

УДК 537.86

## ДИНАМИКА КОРОТКИХ СОЛИТОНОВ ОГИБАЮЩЕЙ В НЕОДНОРОДНО-ДИСПЕРГИРУЮЩИХ СРЕДАХ С УЧЁТОМ ИНДУЦИРОВАННОГО РАССЕЯНИЯ НА ЗАТУХАЮЩИХ НИЗКОЧАСТОТНЫХ ВОЛНАХ

*Н. В. Асеева, Е. М. Громов, В. В. Тютин*

Высшая школа экономики, г. Нижний Новгород, Россия

Рассмотрена динамика солитонов в рамках расширенного нелинейного уравнения Шрёдингера с неоднородной линейной дисперсией второго порядка и с учётом индуцированного рассеяния на затухающих низкочастотных волнах. Показано, что смещение пространственного спектра солитона в длинноволновую область, обусловленное индуцированным рассеянием, компенсируется убывающей по пространственной координате дисперсией, смещающей спектр солитона в коротковолновую область. В рамках расширенного неоднородного нелинейного уравнения Шрёдингера аналитически найден новый класс стационарных нелинейных локализованных решений (солитонов), возникающих в результате баланса индуцированного рассеяния и убывающей по пространственной координате дисперсии. Найден режим динамического равновесия индуцированного рассеяния и неоднородности дисперсии среды, при котором параметры солитона периодически меняются во времени. Для данного режима аналитические результаты согласуются с результатами численных расчётов.

### ВВЕДЕНИЕ

Интерес к солитонам обусловлен их способностью сохранять свою форму в течение длительного времени. Солитонные решения возникают во многих задачах моделирования динамики интенсивных волновых полей в диспергирующих средах: оптических импульсов в волоконных линиях связи, электромагнитных волн в плазме, поверхностных волн на глубокой воде [1–4].

Динамика достаточно протяжённых высокочастотных волновых пакетов описывается во втором приближении теории дисперсии нелинейных волн, учитывающем члены второго порядка малости: линейную дисперсию второго порядка и кубичную нелинейность. Основным модельным уравнением этого приближения является нелинейное уравнение Шрёдингера (НУШ) [5, 6], в котором солитонное решение возникает в результате баланса дисперсионного расплывания пакета и его нелинейного сжатия.

Динамика высокочастотных волновых пакетов с достаточно малой протяжённостью описывается третьим приближением этой теории, учитывающим члены третьего порядка малости [1]: нелинейную дисперсию [7], индуцированное рассеяние Рамана [8–10] и линейную дисперсию третьего порядка. Основным модельным уравнением в этом приближении является нелинейное уравнение Шрёдингера третьего порядка (НУШ-3) [10–14].

В [15–17] в рамках НУШ-3 в пренебрежении индуцированным рассеянием найден класс устойчивых коротких солитонов, возникающих в результате баланса линейной дисперсии третьего порядка и нелинейной дисперсии. В [18] показано, что произвольное начальное распределение в рамках НУШ-3 в пренебрежении индуцированным рассеянием эволюционирует к системе этих коротких солитонов. Впоследствии аналогичные решения в рамках НУШ-3 без индуцированного рассеяния были найдены в [19–23]. В [24, 25] в рамках НУШ-3 без учёта линейной дисперсии третьего порядка были найдены стационарные волны перепада, возникающие в результате баланса нелинейной дисперсии и индуцированного рассеяния.

*Н. В. Асеева, Е. М. Громов, В. В. Тютин*

173

Индукцированное рассеяние Рамана обусловлено возбуждением внешним полем временных мод в атомарных и молекулярных системах. Частота временных мод  $\Omega$  связана с частотами  $\omega_1$  и  $\omega_2$  следующим соотношением:  $\omega_1 - \omega_2 = \Omega$ . В расширенном нелинейном уравнении Шрёдингера это рассеяние описывается дополнительным слагаемым с временным запаздыванием нелинейного керровского отклика. Для локализованных нелинейных волновых пакетов (солитонов) учёт индуцированного рассеяния Рамана приводит к смещению частоты солитона в низкочастотную область [8–10] и, как следствие, к потере его устойчивости и разрушению. Влияние индуцированного рассеяния на динамику и устойчивость солитонов подробно описано в [3, 26], где для описания динамики коротких солитонов использовалось НУШ-3 с учётом вынужденного рассеяния Рамана. Возможность компенсации рамановского сдвига частоты в протяжённых линиях связи с переменными частотными характеристиками исследовалась в [27]. Компенсация вынужденного рассеяния Рамана линейным полем излучения из области ядра солитона рассмотрена в [28]. Компенсация рассеяния Рамана в неоднородных средах рассматривалась в следующих случаях: в средах с периодической линейной дисперсией второго порядка [29, 30], в средах со смещаемой точкой перегиба дисперсионной характеристики [31] и в средах с убывающей дисперсией [32].

В данной работе исследована динамика интенсивных высокочастотных волновых пакетов в нелинейных неоднородно диспергирующих средах с учётом индуцированного рассеяния на затухающих низкочастотных волнах. В третьем приближении теории дисперсии (для достаточно коротких волновых пакетов) исходная система двух уравнений сведена к неоднородному расширенному нелинейному уравнению Шрёдингера с нелокальным антисимметричным нелинейным керровским откликом, обусловленным индуцированным рассеянием на затухающих низкочастотных волнах. В отличие от индуцированного рассеяния Рамана, это рассеяние приводит к сдвигу пространственного спектра волновых чисел солитона в длинноволновую область. Оно вызвано возбуждением затухающих пространственных мод с волновым числом  $\chi$  внешним полем с волновыми числами  $k_1$  и  $k_2$ , связанными соотношением  $k_1 - k_2 = \chi$ . По существу, данное рассеяние является пространственным аналогом индуцированного рассеяния Рамана или пространственным индуцированным рассеянием Рамана. С другой стороны, пространственная неоднородность дисперсии также приводит к изменению волнового числа высокочастотного пакета. Баланс пространственного индуцированного рассеяния Рамана и убывающей дисперсии приводит к стабилизации пространственного спектра волновых чисел солитона.

