

УДК 537.86

ИНТЕГРАЛЬНОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ДЛЯ ПОЛЯ ВОЛНЫ, РАСПРОСТРАНЯЮЩЕЙСЯ В СРЕДЕ С КРУПНОМАСШТАБНЫМИ НЕОДНОРОДНОСТЯМИ

М. В. Тинин

Иркутский государственный университет, г. Иркутск, Россия

В параксиальном приближении рассматривается распространение волн в среде с неоднородностями, расположенными на относительно большом расстоянии от источника и наблюдателя. Асимптотическое приближение, полученное ранее с помощью двойного взвешенного преобразования Фурье, преобразуется к виду, удобному для использования в этих условиях. Из полученного интегрального представления с помощью метода стационарной фазы выводится интегральное представление в виде однократного взвешенного преобразования Фурье (так называемого преобразования Френеля). Из условий перехода этого представления в метод фазового экрана определяются условия применимости последнего и критерии выбора расположения экрана при диагностике неоднородной среды с повышенным разрешением. Приводятся результаты численной пространственной обработки сигнала, повышающей разрешающую способность диагностики неоднородных сред.

ВВЕДЕНИЕ

Для описания распространения волн в среде с крупномасштабными неоднородностями, характерные размеры которых больше длины волны, часто используется геометрикооптическое приближение [1–4]. Однако оно не позволяет учесть появление дифракционных эффектов и каустик при распространении излучения в неоднородных средах. Использование метода плавных возмущений (метода Рытова) позволяет учесть френелевские дифракционные эффекты [2–4]. Однако этот метод применим только в отсутствие многолучёвости и каустик и, следовательно, непригоден для описания сильных флуктуаций амплитуды. Довольно часто неоднородности среды находятся в ограниченной области вдали от наблюдателя. Если интенсивность неоднородностей достаточно мала, то в окрестности неоднородной области возможно использование геометрикооптического приближения. Дифракционные эффекты и каустики появляются при последующем распространении волн в свободном (или слабонеоднородном) пространстве. Для описания поля в такой ситуации часто используют его продолжение из некоторой плоскости в окрестности неоднородностей в область наблюдения с помощью формулы Грина [5, 6]. Когда неоднородный слой настолько мал, что внутри него можно пренебречь не только дифракционными эффектами и каустиками, но и вариациями амплитуды, этот подход соответствует методу фазового экрана [2, 3, 7]. Широкое распространение последнего как при анализе распространения волн, так и при разработке диагностических методов объясняется его простотой и тем, что он позволяет учитывать и дифракционные эффекты, и сильные флуктуации амплитуды, связанные с появлением каустик. Однако при использовании метода фазового экрана для описания распространения волн в протяжённой неоднородной среде возникают проблемы задания координат и других параметров виртуального экрана [7]. Предложенное в работах [8–11] описание поля в неоднородной среде, основанное на двойном взвешенном преобразовании Фурье, позволяет решить эти проблемы. Кроме того, пространственная обработка сигнала на базе обратного двойного взвешенного преобразования Фурье позволяет повышать разрешение средств диагностики неоднородных сред [9–11]. Однако использованию двойного взвешенного преобразования Фурье в прямых и обратных задачах

распространения волн в неоднородных средах часто мешает необходимость выполнения двойного преобразования Фурье. В частности, в исследованиях тропосферы и ионосферы часто есть возможность интегрировать результаты измерений только по координатам в одной плоскости, например, по координате в приёмной плоскости.

Здесь мы рассмотрим модификацию двойного взвешенного преобразования Фурье, полученную путём сведения его к однократному взвешенному преобразованию Фурье при расположении неоднородной области вдали от источника и наблюдателя.

1. ДВОЙНОЕ ВЗВЕШЕННОЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ФУРЬЕ

Пусть источник с временной зависимостью исходящего от него сигнала, определяемой множителем $\exp(-i\omega t)$, и приёмник находятся в точках с радиус-векторами \mathbf{r}_0 (координаты z_0, x_0, y_0) и \mathbf{r} (координаты z, x, y) соответственно. Пусть $\boldsymbol{\rho}_0$ (координаты x_0, y_0) и $\boldsymbol{\rho}$ (координаты x, y) — двумерные векторы в плоскостях $z = z_0$ и $z = z_t$. Между источником и приёмником находится неоднородная среда. При распространении волн в среде с крупномасштабными неоднородностями рассеяние происходит в основном вперёд. В этом случае при решении волнового уравнения можно использовать малоугловое (параксимальное) приближение и, в соответствии с [9–11], записать выражение для поля точечного источника в виде двойного взвешенного преобразования Фурье:

