

УДК 533.9.01

НЕСТАЦИОНАРНОЕ КВАЗИЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОЕ ПОЛЕ ИЗЛУЧЕНИЯ ДИПОЛЬНЫХ АНТЕНН В МАГНИТОАКТИВНОЙ ПЛАЗМЕ В РЕЗОНАНСНОЙ ПОЛОСЕ ЧАСТОТ

Е. А. Широков, Ю. В. Чугунов

Институт прикладной физики РАН, г. Нижний Новгород, Россия

В статье рассматриваются особенности медленных квазиэлектростатических волн, возбуждаемых в резонансной полосе частот источником, размеры которого много меньше длины электромагнитной волны. Основное внимание уделяется анализу излучения дипольным источником гармонического сигнала в импульсном режиме. Во-первых, изучен вопрос о влиянии электромагнитной, дисперсионной и столкновительной поправок в дисперсионном уравнении на вид этого сигнала. Во-вторых, проанализирована структура поля вблизи резонансного конуса. В частности, рассмотрены эффекты группового запаздывания и аномального расплывания сигнала. Построенная теория объясняет результаты эксперимента «OEDIPUS-C», в котором уже на расстояниях порядка десяти длин волн наблюдалось заметное запаздывание сигнала, приблизительно равное 10^{-4} с и значительное (в несколько раз) расплывание импульса. Наконец, исследованы некоторые аспекты обратной задачи электродинамики: показана роль гладкости распределения заряда на антенне в формировании поля, а также найден класс гладких распределений заряда на антенне, создающих заданную структуру поля.

ВВЕДЕНИЕ

Изучение излучения и приёма электромагнитных волн антеннами в плазме является одной из актуальных электродинамических задач, имеющих достаточно широкое применение при анализе электромагнитных возмущений в космических и лабораторных условиях. Наибольший интерес при анализе поля излучения дипольных антенн представляют те области его частот и пространственных масштабов, которым отвечает наиболее сильное влияние на него временной и пространственной дисперсии. Прежде всего, это резонансные частотные интервалы в магнитоактивной плазме, в которых временная и пространственная дисперсии проявляются особенно ярко и приводят к качественным отличиям структуры излучаемого поля от его структуры в вакууме или в очень разреженной среде [1]. В статье анализируется пространственно-временная структура медленных квазиэлектростатических волн, возбуждаемых в резонансной полосе частот импульсным дипольным источником, размеры которого много меньше длины электромагнитной волны. Таким образом, будут рассматриваться направления излучения волн в магнитоактивной плазме в окрестности резонансного конуса, который в пространстве волновых векторов определяется асимптотой волновой поверхности $\omega(\mathbf{k}) = \text{const}$.

В статье делается акцент на анализ импульсного гармонического поля излучения, когда эффекты временной и пространственной дисперсии оказывают существенное влияние на задержку и расплывание квазигармонического импульса. Такая постановка задачи рассматривалась ранее, см. [1] и цитируемую там литературу. Значительное внимание также уделяется анализу влияния на вид поля электромагнитной, дисперсионной и столкновительной поправок в дисперсионном уравнении. Подробно рассмотрена структура поля вблизи резонансного конуса. В частности, проанализированы эффекты группового запаздывания и аномального расплывания сигнала. Построенная теория объясняет результаты эксперимента «OEDIPUS-C», в котором, например, уже на расстояниях порядка десяти длин волн наблюдалось значительное запаздывание сигнала приблизительно на 10^{-4} с, а также значительное (в несколько раз) расплывание импульса при начальной

его длительности 0,3 мс. Наконец, исследованы некоторые аспекты обратной задачи электродинамики: показана роль гладкости распределения заряда на антенне в формировании поля, а также найден класс гладких распределений заряда на антенне, создающих заданную структуру поля.

Анализ полей излучения антенн, находящихся в плазме, имеет большое значение для планирования и объяснения результатов различных волновых экспериментов в космических и лабораторных условиях по диагностике параметров среды, регистрации шумовых излучений в ионосфере и магнитосфере, генерации электромагнитного излучения и т. д.

1. РЕЗОНАНСЫ МАГНИТОАКТИВНОЙ ПЛАЗМЫ

Одним из важнейших факторов, способствующих возникновению особенностей поля излучения антенны, является существование собственных электростатических колебаний, называемых резонансами плазмы [2]. На их возбуждение в некоторых условиях может идти значительная часть подводимой к антенне энергии.

В анизотропной, например магнитоактивной, плазме в общем случае возбуждаются две электромагнитные моды — обыкновенная и необыкновенная, а длина волны зависит от угла θ между направлением её распространения и направлением внешнего магнитного поля. Как уже отмечалось, при исследовании излучения гармонических источников удобно анализировать поверхность волновых векторов, задаваемую уравнением $\omega(\mathbf{k}) = \text{const}$.

Как известно, в некоторых диапазонах частот поверхности волновых векторов не замкнуты и имеют гиперболический вид. В окрестности асимптот этих гипербол волновое число может быть достаточно большим, а на самой асимптоте $k(\omega) \rightarrow \infty$. На данной частоте излучения направлению вдоль асимптоты соответствует угол θ_0 между направлением волнового вектора и нормалью к оси анизотропии, определяемый из формулы $\text{tg } \theta_0 = |\varepsilon_1/\varepsilon_3|^{1/2}$. Здесь $\varepsilon_1(\omega)$ и $\varepsilon_3(\omega)$ — диагональные компоненты тензора диэлектрической проницаемости поперёк и вдоль оси анизотропии соответственно. Вблизи этих асимптот возбуждаются электромагнитные волны, в которых электрическое поле много больше магнитного, и, следовательно, первое можно описывать скалярным потенциалом согласно формуле $\mathbf{E} = -\nabla\varphi$. Соответствующие таким волновым числам волны называются квазиэлектростатическими.