В данной работе в рамках расширенного неоднородного нелинейного уравнения Шрёдингера с антисимметричным нелинейным керровским откликом аналитически найден новый класс солитонов, возникающий в результате баланса индуцированного рассеяния на затухающих низкочастотных волнах и убывающей по пространственной координате дисперсии. Также найден режим динамического равновесия индуцированного рассеяния и убывающей дисперсии, при котором параметры солитона периодически меняются во времени.

## 1. ИСХОДНАЯ СИСТЕМА И БАЗОВОЕ УРАВНЕНИЕ

Рассмотрим динамику интенсивного высокочастотного волнового поля  $U(\xi, t) \exp(i\omega t - ik\xi)$  в нелинейной неоднородно-диспергирующей среде с учётом взаимодействия с низкочастотными затухающими волнами. В качестве исходной рассмотрим систему двух модельных однонаправленных нелинейных уравнений «захаровского» типа [33–35]:

$$2i \frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \xi} \left[ q(\xi) \frac{\partial U}{\partial \xi} \right] - \rho U = 0; \quad (1)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho}{\partial \xi} - \mu \frac{\partial^2 \rho}{\partial \xi^2} = - \frac{\partial |U|^2}{\partial \xi}. \quad (2)$$

Здесь  $\rho$  — низкочастотное возмущение параметра среды,  $q(\xi)$  — коэффициент линейной дисперсии второго порядка,  $\mu$  — коэффициент высокочастотных потерь для низкочастотных волн. В частности, данная система описывает динамику интенсивных электромагнитных или ленгмюровских волн в изотропной плазме при учёте их взаимодействия с затухающими ионно-звуковыми волнами.

Во втором приближении теории дисперсии нелинейных волн нелинейный отклик среды локализован:  $\rho = -|U|^2$ , — а огибающая высокочастотного пакета описывается нелинейным уравнением Шрёдингера. В третьем приближении теории дисперсии нелинейных волн при описании достаточно коротких высокочастотных волновых пакетов ( $k\Delta \ll \mu$ , где  $\Delta$  и  $k$  — протяжённость и добавочное волновое число пакета соответственно) нелинейный отклик среды содержит нелокальное несимметричное слагаемое, обусловленное затуханием высокочастотных пакетов на низкочастотных волнах:  $\rho = -|U|^2 - \mu \partial |U|^2 / \partial \xi$ . В этом приближении модельное уравнение для огибающей волнового пакета следующее:

$$2i \frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial \xi} \left[ q(\xi) \frac{\partial U}{\partial \xi} \right] + 2\alpha U |U|^2 + \mu U \frac{\partial (|U|^2)}{\partial \xi} = 0. \quad (3)$$

Последнее слагаемое в (3) описывает индуцированное рассеяние высокочастотного волнового поля на затухающих низкочастотных волнах и является пространственным аналогом индуцированного рассеяния Рамана (пространственное индуцированное рассеяние Рамана).

## 2. АНАЛИТИЧЕСКИЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Применим метод интегралов для решения уравнения (3). При нулевых условиях на бесконечности:  $U|_{|\xi| \rightarrow \infty} \rightarrow 0$ , — уравнение (3) имеет следующие моменты распределения:

$$\frac{d}{dt} \int_{-\infty}^{+\infty} |U|^2 d\xi = 0; \quad (4)$$

$$2 \frac{d}{dt} \int_{-\infty}^{+\infty} K |U|^2 d\xi = -\mu \int_{-\infty}^{+\infty} \left( \frac{\partial |U|^2}{\partial \xi} \right)^2 d\xi - \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial q}{\partial \xi} \left| \frac{\partial U}{\partial \xi} \right|^2 d\xi; \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \int_{-\infty}^{+\infty} \left| \frac{\partial U}{\partial \xi} \right|^2 d\xi = & -\mu \int_{-\infty}^{+\infty} K \left( \frac{\partial |U|^2}{\partial \xi} \right)^2 d\xi + \alpha \int_{-\infty}^{+\infty} K \frac{\partial |U|^4}{\partial \xi} d\xi - \\ & - \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial q}{\partial \xi} K \left( 3 \left| \frac{\partial U}{\partial \xi} \right|^2 - \frac{1}{2} \frac{\partial^2 |U|^2}{\partial \xi^2} - 2K^2 |U|^2 \right) d\xi; \quad (6) \end{aligned}$$

$$\frac{d}{dt} \int_{-\infty}^{+\infty} \left( \frac{\partial |U|^2}{\partial \xi} \right)^2 d\xi = -2 \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial^2 |U|^2}{\partial \xi^2} \frac{\partial (qK |U|^2)}{\partial \xi} d\xi; \quad (7)$$

$$\frac{d}{dt} \int_{-\infty}^{+\infty} \xi |U|^2 d\xi = \int_{-\infty}^{+\infty} qK |U|^2 d\xi. \quad (8)$$

Здесь  $U = |U| \exp(i\varphi)$ ,  $K = \partial\varphi/\partial\xi$  — добавочное волновое число пакета. Для замыкания системы (4)–(8) необходимо связать пространственное распределение волнового числа  $K$  с параметрами огибающей пакета и неоднородностью среды. Для этого будем считать, что масштабы неоднородности дисперсии и изменения локального волнового числа  $K$  много больше масштаба неоднородности огибающей волнового пакета:  $D_{q,K} \gg D_{|U|}$ . Это позволяет аппроксимировать пространственное распределение волнового числа  $K$  в окрестности «центра масс» волнового пакета  $\bar{\xi} = N^{-1} \int_{-\infty}^{+\infty} \xi |U|^2 d\xi$ , где  $N = \int_{-\infty}^{+\infty} |U|^2 d\xi$ , линейным соотношением  $K(\xi) = K(\bar{\xi}) + (\partial K/\partial\xi)_{\bar{\xi}}(\xi - \bar{\xi})$ . Градиент волнового числа в «центре масс» пакета найдём из мнимой части (3) при условии  $(\partial|U|/\partial\xi)_{\bar{\xi}} = 0$ :

$$\left(\frac{\partial K}{\partial\xi}\right)_{\bar{\xi}} = -\left(\frac{2}{q|U|} \frac{\partial|U|}{\partial t} + \frac{1}{q} \frac{dq}{d\xi} K\right)_{\bar{\xi}}. \quad (9)$$