$$U(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\rho}_0) = -A_0 k^2 \exp \left\{ ik [Z + (\boldsymbol{\rho} + \boldsymbol{\rho}_0)^2 / (2Z)] \right\} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} d^2\xi d^2\xi_0 \times \\ \times \exp \left\{ ik [2(\boldsymbol{\xi}\boldsymbol{\xi}_0 - \boldsymbol{\xi}\boldsymbol{\rho}_0 - \boldsymbol{\xi}_0\boldsymbol{\rho}) / Z + \varphi(\boldsymbol{\xi}, \boldsymbol{\xi}_0)] \right\} / (4\pi^3 Z^3), \quad (1)$$

где

$$\varphi(\boldsymbol{\xi}, \boldsymbol{\xi}_0) = \frac{1}{2} \int_{z_0}^{z_t} \tilde{\varepsilon}[\boldsymbol{\xi}(z' - z_0)/Z + \boldsymbol{\xi}_0(z_t - z')/Z, z'] dz', \quad (2)$$

$Z = z_t - z_0$ — расстояние между плоскостями с источником и приёмником, A_0 — амплитуда падающей сферической волны, $k = \omega/c$, $\omega = 2\pi f$ — частота излучения, c — скорость света в свободном пространстве, $\tilde{\varepsilon}(\mathbf{r}) = \varepsilon(\mathbf{r}) - 1$ — вариация диэлектрической проницаемости $\varepsilon(\mathbf{r})$ ($|\tilde{\varepsilon}(\mathbf{r})| \ll \ll 1$).

Если l_ε — минимальный размер неоднородностей, то при выполнении условия

$$a_{\text{fr}}(z_0, z_t, z') = \sqrt{(z' - z_0)(z_t - z') / (kZ)} \ll l_\varepsilon \quad (3)$$

для всех z' внутри неоднородной области четырёхкратный интеграл в (1) вычисляется методом стационарной фазы и (1) сводится к геометрооптическому приближению. При слабых флуктуациях фазы из (1) получаем результаты метода Рытова [9], а при малой протяжённости неоднородной среды по z из (1) следуют результаты метода фазового экрана [11]. Согласие с результатами методов Рытова и фазового экрана говорит об учёте в представлении (1) как дифракционных эффектов френелевского типа при слабых флуктуациях фазы, так и сильных флуктуаций, связанных с многолучевостью и каустиками.

Пусть в плоскости излучения $z = z_0$ имеется набор источников. Тогда, измеряя пространственное распределение поля в приёмной плоскости $z = z_t$, для каждой точки излучения в плоскости

$z = z_0$ можно осуществить обработку поля с помощью алгоритма обратного двойного взвешенного преобразования Фурье

$$\hat{L}[U(\boldsymbol{\rho}^*, \boldsymbol{\rho}_0^*)] = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} d^2\rho d^2\rho_0 U(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\rho}_0) \exp\left\{\frac{2ik}{Z}(\boldsymbol{\rho}^* \boldsymbol{\rho}_0 + \boldsymbol{\rho}_0^* \boldsymbol{\rho}) - ik \frac{(\boldsymbol{\rho} + \boldsymbol{\rho}_0)^2}{2Z} - ikZ\right\} \quad (4)$$

и получить, что

$$\hat{U}(\boldsymbol{\rho}^*, \boldsymbol{\rho}_0^*) = \hat{L}[U(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\rho}_0)] = -\frac{A_0\pi Z}{4k^2} \exp\left\{ik \left[\frac{2\boldsymbol{\rho}^* \boldsymbol{\rho}_0^*}{Z} + \varphi(\boldsymbol{\rho}^*, \boldsymbol{\rho}_0^*)\right]\right\}. \quad (5)$$

