

УДК 551.550.536

## ВРЕМЯ РЕЛАКСАЦИИ ИСКУССТВЕННЫХ ПЕРИОДИЧЕСКИХ НЕОДНОРОДНОСТЕЙ ИОНОСФЕРНОЙ ПЛАЗМЫ И ДИФFUЗИЯ В НЕОДНОРОДНОЙ АТМОСФЕРЕ

*Г. И. Григорьев, Н. В. Бахметьева, А. В. Толмачёва, Е. Е. Калинина*

Научно-исследовательский радиофизический институт, г. Нижний Новгород, Россия

Рассмотрена диффузия неоднородностей ионосферной плазмы применительно к задаче экспериментального определения параметров нижней ионосферы по искусственным периодическим неоднородностям электронной концентрации. Получено строгое решение задачи о диффузии одномерных плазменных неоднородностей в слабо ионизованной среде с экспоненциально возрастающим по высоте коэффициентом диффузии. Найдена функция Грина для этой задачи. В решении учтены три параметра: размер области, занимаемой неоднородностями, размер неоднородностей и характерный пространственный масштаб, на котором коэффициент диффузии уменьшается в  $\epsilon$  раз. Проанализирована зависимость теоретически найденных времён релаксации неоднородностей от этих параметров. Проведено сравнение рассчитанных времён релаксации с измеренными временами при наблюдении искусственных периодических неоднородностей, создаваемых нагревным стендом «Сура». Рассчитанные значения времени релаксации неоднородностей хорошо согласуются с наблюдаемыми величинами.

### ВВЕДЕНИЕ

Искусственные периодические неоднородности ионосферной плазмы были обнаружены в экспериментах по модификации ионосферы мощным высокочастотным радиоизлучением в 1975 году [1]. В результате интерференции падающей на ионосферу радиоволны, излучаемой наземным нагревным стендом, и отражённой радиоволны образуется мощная стоячая волна. В поле этой радиоволны происходит неравномерный нагрев электронной компоненты с образованием квазипериодических неоднородностей температуры электронов. Температурные неоднородности за время от десятых долей секунды до нескольких секунд формируют неоднородности электронной концентрации, в результате чего в интервале высот от 50÷60 км до уровня отражения мощной радиоволны образуется периодическая структура электронной концентрации (искусственные периодические неоднородности). Пространственный период неоднородной структуры равен половине длины мощной радиоволны. При воздействии на ионосферу радиоволнами с частотами 4÷6 МГц, наиболее часто используемыми в эксперименте, вертикальный масштаб неоднородной структуры составляет 25÷37,5 м. Горизонтальный масштаб периодической структуры, определяемый зоной Френеля, много больше вертикального и в  $E$ -области ионосферы составляет 3÷5 км.

При выключении мощного радиопередатчика искусственные периодические неоднородности постепенно исчезают (релаксируют). Для диагностики искусственных периодических неоднородностей используется импульсное зондирование их пробными радиоволнами (т. е. слабыми и не вносящими возмущения в окружающую среду) на стадии релаксации периодической структуры. Измеряются амплитуды и фазы сигналов, рассеянных назад неоднородностями. Амплитуда сигнала, рассеянного периодическими неоднородностями, пропорциональна отклонению электронной концентрации в этих неоднородностях от среднего значения [2, 3]. Такой метод исследования ионосферы носит название метода резонансного рассеяния радиоволн на искусственных периодических неоднородностях. Теоретическое обоснование этого метода и результаты его применения для измерения характеристик нейтральной и плазменной составляющих нижней ионосферы даны в монографиях [2, 4, 5].