Диапазон частот ω , в котором могут возбуждаться квазиэлектростатические волны, достаточно широк. Он состоит из трёх интервалов: $\Omega_{\text{НГ}} < \omega < \min(\omega_{\text{pe}}, \omega_{\text{He}})$, $\max(\omega_{\text{pe}}, \omega_{\text{He}}) < \omega < \Omega_{\text{ВГ}}$ и $\omega < \omega_{\text{H}_i}$. Здесь ω_{He} и ω_{H_i} — гирочастоты электронов и ионов, ω_{pe} — электронная плазменная частота, $\Omega_{\text{ВГ}}$, $\Omega_{\text{НГ}}$ — верхне- и нижнегибридная частоты. Эти диапазоны частот определяются условием $\varepsilon_1(\omega)\varepsilon_3(\omega) < 0$ и часто называются резонансными. Если характерный размер источника L много меньше длины электромагнитной волны λ , то такой источник эффективно возбуждает собственные колебания плазмы, распространяющиеся в виде медленных квазиэлектростатических волн. Соответствующие условия, т. е. попадание частоты в резонансный диапазон и $L \ll \lambda$, называются резонансными. В настоящей работе рассматривается нижнегибридный интервал частот $\Omega_{\text{НГ}} \ll \omega \ll \min(\omega_{\text{pe}}, \omega_{\text{He}})$. Волновая поверхность в этом интервале имеет вид, показанный на рис. 1. Следует отметить, что в космических условиях при генерации таких волн реализуются резонансные условия, т. к. длина электромагнитной волны в этом частотном интервале, как

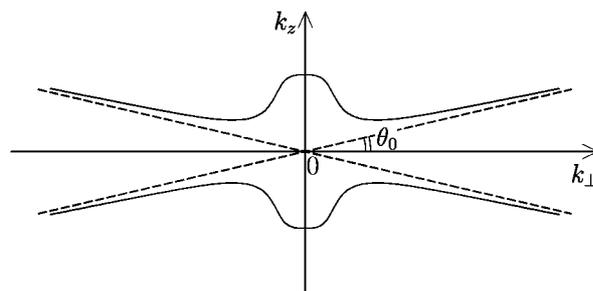


Рис. 1. Волновая поверхность в нижнегибридном интервале частот

правило, велика по сравнению с характерными реально достижимыми размерами антенн.

2. СТРУКТУРА КВАЗИЭЛЕКТРОСТАТИЧЕСКОГО ПОЛЯ В РЕЗОНАНСНЫХ УСЛОВИЯХ

В однородной магнитоактивной плазме для гармонического сигнала уравнение для потенциала φ имеет вид [1]:

$$\operatorname{div} [\hat{\epsilon} \nabla \varphi(\mathbf{r}, t)] = -4\pi \rho_{\text{ст}}(\mathbf{r}, t), \tag{1}$$

где $\rho_{\text{ст}}$ — источник стороннего заряда на антенне, а $\hat{\epsilon}$ — вообще говоря, интегро-дифференциальный пространственно-временной оператор, фурье-преобразование которого является тензором диэлектрической проницаемости $\epsilon_{\alpha\beta}(\omega, \mathbf{k})$.

Рассмотрим источник стороннего заряда в виде импульсного гармонического сигнала, т. е. положим

$$\rho_{\text{ст}}(\mathbf{r}, t) = \rho(\mathbf{r}) \Pi_T(t) \exp(-i\omega_0 t), \tag{2}$$

где $\rho(\mathbf{r})$ — распределение стороннего заряда на антенне, $\Pi_T(t)$ — единичная функция в интервале $t \in [0, T]$, $\omega_0 = 2\pi f_0$, f_0 — частота излучения.

Решение уравнения (1) представим в виде интеграла Фурье по пространственным переменным и времени:

$$\varphi(\mathbf{r}, t) = -\frac{1}{4\pi^3} \exp(-i\omega_0 t) \int_{\mathbb{R}^3} d\mathbf{k} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\rho_{\text{ст}}(\omega, \mathbf{k})}{k_\alpha \epsilon_{\alpha\beta} k_\beta} \exp(-i\omega t + i\mathbf{k}\mathbf{r}) d\omega, \tag{3}$$

где

$$\rho_{\text{ст}}(\omega, \mathbf{k}) = \rho(\mathbf{k}) \frac{\exp[i(\omega - \omega_0)t] - 1}{i(\omega - \omega_0)},$$

$\rho(\mathbf{k})$ — пространственный фурье-спектр $\rho(\mathbf{r})$, $(k_\alpha \epsilon_{\alpha\beta} k_\beta)/k^2$ — продольная диэлектрическая проницаемость плазмы.

Будем искать поле вблизи резонансной поверхности $r_\perp = \mu_0 z$ в координатном пространстве. Здесь $r_\perp^2 = x^2 + y^2$, $\mu_0 \equiv |\epsilon_1(\omega_0)/\epsilon_3(\omega_0)|^{1/2}$, координата z направлена вдоль внешнего магнитного поля. Для этого, следуя [3], повернём исходную систему координат x, y, z на угол $\gamma_0 \equiv \pi/2 - \theta_0$ вокруг оси y . При этом без ограничения общности можно считать, что интересующее нас направление лежит в плоскости xz . В новой системе координат τ, y, ξ ось τ направлена вдоль резонансной поверхности, а ось ξ ортогональна ей.

В новой системе координат потенциал преобразуется к виду

$$\varphi(\mathbf{r}, t) = \frac{\exp(-i\omega_0 t)}{4\pi^2 \epsilon_1} \int_{-\infty}^{+\infty} \Gamma(\omega) d\omega \iiint_{\mathbb{R}^3} \frac{\rho(k_\tau, k_y, k_\xi)}{D(\omega, \mathbf{k})} \exp[i(k_\tau \tau + k_y y + k_\xi \xi)] dk_\tau dk_y dk_\xi, \tag{4}$$

где $D(\omega, \mathbf{k}) = k_\perp^2 - k_z^2/\mu_0^2 + 2\Delta\mu k_z^2/\mu_0^3 + \tilde{D}(\omega, \mathbf{k})$, $D(\omega, \mathbf{k}) = 0$ — дисперсионное уравнение,

$$\Gamma(\omega) = \frac{\exp[i(\omega - \omega_0)T] - 1}{i(\omega - \omega_0)}.$$

