УДК 537.874.2

ПРОФИЛЬ ГОФРИРОВКИ ДЛЯ ЗЕРКАЛ ДИПЛЕКСЕРА, ОСУЩЕСТВЛЯЮЩИХ РАВНОЕ ПО МОЩНОСТИ И ФАЗЕ ОТРАЖЕНИЕ *E*- И *H*-ПОЛЯРИЗОВАННЫХ ВОЛН

Е. В. Копосова¹, В. Каспарек², Х. Хёнль²

 1 Институт прикладной физики РАН, г. Нижний Новгород, Россия 2 Институт физики плазмы штутгартского Университета, г. Штутгарт, Германия

Описан способ синтеза профиля гофрированной поверхности, обеспечивающей равное по мощности отражение E- и H-поляризованных волн при разности фаз коэффициентов отражения, кратной π . Показано, что для осуществления указанного режима требуется достаточное количество параметров в описании профиля. Показана неоднозначность полученного решения, т. е. существование различных профилей с требуемыми свойствами. Приводятся варианты таких профилей, сравниваются их дифракционные характеристики. Исследование основано на строгом решении интегрального уравнения численным методом посредством специально созданной интерактивной компьютерной программы.

ВВЕДЕНИЕ

Создание диплексеров для управления потоками мощного излучения миллиметрового диапазона длин волн связано с прогрессом систем электронно-циклотронного нагрева плазмы в тороидальных установках управляемого термоядерного синтеза. Привлекательность использования таких устройств обусловлена тем, что они позволяют суммировать излучение нескольких разночастотных гиротронов и с помощью изменения частоты переключать суммарный поток энергии между двумя выходами, притом со скоростью, недоступной механическим системам.

В частности, был предложен и исследован диплексер [1] с использованием квазиоптического резонатора бегущей волны. Основой такого диплексера, т. е. устройства, позволяющего суммировать или разделять мощности волновых пучков [2], является высокодобротный четырёхзеркальный резонатор бегущей волны с попарно противоположными параболическими и плоскими гофрированными зеркалами. Период гофра на этих зеркалах подобран так, что существуют только два порядка дифракции: зеркальный, который обеспечивает волновые потоки внутри резонатора, и минус первый автоколлимационный, который отвечает за связь с подводящими трактами. Соотношение коэффициентов отражения по мощности между этими двумя дифракционными порядками выбирается исходя из компромисса между двумя факторами. С одной стороны, интенсивность минус первого дифракционного луча должна быть намного меньше, чем у зеркального, чтобы резонансные кривые высокодобротных мод не перекрывались. С другой стороны, она должна быть достаточной, чтобы радиационная добротность рабочей моды, обусловленная рассеянием циркулирующего волнового потока на гофрированных зеркалах, была существенно ниже добротностей, обусловленных омическими потерями и диффузией циркулирующего волнового потока за пределы зеркал. Эти требования удовлетворяются при коэффициентах отражения по мощности $|R_0|^2 \sim 0.8$, $|R_{-1}|^2 \sim 0.2$ [1].

При использовании синусоидального профиля гофрированных зеркал отражение волн *E*- и *H*-поляризаций происходит с различными коэффициентами, поэтому диплексеры на их основе могут функционировать только на волнах с фиксированной линейной поляризацией [2]. Одна-ко для систем электронно-циклотронного нагрева более привлекателен диплексер, функционирующий при произвольной поляризации излучения. Для такого устройства необходимо создать

Е. В. Копосова, В. Каспарек, Х. Хёнль

решётки, обладающие одинаковыми характеристиками рассеяния при любой поляризации падающей волны.

В настоящей работе описан способ нахождения профиля гофрированной поверхности, обладающей такими свойствами. Для поиска профиля с универсальными характеристиками исследуются поверхности, которые описываются небольшим (порядка 4÷5) числом параметров [3], по которым проводится оптимизация с целью достижения желаемых свойств. Выбор параметров достаточно произволен: в одном представлении это могут быть ширина канавки на периоде, несимметрия вершины и дна, высота перегородки внутри канавки и т. д., а в другом представлении это может быть набор гармоник в разложении профиля в ряд Фурье и т. д.

Сначала рассматриваются дифракционные свойства гофрированной поверхности с синусоидальным профилем на периоде, затем с более сложными профилями с необходимым для достижения желаемых свойств количеством параметров в их описании. Исследуются зависимости модулей и фаз коэффициентов отражения нулевого дифракционного порядка от амплитуды гофрировки с целью нахождения такой амплитуды, при которой модули коэффициентов отражения в зеркальную волну для *E*- и *H*-поляризаций выравниваются. Представляет интерес возможность выравнивания этих коэффициентов в найденных точках и по фазе путём добавления дополнительных параметров в описание профиля.

Профили, имеющие углы (типа классических треугольников, прямоугольников), обладают явным недостатком при использовании в мощных приборах, т. к. на поверхности с таким профилем возникают сильные электромагнитные поля. Поэтому в данном исследовании мы будем отдавать предпочтение поиску гладкого профиля, обладающего необходимыми свойствами.

1. МЕТОДИКА ИССЛЕДОВАНИЯ РАССЕЯНИЯ НА ГОФРИРОВАННОЙ ПОВЕРХНОСТИ

Рассмотрим однородную в направлении z и гофрированную в направлении x с периодом d идеально проводящую поверхность, описываемую на периоде формулой

$$y = h(x). \tag{1}$$

Поскольку зависимость гофрировки от продольной координаты z отсутствует, общее поле монохроматической волны можно представить как сумму волн двух типов [4], отделив зависимость от z и считая комплексные амплитуды функциями только поперечных координат:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{E} \\ \mathbf{H} \end{pmatrix} = \operatorname{Re} \begin{pmatrix} \mathbf{E}_0(x, y) \\ \mathbf{H}_0(x, y) \end{pmatrix} \exp(i\omega t - ik_{\parallel}z).$$
(2)

Волны *Е*-поляризации (или ТМ-волны) — это волны, у которых вектор электрического поля имеет компоненту, параллельную рёбрам гофрировки, а вектор магнитного поля перпендикулярен им. Волны *Н*-поляризации (или ТЕ-волны) — это волны, у которых вектор электрического поля перпендикулярен рёбрам гофрировки, а вектор магнитного поля имеет параллельную им компоненту.