Для пакетов, амплитуда и протяжённость которых связаны солитоноподобным соотношением, с учётом (4) и (9) получим  $K(\xi, t) = K(\bar{\xi}, t) \equiv k(t)$ . Система (4)–(8) в этом случае становится замкнутой:

$$2 \frac{dk}{dt} = -\mu \frac{L_0}{N_0} l - q'(\bar{\xi})z; \quad (10)$$

$$\frac{dz}{dt} = -\mu \frac{L_0}{N_0} kl - 3kq'(\bar{\xi})z + 2k^3 q'(\bar{\xi}); \quad (11)$$

$$\frac{dl}{dt} = -3kq'(\bar{\xi})l; \quad (12)$$

$$\frac{d\bar{\xi}}{dt} = kq(\bar{\xi}). \quad (13)$$

Здесь  $q'(\bar{\xi}) = (\partial q/\partial\xi)_{\bar{\xi}}$  — градиент дисперсии в «центре масс» пакета,  $n = N/N_0$ ,  $l = L/L_0$ ,  $z = Z/N_0$ ,  $Z \equiv \int_{-\infty}^{+\infty} |\partial U/\partial\xi|^2 d\xi$  и  $L \equiv \int_{-\infty}^{+\infty} (\partial|U|^2/\partial\xi)^2 d\xi$  — интегралы волнового пакета,  $N_0 = N(0)$ ,  $Z_0 = Z(0)$  и  $L_0 = L(0)$  — значения интегралов волнового пакета в начальный момент времени. Состояние равновесия системы (10)–(13) достигается при условии

$$k = 0, \quad \mu L_0 = -q'(\bar{\xi}_0)Z_0. \quad (14)$$

В состоянии равновесия пространственное индуцированное рассеяние Рамана компенсируется убывающей дисперсией. Для анализа системы (10)–(13) вне состояния равновесия рассмотрим случай экспоненциальной пространственной зависимости дисперсии  $q = q_0 \exp(-\xi/D)$ . Используя замены  $\theta = tq_0/D$  и  $\eta = \bar{\xi}/D$ , приведём систему (10)–(13) к следующему виду:

$$2 \frac{dk}{d\theta} = z \exp(-\eta) - rl; \quad (15)$$

$$\frac{dz}{d\theta} = [3z \exp(-\eta) - rl - 2k^2 \exp(-\eta)] k; \quad (16)$$

$$\frac{dl}{d\theta} = 3kl \exp(-\eta); \quad (17)$$

$$\frac{d\eta}{d\theta} = k \exp(-\eta), \quad (18)$$

где  $r \equiv \mu L_0 D / (q_0 N_0)$ . С учётом интеграла уравнений (17), (18)  $l = \exp(3\eta)$  система (15)–(18) сводится к виду

$$2 \frac{dk}{d\theta} = z \exp(-\eta) - r \exp(3\eta); \quad (19)$$

$$\frac{dz}{d\theta} = [3z \exp(-\eta) - r \exp(3\eta) - 2k^2 \exp(-\eta)] k; \quad (20)$$

$$\frac{d\eta}{d\theta} = k \exp(-\eta). \quad (21)$$

В свою очередь, система (19)–(21) имеет интеграл

$$3 \frac{k^2}{z_0} \exp(-\eta) - \lambda [1 - \exp(3\eta)] + 3 \left( 1 - \frac{k_0^2}{z_0} \right) [1 - \exp(\eta)] = 3 \frac{k_0^2}{z_0}, \quad (22)$$

где  $k_0 = k(0)$ ,  $\lambda \equiv r/z_0$ ,  $z_0 \equiv Z_0/N_0$ . Кривые на плоскости параметров  $(k/\sqrt{z_0}, \eta)$ , описываемые выражением (22) при  $k_0 = 0$  и различных значениях  $\lambda$ , приведены на рис. 1.

