

УДК 534.2+534.6.08

НОВЫЙ МЕТОД АКУСТИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЙ СЫПУЧИХ МАТЕРИАЛОВ. ПРЕДВАРИТЕЛЬНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

В. С. Авербах, А. В. Лебедев, С. А. Манаков, В. В. Бредихин

Институт прикладной физики РАН, г. Нижний Новгород, Россия

В настоящей работе представлены описание нового метода измерений акустических свойств сыпучих материалов и полученные с помощью этого метода предварительные результаты исследований модельных гранулированных сред. Последние указывают на перспективность предложенного метода измерений. Обнаружены неизвестные ранее особенности динамической реакции неконсолидированной гранулированной среды. Проведены эксперименты по наблюдению медленной релаксации в подобных средах.

ВВЕДЕНИЕ

Исследование природных материалов в лабораторных условиях, где возможен контроль параметров окружающей среды, позволяет лучше понять их строение и особенности динамической реакции на внешние воздействия. Значительный интерес, как с точки зрения фундаментальной науки, так и с точки зрения многочисленных приложений, представляет анализ поведения несвязанных (неконсолидированных) сыпучих гранулированных сред, к которым относятся грунты. Под термином «грунт» понимаются любые горные породы, которые залегают преимущественно в зоне выветривания и могут быть использованы в качестве оснований, материалов или среды для различных сооружений [1]. История научного изучения свойств грунтов насчитывает чуть больше столетия. Обзор существующих методов исследования неконсолидированных материалов можно найти, например, в [1–3] и ряде оригинальных статей (см., например, обзор [4] и близкие по тематике к данной публикации работы [5, 6], которые кратко обсуждаются в последнем разделе настоящей статьи).

К наименее изученным явлениям относятся эффекты асимметрии цикла деформирования (разномодульность и гистерезис в зависимости напряжения от деформации) реакции на длительные динамические нагрузки. Среди природных сред наиболее сложное и малоизученное поведение характерно для плотных песков при их насыщении жидкостью и наличия в них небольшого количества глинистых частиц [2]. Такие особенности структуры грунтов, как соотношение фаз и структурные связи между отдельными частицами, определяют их деформационно-прочностные свойства, в частности их динамическую устойчивость.

При создании экспериментальной установки мы планировали использовать её для исследования упомянутых выше эффектов. Кроме того, наш интерес к рассматриваемой тематике был связан ещё с несколькими соображениями. Во-первых, для развития натуральных методов диагностики и мониторинга состояния природных гранулированных сред необходим поиск надёжных диагностических признаков, характеризующих внутреннее состояние таких сред. Такой поиск целесообразно проводить в условиях лаборатории, где возможен контроль термодинамических параметров исследуемого вещества. Во-вторых, в одном из натуральных экспериментов авторского коллектива [7] были обнаружены эффекты медленной динамики или релаксации с характерной логарифмической зависимостью скорости волны от времени, которые были связаны с наличием метастабильных состояний грунта. Время релаксации составляло несколько часов, что, например, существенно отличается от результатов натурального эксперимента в работе [8], где возврат к

исходному состоянию происходил за 10 мин, а сама функциональная зависимость релаксации от времени напоминает обычную экспоненциальную функцию (анализ функциональной зависимости авторами [8] не проводился). Имеющиеся данные о релаксации с логарифмической зависимостью измеряемых величин от времени относятся в основном к лабораторным экспериментам для консолидированных материалов, например горных пород, строительных материалов и других подобных структурно-неоднородных сред, см. [9] и приведённые там многочисленные ссылки на оригинальные работы. Для гранулированных материалов также имеются экспериментальные данные по медленной релаксации, полученные на их образцах [6, 10]. При этом процессы, рассмотренные в [6], по-видимому, имеют опосредованное отношение к наблюдениям, выполненным в [7], поскольку они связаны с седиментацией, которая сопровождается растворением мелких зёрен и образованием связывающего зерна цемента. Данные, представленные в недавней работе [10], и их соотношение с полученными в настоящей работе результатами подробно обсуждаются ниже. Эффекты, наблюдавшиеся в [7], предположительно должны быть связаны с относительным содержанием жидкости в грунте. Проверить эти соображения проще всего в контролируемых условиях лаборатории. В-третьих, в литературе имеются свидетельства о воздействии слабых акустических полей с уровнем деформации $\varepsilon \sim 10^{-8} \div 10^{-7}$ на фильтрационные свойства гранулированных сред (например [11]), но при этом существующие модели не в состоянии объяснить эффекты последствия, т. е. долговременного сохранения повышенной проницаемости такой среды после отключения акустического воздействия. Мы предполагаем, что обнаруженные в [7] эффекты логарифмически медленной релаксации метастабильных состояний могут быть ответственными за существование эффектов «длительной памяти».

Целью данной работы является описание созданной экспериментальной установки для исследования акустических свойств сыпучих сред, сопоставление предложенного подхода с известными из литературных источников методами и, наконец, анализ полученных предварительных результатов и обсуждение открывающихся возможностей для дальнейших исследований. Работа организована следующим образом. В разделе 1 приведён краткий обзор существующих методов исследований неконсолидированных сред. При этом наиболее подробно рассматриваются лабораторные методы. В разделе 2 описывается устройство предложенной экспериментальной установки, обсуждаются её преимущества. Здесь же приведены результаты калибровок, которые позволяют оценить точность измерений. В разделе 3 представлены результаты измерений свойств модельных гранулированных сред — электрокорунда и упаковки стеклянных шариков калиброванного размера при малой амплитуде деформаций. Они показывают воспроизводимость данных и их согласие с теоретическими моделями. В разделе 4 представлены предварительные результаты исследования нелинейных эффектов и медленной релаксации в модельной гранулированной среде из стеклянных шариков. Обнаружены интересные и неизвестные ранее зависимости, которые требуют более детального рассмотрения. И, наконец, в разделе 5 отмечены наиболее важные предварительные результаты, а также обсуждаются возможности созданной экспериментальной базы и перспективы исследований.

1. ИЗВЕСТНЫЕ МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЙ НЕКОНСОЛИДИРОВАННЫХ СРЕД

Все известные методы исследования неконсолидированных природных сред делятся на лабораторные методы и методы исследования в условиях естественного залегания. Исследования неконсолидированных сред в натуральных условиях относятся к компетенции инженерной сейсмологии [12] или сейсмоакустики. Успех и признание комплекса сейсмических методов исследований обусловлены тем, что они оказались весьма эффективными при решении многих задач, имеющих

важное значение как при инженерно-геологическом картировании, так и при проведении изысканий для различных видов строительства. Под инженерной сейсмикой или сейсмоакустикой, согласно определению [12], понимается область разведочной геофизики, занимающейся решением задач инженерной геологии и гидрогеологии с помощью комплекса сейсмических и ультразвуковых методов. Среди способов получения информации о свойствах верхней части геологического разреза можно выделить межскважинное сейсмоакустическое зондирование. При этом наибольший интерес представляет распространение сдвиговых волн [2]. Примером подобных исследований и использования нестандартной для традиционной геофизики обработки сигналов является недавно опубликованная работа [13]. Также одним из часто используемых в натуральных исследованиях методов является метод SASW или его многоканальная разновидность MASW [14], в котором из-за малой скорости пробной волны относительно других волновых движений не возникает проблема идентификации [3], а слоистая структура среды определяется по особенностям дисперсии волны Рэлея [14]. Этот метод также получил развитие в недавней работе авторского коллектива [15], где показана возможность его модификации при использовании векторных приёмников для измерения коэффициента Пуассона и оценки содержания влаги.

Метод измерения импеданса среды при использовании вибрационного источника был апробирован в [16]. Там же в натуральных условиях получены зависимости напряжения от деформации, что, как уже отмечалось выше, представляет значительный интерес. Наряду с дистанционными (неразрушающими) методами исследований также широко применяются методы отбора проб, использование которых значительно осложнено выполнением требования сохранности структуры материала [2]. Подробнее с методами натуральных исследований природных сред можно ознакомиться по книгам [2, 3, 12, 17, 18].

Количество лабораторных методов исследования неконсолидированных сред невелико, и в монографиях [2, 3] приводится всего три метода изучения материалов при малых и умеренных амплитудах деформации. К ним относятся метод резонансных колонок, ультразвуковое просвечивание и изгибное тестирование. Динамическое трёхосное сжатие и динамический крутильный сдвиг относятся к квазистатическим методам исследования отклика на деформации большой (до 10 %) амплитуды. Эти методы в основном направлены на определение долговременной устойчивости инженерных сооружений при сейсмических воздействиях. Поскольку натурные сейсмоакустические измерения проводятся чаще всего при малых и умеренных амплитудах деформаций, то наибольший интерес с точки зрения сравнения их результатов с лабораторными экспериментами, представляют методы анализа динамических откликов в лабораторных условиях для таких же амплитуд деформаций, что и в натуральных экспериментах. Предложенная нами схема измерений позволяет работать при изменении деформаций в широких пределах, отвечающих $\varepsilon \sim 10^{-9} \div 10^{-4}$. При этом амплитуды деформаций $\varepsilon \gtrsim 10^{-6}$ относятся к области конечных деформаций, где проявляются необычные свойства гранулированных сред [9]. Таким образом, предлагаемая схема измерений позволяет проводить экспериментальные исследования для всех представляющих интерес амплитуд деформаций.

На методе резонансных колонок следует остановиться подробнее, поскольку он идеологически близок к предлагаемому нами методу исследований. Принцип этого метода объясняется в классическом труде Терцаги [19]. Краткий обзор с описанием различных вариантов его реализации представлен в [2]. В методе резонансных колонок образец исследуемого сыпучего материала помещается между вертикально расположенными мягкими мембранами, образующими в сечении кольца. Жёсткость мембран предполагается малой по сравнению с жёсткостью исследуемого материала. Верхние и нижние оконечности мембран надеваются на металлические кольца с фланцами, которые обеспечивают выполнение граничных условий Неймана, поскольку импеданс оконечностей значительно превышает импеданс материала, ограниченного мембранами. Ре-

зонансные частоты продольных и крутильных колебаний полуволнового резонатора позволяют определить скорости волн и коэффициенты затухания при известных размерах колонки. Характерные размеры резонатора (колонки) составляют [2]: $r_2 = 7,7$ см, $r_2 - r_1 = 3$ см, $L = 37$ см, где r_1 и r_2 — внутренний и внешний радиусы мембран, между которыми расположен испытуемый образец, L — длина образца.

Достоинством этого широко используемого метода является возможность проводить измерения при действии гидростатического давления на внутреннюю и внешнюю мембраны и осевого сжатия. Кроме того, система трубочек, проходящих через фланцы, позволяет осуществить насыщение исследуемого материала жидкостью. Таким образом, с помощью указанного метода возможно моделирование напряжённого состояния грунта в условиях его естественного залегания при изменении степени его насыщения жидкостью.

К недостаткам метода резонансных колонок можно отнести, во-первых, необходимость тщательной подготовки образца, который вырезается из грунта, и, во-вторых, неоднородность деформаций вдоль образца и в радиальном направлении. Неоднородность деформации в осевом направлении связана с равенством удвоенной длины резонатора и длины волны соответствующего типа колебаний (продольных или сдвиговых). Кроме того, имеет место неоднородность деформаций и в поперечном направлении, поскольку поперечный волновой размер не мал. Действительно, для характерных радиусов резонансной колонки поперечный волновой размер равен $\pi r_{1,2}/L \approx 0,4 \div 0,7$. Кроме того, на наш взгляд, метод резонансных колонок не вполне пригоден для совместного анализа и сравнения данных натуральных и лабораторных измерений. Например, резонансная частота для песка, в котором скорость продольной волны $V_P = 488$ м/с [20], составляет $f = V_P/(2L) \approx 650$ Гц, что существенно превышает сейсмические частоты. При разработке и создании экспериментальной установки для исследования сыпучих сред мы стремились свести отклонение деформации от однородной к минимальной возможной величине. Поскольку частотные измерения являются одними из наиболее точных, целесообразно рассмотреть резонансные методы измерения. При этом конструкция, рассмотренная ниже, позволяет получать данные в диапазоне частот $100 \div 200$ Гц, а при увеличении элементов инерции и ниже, что близко к частотам натуральных сейсмоакустических измерений.