Для описания E-волн удобно использовать компоненту E_z электрического поля вдоль направляющей гофрировки (ребра решётки), а для описания H-волн — компоненту H_z магнитного поля. Остальные компоненты электромагнитного поля можно выразить через пространственные производные от этих продольных компонент. Компоненты $E_{0z}(x, y)$ и $H_{0z}(x, y)$ в каждой из этих задач обозначим через обобщённую продольную компоненту $\Psi(x, y)$. Она удовлетворяет уравнению Гельмгольца

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)\Psi + k_{\perp}^2\Psi = 0 \tag{3}$$

Е. В. Копосова, В. Каспарек, Х. Хёнль

с граничными условиями Дирихле

$$\Psi\big|_{u=h(x)} = 0 \tag{4}$$

для волн Е-поляризации или граничными условиями Неймана

$$\frac{\partial \Psi}{\partial n}\Big|_{y=h(x)} = 0 \tag{5}$$

для волн Н-поляризации.

Пусть на рассматриваемую поверхность падает волна под углом θ_i в плоскости, перпендикулярной рёбрам решётки:

$$\Psi_i(x,y) = \Psi_{i0} \exp(ik_\perp x \sin\theta_i - ik_\perp y \cos\theta_i) = \exp(ik_{x0}x - ik_{y0}y),\tag{6}$$

где Φ_{i0} — амплитуда волны, которую можно положить равной единице; $k = \omega/c, c$ — скорость света, продольная и поперечная по отношению к направлению распространения волны компоненты волнового вектора удовлетворяют соотношению

$$k_{\parallel}^2 + k_{\perp}^2 = k^2.$$
 (7)

В соответствии с принципом Гюйгенса полное поле $\Psi(x, y)$ является суммой падающего и дифракционного полей и может быть выражено через значение самого́ поля и его нормальной производной на поверхности с помощью теоремы Грина и формулы Кирхгофа [5]:

$$\Psi(x,y) = \Psi_i(x,y) + \int \left[G(x-x',y-y') \frac{\partial}{\partial n'} \Psi(x',y') - \Psi(x',y') \frac{\partial}{\partial n'} G(x-x',y-y') \right] \mathrm{d}s'. \tag{8}$$

Здесь интегрирование проводится на периоде *d* вдоль кривой, описывающей форму гофрированной поверхности y' - h(x'), $ds' = dx' \sqrt{1 + (dy'/dx')^2}$ представляет собой элемент дуги профиля поверхности.

Двумерная функция Грина

$$G(x - x', y - y') = \frac{1}{2id} \sum_{m = -\infty}^{+\infty} \frac{1}{k_{ym}} \exp\left[ik_{xm}\left(x - x'\right) + ik_{ym}\left|y - y'\right|\right]$$
(9)

соответствует полю в среде, создаваемому решёткой коллинеарных линейных источников, расположенных вдоль координаты x с периодом d и характеризуемых разностью фаз между соседними источниками $k_{\perp}d\sin\theta_i$, где

$$k_{xm} = k_{\perp} \sin \theta_i + \frac{2\pi m}{d}, \qquad k_{ym} = \sqrt{k_{\perp}^2 - k_{xm}^2}, \qquad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots.$$
 (10)

Подставляем в (8) координаты точки наблюдения на поверхности, учитываем особенность функции Грина в точке источника, которая при дифференцировании по нормали даёт скачок [5], и учитываем граничные условия (4), (5) соответственно для волн *E*- или *H*-поляризации. В результате получаем для волн с *E*-поляризацией интегральное уравнение Фредгольма первого рода относительно поверхностного тока $\partial \Psi(x', y')/\partial n'$, а для волн с *H*-поляризацией — уравнение Фредгольма второго рода относительно поля $\Psi(x', y')$ на поверхности.

Уравнения Фредгольма первого рода в общем случае могут быть некорректными и требовать регуляризации. Полученное интегральное уравнение полностью некорректным не является, поскольку имеет в ядре достаточно сильную сингулярность — логарифмическую расходимость.

Подобное интегральное уравнение для волн с *E*-поляризацией в силу логарифмической расходимости в точке источника приводится к устойчивой матрице близкого к диагональному вида и корректно решается [6]. Однако в этом случае можно получить и уравнение второго рода. Для этого следует продифференцировать (8) по нормали к поверхности к точке наблюдения и учесть в полученном выражении при переходе на поверхность граничные условия (4), а также скачок при дифференцировании функции Грина. В результате получаем для волн с *E*-поляризацией интегральное уравнение Фредгольма второго рода относительно той же неизвестной — поверхностного тока $\partial \Psi(x',y')/\partial n'$.

Дифракционное поле вне канавок может быть представлено в виде суперпозиции плоских волн:

$$\Psi(x,y) = \sum_{m} R_m \exp(ik_{xm}x - ik_{ym}y)$$
(11)

при $y > \max[A(x)]$, где комплексные амплитуды гармоник, т.е. коэффициенты отражения R_m , могут быть выражены через определённую в результате решения интегрального уравнения неизвестную функцию.

Решение уравнения проводится на основе представления неизвестной функции в виде вектора с компонентами, соответствующими её значениям в N точках на периоде. Аналогичным образом представляется свободный член и ядро уравнения. В результате получается система N линейных алгебраических уравнений, которая и решается стандартными вычислительными методами. Расчёт останавливается, если при увеличении N получаемые результаты не меняются в пределах заданной точности. Величина N в зависимости от сложности формы и амплитуды профиля гофрировки при точности расчётов $10^{-3} \div 10^{-4}$ колеблется в пределах 50 < N < 500.