*Г. И. Григорьев, Н. В. Бахметьева, А. В. Толмачёва, Е. Е. Калинина*

207

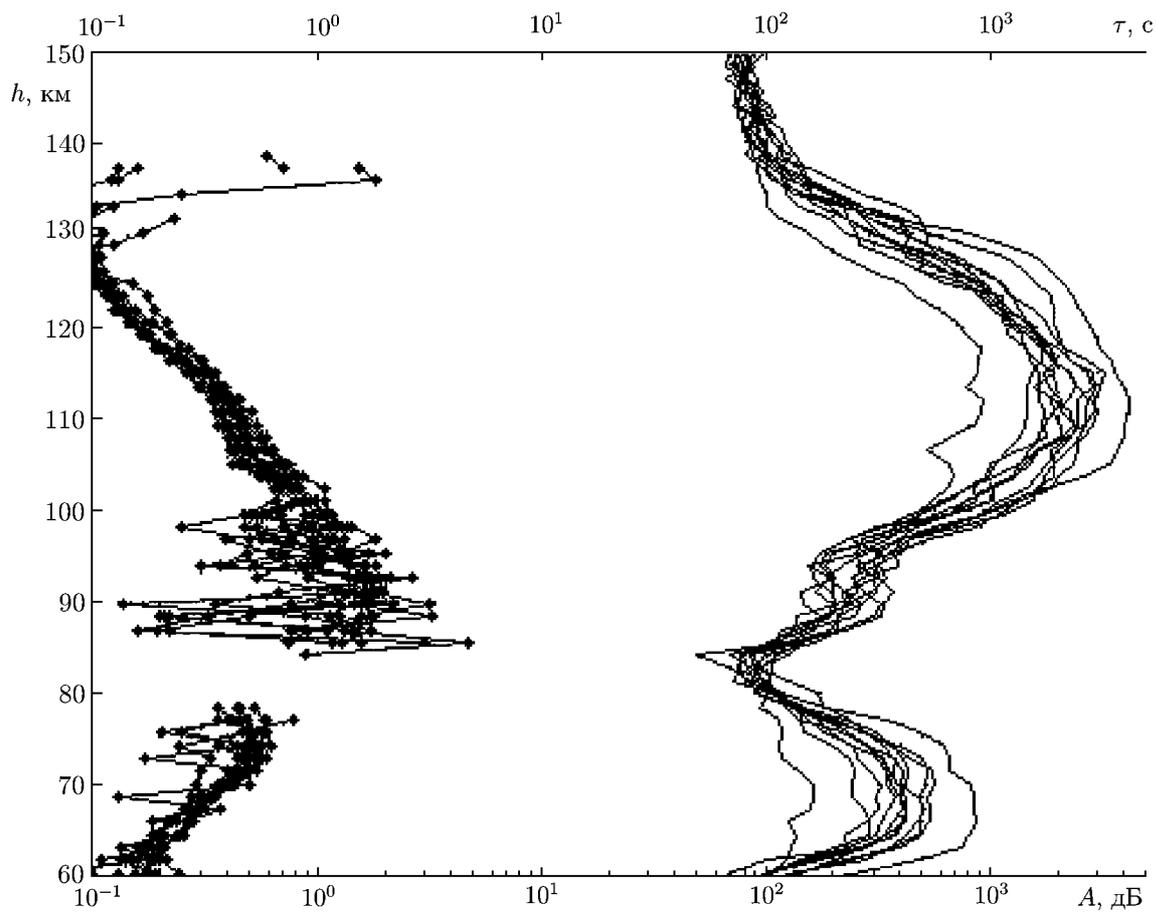


Рис. 1. Типичный пример высотных зависимостей времени релаксации  $\tau$  (слева) и амплитуды рассеянного сигнала  $A$  (справа), полученных в течение 4 мин в сеансе 14:48 MSK 18.09.2010 (20 реализаций)

Характерное время жизни (время релаксации)  $\tau$  искусственных периодических неоднородностей определяется по уменьшению в  $e$  раз амплитуды рассеянного назад сигнала. Эта величина используется для определения ряда ионосферных и атмосферных параметров, поскольку после выключения мощных передатчиков время жизни неоднородностей определяется теми физическими процессами, которые доминируют в соответствующем высотном интервале. Методом резонансного рассеяния радиоволн на искусственных периодических неоднородностях получен большой объём информации о мезосфере и нижней термосфере [2, 5–12].

На рис. 1 в качестве примера представлены зависимости от действующей высоты  $h$  времени релаксации  $\tau$  (слева) и амплитуды  $A$  сигналов (справа), рассеянных назад искусственными периодическими неоднородностями после прекращения воздействия на ионосферу 18 сентября 2010 года. Нагрев ионосферы мощными передатчиками стенда «Сура» проводился в течение 3 с, затем следовала пауза 12 с. Во время паузы в работе нагревного стенда излучались короткие диагностические импульсы с длительностью 30 мкс и регистрировались амплитуды и фазы обратно рассеянных сигналов.

На рис. 1 на действующих высотах около 110 и 70 км видны максимумы амплитуды рассеянного сигнала в  $E$ - и  $D$ -областях ионосферы<sup>1</sup>. Зависимость  $\tau(h)$  имеет максимум вблизи 90 км.

<sup>1</sup> В дальнейшем в отличие от действующей высоты  $h$ , которая регистрируется приёмной аппаратурой при зондировании ионосферы, в уравнениях используется истинная высота  $z$  в качестве высотной переменной.

Значительный разброс значений  $\tau$  в интервале высот 85÷100 км обусловлен влиянием атмосферной турбулентности [2, 5, 10]. В этом интервале амплитуда рассеянного сигнала снижается до уровня шума. С ростом высоты время релаксации уменьшается. Экспоненциальная зависимость  $\tau(h)$  от действующей высоты  $h = 100$  км вплоть до  $h = 125$  км определяется диффузионным расплыванием неоднородностей. В  $D$ -области ионосферы ниже 80 км работают более быстрые, чем диффузионный, механизмы образования и релаксации периодической структуры, связанные с прилипанием (отлипанием) электронов к молекулам кислорода [2, 5].

## 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Диффузионное время релаксации  $\tau$  искусственных периодических неоднородностей получено теоретически в квазигидродинамическом приближении из совместного решения уравнений движения, непрерывности и состояния для электронов и ионов [2, 5]:

$$\tau = (K^2 D)^{-1} = \frac{M_i \nu_{im}}{K^2 \kappa (T_{e0} + T_{i0})}. \quad (1)$$

Здесь  $K = 2\pi/\Lambda$  — волновое число стоячей волны,  $D = [\kappa(T_{e0} + T_{i0})]/(M_i \nu_{im})$  — коэффициент амбиполярной диффузии,  $\Lambda = \lambda_0/(2n)$  — длина возмущающей стоячей волны в среде,  $n$  — показатель преломления, зависящий от частоты волны и концентрации плазмы,  $\kappa$  — постоянная Больцмана,  $M_i$  — средняя масса ионов,  $\nu_{im}$  — частота соударений ионов с молекулами,  $T_{e0}$  и  $T_{i0}$  — невозмущённые температуры электронов и ионов.

На основе зависимости времени релаксации неоднородностей от высоты разработаны способы определения важнейших характеристик ионосферы и нейтральной атмосферы: температуры и плотности нейтральной компоненты на высотах области  $E$  (90÷120 км), скорости турбулентного движения плазмы в интервале высот 85÷110 км, массы преобладающих металлических ионов в спорадическом слое  $E$  (90÷120 км) [2, 5, 7, 9, 10]. Из высотно-временных зависимостей этих характеристик делаются выводы о распространении внутренних гравитационных волн, определяются параметры волн и параметры атмосферной турбулентности на мезосферных высотах, рассматривается перенос энергии волнами. Однако оценка диффузионного времени жизни (релаксации) неоднородностей согласно (1) является приближённой, поскольку это выражение получено для квазиоднородной среды. Это обстоятельство обуславливает необходимость выяснить приближение, в рамках которого можно использовать диффузионный механизм релаксации искусственных периодических неоднородностей.