Из (5) видно, что, измеряя фазу волнового поля, обработанного с помощью алгоритма (4), можно найти линейный интеграл (2), используемый во многих методах диагностики неоднородных сред. Например, измерения линейного интеграла $\varphi(\boldsymbol{\xi}, \boldsymbol{\xi}_0)$ являются исходным материалом в компьютерной томографии [6, 12]. Выражение (2) соответствует линейному интегралу, полученному в геометрооптическом приближении. Однако последнее не учитывает, что высокочастотное поле формируется пучком волн, ограниченных радиусом Френеля. В силу этого разрешающая способность при измерении $\varphi(\boldsymbol{\xi}, \boldsymbol{\xi}_0)$ ограничена этим радиусом. Обработка (4) базируется на представлении (1), которое описывает дифракционные эффекты и многолучёвость и, следовательно, устраняет вклад этих эффектов в снижение разрешения. Результаты моделирования повышения разрешения с помощью двойного взвешенного преобразования Фурье приведены в работах [9–11]. Таким образом, обработка результатов измерений с помощью двойного взвешенного преобразования Фурье является оптимальной с точки зрения измерения параметров неоднородностей, например, методами томографии. Однако необходимость обработки сигнала в двух плоскостях затрудняет реализацию данного метода.

2. ДВОЙНОЕ ВЗВЕШЕННОЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ФУРЬЕ ДЛЯ УДАЛЁННОЙ НЕОДНОРОДНОСТИ

Пусть исследуемая неоднородность находится в окрестности плоскости $z = z_m$. Перейдём в (1) к новым радиус-векторам $\boldsymbol{\rho}_b, \mathbf{p}_s$:

$$\boldsymbol{\xi}_0 = \boldsymbol{\rho}_b + \mathbf{p}_s(z_b - z_0), \quad \boldsymbol{\xi} = \boldsymbol{\rho}_b - \mathbf{p}_s(z_t - z_b), \quad (6)$$

где $z = z_b$ — некоторая виртуальная плоскость (экран) в окрестности плоскости $z = z_m$. В переменных (6) выражение (1) перепишется в виде

$$U(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\rho}_0) = \frac{-A_0k^2}{4\pi^3Z} \int_{-\infty}^{+\infty} d^2\rho_b \exp\left\{ik \left[Z + \frac{(\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}_b)^2}{2(z_t - z_b)} + \frac{(\boldsymbol{\rho}_b - \boldsymbol{\rho}_0)^2}{2(z_b - z_0)}\right]\right\} V_s(\boldsymbol{\rho}_b), \quad (7)$$

где

$$V_s(\boldsymbol{\rho}_b) = \int_{-\infty}^{+\infty} d^2p_s \exp[-ik 2(\mathbf{p}_s - \mathbf{p}_{sc})^2(z_t - z_b)(z_b - z_0)/Z + ik\varphi_b(\boldsymbol{\rho}_b, \mathbf{p}_s)], \quad (8)$$

$$\varphi_b(\boldsymbol{\rho}_b, \mathbf{p}_s) = \frac{1}{2} \int_{z_0}^{z_t} \tilde{\varepsilon}[\boldsymbol{\rho}_b + \mathbf{p}_s(z_b - z'), z'] dz', \quad (9)$$

$$\mathbf{p}_{sc} = [(\boldsymbol{\rho}_b - \boldsymbol{\rho})/(z_t - z_b) - (\boldsymbol{\rho}_b - \boldsymbol{\rho}_0)/(z_b - z_0)]/2. \quad (10)$$

При выполнении условия

$$ka_{fr}(z_0, z_t, z_b) \gg |z_b - z'|/l_\epsilon \tag{11}$$

интеграл (8) можно вычислить методом стационарной фазы и получить

$$U(\rho, \rho_0) = \frac{iA_0k}{8\pi^2(z_t - z_b)(z_b - z_0)} \times \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d^2\rho_b}{\sqrt{\Delta_s}} \exp\left\{ ik \left[Z + \frac{(\rho - \rho_b)^2}{2(z_t - z_b)} + \frac{(\rho_b - \rho_0)^2}{2(z_b - z_0)} + \varphi_b(\rho_b, \mathbf{p}_{sc}) \right] \right\}, \tag{12}$$

где

$$\Delta_s = 1 - \frac{1}{8} \frac{Z}{(z_t - z_b)(z_b - z_0)} \int_{z_0}^{z_t} (z_b - z') \frac{\partial^2}{\partial \rho^2} \tilde{\epsilon}[\rho_b + \mathbf{p}_{sc}(z_b - z'), z'] dz'. \tag{13}$$

Условие (11) легко выполняется при расположении области с неоднородностями вдали от источника и наблюдателя.

