УДК 534.26

МЕТОД МНОГОЧАСТОТНОЙ БЛИЖНЕПОЛЬНОЙ АКУСТИЧЕСКОЙ ТОМОГРАФИИ ОБЪЁМНЫХ НЕОДНОРОДНОСТЕЙ МОРСКОГО ДНА

П. К. Гайкович [1], *А. И. Хилько* [2], *К. П. Гайкович* [1]

[1] Институт физики микроструктур РАН;
[2] Институт прикладной физики РАН, г. Нижний Новгород, Россия

В работе предложен метод ближнепольной многочастотной когерентной акустической томографии пространственно локализованных неоднородностей дна мелкого моря. В рамках развиваемого метода наблюдения осуществляется двумерное пространственное сканирование приёмно-излучающей системы вдоль дна над областью расположения неоднородностей на различных частотах. В борновском приближении исходное трёхмерное интегральное уравнение для рассеянного поля сводится к одномерному уравнению типа Фредгольма 1-го рода относительно глубинного профиля поперечного спектра неоднородностей. При решении этого интегрального уравнения для каждой пары спектральных компонент используется метод обобщённой невязки, а искомое трёхмерное распределение получается путём обратного фурье-преобразования восстановленного спектра. Представлены результаты численного моделирования томографии и визуализации неоднородностей дна мелкого моря.

Акустические методы дистанционной диагностики морской среды являются эффективным средством решения практических задач освоения морского шельфа [1–3]. Последнее время особую актуальность приобрело дистанционное акустическое зондирование морского дна. Это связано с решением практических задач инженерной сейсморазведки, поиска объектов в осадочных слоях и экологического контроля в районах расположения портов, морских трубопроводов и морских добывающих платформ. При решении такого рода задач получили широкое применение методы импульсного зондирования, основанные на использовании некогерентных сейсмоакустических источников взрывного типа. Исследуются и перспективные методы когерентного зондирования морского дна, основанные на зондировании с помощью буксируемых гидроакустических излучателей. Использование таких источников позволяет выполнять когерентное накопление сигналов, что позволяет существенно повысить чувствительность и разрешение при зондировании [4–8]. Однако обычно пространственная обработка осуществляется лишь для синтезированных апертур, формируемых при прямолинейном одномерном перемещении излучателя и приёмной системы.

Создание и применение для зондирования морского дна когерентных гидроакустических излучателей позволяет применить и более эффективные методы, использующие данные двух- и трёхмерного сканирования [1, 2]. Отметим, что многие такие задачи диагностики по данным многомерных гидроакустических наблюдений (см., например, [8–10]) относятся к классу некорректных обратных задач, решение которых может основываться на использовании методов регуляризации [9, 10] и использовании априорной информации [11]. Такие задачи актуальны, прежде всего, при проведении подводных инженерных работ и поиске опасных объектов в донных осадках.

Естественным развитием этих исследований является предлагаемый в данной работе метод томографии, т. е. восстановления трёхмерной структуры параметров неоднородностей, локализованных в морском дне, из решения соответствующей обратной задачи рассеяния. Исследование и применение обратных задач рассеяния имеет давнюю историю не только в акустике, но также в электродинамике и квантовой механике. Наиболее простая такая задача — для бесконечной одномерно-неоднородной среды — приводит к известному решению Гельфанда—Левитана—Марченко [12, 13]. К сожалению, это решение не имеет обобщения для случая трёхмерных неоднородностей. Только для ряда задач, таких как задача восстановления сферически-симметричного потенциала по данным наблюдения рассеяния со всех углов вокруг зондируемой неоднородности (схема измерений «full view»), удалось получить такие решения [14, 15]. Но для слоистых или поглощающих сред и эти подходы не применимы. Теоретической основой при решении обратных задач рассеяния в таких сложных средах является общая теория томографии, развитая Радоном и интерпретированная позднее Тихоновым в рамках развитой им теории некорректных обратных задач [11]. При таком подходе обратные задачи рассеяния сводятся к решению трёхмерных интегральных уравнений. В рассматриваемом случае когерентной томографии такие интегральные уравнения для рассеянного поля могут быть получены из соответствующих уравнений Гельмгольца [16, 17]. Когерентность томографии подразумевает когерентность зондирующего и рассеянного поля, что позволяет измерять фазовый сдвиг между гармоническим зондирующим и принятым сигналами на каждой из частот и тем самым определять используемые в анализе комплексные амплитуды.

Исходными данными для анализа являются результаты двумерного пространственного сканирования вдоль дна в ближней зоне над областью неоднородности на нескольких частотах или на нескольких уровнях при фиксированной частоте сигнала. Вертикальное разрешение в многочастотных измерениях достигается трансформацией масштаба ближней зоны сигнала в зависимости от его частоты. При многоуровневых измерениях ближняя зона «погружается» в зондируемую неоднородность при приближении уровня сканирования к плоскости дна.

Такой метод может быть применён для диагностики объектов в донных осадках. В целях теоретического исследования задачи используем модель мелкого моря с дном в виде жидкого полупространства, что соответствует случаю, когда дно образовано илистыми отложениями. В случае, когда дно представляет собою более консолидированную среду, можно использовать модель волновода в виде слоя жидкости на упругом полупространстве, либо многослойную модель морского дна [18]. Будем считать, что излучатель и приёмная система перемещаются в горизонтальной плоскости над дном, под которым расположена наблюдаемая неоднородность (рис. 1). В жидком полупространстве при $z > h$ (среда 1) плотность $\rho = \rho_1$, а скорость звука $c = c_1$. Плотность воды в жидком слое в интервале глубин $0 < z \leq h$ (среда 2) $\rho = \rho_2$, скорость звука $c = c_2$. Представим неоднородность в виде малого возмущения c_{s} от постоянной скорости звука, т. е. $c = c_1 + c_{\mathrm{s}}(\mathbf{r})$, где $\mathbf{r} = (x, y, z)$ — радиус-вектор точки наблюдения. Будем считать также, что рефракционная неоднородность $c_{\mathrm{s}}(\mathbf{r})$ занимает некоторую ограниченную область (рис. 1).