Выражение для коэффициента амбиполярной диффузии, входящего в (1), было известно и ранее, т. к. задача о расплывании плазменных неоднородностей в ионосфере рассматривалась неоднократно разными авторами. В применении к ионосферным неоднородностям эта задача была решена впервые, по-видимому, при оценке времени жизни метеорных следов в нижней ионосфере [13, 14]. В дальнейшем диффузионный механизм релаксации плазменных неоднородностей анализировался многими авторами (см., например [15–19]). При этом учитывались различные факторы: магнитное поле Земли, потенциальный или вихревой характер самосогласованного электрического поля, соударения заряженных частиц, форма неоднородностей и др.

Предлагаемая работа посвящена диффузии слабых плазменных неоднородностей в неоднородной нижней ионосфере ( $z = 90\div 120$  км). В этой области высот можно не учитывать влияние магнитного поля Земли на процесс релаксации неоднородностей, т. к. частота соударений ионов с нейтральными молекулами  $\nu_{im}$  значительно превышает гирочастоту ионов  $\omega_{H_i}$  и частоту соударений между электронами и ионами  $\nu_{ei}$  вследствие незначительной ионизации ионосферы:

$\nu_{\text{im}} \gg \omega_{\text{Hi}}$ ,  $\nu_{\text{im}} \gg \nu_{\text{ei}}$  и  $N_e \ll N_m$ . Здесь  $N_e$  и  $N_m$  — концентрации электронов и нейтральных частиц соответственно. Кроме того, учитывался следующий экспериментальный факт: в высотном интервале 90÷120 км концентрация нейтральных частиц и, соответственно, плотность атмосферы, а также частота соударений ионов с молекулами спадает экспоненциально с ростом высоты. Этот факт отражён в известных моделях атмосферы, например в MSIS [20], а также подтверждается измерениями атмосферных параметров методом резонансного рассеяния [21, 22]. С учётом вышеизложенного, для расчётов была выбрана экспоненциальная зависимость коэффициента диффузии от высоты.

Целью данной работы является получение более точного выражения для времени релаксации искусственных периодических неоднородностей и нахождение условий применимости простого соотношения (1). При этом учтём, что горизонтальные размеры неоднородностей значительно превосходят вертикальные, и примем, что температура нейтральной атмосферы  $T$  однородна в пространстве, а коэффициент диффузии  $D$  зависит от высоты.

## 2. РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЯ ДИФФУЗИИ В НЕОДНОРОДНОЙ АТМОСФЕРЕ

В сделанных в разделе 1 предположениях уравнение для возмущения концентрации плазмы  $N = N_e$  с изменяющимся по высоте  $z$  коэффициентом диффузии  $D$  выглядит следующим образом:

$$\frac{\partial N}{\partial t} = D \left( \frac{\partial^2 N}{\partial z^2} + \frac{3}{2H} \frac{\partial N}{\partial z} + \frac{N}{2H^2} \right), \quad (2)$$

где  $H = \kappa T / (Mg)$  — высота (или шкала высот) однородной атмосферы,  $g$  — ускорение свободного падения,  $M$  — масса молекул,  $D = D_0 \exp(z/H)$ ,  $D_0 = 2\kappa T / (M_1 \nu_{\text{im}})$  — коэффициент диффузии на высоте  $z = 0$ . Здесь принято во внимание, что на рассматриваемых высотах нижней ионосферы температуры электронов, ионов и нейтральных частиц равны. При дальнейшем решении задачи будем полагать, что массы ионов и нейтральных молекул практически одинаковы, т. е.  $M = M_i$ . Отметим, что уравнение (2) получено из уравнения движения плазмы с учётом поля тяжести и уравнения непрерывности для  $N$  аналогично работе [23] при анализе диффузии малых примесей в неоднородной атмосфере.

Для исключения первой производной  $\partial N / \partial z$  в уравнении (2) сделаем замену переменной  $N = \tilde{n} \exp[-3z/(4H)]$ . Новая переменная  $\tilde{n}$  подчиняется уравнению

$$\frac{\partial \tilde{n}}{\partial t} = D \left( \frac{\partial^2 \tilde{n}}{\partial z^2} - \frac{\tilde{n}}{16H^2} \right). \quad (3)$$

Преобразование Лапласа уравнения (3) и введение новой независимой переменной  $\zeta = \exp[-z/(2H)]$  приводят уравнение (3) к следующему виду:

$$\frac{d^2 \bar{n}}{d\zeta^2} + \frac{1}{\zeta} \frac{d\bar{n}}{d\zeta} - \left( \frac{4H^2 p}{D_0} + \frac{1}{4\zeta^2} \right) \bar{n} = -\frac{4H^2}{D_0} \tilde{n}_0(\zeta). \quad (4)$$

Здесь  $p$  — параметр преобразования Лапласа  $\bar{n} = \int_0^\infty \exp(-pt) \tilde{n}(\zeta, t) dt$ ,  $\tilde{n}_0(\zeta)$  — начальное распределение. Введение безразмерной переменной  $x = 2H \sqrt{p} \zeta / \sqrt{D_0}$  преобразует (4) к уравнению для модифицированной функции Бесселя:

$$x^2 \frac{d^2 \bar{n}}{dx^2} + x \frac{d\bar{n}}{dx} - \left( x^2 + \frac{1}{4} \right) \bar{n} = -\frac{\bar{n}_0}{p} x^2. \quad (5)$$

Решение его однородной части запишем в виде

$$\bar{n} = B_1\phi_1 + B_2\phi_2 = B_1I_{1/2}(x) + B_2I_{-1/2}(x), \quad (6)$$

где функции Бесселя  $I_{1/2}(x)$  порядка  $1/2$  и  $I_{-1/2}(x)$  порядка  $-1/2$  выражаются через гиперболические синус и косинус следующим образом:

$$I_{1/2}(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi x}} \operatorname{sh}(x), \quad I_{-1/2}(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi x}} \operatorname{ch}(x).$$

Вронскиан функций Бесселя равен [24, 25]

$$W\{I_{1/2}(x), I_{-1/2}(x)\} = -\frac{2}{\pi x}.$$

Решение неоднородного уравнения (5) можно представить в виде [26]

$$\bar{n} = \phi_2 \int \frac{\phi_1 h}{W} dx - \phi_1 \int \frac{\phi_2 h}{W} dx, \quad (7)$$