2. ПРЕДЛАГАЕМЫЙ МЕТОД ИЗМЕРЕНИЙ

Для уменьшения неоднородности деформаций естественно использовать схему физического маятника, где элементом упругости является исследуемый материал, а элемент инерции выполнен из жёсткого материала, например стали. Таким образом, подбирая величину инерции, можно управлять частотой и обеспечить однородность деформации исследуемого материала. Подобные схемы измерений свойств материалов не новы и широко используются, например, для исследования свойств консолидированных горных пород (метод продольного и крутильного маятников) [21].

В случае сыпучих материалов, отличающихся малой прочностью связей и неспособностью выдерживать без разрушения статические усилия со стороны элемента инерции, прямое копирование известных методов невозможно. В этом случае необходим контейнер, который предназначен для удержания элемента инерции в равновесии с полем тяжести. Сами измерения свойств материала, заполняющего контейнер, становятся разностными, т. е. материальные параметры сыпучей среды определяются различием резонансных частот и добротностей колебаний заполненного и пустого контейнеров (рис. 1). На нём механические параметры контейнера (модуль сдвига G , коэффициент Пуассона ν и модуль Юнга E) обозначены величинами без индексов, механические параметры заполнения, которые необходимо измерить, — величинами с индексом «1»: G_1 , ν_1 , E_1 . Посколь-

ку измерения разностные, характеристики материала контейнера должны быть известны или измерены с высокой точностью. В данном случае они были измерены методом резонансной акустической спектроскопии [22, 23]. Также необходимо обеспечить возможность одновременного исследования как деформаций с изменением объёма, так и деформаций сдвига.

При кажущейся простоте идеи измерений её реализация оказалась очень сложной. Во-первых, жёсткость контейнера должна быть малой, чтобы его заполнение приводило к заметным изменениям резонансных частот. Во-вторых, прочность контейнера должна быть достаточной, чтобы выдержать вес элемента инерции и создаваемое внутри него давление при моделировании условий реального залегания сыпучего материала на глубинах порядка 10 м. И, наконец, в-третьих, материал, из которого изготовлен контейнер, должен лишь в малой степени поглощать колебания, чтобы обеспечить возможность достоверного измерения параметров их затухания в сыпучем материале. С точки зрения материаловедения перечисленные выше требования противоречивы (см., например, [24]): первое требование фактически исключает использование металлов, второе и третье требования сильно ограничивают выбор материалов среди пластиков. В результате долгих поисков и пробных экспериментов с различными видами последних было установлено, что наиболее подходящим материалом для изготовления контейнера является полистирол.

Геометрия задачи показана на рис. 1. Для увеличения чувствительности резонансных частот к параметрам содержимого контейнера толщина его стенок была выбрана минимальной возможной с учётом требований на прочность. Средний диаметр контейнера $2R = 47$ мм, толщина его стенок $h = 2$ мм и высота контейнера $L = 180$ мм. При выполнении условия $h/R \simeq 0,085 \ll 1$ продольные и крутильные колебания контейнера с азимутально-симметричным распределением всех величин относительно оси вращения могут рассматриваться в рамках теории тонких оболочек вращения [25]. При этом в интересующей нас области частот члены, ответственные за изгиб срединной поверхности, могут быть опущены. Использование теории тонких оболочек существенно упрощает рассмотрение задачи о колебаниях трубы с упругим заполнением, поскольку граничные условия непрерывности напряжений на внутренней стенке контейнера и равенства нулю напряжений на внешней поверхности заменяются на граничные условия импедансного типа на внутренней поверхности. В результате ранг соответствующих матричных уравнений уменьшается на 4 в случае продольных деформаций и на 2 в случае деформаций кручения. Это позволяет получить аналитические выражения для жёсткости при растяжении и кручении.

Коротко опишем схему рассуждений. Уравнения независимых от угла θ колебаний контейнера из полистирола, рассматриваемого как тонкостенная цилиндрическая оболочка, имеют вид (члены, пропорциональные h^2/R^2 , опущены) [25, 26]

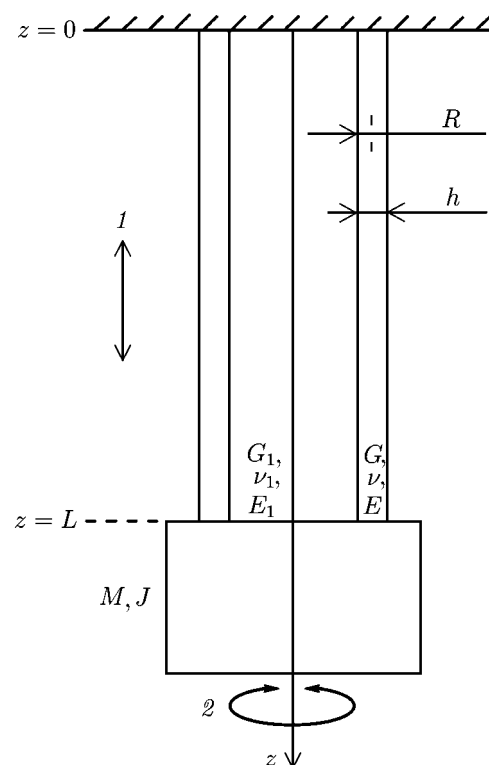


Рис. 1. Блок-схема измерений: 1 — продольные колебания, 2 — крутильные колебания

$$-\frac{\nu E_s}{R} \frac{\partial u_r}{\partial z} + \rho \ddot{u}_z - E_s \frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2} = \frac{\sigma_{rz}^+ - \sigma_{rz}^-}{h} + \frac{\nu}{2(1-\nu)} \frac{\partial(\sigma_{rr}^+ - \sigma_{rr}^-)}{\partial z}, \quad (1)$$

$$\rho \ddot{u}_r + \frac{E_s}{R^2} u_r + \frac{\nu E_s}{R} \frac{\partial u_z}{\partial z} = \frac{\sigma_{rr}^+ - \sigma_{rr}^-}{h} + \frac{1}{2} \frac{\partial(\sigma_{rz}^+ - \sigma_{rz}^-)}{\partial z}, \quad (2)$$

$$\rho \ddot{u}_\theta - \frac{E_s(1-\nu)}{2} \frac{\partial^2 u_\theta}{\partial z^2} = \frac{\sigma_{r\theta}^+ - \sigma_{r\theta}^-}{h}, \quad (3)$$

где $E_s = E/(1-\nu^2)$, σ_{ij}^+ отвечают напряжениям на внешней поверхности $r = R + h/2$, σ_{ij}^- — напряжениям на внутренней поверхности [26]. Отметим, что величина $E_s(1-\nu)/2 = E/[2(1+\nu)]$ равна модулю сдвига материала оболочки G . Таким образом, крутильные колебания являются полностью независимыми от остальных проекций смещений. Силы, приложенные к внешней поверхности контейнера, очевидно, отсутствуют: $\sigma_{ij}^+ = 0$.

Деформации заполнения контейнера можно описать через скалярный и векторный потенциалы смещений. Соответствующие выражения мы опустим, поскольку запись волновых уравнений в цилиндрических координатах можно найти во многих книгах, например в [27]. В результате σ_{ij}^- будет выражено через смещения заполнения при $r = R - h/2$. С другой стороны, уравнения (1), (2) и (3) также позволяют записать связь между σ_{ij}^- и проекциями смещения. В силу малой толщины $h \ll R$ проекции смещения с точностью до членов порядка h/R на срединной и внутренней поверхностях оболочки одинаковы. Соответствующие уравнения по сути определяют граничные условия импедансного типа для внутренней области (заполнения) и их появление связано с тем, что в основе теории колебаний тонких оболочек лежит представление о замене тонкостенной оболочки поверхностью с нулевой толщиной, имеющей конечную жёсткость на растяжение, сдвиг и кручение.

Опуская громоздкие промежуточные выкладки, запишем конечные выражения для продольной и крутильной жёсткостей в случае однородной деформации:

$$K_P = \left\{ ES_0 \left[1 + \frac{E_1 \nu (1 - \nu_1)}{2E(1-\nu)(1-2\nu_1)(1+\nu_1)} \right] + \frac{E_1 S_1}{(1-2\nu_1)(1+\nu_1)} \left[3 - \nu_1 - 4\nu\nu_1 + \frac{E_1 R(1-\nu^2)}{Eh} \right] \right\} / \left\{ L \left[1 + \frac{E_1 R(1-\nu^2)}{Eh(1+\nu_1)(1-2\nu_1)} \right] \right\}^{-1}, \quad (4)$$

$$K_S = \frac{2\pi R^3 h G + \pi R^4 G_1 / 2}{L}, \quad (5)$$

где $S_0 = 2\pi R h$ — площадь поперечного сечения контейнера, $S_1 = \pi R^2$ — площадь поперечного сечения области, заполненной исследуемым материалом, $G = E/[2(1+\nu)]$, $G_1 = E_1/[2(1+\nu_1)]$. Выражения (4) и (5) справедливы при выполнении условия $\chi = \omega R/V_{1S} \ll 1$, где V_{1S} — скорость волны сдвига в материале заполнения (гранулированной среде) контейнера. В этом случае поле смещений и напряжений однородно в поперечном сечении и, измеряя ускорение контейнера, можно определить макроскопические величины смещения и деформации внутри гранулированного материала. Несложные оценки показывают, что волновой параметр χ в области резонансных частот маятника равен единице при $V_{1S} \approx 15$ м/с, что отвечает практически полному отсутствию связей внутри гранулированной среды, т. е. её разжижению.

Внешний вид физического маятника для измерения параметров сыпучих сред показан на рис. 2. Возбуждение осуществляется парой электромагнитов, ориентированных под углом 45° относительно оси колебательной системы (один из магнитов показан на рис. 2б). При этом амплитуды сил, создаваемых магнитами, согласованы таким образом, чтобы максимально эффективно

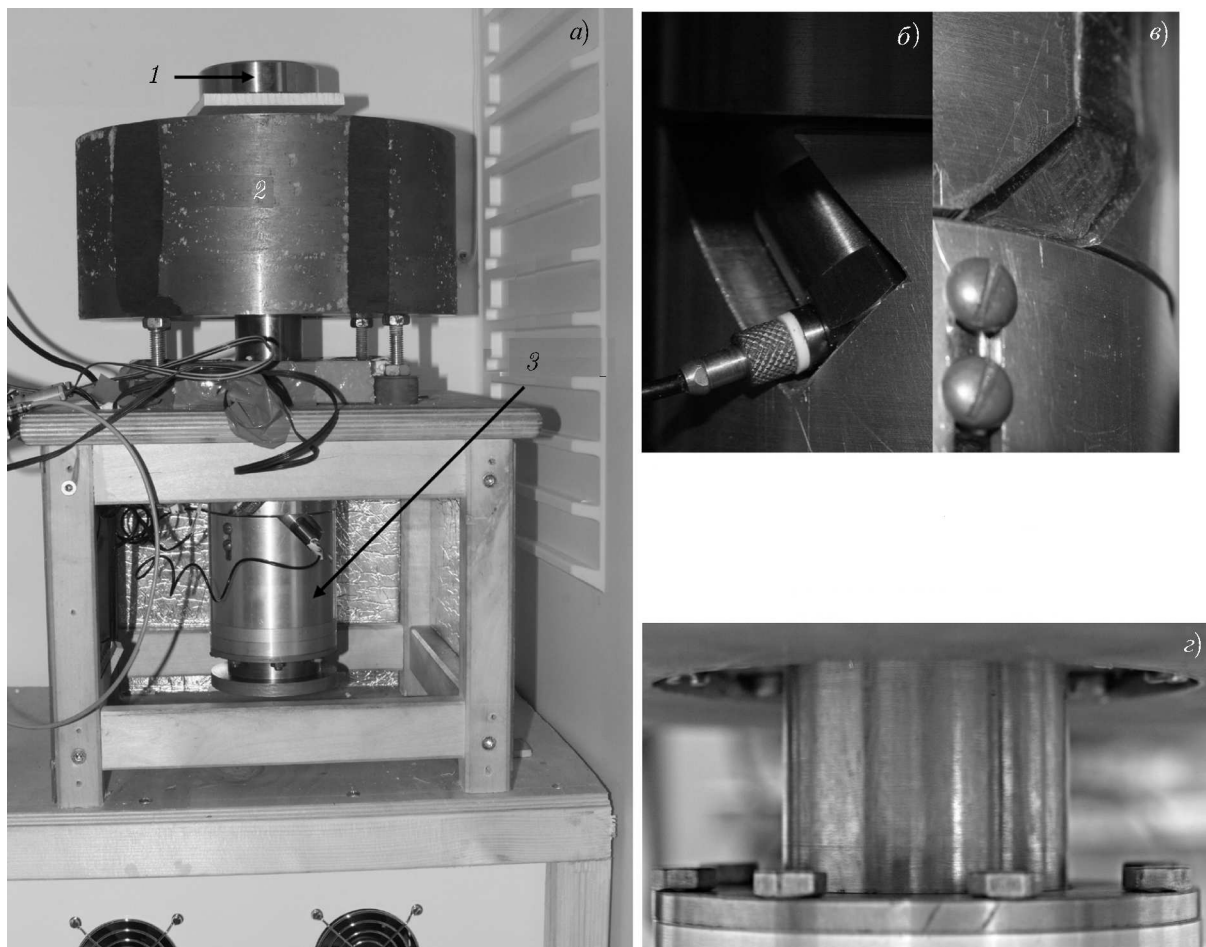


Рис. 2. Внешний вид экспериментальной установки на основе физического маятника (а): 1 — поршень с грузом, 2 — опорная масса, 3 — контейнер. На панелях (б), (в) и (г) показаны элементы системы регистрации (акселерометр), возбуждения и устройства температурной изоляции соответственно

