

УДК 534.26:537.874

О РЕШЕНИИ ЗАДАЧИ ДИФРАКЦИИ, ОСНОВАННОМ НА ИСПОЛЬЗОВАНИИ ИСТОЧНИКОВ СФЕРИЧЕСКИХ ВОЛН

И. Ш. Фикс

Институт прикладной физики РАН, г. Нижний Новгород, Россия

Рассмотрена внешняя задача дифракции на компактных телах, для которых известна область, содержащая множество особенностей аналитического продолжения волнового поля. Подход к её решению основан на представлении рассеянного поля в виде рядов по расходящимся из нескольких центров сферическим волнам, амплитуды которых определяются из краевого условия путём решения обратной задачи. Получено условие, позволяющее определить минимальное число радиационных центров и их оптимальное расположение внутри рассеивателя. Приведены результаты численного моделирования.

ВВЕДЕНИЕ

Один из наиболее универсальных способов анализа задач дифракции предполагает их сведение к интегральным уравнениям. Однако решение последних на практике часто сопряжено со значительными трудностями. Основные подходы к анализу этих уравнений и возникающие при этом проблемы изложены в [1]. Одним из альтернативных методов решения задач дифракции является метод дискретных источников, основанный на принципе эквивалентности: рассеиватель, являясь источником вторичного, т. е. рассеянного, поля, заменяется набором сторонних фиктивных источников, создающих такое же поле, как и рассеиватель [2]. В последнее время различные варианты этого метода, отличающиеся друг от друга типом используемых источников и их расположением внутри рассеивателя, эффективно используются для решения краевых задач в теории рассеяния, см., например, [2–5], а также приведённую обширную библиографию. По существу, решение задачи рассеяния строится как конечная линейная комбинация полей элементарных источников, амплитуды которых определяются из граничных условий. Основная проблема при таком подходе заключается в выборе степени мультипольности источников и оптимальных конфигураций носителей, на (или внутри) которых они расположены.

Условно методы дискретных источников можно разбить на два класса. Первый соответствует случаю, когда простые источники-монополи достаточно плотно расположены на некоторой поверхности. Известно, что для корректности такого подхода необходимо, чтобы поверхность-носитель охватывала всё множество особенностей аналитического продолжения волнового поля внутри рассеивателя [6]. Игнорирование этого условия часто приводило к большим ошибкам при расчётах характеристик рассеиваемых полей не только в вариантах этого метода, часто называемого методом вспомогательных источников, но и в других методах, предполагающих построение вспомогательных поверхностей [7].

Второй класс методов основан на использовании сравнительно небольшого числа мультипольных источников или источников расходящихся сферических волн. Здесь расположение центров таких источников (так называемых радиационных центров) и их количество определялись лишь общими рекомендациями [2, 3, 5]. В частности, в [5] было отмечено, что эти методы, несмотря на некоторые преимущества, не получили широкого распространения отчасти потому, что являются интуитивно менее понятными: при их применении трудно определить оптимальное

местоположение мультипольных источников. Например, известны работы, в которых рассеянное вытянутыми телами поле представлялось одним рядом Рэлея, т.е. рядом по расходящимся сферическим волнам, что неверно. Такое представление справедливо только для весьма ограниченного класса рассеивателей, обычно называемых телами Рэлея, которые, как правило, имеют гладкие поверхности, не слишком отличающиеся от сферы; подробное обсуждение этих вопросов см., например, в [1].

В настоящей работе рассматривается подход к решению внешней задачи дифракции на компактных телах, основанный на представлении рассеянного поля в виде рядов по расходящимся из нескольких центров сферическим волнам (гармоникам). Выводится условие, позволяющее определить минимальное число радиационных центров и их оптимальное расположение для случая, когда известна область V , содержащая всё множество особенностей аналитического продолжения волнового поля внутрь рассеивателя. Рассмотрение проводится в общем виде, однако при выполнении численных расчётов и для наглядности на рисунках полагается, что рассеиватель является вытянутым сфероидом, для которого область V есть межфокусный отрезок [6]. Амплитуды сферических гармоник, найденные из краевого условия (конкретно применялось условие Дирихле) путём решения обратной задачи, используются для нахождения диаграммы рассеяния.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ ДИФРАКЦИИ

