

УДК 533.9

ДИНАМИКА ФОРМИРОВАНИЯ ИНТЕНСИВНЫХ МАГНИТНЫХ ТРУБОК НА СОЛНЦЕ СХОДЯЩИМСЯ ПОТОКОМ ПЛАЗМЫ

А. А. Круглов

Институт прикладной физики РАН, г. Нижний Новгород, Россия

В работе изучается динамика формирования интенсивных магнитных трубок из фонового магнитного поля сходящимся потоком плазмы с учётом нелинейной магнитной диффузии, вызванной проводимостью Каулинга. Подтверждено образование полученного ранее стационарного профиля магнитного поля, оценено время его установления. Также рассматривается релаксация неоднородностей фонового поля в ходе их адвекции в магнитную трубку. В случае, когда в системе присутствует компонента тока вдоль оси трубки, обнаружен неизвестный ранее режим релаксации неоднородностей поля в условиях сильной анизотропии тензора удельного сопротивления плазмы. В отличие от исследованного ранее случая отсутствия токов вдоль оси трубки, в данном режиме наблюдается всплывающая компонента выделения энергии магнитного поля, а вне всплеска поле находится в состоянии, близком к бессиловому. Приводится качественное описание данного явления, аналитические оценки, а также результаты численных расчётов.

ВВЕДЕНИЕ

Корональные петли являются основными элементами корон Солнца и, по-видимому, других звёзд спектральных классов G, K, M [1]. Они представляют собой магнитные трубки, заполненные плазмой. Поскольку в условиях короны транспорт плазмы, электрического тока и некоторых типов волн поперёк магнитного поля затруднён, рассмотрение процессов, происходящих в отдельных петлях и в их основаниях, является распространённым подходом к изучению короны в целом. Процессы, происходящие в петлях, играют важную роль в актуальных проблемах физики Солнца, таких как нагрев короны и ускорение частиц. Заполнение большей части петель плазмой происходит за счёт нагрева хромосферной плазмы в основании петли с последующим распространением плазмы вверх из-за увеличения шкалы высот с ростом температуры [2, 3]. Конкретный механизм нагрева окончательно не ясен. В работах [4–6] развивается подход к указанным проблемам на основе учёта воздействия конвекционных движений хромосферной и фотосферной плазмы на магнитное поле в основании петли и учёта сопротивления Каулинга, т. е. влияния нейтральных частиц на проводимость плазмы. Конвекция приводит к формированию интенсивной магнитной трубки за счёт сжатия фонового магнитного поля. Необходимость учёта сопротивления Каулинга вызвана наличием в плазме достаточного количества нейтральных частиц для того, чтобы существенно увеличить электрическое сопротивление плазмы в направлении поперёк магнитного поля по сравнению с продольным сопротивлением, что влияет на конфигурацию магнитного поля в сечении трубки и на скорость джоулева тепловыделения.

Ранее в рамках этого подхода рассматривались только квазистационарные состояния трубок и не рассматривался подробно вопрос о поведении таких трубок в динамике. Данная работа посвящена изучению характерных особенностей динамики магнитного поля, связанных с нелинейностью магнитной диффузии, возникающей из-за анизотропии¹ и нелинейности сопротивления Каулинга.

¹ Анизотропию удельного сопротивления плазмы можно считать частным случаем нелинейности тензора сопротивления $\hat{\rho}$ из-за нелинейности выражений для продольной и поперечной компонент тока относительно магнитного поля.

Поведение магнитного поля \mathbf{B} описывается уравнением индукции

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = -c \operatorname{rot} \mathbf{E} = \operatorname{rot}[\mathbf{v}, \mathbf{B}] - \frac{c^2}{4\pi} \operatorname{rot}(\hat{\rho} \operatorname{rot} \mathbf{B}) \quad (1)$$

и обобщённым законом Ома

$$\mathbf{E} + \frac{1}{c} [\mathbf{v}, \mathbf{B}] = \hat{\rho} \mathbf{j} = \rho_{\parallel} \mathbf{j}_{\parallel} + \rho_{\perp} \mathbf{j}_{\perp} - \rho_{\text{h}} [\mathbf{j}_{\perp}, \mathbf{B}/B], \quad \hat{\rho} = \begin{pmatrix} \rho_{\perp} & \rho_{\text{h}} & 0 \\ -\rho_{\text{h}} & \rho_{\perp} & 0 \\ 0 & 0 & \rho_{\parallel} \end{pmatrix}'. \quad (2)$$

Здесь c — скорость света, \mathbf{E} — электрическое поле, $\mathbf{j} = (c/4\pi) \operatorname{rot} \mathbf{B}$ — электрический ток в случае, когда током смещения можно пренебречь, \mathbf{j}_{\parallel} и \mathbf{j}_{\perp} — продольная и поперечная по отношению к \mathbf{B} составляющие вектора \mathbf{j} , \mathbf{v} — гидродинамическая скорость плазмы. Компоненты тензора $\hat{\rho}$ здесь указаны в локальной системе координат (x', y', z') , ось z' которой направлена вдоль магнитного поля \mathbf{B} в рассматриваемой точке. В произвольной системе координат (x, y, z) , не связанной с \mathbf{B} , тензор $\hat{\rho}$ имеет вид

$$\hat{\rho} = \begin{pmatrix} b_x^2 & b_x b_y & b_x b_z \\ b_y b_x & b_y^2 & b_y b_z \\ b_z b_x & b_z b_y & b_z^2 \end{pmatrix} \rho_{\parallel} + \begin{pmatrix} 1 - b_x^2 & -b_x b_y & -b_x b_z \\ -b_y b_x & 1 - b_y^2 & -b_y b_z \\ -b_z b_x & -b_z b_y & 1 - b_z^2 \end{pmatrix} \rho_{\perp} + \begin{pmatrix} 0 & b_z & -b_y \\ -b_z & 0 & b_x \\ b_y & -b_x & 0 \end{pmatrix} \rho_{\text{h}}, \quad (3)$$

где $\mathbf{b} = \mathbf{B}/B$.

За магнитную диффузию в (1) отвечает последний член, скорость диффузии определяется компонентами тензора электрического сопротивления $\hat{\rho} = \hat{\sigma}^{-1}$, обратного к тензору проводимости $\hat{\sigma}$. Мощность джоулева тепловыделения в единице объёма записывается в виде [7]:

$$q_{\text{J}} = \left(\mathbf{E} + \frac{1}{c} [\mathbf{v}, \mathbf{B}] \right) \mathbf{j} = \rho_{\parallel} \mathbf{j}_{\parallel}^2 + \rho_{\perp} \mathbf{j}_{\perp}^2. \quad (4)$$