возбудить продольные и крутильные колебания. Различие резонансных частот позволяет исследовать реакцию гранулированной среды на деформации сжатия и растяжения, а также сдвига. Регистрация колебаний осуществляется двумя акселерометрами, также ориентированными под углом 45° относительно оси симметрии (рис. 2б). Сигналы с акселерометров суммируются в тракте предварительного усиления таким образом, чтобы ускорения, отвечающие продольным и крутильным колебаниям складывались, а сигналы, отвечающие несимметричным модам сдвига вычитались, т. е. подавлялись. Верхняя часть колебательной системы жёстко соединена с элементом инерции, который имеет массу 60 кг. Эта масса существенно больше массы нижней подвижной части и имеет динамическую виброизоляцию (рис. 2а) от несущих элементов конструкции.

Для уменьшения потоков тепла через верхний и нижний элементы инерции были использованы теплоизоляторы из нержавеющей стали (рис. 2). Использование тепловой развязки и помещение экспериментальной установки в термостат ТВЛ-К170 позволило поддерживать температуру в контейнере с точностью $\pm 0,01^\circ\text{C}$ в течение продолжительного времени. Температура регистрировалась с помощью платинового сопротивления RTD производства фирмы «Honeywell» и цифрового мультиметра «Agilent 34410A», данные с которого поступают в компьютер. На рис. 3 показана типичная запись измерения температуры. Осцилляции с коротким периодом связаны с

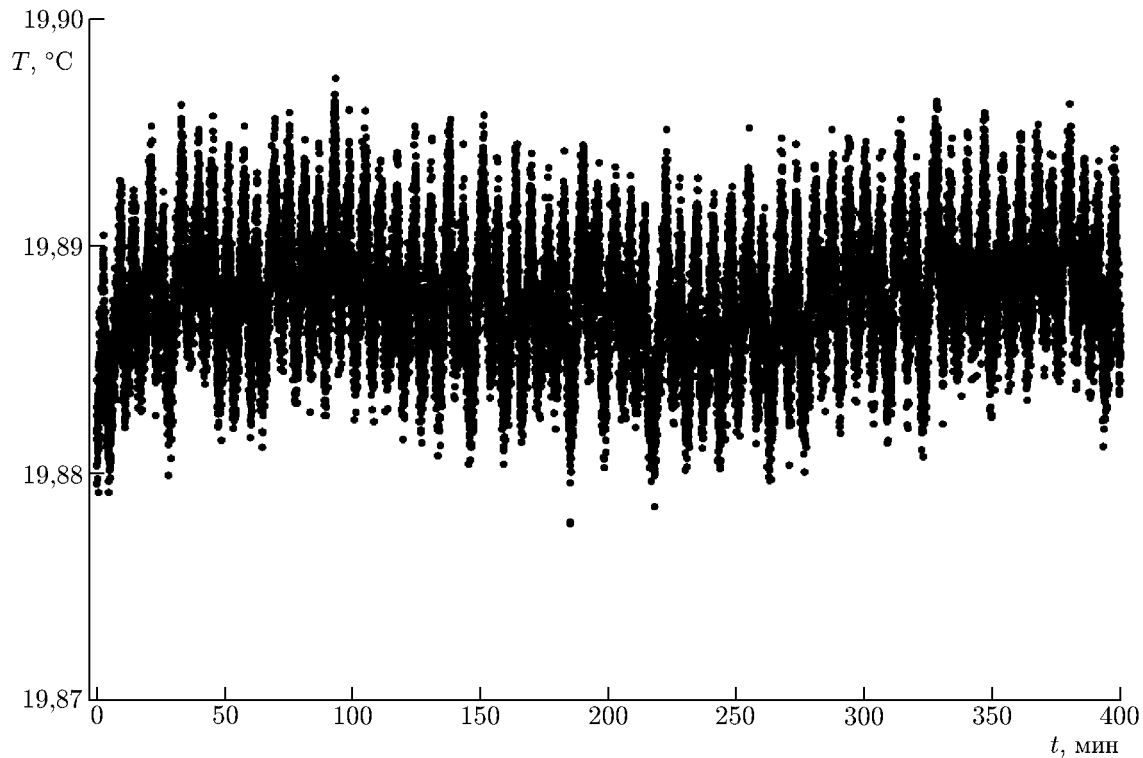


Рис. 3. Стабильность поддержания температуры

включением и выключением термостата, вариации с характерными временами около часа связаны с изменением температуры в помещении, где установлен термостат.

Поддержание стабильной температуры важно при исследовании зависимостей свойств гранулированной среды от давления, сжимающего упаковку зёрен. Вариации радиального давления σ_{rr} , обусловленного изменением радиуса цилиндрической трубы контейнера из-за колебаний температуры, равны

$$\Delta\sigma_{rr} = \frac{Eh\alpha_T \Delta T}{(1 - \nu^2)R}, \quad (6)$$

где α_T — коэффициент теплового расширения полистирола, $\Delta T = 0,01$ °C — нестабильность температуры. Измеренная величина коэффициента теплового расширения полистирола, из которого изготовлен контейнер, равна $\alpha_T = (7,2 \pm 0,5) \cdot 10^{-5}$. Расчёт по формуле (6) для параметров полистирола (см. ниже) показывает, что достигнутая стабильность поддержания температуры обеспечивает постоянство давления в упаковке $\Delta\sigma_{rr} \approx \Delta P = 2,64 \cdot 10^4 \Delta T \approx 260$ Па, что составляет приблизительно 1% от максимального давления сжатия зёрен в упаковке (см. ниже).

Вековое уравнение, определяющее собственные частоты продольных и крутильных колебаний стержня с одним зажатом концом и другим концом, нагруженным на элемент инерции, выглядит следующим образом (см., например, [28]):

$$\cos \xi = \mu \xi \sin \xi, \quad (7)$$

где ξ — волновая длина стержня (контейнера), μ — нормированная на массу контейнера масса элемента инерции (в случае крутильных колебаний — отношение соответствующих моментов инерции). При $\mu = 0$ получаем уравнение, соответствующее четвертьволновому резонатору: $\xi = \pi/2 + \pi n$, $n = 0, 1, \dots$. Для величин $\mu \gg 1$ фундаментальная частота стремится к нулю, и после

разложения (7) в ряд Тейлора получаем $\xi \approx \sqrt{2/(1+2\mu)}$. Однородность деформаций вдоль оси симметрии определяется разностью $\epsilon = \xi - \sin \xi$, откуда при заданном ϵ после разложения $\sin \xi$ в ряд Тейлора следует ограничение на волновую длину $\xi = \sqrt[3]{6\epsilon}$. Зададим для определённости величину $\epsilon = 1\%$, при этом волновая длина физического маятника $\xi \approx 0,39$. Данной величине ξ отвечает безразмерный параметр $\mu \approx 6$. Таким образом, при массе (моменте инерции) элемента инерции маятника, в 6 раз большей массы упругого элемента, его деформация будет однородной по оси симметрии с точностью 1%.

Отклонение от однородности деформаций в поперечном сечении определяется относительной разностью скорости V_0 продольной волны в (бесконечно) тонком стержне и величины V_E , отвечающей конечному поперечному волновому размеру (уравнение Похгамера—Кри [27]):

$$V_E = V_0 \left[1 - \left(\frac{\nu \xi D}{L} \right)^2 \right] \quad \text{или} \quad \epsilon \equiv \left| \frac{V_E - V_0}{V_0} \right| = \left(\frac{\nu \xi D}{L} \right)^2, \quad (8)$$

где D — диаметр трубы, L — длина трубы, ν — коэффициент Пуассона. Определив $\epsilon \lesssim 1\%$, при заданном выше значении ξ получаем искомое отношение диаметра контейнера к его длине: $D/L \lesssim 1$. Таким образом, при правильном выборе элемента инерции и отношения длины резонатора к его диаметру можно обеспечить однородность деформации с наперёд заданной точностью.

Материальные параметры заполнения определяются следующим образом. Собственные частоты продольных и крутильных колебаний контейнера без заполнения равны

$$\omega_{0P}^2 = \frac{ES_0}{ML} \frac{2\mu_0}{2\mu_0 + 1}, \quad \omega_{0S}^2 = \frac{2\pi R^3 h G}{JL} \frac{2\mu_{0J}}{2\mu_{0J} + 1}, \quad (9)$$

где M , J — масса и момент инерции маятника, μ_0 — отношение массы маятника к массе контейнера без заполнения, μ_{0J} — отношение момента инерции маятника к моменту инерции контейнера без заполнения.

При заполнении контейнера собственные частоты продольных и крутильных колебаний определяются выражениями

$$\omega_P^2 = \frac{K_P}{M} \frac{2\mu}{2\mu + 1}, \quad \omega_S^2 = \frac{K_S}{J} \frac{2\mu_J}{2\mu_J + 1}, \quad (10)$$

где μ — отношение массы маятника к массе контейнера с заполнением, μ_J — отношение момента инерции маятника к моменту инерции контейнера с заполнением. Эти величины вычисляются по измеренной объёмной плотности гранулированного материала.

Для определения параметров заполнения G_1 и ν_1 следует рассмотреть две безразмерные частоты $\Omega_P = \omega_P/\omega_{0P}$ и $\Omega_S = \omega_S/\omega_{0S}$, уравнения для которых с учётом (4) и (5) запишутся следующим образом:

$$\Omega_P^2 = \left\{ 1 + \frac{E_1 \nu (1 - \nu_1)}{2E (1 - \nu) (1 - 2\nu_1) (1 + \nu_1)} + \frac{E_1 S_1}{ES_0 (1 - 2\nu_1) (1 + \nu_1)} \left[3 - \nu_1 - 4\nu\nu_1 + \frac{E_1 R (1 - \nu^2)}{Eh} \right] \right\} \times \left[1 + \frac{E_1 R (1 - \nu^2)}{Eh (1 + \nu_1) (1 - 2\nu_1)} \right]^{-1} \frac{\mu (2\mu_0 + 1)}{\mu_0 (2\mu + 1)}, \quad (11)$$

$$\Omega_S^2 = \frac{4Gh + G_1 R}{4Gh} \frac{\mu_J (2\mu_{0J} + 1)}{\mu_{0J} (2\mu_J + 1)}. \quad (12)$$

Уравнения (11) и (12) должны решаться совместно относительно величин G_1 , E_1 , ν_1 при заданных Ω_{P}^2 и Ω_{S}^2 , полученных в результате измерений. Величина модуля сдвига элементарно определяется из уравнения (12). Затем, используя связь между модулем сдвига и модулем Юнга [27], $E_1 = 2G_1(1 + \nu_1)$, методом деления отрезка пополам в интервале физически возможных величин коэффициента Пуассона $\nu_1 \in [-1, +1/2]$ осуществляется поиск величины ν_1 , которой отвечает равенство (11). Фактор потерь или обратная величина добротности колебаний в гранулированной среде вычисляется путём формальной замены всех модулей упругости на комплексные величины [29] с последующим вычислением поправок. Мнимые части измеренных частот связаны с добротностью колебаний очевидным соотношением $Q = \text{Re}(\omega)/[2\text{Im}(\omega)]$. При исследовании гранулированных материалов наибольший интерес представляют модуль сдвига G_1 и модуль объёмной жёсткости $K_1 = 2G_1(1 + \nu_1)/[3(1 - 2\nu_1)]$, зависимости которых представлены на графиках ниже.

