

УДК 533.951

К КИНЕТИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ ИЗЛУЧЕНИЯ ТОЧЕЧНОГО МОНОХРОМАТИЧЕСКОГО ДИПОЛЬНОГО ИСТОЧНИКА В ДВИЖУЩЕЙСЯ ЗАМАГНИЧЕННОЙ ПЛАЗМЕ

Д. Д. Бареев, В. Г. Гавриленко, В. Д. Пикулин

Нижегородский госуниверситет им. Н. И. Лобачевского, г. Нижний Новгород, Россия

Рассмотрена задача об излучении точечного монохроматического дипольного источника в движущейся с постоянной скоростью вдоль сильного магнитного поля тёплой электронной плазме. Для описания электромагнитных свойств последней использован тензор диэлектрической проницаемости диагонального вида, рассчитанный для замагниченной плазмы с максвелловским распределением электронов по скоростям. Численно решено дисперсионное уравнение и получены выражения для амплитуд полей в волновой зоне. Показано, что кинетическое описание плазмы становится необходимым при нахождении амплитуд волн, фазовые скорости которых близки к средней скорости движения плазмы.

ВВЕДЕНИЕ

Известно, что движение плазмы может существенным образом повлиять на структуру электромагнитных полей и характер распространения волн в ней [1–3]. Наиболее сильно движение плазмы влияет на поведение волн, фазовая скорость которых близка к скорости движения среды (условие синхронизма). Так, например, в неоднородных плазменных потоках возможно усиление или затухание таких волн [3]. Особый интерес представляет вопрос о возбуждении электромагнитных волн в движущейся плазме (см., например, работы [4–10]). Для холодной электронной плазмы, движущейся вдоль сильного магнитного поля, в работе [8] было установлено, что излучение монохроматического источника с продольным током может быть представлено в волновой зоне в виде суперпозиции нескольких квазиплоских волн. Они характеризуются общим направлением групповой скорости (от источника к точке наблюдения) и разными волновыми векторами. Так для достаточно малых углов наблюдения θ (т.е. углов между групповой скоростью и магнитным полем) число таких волн равно пяти. При стремлении угла наблюдения к нулю одна из них соответствует квазиперечной волне в вакууме, две другие хорошо известны и представляют собой быструю и медленную продольные волны пространственного заряда. Поведение двух оставшихся волн при уменьшении угла наблюдения в приближении холодной плазмы полностью выяснить не удаётся. Корректное описание этих волн становится возможным лишь при кинетическом учёте теплового движения электронов.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

В настоящей работе рассмотрена задача об излучении неподвижного точечного монохроматического дипольного источника в однородной электронной плазме, движущейся с постоянной средней скоростью v_0 по оси z , направленной вдоль сильного магнитного поля. При расчёте волновых полей и закона дисперсии используется кинетическое описание среды в предположении, что невозмущённая функция распределения электронов по скоростям является максвелловской в системе отсчёта, движущейся со скоростью v_0 . Тогда в неподвижной системе отсчёта тензор

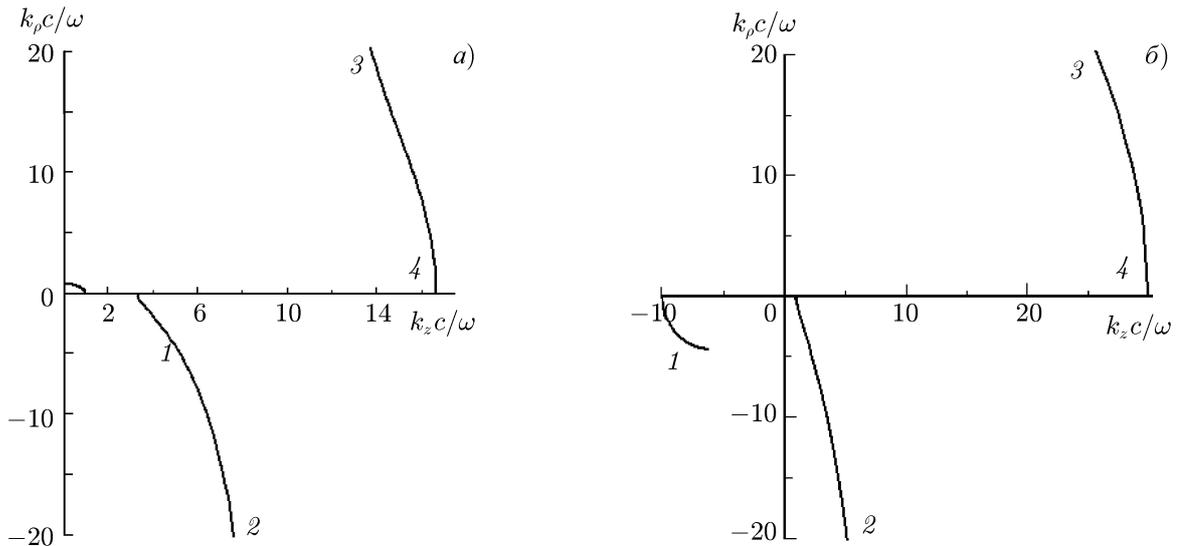


Рис. 1. Зависимость $k_\rho c/\omega$ от $k_z c/\omega$ в приближении холодной плазмы для $\omega_p/\omega = 2/3$ (а) и $\omega_p/\omega = 2$ (б)