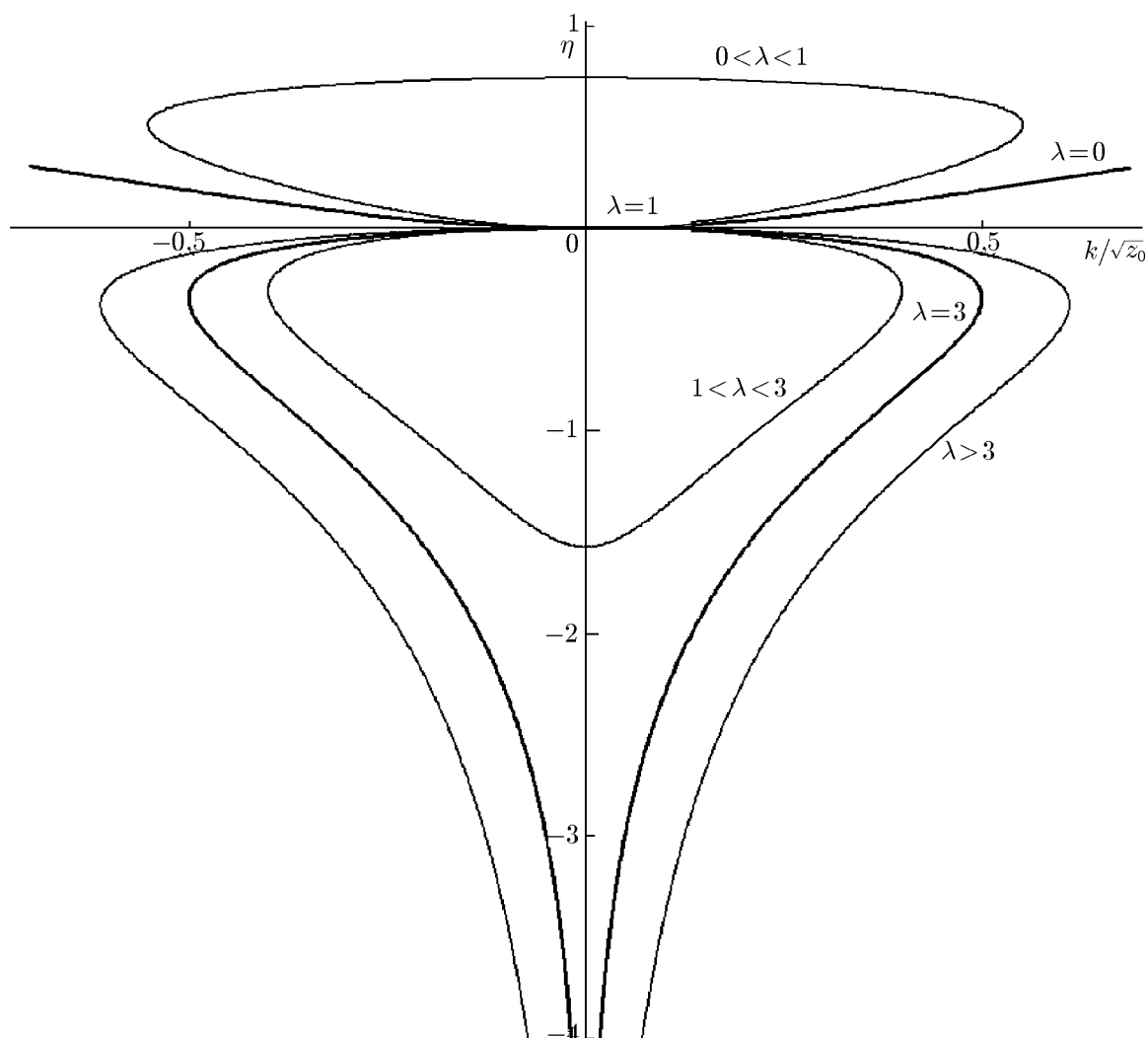


Рис. 1. Кривые, описываемые выражением (22) при  $k_0 = 0$  и различных значениях  $\lambda$

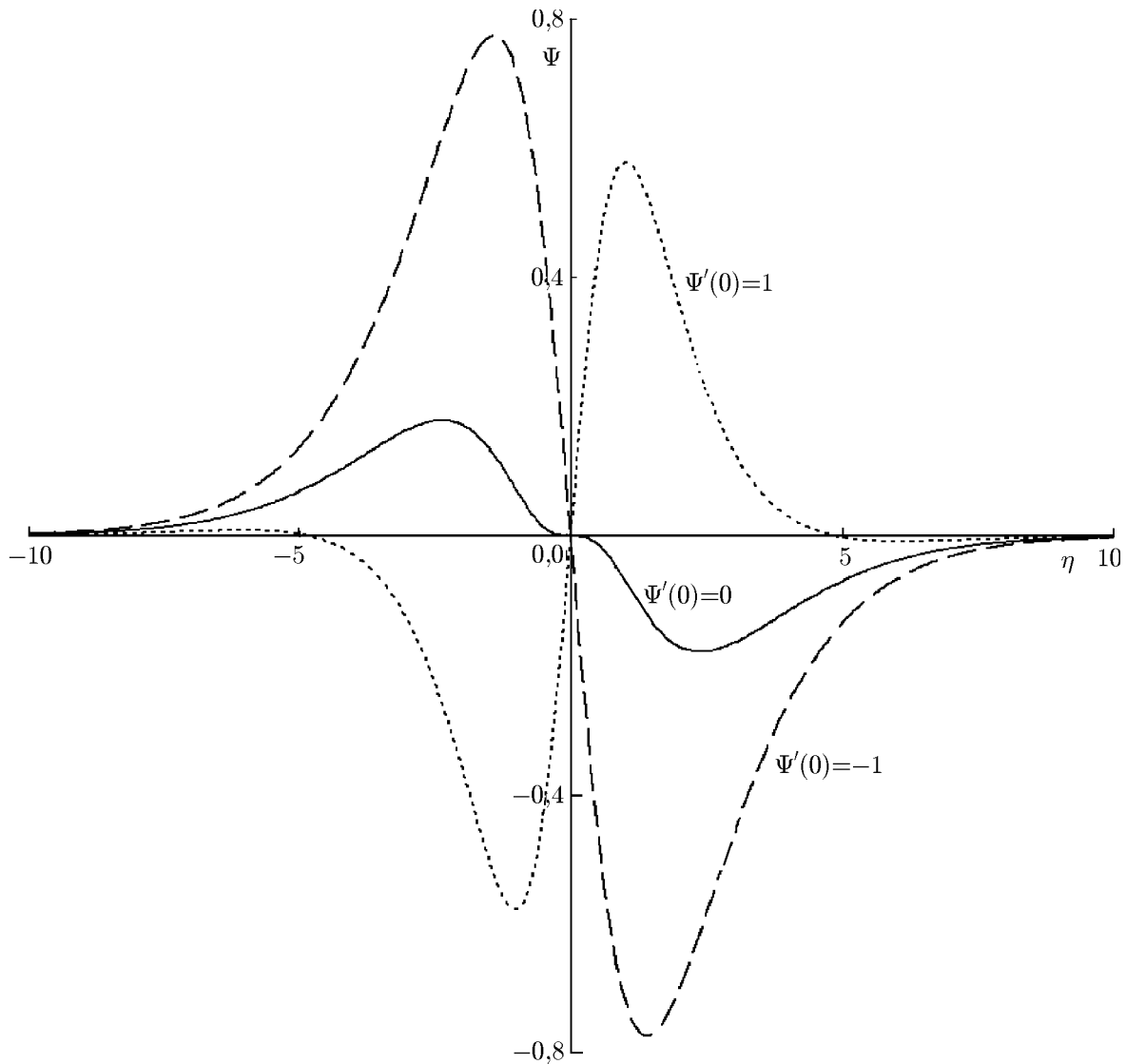


Рис. 2. Распределение  $\Psi(\eta)$  при  $\mu = \mu_*$  и различных  $\Psi'(0)$

Рассмотрим решение уравнения (3) в виде стационарной волны  $U(\xi, t) = \psi(\xi) \exp(i\Omega t)$  при экспоненциальном профиле  $q(\xi) = q_0 \exp(-\xi/D)$ :

$$q_0 \exp(-\xi/D) \frac{d^2\psi}{d\xi^2} - \frac{q_0}{D} \exp(-\xi/D) \frac{d\psi}{d\xi} + 2\alpha\psi^3 - 2\Omega\psi + \mu\psi \frac{d(\psi^2)}{d\xi} = 0. \tag{23}$$