Поскольку одной из целей лабораторного эксперимента является моделирование условий натурных измерений, частоты колебаний желательнее выбрать максимально приближёнными к натурным данным, т. е. порядка 100 Гц. Оценки по формулам (11) и (12) для параметров полистирола приводят к величинам резонансных частот кручения порядка 100 Гц и продольного расширения и сжатия порядка 200 Гц. Важным вопросом является возможность достоверного измерения параметров содержимого контейнера. Задавая параметры гранулированной среды такими, какими они являются в условиях естественного залегания [16], получаем оценки относительных изменений резонансных частот по формулам (11) и (12). Они составляют 9% для кручения и 12% для продольных деформаций. Относительная погрешность измерения частот при использовании метода согласованной фильтрации [30], который используется в обработке данных, составляет 0,01% и менее, что позволяет получать достоверную информацию о свойствах сыпучей среды.

Выше отмечалось, что одним из недостатков метода резонансных колонок является неоднородность поля деформаций, вызванная как характером колебаний в полуволновом резонаторе, так и краевыми эффектами. В рассматриваемой схеме измерений неоднородность поля деформаций может возникнуть исключительно из-за краевых эффектов. Последние связаны с конструкцией маятника и ограничением радиальных перемещений при $z = 0$ и $z = L$. Выражение (4) получено в предположении, что внешняя граница свободна от напряжений по всей площади, т. е. на всей внешней поверхности $\sigma_{rr} = 0$. Локальные изменения поля деформаций связаны с возбуждением изгибных деформаций на частотах ниже критической частоты распространения изгибных волн. Поскольку эти деформации имеют большой декремент, они оказываются сильно локализованными: характерный пространственный масштаб их затухания в $\exp(1) \approx 2,7$ раз равен $\Lambda = \sqrt{R\hbar}/(2\pi \sqrt[4]{3}) \sim 0,006L$. Оценки показывают, что поправка к жёсткости продольной моды составит величину $\delta K_{\text{P}} \approx 1,5\%$ при учёте возмущений при $z = 0$ и $z = L$. Таким образом, предложенный способ измерений оказывается практически свободным от недостатков, присущих методу резонансных колонок.

Были проведены три процедуры калибровки. Как видно из выражений (11) и (12), предлагаемый метод является разностным, и абсолютные величины G_1 и K_1 выражаются через параметры материала контейнера E и ν . Эти величины были измерены с относительной точностью не хуже 1% методом резонансной акустической спектроскопии [22, 23]. Измеренные величины модулей упругости и коэффициентов вязкости полистирола составили: $C_{11} = 6,02 \pm 0,09$ ГПа, $C_{44} = 1,39 \pm \pm 0,003$ ГПа, $\eta_{11} = (5,7 \pm 0,9) \cdot 10^{-3}$, $\eta_{44} = (4,7 \pm 0,8) \cdot 10^{-3}$. Здесь использованы стандартные обозначения для тензора упругости и коэффициентов вязкости [29]. Измеренные с погрешностью около 1% модуль Юнга и коэффициент Пуассона полистирола равны $E = 3,78$ ГПа и $\nu = 0,35$. Плотность полистирола составляет $\rho = 1,052$ г/см³ при относительной точности измерений примерно 10^{-4} . Добротность продольных и крутильных колебаний физического маятника в отсутствие заполнения контейнера практически совпадает с добротностью полистирола при со-

ответствующих типах деформации, что указывает на минимальное влияние проскальзывания в элементах сочленения. Сравнение вычисленных и измеренных резонансных частот продольных и крутильных колебаний позволило определить точные значения M и J . Точный расчёт этих величин невозможен, т. к. элемент инерции состоит из множества деталей и резьбовых соединений. Погрешность геометрических размеров контейнера при изготовлении составила 0,01 мм. Максимальная относительная погрешность измерения размеров контейнера определяется относительной погрешностью измерения толщины стенок h и составляет 0,5 %. Таким образом, оценка суммарной погрешности измерений модулей K_1 и G_1 составляет около 2 %.

Во второй процедуре калибровки были проведены измерения коэффициента затухания крутильных колебаний на эталонном теле — глицерине с количественно известной небольшой примесью воды, что позволило определить коэффициент его вязкости и сравнить его с табличным значением. Измеренная величина кинематической вязкости глицерина $\nu_g = 5,85 \pm 0,05$ см²/с, а данные работы [31] для температуры $T = 22,5$ °С и содержания воды в глицерине 2,2 %, что отвечает условиям калибровочных измерений, дают кинематическую вязкость $\nu_g = 5,5 \pm 0,3$ см²/с. Нетрудно видеть, что предложенный метод позволяет проводить абсолютные измерения вязкости и обеспечивает точность около 1 %.

Наконец, третья процедура калибровки была направлена на определение амплитудных соотношений. С использованием стандартного вибрационного стола В&К4291 были найдены точные значения коэффициентов связи между амплитудой ускорения и напряжением на выходе согласующих усилителей. Аналогичная процедура была выполнена для сигналов силы с использованием измеренных ранее величин M и J . Проведение такой калибровки позволило измерять величины деформации, что важно в исследованиях динамических реакций гранулированных сред.

В рассматриваемом методе измерений упаковка гранул рассматривается как эффективно однородная и безграничная среда, поэтому количество зёрен должно быть достаточно большим. Критерий возможности перехода к эффективно безграничной среде исследовался ранее, и было установлено, что акустические характеристики не зависят от масштаба усреднения при $2R_g/L \ll \ll 1$, где $2R_g$ — характерный диаметр (размер) зерна, L — характерный масштаб усреднения (в данном случае минимальный характерный размер контейнера). При исследовании динамики (например разжижения) гранулированной среды размер сосуда должен быть больше толщины пограничного слоя, который составляет величину порядка десяти диаметров гранул [32]. Следовательно, при исследовании течения гранулированной среды поперечный размер контейнера должен быть приблизительно на порядок больше, т. е. $D/(2R_g) \sim 100$. В отсутствие течений гранулированной среды, например при исследовании таких характеристик, как скорости распространения волн, масштаб усреднения должен в 100 раз превышать размер зёрен, чтобы отклонение от асимптотического значения, отвечающего эффективно безграничной среде, составляло не более 1 % [33]. Таким образом, при использовании гранулированных сред с размерами зёрен $2R_g \lesssim 0,5$ мм предложенный способ измерений позволяет проводить исследования в широком диапазоне амплитуд деформаций вплоть до появления течения.

Следует отметить, что для мелкодисперсных порошков с размером гранул 10 мкм и менее характерно проявление поверхностных эффектов, связанных с зарядом поверхностей, сильной адсорбцией жидкости или паров воды, появлением двойного электрического слоя и взаимодействия за счёт сил Ван-дер-Ваальса [34, 35]. Результаты экспериментальных исследований, представленные ниже, получены для гранул с размерами более сотни микрон. Поэтому особенности, характерные для мелкодисперсных сред, в них не проявляются или, по крайней мере, не являются значимыми. Поэтому влажность в ходе описываемых ниже экспериментов не контролировалась.

3. ЗАВИСИМОСТЬ МОДУЛЕЙ УПРУГОСТИ МОДЕЛЬНЫХ СРЕД ОТ ДАВЛЕНИЯ

Известно, что при контакте шероховатых поверхностей площадь реального или физического контакта прямо пропорциональна силе, сжимающей тела с неровной поверхностью [36]. Этот факт объясняет существование закона Амонтона для сухого трения. При использовании вибрационного уплотнения зависимость характеристик упаковки гладких зёрен от давления описывается теорией Герца и жёсткость пропорциональна кубическому корню из силы, сжимающей зёрна. Появление пропорциональности квадратному корню из силы в ряде экспериментов связывается с рыхлостью упаковки [33, 37]. Ультразвуковые импульсные измерения показывают, что вибрационное уплотнение позволяет наблюдать зависимость Герца, начиная с малых величин сил, сжимающих зёрна [38]. Структура рыхлой упаковки, получаемая после засыпания гранулированного материала в контейнер, может сильно изменяться под действием внешних вибраций. Поэтому перед измерениями проводилось вибрационное уплотнение. Повторение процедуры уплотнения несколько раз позволило сделать вывод о воспроизводимости результатов. Таким образом, измерения зависимости модулей упругости от давления для двух модельных сред позволяют оценить возможность использования предложенного метода для планируемых исследований динамических характеристик, эффектов релаксации и насыщения жидкостью, в том числе и для образцов грунта с места проведения натуральных экспериментов [7, 16].

Отметим, что вибрационное уплотнение, которое было проведено перед измерениями, не привело к появлению существенного градиента плотности. Сегрегация возможна за счёт диффузии и течения зёрен [39]. Из-за того, что динамическая сила в нашем эксперименте была на порядок меньше силы статического сжатия, макроскопическое перемещение отсутствовало, а диффузия крупных фракций была ограничена масштабом порядка диаметра зерна. Просачивание через скелет возможно только для очень маленьких зёрен, относительное количество которых составляло менее 5%. Таким образом, градиент плотности, обусловленный перемещением мелких гранул, мог возникнуть только в нижней части установки. Размер этой области, очевидно, был мал и не сказывался на результатах измерений.

Упаковка электрокорунда является моделью гранулированной среды с неровными (шероховатыми) зёрнами. Упаковка стеклянных шариков представляет собой модель гранулированной среды, состоящей из гладких зёрен. Электрокорунд, использованный в экспериментах, представляет собой абразив для шлифовки оптических поверхностей и состоит из обломочного материала, для которого стандарт определяет малый разброс размеров зёрен. Электрокорунд марки 25А-85Ф содержит не более 25% зёрен с размерами больше 212 мкм, не более 40% зёрен с размерами больше 180 мкм, а зёрен с размерами 150÷180 мкм в нём должно быть не менее 65%. Содержание более мелких фракций не декларируется, а зёрна с размерами 300 мкм и более должны отсутствовать (см. ГОСТ 3647-80).

На рис. 4 показаны микрофотографии модельных сред, сделанные цифровой зеркальной камерой через фотографический канал микроскопа МСП-2. Анализ изображений показал, что разрешение микрофотографий на рис. 4 составляет около 1 мкм. Это позволяет утверждать, что поверхность зёрен электрокорунда сильно изрезанная (шероховатая), а сами неровности имеют характерные масштабы от размера зёрен до микрометров и, по-видимому, более малых величин. Микрофотография стеклянных шариков указывает на гладкость их поверхности, по крайней мере, вплоть до микронных масштабов. Видимые на фотографии пузырьки воздуха находятся внутри шаров и не выходят на их поверхности. Их появление связано с технологией производства шаров, состоящей в быстром остывании расплава (см. подробнее на сайте производителя [40]). Величина сжатия шаров в области контакта составляет величину порядка 10 нм, и по-

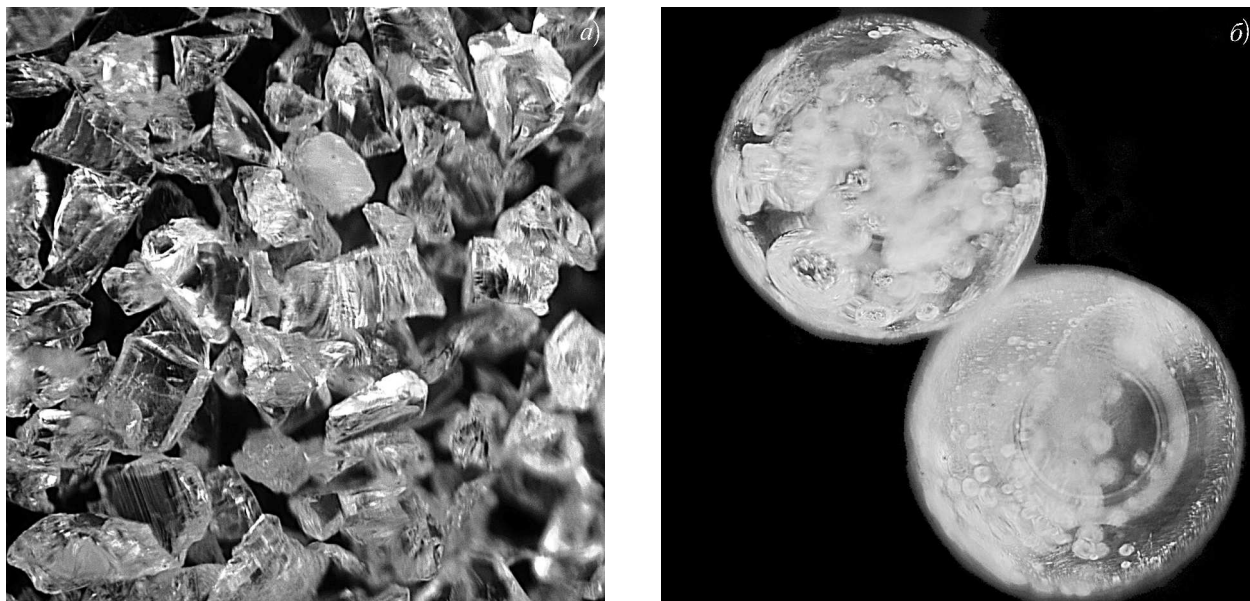


Рис. 4. На панели (а) изображены частицы электрокорунда 25А-85Ф, на панели (б) — стеклянные шарики СМШ-3 [40]. Размеры изображения 1×1 мм