Второе условие применимости (12) — отсутствие фокусировки у парциальных волн, которое, с учётом (13), имеет вид

$$\left| \frac{Z}{(z_t - z_b)(z_b - z_0)} \int_{z_0}^{z_t} (z_b - z')^2 \frac{\partial^2}{\partial \rho^2} \tilde{\epsilon}[\rho_b + \mathbf{p}_{sc}(z_b - z'), z'] dz' \right| < 1. \tag{14}$$

При небольшой протяжённости неоднородной среды условия (11) и (14) слабее условия (3) применимости геометрикооптического приближения. Поэтому (12) можно использовать для описания дифракционных эффектов. При малой толщине области с неоднородностями из (12) получаем

$$U(\rho, \rho_0) = \frac{iA_0k}{8\pi^2(z_t - z_b)(z_b - z_0)} \times \int_{-\infty}^{+\infty} d^2\rho_b \exp\left\{ ik \left[Z + \frac{(\rho - \rho_b)^2}{2(z_t - z_b)} + \frac{(\rho_b - \rho_0)^2}{2(z_b - z_0)} + \frac{1}{2} \int_{z_0}^{z_t} \tilde{\epsilon}[\rho_b, z'] dz' \right] \right\}. \tag{15}$$

Это выражение совпадает с полем сферической волны, получившей фазовую модуляцию $\varphi(\rho_b) = k \int_{z_0}^{z_t} \tilde{\epsilon}[\rho_b, z'] dz'/2$ в узкой окрестности плоскости $z = z_b$, что соответствует приближению фазового экрана. Поэтому выражение (12), учитывающее вариации не только фазы в неоднородной области, но и амплитуды парциальной волны, можно считать приближением амплитудно-фазового экрана, а формулу (7) можно называть обобщённой моделью фазового экрана, учитывающей дифракционные эффекты внутри неоднородного слоя.

3. КВАЗИОПТИМАЛЬНАЯ ОБРАБОТКА ДЛЯ ПОВЫШЕНИЯ РАЗРЕШЕНИЯ ДИАГНОСТИКИ УДАЛЁННЫХ НЕОДНОРОДНОСТЕЙ

Рассмотрим действие обратного оператора в виде френелевского преобразования поля $U(\rho, \rho_0)$:

$$\widehat{U}(\rho^*, \rho_0) = \widehat{L}_b[U(\rho, \rho_0)] = C_0 \int_{-\infty}^{+\infty} d^2\rho U(\rho, \rho_0) \exp\left[-ik \frac{(\rho^* - \rho)^2}{2(z_t - z_b)} - ikZ \right]. \tag{16}$$

С помощью френелевской инверсии (16) обычно пересчитывают результаты измерений из плоскости измерений в значения поля на плоскости виртуального экрана $z = z_b$, расположенного на выходе из неоднородной среды, при условии, что между этими плоскостями нет неоднородностей. Для исследования свойств такой обработки подставим выражение (7) в (16) и получим, что

$$\widehat{U}(\boldsymbol{\rho}^*, \boldsymbol{\rho}_0) = \frac{iC_0 A_0 k (z_t - z_b)}{2\pi^2 (z_b - z_0)} \exp \left[\frac{ik (\boldsymbol{\rho}^* + \boldsymbol{\rho}_0)^2}{2(z_b - z_0)} \right] \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} d^2 \rho_b d^2 p_s \times \\ \times \exp \left\{ ik \left[\frac{2\rho_b^2}{z_b - z_0} + 2\mathbf{p}_s (\boldsymbol{\rho}_b - \boldsymbol{\rho}^*) - \frac{2\rho_b (\boldsymbol{\rho}_0 + \boldsymbol{\rho}^*)}{z_b - z_0} + \varphi_b(\boldsymbol{\rho}_b, \mathbf{p}_s) \right] \right\}. \quad (17)$$

При выполнении условий

$$|a_{\text{fr}}(z_0, z_b, z')| = \left| \sqrt{(z' - z_0)(z_b - z') / [k(z_b - z_0)]} \right| \ll l_\varepsilon, \quad (18)$$

$$\left| \int_{z_0}^{z_t} \frac{(z_b - z')(z' - z_0)}{z_b - z_0} \frac{\partial^2}{\partial \rho^2} \tilde{\varepsilon}[\mathbf{S}_0(z'), z'] dz' \right| < 1 \quad (19)$$

