» электронов, уравнение (22) переходит в

$$1 - \Omega_p^2 A_D + \frac{4\pi\sigma_i}{\Delta_i} [1 + i\nu_R A_{ch}] + \frac{4\pi\sigma_e}{\Delta_e^h} + \frac{en_i^0}{Q_d^* N_d^0} \frac{\Omega_p^2 \nu_R}{\Delta_i} \tilde{A}_D = 0, \quad (24)$$

где $\Delta_e^h = \omega - \mathbf{kV}_e^0 + iD_e k^2$.

2.3. Модельные распределения крупных частиц по размерам

Поскольку функция распределения частиц по размерам f_R^0 предполагается известной, перед анализом дисперсионного уравнения необходимо задать её форму. В работах [15, 16], где рассматривался монодисперсный ансамбль частиц, распределение частиц по размерам описывалось дельта-функцией:

$$f_R^0 = \delta(R - a). \quad (25)$$

Для учёта разброса размеров частиц в качестве модельного распределения можно выбрать закон Гаусса, как это сделано ранее в работе [14] (следует отметить, что в [14] закону Гаусса подчинялось не распределение по радиусам f_R^0 , а распределение по установившимся скоростям частиц $V_R(R)$). В то же время результаты наблюдений свидетельствуют о том, что спектр размеров аэрозолей в естественных средах может носить степенной характер [34, 35]. В данной работе мы рассмотрим оба случая. В случае гауссового распределения по размерам функция f_R^0 задаётся в виде

$$f_R^0 = \frac{a}{\delta_a \sqrt{\pi}} \exp \left[- \left(\frac{R - a}{\delta_a} \right)^2 \right]. \quad (26)$$

Поскольку радиус частицы должен быть конечен и положителен, будем считать, что $\Delta = \delta_a/a < 0,5$. Входящие в дисперсионное уравнение интегралы (23) можно в общем виде записать следующим образом:

$$\int_0^\infty \Psi(R) \exp \left[- \left(\frac{R - a}{\delta_a} \right)^2 \right] dR = \int_0^\infty \tilde{\Psi}(x) \exp \left[- \left(\frac{x - 1}{\Delta} \right)^2 \right] dx, \quad (27)$$

где функции $\tilde{\Psi}(x)$ содержат множители вида $1/(A - x)$, величина $\text{Re}A > 0$ не зависит от x . В случае $\text{Im}A = 0$ наличие полюса $x = A$ затрудняет прямое численное интегрирование выражений (27), поэтому запишем их в виде

$$\begin{aligned} & \int_0^\infty \tilde{\Psi}(x) \exp \left[- \left(\frac{x - 1}{\Delta} \right)^2 \right] dx = \\ & = \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{\Psi}(x) \exp \left[- \left(\frac{x - 1}{\Delta} \right)^2 \right] dx - \int_{-\infty}^0 \tilde{\Psi}(x) \exp \left[- \left(\frac{x - 1}{\Delta} \right)^2 \right] dx. \end{aligned} \quad (28)$$

Первый интеграл в (28) может быть представлен как комбинация функций Крампа от различных аргументов, зависящих от ω , $\mathbf{kV}_*$, ν_* , Δ и ν_{ch} , а второй является малой поправкой и легко интегрируется численно.

В случае степенного распределения f_R^0 запишется как

$$f_R^0 = \begin{cases} 0, & R < a; \\ \frac{\eta-1}{a} \frac{R^{-\eta}}{a}, & R \geq a. \end{cases} \quad (29)$$

Для того, чтобы все интегралы, входящие в дисперсионное уравнение, сходились, показатель η должен удовлетворять условию $\eta > 3$. Для определённости и упрощения вычислений примем $\eta = 4$. В этом случае функция распределения, входящая в уравнения (22), (24) запишется как

$$f_x = \begin{cases} 0, & x < 1; \\ 3x^{-4}, & x \geq 1. \end{cases} \quad (30)$$

Для указанного распределения все интегралы, входящие в (22), (24) могут быть вычислены в аналитических функциях.

3. ПАРАМЕТРЫ СРЕДЫ

Параметры атмосферной плазмы на высотах 80÷90 км подробно обсуждались работах [15, 16]. Следует отметить несколько важных факторов, характерных для этой области: основной компонентой нейтрального газа является азот; возможно наличие тяжёлых ионных кластеров — протонных гидратов $H^+(H_2O)_n$, $n = 1 \div 20$ [36–38]; наблюдаются провалы в электронной концентрации [22] (это согласуется с тем фактом, что отрицательный заряд в системе в основном находится на крупных частицах); аэрозоли представляют из себя ледяные частицы с радиусами $a \sim 100$ нм.

Выберем следующие базовые параметры мезосферы Земли: $T_e = T_i = T_n = 120$ К [39], $a = 100$ нм, $\rho_a = 1$ г/см³, $N_n = 3,0 \cdot 10^{13}$ см³, $\delta = n_i^0/n_e^0 = 10$, $n_i^0 = 10^4$ см³, $m_i = 180$ а. е. м. (в качестве ионов рассматривается гидрат $H^+(H_2O)_{10}$) [36–38]. Для расчёта эффективных частот соударений ионов и электронов с нейтральным газом воспользуемся следующими приближёнными выражениями [40, 41] для ионосферы Земли:

$$\nu_i [\text{с}^{-1}] = C_{\nu_i} [\text{с}^{-1}] \left(\frac{\alpha_0}{\mu_a [\text{а. е. м.}]} \right)^{1/2} N_n [\text{см}^{-3}]; \quad (31)$$

$$\nu_e [\text{с}^{-1}] = C_{\nu_e} [\text{с}^{-1}] N_n [\text{см}^{-3}] T_e [\text{К}] / 11\,600 / \{1 + (T_e [\text{К}] / 11\,600)^{1/2}\}, \quad (32)$$

где α_0 — поляризуемость нейтральной молекулы (для молекулы азота $\alpha_0 = 1,76$), μ_a — приведённая масса в а. е. м., $C_{\nu_i} = 2,6 \cdot 10^{-9}$ с^{−1}, $C_{\nu_e} = 2,9 \cdot 10^{-7}$ с^{−1}. Однако стоит иметь в виду, что для тяжёлых ионных кластеров формула (31) может оказаться неприменимой, поскольку дипольный момент ионного кластера может сильно отличаться от дипольного момента обычных ионов.