В функции $D(\omega, \mathbf{k})$ присутствуют поправки, учёт которых может быть существенным в условиях резонанса. Поправка, пропорциональная $\Delta\mu \equiv \mu(\omega) - \mu(\omega_0)$, где $\mu(\omega) = |\epsilon_1(\omega)/\epsilon_3(\omega)|^{1/2}$, связана с конечной длиной импульса излучения. В слагаемое $\tilde{D}(\omega, \mathbf{k})$ включены дисперсионная поправка, учитывающая тепловое движение, электромагнитная поправка, учитывающая отличное от нуля

магнитное поле в волне и столкновительная поправка. В резонансном диапазоне частот, причём необязательно в нижнегибридном интервале, при условии малости этих поправок $\tilde{D}(\omega, \mathbf{k})$ имеет вид [1, 3]

$$\tilde{D}(\omega, \mathbf{k}) = \frac{\delta^2}{\varepsilon_1} (Ak^4 + B\kappa^2 k_z^2 + Ck_z^4) + i \left(\kappa^2 \frac{\delta\varepsilon_1}{\varepsilon_1} + k_z^2 \frac{\delta\varepsilon_3}{\varepsilon_3} \right) + \frac{\omega^2}{c^2} \left[\frac{\varepsilon_1}{\mu^2} + \frac{g^2}{\varepsilon_1(1+\mu^2)} \right], \quad (5)$$

где $\delta = V_{Te}/\omega$, V_{Te} — тепловая скорость электронов,

$$A = \frac{-3\omega_{pe}^2 \omega^2}{(\omega^2 - \omega_{He}^2)(\omega^2 - 4\omega_{He}^2)}, \quad B = -\frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2 - \omega_{He}^2} \left[1 + \frac{\omega^2(5\omega^2 - \omega_{He}^2)}{(\omega^2 - \omega_{He}^2)^2} \right], \quad C = -3 \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2},$$

$$\delta\varepsilon_1 = s \frac{\omega_{pe}^2(\omega^2 + \omega_{He}^2)}{(\omega^2 - \omega_{He}^2)^2}, \quad s = \frac{\nu_e}{\omega} \ll 1,$$

ν_e — частота столкновений электронов,

$$\delta\varepsilon_3 = s \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2}, \quad g = \frac{\omega_{pe}^2 \omega_{He}}{\omega(\omega_{He}^2 - \omega^2)}.$$

Интегрируя по k_τ и интересуясь лишь полем излучения, получаем

$$\varphi(\mathbf{r}, t) = \frac{i \exp(-i\omega_0 t)}{2\pi^2 \varepsilon_1} \int_{-\infty}^{+\infty} \Gamma(\omega) d\omega \iint_{S_+} \frac{\rho[k_\tau(\kappa), k_y, k_\xi]}{(\partial D / \partial k_\tau)|_{k_\tau=k_\tau(\kappa)}} \exp[i(k_\tau(\kappa)\tau + k_y y + k_\xi \xi)] dk_y dk_\xi, \quad (6)$$

где $k_\tau(\kappa) = k_\tau(k_y, k_\xi)$. В соответствии с условиями излучения интегрирование здесь проводится лишь по той части волновой поверхности S_+ , где $\partial\omega/\partial k_\tau > 0$. Это условие означает, что поток электромагнитной энергии и, соответственно, групповая скорость волны направлены от источника.

Интеграл по k_y берётся методом стационарной фазы в предположении, что $\tau \gg L$. Дифференцированием дисперсионного уравнения по k_y можно убедиться, что $\partial k_\tau / \partial k_y = 0$ на прямой $k_y = 0, k_\tau = k_\tau^*(k_\xi), k_\xi \in (-\infty, +\infty)$. Однако на поверхности S_+ лежит лишь её положительная (при $\varepsilon_1 > 0$) или отрицательная (при $\varepsilon_1 < 0$) часть.

Функция $k_\tau^*(k_\xi)$ представляет собой сумму дисперсионной, электромагнитной и столкновительной поправок и поправки, связанной с конечностью длины импульса излучения, т. е.

$$k_\tau^*(k_\xi) = \delta k_{\tau R}^* + \delta k_{\tau \lambda}^* + \delta k_{\tau s}^* + \delta k_{\tau \omega}^*, \quad (7)$$

где $\delta k_{\tau R}^* = -R^2 k_\xi^3 / 3$, $\delta k_{\tau \lambda}^* = 1 / (4k_\xi \lambda^2)$, $\delta k_{\tau s}^* = i s k_\xi$, $\delta k_{\tau \omega}^* = k_\xi q \Omega$, $q = (\partial\mu/\partial\omega)|_{\omega=\omega_0} / (1 + \mu_0^2)$, а R и λ — эффективный дебаевский радиус и длина электромагнитной волны соответственно. В нижнегибридном интервале частот для этих констант имеем

$$R^2 = 9/2 (V_{Te}/\omega_{pe})^2 \omega/\omega_{pe}, \quad (8)$$

$$\lambda = c[\omega/(2\omega_{pe})]^{1/2}/\omega. \quad (9)$$

Окончательно получаем

$$\varphi(\tau, \xi, t) = \pm \frac{i\mu^{1/2} \exp(-i\omega_0 t \mp i\pi/4)}{(2\pi)^{3/2} \varepsilon_1 \tau^{1/2}} \times$$

$$\times \int_{-\infty}^{+\infty} \Gamma(\omega) d\omega \int_0^{\mp\infty} (\pm k_\xi)^{-1/2} \rho(0, 0, k_\xi) \exp[ik_\tau^*(k_\xi)\tau + ik_\xi\xi] dk_\xi, \quad (10)$$

причём верхний знак выбирается при $\varepsilon_1 > 0$, а нижний — при $\varepsilon_1 < 0$.