где  $\phi_1$  и  $\phi_2$  — решения однородной части уравнения (5), а  $h(x) = -\tilde{n}_0(x)/p$ . Примем в качестве начального условия уравнения (3) следующее выражение:

$$\tilde{n}_0 = \tilde{A}\delta(z - z_0), \quad (8)$$

где  $\delta(z - z_0)$  — дельта-функция. Высота  $z$  и переменная  $x$  связаны формулой преобразования

$$z = -2H \ln(ax), \quad a = \frac{\sqrt{D_0}}{2H \sqrt{p}}. \quad (9)$$

Подставляя в формулу (8) вместо  $z$  и  $z_0$  их представления через введённую переменную  $x$ , получим

$$\tilde{n}_0(x) = \tilde{A} \frac{|x| \delta(x - x_0)}{2H}. \quad (10)$$

Объединяя выражения (5)–(10) и выполняя интегрирование по переменным  $x$  и  $p$ , находим функцию Грина  $G(z, z_0, t) \equiv \tilde{n}(z, z_0, t)$  уравнения диффузии в неоднородной изотермической атмосфере:

$$\tilde{n}(z, z_0, t) = \frac{\tilde{A} \exp[(z - 3z_0)/(4H)]}{2 \sqrt{\pi D_0 t}} \exp\left\{-\frac{H^2}{D_0 t} \left[\exp\left(-\frac{z_0}{2H}\right) - \exp\left(-\frac{z}{2H}\right)\right]^2\right\}. \quad (11)$$

Переходя в этой формуле к пределу  $H \rightarrow \infty$ , получаем известное соотношение для однородной среды с постоянным коэффициентом диффузии [27, 28]:

$$\tilde{n}(z, z_0, t) = \frac{\tilde{A}}{2 \sqrt{\pi D_0 t}} \exp\left[-\frac{(z - z_0)^2}{4D_0 t}\right]. \quad (12)$$

### 3. ДИФФУЗИОННЫЙ МЕХАНИЗМ РЕЛАКСАЦИИ ИСКУССТВЕННЫХ ПЕРИОДИЧЕСКИХ НЕОДНОРОДНОСТЕЙ

Начальному распределению возмущений концентрации электронов при  $t = 0$ , заданному в виде периодической структуры  $N(z) = \Delta N \cos(Kz)$  в интервале высот  $z_1 \leq z \leq z_2$ , соответствует функция  $\tilde{n}_0(z) = \Delta N \exp[3z/(4H)] \cos(Kz)$ . Свернув начальное распределение  $\tilde{n}_0(z_0)$  с

функцией Грина, получим зависимость концентрации  $n(z, t)$  от высоты  $z$  и времени  $t$  в виде  $\tilde{n}(z, t) = \int_{z_1}^{z_2} \tilde{n}_0(z_0) G(z, z_0, t) dz_0$ . В результате для электронной концентрации  $N(z, t) = \tilde{n}(z, t) \times \exp[-3z/(4H)]$  получим выражение

$$N(z, t) = \frac{\Delta N}{2\sqrt{\pi Dt}} \int_{z_1}^{z_2} \cos(Kz_0) \exp\left\{-\frac{H^2}{D_0 t} \left[\exp\left(-\frac{z_0}{2H}\right) - \exp\left(-\frac{z}{2H}\right)\right]^2\right\} dz_0. \quad (13)$$

Нетрудно проверить, что экспоненциальная функция в формуле (13) для ограниченного времени  $t \leq \tau$  резко спадает, если  $z \neq z_0$ , поэтому разность в квадратных скобках в интеграле (13) можно разложить в ряд по малому параметру  $(z - z_0)/(2H)$ . После этого формула (13) принимает более простой вид

$$N(z, t) = \frac{\Delta N}{2\sqrt{\pi Dt}} \int_{z_1}^{z_2} \exp\left[-\frac{(z - z_0)^2}{4Dt}\right] \cos(Kz_0) dz_0. \quad (14)$$

Эта формула легко обобщается на случай, когда начальное распределение электронной концентрации  $n_0(z)$  имеет другой вид. Как следует из формулы (13), время релаксации искусственных периодических неоднородностей зависит от трёх масштабов: периода структуры, определяемого величиной  $K^{-1}$ , интервала  $L = z_2 - z_1$ , занятого неоднородностями, и высоты однородной атмосферы  $H$ . Соответствующие этим масштабам времена диффузии могут сильно различаться между собой.

Рассмотрим частный случай. Для очень длинной периодической структуры  $L$  интервал интегрирования можно принять равным от  $-\infty$  до  $+\infty$ . В этих условиях интеграл в (14) вычисляется точно для постоянного  $K$ . В результате имеем следующее выражение для возмущения электронной концентрации в неоднородностях:

$$N = \Delta N \exp(-K^2 Dt) \cos(Kz). \quad (15)$$

Из формулы (15) следует, что время релаксации периодической структуры  $\tau$  меняется с высотой и определяется соотношением, аналогичным (1):

$$\tau \approx [K^2 D(z)]^{-1}. \quad (16)$$

Таким образом, из проведённых расчётов следует, что оценка (1) или (16) для времени релаксации искусственных периодических неоднородностей в нижней ионосфере является справедливой при выполнении следующих условий:  $D(z) = D_0 \exp(z/H)$ ,  $H(z) = \text{const}$ ,  $K(z) = \text{const}$ , протяжённость периодической структуры  $L = z_2 - z_1$  велика по сравнению с  $K^{-1}$  и  $H$  (формально  $L \rightarrow \infty$ ) и параметр  $(2\pi z/\lambda)(\tau/t) \gg 1$ . Отметим, что указанные условия выполнены на рассматриваемых высотах области  $E$  ионосферы при использовании частот  $f = 4 \div 6$  МГц для создания искусственных периодических неоднородностей и  $H = 5 \div 10$  км.