При выбранных значениях параметров безразмерный заряд на аэрозолях $z_0 \approx 3$, что соответствует примерно e для частиц с радиусом 100 нм. Эти значения могут оказаться недостаточны для возбуждения неустойчивости, однако наличие небольшой фракции высокоэнергичных электронов [42] может обеспечить требуемые значения зарядов. В связи с этим дальнейшее исследование свойств порога неустойчивости проводилось на базе уравнения (24), полученного для случая зарядки сверхтепловыми электронами.

4. РЕЗУЛЬТАТЫ

В работах [11, 12, 14–16] было показано, что достаточным условием развития неустойчивости пылезвуковой моды является выполнение неравенства

$$\frac{\Omega_p^2}{(\nu^*)^2} > p^2 \geq 1, \quad (33)$$

где p^2 — пороговое значение, которое является решением дисперсионного уравнения при $\text{Im } \omega = 0$. В идеальном случае (без учёта процессов зарядки, разброса размеров и ионной диффузии) $p^2 = 1$. При учёте упомянутых выше факторов p^2 определяется, в первую очередь, ионной молекулярной диффузией и относительной скоростью ионов и аэрозолей V_{ia} и будет не слишком большим при условии

$$\tilde{D}_i = \frac{D_i \nu}{V_{ia}^2} \ll 1. \quad (34)$$

Безразмерные параметры в (33), (34) зависят от одних и тех же параметров среды, поэтому мы будем искать зависимость порогового значения основного параметра, определяющего заряд частицы, от других характеристик аэрозолей и окружающей плазмы. Рассмотрим случай, когда этим параметром является поток малой фракции высокоэнергичных электронов I_h .

Скорость относительного движения ионов и аэрозолей в отсутствие внешнего электрического поля совпадает со скоростью аэрозолей относительно нейтрального газа ($V_{ia} = V_0$) и будет достаточно высокой только в разреженных средах. В атмосфере Земли условия (33), (34) могут быть выполнены в области мезосферы на высотах 80–90 км. Интерес к этой области обусловлен таким явлением, как летнее полярное мезосферное эхо [22]; развитие неустойчивости может служить механизмом образования мелкомасштабных неоднородностей электронной концентрации (см. работы [15, 16]).

На основе численного решения уравнения (24) были получены зависимости порогового значения заряда $Z_d^{\text{thr}} = |Q_d^{\text{thr}}|/e$ на частице с характерным радиусом a (рис. 1а) и соответствующей ему частоты ω (рис. 1б) от безразмерного волнового числа $\kappa = kV_*/\nu$ при фиксированных параметрах среды для различных распределений частиц по размерам.

Из рис. 1а следует, что в некотором интервале волновых чисел $\kappa_1 < \kappa < \kappa_2$ дисперсионное уравнение на пороге неустойчивости имеет два решения: одно имеет минимум в зависимости от волновых чисел, второе — локальный максимум. Это означает, что более точно условие неустойчивости записывается следующим образом:

$$Z_{d \min}^{\text{thr}} < Z_d < Z_{d \max}^{\text{thr}}. \quad (35)$$

При $\kappa < \kappa_1$ и $\kappa > \kappa_2$ неустойчивость не развивается.

В случае монодисперсного ансамбля $Z_{d \max}^{\text{thr}} \gg Z_{d \min}^{\text{thr}}$, поэтому критерием для развития неустойчивости по-прежнему можно считать выполнение неравенства

$$Z_d > Z_{d \min}^{\text{thr}}. \quad (36)$$

При наличии разброса размеров со степенной функцией распределения (29) увеличивается интервал волновых чисел, в котором возможна неустойчивость, и повышаются пороговые значения $Z_{d \min}^{\text{thr}}$ и $Z_{d \max}^{\text{thr}}$; интервал между ними в относительных единицах также увеличивается. Аналогичным образом изменяются частоты, соответствующие обоим решениям. Минимум $Z_{d \min}^{\text{thr}}$ достигается при меньших значениях волнового числа по сравнению со случаем монодисперсного ансамбля.

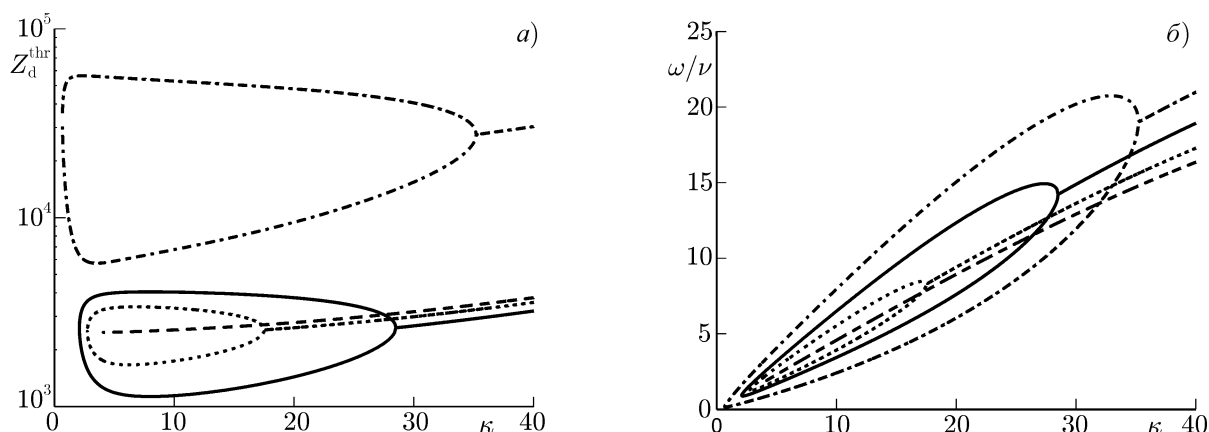


Рис. 1. Дисперсионные свойства порога неустойчивости. Монодисперсному ансамблю частиц соответствуют сплошные кривые, распределению Гаусса — пунктирные ($\Delta = 0,09 < \Delta_*$) и штриховые ($\Delta = 0,1 > \Delta_*$), степенному распределению — штрих-пунктирные

Для гауссовой функции распределения (26) пороговое значение $Z_{d\min}^{\text{thr}}$ увеличивается с увеличением разброса, пороговое значение $Z_{d\max}^{\text{thr}}$ — понижается. С увеличением относительной дисперсии Δ^2 уменьшается интервал волновых чисел, при которых возможна неустойчивость, и начиная с некоторого значения Δ^* , зависящего от параметров системы, неустойчивость отсутствует. Как и в случае степенного распределения, минимальное значение $Z_{d\min}^{\text{thr}}$ достигается при меньших, чем в случае монодисперсного ансамбля, значениях κ .