интеграл (17) можно вычислить методом стационарной фазы и получить, что

$$\widehat{U}(\boldsymbol{\rho}^*, \boldsymbol{\rho}_0) = \frac{iC_0 A_0 k (z_t - z_b)}{2k (z_b - z_0)} \exp \left\{ \frac{ik (\boldsymbol{\rho}^* - \boldsymbol{\rho}_0)^2}{2(z_b - z_0)} + \frac{ik}{2} \int_{z_0}^{z_t} \tilde{\varepsilon}[\mathbf{S}_0(z'), z'] dz' \right\} \times \\ \times \left\{ 1 + \frac{1}{2} \int_{z_0}^{z_t} \frac{(z_b - z')(z' - z_0)}{z_b - z_0} \frac{\partial^2}{\partial \rho^2} \tilde{\varepsilon}[\mathbf{S}_0(z'), z'] dz' \right\}^{-1/2}, \quad (20)$$

где

$$\mathbf{S}_0(z') = \boldsymbol{\rho}^* \frac{z' - z_0}{z_b - z_0} + \boldsymbol{\rho}_0 \frac{z_b - z'}{z_b - z_0}. \quad (21)$$

Обычно виртуальный экран располагают между неоднородностью и приёмником, т. е. выполняются неравенства

$$z_t > z_b > z'. \quad (22)$$

В этом случае $a_{\text{fr}}^2(z_0, z_b, z') > 0$ и совпадает с квадратом радиуса Френеля в плоскости расположения неоднородности $z = z'$ при расположении источника и наблюдателя в плоскостях $z = z_0$ и $z = z_b$ соответственно. При этом верхний предел интегрирования в (20) можно заменить на z_b и результат обработки (16) оказывается пропорциональным найденному в геометрооптическом приближении полю на выходе из слоя в плоскости $z = z_b$. Таким образом, алгоритм (16) пересчитывает результаты наблюдений из дифракционной области, где не выполняется условие (3), в область, близкую к неоднородности, где выполняются условия геометрооптического приближения (18), (19). При этом устраняются многолучёвость и дифракционные эффекты, что приводит к повышению точности и разрешения измерений величины линейного интеграла (2). Такая стратегия реализуется в методах френелевской инверсии (см., например, [6, 13, 14]). Однако, в отличие от этих методов, формулы (18)–(21) говорят о возможности использования процедуры инверсии (16) при нарушении условия (22), когда $a_{\text{fr}}^2(z_0, z_b, z')$ обращается в нуль или становится отрицательным, т. е. экран помещён в неоднородную область или между источником и неоднородной областью.

Таким образом, величину линейного интеграла (2) можно найти из результатов измерений с учётом дифракционных эффектов с помощью однократного взвешенного преобразования Фурье (16) при выполнении условий (18), (19). Из (19), (20) следует правило выбора координаты z_b виртуального экрана: её следует выбирать из условия минимума вариаций амплитуды волны (20) после пространственной обработки (16).

4. МОДЕЛИРОВАНИЕ ОСТАТОЧНЫХ ДИФРАКЦИОННЫХ ЭФФЕКТОВ

Формула (20) справедлива для неоднородностей с масштабами, удовлетворяющими условиям (18), (19). Для неоднородностей с меньшими размерами после обработки (16) будут наблюдаться остаточные дифракционные эффекты. Рассмотрим последние при слабых флуктуациях фазы, когда в области, существенной для интегрирования в (17), выполняется условие

$$k |\varphi_b(\boldsymbol{\rho}_b, \mathbf{p}_s)| < 1. \quad (23)$$

В этом случае в подынтегральном выражении (17) можно использовать разложение

$$\exp[ik\varphi_b(\boldsymbol{\rho}_b, \mathbf{p}_s)] \approx 1 + ik\varphi_b(\boldsymbol{\rho}_b, \mathbf{p}_s) \quad (24)$$

и получить, что

$$\begin{aligned} \widehat{U}(\boldsymbol{\rho}^*, \boldsymbol{\rho}_0) &= \frac{iC_0 A_0 (z_t - z_b)}{2k(z_b - z_0)} \exp\left[ik \frac{(\boldsymbol{\rho}^* - \boldsymbol{\rho}_0)^2}{2(z_b - z_0)}\right] (1 + \Psi) \approx \\ &\approx \frac{iC_0 A_0 (z_t - z_b)}{2k(z_b - z_0)} \exp\left[ik \frac{(\boldsymbol{\rho}^* - \boldsymbol{\rho}_0)^2}{2(z_b - z_0)} + \Psi\right], \end{aligned} \quad (25)$$

где

$$\Psi = \frac{ik}{2} \int_{z_0}^{z_t} dz' \int_{-\infty}^{+\infty} d^2\kappa \varepsilon_\kappa(\boldsymbol{\kappa}, z') \exp\left[i\boldsymbol{\kappa}\mathbf{S}_0(z') - \frac{i\kappa^2}{2} a_{\text{fr}}^2(z_0, z_b, z')\right]. \quad (26)$$

Здесь

$$\varepsilon_\kappa(\boldsymbol{\kappa}, z) = \int_{-\infty}^{+\infty} d^2\rho \tilde{\varepsilon}(\boldsymbol{\rho}, z) \quad (27)$$

— двумерный пространственный спектр неоднородности.