этому наличие пузырьков воздуха, находящихся на глубине в несколько микрон и более от поверхности, не влияет на результаты измерений. Размер зёрен электрокорунда по результатам анализа изображений равен 200 ± 40 мкм, что согласуется с требованием стандарта. Размер стеклянных шариков СМШ-3 согласно данным производителя варьируется в пределах $200 \div 450$ мкм. Анализ под микроскопом указывает на то, что шары имеют в основном размер около 450 мкм с небольшими вариациями, а мелкие гранулы встречаются редко (их относительное количество составляет несколько процентов от общего числа частиц) и представляют собой вытянутые образования. Их появление связано, по-видимому, с дефектами при производстве. Размеры зёрен удовлетворяют критерию перехода к эффективно безграничной однородной гранулированной среде.

Жёсткость гранулированной среды существенным образом зависит от её пористости, которая определяет степень рыхлости упаковки или качество связей между зёрнами. В работе [41] доказано, что после длительного вибрационного уплотнения упаковка гранул отвечает так называемой плотной случайной упаковке (RCP), для которой характерна пористость $\phi = 36\%$. Мы убедились, что трёхкратное повторение процедуры заполнения контейнера гранулированным материалом с последующим вибрационным уплотнением, которое представляло собой долговременное возбуждение продольного резонанса с амплитудой деформаций порядка 10^{-4} , приводило к одной и той же величине пористости $\phi = 36 \pm 1\%$. Заметим, что исходная (насыщенная) пористость упаковки электрокорунда равна $\phi_0 \approx 50\%$. Аналогичные результаты были получены и для упаковки стеклянных шариков. Таким образом, имеется воспроизводимость структуры гранулированного материала.

На рис. 5 представлена измеренная зависимость модулей объёмной жёсткости K_1 и сдвига G_1 упаковки зёрен электрокорунда от давления, сжимающего гранулированную среду. Здесь же представлена зависимость коэффициента Пуассона, отвечающего измеренным величинам K_1 и G_1 . Пунктирными линиями показаны линейные регрессии. Полученные линейные зависимости указывают на значительную роль шероховатости поверхности контактирующих зёрен.

Отличие от нуля величин K_1 и G_1 при нулевом давлении связано с наличием дополнительного напряжения, действующего на зёрна в упаковке. Его величина, полученная на основе экстраполяции линейных регрессионных зависимостей, составляет в среднем $p_0 = 42$ кПа. Причина появле-

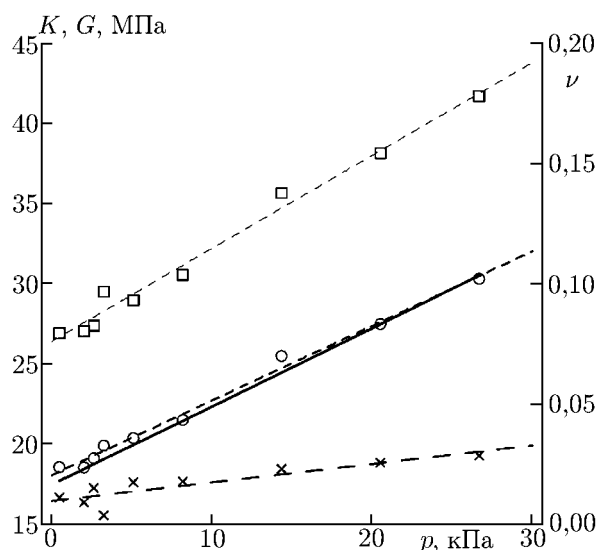


Рис. 5. Зависимость модулей упругости гранулированной среды из частиц электрокорунда от давления, сжимающего зерна. Кружки отвечают K , квадратики — G , крестики — ν , пунктирные линии — линейным регрессиям, сплошная линия соответствует оценке

в дальнейшем мы планируем исследовать этот вопрос более детально и проверить предложенную гипотезу. Отметим, что появление дополнительного давления сжатия зёрен, наблюдавшееся в работах [5, 6], связано с упоминавшимися выше особенностями для мелкодисперсных порошков и существенно меньше измеренной нами величины p_0 .

Жёсткость упаковки гладких зёрен определяется хорошо известными выражениями [29]:

$$K_1 = \frac{C(1-\phi)}{12\pi R_g} S_n, \quad G_1 = \frac{C(1-\phi)}{20\pi R_g} \left(S_n + \frac{3S_\tau}{2} \right), \quad (13)$$

$$S_n = \frac{4G_g a}{1-\nu_g}, \quad S_\tau = \frac{8G_g a}{2-\nu_g}, \quad (14)$$

$$a = R_g \sqrt[3]{\frac{3\pi(1-\nu_g)p}{2C(1-\phi)G_g}}, \quad (15)$$

где C — координационное число, т. е. число контактов каждого зерна с соседними, ϕ — пористость, R_g — радиус зерна, p — гидростатическое давление, a — радиус пятна контакта, G_g и ν_g — модуль сдвига и коэффициент Пуассона материала зёрен. Для плотной случайной упаковки значения величин $\phi = 0,36$ и $C = 9$. Коэффициент Пуассона упаковки определяется модулем объёмной жёсткости и модулем сдвига. Запишем выражение для эффективного коэффициента Пуассона упаковки:

$$\nu_1 = \frac{\nu_g}{10 - 6\nu_g}. \quad (16)$$

Для корунда с $\nu_g = 0,23$ ожидаемый коэффициент Пуассона упаковки составит $\nu_1 = 0,027$. Нетрудно видеть, что имеется удовлетворительное согласие с экспериментальными данными. Поскольку каждый микроскопический контакт характеризуется одним и тем же коэффициентом

этого давления до конца не выяснена. Наиболее вероятным объяснением его наличия может быть возникновение жёстких сцеплений неровных поверхностей в процессе вибрационного уплотнения, для которого измеренная амплитуда деформации контейнера составляла величину порядка 10^{-4} . Появляющееся переменное напряжение σ_{rr} можно оценить по формуле (6), где величина $\alpha \Delta T$ должна быть заменена на деформацию ϵ . В процессе вибрационного уплотнения зёрна электрокорунда, которые имеют неправильную форму (рис. 4), могут поворачиваться на небольшие углы при отрицательном давлении. Из-за большой жёсткости и неровности поверхности зёрен они жёстко сцепляются, и в фазе сжатия возврат в исходное состояние становится невозможным. Величине дополнительного давления p_0 отвечает «запоминание» деформации $\epsilon_0 = 10^{-4}$, действовавшей в момент вибрационного уплотнения.

том Пуассона, усреднённая по объёму величина последнего при наличии шероховатости зёрен не должна изменяться.

Оценка модулей объёмной жёсткости и сдвига по формулам (13) для зёрен корунда из материала с параметрами $G_g = 163$ ГПа и $\nu_g = 0,23$ приводит к величинам $K_1 = 0,83$ ГПа и $G_1 = 1,15$ ГПа для давления $p + p_0 = 69$ кПа (последняя точка на графиках на рис. 5). Эти значения приблизительно в 27 раз превышают измеренные величины, что указывает на пропорциональное уменьшение площади физического контакта из-за неровности поверхности. Площадь контакта шероховатых поверхностей равна [36]

$$\frac{A}{A_0} = \sqrt{\frac{\pi \ell}{r_0}} \frac{\bar{p}}{E^*}, \quad (17)$$

где A — площадь физического контакта шероховатых плоских поверхностей, A_0 — номинальная площадь контакта идеально гладких плоских поверхностей, ℓ — характерная высота неровностей, r_0 — средний радиус кривизны неровностей в области контакта, \bar{p} — среднее давление на площади A_0 , $E^* = E_g/(1 - \nu_g^2)$. Выражение (17) отвечает экспоненциальной функции распределения неровностей по высоте (см. ниже выражение (19)). Изменение функции распределения приводит к незначительной вариации числовых констант в выражении (17).

Оценим величину нормальной жёсткости S_n при контакте шероховатых поверхностей и характерную высоту неровностей, которым отвечает измеренная зависимость модулей упругости гранулированной среды от давления. Предположим, что число неровностей на площади контакта абсолютно гладких шаров πa^2 велико: $\pi \mathcal{N} a^2 \gg 1$, где \mathcal{N} — число неровностей на единицу площади. Если рассмотреть неровности в виде шаровых сегментов-выступов, плотно прилегающих друг к другу, то нетрудно показать, что $\mathcal{N} \sim 1/(2r_0\ell)$, где r_0 — радиус кривизны выступа, ℓ — его высота. Оценка по формуле (15) показывает, что давлению p_0 отвечает радиус пятна контакта $a \sim 0,5$ мкм. В рамках теории Герца сближение центров зёрен корунда, рассматриваемых как гладкие шары с радиусами $R_g = 100$ мкм, составляет $\delta = a^2/R_g \sim 3$ нм. При характерной высоте неровностей $\ell \gg \delta$ влияние шероховатости становится значимым, а размер пятна контакта возрастает приблизительно прямо пропорционально ℓ/δ [36]. Предположение о высокой плотности контактов при $r_0 = \ell$ эквивалентно условию $a^2/R_g^2 \ll 1$, которое всегда справедливо для контакта Герца. Таким образом, требование высокой плотности неровностей с высотами $\ell \gg \delta$ является разумным. Кривизна поверхности и изменение площади контакта, характерное для задачи Герца о контакте гладких тел, при $\ell \gg \delta$ играют второстепенную роль, что позволяет сильно упростить оценки.

Величину S_n можно оценить как жёсткость пластины, имеющей толщину d и площадь A :

$$S_n^{(\text{rough})} = \frac{E_g A}{d}. \quad (18)$$

При этом изменение площади физического контакта описывается (17), а величина номинальной площади имеет порядок $\pi a^2 (\ell/\delta)^2$ и неизменна.