Следовательно, для резонансного электрического поля $E_\xi = -\partial\varphi/\partial\xi$, ортогонального резонансной поверхности, получаем

$$E_\xi(\tau, \xi, t) = \pm \frac{i\mu^{1/2} \exp(-i\omega_0 t \mp i\pi/4)}{(2\pi)^{3/2} \varepsilon_1 \tau^{1/2}} \times \int_{-\infty}^{+\infty} \Gamma(\omega) d\omega \int_0^{\mp\infty} (\pm k_\xi)^{1/2} \rho(0, 0, k_\xi) \exp[ik_\tau^*(k_\xi)\tau + ik_\xi\xi] dk_\xi. \quad (11)$$

Отсюда видно, что вдоль резонансной поверхности поле медленно спадает по закону $E \propto \tau^{-1/2}$, а его поперечная структура обусловлена видом распределения заряда на источнике. Также следует отметить, что полученный волновой пакет является суперпозицией плоских волн, бегущих преимущественно в одном направлении, задаваемом осью ξ , ортогональной к резонансной поверхности. Результирующее распределение электрического поля имеет волнообразный характер. Таким образом, при возбуждении плазменного резонанса «малым» источником вдоль резонансной поверхности переносится «поперечная» по отношению к последней структура распределения заряда на источнике.

Нормируя величины ξ , λ , R и τ на L и переходя к переменной $x = k_\xi L$, получаем

$$\varphi(\tau, \xi, t) = \frac{\varphi_0}{\tau^{1/2}} \exp(-i\omega_0 t) \int_0^\infty \frac{dx}{x^{1/2}} \rho(0, 0, x) \exp[i\Psi(x)] \times \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\Omega}{i\Omega} \exp(-i\Omega t + ixq\tau\Omega) [\exp(i\Omega T) - 1], \quad (12)$$

где $\varphi_0 = \mu^{1/2} Q \exp(-i\pi/4) / [(2\pi)^{3/2} \varepsilon_1 L]$, Q — заряд на антенне, $\Psi(x) = x\xi - R^2 x^3 \tau / 3 + \tau / (4x\lambda^2) + i s \tau x$.

Интегрируя в (12) по частоте Ω , получаем

$$\varphi(\tau, \xi, t) = \frac{\pi\varphi_0}{i\tau^{1/2}} \exp(-i\omega_0 t) \int_0^\infty \frac{dx}{x^{1/2}} \rho(0, 0, x) \exp[i\Psi(x)] \Pi_T(t - q\tau x), \quad (13)$$

где $\Pi_T(t - q\tau x)$ — единичная функция на интервале $t - q\tau x \in [0, T]$, причём здесь $t > 0$, $x > 0$.

Следовательно, потенциал можно записать в виде

$$\varphi(\tau, \xi, t) = \begin{cases} \frac{\pi\varphi_0}{i\tau^{1/2}} \exp(-i\omega_0 t) I\left(\frac{t}{q\tau}\right), & 0 \leq t \leq T; \\ \frac{\pi\varphi_0}{i\tau^{1/2}} \exp(-i\omega_0 t) \left[I\left(\frac{t}{q\tau}\right) - I\left(\frac{t-T}{q\tau}\right) \right], & t > T, \end{cases} \quad (14)$$

где $I[t/(q\tau)] \equiv I(\beta) = \int_0^\beta dx \rho(0, 0, x) \exp[i\Psi(x)] / \sqrt{x}$.

Из приведённых формул следует, что формирование импульса излучения зависит от величины безразмерного времени $t/(q\tau)$. Например, установление стационарного гармонического сигнала при $T \rightarrow \infty$ происходит на временах $t/(q\tau) > 1$ (формально при $t/(q\tau) \gg 1$) после включения передатчика в момент времени $t = 0$. Процесс формирования поля излучения вблизи резонансного конуса при его возбуждении прямоугольным импульсом достаточно сложен. Он зависит, конечно, от распределения заряда на антенне и её геометрии. Это обусловлено тем, что в фиксированную точку вблизи резонансной поверхности приходит множество плоских волн с различными значениями волнового числа k_ξ . Групповая скорость этих волн $V_{gr} = (k_\xi q)^{-1}$ направлена перпендикулярно волновой поверхности. Интерференция этих волн приводит к картине поля, описываемой формулами (14). Импульс поля с резонансной несущей частотой не является прямоугольным несмотря на то, что здесь учитывается только линейный член разложения дисперсионного соотношения по частоте, т. е. дисперсионное расплывание во внимание не принимается. Структура поля в фиксированной точке пространства (τ, ξ) в момент времени t определяется суперпозицией пространственных гармоник с волновыми числами, лежащими в интервале от нуля (причём в квазистатическом приближении при $k_\xi \rightarrow 0$, $V_{gr} \rightarrow \infty$) до $k_\xi = t/(q\tau)$ при $0 \leq t \leq T$ и в интервале от $k_\xi = (t - T)/(q\tau)$ до $k_\xi = t/(q\tau)$ при $t > T$. Поскольку максимум в пространственном спектре источника приходится на гармоники с характерным волновым числом $k_\xi \sim L^{-1}$, характерное время формирования импульса поля с резонансной несущей частотой в точке (τ, ξ) равно времени группового запаздывания этих гармоник $q\tau/L$. Разумеется, выражение (14) справедливо лишь при достаточно больших временах, соответствующих приходу в точку наблюдения коротких электростатических волн, которые и определяют структуру поля.

3. АНАЛИЗ ИЗЛУЧЕНИЯ ОТ НЕКОТОРЫХ ПРОСТЫХ ИСТОЧНИКОВ

Для дипольной антенны длины $2L$ с треугольным профилем распределения тока, ориентированной под углом α к направлению внешнего магнитного поля, $\rho(0, 0, x) = \sin^2(\Gamma x/2)/(\Gamma x)$, $\Gamma = \Gamma(\alpha, \theta_0, \varphi) = \sin \alpha \cos \theta_0 \cos \varphi + \cos \alpha \sin \theta_0$, и интегралы в (14) выражаются через неполные гамма-функции, если пренебречь тепловой поправкой в дисперсионном соотношении. Простые и наглядные формулы получаются при $T \rightarrow \infty$ и $t/(q\tau) \gg 1$. В этом приближении стационарное значение электрического поля вблизи резонансного конуса (в размерных переменных) составляет

$$E_\xi(\tau, \xi, t) = \frac{\pi^{3/2} E_0 L \exp(-i\omega_0 t + i\pi/4)}{4\Gamma\tau^{1/2}} (2I_1 + I_2 + I_3), \quad (15)$$

где

$$I_1 = (\xi + is\tau)^{-1/2} \exp[(4i/\lambda) (\xi\tau)^{1/2}], \quad I_2 = -(\xi + \Gamma L + is\tau)^{-1/2} \exp[(4i/\lambda) \sqrt{(\xi + \Gamma L)\tau}], \\ I_3 = -(\xi - \Gamma L + is\tau)^{-1/2} \exp[(4i/\lambda) \sqrt{(\xi - \Gamma L)\tau}];$$

член, учитывающий столкновения, оставлен только в амплитудных множителях.