Отклонение тензора $\hat{\rho}$ от его значения для изотропной плазмы $\rho_{ij} = \sigma_{\parallel}^{-1} \delta_{ij}$ возникает за счёт холловской компоненты $\rho_{\text{h}} = en_e B/c$ и поперечной компоненты ρ_{\perp} , связанной с сопротивлением Каулинга. Дополнительная диссипация электрического тока, определяемая сопротивлением Каулинга, вызывается трением нейтральной и ионной компонент плазмы: поскольку на нейтральную компоненту не действует сила Лоренца, разность скоростей нейтральной и заряженных компонент может значительно превышать относительные скорости заряженных компонент. В сильном магнитном поле для существенного увеличения ρ_{\perp} достаточно слабой ионизации плазмы. Зависимость поперечного сопротивления плазмы от магнитного поля аппроксимируется выражением

$$\rho_{\perp} = (1 + \alpha B^2) \rho_{\parallel}. \quad (5)$$

Коэффициент α , зависящий от температуры, давления и состава плазмы, определяет порог, начиная с которого «включается» сопротивление Каулинга. Для разных уровней солнечной атмосферы сопротивления ρ_{\perp} , ρ_{\parallel} оценивались в следующих работах: для фотосферы в [8], для хромосферы в [9, 10], для короны в [11]. При параметрах плазмы, характерных для нижней короны, анизотропия сопротивления плазмы достигает значений $\rho_{\perp}/\rho_{\parallel} \sim 10^4$, для условий хромосферы отношение $\rho_{\perp}/\rho_{\parallel}$ также много больше единицы. В активных областях дно области сильной анизотропии сопротивления понижается, газокинетическое давление на дне при этом пропорционально магнитному полю [8]. Заметим, что условие вмороженности магнитного поля в плазму должно записываться относительно компоненты ρ_{\perp} , а не ρ_{\parallel} , как это часто делается. Таким образом, проводимость Каулинга делает условие вмороженности более жёстким в $1 + \alpha B^2$ раз.

В разделе 1 данной работы приводится описание моделируемой системы и кратко обсуждаются характерные особенности динамики магнитного поля, связанные с нелинейностью диффузии, которая вызвана анизотропией тензора электрического сопротивления в условиях солнечной атмосферы. Далее в разделе 2 указанные особенности иллюстрируются результатами численных расчётов, в разделе 3 они обсуждаются более подробно.

1. МОДЕЛЬ

В работе исследуются эффекты, связанные с нелинейной диффузией магнитного поля в условиях солнечной плазмы, возникающие при образовании интенсивных магнитных трубок за счёт сжатия магнитного поля сходящимся потоком плазмы в основании элемента хромосферной магнитной сетки.

Хромосферная сетка представляет собой множество интенсивных магнитных трубок, расположенных на границах ячеек супергрануляции. Наиболее интенсивные трубки расположены на стыке трёх и более ячеек. В каждой из ячеек плазма движется горизонтально от центра ячейки к границе, максимальная скорость движения плазмы составляет около 400 м/с. Мы рассматриваем случай, когда давление плазмы превышает давление магнитного поля: $\beta = 4\pi p/B^2 \gg 1$, и магнитное поле не оказывает влияния на скорость плазмы; таким образом, при рассмотрении процесса магнитной диффузии скорость плазмы можно считать заданной. Скорость плазмы на стыке нескольких ячеек супергрануляции мы будем приближённо считать направленной радиально к оси магнитной трубки в проекции на плоскость $r\varphi$, а радиальный профиль скорости будем считать линейным [4]:

$$v_\varphi = 0, \quad v_r = -\nu_{\text{con}} r, \quad v_z = -H\nu_{\text{con}}. \quad (6)$$

В задаче используется цилиндрическая система координат (r, φ, z) с осью z вдоль оси моделируемой магнитной трубки, которую мы будем считать вертикальной. Вертикальная скорость v_z удовлетворяет уравнению непрерывности $\text{div} \rho_m \mathbf{v} = 0$, где плотность $\rho_m = \rho_{m0} \exp(-z/H)$, H — гидростатическая шкала высот. Величину ν_{con} можно интерпретировать как время, за которое расстояние от частицы плазмы до оси $r = 0$ уменьшается в e раз. Рассматривается случай цилиндрически симметричной геометрии магнитной трубки:

$$\mathbf{B} = B_\varphi(r, t)\boldsymbol{\varphi}_0 + B_z(r, t)\mathbf{z}_0, \quad (7)$$

где $\boldsymbol{\varphi}_0$ и \mathbf{z}_0 — орты, соответствующие координатам φ и z .

Уравнения, описывающие динамику магнитного поля, были получены в [12] из уравнений, аналогичных (1), (2) и (5):

$$\frac{\partial B_z}{\partial t} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left\{ r \left[\frac{c^2 \rho_{\parallel}}{4\pi} (1 + \alpha B_z^2) \frac{\partial B_z}{\partial r} + \frac{c^2 \rho_{\parallel}}{4\pi} \alpha B_\varphi B_z \frac{1}{r} \frac{\partial(r B_\varphi)}{\partial r} - v_r B_z \right] \right\}, \quad (8)$$

$$\frac{\partial B_\varphi}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{c^2 \rho_{\parallel}}{4\pi} (1 + \alpha B_\varphi^2) \frac{1}{r} \frac{\partial(r B_\varphi)}{\partial r} + \frac{c^2 \rho_{\parallel}}{4\pi} \alpha B_\varphi B_z \frac{\partial B_z}{\partial r} - v_r B_\varphi \right], \quad (9)$$

$$\alpha(T, p) = \rho_{\parallel}^{-1} \frac{F^2}{c^2 n_i m_i \nu'_{\text{ia}} (2 - F)}, \quad \nu'_{\text{ia}} = \frac{m_a}{m_a + m_i} \nu_{\text{ia}}^t. \quad (10)$$

Коэффициент α зависит от продольной проводимости плазмы ρ_{\parallel}^{-1} , массовой доли нейтральных атомов F , транспортной частоты рассеяния ионов на нейтральных атомах ν_{ia}^t , массы иона m_i и

атома m_a и концентрации ионов n_i . В данной работе коэффициент α будет полагаться постоянным. Для достаточно медленных процессов постоянство α может обеспечиваться постоянством давления p при характерных временах τ , удовлетворяющих условию несжимаемости $h/\tau \ll c_s$, где $c_s = \sqrt{T/m_i}$ — скорость звука, h — толщина слоя, и постоянством температуры T при достаточно быстрой релаксации температуры за счёт теплообмена с нижележащими слоями плазмы. Систему (8), (9) можно также записать в векторном виде:

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \text{rot}[\mathbf{v}, \mathbf{B}] - c \text{rot} \left\{ \rho_{\parallel} (\text{rot } \mathbf{B})_{\parallel} + \rho_{\perp} (\text{rot } \mathbf{B})_{\perp} - \rho_h [\text{rot } \mathbf{B}, \mathbf{B}/B] \right\}, \quad (11)$$

где

$$(\text{rot } \mathbf{B})_{\perp} = \frac{[\mathbf{B}, [\text{rot } \mathbf{B}, \mathbf{B}]]}{B^2}, \quad (\text{rot } \mathbf{B})_{\parallel} = \text{rot } \mathbf{B} - (\text{rot } \mathbf{B})_{\perp}. \quad (12)$$

Для численных расчётов удобнее решать систему, записанную относительно векторного потенциала $\mathbf{A}(r, t)$:

$$\mathbf{B} = \text{rot } \mathbf{A}, \quad B_z = \frac{1}{r} \frac{\partial(rA_{\varphi})}{\partial r}, \quad B_{\varphi} = -\frac{\partial A_z}{\partial r}. \quad (13)$$

Расчёт проводился по схеме Эйлера с адаптивной пространственной сеткой и переменным шагом по времени. Необходимость использования адаптивной сетки связана с тем, что в решениях возникают особенности с мелким пространственным масштабом.