Величина d или ширина зазора между шероховатыми поверхностями определяется из равенства силы, сжимающей поверхности, и силы реакции, возникающей при деформации неровностей. Соответствующие выражения зависят от выбора функции распределения неровностей по высоте. Часто используется экспоненциальное распределение высот неровностей, которое допускает получение аналитических зависимостей и имеет вид [36]

$$\psi(h) = \frac{\mathcal{N}}{\ell} \exp\left(-\frac{h}{\ell}\right). \quad (19)$$

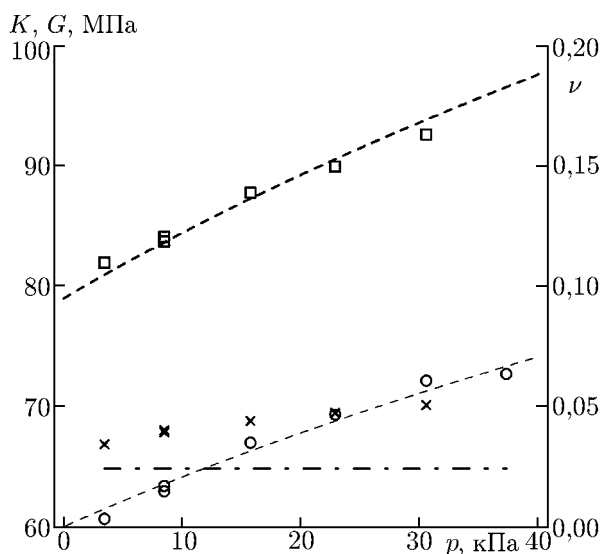


Рис. 6. Зависимость модулей упругости упаковки стеклянных шариков от сжимающего их давления. Кружки отвечают K , квадратики — G , крестики — ν , штрихпунктир соответствует зависимости ν от p в модели Герца–Миндлина

оценку жёсткости $S_n^{(rough)}$, которую затем подставляем в первую формулу (13). Модуль объёмной жёсткости при наличии шероховатости зёрен $\ell \gg \delta$ равен

$$K_1^{(rough)} = - \frac{pR_g(1 - \nu_1^2)}{3\ell} \sqrt{\frac{\pi\ell}{r_0}} \left\{ \ln \left[\left(\frac{32\pi p(1 - \nu_1)^2}{9G_1 C(1 - \phi)} \right)^{1/3} \mathcal{N} \sqrt{\pi\ell^3 r_0} \right] \right\}^{-1}. \tag{21}$$

Слабая логарифмическая зависимость от давления в знаменателе практически не проявляется, и результирующая зависимость модуля объёмной жёсткости упаковки из шероховатых гранул от давления оказывается близкой к линейной, что и наблюдалось в эксперименте. Сплошная чёрная линия на рис. 5 отвечает (21) при $\mathcal{N} = 1/(2r_0\ell)$, $r_0 = \ell = 24$ нм с заменой p на $p + p_0$ для учёта эффекта предварительного напряжения (см. выше). Нетрудно видеть, что эта оценка находится в удовлетворительном согласии с экспериментальными данными, а характерная высота неровностей $\ell = 24$ нм удовлетворяет сделанному при выводе (21) предположению $\ell \gg 3$ нм и согласуется с визуальными наблюдениями зёрен корунда под микроскопом (рис. 4).

На рис. 6 представлены зависимости от давления модулей объёмной жёсткости и сдвига упаковки гладких стеклянных шариков. Коэффициент корреляции регрессионных зависимостей составляет 96÷97%. Пунктирные линии отвечают аппроксимации указанных зависимостей функциями $C \sqrt[3]{p + p_0}$ в смысле минимума среднеквадратичной ошибки. Оценки величин C и p_0 для модулей K_1 и G_1 есть

$$C_{K_1} = 16,9, \quad p_0 \approx 45 \text{ кПа}; \quad C_{G_1} = 22,2, \quad p_0 \approx 45 \text{ кПа}. \tag{22}$$

Использование линейной интерполяции приводит к уменьшению коэффициента корреляции и величине $p_0 \sim 200$ кПа, что не находит разумного объяснения (см. ниже). Величины C_K и C_G могут быть вычислены из (13) и их оценочные значения равны $\tilde{C}_K = 68,8$, $\tilde{C}_G = 95,9$ для параметров стекла $G_g = 33$ ГПа, $\nu_g = 0,21$. Ожидаемые величины в среднем в 4,2 раза больше

Опуская несложные промежуточные выкладки, запишем уравнения равенства сил:

$$E^* \mathcal{N} \sqrt{\pi\ell^3 r_0} \exp(-d/\ell) = \bar{p},$$

$$\frac{4\pi R_g^2 p}{C(1 - \phi) A_0} f\left(\frac{\ell}{\delta}, \frac{R_g}{r_0}\right) = \bar{p}, \tag{20}$$

где \bar{p} — среднее давление при контакте шероховатых поверхностей, функция $f(\ell/\delta, R_g/r_0)$ учитывает отклонение от величины, отвечающей контакту гладких искривлённых поверхностей [36]. При увеличении ℓ/δ площадь контакта возрастает, а при увеличении R_g/r_0 растёт среднее давление за счёт концентрации напряжений в области неровностей с малой кривизной. Оба фактора действуют разнонаправленно и частично компенсируют друг друга. При оценке величин можно положить $f(\ell/\delta, R_g/r_0) = 1$ и рассматривать в качестве номинальной площади контакта $A_0 = \pi a^2$, понимая, что более точный анализ приведёт к появлению масштабного коэффициента порядка единицы.

Комбинируя уравнения (18) и (20), получаем

отвечающих эксперименту. Причина такого расхождения может быть связана с уменьшением радиуса кривизны в области контакта. Нетрудно показать, что изменение последней величины сводится к умножению выражений (13) на $\sqrt[3]{\zeta}$, где $\zeta = R_c/R_g$ и R_c — радиус кривизны в области контакта. Несложные оценки приводят к $\zeta = 1/4, 2^3 \approx 0,013$ или масштабу неровности $R_c \approx 3$ мкм. Действительно, некоторая часть шаров (анализ объёмного содержания таких частиц не проводился) имеет неровности в виде застывших капель стекла (рис. 7). Размеры этих неровностей варьируются в широких пределах, и поэтому кривизна поверхности в области контакта могла равняться нескольким микрометрам.

Как видно из (22), в случае упаковки гладких стеклянных шариков давление p_0 отлично от нуля и имеет примерно ту же величину, что и для упаковки зёрен электрокорунда. Появление предварительного напряжения в упаковке шариков определяется, по-видимому, той же причиной, что и для упаковки зёрен электрокорунда. Поскольку, как видно на микрофотографии на рис. 7, какая-то часть шариков имеет неровности, микроскопические повороты в момент их вибрационного уплотнения могут приводить к заземлению и «запоминанию» уровня деформаций, действовавших при вибрационном уплотнении. Ещё раз отметим, что в дальнейшем мы планируем проверить это предположение. Как уже отмечалось выше, использование линейной интерполяции приводит к величине $p_0 \sim 200$ кПа. Это соответствует «запоминанию» деформации, приблизительно в пять раз большей, чем деформация, имевшая место в момент вибрационного уплотнения. Поэтому линейная аппроксимация экспериментальных данных не может быть использована.

В рамках теории Герца—Миндлина коэффициент Пуассона не зависит от давления и определяется формулой (16). Ожидаемое значение этой величины показано штрих-пунктирной линией на рис. 6. Измерениям отвечают большие величины и прослеживается слабая зависимость коэффициента Пуассона от давления. Для объяснения наблюдаемых расхождений следует вспомнить условия применимости теории Герца—Миндлина [36]. В ней предполагается, что сдвиговая жёсткость S_τ обусловлена сухим трением и сила сухого трения превышает силу, приводящую к локальному сдвигу пары тел, находящихся в контакте. В отсутствие силы трения величина $S_\tau = 0$, и упаковка представляет собой сплошную упругую среду Пуассона, в которой действуют только центральные силы. При этом коэффициент Пуассона равен $\nu_1 = 1/4$. Небольшое увеличение ν_1 по сравнению с ожидаемой величиной $\tilde{\nu}_1 = 0,024$ можно связать с наличием некоторой части контактов с тангенциальным проскальзыванием. Объёмное содержание таких контактов можно оценить из элементарных соображений:

$$\nu_1^{\text{meas}} = n_f \tilde{\nu}_1 + \frac{n_s}{4}, \quad (23)$$

где $\nu_1^{\text{meas}} \approx 0,034 \div 0,05$ — измеренная величина коэффициента Пуассона, n_f — объёмное со-

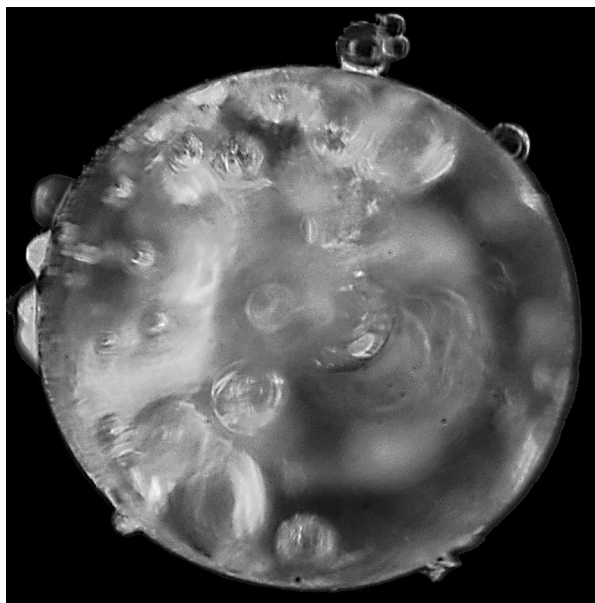


Рис. 7. Микрофотография шарика с неровностями в виде застывших капель стекла на поверхности. Размеры поля изображения по горизонтали и вертикали равны 720 мкм

держанию контактов без тангенциального проскальзывания, рассматриваемых в теории Герца—Миндлина, $n_s = 1 - n_f$ — объёмное содержание контактов с тангенциальным проскальзыванием. Несложные оценки показывают, что $n_f = 96 \div 88 \%$, $n_s = 4 \div 12 \%$, где первые значения отвечают малым давлениям. Таким образом, большая часть контактов не имеет тангенциального проскальзывания, а при увеличении давления, сжимающего зерна, доля контактов с проскальзыванием возрастает. Причина такого изменения коэффициента Пуассона не выяснена и будет исследована в дальнейшем.

Таким образом, оба эксперимента по определению зависимости модулей упругости гранулированных сред находятся в согласии с известными теоретическими моделями. Выполненные оценки высот неровностей разумны и согласуются с данными наблюдений под микроскопом. Следовательно, предложенный метод пригоден для исследования гранулированных сред и может использоваться для анализа эффектов, связанных с конечной амплитудой возмущений, т. е. нелинейности, и релаксации.

4. НАБЛЮДЕНИЕ НЕЛИНЕЙНЫХ ЭФФЕКТОВ И МЕДЛЕННОЙ РЕЛАКСАЦИИ В ГРАНУЛИРОВАННОЙ СРЕДЕ

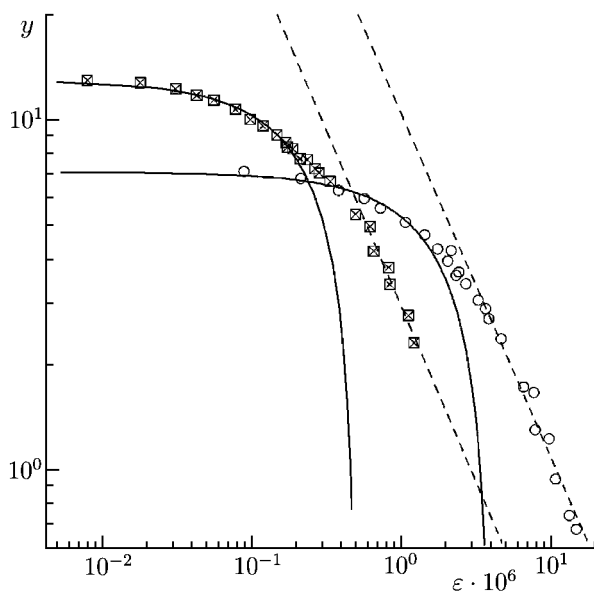


Рис. 8. Зависимость нормированных резонансных частот y мод кручения (кружки) и сжатия (квадратики с крестиками) от амплитуды деформации ϵ на резонансной частоте. Сплошные линии отвечают линейным зависимостям $\text{const} \times (1 - \beta\epsilon)$, характерным для наличия гистерезиса в зависимости напряжения от деформации. Пунктирные линии показывают зависимости вида $1/\epsilon$

При конечной амплитуде возбуждения колебаний упаковки стеклянных шариков наблюдались зависимости резонансных частот и добротности колебаний от амплитуды возбуждения. На рис. 8 приведены полученные из измерений зависимости нормированных частот продольного и крутильного резонансов от амплитуды деформаций. Нормированные частоты связаны с измеренными следующими соотношениями: $y = A (f_{P,S}/f_{0P,S} - 1) + 1$, где коэффициент A был выбран равным 100 для того, чтобы сделать изменения заметными в двойном логарифмическом масштабе, который позволяет наглядно выделить степенные зависимости (см. ниже). Величина $y = 1$ отвечает резонансным частотам контейнера без заполнения.

Для удобства сравнения с известными результатами пересчёт в модули упругости не проводился, поскольку в большинстве литературы приводятся именно зависимости резонансных частот амплитуды возбуждения. В области очень малых деформаций должна наблюдаться характерная для слабой квадратичной нелинейности зависимость резонансной частоты от амплитуды вида $1 - \alpha\epsilon^2$ [9]. Данный режим колебаний обнаружен не был. При этом простые оценки коэффициента α показывают, что точность измерения резонансных частот и влияние флуктуаций температуры не позволяют определить пороговый уровень.