Пусть имеется компактный рассеиватель, ограниченный некоторой гладкой поверхностью S . Рассмотрим задачу об определении диаграммы рассеяния при падении на тело плоской монохроматической волны с частотой ω , временная зависимость полей в которой определяется множителем $\exp(-i\omega t)$, когда на его поверхности S заданы определённые краевые условия. В настоящей работе ограничимся рассмотрением условия Дирихле:

$$p^0(x) + p(x) = 0, \quad x \in S, \quad (1)$$

где $p^0(x)$ и $p(x)$ — падающее и рассеянное поле соответственно, x — обобщённая координата. Поле $p(x)$ удовлетворяет вне рассеивателя однородному уравнению Гельмгольца, условию излучения на бесконечности и краевому условию (1). Задача состоит в определении угловой зависимости $p(x)$ вдали от рассеивателя,

Положим, что известна область V , содержащая всё множество особенностей аналитического продолжения рассеянного волнового поля внутрь S [6]. Тогда, расположив источники в области V и «подобрав» их характеристики так, чтобы выполнялось условие (1), задачу дифракции можно считать решённой. Однако непосредственно определить характеристики источников в общем случае не представляется возможным: соответствующая обратная задача будет настолько плохо обусловлена, что ни о какой точности говорить не приходится. Дальнейшее рассмотрение будет основываться на так называемом мультипольном разложении [8]: поле источников вне охватывающей их сферической поверхности представляется либо в виде суммы расходящихся из её центра сферических волн, либо непосредственно в виде суперпозиции мультипольных источников, помещённых в её центр. Вопросы эквивалентности описания полей источников подробно обсуждены в [8]. В данной работе ограничимся описанием поля с помощью источников сферических волн, что технически сделать проще¹. Отметим, что количество сферических источников, требуемых для того, чтобы рассеянное поле на поверхности рассеивателя представляло бы собой суперпозицию расходящихся волн, будет зависеть от конфигурации и расположения области V внутри S .

¹ Естественно, что все полученные выводы будут справедливы и при использовании мультипольных источников.

Вначале рассмотрим простейшую ситуацию, когда область V можно окружить воображаемой сферой S_1 , такой, что она будет целиком находиться внутри поверхности S — см. рис. 1а. В этом случае поле на поверхности S и вне неё может быть представлено в виде ряда по расходящимся из центра S_1 сферическим волнам — ряда Рэлея [1], а сам рассеиватель является рэлеевским. Таким образом, задача дифракции сводится к определению амплитуд сферических гармоник по значениям поля на поверхности S , охватывающей S_1 . Отметим, что для её решения могут быть использованы различные методы, например метод Т-матриц [1, 7]. К сожалению, рассмотренный случай налагает достаточно жёсткие условия на геометрию поверхности S , поскольку класс рэлеевских рассеивателей очень невелик.

Например, для вытянутого сфероида требуется, чтобы его эксцентриситет ε был меньше $1/\sqrt{2}$.

Рассмотрим более общий случай, когда некоторые участки поверхности S могут располагаться внутри сферы, окружающей область V . На таких участках поле источников из V при его описании сферическими волнами с одним центром будет представлять собой неразделимую смесь расходящихся и приходящих волн (физическая трактовка этого явления дана в [1]), что не позволит решить задачу. Для того, чтобы поле в каждой точке поверхности S являлось суммой только расходящихся волн, необходимо разбить область V на подобласти так, что охватывающие их сферы целиком лежали внутри поверхности S . Это всегда можно сделать, учитывая принцип суперпозиции. Наглядное представление даёт рис. 1б: система из J сферических поверхностей S_j , $j = 1, \dots, J$, с одной стороны, полностью содержит источники, расположенные в области V , а с другой — находится внутри поверхности S . Тогда в любой точке пространства, расположенной вне системы сфер S_j , в том числе и на поверхности S , поле будет представлять собой сумму расходящихся из центров S_j (обозначенных точками на рис. 1б) сферических волн. Более строго следует говорить, конечно, о поле вне некоторой поверхности Ляпунова, охватывающей сколько угодно близко систему этих сфер.

