УДК 537.874.6

РАССЕЯНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ НА СТРУКТУРЕ ИЗ КОНЕЧНОГО ЧИСЛА ТРЁХМЕРНЫХ ИМПЕДАНСНЫХ ТЕЛ

А. Г. Дмитренко, Р. И. Уринов

Томский госуниверситет, г. Томск, Россия

Предложенный ранее вариант метода дискретных источников для численного решения задачи рассеяния электромагнитного излучения на структуре, составленной из конечного числа трёхмерных гладких идеально проводящих тел, используется для решения аналогичной задачи для системы, состоящей из конечного числа импедансных тел. Кратко описаны возможности разработанной компьютерной программы. Приведены некоторые результаты численных расчётов, характеризующие влияние величины и типа поверхностного импеданса, а также отклонений формы структуры от осесимметричной на сечения рассеяния структур, в которых расстояние между соседними телами много меньше длины волны.

ВВЕДЕНИЕ

Изучение электромагнитных полей, рассеянных структурами, состоящими из нескольких тел, размеры которых сравнимы с длиной волны, имеет большое значение для решения ряда практически важных задач, например таких, как идентификация объектов, изучение электромагнитной совместимости и др.

Корректная, т. е. учитывающая электромагнитное взаимодействие тел, постановка исследований подобного рода приводит к необходимости решения граничных задач теории рассеяния на системах тел. Для задач рассматриваемого класса речь идёт о нахождении решений уравнений Максвелла, удовлетворяющих заданным граничным условиям на поверхностях тел и условиям излучения на бесконечности. В подавляющем большинстве случаев получить аналитическое решение таких задач не удаётся, поэтому используются различные численные методы. Например в [1] для решения задачи рассеяния электромагнитного излучения на двух и трёх диэлектрических сферах использовался метод граничных элементов, а в [2] для решения подобной задачи применялся метод конечных разностей в частотной области.

В последние годы для решения задач рассеяния электромагнитного излучения, в том числе и на группах тел, существенное развитие получил метод дискретных источников [3]. При его использовании неизвестное поле в рассматриваемой области и на её границах представляют в виде конечной линейной комбинации полей некоторой системы источников, размещённых вне этой области. Такое представление удовлетворяет системе уравнений Максвелла и условиям излучения (где это необходимо). Коэффициенты в этой линейной комбинации определяются путём удовлетворения граничным условиям на поверхности рассеивателя. В силу своей идейной простоты указанный метод удобен в качестве основы для построения решений задач рассеяния электромагнитного излучения как на одиночных телах, так и на системах тел. В частности, в работе [4] предложен вариант метода дискретных источников для численного решения задач рассеяния электромагнитного излучения на структурах, составленных из конечного числа трёхмерных идеально проводящих тел, ограниченных гладкими поверхностями произвольной формы.

В данной работе предложенный ранее в [4] вариант метода дискретных источников использован для решения задачи рассеяния электромагнитного излучения на структуре, состоящей из



Рис. 1. Геометрия структуры

конечного числа импедансных тел, не обладающих симметрией вращения. Кратко описаны возможности разработанной компьютерной программы. Приведены некоторые результаты численных расчётов, характеризующие влияние величины и типа поверхностного импеданса, а также отклонений формы структуры от осесимметричной на сечения рассеяния структур, в которых расстояние между соседними телами много меньше длины волны.

1. ФОРМУЛИРОВКА ЗАДАЧИ И МЕТОД ЕЁ РЕШЕНИЯ

Геометрия структуры показана на рис. 1. Будем рассматривать стационарную (т. е. когда зависимость полей от времени определяется множителем $\exp(-i\omega t)$) задачу дифракции электромагнитного поля \mathbf{E}_0 , \mathbf{H}_0 на структуре, состоящей из Q непересекающихся импедансных тел \mathbf{D}_q , ограниченных поверхностями $\mathbf{S}_q \in C^{(2,\alpha)}$ ($q = 1, 2, \ldots, Q$). Эта структура размещена в однородной среде \mathbf{D}_e с диэлектрической и магнитной проницаемостями ε_e и μ_e в декартовой системе координат $\mathbf{O}xyz$. Требуется найти рассеянное поле \mathbf{E}_e , \mathbf{H}_e в области \mathbf{D}_e .