Действительно, если рассмотреть область малых деформаций и использовать результаты анализа поведения осциллятора с нелинейной жёсткостью [42, § 28], то, опуская промежуточные

выкладки, можно записать выражение для относительного изменения резонансной частоты в виде

$$\frac{\Delta\omega}{\omega_0} = \left(\frac{3\Gamma_3}{8} - \frac{5}{12}\Gamma_2^2 \right) \varepsilon^2, \quad (24)$$

где $\Delta\omega$ — изменение резонансной частоты, обусловленное конечной величиной деформации (амплитуды колебаний в терминологии [42]), ω_0 — резонансная частота при нулевой амплитуде деформации, Γ_2 и Γ_3 — коэффициенты квадратичной и кубичной нелинейности, определяемые стандартным образом [43] с помощью равенства $\sigma = M(1 + \Gamma_2\varepsilon + \Gamma_3\varepsilon^2)\varepsilon$. Здесь σ — напряжение, M — линейный модуль упругости, ε — деформация. Параметры нелинейности в модельной гранулированной среде из пластиковых и свинцовых шариков ранее оценивались в работе [44] (см. также [43]). Соответствующие выражения в обозначениях настоящей статьи имеют следующий вид:

$$\Gamma_2 = \frac{1}{4\varepsilon_0} \sim 380, \quad \Gamma_3 = -\frac{1}{24\varepsilon_0^2} \sim 10^7, \quad (25)$$

где ε_0 — статическая деформация сжатия гранул, оценка которой приведена ниже и составляет $\varepsilon_0 \approx 6,5 \cdot 10^{-5}$. Следовательно, ожидаемая зависимость относительного изменения частоты имеет вид: $\Delta\omega/\omega_0 \approx -(3\Gamma_3/8)\varepsilon^2 \sim 4 \cdot 10^6\varepsilon^2$. В области деформаций $\varepsilon \sim 10^{-7}$ относительные изменения частоты продольной моды колебаний составят $\Delta\omega/\omega_0 \sim 4 \cdot 10^{-8}$, что приблизительно на четыре порядка меньше погрешности измерения резонансных частот. Принимая во внимание обнаруженную зависимость модулей упругости от давления, характерную для контакта Герца (см. рис. 6), следует ожидать, что пороговый уровень деформаций имеется. Для его определения в дальнейшем предполагается использовать анализ зависимости амплитуд гармоник от амплитуды основного тона аналогично работам [10, 44], поскольку этот метод не столь требователен к точности измерений.

В области умеренных конечных динамических деформаций наблюдаются линейные зависимости частот от амплитуды, что характерно для уравнений состояния «напряжение—деформация» с гистерезисом [9] (сплошные серые линии на рис. 8). И, наконец, дальнейшее увеличение уровня деформаций приводит к появлению зависимостей вида $1/\varepsilon$ (сплошные линии на рис. 8). Такие зависимости, насколько мы можем судить по известным нам литературным источникам, ранее не наблюдались. Переход к обратно пропорциональной зависимости резонансных частот от амплитуды деформации можно рассматривать как динамическое «разжижение», когда по мере увеличения амплитуды деформации всё меньшая часть гранул остаётся связанной с колебаниями контейнера.

Сравним полученные зависимости с опубликованными данными. Наиболее подробные исследования были проведены в Национальной лаборатории Лос-Аламоса. Результаты этих, а также других работ представлены в [9]. В рамках многочисленных феноменологических моделей (см., например, [9, 43] и имеющиеся там ссылки на оригинальные работы) показывается, что при наличии гистерезиса в зависимости напряжения от деформации резонансная частота (и, соответственно, жёсткость) уменьшается прямо пропорционально амплитуде деформаций. При этом имеются исследования гранулированных сред, где экспериментально доказывается существование порогового уровня деформаций в песчаниках [45] и в упаковке шариков [10], ниже которого зависимость напряжения от деформации является однозначной функцией с характерной для кристаллических решёток квадратичной ангармоничностью.

В эксперименте характерные для нелинейного гистерезиса зависимости (рис. 8) наблюдались начиная с минимальных амплитуд деформации (ещё раз напомним, что для определения пороговых значений ε_P^* и ε_S^* необходим анализ зависимостей амплитуд гармоник от амплитуды основного тона, который не проводился) до $\varepsilon_P^H \sim 2 \cdot 10^{-7}$ и $\varepsilon_S^H \sim 2 \cdot 10^{-6}$. Сопоставим измеренные величины

характерных амплитуд деформаций с величиной статической деформации прижима гранул. Для данных на рис. 8 статическое давление, сжимающее зёрна, составляло 69 кПа. Расчёт по формуле (15) показывает, что радиус пятна контакта равнялся $a \approx 2,6$ мкм, а статическое сжатие $\delta = a^2/R_g \approx 29$ нм. Величине статического сжатия можно поставить в соответствие величину статической деформации $\varepsilon_0 = \delta/(2R_g) = 6,5 \cdot 10^{-5}$. Таким образом, амплитуды динамических деформаций, отвечающие изменению режима колебаний гранулированной среды и началу предполагаемого разрушения структуры связей в ней равняются $\varepsilon_P^H \sim 0,003\varepsilon_0$, $\varepsilon_S^H \sim 0,03\varepsilon_0$.

Причина существенного отличия величин ε_S^H и ε_P^H пока не ясна, и для её установления требуются дополнительные исследования. Отметим, что возможность обнаружения неизвестных ранее эффектов сильного различия динамической реакции объёмных и крутильных деформаций связана с одновременными измерениями продольных и крутильных колебаний. В подавляющем большинстве работ исследуются продольные колебания (см., например, [9, 10, 44]), реже встречаются исследования колебаний сдвига. Совместный анализ продольных и сдвиговых деформаций, насколько мы можем судить по доступной нам литературе, ранее не проводился. Исключением является работа [46], где возможность совместного исследования продольных и сдвиговых деформаций позволила выявить ранее неизвестные особенности при насыщении жидкостью пор в консолидированной горной породе.

Выше отмечалось, что в работе [7] в натуральных условиях наблюдался эффект медленной релаксации неконсолидированной среды. Он был связан с наличием метастабильных состояний в гранулированной среде, а наблюдавшаяся логарифмическая зависимость релаксации от времени связывалась с наличием энергетического барьера, отделяющего метастабильное и стабильное состояния. Целью пробного эксперимента была проверка возможности регистрации эффектов медленной динамики в модельной гранулированной среде.

Вибрационное воздействие, которое приводило упаковку гранул в возмущённое состояние, осуществлялось путём долговременного возбуждения продольной моды с амплитудой деформаций $\varepsilon \simeq 10^{-6}$ в течение 30 мин. Резонансные частоты продольной и крутильной мод за время интенсивного возбуждения достигали равновесных значений. Затем, после выключения вибрационного воздействия, осуществлялось сканирование частот с минимальными амплитудами возбуждения $\varepsilon \sim 10^{-7}$ для крутильной моды и $\varepsilon \sim 10^{-8}$ — для продольной (рис. 8), что позволило измерить зависимость резонансных частот соответствующих колебаний от времени.

На рис. 9 представлены данные по медленной релаксации модулей упругости в упаковке стеклянных шариков при двух значениях статического давления. Из него видно, что модули объёмной жёсткости и сдвига при релаксации после интенсивного вибрационного воздействия изменяются пропорционально логарифму времени в некотором диапазоне его значений. Зависимость модулей упругости от времени связано с релаксацией внутренних деформаций, появившихся в результате вибрационного воздействия на гранулированную среду. При наблюдении медленной релаксации амплитуда колебаний мала и предполагается существенно меньшей, чем величина остаточных деформаций. Поэтому в процессе наблюдений модуль упругости изменяется согласно формуле $M_\infty [1 + \Gamma_2 \varepsilon_r(t) + \Gamma_3 \varepsilon_r^2(t) + \dots]$, где M_∞ есть равновесная величина модуля упругости (объёмной жёсткости K или сдвига G), Γ_2 и Γ_3 — коэффициенты квадратичной и кубичной нелинейности, оценки величин которых приведены выше, ε_r — остаточная деформация, релаксирующая к равновесному состоянию, $\lim_{t \rightarrow \infty} \varepsilon_r(t) = 0$. Известно, что процесс медленной релаксации в консолидированных средах не связан с необратимыми изменениями структуры среды и многократное повторение аналогичных опытов приводит к одним и тем же результатам [9]. В этом случае величина остаточной деформации должна быть малой: $\varepsilon_r \ll 1$.

При малых величинах ε_r достаточно ограничиться рассмотрением квадратичной нелинейности, и величины на рис. 9 представляют собой функции $\Gamma_2 \varepsilon_r(t)$, где в общем случае значения Γ_2

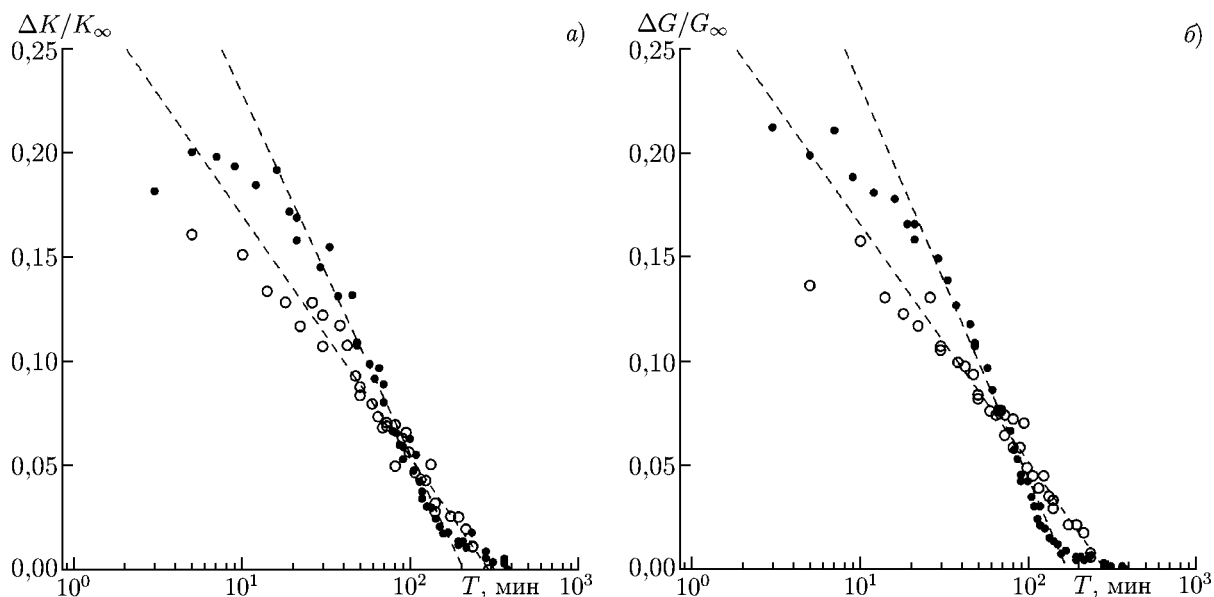


Рис. 9. Наблюдение медленной релаксации в упаковке стеклянных шариков при двух значениях давления сжатия упаковки: белые кружки отвечают давлению 7,9 кПа, чёрные — 34,6 кПа. Пунктирными линиями показаны регрессионные зависимости, отвечающие линейным функциям от логарифма времени

могут отличаться для объёмных и сдвиговых деформаций. Представленные в настоящей работе результаты являются предварительными. Поэтому для последующих оценок используем величину Γ_2 , приведённую выше в (25), как для объёмных, так и для сдвиговых деформаций. С учётом зависимости от давления сжатия параметры квадратичной нелинейности $\Gamma_2 \approx 380$ для давления $p = 34,6$ кПа и $\Gamma_2 \approx 350$ для давления $p = 7,9$ кПа.