При $\Delta < \Delta^*$ для ансамбля с гауссовой функцией распределения частиц по размерам, как и для монодисперсного ансамбля и ансамбля со степенным спектром, справедливо соотношение $Z_{d\max}^{\text{thr}} \gg Z_{d\min}^{\text{thr}}$. Поскольку значение $Z_{d\min}^{\text{thr}}$ во всех случаях достаточно велико, именно оно определяет возможность развития неустойчивости, а соответствующее ему значение волнового числа κ_{opt} — характерные масштабы возмущений, генерируемых при неустойчивости.

На рис. 2 для различных значений параметров среды представлены зависимости минимального по волновым числам порогового значения $Z_{d\min}^{\text{thr}}$, соответствующего ему характерного масштаба $\lambda_{\text{opt}} = 2\pi/\kappa_{\text{opt}}$ и максимального значения $Z_{d\max}^{\text{thr}}$ (в случае, когда $Z_{d\max}^{\text{thr}} < 10^4$) от параметра разброса $0 < \Delta < \Delta^*$; также приведены значения $Z_{d\min}^{\text{thr}}$, соответствующие степенной функции распределения с $\eta = 4$. Как и следовало ожидать, при малых Δ минимальное пороговое значение, вычисленное для гауссовой функции распределения, меньше, чем для степенной; при некотором Δ , зависящем от параметров системы, значения $Z_{d\min}^{\text{thr}}$ для функций f_R^0 (26) и (30) сравниваются. Оптимальный масштаб возмущений зависит от параметров функций распределения аналогичным образом.

Зависимости минимального порогового значения заряда $Z_{d\min}^{\text{thr}}$ и соответствующего ему характерного масштаба от параметров аэрозолей и среды представлены на рис. 3 и 4. Зависимость от радиуса на рис. 4 приведена для значения $Z_{d\min}^{\text{thr}}$, нормированного на величину $a/100$ нм. Полученные результаты показывают, что наличие разброса частиц по размерам независимо от модели функции распределения приводит к значительному увеличению порогового значения заряда и характерного масштаба, а также к качественному изменению зависимостей от некоторых параметров среды (эти зависимости обсуждаются ниже).

Суммируем полученные зависимости от параметров системы. Пороговое значение заряда уменьшается с ростом массы ионов m_i , увеличением отношения концентраций δ и частоты соударений ионов ν_i (имеется в виду изменение ν_i за счёт коэффициента C_{ν_i} при постоянных m_i и N_n). Значение заряда на 100 нм радиуса частицы $100Z_{d\min}^{\text{thr}}/a[\text{нм}]$ (по существу, это характери-

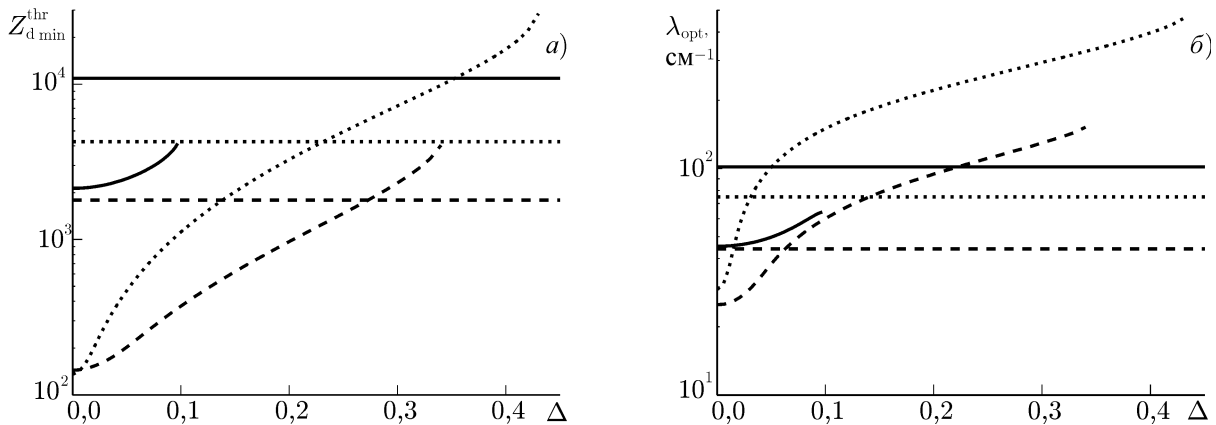


Рис. 2. Зависимость пороговых характеристик неустойчивости от относительного среднеквадратичного отклонения Δ в случае гауссова распределения частиц по размерам. Горизонтальные линии соответствуют значениям, полученным для степенного распределения. Сплошные кривые соответствуют базовым значениям параметров, штриховые — $\rho_a = 2 \text{ г/см}^3$, пунктирные — $C_{v_1} = 7,8 \times 10^{-9} \text{ с}^{-1}$

стика порогового потока сверхтепловых электронов I_h^{thr} , см. (21)) имеет минимум в зависимости от радиуса; при учёте разброса частиц по размерам этот минимум смещается в область меньших значений a . В отсутствие разброса $Z_{d \min}^{\text{thr}}$ уменьшается с уменьшением концентрации нейтральных частиц N_n и увеличением плотности аэрозолей ρ_a (уменьшение концентрации, как и увеличение плотности, соответствует увеличению относительной скорости V_*), при учёте разброса зависимости $Z_{d \min}^{\text{thr}}(N_n)$ и $Z_{d \min}^{\text{thr}}(\rho_a)$ имеют минимум. Наличие указанного минимума связано с тем, что влияние разброса сильнее проявляется при меньших концентрациях и больших средних радиусах аэрозолей, что соответствует большим скоростям V_* и меньшей диссипации при трении аэрозольных частиц о нейтральный газ (см. рис. 3а, б и 4а, б). Поскольку наличие разброса приводит к повышению порога, а увеличение относительной скорости V_* в большинстве случаев — к его понижению (см. также [14–16]), совместное влияние этих факторов и даёт минимум в зависимостях $Z_{d \min}^{\text{thr}}(V_*)$.