А. Г. Дмитренко, Р. И. Уринов

Математическая постановка задачи имеет следующий вид:

$$[\nabla, \mathbf{E}_{\mathrm{e}}] = i\omega\mu_{\mathrm{e}}\mathbf{H}_{\mathrm{e}}, \qquad [\nabla, \mathbf{H}_{\mathrm{e}}] = -i\omega\varepsilon_{\mathrm{e}}\mathbf{E}_{\mathrm{e}} \quad \mathbf{B} \ \mathbf{D}_{\mathrm{e}}, \tag{1}$$

$$[\mathbf{n}_{q}, \mathbf{E}_{e}] - Z_{q} [\mathbf{n}_{q}, [\mathbf{n}_{q}, \mathbf{H}_{e}]] = -[\mathbf{n}_{q}, \mathbf{E}_{0}] + Z_{q} [\mathbf{n}_{q}, [\mathbf{n}_{q}, \mathbf{H}_{0}]] \quad \text{Ha } \mathbf{S}_{q}, \quad q = 1, 2, \cdots, Q,$$
(2)

$$[\{\sqrt{\varepsilon_{\rm e}} \ \mathbf{E}_{\rm e}; \sqrt{\mu_{\rm e}} \ \mathbf{H}_{\rm e}\}, \mathbf{R}/R] + \{\sqrt{\mu_{\rm e}} \ \mathbf{H}_{\rm e}; -\sqrt{\varepsilon_{\rm e}} \ \mathbf{E}_{\rm e}\} = O(R^{-1}), \qquad R \to \infty, \tag{3}$$

где \mathbf{n}_q — единичные векторы нормалей к поверхностям \mathbf{S}_q ; $R = (x^2 + y^2 + z^2)^{1/2}$; $[\mathbf{a}, \mathbf{b}]$ — векторное произведение, Z_q — импеданс поверхности с номером q, $\operatorname{Re} Z_q \ge 0$.

Суть предлагаемого метода заключается в следующем. Аналогично тому, как это сделано в [4], введём (см. рис. 1) внутри каждого из рассеивателей D_q вспомогательную поверхность $S_{e,q} = K_{e,q}S_q$, подобную поверхности рассеивателя S_q в смысле гомотетии с центром в точке O_q . Если поверхность S_q является центральной, центр гомотетии выбираем так, чтобы он совпадал с центром поверхности. Коэффициенты гомотетии (подобия) $K_{e,q}$ (q = 1, 2, ..., Q) характеризуют удаление вспомогательных поверхностей от поверхностей соответствующих тел, их значения лежат в интервале от 0 до 1. При $K_{e,q} = 0$ вспомогательная поверхность стягивается в точку, при $K_{e,q} = 1$ она совпадает с поверхностью соответствующего тела.

Выберем на каждой из вспомогательных поверхностей $S_{e,q}$ конечную совокупность точек $\{M_{n,q}\}_{n=1}^{N_q}$. В каждой точке $M_{n,q}$ разместим пару независимых вспомогательных элементарных электрических диполей с моментами $\mathbf{p}_{\tau 1}^{n,q} = p_{\tau 1}^{n,q} \mathbf{e}_{\tau 1}^{n,q}$, $\mathbf{p}_{\tau 2}^{n,q} = p_{\tau 2}^{n,q} \mathbf{e}_{\tau 2}^{n,q}$, $q = 1, 2, \ldots, Q$, ориентированными вдоль направлений единичных векторов $\mathbf{e}_{\tau 1}^{n,q}$, $\mathbf{e}_{\tau 2}^{n,q}$, лежащих в плоскости, касательной к $S_{e,q}$ в точке $M_{n,q}$, и излучающих в однородную среду с параметрами ε_e и μ_e . Представим неизвестное рассеянное поле \mathbf{E}_e , \mathbf{H}_e в D_e в виде суммы полей введённых вспомогательных диполей:

$$\mathbf{E}_{e}(M) = [i/(\omega\varepsilon_{e})] \sum_{q=1}^{Q} \sum_{n=1}^{N_{q}} [\nabla, [\nabla, \mathbf{\Pi}_{n,q}]], \qquad \mathbf{H}_{e}(M) = \sum_{q=1}^{Q} \sum_{n=1}^{N_{q}} [\nabla, \mathbf{\Pi}_{n,q}], \\
\mathbf{\Pi}_{n,q} = \Psi_{e}(\mathbf{M}, \mathbf{M}_{n,q}) \mathbf{p}_{\tau}^{n,q}, \qquad \Psi_{e}(\mathbf{M}, \mathbf{M}_{n,q}) = \exp(ik_{e}R_{\mathrm{MM}_{n,q}})/(4\pi R_{\mathrm{MM}_{n,q}}), \\
\mathbf{p}_{\tau}^{n,q} = p_{\tau 1}^{n,q} \mathbf{e}_{\tau 1}^{n,q} + p_{\tau 2}^{n,q} \mathbf{e}_{\tau 2}^{n,q}, \qquad \mathbf{M} \in \mathbf{D}_{e}.$$
(4)

Здесь $k_{\rm e} = \omega \sqrt{\varepsilon_{\rm e} \mu_{\rm e}}$ — волновое число в среде $D_{\rm e}$; $R_{{\rm MM}_{n,q}}$ — расстояние от точки $M_{n,q}$ на $S_{{\rm e},q}$ до точки M в $D_{\rm e}$; $\Psi_{\rm e}({\rm M},{\rm M}_{n,q})$ — фундаментальное решение уравнения Гельмгольца в области $D_{\rm e}$; $p_{\tau 1}^{n,q}, p_{\tau 2}^{n,q}$ $(q = 1, 2, \ldots, Q, n = 1, 2, \ldots, N_q)$ — неизвестные комплексные постоянные (дипольные моменты); N_q — число точек размещения диполей на вспомогательной поверхности $S_{{\rm e},q}$.

Поле (4) удовлетворяет уравнениям Максвелла (1) и условиям излучения (3) в области D_e. Для того чтобы удовлетворить граничным условиям (2), необходимо соответствующим образом выбрать дипольные моменты $p_{\tau 1}^{n,q}$, $p_{\tau 2}^{n,q}$ (q = 1, 2, ..., Q, $n = 1, 2, ..., N_q$). Используем для этого метод коллокаций. Пусть M_j ($j = 1, 2, ..., L_q$) — точки коллокации на поверхности S_q; L_q число точек коллокации на S_q. Тогда для определения неизвестных $p_{\tau 1}^{n,q}$, $p_{\tau 2}^{n,q}$ (q = 1, 2, ..., Q, n = $= 1, 2, ..., N_q$) получим следующую систему линейных алгебраических уравнений с комплексной матрицей с размером $2\sum_{q=1}^{Q} L_q$ на $2\sum_{q=1}^{Q} N_q$:

$$[\mathbf{n}_{q}^{j}, \mathbf{E}_{e,q}^{j}] - Z_{q} [\mathbf{n}_{q}^{j}, [\mathbf{n}_{q}^{j}, \mathbf{H}_{e,q}^{j}]] = -[\mathbf{n}_{q}^{j}, \mathbf{E}_{0,q}^{j}] + Z_{q} [\mathbf{n}^{j}, [\mathbf{n}_{q}^{j}, \mathbf{H}_{0,q}^{j}]],$$
(5)

где $q = 1, 2, ..., Q, j = 1, 2, ..., L_q, \mathbf{n}_q^j, \mathbf{E}_{e,q}^j, \mathbf{H}_{e,q}^j$ и $\mathbf{E}_{0,q}^j, \mathbf{H}_{0,q}^j$ — векторы нормали и компоненты рассеянного (4) и возбуждающего полей в точке j на поверхности тела с номером q. Решение системы (5) находим путём минимизации функции

$$\Phi = \sum_{q=1}^{Q} \sum_{j=1}^{L_q} \left| [\mathbf{n}_q^j, \mathbf{E}_{e,q}^j + \mathbf{E}_{0,q}^j] - Z_q \left[\mathbf{n}_q^j, \left[\mathbf{n}_q^j, \mathbf{H}_{e,q}^j + \mathbf{H}_{0,q}^j \right] \right] \right|^2$$
(6)

А. Г. Дмитренко, Р. И. Уринов

методом сопряжённых градиентов.