Описанная методика известна и неоднократно применялась для исследования рассеяния волн на гофрированных поверхностях [7]. Собственно поиск и подбор профиля гофрировки, обладающего необходимыми дифракционными свойствами, проводится в данной работе на основе исследования режимов рассеяния с помощью интерактивной компьютерной программы, основанной на указанном алгоритме и обладающей возможностью визуальной обработки данных в процессе вычислений. Программа написана на языке «Visual Fortran» [8], что открывает возможность использования мощных вычислительных библиотек и визуализации, которая и позволяет в процессе расчёта наблюдать его результаты и в соответствии с ними корректировать тактику выбора параметров профиля гофрированной поверхности для получения нужных рассеивающих свойств. Таким образом, сложность написания полностью автоматического алгоритма решения обратной задачи для построения нужного профиля с заданными рассеивающими свойствами заменяется предварительной обработкой и анализом результатов в процессе расчёта с помощью визуализации при машинном решении серии прямых задач.

2. ОБЩИЕ ЗАКОНОМЕРНОСТИ РАССЕЯНИЯ ВОЛН *E*- И *H*-ПОЛЯРИЗАЦИЙ НА ГОФРИРОВАННОЙ ПОВЕРХНОСТИ

Дифракционные свойства гофрированной поверхности с прямоугольным профилем, по аналогии с полупрозрачными структурами волноводного типа, определяются количеством распространяющихся волноводных волн и имеют достаточно наглядные физические закономерности [9]. Для простейших профилей с гладкой канавкой, используемых в мощных сверхвысокочастотных (СВЧ) устройствах, они качественно остаются в силе. Волны с *H*-поляризацией проникают вглубь канавки, отражаются в основном от её дна и интерферируют на всей глубине канавки, что даёт «быстрые» зависимости коэффициентов отражения от параметров гофрировки. Волны с *E*-поляризацией, напротив, почти не проникают в канавку и отражаются от её верхней части,

Е. В. Копосова, В. Каспарек, Х. Хёнль



Рис. 1. Зависимости от *а* модулей (*a*) и фаз (*б*) коэффициентов отражения в нулевой дифракционный порядок для волн с *E*- и *H*-поляризациями от синусоидально-гофрированной поверхности. Сплошная линия соответствует *H*-поляризации, пунктирная — *E*-поляризации. На вставках показаны формы профиля гофрировки на одном периоде

что обуславливает более «медленные» зависимости коэффициентов отражения от параметров гофрировки. Степень проникновения волн различной поляризации определяется профилем канавки, в простейшем случае — её шириной на периоде. Таким образом, подбором профиля можно регулировать величины коэффициентов отражения и их соотношение для разных поляризаций падающих волн. Качественные закономерности сохраняются и для случая реальной геометрии зеркал диплексера.

Задача падения волны на гофрированную поверхность зеркала диплексера является пространственной ¹. Как было показано выше (раздел 1), при падении на решётку волновой вектор рассеянной волны в направлении рёбер решетки не изменяется как и в случае отражения от гладкой поверхности. В плоскости, перпендикулярной рёбрам, он такой, какой получается при рассеянии на данной решётке волны, падающей в этой плоскости. Поэтому решение трёхмерной пространственной задачи можно заменить решением двумерной задачи. Для этого необходимо спроектировать вектор падающей волны на плоскость, поперечную рёбрам решётки, и решать в ней эквивалентную плоскую дифракционную задачу. Для конкретной геометрии диплексера угол падения в плоскости, перпендикулярной рёбрам, составляет $\theta_i = 35,264^\circ$, что соответствует дифракционному параметру $\kappa = d/\lambda = 0,866$ в режиме автоколлимации (-1)-го порядка дифракции.

Исследование рассеяния и поиск профиля для реализации нужных режимов будем проводить для описанных параметров зеркал диплексера. Эти параметры выбираются для иллюстрации методики поиска, справедливой при любых условиях падения волны без ограничения общности.

На рис. 1 показаны коэффициенты отражения по мощности в нулевой дифракционный порядок для волн с E- и H-поляризациями от синусоидально-гофрированной поверхности и их фазы. В зависимости от нормированной амплитуды гофрировки $a = 2\pi A_0/d \in (0, 2)$, где A_0 — «размер-

 $^{^1}$ Падение происходит под углом 45°; угол между направлением рёбер решётки и плоскостью резонатора также составляет 45°.

ная» амплитуда, равная половине глубины профиля ². Звёздочками на этих и последующих графиках отмечены точки совпадения коэффициентов отражения для волн с *E*- и *H*-поляризациями соответственно по мощности или по фазе. Бледными кривыми на графиках, представляющих зависимости фаз, повторены фазы коэффициентов отражения волн с *E*-поляризацией, смещённые на $\pm \pi$, поскольку отличие фаз на $+\pi$ между коэффициентами отражения волн с *E*- и *H*-поляризациями может быть скомпенсирована двумя решётками диплексера и эквивалентна их равенству. Поэтому совпадение фаз, смещённых на $\pm \pi$, будем также считать точками совпадения.

Как видно из рис. 1, зависимости коэффициентов отражения по мощности от амплитуды почти синусоидальны и характеризуются сильно различными периодами для разных поляризаций. Особенно отчётливо это просматривается в достаточно большом интервале амплитуд $a = 2\pi A_0/d \in (0, 10)$. ³ Случай бо́льших амплитуд синусоидальной гофрировки ($a \ge 5$), представляющий чисто теоретический интерес, близок к волноводному случаю; коэффициенты рассеяния по мощности на поверхности с такими *a* периодически зависят от глубины с периодами, определяемыми постоянными распространения волноводной волны в щелях, различными для разных поляризаций, что согласуется с [9]. Точки равенства коэффициентов отражения волн с *E*- и *H*-поляризациями по мощности при этом могут сопровождаться и равенством их фаз, однако для разумных с точки зрения изготовления глубин, где играет роль форма профиля, это не так: точки совпадения коэффициентов отражения волн с *E*- и *H*-поляризациями по мощности не соответствуют точкам совпадения их фаз.