Зависимость $Z_{d \min}^{\text{thr}}$ от концентрации ионов n_i также имеет минимум, но количественно эта зависимость существенно более слабая, чем от концентрации нейтрального газа N_n . При этом пороговое значение потока высокоэнергичных электронов I_h^{thr} будет уменьшаться с ростом n_i , однако, поскольку заряд определяется уравнением (21), его зависимость от n_i будет иметь минимум.

Следует также отметить, что интервал волновых чисел, в котором возможно существование неустойчивости (см. рис. 1), тоже зависит от параметров системы — сужается при уменьшении относительной скорости V_* (увеличении концентрации нейтрального газа). При достаточно больших значениях N_n неустойчивость исчезает, поскольку при малых скоростях V_* перестаёт выполняться условие (34).

Для монодисперсного ансамбля и для частиц со степенной функцией распределения по размерам это происходит при высоких пороговых значениях; для частиц с гауссовой функцией распределения это может произойти в окрестности минимума зависимости $Z_{d \min}^{\text{thr}}(N_n)$.

Масштаб генерируемых возмущений λ_{opt} увеличивается при уменьшении массы ионов m_i и увеличении отношения концентраций δ , уменьшается при увеличении плотности аэрозолей ρ_a и частоты соударений ν_i . При учёте разброса λ_{opt} убывает с увеличением N_n (в рассматриваемом интервале значений), для монодисперсного ансамбля λ_{opt} либо растёт с увеличением N_n , либо зависимость $\lambda_{\text{opt}}(N_n)$ имеет минимум.

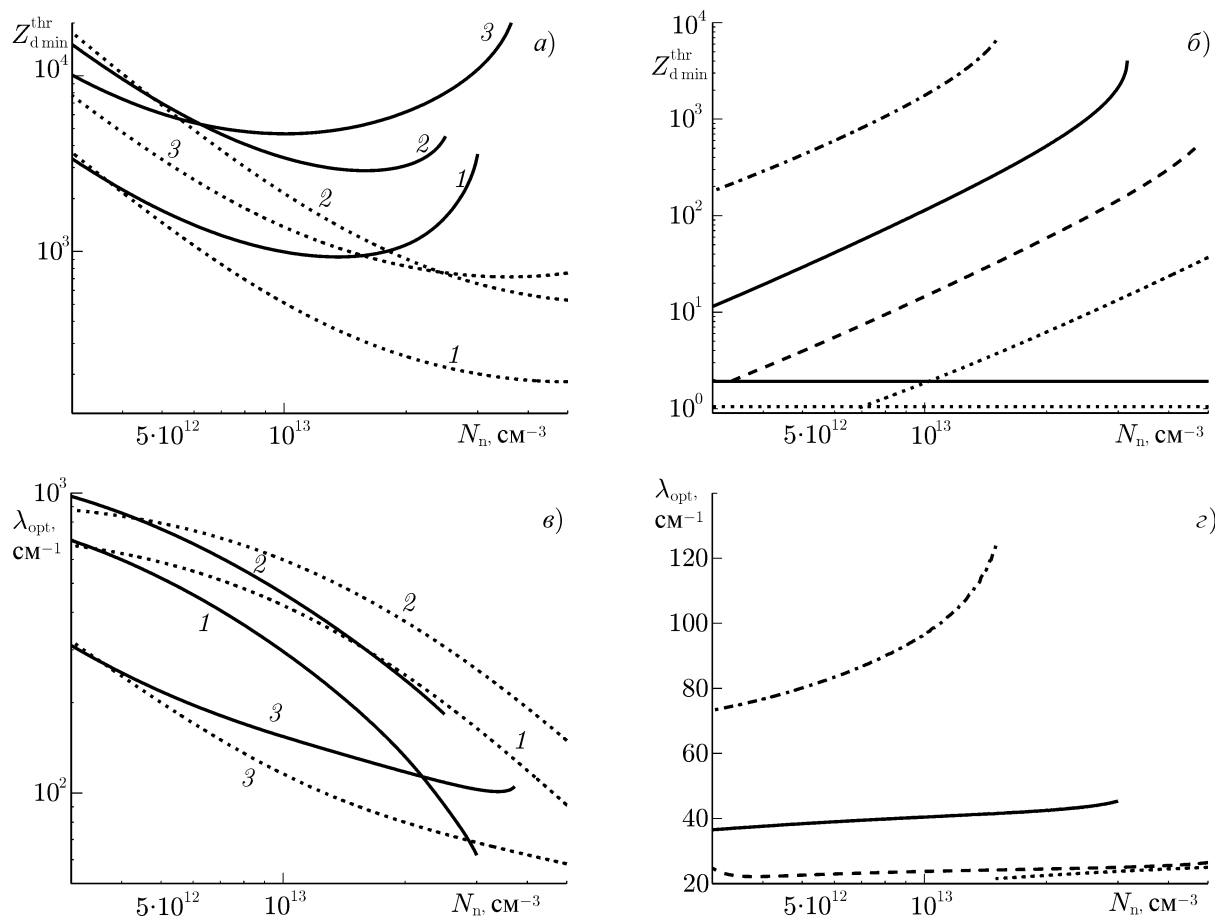


Рис. 3. Характеристики порога неустойчивости в зависимости от параметров системы. Кривые 1 на панелях (а) и (б) соответствуют распределению Гаусса (26) при $\Delta = 0,09$, кривые 2 — распределению Гаусса при $\Delta = 0,20$, кривые 3 — степенной функции распределения (30). Панели (б) и (г) соответствуют монодисперсному ансамблю частиц (25). Сплошные кривые построены при базовых значениях параметров, штриховые — при $C_{\nu_1} = 7,8 \cdot 10^{-9} \text{ с}^{-1}$, пунктирные — при $\delta = 50$, $\rho_a = 2 \text{ г/см}^{-3}$, $C_{\nu_1} = 7,8 \cdot 10^{-9} \text{ с}^{-1}$, штрих-пунктирные — при $m_i = 35 \text{ а. е. м.}$ Горизонтальные линии на панели (б) соответствуют значению заряда, обеспеченного фоновыми электронами (20)