После решения задачи минимизации, т. е. определения неизвестных дипольных моментов $p_{\tau 1}^{n,q}$, $p_{\tau 2}^{n,q}$ $(q = 1, 2, \ldots, Q, n = 1, 2, \ldots, N_q)$, необходимые характеристики рассеянного поля определяем из (4). В частности, для компонент рассеянного поля в дальней зоне имеем

$$E_{\mathrm{e},\theta}(\mathrm{M}) = (\mu_{\mathrm{e}}/\varepsilon_{\mathrm{e}})^{1/2} H_{\mathrm{e},\varphi}(\mathrm{M}) = [\exp(ik_{\mathrm{e}}R)/(k_{\mathrm{e}}R)] D_{\theta}(\theta,\varphi) + O(R^{-2}),$$

$$E_{\mathrm{e},\varphi}(\mathrm{M}) = -(\mu_{\mathrm{e}}/\varepsilon_{\mathrm{e}})^{1/2} H_{\mathrm{e},\theta}(\mathrm{M}) = [\exp(ik_{\mathrm{e}}R)/(k_{\mathrm{e}}R)] D_{\varphi}(\theta,\varphi) + O(R^{-2}),$$
(7)

где компоненты диаграммы рассеяния $D_{ heta}(heta, arphi)$ и $D_{arphi}(heta, arphi)$ определены выражениями

$$\begin{aligned} D_{\theta}(\theta,\varphi) &= \left[i\omega k_{\rm e}\mu_{\rm e}/(4\pi)\right] \sum_{q=1}^{Q} \sum_{n=1}^{N_q} G_{nq}(\theta,\varphi) \times \\ &\times \left[\left(\cos\theta\cos\varphi\cos\alpha_1^{n,q} + \cos\theta\sin\varphi\cos\beta_1^{n,q} - \sin\theta\cos\gamma_1^{n,q}\right) p_{\tau 1}^{n,q} + \right. \\ &\left. + \left(\cos\theta\cos\varphi\cos\alpha_2^{n,q} + \cos\theta\sin\varphi\cos\beta_2^{n,q} - \sin\theta\cos\gamma_2^{n,q}\right) p_{\tau 2}^{n,q} \right], \end{aligned}$$

$$D_{\varphi}(\theta,\varphi) = [i\omega k_{\rm e}\mu_{\rm e}/(4\pi)] \sum_{q=1}^{Q} \sum_{n=1}^{N_q} G_{nq}(\theta,\varphi) \Big[(\cos\varphi\cos\beta_1^{n,q} - \sin\varphi\cos\alpha_1^{n,q}) p_{\tau 1}^{n,q} + (\cos\varphi\cos\beta_2^{n,q} - \sin\varphi\cos\alpha_2^{n,q}) p_{\tau 2}^{n,q} \Big],$$
$$G_{nq}(\theta,\varphi) = \exp[-ik_{\rm e} \left(x_{n,q}\sin\theta\cos\varphi + y_{n,q}\sin\theta\sin\varphi + z_{n,q}\cos\theta\right)], \tag{8}$$

в которых $\cos \alpha_1^{n,q}$, $\cos \beta_1^{n,q}$, $\cos \gamma_1^{n,q}$ и $\cos \alpha_2^{n,q}$, $\cos \beta_2^{n,q}$, $\cos \gamma_2^{n,q}$ — направляющие косинусы единичных векторов $\mathbf{e}_{\tau 1}^{n,q}$ и $\mathbf{e}_{\tau 2}^{n,q}$; $x_{n,q}$, $y_{n,q}$, $z_{n,q}$ — декартовы координаты точки $\mathbf{M}_{n,q}$; θ и φ — общепринятые угловые сферические координаты точки наблюдения \mathbf{M} .