Формализуем задачу. Введём J локальных сферических систем координат: r^j , $0 \leq \theta^j \leq \pi$, $-\pi \leq \varphi^j < \pi$, с центрами в радиационных центрах o_j и одну общую сферическую систему координат с центром в точке o , расположенной внутри S , относительно которой в дальнейшем будет определяться диаграмма рассеяния. Расходящиеся из центров o_j волны могут быть представлены рядом [1, 8]:

$$p^j(r^j, \theta^j, \varphi^j) = \sum_{n=0}^{\infty} h_n^{(1)}(kr^j) \sum_{m=-n}^n P_n^m(\cos \theta^j) [c_{nm}^j \exp(m\varphi^j)], \quad (2)$$

где $P_n^m(\cos \theta^j)$ — присоединённые функции Лежандра первого рода, $h_n^{(1)}(kr^j)$ — сферические функции Бесселя третьего рода, k — волновое число, c_{nm}^j — коэффициенты разложения, или амплитуды сферических волн, подлежащие определению.

Обозначим радиус-векторы с началом в точке o точек, принадлежащих области V и поверхности S , а также точек o_j , через $\mathbf{r}_V^o$, $\mathbf{r}_S^o$ и $\mathbf{r}_j^o$ соответственно. Тогда можно сформулировать условие, позволяющее описать поле на и вне поверхности рассеивателя в виде суперпозиции расходящихся из радиационных центров сферических волн. Для любой точки области V должна найтись, по крайней мере, одна точка o_j , такая, что расстояние между ними $|\mathbf{r}_V^o - \mathbf{r}_j^o|$ было меньше расстояния

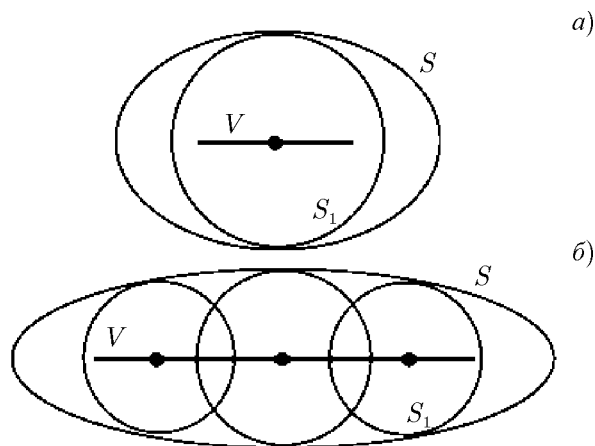


Рис. 1. Геометрия рассеивателей

от o_j до любой точки поверхности рассеивателя $|\mathbf{r}_j^o - \mathbf{r}_S^o|$:

$$\forall \mathbf{r}_V^o, \exists \mathbf{r}_j^o: |\mathbf{r}_V^o - \mathbf{r}_j^o| \leq \min_{\mathbf{r}_S^o} |\mathbf{r}_j^o - \mathbf{r}_S^o|. \quad (3)$$

При выполнении условия (3), поле источников, расположенных в области V , в любой точке на поверхности S будет представлять собой сумму расходящихся сферических волн (2). Следовательно, рассеянное поле в точке с координатами r, θ, φ , лежащей на и вне поверхности S , учитывая взаимно-однозначное соответствие между координатами r, θ, φ и r^j, θ^j, φ^j , может быть описано суммой $\sum_j p^j(r^j, \theta^j, \varphi^j)$:

$$p(r, \theta, \varphi) = \sum_{j=1}^J \sum_{n=0}^{\infty} h_n^{(1)}(kr^j) \sum_{m=-n}^n P_n^m(\cos \theta^j) [c_{nm}^j \exp(m\varphi^j)]. \quad (4)$$

Таким образом, получено представление рассеянного поля в виде суммы рядов по расходящимся из нескольких центров сферическим волнам. В принципе, это представление можно рассматривать как обобщение представления (гипотезы) Рэлея или метода Т-матриц, соответствующих случаю $J = 1$.