диэлектрической проницаемости плазмы имеет диагональный вид [11, 12] с компонентами

$$\varepsilon_{xx} = \varepsilon_{yy} = 1, \quad \varepsilon_{zz} = 1 + \frac{\omega_p^2}{k_z^2 v_T^2} \left[1 + \frac{i}{2} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{\tilde{\omega}}{k_z v_T} W\left(\frac{\tilde{\omega}}{\sqrt{2} k_z v_T}\right) \right], \quad (1)$$

где k_z — продольная составляющая волнового вектора, ω_p — плазменная частота электронов, v_T — их тепловая скорость, $\tilde{\omega} = \omega - k_z v_0$,

$$W(s) = \exp(-s^2) \left[1 + \frac{2i}{\sqrt{\pi}} \int_0^s \exp(\tau^2) d\tau \right]$$

— функция Крампа.

Интересуясь установившимся решением на частоте ω , в качестве источника излучения рассмотрим продольный точечный диполь с плотностью дипольного момента

$$\mathbf{P}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{z}_0 p_0 \delta(z) \delta(\rho) \exp(-i\omega t), \quad \rho^2 = x^2 + y^2, \quad (2)$$

которая определяет плотность тока

$$\mathbf{j} = \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial t} = -i\omega \mathbf{z}_0 p_0 \delta(z) \delta(\rho) \exp(-i\omega t). \quad (3)$$

Такой источник излучает необыкновенную волну, дисперсионное уравнение для которой в данной среде имеет вид [12]

$$k_\rho^2 = \varepsilon_{zz} (\omega^2/c^2 - k_z^2). \quad (4)$$

Ветви дисперсионных кривых в приближении холодной плазмы для волн, бегущих от источника, т. е. удовлетворяющих условию $\partial k_\rho / \partial \omega > 0$, показаны на рис. 1 для $v_0/c = 0,1$, $\omega_p/\omega = 2/3$ (а) и $\omega_p/\omega = 2$ (б). Довольно большое значение средней скорости плазмы выбрано из соображений наглядности.

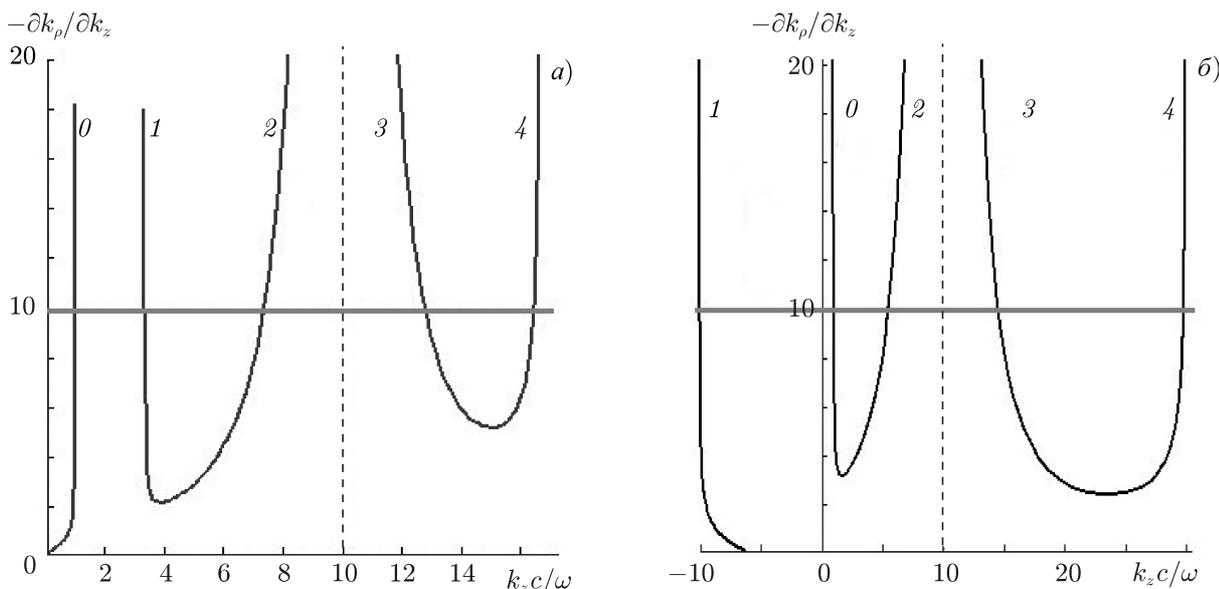


Рис. 2. Зависимость $-\partial k_\rho/\partial k_z$ от $k_z c/\omega$ в приближении холодной плазмы для $\omega_p/\omega = 2/3$ (а) и $\omega_p/\omega = 2$ (б)