В следующем разделе будут проиллюстрированы некоторые особенности магнитной диффузии при сильной анизотропии сопротивления плазмы: $\rho_{\perp}/\rho_{\parallel} \gg 1$.

1) Из-за сильного различия ρ_{\perp} и ρ_{\parallel} продольный и поперечный к \mathbf{B} электрический ток диссипирует на разных масштабах времени. Эти две компоненты можно условно связать с бессиловой и силовой «составляющими» магнитного поля. Составляющую магнитной диффузии, связанную с ρ_{\perp} , будем далее называть ρ_{\perp} -диффузией, с ρ_{\parallel} — ρ_{\parallel} -диффузией (см. (11)). Отметим, что ρ_{\perp} -диффузия не действует, когда поле находится в бессиловом состоянии, поскольку соответствующий член в (11) зануляется. При возникновении отклонения от бессилового состояния ρ_{\perp} -диффузия стремится это отклонение уменьшить. Заметим, что амбиполярную диффузию, а также магнитную диффузию, вызванную сопротивлением Каулинга, в данных терминах можно рассматривать как ρ_{\perp} -диффузию.

2) Как будет показано в разделе 3, в бессиловом состоянии квадрат индукции магнитного поля не может иметь слишком резких градиентов. При возникновении новых неоднородностей B^2 появляется и составляющая тока \mathbf{j} поперёк магнитного поля \mathbf{B} . Таким образом, быстрая релаксация поля к бессиловому состоянию противодействует возникновению градиентов величины B^2 за счёт включения быстрой ρ_{\perp} -диффузии. Выравнивание профиля $|\mathbf{B}|$, связанное с релаксацией поля к бессиловому состоянию, проиллюстрировано в разделах 2.3 и 2.4.

3) В некоторых случаях релаксация не достигает бессиловой стадии в силу симметрии задачи: например, для поля, имеющего только компоненту B_z , релаксация вызвана только ρ_{\perp} -диффузией. В этом случае образуется резкий градиент магнитного поля в области перехода через значение $\mathbf{B} = 0$. Этот эффект был ранее обнаружен [13]. Здесь он иллюстрируется в разделах 2.1 и 2.2.

4) Под действием только ρ_{\perp} -диффузии, т. е. при $\rho_{\parallel} \rightarrow 0$, магнитное поле ведёт себя, как если бы оно было вморожено в поле скоростей

$$\mathbf{v}_B = \mathbf{v} + \mathbf{v}_s, \quad (14)$$

которое отличается от поля гидродинамических скоростей плазмы \mathbf{v} на поправку

$$\mathbf{v}_s = c(\rho_{\perp} - \rho_{\parallel})[\mathbf{j}, \mathbf{B}]/B^2, \quad (15)$$

связанную с ρ_{\perp} -диффузией и пропорциональную пространственным производным только от поля \mathbf{V} . Выражение для (14) получается переносом члена с ρ_{\perp} из второго члена правой части (11) в первый член (см. также [14]). Проскальзывание неоднородностей магнитного поля относительно плазмы в направлении области диссипации наблюдается в расчётах 2.3 и 2.4.

Скорость проскальзывания поля относительно плазмы \mathbf{v}_s сонаправлена с силой Ампера $[\mathbf{j}, \mathbf{V}]/c$, которая при определённых предположениях, описанных ниже, направлена в сторону меньшего B^2 . Таким образом, ρ_{\perp} -диффузия в случае $\rho_{\perp} \gg \rho_{\parallel}$ приводит к тому, что магнитное поле проскальзывает относительно плазмы так, чтобы восстановить величину поля там, где она уменьшается из-за диссипации продольного тока.

2. РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННЫХ РАСЧЁТОВ

Поскольку для реальных параметров плазмы солнечной атмосферы расчёты проводить неоправданно долго из-за большого отношения $\rho_{\perp}/\rho_{\parallel}$, расчёты проводились с величиной анизотропии

$$\rho_{\perp}/\rho_{\parallel} = 1 + \alpha B_{\text{хар}}^2 \sim 20^2 \div 50^2 \gg 1, \quad (16)$$

где $B_{\text{хар}}$ — характерное значение магнитного поля в рассматриваемом процессе. С учётом сказанного выше о двухэтапном характере диффузии, длительность каждого из этапов зависит от ρ_{\perp} или ρ_{\parallel} по отдельности и результаты моделирования должны быть применимы и с другими величинами анизотропии $\rho_{\perp}/\rho_{\parallel}$ при учёте изменения соотношения временных масштабов процессов.

Результаты представлены в безразмерных переменных: магнитное поле измеряется в $B_0 = \alpha^{-1/2}$, время и радиальная координата в t_0 и r_0 соответственно, связанных соотношением $10^{-4} r_0^2 = c^2 \rho_{\parallel} t_0 / (4\pi)$, электрический ток в $j_0 = c B_0 / (4\pi r_0)$. В первых трёх расчётах время t_0 определяется через темп конвергенции $\nu_{\text{кон}}$ как $t_0 = 1/\nu_{\text{кон}}$. При таком выборе r_0 диффузионное время для ρ_{\parallel} -диффузии, определяемое как

$$t_{D\parallel} = L^2 \frac{4\pi}{c^2 \rho_{\parallel}}, \quad (17)$$

составляет t_0 для пространственного масштаба $L = 0,01 r_0$, т. е. релаксировать за время t_0 успевают только мелкомасштабные особенности, что качественно соответствует ситуации на Солнце.

Для более детального изучения особенностей образования интенсивных магнитных трубок сжатием магнитного потока исследуем численно несколько случаев. В разделах 2.1 и 2.2 магнитное поле будет обладать только одной пространственной компонентой ($\mathbf{V} = B_z \mathbf{z}_0$), в 2.3 и 2.4 — двумя ($\mathbf{V} = B_z \mathbf{z}_0 + B_{\varphi} \boldsymbol{\varphi}_0$). В разделах 2.1, 2.2 и 2.3 скорость плазмы будет задаваться выражением (6), в разделе 2.4 плазма будет предполагаться неподвижной.

2.1. Формирование интенсивной магнитной трубки сходящимся потоком плазмы из фонового поля

В качестве начальных условий использовалось распределение магнитного поля, изображённое на рис. 1.

Стационарное решение для трубки без тока ($B_{\varphi} = 0$) было получено в [4]. Таким решением является магнитная трубка с резким градиентом модуля магнитного поля на границе трубки:

$$B_z(r < r_s) = B_s \sqrt{1 - \frac{r^2}{r_s^2}}; \quad \frac{B_s^2}{r_s} = \frac{4\pi \nu_{\text{кон}}}{c^2 \rho_{\parallel} \alpha}, \quad (18)$$