При выполнении условия (22) выражение (26) совпадает с даваемой методом плавных возмущений комплексной фазой поля волны на выходе из слоя в плоскости $z = z_b$. Мнимая часть комплексной фазы (26) описывает вариации фазы, а вещественная часть — вариации уровня. Заметим, что, как и (20), выражения (25), (26) можно использовать при нарушении условия (22). Нетрудно видеть, что по мере приближения виртуального экрана к неоднородности, т. е. при $|a_{\text{fr}}^2(z_0, z_b, z')| \rightarrow 0$, остаточные дифракционные эффекты ослабевают и мы получаем увеличение разрешения. При выполнении условий (18), (19) выражение (25) переходит в (20).

Для гауссовой неоднородности:

$$\tilde{\varepsilon}(\boldsymbol{\rho}, z) = \varepsilon_m \exp\left\{-\left[(\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}_m)^2 + (z - z_m)^2\right]/(2l_\varepsilon^2)\right\}, \quad (28)$$

$$\tilde{\varepsilon}_\kappa(\boldsymbol{\kappa}, z) = \frac{\varepsilon_m l_\varepsilon^2}{(2\pi)^2} \exp\left\{-(z - z_m)^2/(2l_\varepsilon^2) - \kappa^2 l_\varepsilon^2/2 - i\boldsymbol{\kappa}\boldsymbol{\rho}_m\right\}, \quad (29)$$

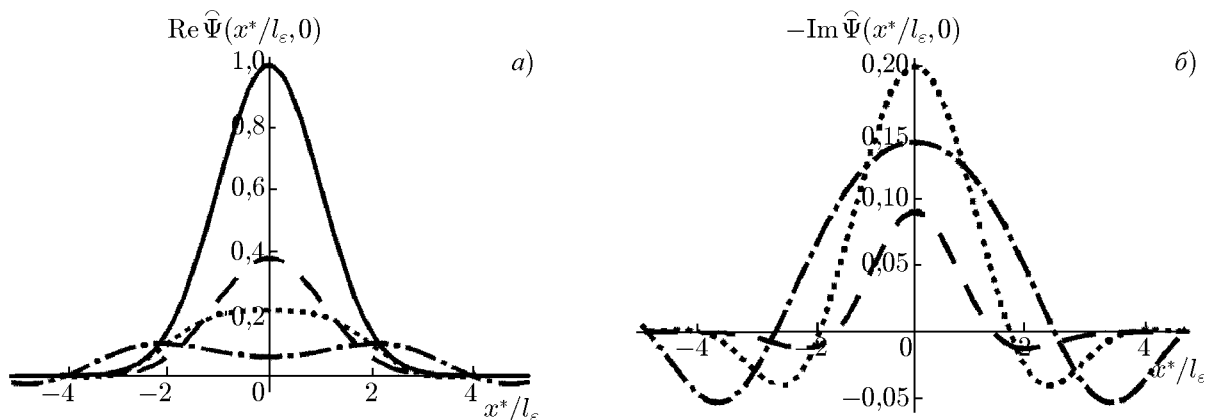


Рис. 1. Зависимости приращения нормированных фазы $\text{Re } \widehat{\Psi}(x^*/l_\varepsilon, 0)$ (а) и уровня $-\text{Im } \widehat{\Psi}(x^*/l_\varepsilon, 0)$ (б) после пространственной обработки (16) при расположении неоднородности в начале координат ($z_m = x_m = y_m = 0$) и $kl_\varepsilon = 2100$ для $z_b/l_\varepsilon = 0$, когда нет дифракционного уширения (сплошная линия), $z_b/l_\varepsilon = 500$ (штриховая линия), $z_b/l_\varepsilon = 2000$ (пунктирная линия), $z_b/l_\varepsilon = 5000$ (штрихпунктирная линия)