Очевидно, что выбор количества центров o_j и их расположения в большой степени произволен и должен удовлетворять лишь условию (3). Для определения минимального числа радиационных центров J и их координат заметим, что (3) может быть представлено в виде

$$V \subseteq \bigcup_{j=1}^J S_j, \quad S_j = \{s_j: |s_j - o_j| = r^j\}, \quad S_j \subseteq S. \quad (5)$$

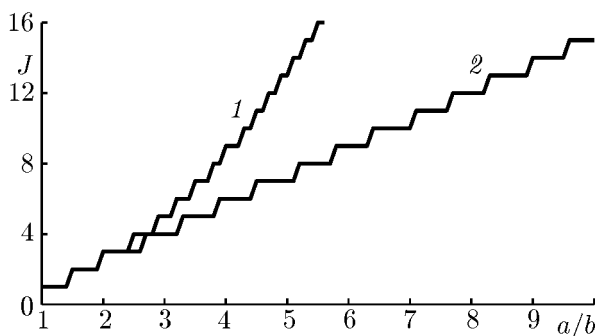


Рис. 2. Зависимость минимального числа источников, расположенных эквидистантно (кривая 1) и оптимально (2), от отношения полуосей сфероидов

эллипсоидов, от отношения полуосей вытянутого сфероидов a/b , где a — большая полуось, b — малая полуось. Зависимости соответствуют различным случаям расположения центров o_j на межфокусном отрезке (кривая 1 соответствует эквидистантному расположению, 2 — оптимальному расположению, при котором достигается абсолютный минимум J). Видно, что, во-первых, для вытянутых сфероидов оптимальное расположение радиационных центров существенно сокращает их число. Во-вторых, использование одного сферического источника оправдано только при $a/b \leq 1/\sqrt{2}$ (или, что то же самое, $\varepsilon \leq 1/\sqrt{2}$), т. е. для рэлеевского рассеивателя [1].

Здесь следует заметить, что во-первых, полученные условия (3) и (5) являются общими и определяют необходимое количество радиационных центров независимо от того, какое разложение поля используется — по источникам сферических волн или по мультипольным источникам.

Во-вторых, наличие внутри V точек, для которых условие (3) выполняется одновременно для двух или более центров o_j , строго говоря, не позволит однозначно найти амплитуды расходящихся из этих центров сферических волн по отдельности и можно будет найти лишь их линейные комбинации. Однако ясно, что такая неоднозначность никак не скажется на рассчитываемой диаграмме рассеяния.

Таким образом, задачу дифракции можно сформулировать следующим образом: найти из (4) по значениям поля $p(r_s, \theta_s, \varphi_s)$ на поверхности рассеивателя S (определённым из (1) по падающему полю $p^0(r_s, \theta_s, \varphi_s)$), где точка с координатами $r_s^j, \theta_s^j, \varphi_s^j$ для любого j принадлежит S) амплитуды расходящихся сферических волн c_{nm}^j . И далее, подставив найденные значения c_{nm}^j в (4) и, устремив $r \rightarrow \infty$, получить диаграмму рассеяния $f(\theta, \varphi)$. Например, в случае падения плоской волны единичной амплитуды с нулевой фазой в точке o имеем $f(\theta, \varphi) = \lim_{r \rightarrow \infty} [r \times \exp(-ikr)p(r, \theta, \varphi)]$.

2. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ДИФРАКЦИИ

Сформулированную задачу будем решать, исходя из требования минимального различия рассеянного и реконструированного (4) полей на поверхности S . Отметим, что если величина этого различия будет пренебрежимо мала на поверхности S , то она будет мала и при $r \rightarrow \infty$; обратное утверждение, в общем случае, неверно. Далее ограничимся решением задачи в постановке, предполагающей сведение её к конечномерной переопределённой системе линейных алгебраических уравнений относительно амплитуд гармоник c_{nm}^j . Для этого зададим на поверхности S достаточно большое число точек L так, чтобы расстояние между ближайшими точками было много меньше $\min(2\pi/k, R)$, где R — характерный размер рассеивателя. Значения рассеянного и падающего полей в этих точках будем рассматривать как компоненты L -элементных векторов-столбцов $\mathbf{p}$ и $\mathbf{p}^0$ соответственно. Для любого j ограничим верхний предел суммы по n в (4) числом N и введём векторы-столбцы $\mathbf{c}$, элементы которых есть упорядоченные по j и парам индексов n и m значения амплитуд сферических гармоник c_{nm}^j . Полное число компонент вектора $\mathbf{c}$ есть $J(N+1)^2$. И, наконец, определим матрицу $\mathbf{G}$, элементы которой представляют собой упорядоченные коэффициенты, связывающие p_l , $l = 1, \dots, L$, и амплитуду соответствующей гармоники. Тогда (4) запишется в виде $\mathbf{p} = \mathbf{G}\mathbf{c}$. Учитывая (1), для определения амплитуд сферических гармоник получим окончательно

$$\mathbf{G}\mathbf{c} = -\mathbf{p}^0. \quad (6)$$

Прежде, чем решать систему (6), сделаем ряд уточнений, касающихся числа определяемых гармоник. С одной стороны, нет никакой необходимости делать его сопоставимым с L . Это связано с тем, что, во-первых, при расчётах диаграммы рассеяния не имеет смысла учитывать гармоники, поля которых быстро спадают с расстоянием [8]. Например, при $kR \gg 1$ можно было бы ограничиться величиной N_0 , не превосходящей $(2 \div 3)kR$, а при $kR < 1$ — величиной $N_0 = 3$; здесь и далее N_0 — степень старшей гармоники в (4). Во-вторых, при большом числе определяемых гармоник матрица $\mathbf{G}$ будет настолько плохо обусловленной, что система (6) окажется практически неразрешимой. Однако, с другой стороны, учитывая, что вектор $\mathbf{c}$ не является сингулярным вектором матрицы $\mathbf{G}$ за исключением вырожденного случая, когда поверхность S — сфера и $J = 1$, для качественного определения его элементов требуется, чтобы $N \gg N_0$. Выполнение условия $L \gg J(N+1)^2$ необходимо в любом случае.

Учтём, что матрица $\mathbf{G}$ переопределённой системы (6), в которой число неизвестных меньше числа уравнений, в силу дискретности описания поля на поверхности и конечного числа гармоник будет иметь полный ранг, хотя и может быть очень близка к вырожденной. В этом случае

наиболее просто решить (6) в среднеквадратическом приближении. Такое решение хорошо известно [8]:

$$\mathbf{c} = -(\mathbf{G}^H \mathbf{G})^{-1} \mathbf{G}^H \mathbf{p}^0, \quad (7)$$

где индекс H означает эрмитово сопряжение. Подставив элементы найденного вектора $\mathbf{c}$ в (4), легко определить диаграмму рассеяния $f(\theta, \varphi)$.

Важно отметить, что фактически возможность «качественного» определения вектора $\mathbf{c}$ ограничивает только сложность вычислений. При численных расчётах для получения решения (6) с гарантированной точностью требуется, чтобы число обусловленности обращаемой матрицы q было много меньше $1/\delta_0$, где δ_0 — погрешность проведения вычислений. Учитывая, что в подавляющем числе случаев вычисления проводятся с двойной точностью (числа двойной точности с плавающей запятой обеспечивают относительную точность около 16 десятичных цифр), можно положить $\delta_0 \approx 10^{-16}$ и получить, что предельная величина $q \approx 10^{12} \div 10^{14}$. С этой точки зрения при практических вычислениях вместо (7) более предпочтительна запись решения в виде [10]:

$$\mathbf{c} = -\mathbf{G}^+ \mathbf{p}^0, \quad (8)$$

где $\mathbf{G}^+$ есть псевдообратная матрица для $\mathbf{G}$ — так называемая матрица Мура—Пенроуза [10]. Очевидно, что при использовании для расчётов соотношения (8) число обусловленности матрицы $\mathbf{G}$ не должно превышать величины порядка 10^{14} , тогда как использование (7) ограничивает q величиной примерно равной 10^7 . При расчётах для улучшения обусловленности матрицы $\mathbf{G}$ предварительно осуществлялось масштабирование её столбцов [11] с использованием диагональной матрицы, элементы которой обратно пропорциональны нормам полей соответствующих гармоник с весами, отвечающими их вкладу в диаграмму рассеяния.

3. ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

При моделировании полагалось, что поверхность S является поверхностью вытянутого вдоль оси z сфероида с центром o в начале координат. Координаты радиационных центров o_j располагались эквидистантно на межфокусном отрезке. Характеристики рассеянного поля исследовались для случая падения плоской волны единичной амплитуды с направлением волнового вектора, задаваемым углами θ_0 (угол отсчитывается от оси z) и $\varphi_0 = 0$, на сильно вытянутый сфероид с эксцентриситетом $\varepsilon = 0,98$, что соответствует $a/b = 5$.

На рис. 3 приведены сечения модуля диаграммы рассеяния $|F(\psi)|$ для $\theta_0 = \pi/2$. Здесь $F(\psi) = f(\theta, \varphi)$, где $\psi = \theta$ при $\varphi = 0$ и $\psi = 2\pi - \theta$ при $\varphi = \pi$; направлению рассеяния назад соответствует $\psi = \theta_0$; волновое число $k = 1 \text{ м}^{-1}$. Пунктирная кривая соответствует $J = 1$ и $N = 16$ и фактически отвечает представлению рассеянного поля в виде ряда Рэлея, т. е. волны, расходящийся из одного центра. Сплошная линия соответствует случаю $J = 5$ и $N = 16$; точки на рисунке — значения диаграммы рассеяния $|F_0(\psi)|$, вычисленные методом нулевого поля и приведённые в [7].

На рис. 4 для того же случая приведены абсолютные ошибки

$$\Delta = \left[(2\pi)^{-1} \int ||F_0(\psi) - F(\psi)||^2 d\psi \right]^{1/2}$$

для различных J в зависимости от N . Отметим, что ошибки Δ не изменяются при дальнейшем увеличении N вплоть до значений, при которых обусловленность обращаемой матрицы не превзойдёт предельной величины порядка 10^{14} . Наличие систематической ошибки $\Delta = 0,0015$, по видимому, соответствует точности воспроизведения значений $|F_0(\psi)|$. Из приведённых рисунков

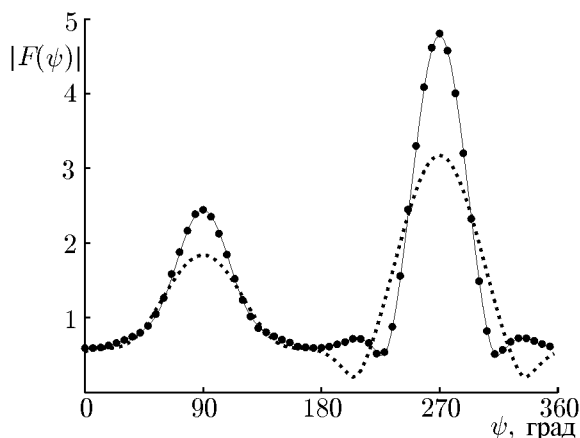


Рис. 3. Сечения модуля диаграммы рассеяния при $J = 1$ (пунктир) и $J = 5$ (сплошная линия)

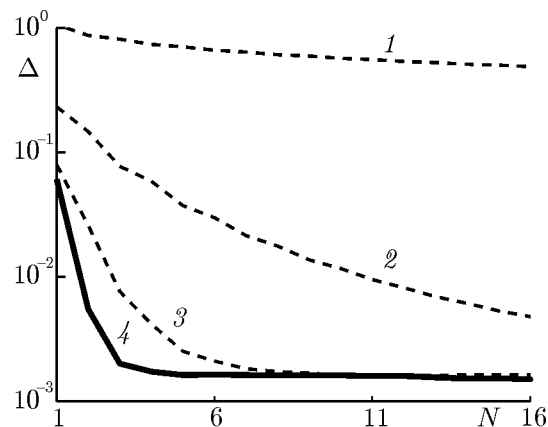


Рис. 4. Зависимости абсолютных ошибок Δ от N для различных J : кривая 1 соответствует $J = 1$, 2 — $J = 3$, 3 — $J = 5$ и 4 — $J = 7$

отчётливо видно, что в данном случае при расчётах вполне достаточно взять $J = 5$; при меньших значениях J величины ошибок становятся существенными, а при больших — практически не изменяются.