#### 4. СОПОСТАВЛЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ ТЕОРЕТИЧЕСКИХ РАСЧЁТОВ С ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫМИ ДАННЫМИ

Чтобы сопоставить измеренные в эксперименте и рассчитанные согласно (14) времена релаксации неоднородностей, были использованы результаты измерений параметров искусственных периодических неоднородностей 4 октября 2006 года и 18 сентября 2010 года. Эти дни отличались стабильным наблюдением искусственных периодических неоднородностей и высоким отношением сигнал/шум, что минимизировало погрешность измерений. Результаты измерений амплитуды

и времени релаксации рассеянного неоднородностями сигнала в эти дни приведены в [8, 11, 12]. Там же обсуждаются особенности высотных профилей электронной концентрации, температуры и плотности нейтральной атмосферы, полученные на основе этих измерений.

По формуле (14) было вычислено времена релаксации  $\tau$  неоднородности, заданной при  $t = 0$  в виде косинусоидальной функции высоты, при значениях параметров  $D_0 = 30 \text{ м}^2/\text{с}$ ,  $K = 0,13 \text{ м}^{-1}$ , взятых для измерений 18 сентября 2010 года в 14:00 MSK,  $z = 5,65$ ;  $5,96$  и  $6,28$  км,  $H = 3$ ;  $6$  и  $9$  км. Значение  $\tau$  определялось по уменьшению функции  $N(t)$  в  $e$  раз на каждой из высот  $z$ . В расчётах за начало оси  $z$  ( $z = 0$ ) принята высота над поверхностью Земли, начиная с которой в данной задаче квазипериодические неоднородности рассматриваются в виде косинусоидальной решётки. Поскольку диффузионная релаксация искусственных периодических неоднородностей имеет место на высотах области  $E$ , в качестве начальной высоты для разных экспериментов выбирались значения истинной высоты от 90 до 110 км. Значение  $K$  получено для использовавшейся в эксперименте частоты  $f = 4,7$  МГц, на которой создавались неоднородности, и показателя преломления  $n = 0,65$ , рассчитанного на истинной высоте 105 км по высотному профилю электронной концентрации, определённого из ионограммы вертикального зондирования. Используемые в расчётах значения высоты однородной атмосферы  $H$  соответствуют наблюдаемым величинам для области  $E$  ионосферы. Результаты расчётов времени релаксации (в секундах) сведены в табл. 1. Усреднённые по всем трём высотам  $z$  значения  $\tau$ , обозначенные как  $\langle \tau \rangle$ , для каждого значения  $H$  даны в правом столбце.

Найденное по результатам измерений амплитуды рассеянного сигнала время релаксации неоднородностей составило  $\tau = 0,80$  с для высоты 105 км на частоте  $f = 4,7$  МГц. Рассчитанное и усреднённое по трём указанным высотам  $z$  время релаксации равно  $\langle \tau \rangle = 0,73$  с при  $H = 6$  км (см. табл. 1), что хорошо соответствует измеренным в эксперименте значениям.

На рис. 2 приведена подынтегральная функция  $J(z, z_0) = \exp[-(z - z_0)^2/(4Dt)] \cos(Kz_0)$  из формулы (14) в зависимости от  $z_0$  для высоты  $z = 5,65$  км, трёх моментов времени  $t = 0,1$ ;  $0,7$  и  $1$  с и приведённых выше значений  $D_0$  и  $K$ .

Видно, что подынтегральная функция быстро меняется с изменением времени от  $0,1$  с до  $1$  с на интервале значений  $|z_0 - z| \leq 30 \div 60$  м и равна нулю за пределами этого интервала.

На рис. 3 приведена зависимость относительной электронной концентрации в неоднородностях  $N(t)/\Delta N$  от времени  $t$ , рассчитанная для  $D_0 = 30 \text{ м}^2/\text{с}$ ,  $K = 0,13 \text{ м}^{-1}$ , начальной высоты 98 км и трёх высот  $z = 5,02$ ;  $5,65$  и  $6,28$  км. Видно, что при данных условиях время релаксации неоднородностей, определяемое по уменьшению их электронной концентрации в  $e$  раз, составляет  $\tau \approx 0,70 \div 0,80$  с.

На рис. 4 и 5 представлены результаты определения времени релаксации искусственных периодических неоднородностей по измерениям 4 октября 2006 года в сеансе 12:35 MSK, 18 сентября 2010 года в сеансах 14:28 и 13:52 MSK, а также время релаксации, рассчитанное согласно (14) с учётом экспоненциальной зависимости коэффициента диффузии от высоты  $D(z) = D_0 \exp(z/H)$ .

На рис. 4 теоретические кривые показаны для двух случаев. Нижняя кривая (квадраты) соответствует коэффициенту диффузии  $D_0 = 12 \text{ м}^2/\text{с}$ . Это значение соответствует начальной ис-

Таблица 1. Рассчитанные для разных  $H$  и  $z$  значения времён релаксации неоднородностей

$H$ , км	$z$ , км	$\tau$ , с	$\langle \tau \rangle$ , с
3	5,65	0,30	0,27
	5,96	0,27	
	6,28	0,24	
6	5,65	0,77	0,73
	5,96	0,73	
	6,28	0,69	
9	5,65	1,11	1,03
	5,96	0,98	
	6,28	1,03	