Минимальное по волновым числам, характерным радиусам a и концентрации N_n пороговое значение заряда Z_{d*}^{thr} и соответствующий ему характерный масштаб при различных функциях распределения и значениях параметров приведены в табл. 1 и 2. В оптимальных условиях $Z_{d*}^{\text{thr}} \approx 450$ для частиц со степенным распределением по размерам, характерные масштабы при этом $60 < \lambda_{\text{opt}}[\text{см}] < 100$; для распределения Гаусса с рассматриваемыми значениями дисперсий $Z_{d*}^{\text{thr}} \approx 100 \div 300$ ($60 < \lambda_{\text{opt}}[\text{см}] < 150$), для монодисперсного ансамбля $Z_{d*}^{\text{thr}} \approx 5$ ($20 < \lambda_{\text{opt}}[\text{см}] < 40$).

Приведённые результаты качественно согласуются с полученными в [14], где рассматривалось влияние разброса размеров крупных частиц на характеристики данной неустойчивости для плазмоноподобной среды грозовых облаков. В [14] было также продемонстрировано, что учёт разброса повышает порог неустойчивости и изменяет зависимости от параметров системы (основным параметром среды в [14] считалась нормированная проводимость воздушного потока $\sigma = 4\pi\sigma_i/\nu^*$; для монодисперсного ансамбля пороговое значение заряда не зависело от проводимости, а при учёте разброса линейно возрастало с увеличением σ). Однако количественно влияние разброса в условиях грозовых облаков было существенно слабее: при модельном распределении Гаусса со

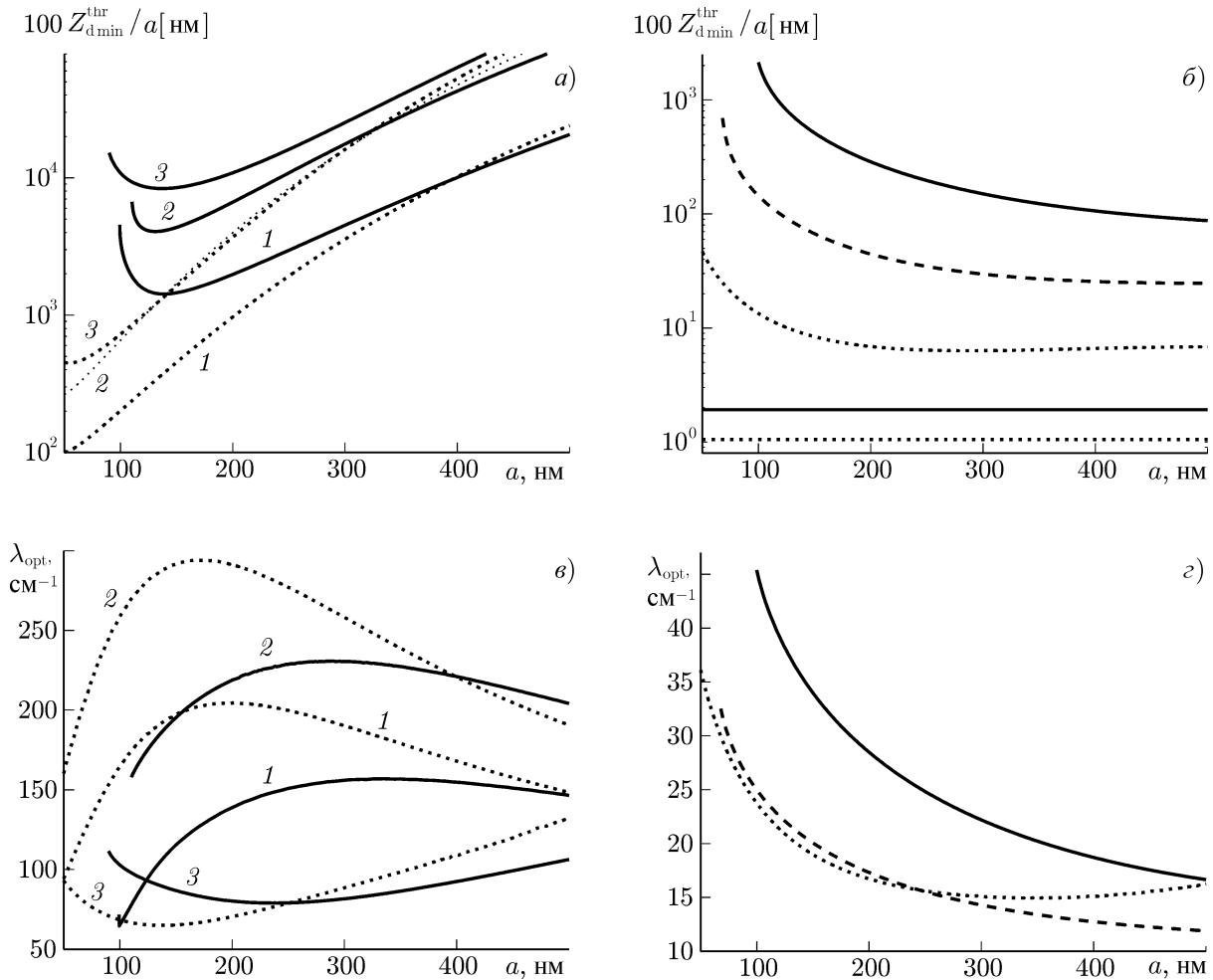


Рис. 4. Характеристики порога неустойчивости в зависимости от параметров системы. Кривые 1 на панелях (а) и (в) соответствуют распределению Гаусса (26) при $\Delta = 0,09$, кривые 2 — распределению Гаусса при $\Delta = 0,20$, кривые 3 — степенной функции распределения (30). Панели (б) и (г) соответствуют монодисперсному ансамблю частиц (25). Сплошные кривые построены при базовых значениях параметров, штриховые — при $C_{\nu_i} = 7,8 \cdot 10^{-9} \text{ с}^{-1}$, пунктирные — при $\delta = 50$, $\rho_a = 2 \text{ г/см}^{-3}$, $C_{\nu_i} = 7,8 \cdot 10^{-9} \text{ с}^{-1}$. Горизонтальные линии на панели (б) соответствуют значению заряда, обеспеченного фоновыми электронами (20)

среднеквадратичным отклонением 0,2 пороговое значение $(\Omega_p^*/\nu^*)^2$ повышалось, в зависимости от проводимости, в 1÷3 раза, а для мезосферных условий аналогичное распределение частиц по размерам повышает величину $(\Omega_p/\nu^*)_{\text{thr}}^2$ в 30÷200 раз в оптимальных условиях.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Сформулируем кратко основные результаты работы.