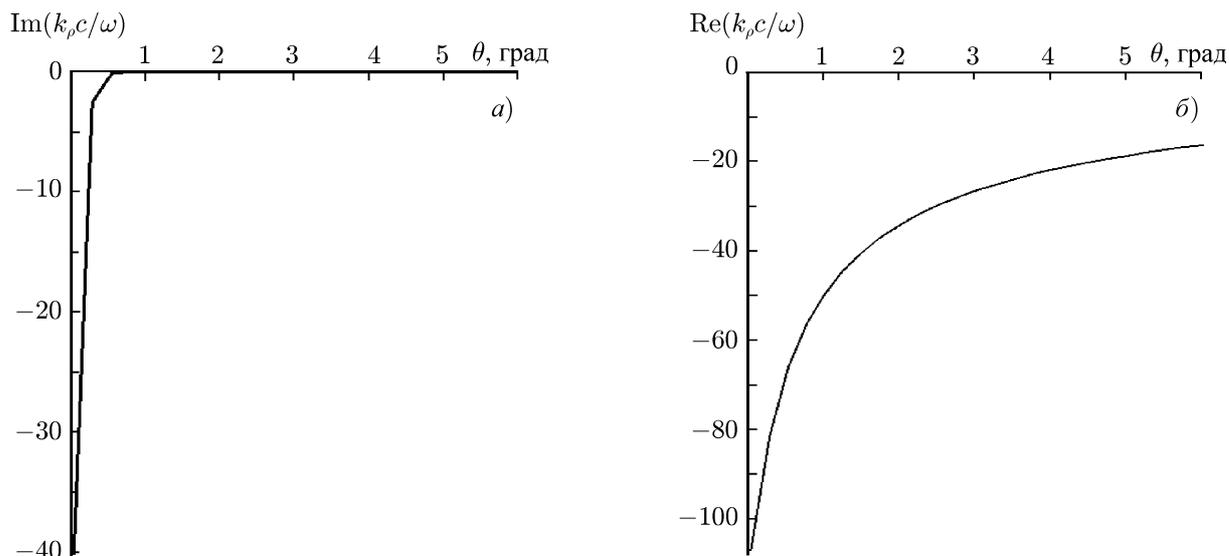
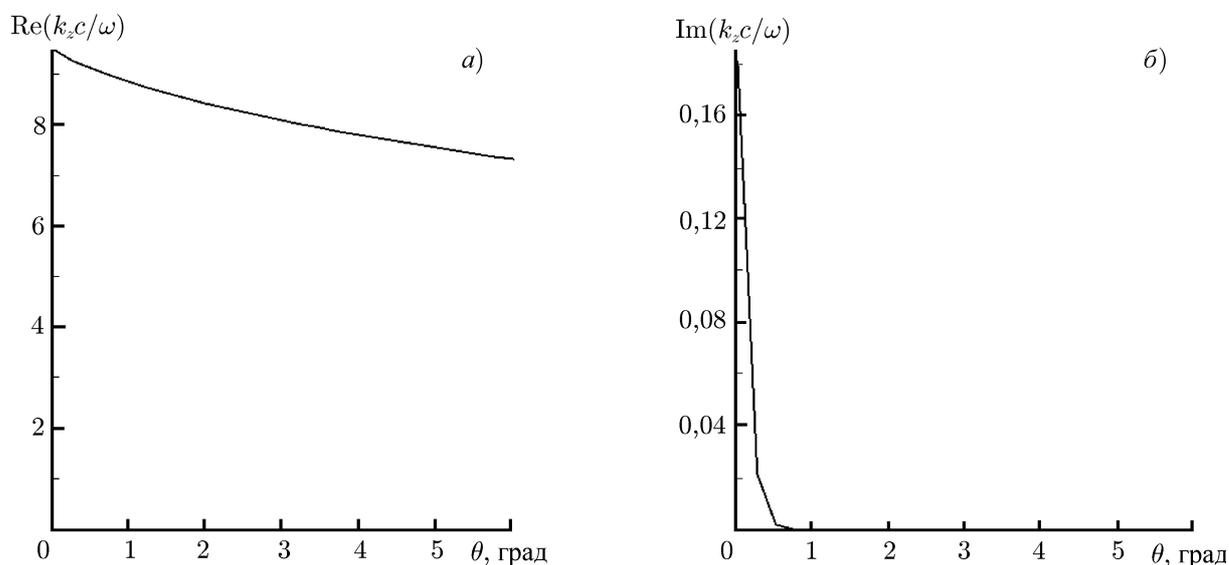
Продольная составляющая волнового вектора k_z в точке наблюдения, расположенной в волновой зоне, может быть найдена из соотношения