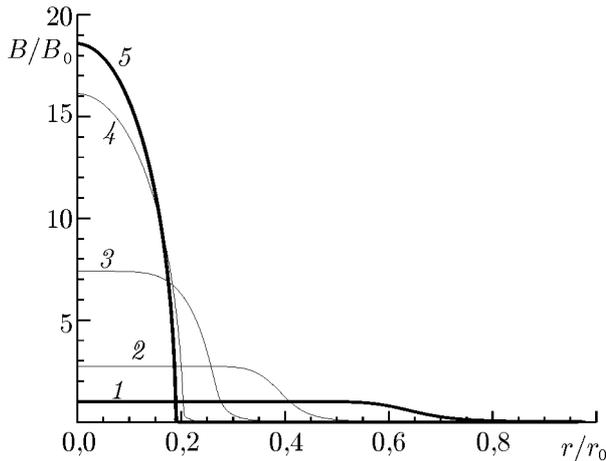


Рис. 1. Формирование магнитной трубки сжатием фонового магнитного поля. График зависимости магнитного поля $B_z = B$ от радиальной координаты r для начальных условий и нескольких моментов времени (кривая 1 соответствует $t = 0$, кривая 2 — $t = 0,5\nu_{\text{con}}^{-1}$, кривая 3 — $t = \nu_{\text{con}}^{-1}$, кривая 4 — $t = 1,5\nu_{\text{con}}^{-1}$, кривая 5 — $t = 2\nu_{\text{con}}^{-1}$)

где коэффициенты r_s и B_s определяются темпом конвергенции ν_{con} и общим магнитным потоком, заключённым в магнитной трубке. Выражение получено при условии $\alpha B^2 \gg 1$. На небольшом расстоянии до границы $r = r_s$, где αB^2 достигает значения порядка единицы, зависимость (18) сменяется экспоненциальным спадом магнитного поля в сторону больших r .

Численный расчёт подтверждает, что в результате сжатия магнитного поля устанавливается стационарный режим и распределение магнитного поля в нём соответствует (18). Длительность установления соответствует времени сжатия исходного распределения поля до конечного размера, т. е., с логарифмической точностью, ν_{con}^{-1} . Диффузионное время $t_{D\perp} = 4\pi L_{\text{хар}}^2 / (c^2 \rho_{\perp}) \propto \propto L_{\text{хар}}^2 / B_{\text{хар}}^2$ при сжатии трубки уменьшается из-за возрастания характерного магнитного поля в трубке $B_{\text{хар}} \propto L_{\text{хар}}^{-2}$ и уменьшения поперечного масштаба трубки $L_{\text{хар}}$ до тех пор, пока плазма остаётся замороженной, т. е. пока $t_{D\perp} > \nu_{\text{con}}^{-1}$. В результате сжатие магнитной трубки останавливается при достижении $t_{D\perp} \sim \nu_{\text{con}}^{-1}$, что соответствует (18).

В рассматриваемом случае магнитное поле имеет одну компоненту $\mathbf{B} = B_z \mathbf{z}_0$. При этом электрический ток $\mathbf{j} \propto \text{rot } \mathbf{B} \perp \mathbf{z}_0$, поэтому скорость магнитной диффузии определяется только поперечной компонентой тензора сопротивления ρ_{\perp} и не зависит от продольной компоненты ρ_{\parallel} . Для случаев, когда магнитное поле не направлено везде вдоль одной оси (см. разделы 2.3 и 2.4), возможна релаксация магнитного поля на двух масштабах времени: малом, связанном с ρ_{\perp} -диффузией, и большом, связанном с ρ_{\parallel} -диффузией.

2.2. Релаксация областей поля противоположной полярности при втекании их в интенсивную магнитную трубку

В дополнение к начальным условиям, описанным в предыдущем пункте, налагалось периодически меняющееся граничное условие на границе $r = r_0$:

$$B_z(r = r_0, t) = B_{z1} \sin(2\pi t/T_1), \tag{19}$$

где B_{z1} и T_1 — соответственно амплитуда и период изменения поля на границе, которое соответствует втеканию областей разной полярности поля с шириной $T_1 \nu_{\text{con}} r_0 / 2$ на границе расчётной области $r = r_0$. В расчётах использовались значения амплитуды на границе $B_{z1} = 0,25\alpha^{-1/2}$ и периода $T_1 = \nu_{\text{con}}^{-1}$, результаты представлены на рис. 2. Магнитный поток, соответствующий начальным условиям, составляет $1,39B_0 r_0^2$, магнитный поток в одной полуволне втекающего поля составляет $\pm 0,50B_0 r_0^2$.

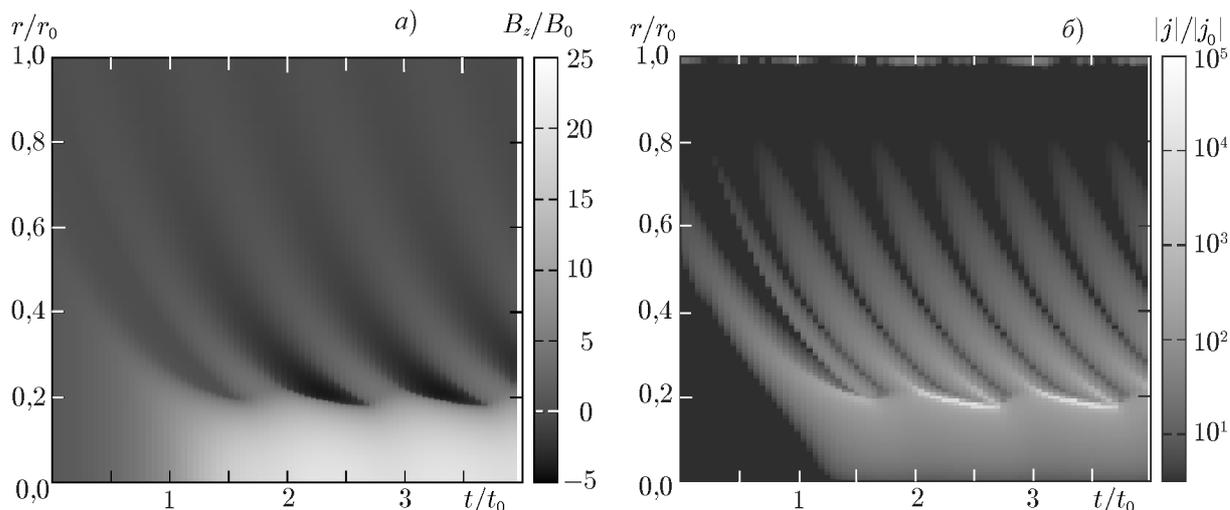


Рис. 2. Втекание областей магнитного поля чередующейся полярности в интенсивную магнитную трубку, на панели (а) карта компоненты магнитного поля B_z , на панели (б) — величины электрического тока $|j| = |j_\varphi|$. Здесь и далее на картах для B указывается значение в точке, ближайшей к центру пиксела, для j — максимальное по абсолютной величине значение внутри пиксела

В ходе сноса магнитного поля от периферии к оси трубки $r = 0$ его амплитуда возрастает из-за сжатия магнитного поля потоком плазмы с $\text{div } \mathbf{v}_r < 0$. При этом радиальный профиль поля изменяется с образованием резких градиентов в точках перехода через значение $B_z = 0$. Качественно это объясняется тем, что коэффициент ρ_\perp -диффузии магнитного поля пропорционален $1 + \alpha B^2$, что при постоянном диффузионном потоке вызывает резкое изменение поля в окрестности $B = 0$. Численный расчёт подтверждает зависимость поля от координаты как $B_z \propto (r - r_*)^{1/3}$ в окрестности точки $B_z = 0$, полученную в [13].

После проникновения области обратной полярности в интенсивную магнитную трубку поток, заключённый в этой области, начинает уменьшаться за счёт диффузии магнитного поля через границы области. На границах области образуются токовые слои. Максимальная плотность тока в слоях сначала возрастает в ходе их образования, потом падает с уменьшением магнитного потока в области обратной полярности.