выражение (26) принимает вид

$$\Psi = \frac{ik\varepsilon_m}{4\pi} \int_{z_0}^{z_t} \frac{dz'}{1 + ia_{\text{fr}}^2(z_0, z_b, z')/l_\varepsilon^2} \exp \left\{ -\frac{(z' - z_m)^2}{2l_\varepsilon^2} - \frac{[\rho_m - \mathbf{S}_0(z')]^2}{2l_\varepsilon^2 [1 + ia_{\text{fr}}^2(z_0, z_b, z')/l_\varepsilon^2]} \right\}. \quad (30)$$

Численное моделирование мы проведём для случая $z_0 \rightarrow \infty$, т. е. когда падающая волна плоская. Заметим, что в этом случае инверсия с помощью двойного взвешенного преобразования Фурье невозможна. Учитывая, что размеры неоднородности много больше длины волны и располагая центр координат в центре неоднородности, т. е. полагая $\rho_m = z_m = 0$, из (30) получаем

$$\Psi(\rho^*) = i\Psi_{\text{gm}} \widehat{\Psi}(\rho^*), \quad (31)$$

где

$$\widehat{\Psi}(\rho^*) = \frac{1}{1 + iz_b/(kl_\varepsilon^2)} \times \exp \left\{ -\frac{(\rho^*/l_\varepsilon)^2}{2[1 + iz_b/(kl_\varepsilon^2)]} \right\}, \quad (32)$$

$\Psi_{\text{gm}} = k\varepsilon_m l_\varepsilon / (2\sqrt{2\pi})$ — геометрооптическое значение для фазы при $\rho^* = 0$.

На рис. 1 приведены результаты расчёта зависимостей приращения нормированных фазы $\text{Re } \widehat{\Psi}(x^*/l_\varepsilon, 0)$ (а) и уровня $-\text{Im } \widehat{\Psi}(x^*/l_\varepsilon, 0)$ (б) при $kl_\varepsilon = 2100$ для различных расстояний z_b между неоднородностью и виртуальным экраном. Как видно из (30), фаза и уровень, являются чётной и нечётной функциями z_b соответственно. Поэтому на рис. 1 приводятся результаты расчётов только для $z_b \geq 0$.

Разрешающая способность в данном случае определяется шириной функции $\text{Re } \widehat{\Psi}(x^*/l_\varepsilon, 0)$. Из результатов моделирования (сплошная линия на рис. 1а) видно, что при совмещении плоскости экрана с плоскостью, проходящей через максимум неоднородности, $z_b = 0$, дифракционные

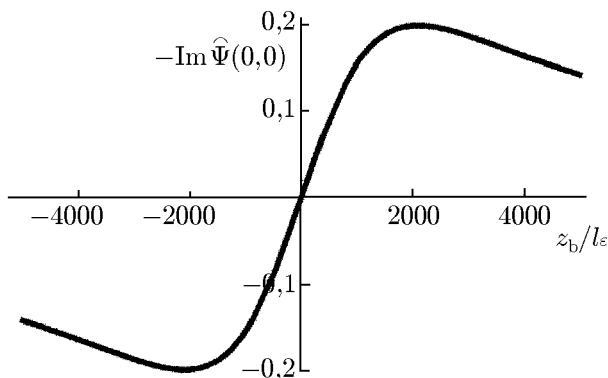


Рис. 2. Зависимость приращения нормированного уровня $-\text{Im } \widehat{\Psi}(0, 0)$ после пространственной обработки (16) от расстояния z_b/l_ε между центром неоднородности и виртуальным экраном