$$\text{ctg } \theta = -\partial k_\rho/\partial k_z, \tag{5}$$

которое означает, что групповая скорость волн направлена под углом наблюдения θ . График зависимости $-\partial k_\rho/\partial k_z$ от $k_z c/\omega$ в приближении холодной плазмы представлен на рис. 2 для указанных выше характерных частот. Важно отметить, что, когда частота источника меньше плазменной, наличие пространственной дисперсии, обусловленной макроскопическим движением среды, приводит к такой деформации дисперсионных кривых, при которой исчезает присущий неподвижной замагниченной плазме резонансный конус, с приближением к которому неограниченно возрастают поля излучения точечного источника [13]. Из графиков, изображённых на рис. 1 и 2, следует, что в волновой зоне при некоторых углах наблюдения θ формируется электромагнитное поле в виде суперпозиции пяти квазиплоских волн с разными значениями k_z , k_ρ и разными величинами групповой скорости. Из них наиболее интересны для нас волны, соответствующие ветвям 2 и 3 на рис. 1 и 2. Фазовые скорости ω/k_z этих волн могут быть близки к скорости движения плазмы v_0 (вертикальные пунктирные линии на рис. 2 соответствуют условию синхронизма $\omega = k_z v_0$). Как уже указывалось выше, их свойства остаются неопределёнными для углов наблюдения $\theta \rightarrow 0$ в приближении холодной плазмы.

2. КИНЕТИЧЕСКИЙ РАСЧЁТ ДИСПЕРСИОННЫХ КРИВЫХ И АМПЛИТУД ПОЛЕЙ

С учётом теплового движения электронов величина ϵ_{zz} в (1) для действительных ω становится комплексной. В результате составляющие k_ρ и k_z волновых векторов имеют как действительные, так и мнимые части. Вид зависимостей действительных и мнимых частей $k_\rho c/\omega$ и $k_z c/\omega$ от угла наблюдения θ для волн 2 и 3 при относительно малой тепловой скорости электронов $v_T/c = 2 \cdot 10^{-3}$ удаётся получить путём численного решения уравнения (7) с учётом (1) и (6). Соответствующие кривые приведены для $\omega_p/\omega = 2/3$ на рис. 3–6.

Рис. 3. Зависимости действительной и мнимой частей k_ρ от угла наблюдения θ для волны 2Рис. 4. Зависимости действительной и мнимой частей k_z от угла наблюдения θ для волны 2

Из расчётов следует, что кинетическое рассмотрение, учитывающее бесстолкновительное затухание волн в области синхронизма $\omega - k_z v_0 \approx 0$, приводит к значительному увеличению мнимых частей волновых векторов при приближении угла θ к нулю.

Влияние теплового движения электронов плазмы на дисперсионные кривые для остальных трёх волн оказывается несущественным при выбранных характерных значениях параметров плазмы.

Рассчитаем далее амплитуды полей квазиплоских волн в дальней зоне. В этом случае поперечную и продольную по отношению к оси z компоненты электрического поля можно представить в виде [2, 8]

$$E_{\rho,z}(z, \rho, t) = -\frac{ip_0}{2\sqrt{2\pi\rho}} \exp(-i\omega t) \int \frac{F_{\rho,z}}{\sqrt{k_\rho}} \exp[i(k_z z + k_\rho \rho)] dk_z, \quad (6)$$