Магнитное поле в рассматриваемом случае не может релаксировать к состоянию, близкому к бессиловому, из-за того, что начальная конфигурация поля и граничные условия симметричны относительно смены знака B_φ , и эта симметрия сохраняется в ходе эволюции. В следующем разделе рассмотрен случай, в котором релаксация к бессиловому состоянию возможна.

2.3. Релаксация областей поля противоположной полярности при наличии компоненты поля поперёк границы области ($B_z \neq 0$, $B_\varphi \neq 0$)

В отличие от предыдущего случая, где значение магнитного поля определялась одной компонентой B_z , в данном случае магнитное поле имеет две компоненты, за счёт чего возможно установление близкой к бессиловой структуры поля во всей расчётной области. Начальные условия для B_z те же, что в предыдущих разделах, а

$$B_\varphi(r, t = 0) = \frac{r}{r_0} B_{z1}, \quad (20)$$

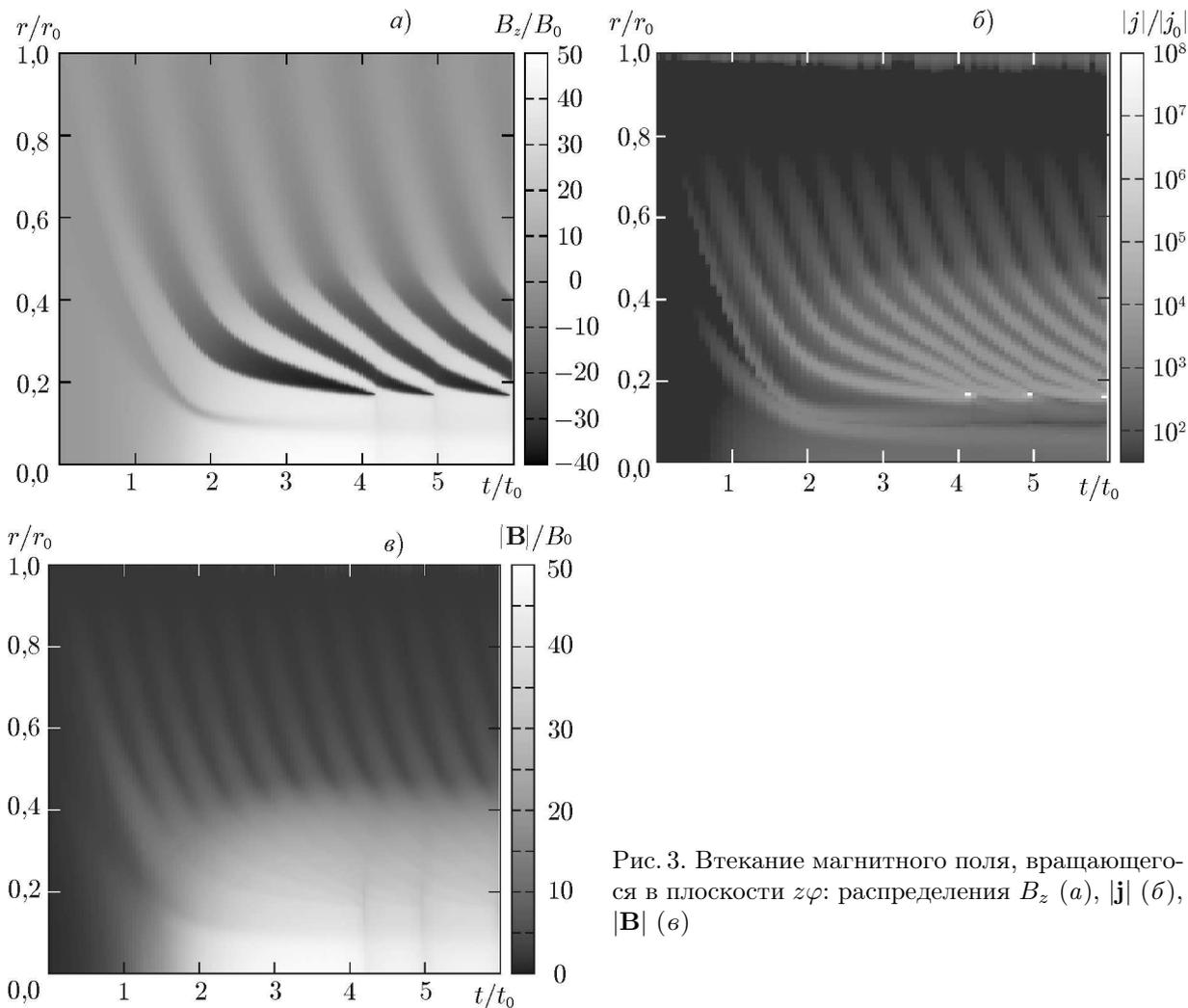


Рис. 3. Втекание магнитного поля, вращающегося в плоскости $z\varphi$: распределения B_z (а), $|j|$ (б), $|B|$ (в)

граничные условия имеют вид

$$B_z(r = r_0, t) = B_{z1} \sin(2\pi t/T_1), \quad B_\varphi(r = r_0, t) = B_{z1} \cos(2\pi t/T_1). \tag{21}$$

Рассматривались два случая: амплитуда $B_{z1} = 0,25\alpha^{-1/2}$ и $B_{z1} = 2\alpha^{-1/2}$. В первом случае граница интенсивной магнитной трубки располагается, как и в предыдущих случаях, в области $r \sim \sim 0,2r_0$, и аннигиляция втекающих областей обратной полярности происходит в окрестности этой границы. Во втором случае, показанном на рис. 3, образуется широкая интенсивная магнитная трубка с более размытой границей около $r = 0,45r_0$, магнитное поле на оси трубки также больше, чем в предыдущих случаях: $B(r = 0) = (45 \pm 3) B_0$ по сравнению с $B(r = 0) = (20 \pm 1) B_0$ в разделе 2.2. При обоих значениях амплитуды характер диссипации поля отличается от наблюдаемого в разделе 2.2: бóльшую часть времени поле находится в бессиловом состоянии и переходит в силовое состояние в коротких пространственно локализованных событиях в момент сжатия области обратной полярности до нулевых размеров. При этом максимальная плотность тока не уменьшается к финальной стадии релаксации, а, наоборот, возрастает. Релаксация завершается резким всплеском максимальной плотности тока на короткое время. Подобные события далее будут называться пиками плотности тока. Момент и радиальное положение пиков плотности тока совпадают с моментом t_* и положением r_* перехода вектора магнитного поля через нулевое значение:

$B_\varphi(r_*, t_*) = B_z(r_*, t_*) = 0$. В моменты пиков тока границы неоднородностей магнитного поля смещаются по направлению к месту, где происходит интенсивная диссипация, что соответствует данной выше интерпретации уравнения (14). Также отметим, что внутри интенсивной магнитной трубки направление магнитного поля испытывает резкие изменения в пространстве, а величина магнитного поля B меняется плавно (см. рис. 3).