Из приведённых соотношений следует, что стационарное гармоническое поле с резонансной частотой, излучаемое антенной, имеет вид суперпозиции трёх пакетов волн. Первое из слагаемых есть волна, связанная с возбуждением резонансного конуса зазором антенны, а второе и третье слагаемые связаны с возбуждением резонансного конуса концами антенны. Такая структура поля есть следствие того факта, что наиболее сильно в структуре резонансного конуса проявляются области с особенностями распределения заряда вдоль антенного провода, которые связаны с тем, что в зазоре плотность заряда скачком меняет знак при переходе с одного провода на другой, а на концах антенны обрывается. Эти особенности распределения заряда вызывают также «слабые» сингулярности поля при $\xi = 0$ и $\xi \pm \Gamma L = 0$, которые исчезают либо в результате учёта

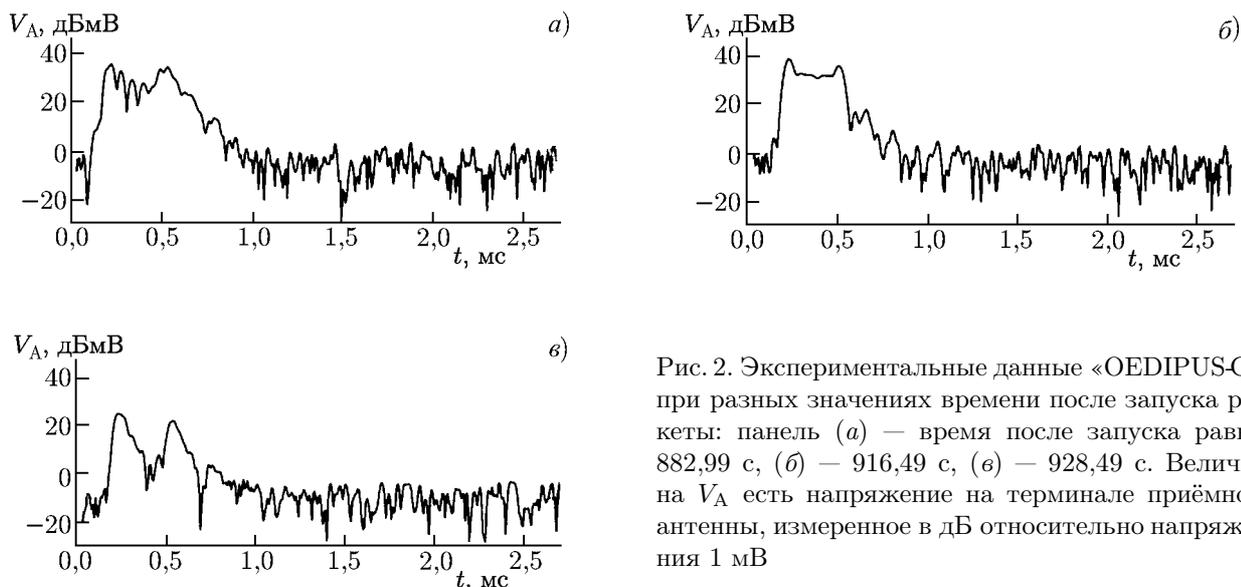


Рис. 2. Экспериментальные данные «OEDIPUS-C» при разных значениях времени после запуска ракеты: панель (а) — время после запуска равно 882,99 с, (б) — 916,49 с, (в) — 928,49 с. Величина V_A есть напряжение на терминале приёмной антенны, измеренное в дБ относительно напряжения 1 мВ

столкновений (что и сделано в приведённых формулах), либо в результате учёта тепловой поправки в дисперсионном уравнении, связанной с возможностью возбуждения плазменной волны. Поверхности постоянной фазы в переменных τ, ξ представляют собой гиперболы с уравнениями $\tau\xi = \text{const}, \tau(\xi \pm \Gamma L) = \text{const}$.

Интересен также случай точечного диполя, который можно получить в пределе $L \rightarrow 0$ и $P = QL = \text{const}$, где P — его дипольный момент. Тогда в размерных переменных электрическое поле при $t/(q\tau) \gg 1, T \rightarrow \infty$ равно

$$E_\xi(\tau, \xi, t) \approx C_0 P \tau^{-1/2} \exp(-i\omega_0 t) \int_0^\infty dx x^{3/2} \exp[i\Psi(x)], \tag{16}$$

где $C_0 = \pi\mu_0^{1/2} \Gamma \exp(-i\pi/4) / [4(2\pi)^{3/2} \epsilon_1(\omega_0)]$, $\Psi(x) = -pk - r/x, p = -i(\xi + i\sigma\tau), r = -i\tau/(4\lambda^2)$. Из (16) получаем

$$E_\xi(\tau, \xi, t) \approx \sqrt{\pi} C_0 P \Gamma \tau^{-1/2} \exp(-i\omega_0 t) p^{-3/2} [3/(4p) + 2\sqrt{r/p} + r] \exp(-2\sqrt{pr}). \tag{17}$$

Нетрудно убедиться, что в случае диполя, ориентированного вдоль оси гиротропии, т. е. при $\Gamma = \sin\theta_0$, выражение для поля с резонансной частотой совпадает с азимутальной компонентой электрического поля для диполя, помещённого в одноосный кристалл с $\epsilon_1 = 1$ и $\epsilon_3 < 0$ и ориентированного вдоль его оптической оси [4].