- 1) Учёт разброса размеров приводит к значительному повышению пороговых значений зарядов на аэрозолях.
- 2) Если распределение частиц по размерам соответствует закону Гаусса, то при больших дисперсиях неустойчивость отсутствует.
- 3) Разброс размеров частиц приводит к увеличению характерных масштабов неустойчивости

Таблица 1. Минимальное по радиусам и волновым числам значение заряда и интервалы значений концентрации нейтрального газа N_n и длин волн, при которых Z_{d*}^{thr} отличается от минимального значения меньше, чем на 10%

Параметры	Разброс	Z_{d*}^{thr}	λ_{opt} , см	$N_{n \text{ opt}}$, 10^{12} см^{-3}
$\rho_a = 1 \text{ г/см}^{-3}$, $C_{\nu_i} = 2,1 \cdot 10^{-9} \text{ с}^{-1}$ $\delta = 10$, $m_i = 180 \text{ а. е. м.}$	$\Delta = 0,09$	930	$150 < \lambda_{\text{opt}} < 300$	$10,0 < N_{n \text{ opt}} < 18,0$
	$\Delta = 0,20$	2880	$225 < \lambda_{\text{opt}} < 425$	$11,0 < N_{n \text{ opt}} < 21,0$
	$\eta = 4$	4671	$130 < \lambda_{\text{opt}} < 220$	$5,0 < N_{n \text{ opt}} < 15,0$
$\rho_a = 1 \text{ г/см}^{-3}$, $C_{\nu_i} = 2,1 \cdot 10^{-9} \text{ с}^{-1}$ $\delta = 50$, $m_i = 180 \text{ а. е. м.}$	$\Delta = 0,09$	552	$300 < \lambda_{\text{opt}} < 800$	$7,0 < N_{n \text{ opt}} < 16,0$
	$\Delta = 0,20$	1571	$400 < \lambda_{\text{opt}} < 1050$	$8,5 < N_{n \text{ opt}} < 19,0$
	$\eta = 4$	2861	$220 < \lambda_{\text{opt}} < 470$	$5,0 < N_{n \text{ opt}} < 20,0$
$\rho_a = 2 \text{ г/см}^{-3}$, $C_{\nu_i} = 2,1 \cdot 10^{-9} \text{ с}^{-1}$ $\delta = 10$, $m_i = 180 \text{ а. е. м.}$	$\Delta = 0,09$	927	$80 < \lambda_{\text{opt}} < 160$	$27,0 < N_{n \text{ opt}} < 50,0$
	$\Delta = 0,20$	2870	$140 < \lambda_{\text{opt}} < 215$	$31,0 < N_{n \text{ opt}} < 50,0$
	$\eta = 4$	4182	$67 < \lambda_{\text{opt}} < 97$	$15,0 < N_{n \text{ opt}} < 40,0$
$\rho_a = 1 \text{ г/см}^{-3}$, $C_{\nu_i} = 7,8 \cdot 10^{-9} \text{ с}^{-1}$ $\delta = 10$, $m_i = 180 \text{ а. е. м.}$	$\Delta = 0,09$	311	$50 < \lambda_{\text{opt}} < 115$	$15,0 < N_{n \text{ opt}} < 32,0$
	$\Delta = 0,20$	959	$80 < \lambda_{\text{opt}} < 140$	$19,5 < N_{n \text{ opt}} < 35,5$
	$\eta = 4$	1330	$50 < \lambda_{\text{opt}} < 62$	$10,0 < N_{n \text{ opt}} < 20,0$
$\rho_a = 2 \text{ г/см}^{-3}$, $C_{\nu_i} = 7,8 \cdot 10^{-9} \text{ с}^{-1}$ $\delta = 50$, $m_i = 180 \text{ а. е. м.}$	$\Delta = 0,09$	181	$60 < \lambda_{\text{opt}} < 140$	$30,0 < N_{n \text{ opt}} < 70,0$
	$\Delta = 0,20$	516	$100 < \lambda_{\text{opt}} < 190$	$40,2 < N_{n \text{ opt}} < 70,0$
	$\eta = 4$	716	$60 < \lambda_{\text{opt}} < 73$	$25,0 < N_{n \text{ opt}} < 45,0$
$\rho_a = 1 \text{ г/см}^{-3}$, $C_{\nu_i} = 2,1 \cdot 10^{-9} \text{ с}^{-1}$ $\delta = 50$, $m_i = 35 \text{ а. е. м.}$	$\Delta = 0,09$	2730	$800 < \lambda_{\text{opt}} < 2700$	$3,5 < N_{n \text{ opt}} < 8,5$
	$\Delta = 0,20$	7581	$1260 < \lambda_{\text{opt}} < 3820$	$4,0 < N_{n \text{ opt}} < 9,5$
	$\eta = 4$	26784	$820 < \lambda_{\text{opt}} < 1220$	$7,0 < N_{n \text{ opt}} < 12,0$

Таблица 2. Минимальное по радиусам и волновым числам значение нормированного заряда $(100Z_{d*}^{\text{thr}}/a[\text{нм}])_{\text{min}}$ и интервалы значений радиусов и длин волн, при которых Z_{d*}^{thr} отличается от минимального значения меньше, чем на 10%