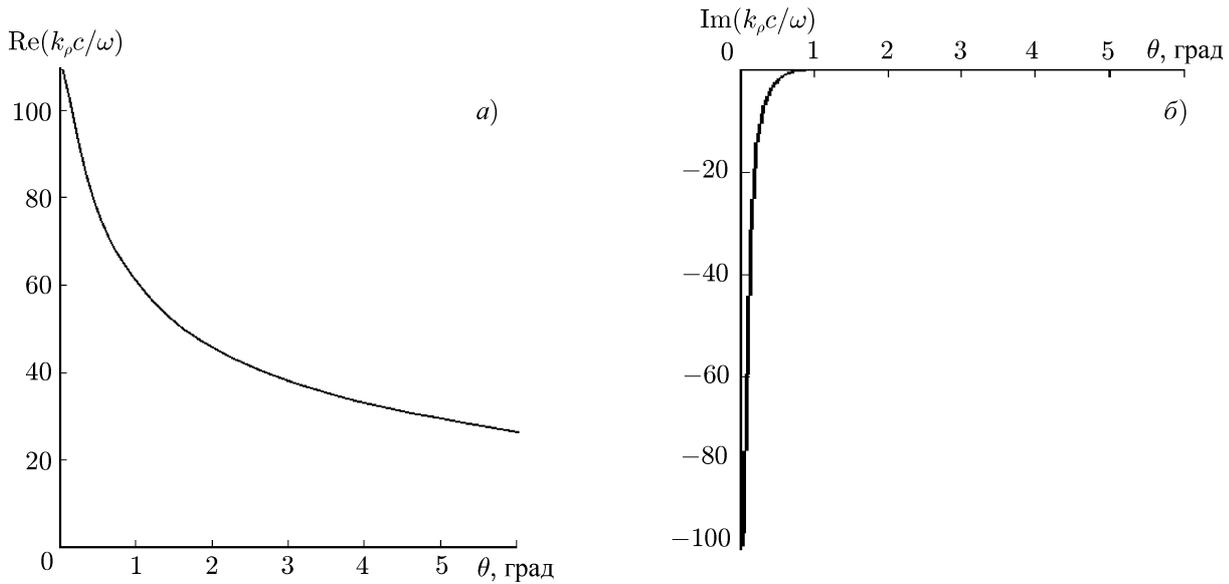


Рис. 5. Зависимости действительной и мнимой частей k_ρ от угла наблюдения θ для волны 3

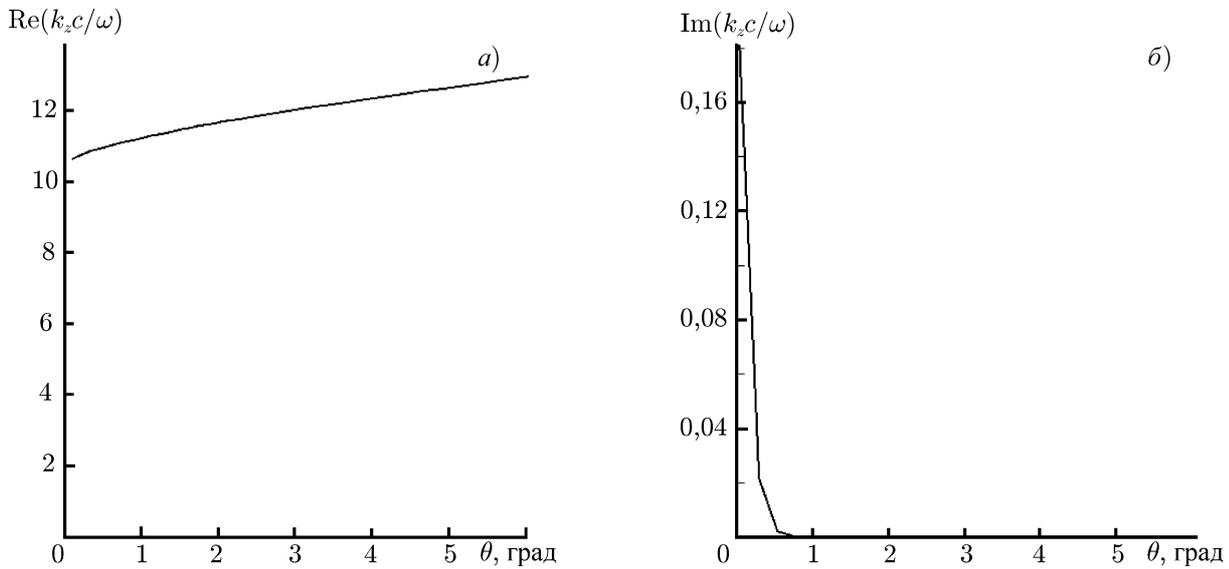


Рис. 6. Зависимости действительной и мнимой частей k_z от угла наблюдения θ для волны 3

где $F_\rho = k_z k_\rho$, $F_z = k_z^2 - \omega^2/c^2$, а k_ρ определяется уравнением (4). При вычислении интеграла (6) в волновой зоне, т. е. при $\omega r/c \gg 1$, как и в [8], будем использовать метод перевала [13]. Выражение для проекций поля отдельных волн приобретает вид

$$E_{\rho,z}(r, \theta, t) = -\frac{ip_0}{2\sqrt{2\pi\rho}} \exp(-i\omega t) \frac{F_{\rho,z}}{\sqrt{k_\rho}} \sqrt{\frac{-2\pi}{i\rho(\partial^2 k_\rho/\partial k_z^2)}} \exp[i(k_z \cos \theta + k_\rho \sin \theta)r], \quad (7)$$