В ходе релаксации области обратной полярности тепловыделение на её границах происходит в основном за счёт диссипации продольного тока, т. е. время релаксации области определяется медленной ρ_{\parallel} -диффузией, в отличие от случая в разделе 2.2, где распад определялся быстрой ρ_{\perp} -диффузией. Переход энергии магнитного поля в тепловую, как было отмечено в конце раздела 1, приводит к сжатию области обратной полярности. В результате в ходе релаксации область обратной полярности сжимается за конечное время либо до состояния, когда ρ_{\perp} -диффузия перестает поддерживать сжатие, т. е. до состояния $\rho_{\perp}(B) \sim \rho_{\parallel}$, либо до пределов применимости локального обобщённого закона Ома в виде (2). В расчётах сжатие ограничивалось только первым фактором.

2.4. Релаксация случайного начального распределения поля в неподвижной плазме

Для демонстрации возможности образования пиков плотности тока только за счёт магнитной диффузии в условиях $\rho_{\perp} \gg \rho_{\parallel}$, без сжатия магнитного поля сходящимся потоком плазмы, была рассмотрена релаксация случайного начального распределения поля в неподвижной плазме: $v_r = 0$. В качестве начального поля использовалось случайное распределение магнитного поля, изображённое на рис. 4, в качестве граничных условий — нулевое значение поля на границе. Амплитуда начального значения магнитного поля была выбрана такой, чтобы релаксация протекала в нелинейном режиме: $\alpha B_{\text{хар}}^2 \gg 1$.

В расчётах наблюдается как релаксация особенностей поля без событий перехода магнитного поля через $\mathbf{V} = 0$ без образования пиков плотности тока с увеличением ширины особенностей, так и релаксация особенностей с переходом через $\mathbf{V} = 0$ с образованием пика и уменьшением ширины особенности перед образованием пика (см. рис. 5). Времена релаксации как тех, так и

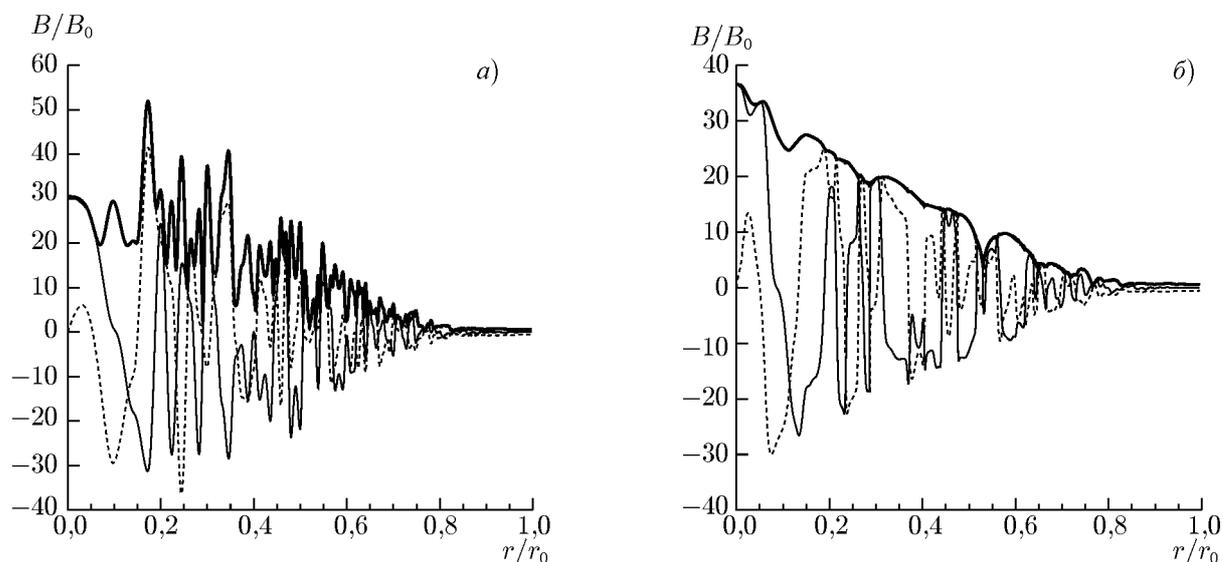


Рис. 4. Релаксация случайного распределения поля в неподвижной плазме: начальные условия (а) и состояние поля в момент $t = 0,03t_0$ (б). Толстая кривая соответствует $|\mathbf{B}|$, тонкая сплошная — B_z , пунктирная — B_φ

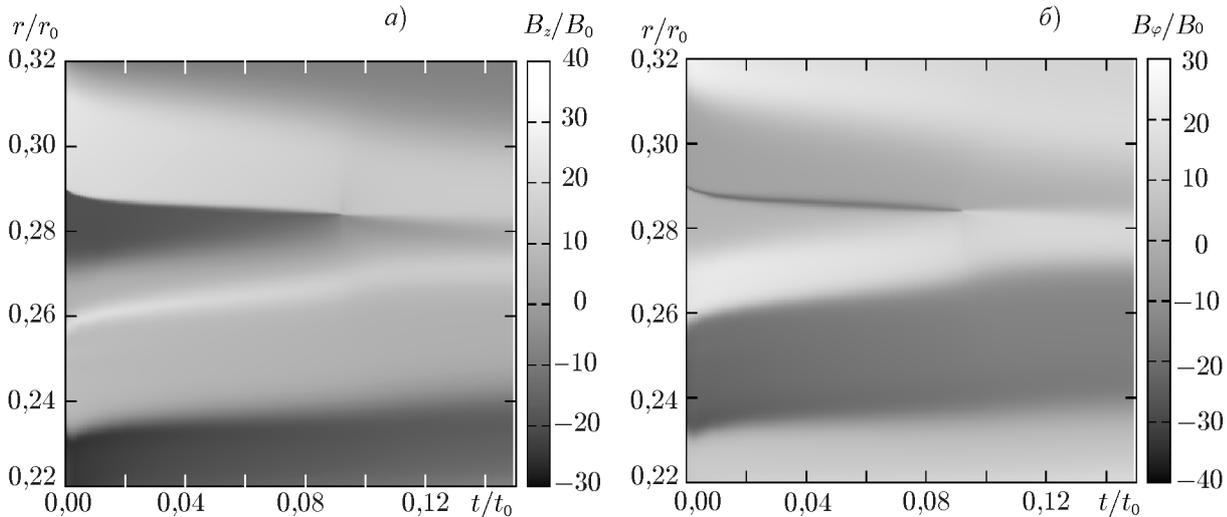


Рис. 5. Релаксация случайного распределения поля в неподвижной плазме. Карты компонент магнитного поля B_z (а) и B_φ (б) для участка $0,22r_0 < r < 0,32r_0$

других особенностей соответствуют по порядку величины выражению для времени $\rho_{||}$ -диффузии:

$$t_{D||} = \frac{4\pi}{c^2 \rho_{||}} L_{\text{хар}}^2. \tag{22}$$

Так, время до образования пика плотности тока $\Delta t_* = t_* - t_{\text{max}} = 0,03070t_0 = 0,03070 \cdot 10^{-4} 4\pi \times \times r_0^2 / (c^2 \rho_{||})$ от момента максимальной ширины особенности $t_{\text{max}} = 0,06168t_0$ соответствует пространственному масштабу $L_{\text{хар}} = 0,0018r_0$, в то время как ширина пика на полувывоте по плотности тока в момент t_{max} составляет $0,0019r_0$.