эффекты отсутствуют, разрешающая способность максимальна и величина $\text{Re } \widehat{\Psi}(x^*/l_\epsilon, 0)$ пропорциональна проекции $\tilde{\epsilon}(\mathbf{r})$ (см. (28)) на плоскость наблюдения. Поскольку в этом случае вариации амплитуды отсутствуют, отсутствует и соответствующая кривая на рис. 1б. По мере смещения экрана до значений $z_b = 500l_\epsilon$ (штриховая линия) и $z_b = 2000l_\epsilon$ (пунктирная линия) наблюдается уширение кривой, представляющей зависимость фазы от x^*/l_ϵ . Это свидетельствует об ухудшении разрешения с ростом z_b . Следует отметить, что с ростом z_b возрастают вариации амплитуды (см. соответствующие кривые на рис. 1б и 2). Однако при $z_b = 5000l_\epsilon > kl_\epsilon^2$, когда экран находится в дальней зоне относительно неоднородности, появляются френелевские осцилляции, что приводит к уменьшению уровня $|\text{Im } \widehat{\Psi}(0, 0)|$ при $|z_b| > kl_\epsilon^2$ (см. рис. 2). Учитывая поведение уровня в интервале $-kl_\epsilon^2 < z_b < kl_\epsilon^2$, можно использовать минимум вариаций амплитуды в качестве критерия выбора координаты z_b виртуального экрана.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Замена переменных в двойном взвешенном преобразовании Фурье и последующее применение метода стационарной фазы позволили при определённых условиях свести двойное взвешенное преобразование Фурье к однократному. При стремлении толщины слоя к нулю оно сводится к модели фазового экрана. В рамках полученного приближения для повышения разрешения диагностики неоднородных сред можно ограничиться однократным взвешенным преобразованием Фурье (преобразование Френеля), причём параметр этого преобразования, т. е. координата виртуального экрана, определяется из условия минимума вариаций амплитуды. В дальнейшем полученное интегральное представление для поля, рассеянного на удалённой неоднородности, будет использовано при численном моделировании распространения волн в случайно-неоднородных средах, при разработке способов уменьшения мерцаний и для повышения разрешающей способности диагностики неоднородных сред при пространственной обработке сигнала (16). При этом предполагается учесть влияние шумов, ограниченности апертуры антенной системы и других факторов реальных измерений.

Работа выполнена при поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации (проект 14.740.11.0078 федеральной целевой программы «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 годы) и Российского фонда фундаментальных исследований (грант 12–02–00249).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кравцов Ю. А., Орлов Ю. И. Геометрическая оптика неоднородных сред. М.: Наука, 1980. 304 с.
2. Рытов С. М., Кравцов Ю. А., Татарский В. И. Введение в статистическую радиофизику. Ч. II. Случайные поля. М.: Наука, 1978. 464 с.
3. Исимару А. Распространение и рассеяние волн в случайно-неоднородных средах. Т. 2. Многократное рассеяние, турбулентность, шероховатые поверхности и дистанционное зондирование. М.: Мир, 1981. 319 с.
4. Татарский В. И. Распространение волн в турбулентной атмосфере. М.: Наука, 1967. 548 с.
5. Кравцов Ю. А., Фейзулин З. И., Виноградов А. Г. Прохождение радиоволн через атмосферу Земли. М.: Радио и связь, 1983. 224 с.
6. Куницын В. Е., Терещенко Е. Д., Андреева Е. С. Радиотомография ионосферы. М.: Физматлит, 2007. 336 с.

7. Барабаненков Ю. Н., Кравцов Ю. А., Рытов С. М., Татарский В. И. // УФН. 1970. Т. 102, № 1. С. 3.
8. Kravtsov Yu. A., Tinin M. V. // Radio Science. 2000. V. 35, № 6. P. 1315.
9. Tinin M. V., Kravtsov Yu. A. // Plasma Physics and Controlled Fusion. 2008. V. 50, No. 30. Art. no.035010.
10. Kravtsov Y. A., Tinin M. V., Kulizhsky A. V. // Fusion Engineering and Design. 2009. V. 84. P. 1113.
11. Кравцов Ю. А., Тинин М. В., Книжин С. И. // Радиотехника и электроника. 2011. Т. 56, № 7. С. 816.
12. Kak A., Slaney M. Principles of computerized tomographic imaging. New York: IEEE Press, 1999. 333 p.
13. Mortensen M. D., Hoeg P. // Geophys. Res. Lett. 1998. V. 25, No. 13. P. 2441.
14. Воробьёв В. В. // Изв. вузов. Радиофизика. 2000. Т. 43, № 3. С. 234.

Поступила в редакцию 26 апреля 2012 г.; принята в печать 29 июня 2012 г.

INTEGRAL REPRESENTATION OF THE FIELD OF THE WAVE PROPAGATING IN A MEDIUM WITH LARGE-SCALE IRREGULARITIES

M. V. Tinin

We consider propagation of waves in a medium with irregularities located at relatively long distances from the source and the observer within the paraxial approximation. The asymptotic approximation, which was obtained earlier by using the double weighted Fourier transform, is transformed to the form which is convenient for application under these conditions. By using the stationary-phase method, an integral representation in the form of a single-time weighted Fourier transform (the so-called Fresnel transform) is developed from the obtained integral representation. The conditions of the transition of this representation to the phase-screen method determine the conditions of the applicability of the latter and the criteria for selection of the screen location during higher-resolution diagnostics of the non-uniform medium. The results of numerical spatial processing of the signal, which improves the resolution of diagnostics of non-uniform media, are presented.