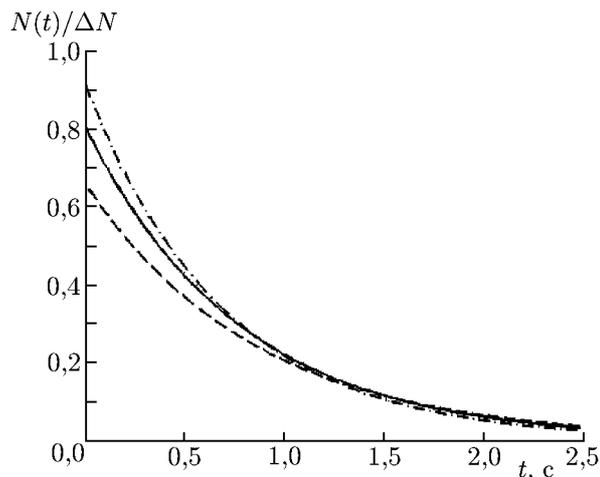
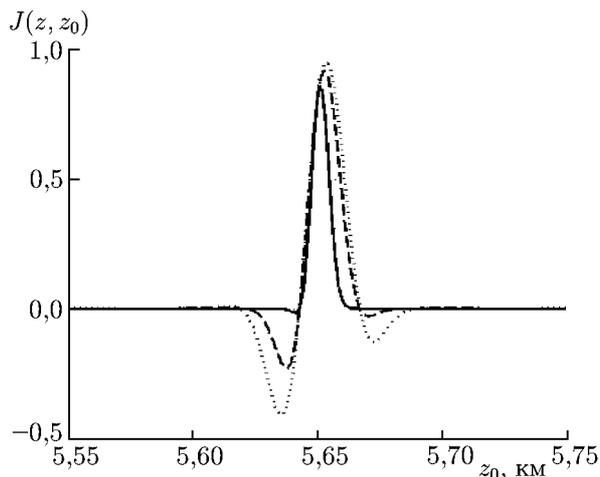


Рис. 2. Подынтегральная функция  $J(z, z_0)$  для  $z = 5,65$  км для трёх моментов времени  $t = 0,1$  с (сплошная линия),  $0,7$  с (штриховая линия) и  $1$  с (пунктирная линия); параметры  $D_0 = 30$  м<sup>2</sup>/с,  $K = 0,13$  м<sup>-1</sup>

Рис. 3. Зависимость относительной электронной концентрации в неоднородностях  $N(t)/\Delta N$  от времени  $t$ , рассчитанная для  $D_0 = 30$  м<sup>2</sup>/с,  $K = 0,13$  м<sup>-1</sup>,  $H = 6$  км и трёх значений высоты  $z = 5,02$  км (штриховая линия);  $5,65$  км (сплошная линия) и  $6,28$  км (штрихпунктирная линия)

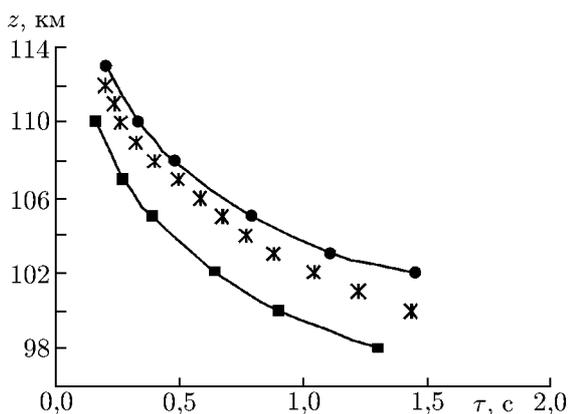


Рис. 4. Высотные зависимости времени релаксации искусственных периодических неоднородностей по измерениям в 12:35 MSK 4 октября 2006 года (звёздочки) и рассчитанные теоретически согласно (14) при  $n = 0,9$  (кружки) и  $n = 1$  (квадраты)

тинной высоте 95 км. Показатель преломления для волны с частотой 4,7 МГц на этой высоте считался равным 1. Верхняя кривая, показанная точками, рассчитана для того же значения коэффициента диффузии и показателя преломления  $n = 0,9$ , взятого на начальной высоте 98 км. На рис. 4 видно, что характер изменения времени релаксации с высотой в эксперименте (звёздочки на рис. 4) близок к теоретическому, а экспериментальные точки  $\tau(z)$  лежат между теоретическими кривыми, рассчитанными для разных начальных высот и показателей преломления.

На рис. 5 измеренные величины  $\tau$  показаны звёздочками и кружками для двух сеансов измерений. Расчётные кривые отмечены квадратами (нижняя кривая) и треугольниками (верхняя кривая). Нижняя кривая получена для показателя преломления  $n = 0,65$ , определённого по данным вертикального зондирования ионосферы. Начальная высота взята равной 100 км, коэффициент диффузии  $D_0 = 73$  м<sup>2</sup>/с. Последний рассчитан для  $M = 30$  (в атомных единицах массы) с учётом определённых ранее атмосферных параметров: температуры нейтральной атмосферы  $T \approx 160$  К и частоты соударений ионов с молекулами  $\nu_{im} \approx 1,2 \cdot 10^3$  с<sup>-1</sup> [20]. Верхняя кривая соответствует расчётным значениям  $\tau$  при  $n = 0,8$  и  $D_0 = 27,5$  м<sup>2</sup>/с и начальной высоте, равной 98 км. Пунктирной линией показаны зависимость  $\tau(z)$ , рассчитанная согласно (16) для значений  $n = 0,65$ ,  $D_0 = 73$  м<sup>2</sup>/с (на  $z = 100$  км) и  $H = 5$  км. На рис. 5 видно хорошее соответствие теоретических и экспериментальных зависимостей времени релаксации от высоты для конкретных значений атмосферных и ионосферных параметров.