Будем считать, что масштаб неоднородности дисперсии много больше масштаба неоднородности огибающей волнового пакета:  $D \gg L_\psi$ . С учётом малости параметра  $\varepsilon \approx L_\psi/D \approx \mu \ll \{\alpha, q_0\}$ , решение уравнения (23) будем искать в виде  $\psi = \psi_0 + \psi_1$ , где  $\psi_1 \sim \varepsilon\psi_0 \ll \psi_0$ . Оставляя члены порядка  $\varepsilon$ , имеем

$$q_0 \frac{d^2\psi_0}{d\xi^2} + 2\alpha\psi_0^3 - 2\Omega\psi_0 = 0; \tag{24}$$

$$q_0 \frac{d^2\psi_1}{d\xi^2} + (6\alpha\psi_0^2 - 2\Omega)\psi_1 = \frac{q_0}{D} \frac{d^2\psi_0}{d\xi^2} \xi - \frac{2}{3}\mu \frac{d(\psi_0^3)}{d\xi} + \frac{q_0}{D} \frac{d\psi_0}{d\xi}. \tag{25}$$

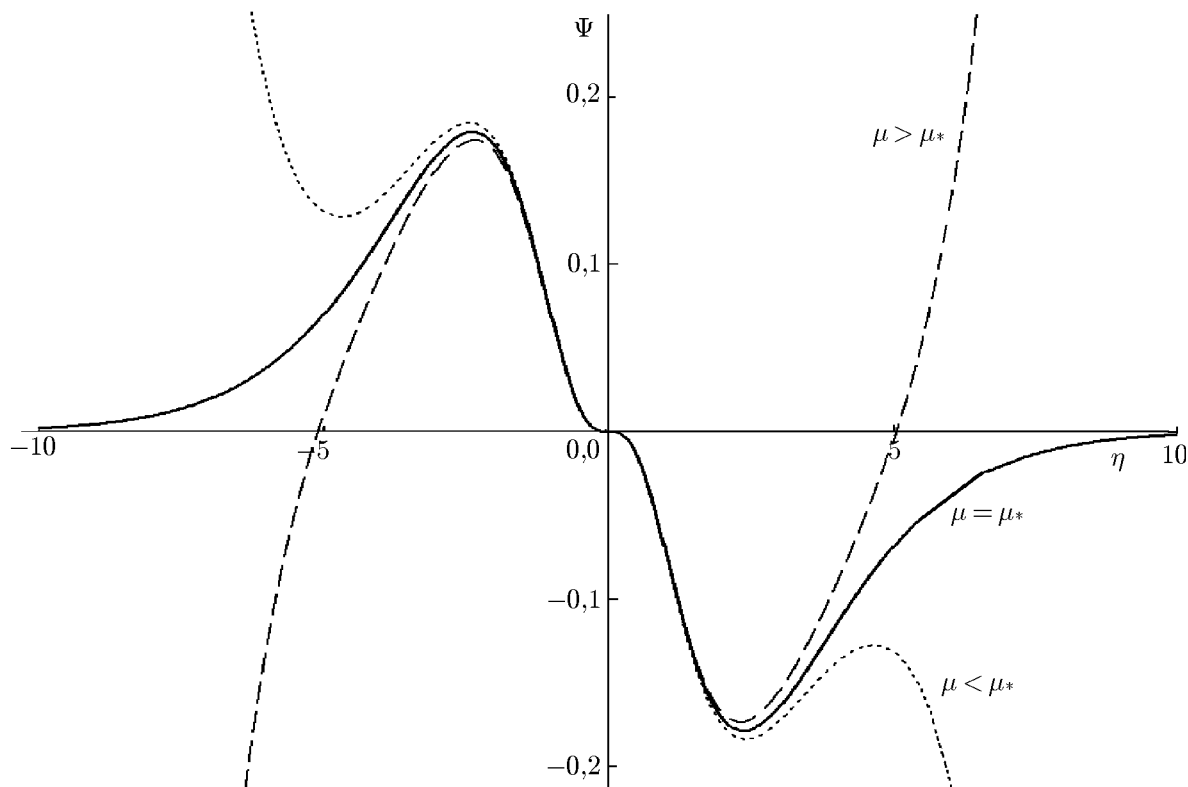


Рис. 3. Распределение  $\Psi(\eta)$  при  $\Psi'(0) = 0$  и различных значениях  $\mu$

Уравнение (24) имеет классическое солитонное решение  $\psi_0 = A_0/\text{ch}(\xi/\Delta)$ , где  $\Delta = \sqrt{q_0/\alpha}$ ,  $\Omega = \alpha A_0^2/2$ . Уравнение (25) после замены  $\eta = \xi/\Delta$  и  $\Psi = \psi_1 D/(A_0 \Delta)$  примет вид

$$\frac{d^2\Psi}{d\eta^2} + \left(\frac{6}{\text{ch}^2 \eta} - 1\right) \Psi = \frac{2\eta}{\text{ch}^3 \eta} - \frac{\eta}{\text{ch} \eta} + \frac{5}{4} \frac{\mu}{\mu_*} \frac{\text{sh} \eta}{\text{ch}^4 \eta} + \frac{\text{sh} \eta}{\text{ch}^2 \eta}, \tag{26}$$