Параметры	Разброс	$100Z_{d*}^{\text{thr}}/a[\text{нм}]$, нм^{-1}	λ_{opt} , см	a_{opt} , нм
$\rho_a = 1 \text{ г/см}^{-3}$, $C_{\nu_i} = 2,1 \cdot 10^{-9} \text{ с}^{-1}$ $\delta = 10$, $m_i = 180 \text{ а. е. м.}$	$\Delta = 0,09$	1424	$90 < \lambda_{\text{opt}} < 125$	$120 < a_{\text{opt}} < 165$
	$\Delta = 0,20$	4061	$170 < \lambda_{\text{opt}} < 195$	$120 < a_{\text{opt}} < 150$
	$\eta = 4$	8367	$85 < \lambda_{\text{opt}} < 92$	$130 < a_{\text{opt}} < 150$
$\rho_a = 1 \text{ г/см}^{-3}$, $C_{\nu_i} = 2,1 \cdot 10^{-9} \text{ с}^{-1}$ $\delta = 50$, $m_i = 180 \text{ а. е. м.}$	$\Delta = 0,09$	905	$145 < \lambda_{\text{opt}} < 205$	$120 < a_{\text{opt}} < 175$
	$\Delta = 0,20$	2324	$250 < \lambda_{\text{opt}} < 330$	$110 < a_{\text{opt}} < 160$
	$\eta = 4$	4993	$167 < \lambda_{\text{opt}} < 187$	$120 < a_{\text{opt}} < 150$
$\rho_a = 2 \text{ г/см}^{-3}$, $C_{\nu_i} = 2,1 \cdot 10^{-9} \text{ с}^{-1}$ $\delta = 10$, $m_i = 180 \text{ а. е. м.}$	$\Delta = 0,09$	700	$90 < \lambda_{\text{opt}} < 125$	$60 < a_{\text{opt}} < 80$
	$\Delta = 0,20$	1999	$170 < \lambda_{\text{opt}} < 200$	$60 < a_{\text{opt}} < 80$
	$\eta = 4$	3733	$78 < \lambda_{\text{opt}} < 92$	$60 < a_{\text{opt}} < 90$
$\rho_a = 1 \text{ г/см}^{-3}$, $C_{\nu_i} = 7,8 \cdot 10^{-9} \text{ с}^{-1}$ $\delta = 10$, $m_i = 180 \text{ а. е. м.}$	$\Delta = 0,09$	331	$50 < \lambda_{\text{opt}} < 65$	$85 < a_{\text{opt}} < 115$
	$\Delta = 0,20$	934	$80 < \lambda_{\text{opt}} < 95$	$80 < a_{\text{opt}} < 105$
	$\eta = 4$	1790	$40 < \lambda_{\text{opt}} < 49$	$80 < a_{\text{opt}} < 135$
$\rho_a = 2 \text{ г/см}^{-3}$, $C_{\nu_i} = 7,8 \cdot 10^{-9} \text{ с}^{-1}$ $\delta = 50$, $m_i = 180 \text{ а. е. м.}$	$\Delta = 0,09$	100	$95 < \lambda_{\text{opt}} < 110$	$50 < a_{\text{opt}} < 60$
	$\Delta = 0,20$	264	$160 < \lambda_{\text{opt}} < 175$	$50 < a_{\text{opt}} < 55$
	$\eta = 4$	448	$81 < \lambda_{\text{opt}} < 93$	$50 < a_{\text{opt}} < 65$

и качественному изменению зависимостей порогового значения зарядов от параметров среды (появляется минимум в зависимостях от параметров, определяющих скорость аэрозолей).

Согласно полученным результатам для развития неустойчивости аэрозольного потока в усло-

виях мезосферы Земли разброс размеров крупных частиц должен быть достаточно малым. Также необходимо наличие потока энергичных сверхтепловых электронов, обеспечивающего высокие заряды на частицах. В частности, при распределении частиц по размерам по закону Гаусса с относительной дисперсией $1/500 < \Delta^2 < 1/125$ для достижения порога неустойчивости требуется поток сверхтепловых электронов $2,0 \cdot 10^{10} (a[\text{см}])^2 < I_h[\text{см}^{-2}\text{с}^{-1}] < 5,0 \cdot 10^{10} (a[\text{см}])^2$, т. е. превышающий поток фоновых холодных электронов в $10 \div 30$ раз.

Возможным фактором, который может улучшить ситуацию с точки зрения достижения порога неустойчивости, является постоянное электрическое поле [16], которое увеличит относительную скорость V_{ia} за счёт ускорения ионов (увеличение относительной скорости за счёт аэрозолей или нейтральной компоненты при наличии разброса может понизить порог только до определённого минимума, см. выше). Однако следует иметь в виду, что наличие сильного электрического поля может кардинально изменить процесс зарядки [33] — как величину заряда, так и его зависимость от радиуса частицы.

Рассмотренная задача может быть также актуальна для некоторых областей атмосферы других планет Солнечной системы и их спутников, в которых пылевые и ледяные частицы могут играть заметную роль. Исследованию возможности развития диссипативной неустойчивости аэрозольного потока в средней атмосфере Марса и ионосфере Титана будет посвящена вторая часть данной работы.

Автор выражает благодарность М. А. Гарасёву за консультацию по численным расчётам и А. Г. Демехову за интерес к работе и ценные замечания.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проекты 12-02-31863 и 13-05-0-01100), программы Президиума РАН №22 «Фундаментальные проблемы исследований и освоения Солнечной системы» и Совета по грантам Президента Российской Федерации для поддержки ведущих научных школ Российской Федерации (грант НШ-4185.2012.2).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Фортов В. Е., Храпак А. Г., Храпак С. А. и др. // Успехи физических наук. 2004. Т. 174, № 5. С. 495.
2. Комплексная и пылевая плазма. Из лаборатории в космос / Под ред. В. Е. Фортова, Г. Морфилла. М.: Физматлит, 2012.
3. Havnes O., de Angelis U., Bingham R., et al. // J. Atmosph. Terr. Phys. 1990. V. 52, No. 6–8. P. 637.
4. Cho J. Y. N., Rottger J. // J. Geophys. Res. 1997. V. 102. P. 2001.
5. Macgorman D. R., Rust W. D. The electrical nature of storms. Oxford Univ. Press, 1998.
6. Wolff M. J., Smith M. D., Clancy R. T., et al. // J. Geophys. Res. 2006. V. 111. Art. no. E12S17, doi:10.1029/2006JE002786.
7. Lavvas P., Yelle R. V., Griffith C. A. // Icarus. 2010. V. 210. P. 832.
8. Grün E., Horanyi M., Sternovsky Z. // Planetary and Space Science. 2011. V. 59. P. 1672.
9. Verheest F. Waves in dusty space plasmas. Dordrecht: Kluwer Academic, 2000.
10. Rao N. N., Shukla P. K., Yu M. Y. // Planetary and Space Science. 1990. V. 38. P. 543.
11. Трахтенгерц В. Ю. // Докл. Акад. наук СССР. 1989. Т. 308, № 3. С. 584.
12. Trakhtengerts V. Y. // J. Atmosph. Terr. Phys. 1994. V. 56, No. 3. P. 337.
13. Tsyтович V. N., Havnes O. // American Institute of Physics Conf. Ser. 2002. V. 649. Dust Crystal in the Electrode Sheath of a Gaseous Discharge. P. 454.