Контроль точности решения осуществляем путём вычисления относительного значения функции (6) на сетке точек, промежуточных по отношению к точкам коллокации, выбираемых на поверхностях S_q всех тел, входящих в систему:

$$\Delta = (\Phi'/\Phi_0)^{1/2}, \qquad \Phi_0 = \sum_{q=1}^Q \sum_{j=1}^{L'_q} \left| [\mathbf{n}_q^j, \mathbf{E}_{0,q}^j] - Z_q [\mathbf{n}_q^j, [\mathbf{n}_q^j, \mathbf{H}_{0,q}^j]] \right|^2, \tag{9}$$

где Φ' — значение функции (6) на указанной выше совокупности точек; Φ_0 — значение соответствующей нормы падающего поля на этой же совокупности точек; L'_q — число промежуточных точек на поверхности рассеивателя с номером q.

2. ЧИСЛЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

На основании изложенного выше метода была создана программа для расчёта компонент рассеянного поля и контроля точности полученного решения. Предполагалось, что тела, образующие рассеивающую структуру, являются трёхосными эллипсоидами. Входными величинами программы являются число эллипсоидов в структуре, координаты их центров, ориентация их осей в глобальной системе координат, величины их полуосей в длинах волн, значения их нормированных импедансов Z'_q ($Z'_q = Z_q/(\mu_e/\varepsilon_e)^{1/2}$), возбуждающее поле \mathbf{E}_0 , \mathbf{H}_0 , параметры подобия

А. Г. Дмитренко, Р. И. Уринов



Рис. 2. Структура, состоящая из двух эллипсоидов с различными длинами полуосей

 $K_{e,q}$ и числа точек размещения диполей N_q и точек коллокации L_q для каждого из эллипсоидов, образующих исследуемую структуру.

Координаты точек размещения вспомогательных диполей и точек коллокации, а также направляющие косинусы касательных направлений, вдоль которых ориентированы диполи и поставлены граничные условия, первоначально вычисляются в локальной системе координат, связанной с соответствующим эллипсоидом, а затем осуществляется пересчёт этих величин в глобальную систему отсчёта.

Минимизацию функции (6) осуществляем методом сопряжённых градиентов; итерационный процесс останавливается при условии, что относительное изменение функции на каждой из десяти последних итераций не превышает 0,001. При помощи данной программы выполнена серия вычислительных экспериментов, направленных как на исследование влияния величины и характера поверхностного импеданса на бистатические сечения рассеяния, так и на изучение влияния на эти характеристики отклонений формы структуры от осесимметричной. Некоторые результаты представлены ниже.

На рис. 2 показана одна из структур, для которых исследовалось влияние величины и характера поверхностного импеданса на бистатические сечения рассеяния. Структура состоит из двух эллипсоидов с различными длинами полуосей. Центр первого эллипсоида совмещён с началом декартовой системы координат, центр второго эллипсоида размещён на оси x в точке с координатами (3,0628,0,0). Полуоси эллипсоидов k_ea , k_eb , k_ec ориентированы вдоль осей x, y, z соответственно и $k_ea_1 = 1,0$, $k_eb_1 = 1,5$, $k_ec_1 = 2,0$ для первого эллипсоида и $k_ea_2 = 2,0$, $k_eb_2 = 1,5$, $k_ec_2 = 1,0$ для второго. Легко видеть, что наименьшее расстояние Δl между поверхностями эллипсоидов равно $0,01\lambda$, где λ — длина волны возбуждающего поля. Эллипсоид, с которым связана

система координат, считается идеально проводящим (Z' = 0), второй эллипсоид предполагается импедансным. В качестве возбуждающего поля выбрана линейно поляризованная плоская волна, распространяющаяся вдоль оси z, вектор электрического поля \mathbf{E}_0 в которой ориентирован вдоль оси x.