где  $\mu_* = -5q_0/(8A_0^2 D)$  — коэффициент высокочастотных потерь, отвечающий состоянию равновесия системы (19)–(21). При  $\Psi(0) = 0$  уравнение (26) имеет точное решение

$$\Psi(\eta) = \left[\Psi'(0)\eta - \frac{\eta^2}{4} \text{th} \eta + \frac{\mu}{4\mu_*} (\text{th} \eta) \ln(\text{ch} \eta)\right] \text{sh} \eta + \frac{1}{12} \left(\frac{\mu}{\mu_*} - 1\right) (\text{th}^2 \eta) \text{sh} \eta. \tag{27}$$

При  $\mu = \mu_*$ , отвечающем балансу индуцированного рассеяния и убывающей дисперсии, решение (27) локализовано. В этом случае асимптотика (27) при больших значениях аргумента следующая:  $\Psi(\eta \rightarrow \pm\infty) \approx \pm\eta^2 \exp(-|\eta|)$ . Распределение волнового поля  $\Psi(\eta)$  при  $\mu = \mu_*$  и различных значениях  $\Psi'(0)$  показано на рис. 2. Решение  $\Psi(\eta)$  антисимметрично. Солитоны с антисимметричными «хвостами» возникают и в хорошо известной системе линейно связанных нелинейных уравнений Шрёдингера [36].

При  $\mu \neq \mu_*$  решение (27) не локализовано:  $\Psi(\eta \rightarrow \pm\infty) \rightarrow \infty$ . Подобное распределение функции  $\Psi(\eta)$  при начальных условиях  $\Psi'(0) = 0$  и различных значениях  $\mu$  приведено на рис. 3.

### 3. ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

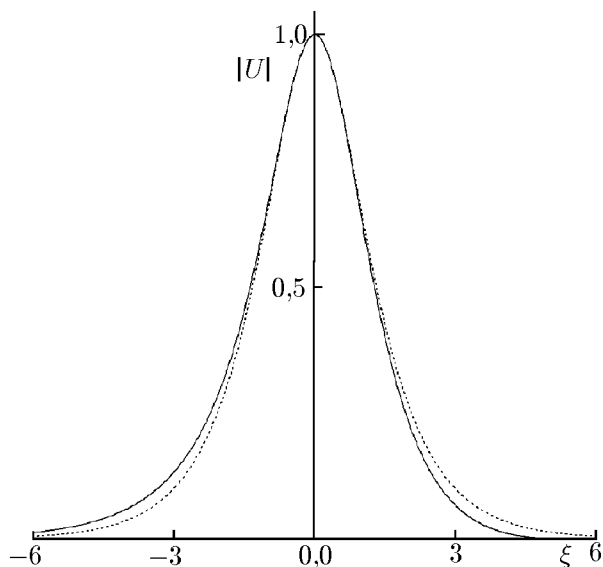


Рис. 4. Полученное численно распределение  $|U|$  по  $|\xi|$  при  $5 < t \leq 150$  при  $q(\xi) = \exp(-\xi/10)$  и  $\mu = 1/16$  (сплошная кривая) и профиль солитона нелинейного уравнения Шрёдингера  $|U| = 1/\text{ch } \xi$  (пунктирная кривая)

Видно малое антисимметричное отклонение профиля огибающей от профиля классического солитона.

Отклонение параметра  $\mu$  от равновесного значения  $\mu_*$  приводит к изменению параметров солитона (волнового числа и амплитуды) во времени. На рис. 5 показано пространственное распределение модуля огибающей  $|U|$  и локального волнового числа  $K$  при  $\mu = 1/32$  в различные моменты времени. Распределение волнового числа в области ядра солитона соответствует при-

Рассмотрим начальную задачу динамики солитоноподобного пакета  $U(\xi, t = 0) = \text{sech } \xi$  в рамках (3) ( $q(\xi) = \exp(-\xi/10)$ ,  $\alpha = 1$ ) с точки зрения численного моделирования. Из аналитического рассмотрения системы (19)–(21) можно найти равновесное значение коэффициента  $\mu$  для данного начального импульса: его величина составляет  $\mu_* = 1/16$ .

В численных расчётах при  $\mu = 1/16$  исходный волновой пакет эволюционирует к стационарному локализованному распределению (сплошная кривая на рис. 4) с нулевым волновым числом. Это распределение совпадает с полученным аналитически решением системы уравнений (24), (25) при  $q_0 = \alpha = A_0 = 1$ ,  $D = 10$ ,  $\mu = \mu_*$ :

$$|U| = \left\{ 1 + \frac{1}{40} \left[ (\text{th } \xi) \ln(\text{ch } \xi) - \xi^2 (\text{th } \xi) \right] \right\} \text{sh } \xi.$$

Для сравнения на рис. 4 приведено распределение огибающей солитонного решения нелинейного уравнения Шрёдингера  $|U| = 1/\text{ch } \xi$  (пунктирная кривая).

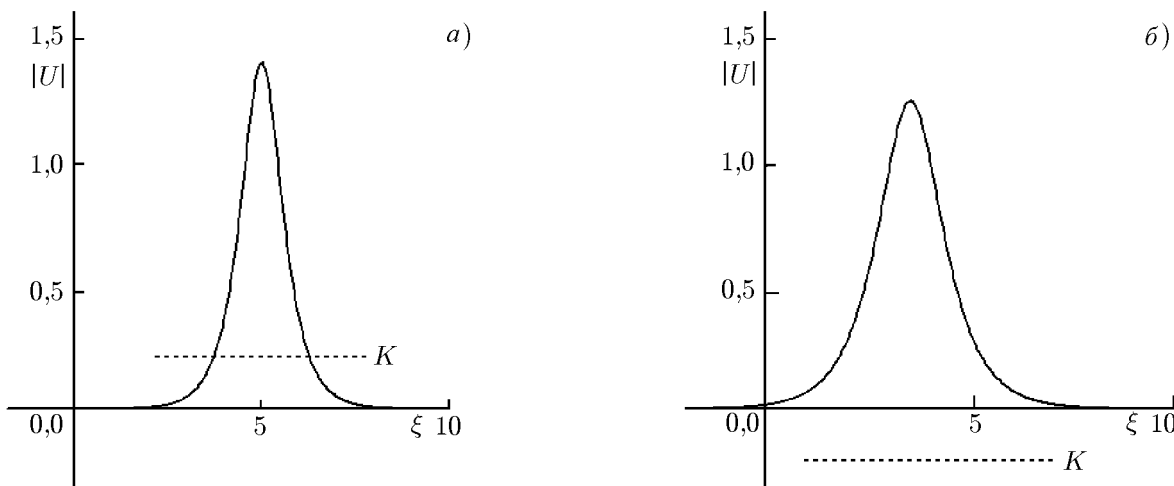


Рис. 5. Пространственные распределения  $|U|$  (сплошная линия) и локального волнового числа  $K$  (пунктирная линия) при  $\mu = 1/32$  в моменты времени  $t = 40$  (а) и  $t = 70$  (б)