14. Грач В. С., Демехов А. Г., Трахтенгерц В. Ю. // Изв. вузов. Радиофизика. 2005. Т. 48, № 6. С. 488.
15. Грач В. С., Демехов А. Г., Трахтенгерц В. Ю. // Изв. вузов. Радиофизика. 2006. Т. 49, № 11. С. 942.
16. Грач В. С. // Изв. вузов. Радиофизика. 2009. Т. 52, № 12. С. 945.
17. Joyce G., Lampe M., Ganguli G. // Phys. Rev. Lett. 2002. V. 88, No. 9. Art. no. 095006.
18. Mamun A. A., Shukla P. K. // Phys. Plasmas. 2000. V. 7. P. 4412.
19. Fortov V. E., Khrapak A. G., Khrapak S. A., et al. // Phys. Plasmas. 2000. V. 7. P. 1374.
20. Rosenberg M. // Planetary and Space Science. 1993. V. 41. P. 229.
21. Мареев Е. А., Сорокин А. Е., Трахтенгерц В. Ю. // Физика плазмы. 1999. Т. 25, № 3. С. 289.
22. Rapp M., Lübken F.-J. // Atmos. Phys. Chem. Discuss. 2004. V. 4. P. 4777.
23. Клумов Б. А., Морфилл Г. Е., Попель С. И. // Журнал экспериментальной и теоретической физики. 2005. Т. 127, № 1. С. 171.
24. Kornin S. I., Popel S. I., Yu M. Y. // Phys. Plasmas. 2009. V. 16, No. 6. Art. no. 063705.
25. Дубинский А. Ю., Попель С. И. // Письма в ЖЭТФ. 2012. Т. 96, № 1. С. 22.
26. Имянитов И. М., Чубарина Е. В., Шварц Я. М. Электричество облаков. Л.: Гидрометеиздат, 1971.
27. Цытович В. Н. // Успехи физ. наук. 1997. Т. 167, № 1. С. 57.
28. Chung P. M., Talbot L., Touryan K. J. // NASA STI/Recon Technical Report. A. 1975. V. 75. Art. no. 25150.
29. Козлов О. В. Электрический зонд в плазме. М.: Атомиздат, 1969.
30. Цытович В. Н., Морфилл Г. Е., Томас В. Х. // Физика плазмы. 2002. Т. 28, № 8. С. 675.
31. Фортон В. Е., Храпак А. Г., Якубов И. Т. Физика неидеальной плазмы: Учеб. пособие для вузов. М.: Физматлит, 2004.
32. Sorokin A. E. // European Phys. J. D. 2008. V. 47. P. 83.
33. Грач В. С., Семенов В. Е., Трахтенгерц В. Ю. // Физика плазмы. 2009. Т. 35, № 1. С. 36.
34. Varotsos C., Ondov J., Tzanis C. et al. // Atmosph. Environment. 2012. V. 59. P. 312.
35. Salam A., Mamoon H. A., Ullah M. B., Ullah S. M. // Atmosph. Environment. 2012. V. 59. P. 338.
36. Kopp E., Eberhardt P., Herrmann U., Bjorn L. // J. Geophys. Res. 1985. V. 90. P. 13041.
37. Gumbel J., Witt G. // Geophys. Res. Lett. 2002. V. 29, No. 16. P. 160000.
38. Bjorn L. G., Arnold F. // Geophys. Res. Lett. 1981. V. 8. P. 1167.
39. Lübken F., Rapp M., Hoffmann P. // J. Geophys. Res. 2002. V. 107, No. D15. P. 4273.
40. Гуревич А. В., Шварцбург А. Б. Нелинейная теория распространения радиоволн в ионосфере. М.: Наука, 1973.
41. Акасофу С. И., Чепмен С. Солнечно-земная физика. М.: Мир, 1974.
42. Lee J. S., Doering J. P., Potemra T. A., Brace L. H. // Planetary and Space Sci. 1980. V. 28. P. 947.

Поступила в редакцию 6 мая 2013 г.; принята в печать 26 июня 2013 г.

AEROSOL-SIZE DISPERSION INFLUENCE ON DISSIPATIVE INSTABILITY OF AEROSOL FLOWS IN THE PLANETARY ATMOSPHERES. I. EARTH'S MESOSPHERE

V. S. Grach

The aerosol-size dispersion influence on the dissipative instability of aerosol flow in cold weakly ionized collisional plasma is considered. The instability is generated by the relative motion of the aerosol

В. С. Грач

411

and ion components due to gravity fall of aerosols. The studies allow for the molecular ion diffusion, charging of large particles, and their size dispersion within the framework of three model distributions, i.e., monodispersed ensemble, power distribution, and Gaussian distribution. The threshold charge values on the aerosols, which are required for the instability development, are obtained as functions of the system parameters. The particle-size dispersion is shown to significantly increase the threshold charge value and qualitatively change its dependence on some parameters. In particular, it decreases with increasing aerosol velocity. The dependence of the threshold value on the parameters determining the aerosol velocity has minimum when dispersion is allowed for. The threshold charge value increases with increasing coefficient of ion diffusion. Qualitative estimates of the threshold charges and characteristic instability scales are obtained for the Earth mesospheric conditions at the altitudes 80–90 km.