При решении задачи параметры метода для каждого эллипсоида выбраны одинаковыми: $K_{\rm e,1} = K_{\rm e,2} = 0,6, N_1 = N_2 = 168, L_1 = L_2 = 336.$ В локальных системах координат с центрами в центрах эллипсоидов точки размещения диполей и точки коллокации распределены следующим образом. В каждом из четырнадцати полусечений $\varphi = \text{const}$, отстоящих друг от друга на угловое расстояние $\Delta \varphi = 25,7^{\circ}$, равномерно по углу θ выбраны двенадцать точек размещения диполей. Для точек коллокации алгоритм их расположения по углу θ такой же, как и для точек размещения диполей, но выбирают их как в полусечениях $\varphi = \text{const}$, определённых для точек размещения диполей, так и посредине между ними. Перед тем, как выбрать вышеуказанные значения параметров метода, были проведены исследования влияния чисел точек размещения диполей N_1 , N_2 и чисел точек коллокации L_1 , L_2 на значения нормы невязки граничных условий (9) и бистатических сечений рассеяния. Было установлено, что при $\{N_1, N_2\} > 168$ и $\{L_1, L_2\} > 336$ бистатические сечения рассеяния уже не изменяются с ростом этих параметров, хотя невязка (9) продолжает убывать. Поскольку увеличение N_1, N_2, L_1, L_2 приводит к существенному росту времени численного решения системы (5), было принято решение остановиться на вышеуказанных значениях параметров метода. Невязка (9) при выбранных параметрах метода не превышает 0,2. Значения параметров подобия K_{e,1} и K_{e,2} были выбраны на основании имеющегося у одного из авторов опыта применения метода дискретных источников к решению задач рассеяния на идеально проводящих структурах.

На рис. 3, 4 представлены бистатические сечения рассеяния в *E*-плоскости описанной выше структуры при различных значениях нормированного поверхностного импеданса второго эллипсоида. *E*-плоскость — это плоскость, в которой лежат векторы **E**₀ и **k**_e возбуждающей волны; в сферической системе координат эта плоскость состоит из двух полуплоскостей: $\varphi = 0^{\circ}$ и $\varphi = 180^{\circ}$. По оси абсцисс отложено значение угла θ в градусах, по оси ординат — значение сечения рассеяния

$$\sigma(\theta,\varphi) = \lim_{R \to \infty} 4\pi R^2 \left[|E_{\mathrm{e},\theta}(\theta,\varphi)|^2 + |E_{\mathrm{e},\varphi}(\theta,\varphi)|^2 \right] / |\mathbf{E}_0|^2, \tag{10}$$

нормированное на квадрат длины волны и выраженное в децибелах. В выбранной форме представления результатов направлению прямого рассеяния соответствует угол $\theta = 0^{\circ}$, направлению обратного рассеяния — угол $\theta = 180^{\circ}$.

Рисунок 3 относится к случаю, когда второй эллипсоид характеризуется комплексным индуктивным импедансом, величина действительной части которого определяет поглощение электромагнитной энергии рассеивателем. Кривые 1 представляют бистатические сечения рассеяния структуры, в которой второй эллипсоид также является идеально проводящим ($Z'_2 = 0$), кривые 2-4 — бистатические сечения рассеяния структуры, в которой поверхностный импеданс Z'_2 второго эллипсоида принимает значения 0,1 - 0,1i, 0,3 - 0,3i и 0,5 - 0,5i соответственно. Рисунок 4 относится к случаю, когда второй эллипсоид исследуемой структуры характеризуется реактивным ёмкостным поверхностным импедансом. Кривые 1-4 на этих рисунках — это бистатические сечения рассеяния структур, в которых поверхностный импеданс Z'_2 второго эллипсоида принимает значения 0, 0,1i, 0,3i и 0,5i соответственно.

Анализ результатов, представленных на рис. 3, 4, позволяет сделать следующие выводы. Замена в рассматриваемой структуре идеально проводящего рассеивателя на рассеиватель, характеризуемый комплексным индуктивным импедансом, приводит к заметному уменьшению сечения обратного рассеяния всей структуры. В рассмотренном диапазоне изменения поверхностного им-

А. Г. Дмитренко, Р. И. Уринов



Рис. 3. Бистатические сечения рассеяния в *E*-плоскости структуры, представленной на рис. 2, при различных значениях нормированного комплексного индуктивного импеданса второго эллипсоида. Кривая 1 отвечает $Z'_2 = 0$; кривая $2 - Z'_2 = 0, 1 - 0, 1i$; кривая $3 - Z'_2 = 0, 3 - 0, 3i$; кривая $4 - Z'_2 = 0, 5 - 0, 5i$



Рис. 4. Бистатические сечения рассеяния в *E*-плоскости структуры, представленной на рис. 2, при различных значениях нормированного реактивного ёмкостного импеданса второго эллипсоида. Кривая 1 соответствует $Z'_2 = 0$; кривая $2 - Z'_2 = 0,1i$; кривая $3 - Z'_2 = 0,3i$; кривая $4 - Z'_2 = 0,5i$