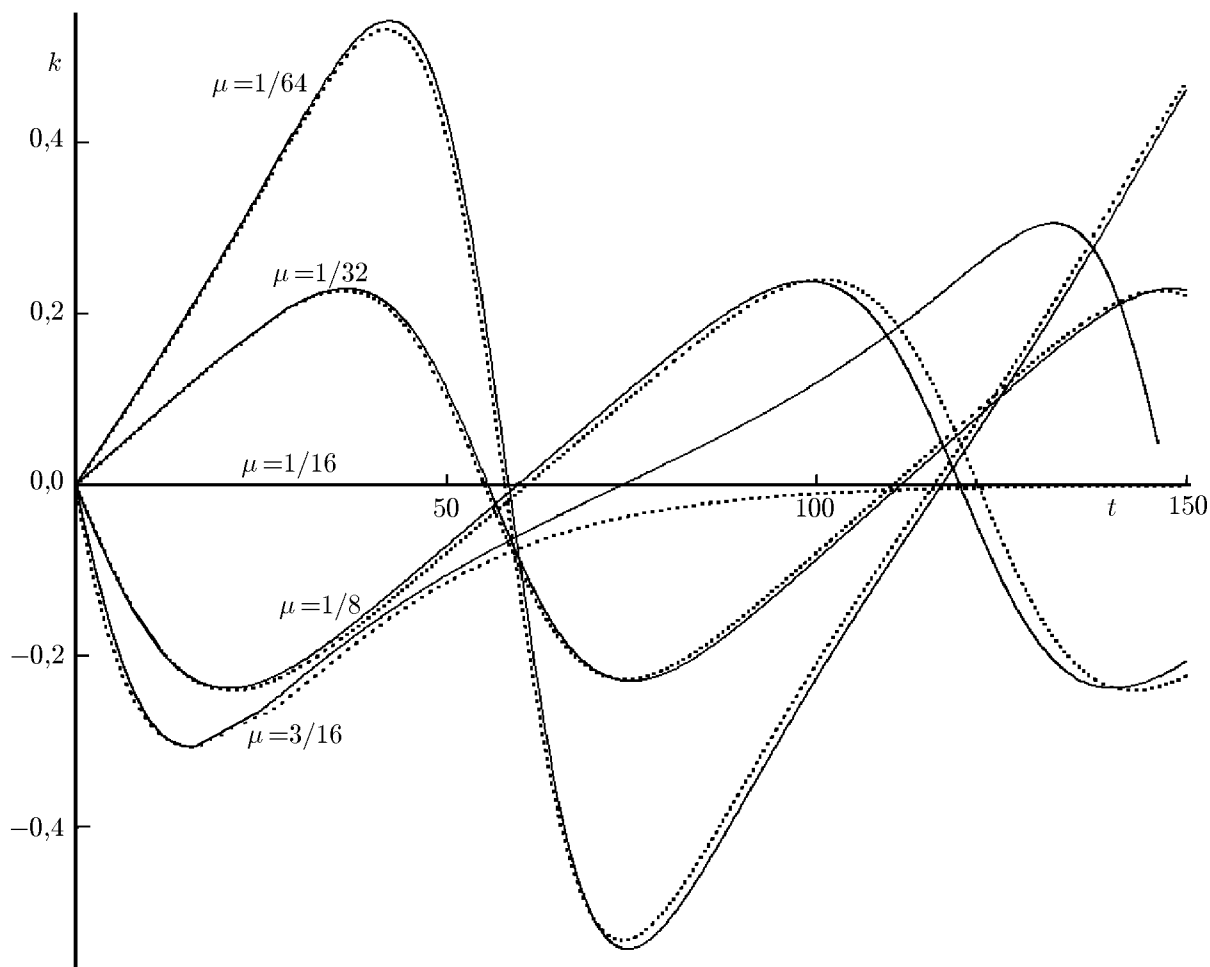


Рис. 6. Временная динамика волнового числа  $k$  солитона в центре максимума волнового поля при  $q(\xi) = \exp(-\xi/10)$  и различных значениях  $\mu$ . Пунктирные линии соответствуют результатам, полученным аналитически, непрерывные — численным результатам

нятым в аналитической части исследования положениям.

На рис. 6 приведена временная динамика локального волнового числа в точке максимума модуля огибающей волнового пакета при  $q(\xi) = \exp(-\xi/10)$  и различных значениях  $\mu$ . Сплошные кривые соответствуют результатам численных расчётов, пунктирные — аналитическому решению системы (21)–(23).

При  $\mu < 3/16$ , что отвечает режиму динамического равновесия индуцированного рассеяния и убывающей дисперсии, результаты численных расчётов и аналитического рассмотрения хорошо соотносятся. При  $\mu \geq 1/16$  результаты не совпадают. Это несовпадение обусловлено возникновением в численных расчётах полей излучения из ядра солитона, что не учитывалось при аналитическом рассмотрении. Поля излучения приводят к уменьшению энергии солитонного ядра и, как следствие, к отклонению значений волнового числа пакета, полученных численно, от значений, полученных аналитическим решением системы (26), (27).