Короткие антенны, в которых распределение тока близко к треугольному, использовались в эксперименте «OEDIPUS-C» [5]. В рамках этого эксперимента были изучены излучение, распространение и приём волн в резонансных условиях на частоте 100 кГц в ионосфере. Возбуждающий волны ток в антенне имел вид импульсов с длительностью $T = 0,3$ мс. Излучающая и приёмная антенны представляли собой два скрещённых под прямым углом диполя с треугольными распределениями тока и с характерными размерами $L = 9,5$ м. Расстояние между ними поддерживалось неизменным и было равно 1174 м.

В эксперименте «OEDIPUS-C» наблюдались эффекты аномального расплывания и группового запаздывания, см. рис. 2. Частоты ω_{pe} и ω_{He} изменялись в зависимости от времени после

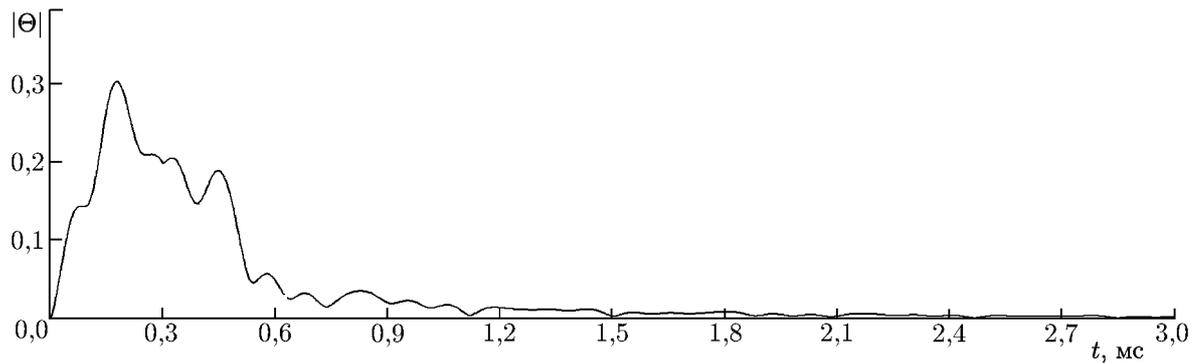


Рис. 3. Структура потенциала, создаваемая разрывным распределением заряда вдоль антенны

запуска ракеты. Например, через 854,49 с после запуска имеем $\omega_{pe} = 4,21 \cdot 10^6 \text{ с}^{-1}$, $\omega_{He} = 8,42 \cdot 10^6 \text{ с}^{-1}$. Этим частотам соответствует длина электромагнитной волны $\lambda = 130 \text{ м}$. Как видно из рис. 2, уже на расстоянии порядка десяти длин волн наблюдалось запаздывание видеоимпульса примерно на 10^{-4} с , а вследствие расплывания его длительность увеличилась примерно в два раза. Как следует из приведённых графиков, импульс имеет тонкую структуру, вид которой зависит от времени после запуска. В формировании этой структуры существенную роль играет приёмная антенна, т. к. её отклик на падающее поле является также резонансным. В настоящей работе отклик приёмной антенны не рассматривается.

Важно отметить, что структура поля излучения, задаваемая распределением заряда с особенностями вдоль антенного провода, весьма сложна. На рис. 3 приведена зависимость от времени величины $|\Theta(\tau, \xi, t)| \equiv |\int_0^\infty dx \rho(0, 0, x) \exp[i\Psi(x)] \Pi_T(t - q\tau x) / \sqrt{x}|$, которая, согласно (13), характеризует огибающую потенциала, в данном случае создаваемого двумя скрещёнными под прямым углом диполями с треугольными профилями распределения тока. Значения параметров взяты из эксперимента «OEDIPUS-C» для времени после запуска ракеты 854,49 с. Поэтому задачу о групповом запаздывании и аномальном расплывании удобно анализировать на классе гладких функций. Рассмотрим дипольный источник вида

$$\rho(\xi, \tau, y) = \frac{Q}{2iL} \left[\frac{1}{(\xi + i)^2} - \frac{1}{(\xi - i)^2} \right] \delta(\tau) \delta(y). \quad (18)$$

В пренебрежении электромагнитной и дисперсионной поправками интеграл, задающий структуру потенциала, выражается через неполную гамма-функцию комплексного аргумента:

$$I(\beta, \xi) = \frac{Q\pi}{iL^2} \frac{\gamma[3/2, -i(\xi + i + i\sigma\tau)\beta]}{[-i(\xi + i + i\sigma\tau)]^{3/2}}. \quad (19)$$

Если же учесть дисперсионную и/или электромагнитную поправки, то соответствующий интеграл аналитически не берётся и приходится применять численные методы.

На рис. 4 показано, как изменяется величина $|\Theta(\tau, \xi, t)|$ при удалении от источника вдоль резонансной поверхности, т. е. при $\xi \approx 1$, и при удалении от резонансного направления для $\tau = 10^3$. Значения частот ω_{pe} , ω_{He} и прочие параметры взяты из данных, полученных в эксперименте «OEDIPUS-C» для времени после запуска ракеты 854,49 с. Видно, что уже на расстояниях порядка десяти длин волн наблюдается групповое запаздывание сигнала примерно на $10^{-5} \div 10^{-4} \text{ с}$. Кроме этого, имеет место эффект аномального расплывания сигнала: вблизи резонансного направления вдали от источника на расстоянии порядка сотни длин волн сигнал расплывается более чем в $3 \div 4$ раза.