где k_z — один из корней уравнения (5), производная вычисляется для этого значения k_z , $r = \sqrt{\rho^2 + z^2}$, $\rho = r \sin \theta$. Тогда соответствующие им амплитуды определяются формулой

$$|E_{\rho,z}| = \frac{p_0 |F_{\rho,z}|}{2r \sin \theta |k_\rho|^{1/2} |\partial^2 k_\rho/\partial k_z^2|^{1/2}} \exp \{ - [\text{Im}(k_z) \cos \theta + \text{Im}(k_\rho) \sin \theta] r \}. \quad (8)$$

При нахождении амплитуд волн вблизи конической каустической поверхности, где $\partial^2 k_\rho / \partial k_z^2 = 0$, воспользуемся следующим выражением для асимптотического разложения интеграла от быстро осциллирующей функции с седловыми точками второго порядка [13]:

$$I(\Omega) = \int_{z_s}^{\infty} f(z) \exp[i\Omega q(z)] dz \approx \left[\frac{-3!}{q'''(z_s)} \right]^{1/3} f(z_s) \exp[i\Omega q(z_s)] \frac{\Gamma(1/3)}{3\Omega^{1/3}}, \quad \Omega \rightarrow \infty. \quad (9)$$

Здесь $f(z)$ и $q(z)$ — аналитические функции комплексной переменной, Ω — большой параметр, z_s — седловая точка второго порядка. Тогда асимптотическое представление (9) полей (6) в окрестности седловой точки имеет вид

$$E_{\rho,z}(r, \theta, t) = \frac{-ip_0}{6\sqrt{2\pi r \sin \theta}} \exp(-i\omega t) \frac{F_{\rho,z} \Gamma(1/3)}{\sqrt{k_\rho}} \sqrt[3]{\frac{-3!}{r \sin \theta (\partial^3 k_\rho / \partial k_z^3)}} \exp[i(k_z \cos \theta + k_\rho \sin \theta) r]. \quad (10)$$

Их амплитуды определяются выражением

$$|E_{\rho,z}| = \frac{p_0 |F_{\rho,z}| \sqrt[3]{3!} \Gamma(1/3)}{6\sqrt{2\pi} (r \sin \theta)^{5/6} |k_\rho|^{1/2} |\partial^3 k_\rho / \partial k_z^3|^{1/3}} \exp\{-[\text{Im}(k_z) \cos \theta + \text{Im}(k_\rho) \sin \theta] r\}. \quad (11)$$

Из рис. 1 и 2 следует, что ход дисперсионных ветвей 2 и 3 при частоте источника больше и меньше плазменной качественно одинаковый. Поэтому для выявления особенностей поведения амплитуд этих волн ограничимся случаем $\omega_p/\omega = 2/3$.

Графические зависимости амплитуд полей E_ρ и E_z от угла наблюдения θ приведены на рис. 7 и 8 для обусловленных движением плазмы волн 1, 2, 3 и 4 при $\omega r/c = 1000$ в соответствии с формулами (8), (11) и найденными выше численно значениями комплексных волновых векторов для волн с $\text{Re } k_z < \omega/v_0$ и $\text{Re } k_z > \omega/v_0$. Для сравнения на рис. 9 построены графики для нулевой волны, которая при $v_0 \rightarrow 0$ переходит в необыкновенную волну в замагниченной плазме. На этих рисунках E_ρ^* и E_z^* — нормированные одинаковым образом амплитуды поперечной и продольной составляющих электрических полей соответствующих волн. Точками на графиках показаны результаты численного расчёта по формуле (8), а звёздочками отмечены значения амплитуд, вычисленные по формуле (11) для углов θ , соответствующих каустическим конусам, где $\partial^2 k_\rho / \partial k_z^2 = 0$.