В работе [7] величина наклона логарифмической зависимости $\varepsilon_r(t)$ была связана с объёмом активации процесса, что позволило оценить характерный пространственный масштаб, связанный с процессом релаксации. Коэффициенты пропорциональности перед логарифмическими функциями для $\varepsilon_r(t)$ представляют собой отношение $\mathcal{S} = \Lambda/M_\infty$, где $\Lambda = kT/V^*$, $kT \sim 4 \cdot 10^{-21}$ Дж — энергия тепловых флуктуаций, k — постоянная Больцмана, V^* — объём активации процесса релаксации [7]. Величины \mathcal{S} отвечают коэффициентам пропорциональности перед логарифмической функцией для относительных изменений модулей упругости после деления на коэффициент квадратичной нелинейности Γ_2 :

$$\mathcal{S}_G \approx \mathcal{S}_K \approx 1,4 \cdot 10^{-4} \text{ при } p = 7,9 \text{ кПа,} \quad \mathcal{S}_G \approx \mathcal{S}_K \approx 2 \cdot 10^{-4} \text{ при } p = 34,6 \text{ кПа.} \quad (26)$$

Величинам (26) отвечают пространственные масштабы, связанные с процессом релаксации, порядка $\sqrt[3]{V^*} \sim 6 \div 9$ нм, что приблизительно в три раза больше соответствующей величины, использованной в работе [7], и на порядок больше величин характерных масштабов для консолидированных материалов [47].

В дальнейшем предполагается провести измерения Γ_2 для деформаций сжатия и сдвига, а также исследовать зависимости $\varepsilon_r(t)$, полученные при различной влажности и при изменении амплитуды деформации в слабом зондирующем сигнале. Измерения зависимости от амплитуды зондирующего сигнала необходимы, поскольку гранулированные среды с размером зёрен более 1 мкм принято рассматривать как среды с $kT = 0$, где без постороннего вмешательства изменение конфигурации упаковки невозможно [38]. В результате вместо «обычной» энергетической температуры kT в выражениях, описывающих медленную релаксацию (т. е. диффузию дефектов

через энергетические барьеры) в консолидированных материалах, может оказаться корректнее использовать так называемую вибрационную температуру $m_g \overline{v^2}$, где m_g — средняя масса зерна, $\overline{v^2}$ — средний квадрат скорости перемещения гранулы в процессе измерений. Несложные оценки показывают, что энергетическая вибрационная температура в экспериментах, данные которых представлены на рис. 9, составляла величину порядка $7 \cdot 10^{-18}$ Дж, что на три порядка больше kT .

В заключение отметим интересную особенность в зависимости относительных величин модулей упругости гранулированной среды от времени (рис. 9). При увеличении давления сжатия упаковки происходит сокращение диапазона времён, на которых отчётливо наблюдается их логарифмическая зависимость от времени. При этом для обоих модулей упругости при $p = 34,6$ кПа имеются чётко выраженные участки с насыщением в начале процесса релаксации и при его окончании. Такое поведение характерно для релаксационных процессов в двухуровневых системах с экспоненциальной зависимостью релаксирующего параметра от времени. Наличие данных только для двух значений давления не позволяет сделать сколько-нибудь значимые выводы, но указывает на возможное изменение режима релаксации в гранулированной среде и необходимость детальных исследований.

И, наконец, в упоминавшихся во Введении работах [5, 6] в процессе консолидации мелкодисперсного порошка из частиц корунда также была зарегистрирована логарифмическая зависимость модуля сдвига от времени. Наблюдавшиеся в упомянутых работах эффекты, наиболее вероятно, связаны с появлением слабых связей, которые могут быть разрушены при вибрационном воздействии с последующим медленным восстановлением. Заинтересованным читателям можно рекомендовать не потерявший актуальности и сегодня обзор результатов 40–50-х годов 20 века, составленный пионером в данной области академиком П. А. Ребиндером [48]. Хорошо известно, что эффекты тиксотропии выражены в грунтах, состоящих из мелкозернистых песков, которые содержат частицы глины (см., например, [2]). При этом значительную роль играет жидкость, наличие которой приводит к появлению «связей-мостиков» между зёрнами, а также к возникновению потенциалов взаимодействия зёрен посредством поверхностных сил различной природы [34]. Поскольку представленные результаты отвечают эксперименту при отсутствии существенного по сравнению с работами [5, 6] содержания жидкости, а сами зёрна в наших исследованиях имели относительно большие размеры, что позволило пренебречь влиянием поверхностных сил, то рассмотренные в работах [5, 6] эффекты не имеют отношения к явлениям, наблюдавшимся нами. Модельные соображения, поясняющие причины появления логарифмической зависимости от времени в процессах релаксации, представлены в нашей работе [7].

ВЫВОДЫ

Подведём итоги и сформулируем основные результаты настоящей работы.

1) Предложен метод измерений механических свойств сыпучих сред, имеющий преимущества по сравнению с известными способами таких измерений. Он делает возможным одновременное измерение реакции гранулированной среды на объёмные и сдвиговые деформации. Проведена калибровка экспериментальной установки, показавшая работоспособность предложенного метода и высокую точность проводимых с помощью него измерений. Эксперименты на модельных средах продемонстрировали воспроизводимость результатов измерений и согласие измеренных величин с ожидаемыми.

2) Зависимости резонансных частот от амплитуд деформаций содержат неизвестные ранее особенности и требуют дальнейшего изучения. Проведены эксперименты по наблюдению медленной релаксации в гранулированных средах. При этом временные зависимости модуля объёмной

жёсткости и модуля сдвига одинаковы. Подобные исследования, на сколько мы можем судить по известной нам литературе, ранее не проводились.

Таким образом, созданная экспериментальная база является основой для планируемых нами исследований в области физики гранулированных сред. Обнаруженные нами новые и необычные зависимости не являются артефактами и указывают на перспективность дальнейшего изучения рассмотренного в настоящей работе круга вопросов.

Работа выполнена при частичной поддержке РФФИ (гранты 11-05-00774, 11-02-01419, 13-05-97053), а также программы фундаментальных научных исследований ОФН РАН «Фундаментальные основы акустической диагностики природных и искусственных сред».

Авторы выражают благодарность рецензенту статьи за многочисленные критические замечания, способствовавшие улучшению качества изложения материала.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гольдштейн М. Н. Механические свойства грунтов. М.: Изд-во лит. по строительству, 1971.
2. Вознесенский Е. А. Поведение грунтов при динамических нагрузках. М.: Изд-во МГУ, 1997.
3. Павленко О. В. Сейсмические волны в грунтовых слоях: нелинейное поведение грунта при сильных землетрясениях последних лет. Научный мир, 2009.
4. Jaeger H. M., Nagel S. R., Behringer R. P. // *Phys. Today*. 1996. V. 49, No. 4. P. 32.
5. Richter S., Huber G. // *Granular Matter*. 2003. V. 5. P. 121.
6. Richter S., Huber G. // *Granular Matter*. 2004. V. 6. P. 195.
7. Авербах В. С., Лебедев А. В., Марышев А. П., Таланов В. И. // *Акуст. журн.* 2009. Т. 55, № 2. С. 208.
8. Грошков А. Л., Калимулин Р. Р., Шалашов Г. М. // *Докл. АН СССР*. 1989. Т. 308, № 1. С. 65.
9. Guyer R. A., Johnson P. A. *Nonlinear mesoscopic elasticity: the complex behaviour of rocks, soil, concrete*. Wiley-VCH, 2009.
10. Brunet T., Jia X., Johnson P. A. // *Geophys. Res. Lett.* 2008. V. 35. P. L19308.
11. Beresnev I. A., Johnson P. A. // *Geophys.* 1994. V. 59, No. 6. P. 1000.
12. Никитин В. Н. Основы инженерной сейсмологии. М.: Изд-во МГУ, 1981.
13. Авербах В. С., Лебедев А. В., Манаков С. А., Таланов В. И. // *Акуст. журн.* 2012. Т. 58, № 5. С. 649.
14. Park C. B., Miller R. D., Xia J. // *Geophys.* 1999. V. 64, No. 3. P. 800.
15. Коньков А. И., Лебедев А. В., Манаков С. А. // *Труды 25 Сессии Российского акустического общества*. 2012. Т. 1. С. 332.
16. Авербах В. С., Лебедев А. В., Марышев А. П., Таланов В. И. // *Акуст. журн.* 2008. Т. 54, № 4. С. 607.
17. Шерифф Р., Гелдарт Л. Сейсморазведка. История, теория и получение данных. Т. 1. М.: Мир, 1987.
18. Yilmaz Ö. *Seismic data analysis*. V. 1, 2. Tulsa: Soc. Expl. Geophys., 2001.
19. Terzaghi K. *Terzaghi lectures, 1974–1982*. American Society of Civil Engineers, 1986.
20. Safar M. H. // *Geophys. Prospecting*. 1984. V. 32. P. 392.
21. Уайт Дж. Э. Возбуждение и распространение сейсмических волн. М.: Недра, 1986.
22. Lebedev A. V., Bredikhin V. V., Soustova I. A., et al. // *J. Geophys. Res. B*. 2003. V. 108, No. 10. Art. no. EPM11(1–12).
23. Лебедев А. В., Бредихин В. В., Соустова И. А. // *Сб. трудов семинара научной школы проф. С. А. Рыбака*. Москва: Российское акустическое общество, 2003. С. 77.

24. Ashby M. F. *Materials selection in mechanical design*. Oxford: Butterworth-Heinemann, 1999.
25. Liessa A. W. *Vibration of shells*. American Institute of Physics, 1993.
26. Kennard E. H. // *J. Appl. Mech.* 1953. V. 3. P. 33.
27. Снеддон И. Н., Берри Д. С. *Классическая теория упругости*. М.: Физматлит, 1961.
28. Бабаков И. М. *Теория колебаний*. М.: Гостехтеоретиздат, 1958.
29. Mavko G., Mukerji T., Dvorkin J. *The rock physics handbook. Tools for seismic analysis in porous media*. Cambridge University Press, 2009.
30. Лебедев А. В. // *Акуст. журн.* 2002. Т. 48, № 3. С. 381.
31. Cheng N. S. // *Industrial Engin. Chemistry Res.* 2008. V. 47. P. 3285.
32. Kadanoff L. P. // *Rev. Mod. Phys.* 1999. V. 71, No. 1. P. 435.
33. Murphy W. F. *Effects of microstructure and pore fluids on the acoustic properties of granular sedimentary materials: PhD thesis*. Standford University, 1982.
34. Israelachvili J. N. *Intermolecular and surface forces*. New York: Academic press, 1992.
35. Урьев Н. Б. *Физико-химические основы технологии дисперсных систем и материалов*. М.: Химия, 1988.
36. Джонсон К. *Механика контактного взаимодействия*. М.: Мир, 1989.
37. Pride S. R., Berryman J. G. // *Acta Mech.* 2009. V. 205. P. 185.
38. Jia X., Mills P. // *Powders and grains*. Rotterdam: Balkema, 2001. P. 105.
39. Guyon E., Bideau D. // *Instabilities and nonequilibrium structures*. VI. Kluwer Academic Publishers, 2000. P. 315.
40. <http://inoteck.net>.
41. Song C., Wang P., Makse H. A. // *Nature*. 2008. V. 453, No. 7195. P. 629.
42. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. *Теоретическая физика*. Т. 1. *Механика*. М.: Наука, 1988.
43. Ostrovsky L. A., Johnson P. A. // *Rivista del Nuovo Cimento*. 2001. V. 24, No. 7. P. 1.
44. Беляева И. Ю., Зайцев В. Ю., Тиманин Е. М. // *Акуст. журн.* 1994. Т. 40, № 6. С. 893.
45. Pasqualini D., Heitmann K., TenCate J. A., et al. // *J. Geophys. Res.* 2007. V. 112. Art. no. B01204.
46. Averbakh V. S., Bredikhin V. V., Lebedev A. V., Manakov S. A. // *Acoust. Phys.* 2010. V. 56, No. 6. P. 794.
47. Ostrovsky L. A., Lebedev A. V. // *The 19th Int. Symp. Nonlinear Acoustics*, Waseda Univ., Tokyo, Japan, 2012. P. 62.
48. Ребиндер П. А. *Физико-химическая механика: новая область науки*. М.: Знание, 1958.

Поступила в редакцию 8 февраля 2013 г.; принята в печать 15 марта 2013 г.

A NEW METHOD OF ACOUSTIC CHARACTERIZATION OF NON-CONSOLIDATED MATERIALS. PRELIMINARY RESULTS

V. S. Averbakh, A. V. Lebedev, S. A. Manakov, and V. V. Bredikhin

We report a new method of measuring acoustic properties of non-consolidated materials and present preliminary results of its application to an artificial granular matter. Those results demonstrate interesting prospects of the new method. Earlier unknown features of non-consolidated granular matter are revealed. Experimental observations of slow relaxation in such a material are performed.