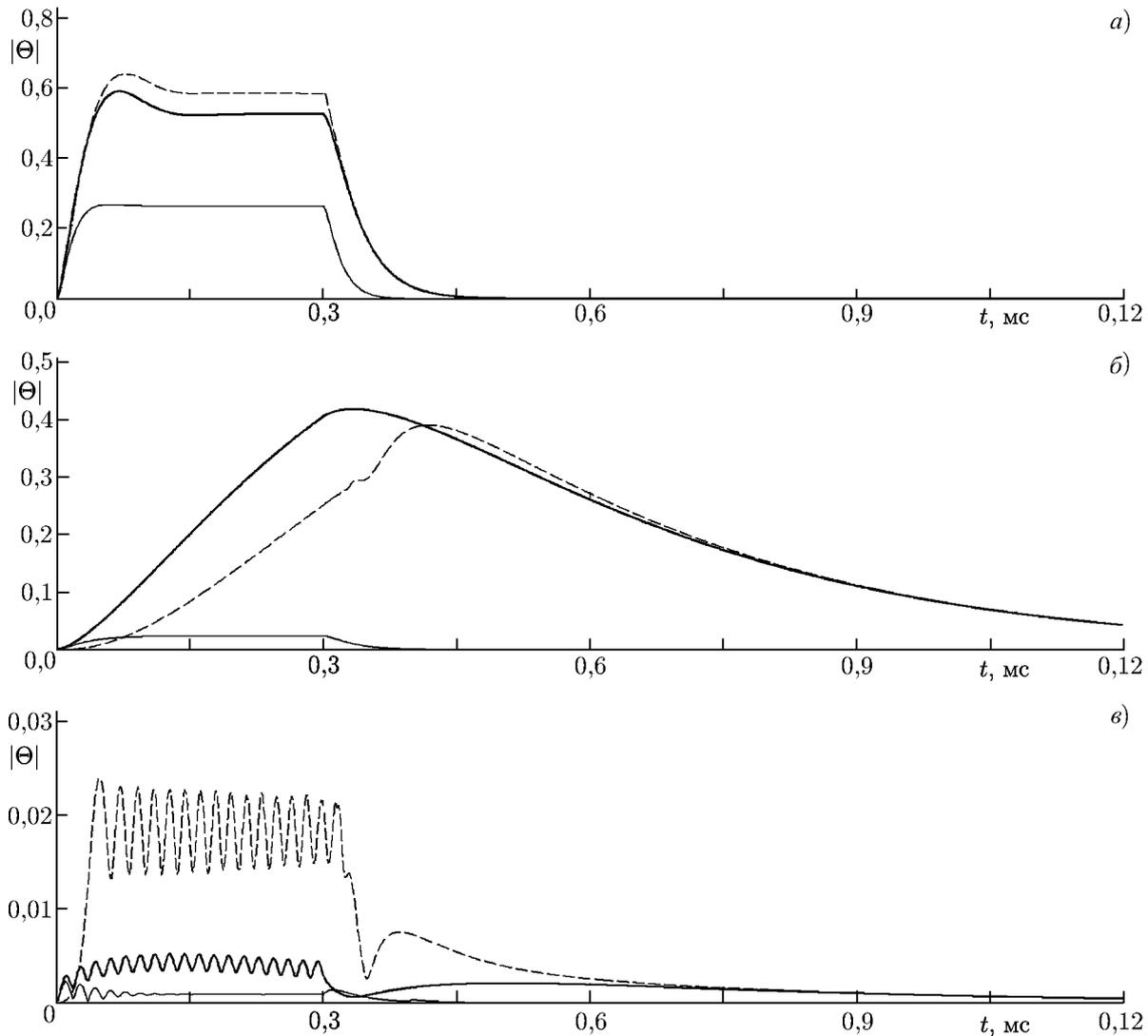


Рис. 4. Структура потенциала, создаваемая гладким распределением заряда вдоль антенны. Панель (а) — $\xi = 1, \tau = 10^2$; (б) — $\xi = 1, \tau = 10^3$; (в) — $\xi = 10^2, \tau = 10^3$. Сплошные толстые линии соответствуют $\Psi(x) = x\xi$, сплошные тонкие линии — $\Psi(x) = x\xi + i\sigma\tau x$, пунктирные линии — $\Psi(x) = x\xi + \tau/(4x\lambda^2)$

На основании построенных зависимостей огибающей потенциала от времени представляется возможным сделать некоторые выводы о влиянии поправок. Во-первых, обусловленная дисперсией поправка практически не меняет структуру импульса, т. к. кривые, соответствующие $\Psi(x) = x\xi - R^2x^3\tau/3$, совпадают с кривыми, соответствующими $\Psi(x) = x\xi$. Во-вторых, влияние поправки за счёт столкновений увеличивается по мере удаления от источника, и она заметно ослабляет сигнал. В-третьих, учёт электромагнитной поправки, которая существенна лишь для гладких распределений заряда вдоль антенны, приводит к заметным изменениям в структуре импульса. И, наконец, вдали от резонансного направления появляется амплитудная модуляция огибающей сигнала. Её период T_0 можно оценить методом стационарной фазы по параметру $\xi^{3/2}/(R\tau^{1/2}) \gg 1$: $T_0 = q\tau/\xi = q/\theta$, где θ — угол наблюдения.

Выше были рассмотрены резонансные структуры потенциала, создаваемого различными видами распределений заряда на антенне: разрывными и гладкими. Покажем, что гладкость распре-

деления заряда на антенне определяет скорость убывания потенциала в зависимости от времени. В самом деле, при временах $t \gg T$ потенциал, как следует из (14), можно приближённо записать в виде

$$\varphi = \frac{\pi T \varphi_0}{iq\tau^{3/2}} \exp(-i\omega_0 t) \left(\frac{\partial I}{\partial \beta} \right) \Big|_{\beta=t/(q\tau)}. \quad (20)$$

Дифференцируя функцию I , получаем

$$\varphi = \frac{\pi T \varphi_0 \sqrt{q}}{i\tau} \exp(-i\omega_0 t) \frac{\rho[t/(q\tau)]}{\sqrt{t}} \exp\{i\Psi[t/(q\tau)]\}. \quad (21)$$

Из (21) видно, что скорость убывания потенциала как функции времени определяется видом спектра заряда на антенне. Поскольку спектр разрывных функций более богатый, чем спектр гладких функций, то можно заключить, что в данной точке пространства поле, созданное гладким распределением заряда на антенне, затухает быстрее, чем поле, созданное разрывным распределением заряда.

4. НЕКОТОРЫЕ ОБОБЩЕНИЯ И ОБРАТНАЯ ЗАДАЧА ЭЛЕКТРОДИНАМИКИ

Интегралы в формуле (14), задающие структуру потенциала, имеют достаточно сложный вид. С целью упрощения анализа рассматриваемой задачи и некоторых обобщений имеет смысл перейти от интегрального описания к дифференциальному.