Рис. 5. Структура, состоящая из двух одинаковых трёхосных эллипсоидов

педанса это уменьшение превышает 12 дБ. В то же время изменение комплексного индуктивного импеданса одного из рассеивателей почти не влияет на сечение прямого рассеяния. В рассмотренном диапазоне изменения импеданса сечение прямого рассеяния изменяется в пределах ±0,5 дБ. Если же один из рассеивателей структуры характеризуется реактивным ёмкостным импедансом, сечения рассеяния увеличивается как в прямом, так и в обратном направлениях по сравнению со случаем, когда оба рассеивателя являются идеально проводящими.

На рис. 5 показана одна из структур, для которых были проведены исследования влияния отклонений формы структуры от осесимметричной на бистатические сечения рассеяния. Исследования подобного рода представляют интерес в связи с тем, что очень часто при решении задач рассеяния тело сложной формы заменяется подходящим осесимметричным телом; при этом встаёт вопрос о том, насколько сечения рассеяния выбранного осесимметричного тела отличаются от сечений рассеяния исходного тела.

Структура состоит из двух одинаковых трёхосных эллипсоидов с центрами, расположенными на оси z декартовой системы координат Оxyz симметрично относительно её начала. Наименьшее расстояние между поверхностями эллипсоидов Δl равно 0,01 λ . Полуоси эллипсоидов k_ea , k_eb и k_ec ориентированы соответственно вдоль осей x, y и z. Структура возбуждается линейно поляризованной плоской волной, распространяющейся вдоль осеи z с вектором \mathbf{E}_0 , ориентированным вдоль осеи x.

Алгоритм исследований заключался в следующем. Первоначально предполагалось, что структура обладает осевой симметрией, т. е. оба эллипсоида являются сфероидами, так что $k_{\rm e}a = k_{\rm e}b$. Затем последовательно изменялась длина полуоси $k_{\rm e}a$; длины полуосей $k_{\rm e}b$ и $k_{\rm e}c$ сохранялись при



Рис. 6. Бистатические сечения рассеяния в *E*-плоскости структуры, представленной на рис. 5 и характеризуемой поверхностным импедансом Z' = 0, 1-0, 1i при различных длинах полуоси $k_e a$. Кривая 1 соответствует $k_e a = k_e b = 4,0$ и $k_e c = 2,0$; кривая $2 - k_e a = 4,2$, $k_e b = 4,0$ и $k_e c = 2,0$; кривая $3 - k_e a = 4,4$, $k_e b = 4,0$ и $k_e c = 2,0$

этом неизменными. Для каждого случая рассчитывались бистатические сечения рассеяния.

Некоторые результаты, характеризующие изменения сечений рассеяния при малых отклонениях формы структуры от осесимметричной, представлены на рис. 6–8. Рисунок 6 относится к случаю, когда каждый из эллипсоидов характеризуется нормированным поверхностным импедансом Z' = 0, 1 - 0, 1i ($Z'_1 = Z'_2 = Z'$); рис. 7, 8 отвечают ситуации, когда эллипсоиды характеризуются нормированными поверхностными импедансами Z', равными 0,3 – 0,3*i* и 0,3*i* соответственно. Результаты приведены для *E*-плоскости. В этой плоскости кривые симметричны относительно оси *z*, поэтому на рисунках показаны



Рис. 7. То же, что и на рис. 6, в случае, когда поверхностный импеданс структуры $Z^\prime=0,3-0,3i$



Рис. 8. То же, что и на рис. 6, в случае, когда поверхностный импеданс структуры $Z^\prime=0,3i$

сечения рассеяния только в полусечении $\varphi = 0^{\circ}$. Кривые 1 на рис. 6–8 относятся к случаю осесимметричной структуры, когда полуоси каждого из эллипсидов $k_{\rm e}a = k_{\rm e}b = 4,0$ и $k_{\rm e}c = 2,0$. Кривые 2 отвечают ситуации, когда длина полуоси $k_{\rm e}a$ увеличена на 5%, т. е. равна 4,2, а кривые 3 случаю, когда длина полуоси $k_{\rm e}a$ увеличена на 10%, т. е. равна 4,4; длины остальных полуосей оставались без изменения. Таким образом, в последних двух случаях структура теряет осевую симметрию.