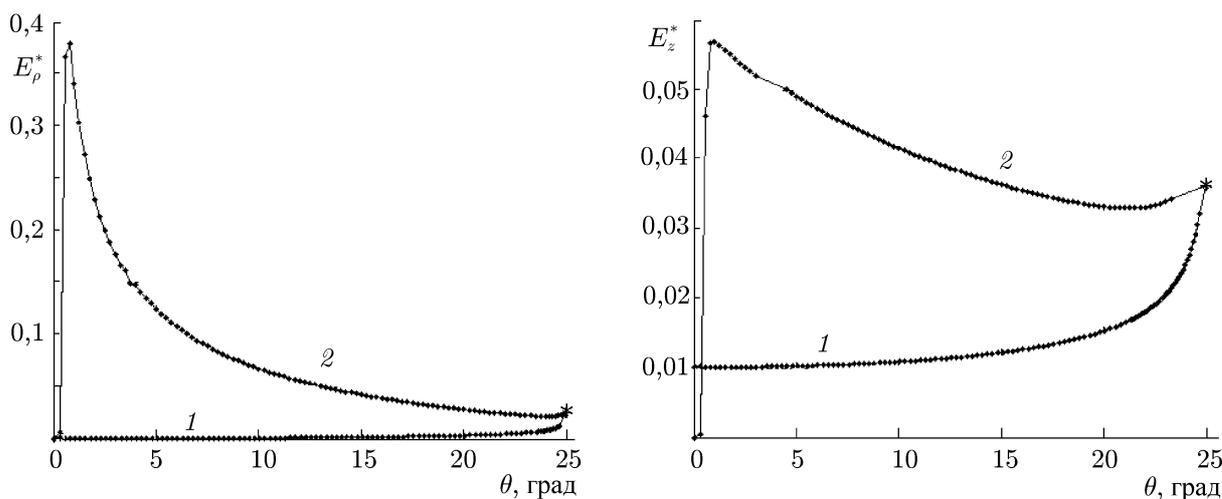


Рис. 7. Зависимости $E_\rho^* \propto |E_\rho|$ и $E_z^* \propto |E_z|$ от угла θ для волн 1 и 2 при $\text{Re } k_z < \omega/v_0$

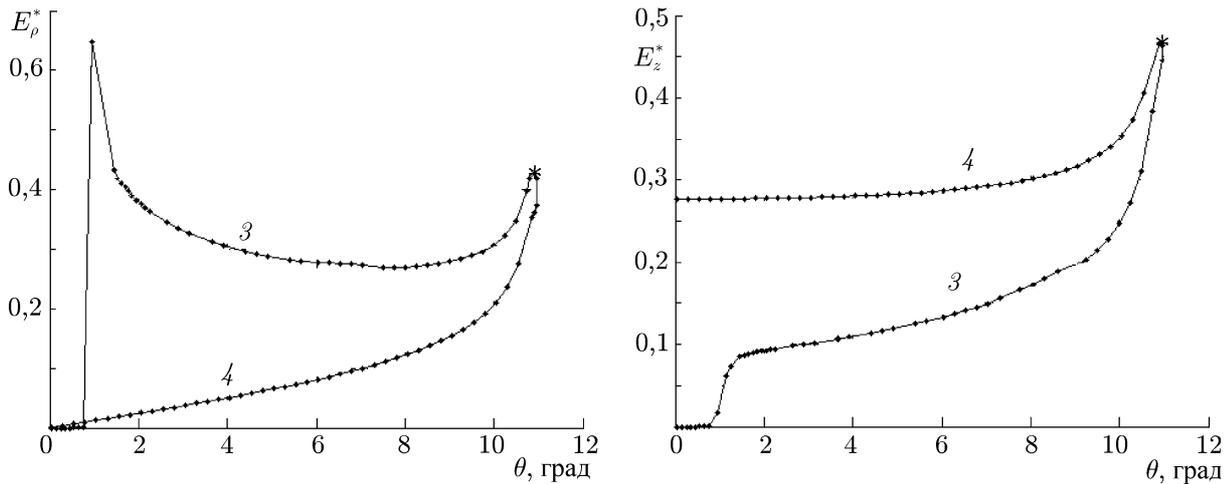


Рис. 8. Зависимости $E_\rho^* \propto |E_\rho|$ и $E_z^* \propto |E_z|$ от угла θ для волн 3 и 4 при $\text{Re } k_z > \omega/v_0$

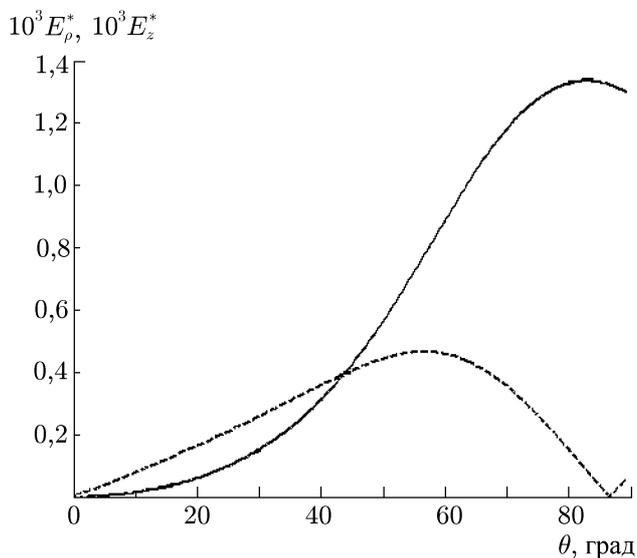


Рис. 9. Зависимости $E_\rho^* \propto |E_\rho|$ (пунктир) и $E_z^* \propto |E_z|$ (сплошная кривая) от угла θ для нулевой волны