Нетрудно убедиться, что интеграл

$$\Theta(\tau, \xi, t) \equiv \int_0^\infty \frac{dx}{\sqrt{x}} \rho(0, 0, x) \exp[i\Psi(x)] \Pi_T(t - q\tau x)$$

удовлетворяет дифференциальному уравнению второго порядка в частных производных вида

$$\frac{\partial \Theta}{\partial \tau} = iq \frac{\partial^2 \Theta}{\partial t \partial \xi} + is \frac{\partial \Theta}{\partial \xi}, \quad (22)$$

если фаза имеет вид $\Psi(x) = x\xi + is\tau x$. Данное уравнение имеет определённый класс решений, для нахождения которого запишем интеграл I из (14) в виде

$$I(t, \tau, y) = C_{1\chi} \left(\frac{t}{q\tau} \right)^\chi f(y), \quad (23)$$

где $C_{1\chi}$ — некоторая константа, $y \equiv i(\xi + i + is\tau)t/(q\tau)$ — «автомодельная» переменная, χ — положительное полуцелое число, $\chi > 1/2$. Подставляя в уравнение (22) функцию $I(t, \tau, y)$ в таком виде, приходим к обыкновенному дифференциальному уравнению, описывающему допустимое множество функций $f(y)$:

$$yf'' + (\chi + 1 - y)f' - \chi f = 0. \quad (24)$$

Это уравнение имеет два линейно независимых решения. Первое решение — это вырожденная гипергеометрическая функция $\Phi(\alpha, \gamma; y)$ с параметрами $\alpha = \chi$ и $\gamma = \chi + 1$. Второе решение имеет особенность в точке $y = 0$ и по этой причине не рассматривается. Следовательно,

$$f(y) = C_{2\chi} \Phi(\chi, \chi + 1; y), \quad (25)$$

где $C_{2\chi}$ — некоторая константа.

Покажем, что класс функций, определяемый (25), содержит в себе найденное ранее решение (19). Для этого используем связь вырожденной гипергеометрической функции с параметрами $\alpha = \chi$ и $\gamma = \chi + 1$ и неполной гамма-функции:

$$\gamma(\chi, y) = \frac{y^\chi}{\chi} \Phi(\chi, \chi + 1; -y). \quad (26)$$

Сопоставляя (19) и (26), заключаем, что при $\chi = 3/2$ указанные выражения совпадают.

Проведённый анализ позволяет отметить некоторые аспекты обратной задачи электродинамики. В самом деле, найденному классу распределений потенциала соответствует класс дипольных распределений зарядов на антенне

$$\rho(\xi, \tau, y) = C_{3\chi} \left[\frac{1}{(1 + i\xi)^{\chi+1/2}} + \frac{(-1)^{\chi-1/2}}{(1 - i\xi)^{\chi+1/2}} \right] \delta(\tau) \delta(y), \quad (27)$$

где $C_{3\chi}$ — некоторая константа.

Отметим, что дипольное распределение заряда вида (27) при $\chi = 3/2$ рассматривалось в [1] при построении линейной теории антенны в однородной магнитоактивной плазме.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В статье проанализирована структура импульсов медленных квазистатических волн, возбуждаемых в резонансной полосе частот источником, размеры которого много меньше длины электромагнитной волны. Отличительной чертой таких импульсов являются аномальное расплывание и значительное групповое запаздывание. Это подтверждается экспериментальными данными двухточечного ракетного эксперимента «OEDIPUS-C» в ионосфере Земли.

Кроме того, исследована роль гладкости распределения заряда вдоль антенны в формировании резонансной структуры поля. Обнаружено, что для гладких распределений заряда на антенне электромагнитная поправка существенно искажает форму излучаемого сигнала, а для разрывных распределений заряда в резонансной структуре волнового поля наиболее сильно проявляются области особенностей распределения заряда вдоль антенны.

С целью упрощения анализа полученных соотношений выполнен переход от интегрального описания структуры поля к дифференциальному. Это позволило выделить класс функций, определяющих распределение потенциала, и найти соответствующий класс дипольных распределений заряда на антенне.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант 11-02-97088-р_поволжье_a) и программы ОФН РАН № VI.15 «Плазменные процессы в Солнечной системе».

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Мареев Е. А., Чугунов Ю. В. Антенны в плазме. Нижний Новгород: ИПФ АН, 1991. 232 с.
2. Андронов А. А., Чугунов Ю. В. // Успехи физ. наук. 1975. Т. 116. С. 79.
3. Мареев Е. А., Чугунов Ю. В. // Изв. вузов. Радиофизика. 1987. Т. 30, № 8. С. 961.
4. Фелсен Л., Маркувиц Н. Излучение и рассеяние волн. Т. 2. М.: Мир, 1978. 556 с.
5. Chugunov Y. V., Mareev E. A., Fiala V., James H. G. // Radio Sci. 2003. V. 38, No. 2. P. 1022.

Поступила в редакцию 28 июля 2011 г.; принята в печать 30 августа 2011 г.

**NONSTATIONARY QUASIELECTROSTATIC RADIATION FIELD
OF DIPOLE ANTENNAS IN A MAGNETIZED PLASMA
IN THE RESONANCE FREQUENCY BAND**

Yu. V. Chugunov and E. A. Shirokov

We consider characteristics of slow quasielectrostatic waves excited in the resonance frequency band by a source whose dimensions are much less than the wavelength of the electromagnetic wave. We primarily focus on the analysis of the radiation of a harmonic wave in pulsed mode by a dipole source. Firstly, we study the influence of electromagnetic, dispersive, and collisional corrections on the field shape in the dispersion equation. Secondly, we analyze the field structure near the resonance cone. In particular, the effects of the group delay and anomalous spreading of the wave are considered. The developed theory is used to interpret the “OEDIPUS-C” experiment. For example, a delay of 10^{-4} s and a significant (severalfold) spreading of the pulse were observed at a distance of about ten wavelengths. Finally, some aspects of the inverse problem of electrodynamics are examined. Namely, the role of the smoothness of the antenna charge distribution in the field structure formation is shown and the class of smooth charge distributions creating a given field structure is found.