Периодичность зависимостей с существенной разницей в периодах позволяет предполагать наличие точек пересечения кривых для волн с E- и H-поляризациями, и следовательно, равенство коэффициентов их отражения по мощности. Дополнительной оптимизацией профиля можно добиться также и равенства фаз коэффициентов отражения в этих точках. В рассматриваемом случае синусоидальной гофрировки первая точка пересечения, соответствующая равенству коэффициентов отражения волн с E- и H-поляризациями по мощности, имеющаяся при $a \approx 1,6$, соответствует $|R_E|^2 = |R_H|^2 \approx 0,4$ (отмечена звёздочкой на рис. 1). Для использования в диплексере, как было указано выше, необходимы $|R_E|^2 = |R_H|^2 \approx 0,8$. Равенства фаз коэффициентов отражения для волн с E- и H-поляризациями в рассматриваемом случае не наблюдается во всём интервале исследуемых параметров.

Возможны два способа модификации профиля гофрировки с целью достижения $|R_E|^2 = |R_H|^2 \approx 0.8$.

Первый из них заключается в достижении $|R_E|^2 \approx |R_H|^2$ при малых амплитудах, что можно реализовать путём выравнивания периодов или видоизменения зависимости коэффициента отражения от *a* для волны с *H*-поляризацией, подняв значение её минимума с нуля до возможно более высокой величины. Это может быть достигнуто видоизменением профиля гофрировки: расширением канавки и, как следствие, сужением горба. Искомая точка будет соответствовать малым глубинам профиля.

Второй случай заключается, наоборот в стремлении к увеличению разницы в периодах зависимостей коэффициентов для волн с *E*- и *H*-поляризациями, добиваясь поднятия указанной на рис. 1 точки пересечения по восходящей части первого периода кривой для *H*-поляризации посредством сужения канавки. Аналогичного видоизменения зависимостей можно также добиться путём введения в профиль внутренней перегородки и организации связанных областей. Искомая

² Интервал рассматриваемых амплитуд a < 2 определяется технологической возможностью изготовления профиля. Максимум рассматриваемого интервала a = 2 соответствует глубине $2A_0 = 2da/(2\pi) = (2/\pi) d$, что составляет примерно 2/3 периода.

³ Эта область выходит за границы области, приведённой на рисунке.

точка совпадения будет соответствовать достаточно большим глубинам профиля.

Разность фаз коэффициентов отражения волн с E- и H-поляризациями в первом способе выравнивания их величин по мощности (расширение канавок и уменьшение амплитуды) с неизбежностью будет близка к π , т.е. к разнице фаз для гладкой поверхности, вследствие чего их выравнивание невозможно. Во втором способе, соответствующем относительно большим амплитудам, дополнительной подстройкой профиля можно, кроме выравнивания модулей коэффициентов отражения по мощности, добиться ещё и выравнивания их фаз.

Профилей для получения желаемого режима может оказаться достаточно много, что даёт возможность выбрать из них технологически удобный профиль. Проводим поиск профиля с нужными дифракционными свойствами в классе гладких в смысле сшивания первых производных профилей поверхности, описываемых несколькими параметрами, по которым будем проводить оптимизацию путём их перебора в интервале, определяемом предыдущим шагом оценок. Решение такой задачи неоднозначно.

3. ПАРАМЕТРЫ ОПИСАНИЯ ПРОФИЛЯ ГОФРИРОВАННОЙ ПОВЕРХНОСТИ

Рассматриваемый профиль гофрировки в общем виде будем представлять некоторой симметричной относительно центральной оси функцией h(x), описываемой несколькими параметрами.

В одном варианте (рис. 2) эта функция представляется разрезанной на два равных куска синусоидой, занимающей относительную часть q_d от периода. Остальная часть заполняется прямыми, вставленными в канавку (место разреза), и в горб. Соотношение длин вставленных кусков прямых регулируется параметром $q_q \in (0, 1)$. Предусматривается возможность введения в канавку профиля дополнительной перегородки. Простейший вид перегородки может быть описан прибавлением к прямой части канавки дополнительной синусоиды с периодом, равным ширине



Рис. 2. Наглядное представление параметров, описывающих форму периода профиля в одном из вариантов его задания

нижней вставки. В данном описании без ограничения общности положим период d равным 2π , а начало отсчёта поместим в центр горба. Такая функция может быть описана на 5 интервалах периода следующими выражениями:

$$h(x) = \begin{cases} 0, & x \leq x_1; \\ A_0 \left[\cos\left(\frac{x - x_1}{q_d}\right) - 1 \right], & x_1 \leq x \leq x_2; \\ A_0 \left\{ A_{rel} \left[1 - \cos\left(\frac{x - x_2}{1 - [q_d + (1 - q_d)(1 - q_q)]}\right) \right] - 2 \right\}, & x_2 \leq x \leq x_3; \\ A_0 \left[\cos\left(\frac{x - x_4}{q_d}\right) - 1 \right], & x_3 \leq x \leq x_4; \\ 0, & x \geq x_4, \end{cases}$$
(12)

где $A_{\rm rel}$ — относительная амплитуда дополнительной синусоиды, создающей перегородку.

Е. В. Копосова, В. Каспарек, Х. Хёнль

Спивание проводим до непрерывных первых производных включительно, что обусловлено требованием сходимости решения интегрального уравнения) в четырёх точках на периоде:

$$x_{1} = \pi (1 - q_{d}) (1 - q_{q}), \qquad x_{2} = \pi [q_{d} + (1 - q_{d}) (1 - q_{q})],$$

$$x_{3} = \pi \{2 - [q_{d} + (1 - q_{d}) (1 - q_{q})]\}, \qquad x_{4} = \pi [2 - (1 - q_{d}) (1 - q_{q})].$$
(13)

В другом варианте профиль представлен на периоде суммой двух отстоящих на период $d=2\pi$ супергауссовых функций

$$h(x) = 2A_0 \left\{ \exp\left[-\left(\frac{x}{\tilde{q}_d}\right)^4 \right] + \exp\left[-\left(\frac{x-2\pi}{\tilde{q}_d}\right)^4 \right] - 1 \right\}.$$
 (14)

Здесь параметр \tilde{q}_d имеет тот же смысл, что и q_d в первом варианте представления функции, и играет ту же роль, но не эквивалентен и не тождественен ему по величине, т. к. определяет профиль в другом способе описания и через другое выражение.