Из рис. 7, 8 и 9 следует, что при стремлении угла наблюдения к нулю амплитуды волн 2 и 3 также стремятся к нулю из-за бесстолкновительного затухания, а волны 1 и 4 становятся квазипродольными и представляют собой быструю и медленную волны пространственного заряда. Амплитуда нулевой волны при точном равенстве $\theta = 0$ равна нулю, а при малых углах наблюдения эта волна является квазипоперечной и её амплитуда значительно меньше, чем у волн пространственного заряда. При дальнейшем увеличении угла наблюдения резко возрастают амплитуды волн 2 и 3, при этом они являются квазипоперечными и преобладают над всеми остальными. С приближением точки наблюдения к каустическому конусу для волн 3 и 4 их амплитуды возрастают и значительно превосходят амплитуды всех остальных волн. Вблизи каустического конуса волн 1, 2 их амплитуда

значительно превосходит амплитуду нулевой волны. При дальнейшем увеличении угла наблюдения остаётся только нулевая волна, которая становится квазипоперечной в направлении, близком к нормальному по отношению к оси излучающего диполя.

3. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Полученные в рамках кинетического подхода результаты показывают, что амплитуды волн 2 и 3 резко убывают практически до нуля при $\theta \rightarrow 0$ из-за бесстолкновительного затухания в области фазового синхронизма. Волны 1 и 4 при этих условиях переходят в известные быструю и медленную продольные волны пространственного заряда. Можно убедиться также в том, что, хотя для волн 2 и 3 $\text{Im } k_\rho < 0$, экспоненциальный множитель в формулах (8) и (11) является невозрастающей функцией расстояния r от источника до точки наблюдения при любых углах

наблюдения θ .

Таким образом, кинетический подход позволяет корректно рассчитать для волновой зоны сложную многоволновую структуру поля монохроматического электрического диполя в движущейся сильно замагниченной плазме. При этом выясняется, что резонансное взаимодействие электромагнитных волн с движущейся плазмой, обусловленное фазовым синхронизмом, имеет место и в случае, когда её скорость значительно превышает тепловую скорость электронов.

Кроме того, важно отметить, что в движущейся замагниченной плазме в волновой зоне наибольшую амплитуду имеют квазиплоские составляющие волнового поля, обусловленные движением плазмы и излучаемые продольным диполем внутри каустических конусов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Болотовский Б. М., Столяров С. Н. // Эйнштейновский сборник 1978–1979. М.: Наука, 1983.
2. Болотовский Б. М., Столяров С. Н. // УФН. 1974. Т. 114. С. 569.
3. Болотовский Б. М., Столяров С. Н. // Эйнштейновский сборник 1977. М.: Наука, 1980.
4. McKenzie J. F. // J. Appl. Phys. 1967. V. 38. P. 5249.
5. Мареев Е. А., Чугунов Ю. В. Антенны в плазме. Нижний Новгород: ИПФ АН СССР, 1991. 228 с.
6. Chugunov Yu. V., Fiala V. // IEEE Trans. Antennas Propagat. 2006. V. 54, No. 10. P. 2750.
7. Чугунов Ю. В., Фиала В. // Изв. вузов. Радиофизика. 2009. Т. 52, № 12. С. 960.
8. Гавриленко В. Г., Зайцев С. И. // Изв. вузов. Радиофизика. 1984. Т. 27. С. 892.
9. Гавриленко В. Г., Зайцев С. И. // Изв. вузов. Радиофизика. 1985. Т. 28. С. 253.
10. Гавриленко В. Г., Петров Е. Ю., Пикулин В. Д., Сулягина Д. А. // Изв. вузов. Радиофизика. 2006. Т. 32. С. 248.
11. Костин В. М., Тимофеев А. В. // ЖЭТФ. 1967. Т. 53. С. 1378.
12. Гавриленко В. Г., Зелексон Л. А. // Физика плазмы. 1980. Т. 6. С. 1046.
13. Фелсен Л., Маркувиц Н. Излучение и рассеяние волн. Т. 1. М.: Мир, 1978. 547 с.

Поступила в редакцию 13 февраля 2013 г.; принята в печать 31 мая 2013 г.

ON THE KINETIC THEORY OF RADIATION FROM A POINT MONOCHROMATIC DIPOLE SOURCE IN MOVING MAGNETIZED PLASMA

D. D. Bareev, V. G. Gavrilenko, and V. D. Pikulin

We consider the problem of radiation from a point monochromatic dipole source in warm electron plasma which is moving with constant speed along a strong magnetic field. The diagonal permittivity tensor calculated for the magnetized plasma with the Maxwell velocity distribution of electrons is used to describe the electromagnetic properties of plasma. The dispersion equation is solved numerically and the expressions for the field amplitudes in the wave zone are derived. The kinetic description is shown to be necessary for finding the wave amplitudes whose phase velocities are close to the mean velocity of plasma motion.