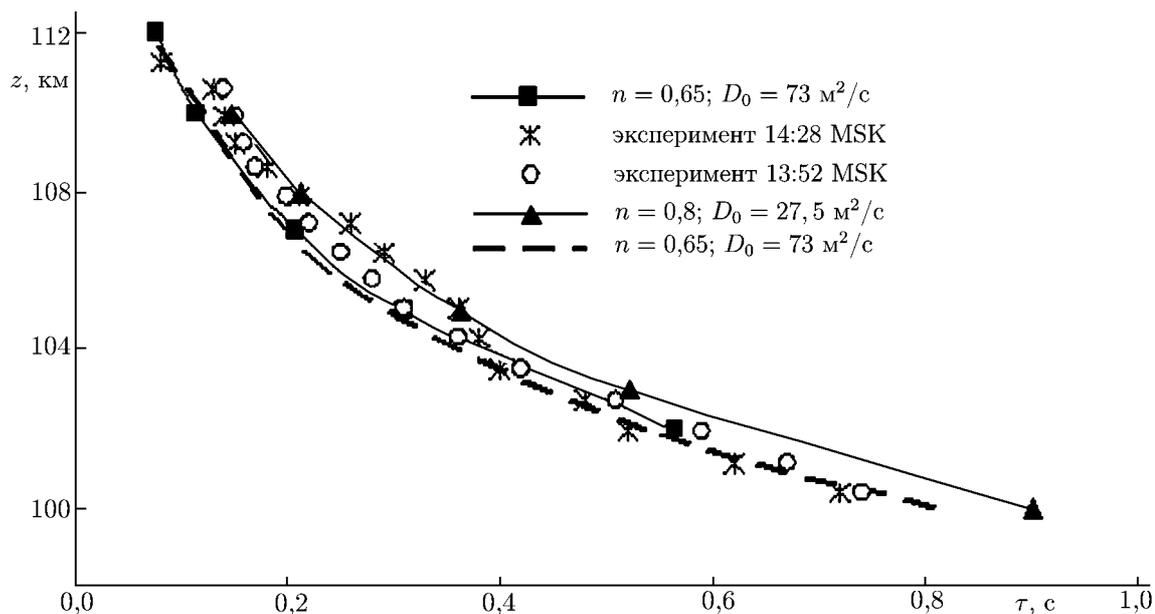


Рис. 5. Высотные зависимости времени релаксации искусственных периодических неоднородностей по измерениям 18 сентября 2010 года в сеансах 14:28 и 13:52 MSK (звёздочки и кружки соответственно) и рассчитанные теоретически для разных значений показателя преломления, начальной высоты и начального значения коэффициента диффузии. Пунктирной кривой показана зависимость  $\tau(z)$ , рассчитанная согласно (16) для значений  $n = 0,65$ ,  $D_0 = 73 \text{ м}^2/\text{с}$  (на  $z = 100 \text{ км}$ ) и  $H = 5 \text{ км}$

## 5. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Из приведённого выше рис. 2 видно, что подынтегральная функция выражения (14), определяющего высотно-временную зависимость возмущений электронной концентрации в неоднородностях, для разных моментов времени за пределами значений  $|z_0 - z| \leq 30 \div 60 \text{ м}$  равна нулю. Это означает, что на конкретной заданной высоте  $z$  релаксация возмущений электронной концентрации из-за диффузии в течение времени  $\tau$  определяется указанным узким интервалом высот  $\Delta z \sim \Delta z_0$ . Диагностический сигнал, рассеянный искусственными периодическими неоднородностями, формируется на значительно большем высотном интервале.

Как следует из рис. 3, возмущения электронной концентрации на стадии релаксации неоднородностей с течением времени уменьшаются. Расчётное время релаксации, составившее  $\tau \approx 0,70 \div 0,80 \text{ с}$  для высоты около 105 км, хорошо согласуется с измеренными величинами<sup>2</sup>. Результаты расчётов времени релаксации согласно выражению (14) с разными начальной высотой и показателем преломления, представленные на рис. 4 и 5, удовлетворительно соответствуют измеренным значениям  $\tau$ . Таким образом, выражение (1) или (16), используемое при анализе релаксации искусственных периодических неоднородностей, даёт хорошее соответствие с результатами расчёта релаксации возмущений концентрации в неоднородностях по более точной формуле (14) при выполнении условий экспоненциального изменения коэффициента диффузии с высотой, постоянстве шкалы высот  $H$  и волнового числа  $K$  периодической структуры, её большой протяжённости и справедливости неравенства  $(2\pi z/\Lambda)(\tau/t) \gg 1$ , которое в условиях наших экспериментов хорошо выполняется.

<sup>2</sup> Напомним, что высота отсчитывается от нижней границы слоя с неоднородностями, и мы рассматриваем только периодические неоднородности в  $E$ -области ионосферы.

Задачу можно обобщить также на случай, когда период искусственно создаваемой структуры меняется с высотой  $z$ . Для этого достаточно задать соответствующий закон изменения волнового числа  $K(z)$ . Например, в одном из сеансов наблюдений  $K(z)$  хорошо аппроксимируется линейной функцией  $K[\text{м}^{-1}] = 0,13 (1 - 1,428 \cdot 10^{-5} z[\text{м}])$ . Только следует иметь в виду, что при измеренных значениях  $dK/dz$  и очень узкой области изменения переменной  $z_0$ , для которой подынтегральная функция в (13), (14) отлична от нуля, учёт изменения масштаба периодической структуры слабо влияет на время релаксации  $\tau$ . Формулы (13), (14) пригодны для использования не только при анализе времени жизни искусственных периодических неоднородностей, но и при других начальных (аперiodических) распределениях неоднородностей концентрации в изотермической атмосфере.

## 6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Задача о диффузионном расплывании неоднородностей в ионосферной плазме решена с учётом экспоненциальной зависимости коэффициента диффузии от высоты. В решении учтены три параметра: размер области, занимаемой неоднородностями, размер неоднородностей и характерный масштаб, на котором коэффициент диффузии уменьшается в  $\epsilon$  раз.