К описанным первому или второму вариантам профиля могут быть добавлены высшие гармоники периода с относительной амплитудой A_{gar} , после чего он примет вид

$$h(x) + A_0 A_{\text{gar}} \left[\cos(x n_{\text{gar}} + \varphi) - 1 \right]. \tag{15}$$

Таким образом, подбором имеющихся параметров можно придать профилю практически любой желаемый вид. В частности, при $q_d = 1$ и $A_{\rm rel} = 0 h(x)$ представляет собой простую синусоиду.

Эквивалентный способ описания профиля (в смысле подбора параметров профиля под нужный дифракционный режим) заключается в его представлении в виде суммы нескольких первых членов ряда Фурье. В этом случае параметрами описания профиля являются амплитуды гармоник этого ряда. Но описанный выше способ представляется более наглядным, т. к. допускает физические интерпретации и толкования, позволяющие на интуитивном уровне определить тенденцию подстройки параметров для достижения желаемого режима.

4. ПОИСК ПРОФИЛЯ ГОФРИРОВКИ НА РАВНОЕ ПО МОЩНОСТИ ОТРАЖЕНИЕ ДЛЯ ВОЛН С *E*- И *H*-ПОЛЯРИЗАЦИЯМИ БЕЗ УЧЁТА СООТНОШЕНИЯ ИХ ФАЗ

Исследуем тенденцию видоизменения зависимости коэффициентов отражения для волн с E- и H-поляризациями в нулевой порядок дифракции по мощности и фазе от амплитуды гофрировки при варьировании различных параметров профиля в описании (12). За основу берётся синусоидальный профиль, для которого зависимости коэффициентов отражения от a представлены на рис. 1. Этот профиль меняется при изменении одного из параметров, вместе с тем меняются кривые, характеризующие зависимости коэффициентов отражения по мощности и фазе от амплитуды гофрировки, сдвигается точка их пересечения, т. е. точка равенства коэффициентов отражения для волн с E- и H-поляризациями, а также возникают и исчезают дополнительные точки пересечения.

4.1. Расширение канавки за счёт укручения наклона стенок

Меняем параметр q_d от $q_d = 1$, что соответствует синусоидальному профилю гофрировки, до $q_d = 0,1$, что отвечает модифицированному профилю с широкой канавкой, с шагом $\Delta q_d = 0,1$. Канавка расширяется за счёт вставки в неё прямого участка. Вставки в горб не происходит, т. е. $q_q = 1$. Внутренняя перегородка отсутствует, т. е. $A_{\rm rel} = 0$.

Е. В. Копосова, В. Каспарек, Х. Хёнль



Рис. 3. Равные по мощности режимы отражения при расширении канавки профиля за счёт укручения наклона стенок. На панели (6) $q_d \approx 0.25$, $a \approx 0.6$, на панели (6) $\tilde{q}_d \approx 0.484$, $a \approx 0.616$

Звёздочками на рис. За отмечены точки пересечения рассчитанных зависимостей от а коэффициентов отражения по мощности для волн с E- и H-поляризациями, т.е. точки равного по мощности отражения. Около каждой точки обозначено цифрами значение параметра q_d . Профили гофрировки, соответствующие различным q_d , изображены справа от графика на рис. За для средней амплитуды a = 1 из расчётного интервала. При рассматриваемых параметрах совпадения фаз коэффициентов отражения волн с E- и H-поляризациями, даже с точностью $\pm \pi$, не наблюдается, и ни одна точка равных коэффициентов отражения по мощности не соответствует равенству их фаз.

Как следует из приведённых на рис. За иллюстраций расчётов, на рассматриваемом интервале амплитуд имеются две линии равных коэффициентов отражения по мощности, условно проведённые через звёздочки. Каждой точке на этих линиях соответствует свой параметр q_d , характеризующий относительную ширину канавки, т. е. форму профиля, а также соответствующее значение коэффициентов отражения по мощности (равных для волн E- и H-поляризации) по оси ординат при определённом значении амплитуды гофрировки на оси абсцисс. Справедливо и обратное. По желаемому значению равных коэффициентов отражения по мощности можно

Е. В. Копосова, В. Каспарек, Х. Хёнль

определить соответствующее значение q_d и амплитуду гофрировки на любой линии, допускающей желаемую величину коэффициентов отражения. Значению $|R_E|^2 = |R_H|^2 \approx 0.8$, актуальному для работы диплексера, соответствует точка с $q_d \approx 0.25$ и $a \approx 0.6$. В данном случае она единственна. Период профиля с такими параметрами при равных масштабах по осям абсцисс и ординат изображён на рис. Зб.

Аналогичный полученному по форме и свойствам профиль, описываемый вторым вариантом функции формы в виде супергауссовых функций (14) с параметрами $a \approx 0,616$ и $\tilde{q}_d \approx 0,484$ изображён на рис. 3*6*. Такой профиль осуществляет равное по мощности отражение волн с *E*и *H*-поляризациями в нулевой порядок дифракции на уровне $|R_E|^2 = |R_H|^2 \approx 0,76$. Фазы коэффициентов отражения волн с *E*- и *H*-поляризациями в этой точке не совпадают и различаются на 1,168 π . Профили, показанные на рис. 36 и *в*, различаются только формой зуба при вершине и имеют одинаковую канавку. Это демонстрирует тот факт, что основное влияние на свойства отражения оказывает ширина канавки, а форма зуба влияет на них в меньшей степени.

4.2. Сужение канавки за счёт укручения наклона её стенок

Параметры варьируются от $q_d = 1$, что соответствует синусоидальному профилю гофрировки, до $q_d = 0,1$, что отвечает модифицированному профилю с узкой канавкой, с шагом $\Delta q_d = 0,1$. Канавка сужается за счёт вставки прямого участка в горб. Вставки в канавку не происходит, т. е. $q_q = 0$. Внутренняя перегородка отсутствует, т. е. $A_{\rm rel} = 0$. Аналогично предыдущему рисунку, звёздочками на рис. 4a отмечены равные по мощности режимы с обозначением соответствующих величин параметра q_d и иллюстрацией форм исследуемых профилей.