При получении результатов, представленных на рис. 6–8, параметры метода для каждого эллипсоида были также выбраны одинаковыми: $K_{\rm e,1} = K_{\rm e,2} = 0.6$, $N_1 = N_2 = 256$, $L_1 = L_2 = 512$. В локальных системах координат в каждом из шестнадцати полусечений $\varphi = \text{const}$, отстоящих одно от другого на угловое расстояние $\Delta \varphi = 22.5^{\circ}$, равномерно по углу θ были выбраны шестнадцать точек размещения диполей. Для точек коллокации алгоритм их расположения по углу θ был таким же, как для точек размещения диполей, но они размещались как в полусечениях $\varphi = \text{const}$, определённых для точек размещения диполей, так и посредине между ними. Многочисленные вычисления показали, что указанное выше взаимное расположение точек размещения

А. Г. Дмитренко, Р. И. Уринов

диполей и точек коллокации обеспечивает наивысшую скорость сходимости итерационного процесса. Для того, чтобы сориентироваться в выборе значений параметров N_1 , N_2 , L_1 , L_2 , для данной структуры также были проведены исследования влияния этих параметров на норму невязки граничных условий и бистатические сечения рассеяния, аналогичные таким же исследованиям для структуры, представленной на рис. 2.

Анализ результатов, представленных на рис. 6–8, позволяет сделать следующие выводы. Во всех рассмотренных случаях небольшие отклонения формы структуры от осесимметричной в наименьшей степени влияют на сечения рассеяния в направлениях $0^{\circ} < \theta < 30^{\circ}$, прилегающих к направлению прямого рассеяния $\theta = 0^{\circ}$. Аналогичная закономерность наблюдается и для других типов структур, а также для одиночных рассеивателей. В несколько большей степени небольшие отклонения формы структуры от осесимметричной влияют на сечения рассеяния в направления рассеяния в направления для других типов структур, а также для одиночных рассеивателей. В несколько большей степени небольшие отклонения формы структуры от осесимметричной влияют на сечения рассеяния в направлениях, прилегающих к направлению обратного рассеяния. Для остальных направлений рассеяния наблюдается существенное перераспределение энергии рассеянного поля в пространстве, которое определяется формой рассеивателей, а также величиной и типом их поверхностного импеданса. Всё это говорит о том, что предсказать изменения диаграмм рассеяния во всём возможном диапазоне углов наблюдения даже при небольших изменениях геометрии рассеивателей без проведения соответствующих численных расчётов не представляется возможным.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Hall W.S., Mao X.Q. // Engineering Analysis with Boundary Elements. 1995. V.15. P.313.
- Sharkawy M. H., Demir V., Elsherbeni A. Z. // IEEE Trans. Antennas Propagat. 2006. V. 54, No. 2. P. 666.
- 3. Ерёмин Ю.А., Свешников А.Г. Метод дискретных источников в задачах электромагнитной дифракции. М.: Изд-во МГУ, 1992. 182 с.
- 4. Дмитренко А. Г., Колчин В. А. // Изв. вузов. Радиофизика. 2000. Т. 43, № 9. С. 766.

Поступила в редакцию 14 февраля 2012 г.; принята в печать 26 апреля 2012 г.

SCATTERING OF AN ELECTROMAGNETIC WAVE BY A STRUCTURE CONSISTING OF A FINITE NUMBER OF THREE-DIMENSIONAL IMPEDANCE BODIES

A. G. Dmitrenko and R. I. Urinov

We use the variant of the district-source method, which was proposed earlier to solve numerically the problem of scattering of electromagnetic radiation by a structure consisting of a finite number of three-dimensional smooth perfectly conducting bodies, to solve a similar problem for the system consisting of a finite number of impedance bodies. The functionality of the developed computer code is briefly described. Some numerical-calculation results are presented, which characterize the impact of the value and type of the surface impedance, as well as deviations of the structure shape from the axisymmetric one, on the scattering cross-sections of the structure, in which the distance between the adjacent bodies is much shorter than the wavelength.