На рис. 5 видно, что особенности магнитного поля сдвигаются в сторону области диссипации, в которой происходит резкое изменение направления магнитного поля в пространстве. Временной ход скорости сближения особенностей качественно повторяет ход скорости диссипации.

3. ОБСУЖДЕНИЕ

Поясним утверждение, что для бессилового поля величина $|\mathbf{B}|$ изменяется в пространстве плавно. Бессилое поле подчиняется условию $f_A = 0$, где f_A — сила Ампера. С учётом известного выражения

$$\mathbf{f}_A = \frac{1}{4\pi} [\text{rot } \mathbf{B}, \mathbf{B}] = \frac{1}{4\pi} \left[-\frac{\nabla_{\perp} B^2}{2} + B^2 (\mathbf{b}, \nabla) \mathbf{b} \right], \quad \mathbf{b} = \frac{\mathbf{B}}{B}, \quad \nabla_{\perp} = \nabla - \mathbf{b} (\mathbf{b}, \nabla), \tag{23}$$

в котором $(\mathbf{b}, \nabla) \mathbf{b} = k\mathbf{n}$, где k и \mathbf{n} — кривизна и вектор нормали к силовым линиям магнитного поля соответственно, получаем соотношение для пространственного масштаба изменения абсолютной величины магнитного поля:

$$L_B = \frac{B}{|\nabla_{\perp} B|} = k^{-1}. \tag{24}$$

В рассматриваемой геометрии радиус кривизны линий ограничен снизу значением радиальной координаты: $k^{-1} \geq r$. Таким образом, расстояние изменения величины магнитного поля L_B не может принимать слишком малые значения:

$$L_B \gtrsim r, \tag{25}$$

в отличие от расстояния изменения направления магнитного поля \mathbf{b} , которое связано с величиной B/j_{\parallel} .

Сжатие области обратной полярности магнитного поля до точечных размеров за конечное время, полученное в разделах 2.3 и 2.4, можно объяснить следующей моделью. Будем рассматривать стадию, когда ρ_{\perp} -диффузия ещё успевает восстанавливать величину поля до фонового значения B_{bg} . В таком случае скорость джоулева тепловыделения, проинтегрированная по сечению области обратной полярности с поперечным масштабом w , в которой поле поворачивается на угол ψ , с точностью до безразмерного коэффициента составляет $2\pi r w \rho_{\parallel} j^2 \sim \rho_{\parallel} c^2 B_{bg}^2 r \psi^2 / w$. Дополнительная энергия магнитного поля, содержащаяся в области по сравнению с состоянием после её релаксации, пропорциональна $r w B_{bg}^2$. Приравнявая скорость изменения энергии потерям, получаем

$$\left(\frac{dw^2}{dt}\right)_{\text{сж}} \propto \psi^2 \rho_{\parallel} c^2. \quad (26)$$

Сжатию противодействует расширение, связанное с обычным механизмом ρ_{\parallel} -диффузии:

$$\left(\frac{dw^2}{dt}\right)_{\text{расш}} \propto \rho_{\parallel} c^2. \quad (27)$$

Таким образом, начиная с какого-то порогового значения ψ^2 , сжатие за счёт описанного механизма становится сильнее расширения из-за ρ_{\parallel} -диффузии. Для особенности, изображённой на рис. 5 в окрестности $r = 0,29r_0$, величина угла ψ немного меньше π при $t < 0,05t_0$, и немного больше π при $t > 0,07t_0$. Изменение ψ произошло за счёт приближения соседнего изменения направления \mathbf{B} со стороны меньших r .

Плотность тока по мере сжатия возрастает. Сжатие завершается нарушением бессиловой структуры поля в течение короткого интервала времени, при этом магнитное поле проходит через значение $\mathbf{B} = 0$, а угол ψ изменяется на $\pm 2\pi$. Величина ψ^2 при этом уменьшается.

Пик плотности электрического тока возникает в окрестности момента достижения магнитным полем значения $\mathbf{B} = 0$, по пространственному положению пик и событие $\mathbf{B} = 0$ также совпадают. Напротив, в ходе эволюции магнитного поля без пиков значение $\mathbf{B} = 0$ не достигается. Таким образом, для нашей модели при эволюции без пиков сохраняется ориентированное число оборотов $I = \psi/(2\pi)$ вектора (B_z, B_{φ}) вокруг начала координат в ходе изменения r между двумя точками с фиксированным направлением этого вектора. Пики плотности тока связаны с изменением числа I на ± 1 . Следовательно, в случае фиксированных граничных условий для поля возможные состояния поля разделяются на классы, каждому из которых соответствует целочисленный «топологический заряд» I . Переходы состояния поля между классами сопровождаются образованием пиков плотности тока. В случае переменных граничных условий через границы может поступать новый «заряд». Кроме этого, сохранению общего «заряда» не противоречит образование пар областей положительного и отрицательного «зарядов» за счёт перемещения фоновой плазмы.

Рассмотренное в разделах 2.2 и 2.3 осесимметричное подтекание области обратной полярности к существующей интенсивной магнитной трубке является довольно грубой моделью с количественной точки зрения, поскольку в реальных ситуациях подобную симметрию ожидать сложно, из-за чего форма области на поздних стадиях релаксации в проекции на плоскость $r\varphi$ вряд ли будет представлять собой узкое кольцо. Тем не менее, рассмотренная модель позволяет обнаружить качественное различие режимов диссипации между случаем, когда поле имеет только компоненту B_z (раздел 2.2), и случаем, когда поле имеет две ненулевые компоненты B_z и B_{φ} (раздел 2.3). В первом наблюдается режим «спокойной» диссипации в узких токовых стенках на

границе области обратной полярности, обнаруженный в [13]. Во втором присутствует как «спокойная» компонента диссипации на границах области, так и импульсная в момент исчезновения области. Характер магнитного поля также различается: в первом случае магнитное поле чисто силовое ($\mathbf{j} \perp \mathbf{B}$), во втором — бессиловое ($\mathbf{j} \parallel \mathbf{B}$) за исключением событий пиков плотности тока. Необходимыми условиями для реализации второго режима являются анизотропия сопротивления: $\rho_{\perp} \gg \rho_{\parallel} > 0$, и наличие у магнитного поля двух пространственных компонент. Заметим, что при обобщении на двух- и трёхмерное пространство число необходимых для второго режима компонент магнитного поля возрастает до трёх, однако обоснование этого выходит за пределы данной статьи.

Из-за сильной анизотропии сопротивления диффузионные длины для ρ_{\perp} - и ρ_{\parallel} -диффузии существенно различаются. В рамках обнаруженного режима быстрая ρ_{\perp} -диффузия отвечает за установление и поддержание бессиловой структуры поля, т. е. за нарушение вмороженности магнитного поля в плазму. С учётом $\rho_{\perp} \gg \rho_{\parallel}$ условие вмороженности принимает вид

$$\text{Re}_{m\perp} = \frac{4\pi}{c^2 \rho_{\perp}} V L = \frac{4\pi}{c^2 \rho_{\perp}} \frac{L^2}{\tau} \gg 1, \quad (28)$$

где $\text{Re}_{m\perp}$ — магнитное число Рейнольдса, L и τ — характерные величины пространственных масштабов и времён изменения для внешних условий: поля скоростей плазмы или начальных условий. В противоположном пределе $\text{Re}_{m\perp} \ll 1$ вмороженность отсутствует, и магнитное поле принимает бессиловую конфигурацию за счёт проскальзывания силовых линий поля относительно плазмы (см. (14)). При этом ρ_{\parallel} -диффузия отвечает за релаксацию неоднородностей в установившейся бессиловой конфигурации. Неоднородности могут при этом как увеличиваться, так и уменьшаться по пространственному масштабу, приблизительно сохраняя при этом амплитуду магнитного поля. Время релаксации определяется выражением (22).