Существует одна линия равных коэффициентов отражения по мощности, проведённая через звёздочки и условно являющаяся продолжением второй линии рис. За. При этом первая линия при малых амплитудах и данных параметрах отсутствует. При рассматриваемых параметрах совпадения фаз (включая совпадение с точностью $\pm \pi$), как и в предыдущем случае, не наблюдается. Каждой точке на линии равного по мощности отражения соответствует свой параметр q_d , характеризующий относительную ширину прямой вставки в вершину профиля, т. е. форму профиля, соответствующее ему значение равных коэффициентов отражения по мощности и соответствующая ему амплитуда профиля. Значению $|R_E|^2 = |R_H|^2 \approx 0.8$ соответствует точка $q_d \approx 0.63$ и $a \approx 1.67$. Профиль с такими параметрами изображён на рис. 46, на котором масштабы по осям абсцисс и ординат равны.

4.3. Перераспределение прямой вставки по низу и верху профиля гофрировки при одинаковом наклоне стенок

Исследуем сначала профили, обладающие одинаковым средним наклоном стенок при $q_d = 0.5$, когда синусоида занимает половину периода. Варьируем параметр относительной ширины вставки q_q от $q_q = 0$, когда вся вставка находится вверху, до $q_q = 1$, когда вся вставка расположена внизу, с шагом $\Delta q_q = 0.1$. Как и в предыдущих вариантах, внутренняя перегородка отсутствует, поскольку $A_{\rm rel} = 0$. Звёздочками на рис. 5*a* отмечены равные по мощности режимы с обозначением соответствующих величин параметра q_q и представлением форм исследуемых профилей.

При рассмотренном достаточно пологом наклоне стенок при $q_d = 0,5$ наблюдается только вторая зона равных по мощности режимов отражения при больших глубинах, которой отвечает виртуальная линия, проведённая через звёздочки на рис. 5*a*, представляющая собой половину фигуры, напоминающей эллипс. Равенства фаз коэффициентов отражения при рассматриваемых параметрах не наблюдается, однако кривые фазовых зависимостей идут достаточно близко друг

Е. В. Копосова, В. Каспарек, Х. Хёнль



к другу и согласно тенденции изменения картины можно предположить, что при небольшом изменении профиля, например введением изменения ещё одного параметра, точки равных фаз появятся. Пример профиля, удовлетворяющего условию $|R_E|^2 = |R_H|^2 \approx 0.8$ изображён на рис. 56 с равными масштабами по осям абсцисс и ординат. Ему соответствует точка $q_q \approx 0.2$ и $a \approx 1.55$.

Увеличим наклон стенок и рассмотрим профили при одинаковом крутом их наклоне, когда они близки к прямоугольному. Такой наклон характеризует параметр $q_d = 0,1$, когда синусоида занимает только 10 % периода. Как в предыдущем случае, варьируем распределение прямой вставки по низу и верху профиля от $q_q = 0$, когда вся вставка находится вверху, до $q_q = 1$, когда вся вставка расположена внизу, с шагом $\Delta q_q = 0,1$. Результаты представлены на рис. 6, который аналогичен предыдущим по построению и обозначениям.

При рассмотренном достаточно крутом наклоне стенок наблюдаются и первая, и вторая зоны равенства коэффициентов отражения по мощности волн с *E*- и *H*-поляризациями соответственно

Е. В. Копосова, В. Каспарек, Х. Хёнль

362



при малых и при больших глубинах им соответствуют виртуальные линии, проведённые через звёздочки на рис. 6*а.* Для части значений параметров имеется линия равенства фаз, причём только для второй зоны глубоких профилей, однако линии равных коэффициентов отражения по мощности не совпадают с линиями равных фаз. Имеется одна точка близости коэффициентов отражения по мощности и по фазе: $q_q \approx 0,7$ при $a \approx 1,8$, однако коэффициенты отражения по мощности в этой точке составляют всего $|R_E|^2 = |R_H|^2 \approx 0,05$, что непригодно для использования в диплексере. Примеры профилей, удовлетворяющих условию $|R_E|^2 = |R_H|^2 \approx 0,8$ из первой и второй зон изображены на рис. 66 и 6, на которых масштабы по осям абсцисс и ординат равны. Им соответствуют точки $q_q \approx 0,91$, $a \approx 0,55$ и $q_q \approx 0,45$, $a \approx 1,45$. Профиль из первой зоны, обладающий малой глубиной (рис. 66), визуально похож на профили, показанные на рис. 36 и 6, отличаясь от профиля на рис. 36 более крутым зубом. Это ещё раз подтверждает тот факт, что основное влияние на свойства отражения оказывает ширина канавки, а форма зуба при его небольших размерах влияет на них в меньшей степени.

Рис. 6. Равные по мощности режимы отражения для профилей с одинаковым крутым наклоном стенок (синусоидой в десятую долю периода) и различной шириной канавки. Панель (б) отвечает $q_q \approx 0.91, a \approx 0.55$, панель (6) — $q_q \approx 0.45, a \approx 1.45$

5. ПОИСК ПРОФИЛЯ ГОФРИРОВКИ, ОБЕСПЕЧИВАЮЩЕГО РАВНОЕ ПО МОЩНОСТИ И ФАЗЕ ОТРАЖЕНИЕ ВОЛН С *Е-* И *Н-*ПОЛЯРИЗАЦИЯМИ

Для достижения равенства фаз при имеющемся равенстве коэффициентов отражения по мощности волн с E- и H-поляризациями необходимо работать во второй зоне равенств этих коэффициентов при больших глубинах (см. рис. 3–6) и кроме этого, включить внутреннюю перегородку определённой высоты $A_{\rm rel} \neq 0$ для возможности управления фазами коэффициентов отражения. Вершина перегородки может играть роль виртуального дна для волны с E-поляризацией, которая не сможет проникнуть ниже неё, в то время как волна с H-поляризацией будет отражаться от реального дна профиля. Ввиду наличия перегородки на профиле периода гофрировки появляются резонансные полости и, следовательно, возможность взаимодействия отражённых от них

волн. Таким образом, наряду с возможностью выравнивания коэффициентов отражения по мощности для волн с разными поляризациями, имеется дополнительный параметр для достижения равенства их фаз.