Показано, что в случае протяжённой периодической структуры ( $L \gg K^{-1}$ ,  $L \gg H$ ) размер  $L$  области по высоте, занятой неоднородностями, практически не влияет на время их релаксации. Показано также, что найденное решение справедливо при выполнении условий постоянства по высоте волнового числа  $K$  создаваемой периодической структуры и шкалы высот  $H$ . Проведено сравнение рассчитанных времён релаксации с измеренными временами при наблюдении искусственных периодических неоднородностей, создаваемых нагревным стендом «Сура». Для расчётов использованы найденные в результате экспериментов по измерению характеристик сигналов, рассеянных искусственной периодической структурой, показатель преломления и коэффициент диффузии на начальной высоте. Рассчитанные на основе полученной теоретически высотной зависимости времена релаксации неоднородностей хорошо согласуются с наблюдаемыми величинами.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проекты 13-05-00511 и 13-02-97067) и Министерства образования и науки РФ (государственный контракт 14.518.11.7056).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Беликович В. В., Бенедиктов Е. А., Гетманцев Г. Г. и др. // Письма в ЖЭТФ. 1975. Т. 22, вып. 10. С. 497.
2. Бенедиктов Е. А., Беликович В. В., Толмачёва А. В., Бахметьева Н. В. Исследование ионосферы с помощью искусственных периодических неоднородностей. Нижний Новгород: ИПФ РАН, 1999. 156 с.
3. Попов А. В., Черкашин Ю. Н., Шанкин Ю. П. // Исследования сверхдальнего распространения коротких радиоволн. М.: ИЗМИРАН, 1975. С. 71.
4. Виленский И. М., Израилева Н. И., Капельзон А. А. и др. // Труды института геологии и геофизики. Новосибирск: Наука, 1987. Вып. 685. 189 с.
5. Belikovich V. V., Benediktov E. A., Tolmacheva A. V., Bakhmet'eva N. V. Ionospheric research by means of artificial periodic irregularities. Katlenburg-Lindau: Copernicus GmbH, 2002. 160 p.
6. Бенедиктов Е. А., Беликович В. В., Бахметьева Н. В., Толмачёва А. В. // Изв. вузов. Радиофизика. 2002. Т. 45, № 5. С. 375.

7. Бахметьева Н. В., Беликович В. В., Каган Л. М. и др. // Изв. вузов. Радиофизика. 2005. Т. 48, № 9. С. 757.
8. Беликович В. В., Бахметьева Н. В., Калинина Е. Е., Толмачёва А. В. // Изв. вузов. Радиофизика. 2006. Т. 49, № 9. С. 744.
9. Фролов В. Л., Бахметьева Н. В., Беликович В. В. и др. // УФН. 2007. Т. 177, № 3. С. 330.
10. Бахметьева Н. В., Беликович В. В., Каган Л. М. и др. // Вестник РФФИ. 2007. Вып. 3. С. 8.
11. Толмачёва А. В., Беликович В. В., Калинина Е. Е. // Геомагнетизм и аэронавигация. 2009. Т. 49, № 2. С. 254.
12. Бахметьева Н. В., Григорьев Г. И., Толмачёва А. В. // Изв. вузов. Радиофизика. 2010. Т. 53, № 11. С. 695.
13. Kaiser T. R. // Phil. Mag. Suppl. 1953. V. 2, No. 8. P. 495.
14. Докучаев В. П. // Изв. вузов. Радиофизика. 1960. Т. 3, № 1. С. 50.
15. Гуревич А. В. // ЖЭТФ. 1963. Т. 44. С. 1302.
16. Гуревич А. В., Цедилина Е. Е. // УФН. 1967. Т. 91, вып. 4. С. 609.
17. Григорьев Г. И. // Геомагнетизм и аэронавигация. 1964. Т. 4, № 1. С. 183.
18. Гершман Б. Н. Динамика ионосферной плазмы. М.: Наука, 1974. 256 с.
19. Блаунштейн Н. Ш., Цедилина Е. Е. // Взаимодействие коротких радиоволн с ионосферой. М.: ИЗМИРАН, 1982. С. 72.
20. MSIS-E-90 Atmosphere Model. [http://omniweb.gsfc.nasa.gov/vitmo/msis\\_vitmo.html](http://omniweb.gsfc.nasa.gov/vitmo/msis_vitmo.html).
21. Tolmacheva A. V., Belikov V. V. // Int. J. Geomagn. Aeronomy. 2004. V. 5. GI1008. doi:10.1029/2004GI000061
22. Беликович В. В., Бенедиктов Е. А., Толмачёва А. В. // Изв. АН. Физика атмосферы и океана. 2002. Т. 38, № 1. С. 102.
23. Ратклифф Дж. Введение в физику ионосферы и магнитосферы. М.: Мир, 1975. 296 с.
24. Справочник по специальным функциям / Под ред. М. Абрамовица, И. М. Стигана. М.: Наука, 1979. 832 с.
25. Бейтман Г., Эрдейи А. Таблицы интегральных преобразований. Т. 1. М.: Наука, 1969. 343 с.
26. Камке Э. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям. М.: Изд-во иностр. лит., 1950. 828 с.
27. Карслоу Г., Егер Д. Теплопроводность твёрдых тел. М.: Наука, 1964. 488 с.
28. Лыков А. В. Теория теплопроводности. М.: Высшая школа, 1966. 599 с.

Поступила в редакцию 12 марта 2013 г.; принята в печать 29 апреля 2013 г.

**RELAXATION TIME OF ARTIFICIAL PERIODIC IRREGULARITIES  
OF THE IONOSPHERIC PLASMA AND DIFFUSION  
IN AN INHOMOGENEOUS ATMOSPHERE**

*G. I. Grigor'yev, N. V. Bakhmet'yeva, A. V. Tolmacheva, and E. E. Kalinina*

We consider diffusion of the ionospheric-plasma irregularities as applied to the problem of experimental determination of the lower-ionosphere parameters by artificial periodic electron-density irregularities. A rigorous solution of the problem of diffusion of one-dimensional plasma irregularities in a weakly ionized medium, whose diffusion coefficient exponentially decreases with the altitude, is obtained. The Green's function for this problem is found. Three parameters were taken into account in the solution, namely, size of the region occupied by the irregularities, size of the irregularities, and

typical spatial scale on which the diffusion coefficient decreases  $\epsilon$  times. The dependence of the theoretical relaxation times of irregularities on these parameters is analyzed. Calculated relaxation times are compared with measured times in the observation of artificial periodic irregularities created by the Sura heating facility. Calculated relaxation times of the irregularities agree well with observed values.