Далее остановимся на величине относительного отличия на поверхности S падающего поля $\mathbf{p}^0$ от рассеянного поля, полученного при его описании в виде рядов по расходящимся сферическим волнам,

$$\delta = |\mathbf{p}^0 - \mathbf{G}\mathbf{G}^+\mathbf{p}^0|/|\mathbf{p}^0|;$$

размер вектора $\mathbf{p}^0$ (или, что то же самое, число точек на поверхности S) есть $L = 10^4$. При $J = 1$ величина невязки краевого условия δ достаточно слабо изменяется с ростом N от 0,6 до 0,5. Отметим, что при больших J величина ошибки Δ не зависит от J и практически не изменяется с увеличением N от 8 до 16 — см. рис. 4. В то же время невязка уменьшается с $\delta = 0,03$ до $\delta = 0,01$ для $J = 5$ и с $\delta = 0,01$ до $\delta = 2 \cdot 10^{-5}$ для $J =$

$= 7$. Таким образом, несмотря на не очень маленькую величину относительной невязки $\delta = 0,01$, ошибка определения рассеянного поля далеко от рассеивателя оказалась небольшой. Отметим, что при такой невязке качественное воспроизведение рассеянного поля близко от рассеивателя, скорее всего, невозможно². Однако, невязка $\delta = 2 \times 10^{-5}$ при $J = 7$ и $N = 16$ уже может оказаться достаточной для определения рассеянного поля в любой точке вне S .

На рис. 5 приведена зависимость $Q = |F(2\pi - \theta_0)|^2/|F(\theta_0)|^2$, т.е. отношения сечения рассеяния вперёд к сечению рассеяния назад, от ka при $a/b = 5$ и $\theta_0 = \pi/2$. Там же для некоторых значений ka указаны минимальные значения J , при которых с увеличением N относительное изменение Q было меньше 10^{-5} . Отметим, что с изменением ka от 0,1 до 6 величина J увеличивается от 2 до 9 и далее не изменяется. Аналогичные результаты получаются и для иных

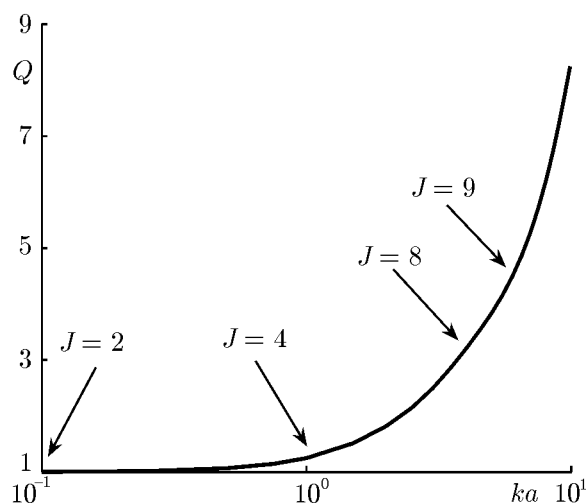


Рис. 5. Зависимость Q от ka

² На уменьшение ошибки при вычислении рассеянного поля с ростом расстояния от рассеивателя было обращено внимание в [1].

значений θ_0 . Так, например, при $\theta_0 = 0$ с ростом ka от 0,1 до 10 величина J увеличивалась от 4 до 9 соответственно.

Отметим, что в исследованных случаях число источников J при эквидистантном расположении радиационных центров (рис. 4, 5), достаточное для получения результатов с хорошей точностью, оказывалось меньше (иногда значительно меньше) вычисленного значения $J = 13$ (рис. 2). Это может быть объяснено следующим образом. Условие (3), из которого находится минимальное число источников J , определяется только геометрией поверхности S и области V . Однако на практике, учитывая конечную точность вычислений, строго соблюдать его, скорее всего, не обязательно. По-видимому, вполне достаточно, чтобы характерные линейные размеры областей внутри рассеивателя, где (3) не выполняется, были много меньше как длины волны, так и соответствующих расстояний $|\mathbf{r}_j^o - \mathbf{r}_S^o|$. Например, при малых волновых размерах, число J может быть сравнительно небольшим и не определяться реальными размерами рассеивателя.