Исследуем тенденцию изменения дифракционных свойств, т. е. коэффициента отражения в зависимости от общей амплитуды гофрировки для профилей, характеризуемых разными шириной и наклоном стенок канавки. В качестве варьируемого параметра возьмём высоту перегородки. Проведём исследование, начиная с самой широкой канавки, соответствующей $q_q = 1$, в сторону сужения до $q_q \approx 0.5$ при равных наклонах средней величины $q_d = 0.5$, при которых вторая зона равных по мощности режимов для исследованных в предыдущем параграфе профилей без перегородки наиболее ярко выражена.

Построим и исследуем ряд семейств кривых при фиксированных ширине канавки и её наклоне, варьируя амплитуду перегородки $A_{\rm rel} \in (0,1)$. Звёздочками представим точки пересечения зависимостей для коэффициентов отражения волн с *E*- и *H*-поляризациями по мощности и по фазе с учётом смещения последней на $\pm \pi$, т.е. равные по мощности и фазе режимы. Цифрами обозначим соответствующие амплитуды перегородки $A_{\rm rel}$. Опишем тенденцию видоизменения зависимостей, а наиболее значимые результаты представим на рис. 7.

При самой широкой канавке, соответствующей $q_q = 1$, линия равных по мощности режимов монотонна, единственна и по параметрам не соответствует линии равных по фазе режимов, которая смещена в сторону более глубоких профилей. При сужении канавки ($q_q = 0.75$) линия равных по мощности режимов видоизменяется и, кроме этого, появляется вторая линия, которая немонотонна, «медленна» и локализована вблизи больших значений коэффициентов отражения по мощности $|R_E|^2 = |R_H|^2 \ge 0.85$. На ней уже есть точки, приближающиеся к соответствующим точкам на линии равных по фазе режимов. Точки равенства фаз начинают соответствовать точкам равенства мощностей лишь при профилях с заполнением примерно половины периода и при достаточно высоких амплитудах как самой гофрировки, так и перегородки.

Один из таких режимов при искомом уровне коэффициентов отражения $|R_E|^2 = |R_H|^2 \approx 0.8$ локализован между $q_q = 0.6$ (рис. 7*a*) и $q_q = 0.5$ (рис. 7*b*), поскольку точки равных по мощности и равных по фазе режимов подходят к точке их совпадения при высоте перегородки $A_{\rm rel} \approx 0.7$ и амплитуде профиля $a \approx 1.3$ с разных сторон. Точки, иллюстрирующие проявление этого режима, отмечены на рис. 7 стрелками. Более точно этот режим может быть достигнут тонкой подстройкой параметров. Приводимые рисунки иллюстрируют способ его нахождения и демонстрируют его существование. Профиль, соответствующий найденному режиму, изображён на рис. 8*a*.

На рис. 86 изображён другой вариант профиля, осуществляющего равное по мощности отражение на уровне $|R_E|^2 = |R_H|^2 \approx 0,775$ при совпадении фаз с точностью $\pm \pi$. Разность фаз для отражённых от зеркала с таким профилем волн с E- и H-поляризациями такая же, как и при отражении от гладкой идеально проводящей плоскости и равна π . Этот профиль в нашей терминологии описывается параметрами $q_d = 0,485$, $q_q = 0,282$ и $a \approx 0,77$ при отсутствии внутренней перегородки в виде синусоиды в его нижней части, т.е. $A_{\rm rel} = 0$. Вместо неё к профилю добавляется третья гармоника с достаточно большой амплитуды $A_{\rm gar} = 1,18$. В этом профиле именно эта гармоника является определяющей, поэтому основная амплитуда профиля a существенно меньше по величине. Это соотношение амплитуд в выбранном формализме описания никак не сказывается на реальной глубине профиля. Такой профиль также может быть описан суммой Фурье из 5 гармоник:

$$y = \sum_{j=0}^{4} A_j \cos(jx),$$
 (16)

Е. В. Копосова, В. Каспарек, Х. Хёнль

Рис. 7. Локализация равного по мощности и одновременно равного по фазе режима отражения, достигнутая с помощью анализа профилей с фиксированными параметрами ширины и наклона стенок и вариацией амплитуды перегородки. Панель (a) отвечает $q_d \approx 0.5$, $q_q \approx 0.6$, панель (b) — $q_d \approx 0.5$, $q_q \approx 0.5$

где $A_0 = -1,508$, $A_1 = 0,435$, $A_2 = -0,124$, $A_3 = 0,411$, $A_4 = 0,333$.

Визуально профиль имеет две внутренних перегородки вместо одной, причём вершины перегородок найденного выше (рис. 8a) и рассматриваемого в настоящий момент (рис. 8b) профилей находятся практически на одном расстоянии от верхней точки. Верх перегородок профиля на рис. 8b незначительно ниже. Также незначительно ниже ⁴ и отвечающий ему коэффициент отражения по мощности. Волна с *E*-поляризацией заходит в него немного глубже. Поскольку перегородок две и расстояние между ними не может быть большим, канавка профиля, осуществляющего искомый режим, может занимать бо́льшую часть периода, чем в случае с одной перегородкой,

 $^{^4}$ Коэффициенты отражения в этих двух случаях различаются на 2,5 %.

Рис. 8. Форма профилей гофрировки, обеспечивающей поляризационно независимое отражение и зависимости коэффициентов отражения для волн с *E*- и *H*-поляризациями в нулевой порядок дифракции по мощности и фазе от амплитуды гофрировки. Панелям (*a*) и (*b*) отвечает $q_d = 0.5$, $q_q \approx 0.55$, $a \approx 1.3$, $A_{\rm rel} = 0.7$, панелям (*b*) и (*b*) – $q_d \approx 0.485$, $q_q \approx 0.282$, $a \approx 0.77$, n = 3, $A_{\rm gar} = 1.18$. Сплошные кривые соответствуют *H*-поляризации, пунктирные — *E*-поляризации

что и наблюдается для рассматриваемого профиля. Практическое совпадение уровней вершин перегородок по отношению к верхней точке профиля обеспечивает идентичность зависимостей коэффициентов отражения по мощности для волны с *E*-поляризацией от амплитуды профиля (рис. 8*6*, *г*) для обоих профилей.