Максимальная плотность электрического тока и соответствующая ей минимальная ширина области обратной полярности может ограничиваться разными механизмами. Как указано выше, в расчётах сжатие ограничивалось нарушением условия анизотропии проводимости: из-за ограниченности ρ_{\perp} величина B^2 в области диссипации не успевает восстанавливаться до фонового значения и падает до состояния $\rho_{\perp}(B) \sim \rho_{\parallel}$, после чего релаксация короткое время происходит в режиме обычной диффузии с изотропным сопротивлением и проходит состояние с точкой нулевого магнитного поля. Кроме этого, на финальной стадии релаксации может смениться механизм проводимости. Это может вызываться приближением поперечного масштаба изменения магнитного поля к гирорадиусу ионов или к длине пробега нейтральных частиц, возрастанием количества убегающих электронов, приближением временного масштаба процесса к времени свободного пролёта нейтральных частиц и т. д. Общие потери энергии магнитного поля при этом не зависят от конкретного механизма и определяются начальной и конечной конфигурациями поля. Однако, размер области, длительность и мощность вспыхивающего энерговыделения зависят от конкретного механизма, так же как и то, на что уходит энергия — на ускорение частиц, нагрев или генерацию волн.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе изучается динамика образования интенсивных магнитных трубок в условиях Солнца (в частности, при сильной анизотропии электрического сопротивления плазмы: $\rho_{\perp} \gg \rho_{\parallel}$) под действием сжатия фонового магнитного поля заданным конвективным потоком плазмы и магнитной диффузии, противодействующей сжатию, в рамках модели, предложенной в [4]. Ранее исследовались установившееся состояние магнитной трубки и малые колебания в окрестности

этого состояния. В данной работе изучен процесс формирования трубки, а также поведение магнитной трубки при втекании в неё неоднородностей магнитного поля. Было подтверждено, что изученное ранее состояние равновесия в случае отсутствия электрического тока вдоль трубки действительно образуется, причём время образования соответствует времени ν_{con}^{-1} (см. (6)).

В случае, когда рассматривается магнитное поле только с одной компонентой B_z , для релаксации неоднородностей поля получены результаты, согласующиеся с известными ранее [13]: образуются тонкие токовые стенки на границе областей противоположных полярностей, в которых происходит выделение энергии аннигилирующего магнитного поля. При учёте более чем одной компоненты магнитного поля обнаружен неизвестный ранее режим релаксации неоднородностей магнитного поля. В отличие от спокойного тепловыделения, наблюдаемого в первом случае, во втором случае присутствует вспыхивающая компонента тепловыделения на финальной стадии релаксации области. Конфигурация магнитного поля в этих двух случаях также различается: во втором случае конфигурация бессиловая, в первом случае — силовая. Скорость релаксации в первом случае пропорциональна ρ_{\perp} , во втором случае — пропорциональна $\rho_{\parallel} \ll \rho_{\perp}$ (кроме вспыхивающей фазы) и определяется выражением (22), т. е. значительно меньше. В обнаруженном режиме роль магнитной диффузии, связанной с ρ_{\perp} , заключается в поддержании бессиловой структуры магнитного поля. При этом диффузия, связанная с ρ_{\parallel} , вызывает эволюцию магнитного поля.

Необходимыми условиями для наблюдения рассмотренного режима релаксации неоднородностей магнитного поля являются: 1) анизотропия тензора электрического сопротивления плазмы ($\rho_{\perp} \gg \rho_{\parallel}$); 2) учёт как минимум двух пространственных компонент магнитного поля; 3) достаточное время жизни системы, определяемое выражением (22). Последнее условие можно рассматривать как условие на пространственный масштаб наиболее мелких неоднородностей $L_{\text{хар}}$.

Работа поддержана грантами РФФИ (11–02–00103–а и 12–02–31663–мол_а) и программой Президиума РАН «Фундаментальные проблемы исследований и освоения Солнечной системы». Автор выражает благодарность В. В. Зайцеву за внимание к работе.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Mullan D. J., Mathioudakis M., Bloomfield D. S., Christian D. J. // *Astrophys. J. Suppl. Ser.* 2006. V. 164. P. 173.
2. Aschwanden M. J., Winebarger A., Tsiklauri D., Peter H. // *Astrophys. J.* 2007. V. 659. P. 1673.
3. Reale F. // *Living Reviews in Solar Phys.* 2010. V. 7. P. 5.
4. Зайцев В. В., Ходаченко М. Л. // *Изв. вузов. Радиофизика.* 1997. Т. 40. С. 176.
5. Зайцев В. В., Шибасаки К. // *Астрон. журн.* 2005. Т. 82. С. 1127.
6. Зайцев В. В., Круглов А. А. // *Изв. вузов. Радиофизика.* 2009. Т. 52. С. 355.
7. Прист Э. Р. *Солнечная магнитогидродинамика.* М.: Мир, 1985. 592 с.
8. Kopecký M., Kuklin G. V. // *Solar Phys.* 1969. V. 6. P. 241.
9. Oster L. // *Solar Phys.* 1968. V. 3. P. 543.
10. Kopecký M., Kopecký V. // *IAU Symposium “Solar Magnetic Fields”.* Reidel, 1971. No. 43. P. 542.
11. Круглов А. А. // *Изв. вузов. Радиофизика.* 2011. Т. 54. С. 25.
12. Khodachenko M. L., Zaitsev V. V. // *The Solar Wind—Magnetosphere System 3.* Verlag der Österreichische Akademie der Wissenschaften, 2000. P. 33.
13. Brandenburg A., Zweibel E. G. // *Astrophys. J.* 1994. V. 427. P. L91.
14. Прист Э. Р., Форбс Т. *Магнитное пересоединение: магнитогидродинамическая теория и приложения.* М.: Физматлит, 2005.

Поступила в редакцию 27 ноября 2012 г.; принята в печать 20 декабря 2012 г.

DYNAMICS OF THE FORMATION OF INTENSE MAGNETIC FLUX TUBES ON THE SUN BY A CONVERGING PLASMA FLOW

A. A. Kruglov

We study the dynamics of the formation of an intense magnetic flux tube (IMFT) from the background magnetic field by a converging plasma flow with nonlinear magnetic diffusion due to the Cowling conductivity. We confirm the formation of a stationary profile of the magnetic field that was obtained earlier and estimate its onset time. We also consider relaxation of the background field inhomogeneities in the course of their advection into the magnetic flux tube. In the case of nonzero projection of the electrical current on the magnetic field, we found a new mode of the field inhomogeneity relaxation in plasmas with a highly anisotropic resistivity tensor. In this mode, unlike the case of absence of currents along the magnetic flux tube axis, which was studied earlier, an impulsive component of magnetic energy release is observed, and the magnetic field outside the impulsive component is nearly force-free. A qualitative description of this phenomenon is proposed, analytical estimates are given, and the results of numerical calculations are presented.