При проведении расчётов контролировалась точность выполнения равенства $\sigma(\theta_0) = (4\pi/k) \times \text{Im } F(2\pi - \theta_0)$ (оптическая теорема), где $\sigma(\theta_0)$ — сечение рассеяния и $\text{Im } F(2\pi - \theta_0)$ — мнимая часть амплитуды рассеяния вперёд в используемых обозначениях. Величина относительной ошибки $|1 - (4\pi/k) \text{Im } F(2\pi - \theta_0)/\sigma(\theta_0)|$ не превосходила 10^{-5} .

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе рассмотрена внешняя задача дифракции на компактных телах, для которых известна область V , содержащая всё множество особенностей аналитического продолжения волнового поля внутрь рассеивателя. Применённый для её решения подход основан на представлении рассеянного поля в виде рядов по расходящимся из нескольких центров сферическим волнам (рядов Рэлея), амплитуды которых определялись с помощью граничных условий по значениям падающего поля путём решения обратной задачи³. Получено условие, позволяющее определить минимальное число радиационных центров и их оптимальное расположение внутри рассеивателя. Приведены результаты численного моделирования, подтверждающие эффективность рассмотренного метода.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Шендеров Е. Л. Излучение и рассеяние звука. Ленинград: Судостроение, 1989. 304 с.
2. Doicu A., Eremin Y., Wriedt T. Acoustic and electromagnetic scattering analysis using discrete sources. San Diego: Academic Press, 2000. P. 317.
3. Wriedt T. Generalized multipole techniques for electromagnetic and light scattering. Mechanics and mathematical methods. V. 4. Computational methods in mechanics. Amsterdam, New York: Elsevier, 1999. P. 264.
4. Zaridze R., Bit-Babik G., Karkashadze D., et al. The method of auxiliary (MAS) sources. Athens: Institute of Communication and Computer Systems, 1998. P. 52.
5. Hafner C. The generalized multipole technique for computational electromagnetics. Artech House, 1990. P. 312.
6. Кюркчан А. Г., Стернин Б. Ю., Шаталов В. Е. // Радиотехника и электроника. 1992. Т. 37. С. 777.

³ Отметим, что такой же подход был использован в работе [12] при решении задачи определения дальнего поля источника по измерению давления в его ближней зоне, в которой реальный излучатель звука представлялся набором сферических источников.

7. Кюркчан А. Г., Смирнова Н. И. // Электромагнитные волны и электронные системы. 2008. Т. 13, № 8. С. 78.
8. Морс Ф. М., Фешбах Г. Методы теоретической физики. Т. 2. М.: Изд-во иностр. лит., 1960. 886 с.
9. Кормен Т., Лейзерсон Ч., Ривест Р. Алгоритмы: построение и анализ. М.: МЦНМО, 2001. 960 с.
10. Деммель Дж. Вычислительная линейная алгебра. Теория и приложения. М.: Мир, 2001. 430 с.
11. Форсайт Дж., Молер К. Численное решение систем линейных алгебраических уравнений. М.: Мир, 1969. 167 с.
12. Фикс И. Ш., Фикс Г. Е. // Изв. вузов. Радиофизика. 2011. Т. 54, № 4. С. 314.

Поступила в редакцию 16 марта 2012 г.; принята в печать 27 апреля 2012 г.

THE SOLUTION OF THE DIFFRACTION BASED ON THE USE OF SPHERICAL WAVES SOURCES

I. Sh. Fiks

We consider an external problem of diffraction by compact bodies, for which the domain containing a set of singularities of the analytic continuation of the wave field is known. The solution to this problem is based on representing the scattered field as a series of spherical waves diverging from several centers with the amplitudes determined from the boundary condition by solving the inverse problem. The condition indicating the minimum number of radiation centers and their optimal location within the scatterer is obtained. The results of numerical simulation are presented.