Однако зависимости коэффициентов отражения по мощности (рис. 8e, e) для волны H-поляризацией для профиля, изображённого на рис. 8b, намного быстрее и круче, чем для профиля, показанного на рис. 8a. То же относится и к зависимостям коэффициентов отражения от частоты вблизи рабочей точки. Крутизна этих зависимостей приводит к существенному ужесточению допусков при изготовлении гофрированного зеркала с профилем, показанным на рис. 8b, а также к повышению требований к размерам пучков, которые в данном случае должны быть более близки к плоским волнам. К тому же этот профиль более сложен в изготовлении из-за большего количества внутренних элементов на его периоде.

Е. В. Копосова, В. Каспарек, Х. Хёнль

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе проиллюстрирована возможность построения профиля гофрированных зеркал диплексера, обладающего универсальными поляризационными характеристиками. Падающие на такое зеркало волны с *E*- и *H*-поляризациями отражаются от него с одинаковыми коэффициентами по мощности и по фазе. Исследование выполнено для достаточно простых гладких профилей гофрировки в приближении отсутствия потерь. Для осуществления таких режимов требуется достаточное количество параметров в описании профилей. Для выравнивания коэффициентов отражения только по мощности достаточно двух, для выравнивания по модулю и фазе достаточно четырёх параметров. Параметры в описании профиля могут быть любые, но удобнее взять физически наглядные величины, представляющие ширину и внутреннюю структуру канавки на периоде. Тогда возможно предварительное прогнозирование отражающих свойств гофрированного зеркала из физических соображений.

Предложенный метод поиска профиля с нужными свойствами был применён к конфигурации стандартного диплексера, подразумевающего потребность в отражении в нулевой порядок дифракции с коэффициентами отражения $|R_E|^2 = |R_H|^2 \approx 0.8$. Однако метод работает и для других значений параметров и его применение возможно для нахождения профиля, обеспечивающего решение других задач. В частности, для работы диплексера Маха—Цандера необходим режим отражения волн с *E*- и *H*-поляризациями в нулевой дифракционный порядок с $|R_E|^2 =$ $|R_H|^2 \approx 0.5$. При этом наряду с обеспечением равенства коэффициентов отражения по мощности нужно достичь также совпадения фаз отражения. Поиск профиля для такого режима в классе профилей с одной перегородкой представляет больше трудностей, чем нахождения профиля с $|R_E|^2 = |R_H|^2 \approx 0.8$. Это связано с проблемами, обусловленными быстрыми зависимостями коэффициента отражения для волн с *H*-поляризацией от параметров. Вследствие этого такой режим в принципе не может быть устойчивым, хотя он и может быть рассчитан с любой разумной точностью.

Существуют простейшие закономерности, позволяющие на качественном уровне объяснить, каким образом построенный профиль обеспечивает желаемый режим. Из них можно сделать прогнозы о предполагаемой форме профиля для достижения нужного режима. Однако для точного синтеза профиля необходимо строгое решение дифракционной задачи (в данном случае методом интегрального уравнения) с возможностью простой, например визуальной, обработки данных для выявления тенденций численных закономерностей.

В работе приводятся примеры профилей, осуществляющих как равные по мощности (без учёта фаз), так и равные по мощности и одновременно равные по фазе режимы отражения, предположительно имеющие практическое значение. Подробным графическим описанием проиллюстрированы их дифракционные свойства и показана возможность использования в диплексере.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (гранты 11–02–00554–а, 11–02–97080–р_поволжье_а, 11–02–97107–р_поволжье_а).

Авторы выражают благодарность С. Н. Власову, Л. В. Лубяко и М. И. Петелину за внимание к работе и ценные обсуждения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кошуринов Ю. И., Павельев В. Г., Петелин М. И. и др. // Письма в ЖТФ. 2005. Т. 31, вып. 16. С. 73.

Е. В. Копосова, В. Каспарек, Х. Хёнль

- Bruschi A., Erckmann V., Kasparek W., et al. // IEEE Trans. Plasma Sci. 2010. V. 38, No. 6. P. 1427.
- 3. Копосова Е. В., Петелин М. И. // Изв. вузов. Радиофизика. 1989. Т. 32, № 9. С. 1178.
- 4. Вайнштейн Л. А. Электромагнитные волны. М.: Радио и связь. 1988. 440 с.
- 5. Electromagnetic theory of gratings / Ed. by R. Petit. Berlin, Heidelberg, New York: Springer-Verlag, 1980.
- 6. Вайнштейн Л. А., Суков А. И. // Радиотехника и электроника. 1984. Т. 29, № 8. С. 1472.
- 7. Власов С. Н., Копосова Е. В., Лапшина А. И. // Изв. вузов. Радиофизика. 2006. Т. 49, № 5. С. 391.
- 8. Штыков В. В. FORTRAN & Win32 API. Создание программного интерфейса для Windows средствами современного Фортрана. М.: Диалог МИФИ, 2001.
- 9. Шестопалов В. П., Кириленко А. А., Масалов С. А., Сиренко Ю. К. Резонансное рассеяние волн. Т. 1. Дифракционные решётки. Киев: Наукова думка, 1986.

Поступила в редакцию 28 ноября 2011 г.; принята в печать 30 мая 2012 г.

CORRUGATION PROFILE FOR DIPLEXER MIRRORS REFLECTING *E*- AND *H*-POLARIZED WAVES EQUALLY IN POWER AND PHASE

E. V. Koposova, W. Kasparek, and H. Höhnle

We describe a method of synthesizing a profile of the corrugated surface, which performs equal-inpower reflection of E- and H-polarized waves in the case, where a phase difference of the reflection coefficients is a multiple of π . It is demonstrated that realization of such a regime requires a sufficient number of parameters in the profile description. Ambiguity of the obtained solution is shown, i.e., the existence of different profiles with the required properties. Variants of such profiles are presented, and their diffraction characteristics are compared. The study is based on a rigorous numerical solution of the integral equation obtained by using a special interactive computer code.