#### 4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе рассмотрена динамика солитонов в рамках расширенного нелинейного уравнения Шрёдингера с неоднородной дисперсией при учёте индуцированного рассеяния на затухающих низкочастотных волнах. Исследование проведено как аналитически, так и численно. Показана возможность баланса пространственного индуцированного рассеяния на затухающих низкочастотных волнах, приводящего к смещению пространственного спектра волновых чисел солитона в длинноволновую область, и убывающей по пространственной координате дисперсии, смещающей спектр солитона в коротковолновую область. В явном виде получено солитонное решение, возникающее в результате этого баланса. Также найден режим динамического равновесия индуцированного рассеяния и неоднородной дисперсии, при котором параметры солитона меняются во времени периодически.

В данной работе динамика солитонов рассматривалась в пренебрежении неоднородностью кубичной нелинейности, групповой скоростью высокочастотной составляющей, нелинейной дисперсией и линейной дисперсией третьего порядка. Исследование динамики солитонов с учётом эффектов, обусловленных данными слагаемыми, будет проведено в следующих работах.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Agrawal G.P. Nonlinear fiber optics. San Diego: Academic Press, 2001.
2. Yang Y. Solitons in field theory and nonlinear analysis. New York: Springer, 2001.
3. Кившарь Ю.С., Агравал Г.П. Оптические солитоны: от волоконных световодов к фотонным кристаллам. М.: Физматлит, 2005.
4. Dickey L.A. Soliton equation and Hamiltonian systems. New York: World Scientific, 2005.
5. Захаров В.Е., Шабат А.Б. // ЖЭТФ. 1972. Т. 34. С. 62.
6. Hasegawa A., Tappert F. // Appl. Phys. Lett. 1973. V. 23. P. 142.
7. Oliviera J.R., Moura M.A. // Phys. Rev. E. 1998. V. 57. P. 4751.
8. Mitschke F.M., Mollenauer L.F. // Opt. Lett. 1986. V. 11. P. 659.
9. Gordon J.P. // Opt. Lett. 1986. V. 11. P. 662.
10. Kodama Y.J. // Stat. Phys. 1985. V. 39. P. 597.
11. Kodama Y., Hasegawa A. // IEEE J. Quantum Electron. 1987. V. 23. P. 510.
12. Zaspel C.E. // Phys. Rev. Lett. 1999. V. 82. P. 723.
13. Hong B., Lu D. // Int. J. Nonlin. Sci. 2009. V. 7. P. 360.
14. Karpman V.I. // Eur. Phys. J. B. 2004. V. 39. P. 341.
15. Громов Е.М., Таланов В.И. // ЖЭТФ. 1996. Т. 110. С. 137.
16. Громов Е.М., Таланов В.И. // Изв. вузов. Радиофизика. 1996. Т. 39. С. 735.
17. Gromov E.M., Talanov V.I. // Chaos. 2000. V. 10. P. 551.
18. Gromov E.M., Piskunova L.V., Tyutin V.V. // Phys. Lett. A. 1999. V. 256. P. 153.
19. Obregon M.A., Stepanyants Yu.A. // Phys. Lett. A. 1998. V. 249. P. 315.
20. Scalora M., Syrchin M., Akozbek N., et al. // Phys. Rev. Lett. 2005. V. 95. Art. no. 013902.
21. Wen S.C., Wang Y., Su W., et al. // Phys. Rev. E. 2006. V. 73. Art. no. 036617.
22. Marklund M., Shukla P.K., Stenflo L. // Phys. Rev. E. 2006. V. 73. Art. no. 037601.
23. Tsitsas N. L., Rompotis N., Kourakis I., et al. // Phys. Rev. E. 2009. V. 79. Art. no. 037601.
24. Kivshar Y.S. // Phys. Rev. A. 1990. V. 42. P. 1757.
25. Kivshar Y.S., Malomed B.A. // Opt. Lett. 1993. V. 18. P. 485.

26. Ахманов С. А., Выслоух В. А., Чиркин А. С. Оптика фемтосекундных лазерных импульсов. М.: Наука, 1988.
27. Malomed B. A., Tasgal R. S. // J. Opt. Soc. Amer. B. 1998. V. 15. P. 162.
28. Biancalama F., Skrybin D. V., Yulin A. V. // Phys. Rev. E. 2004. V. 70. Art. no. 011615.
29. Essiambre R.-J., Agrawal G. P. // J. Opt. Soc. Amer. B. 1997. V. 14. P. 314.
30. Essiambre R.-J., Agrawal G. P. // J. Opt. Soc. Amer. B. 1997. V. 14. P. 323.
31. Andrianov A., Muraviev S., Kim A., Sysoliatin A. // Laser Phys. 2007. V. 17. P. 1 296.
32. Chernikov S., Dianov E., Richardson D., Payne D. // Opt. Lett. 1993. V. 18. P. 476.
33. Захаров В. Е. // ЖЭТФ. 1972. Т. 35, № 5. С. 908.
34. Захаров В. Е. // ЖЭТФ. 1971. Т. 33, № 5. С. 927.
35. Захаров В. Е. // Изв. вузов. Радиофизика. 1974. Т. 17, № 4. С. 326.
36. Blit R., Malomed B. A. // Phys. Rev. A. 2012. V. 86. Art. no. 043841.

Поступила в редакцию 7 марта 2013 г.; принята в печать 28 марта 2013 г.

**THE ENVELOPE SHORT-SOLITON DYNAMICS IN INHOMOGENEOUS  
DISPERSIVE MEDIA WITH ALLOWANCE FOR STIMULATED SCATTERING  
BY DAMPED LOW-FREQUENCY WAVES**

*N. V. Aseeva, E. M. Gromov, and V. V. Tyutin*

We consider the soliton dynamics in terms of the extended nonlinear Schrödinger equation taking into account the inhomogeneous linear second-order dispersion (SOD) and stimulated scattering by damped low-frequency waves (SSDW). It is shown that the wave number downshift due to SSDW is compensated by an upshift due to the SOD decrease on the spatial coordinate. A new class of stationary nonlinear localized solutions (solitons) arising as an equilibrium of SSDW and decreasing spatial SOD is found analytically within the framework of the extended inhomogeneous nonlinear Schrödinger equation. A regime of the dynamic equilibrium of SSDW and inhomogeneous dispersive medium with the soliton parameters periodically varied in time is found. Analytical and numerical results are in good agreement for this regime.