Давление звука $P(\mathbf{r})$ в акустической среде удовлетворяет волновому уравнению и, соответственно, уравнению Гельмгольца для комплексных амплитуд в каждой из сред с граничными условиями на свободной поверхности и границе с жидким полупространством [19]. Комплексную амплитуду источника звука обозначим функцией $f(\omega, \mathbf{r}')$, где ω — циклическая частота зондирующего поля $f \exp(-i\omega t)$. При наличии неоднородности коэффициент в волновом уравнении $k(\mathbf{r}) = \omega^2 c^{-2}(\mathbf{r}) = \omega^2 c^{-2}\,[1 - C_{\mathrm{s}}(\mathbf{r})]$, где параметр неоднородности $C_{\mathrm{s}}(\mathbf{r}) = 1 - c^2\,[c + c_{\mathrm{s}}(\mathbf{r})]^{-2}$. Тогда давление звука для произвольного распределения источников в возмущённой среде можно определить, используя функцию Грина для волновода [17]:

$$P(\mathbf{r}) = P_0(\mathbf{r}) + P_1(\mathbf{r}) = P_0(\mathbf{r}) - \frac{\omega^2}{c^2} \int\limits_V C_{\mathrm{s}}(\mathbf{r}') G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') P(\mathbf{r}')\, \mathrm{d}\mathbf{r}', \tag{1}$$

где зондирующее поле $P_0(\mathbf{r}) = \int f(\omega, \mathbf{r}') G(\mathbf{r}, \mathbf{r}')\, \mathrm{d}\mathbf{r}'$, а $P_1(\mathbf{r})$ — поле, рассеянное на неоднородности. При решении прямой задачи — определения распределения поля в среде с неоднородностью — уравнение (1) представляет собой интегральное уравнение Фредгольма 2-го рода, которое имеет решение

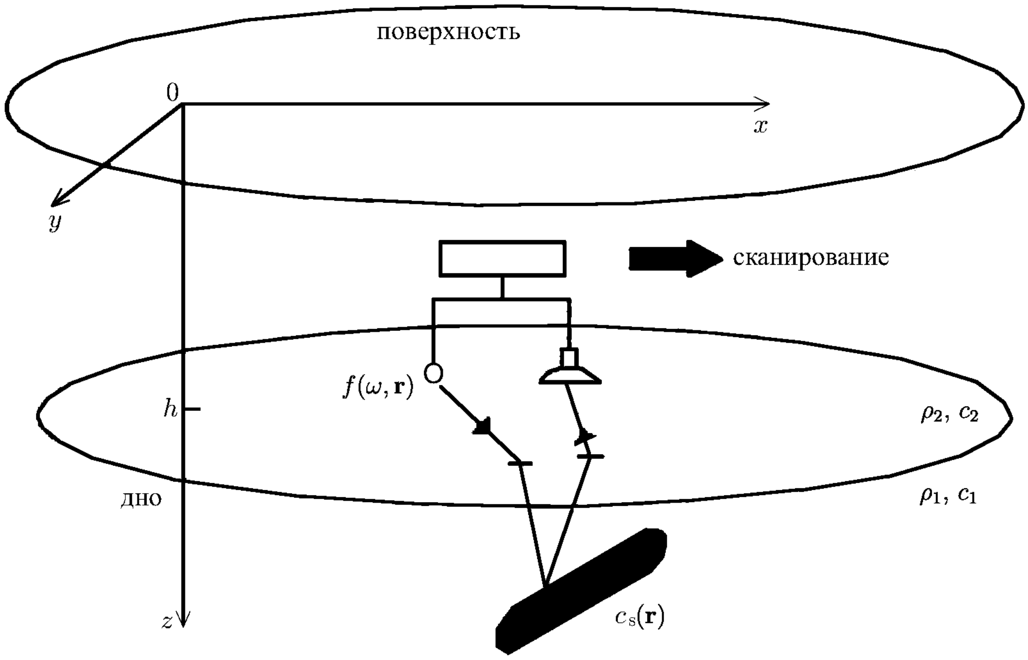

Рис. 1. Расположение основных элементов акустической системы томографического наблюдения в океаническом волноводе

$$P(\mathbf{r}) = P_0(\mathbf{r}) + \int\limits_V R(\mathbf{r},\mathbf{r}')P_0(\mathbf{r}')\,\mathrm{d}\mathbf{r}', \tag{2}$$

где резольвента R представляется рядом Неймана:

$$R = K^{(1)} + K^{(2)} + \ldots + K^{(n)} + \ldots\,,$$
$$K^{(1)}(\mathbf{r},\mathbf{r}') = -\frac{\omega^2}{c^2}\,C_\mathrm{s}(\mathbf{r}')G(\mathbf{r},\mathbf{r}'), \qquad K^{(n)} = \int\limits_V K(\mathbf{r},\mathbf{s})K^{(n-1)}(\mathbf{s},\mathbf{r}')\,\mathrm{d}\mathbf{s}. \tag{3}$$

Вклад членов ряда в (2) интерпретируется как вклад однократного, двукратного и т. д. рассеяний. Уравнение (1), в котором уже учтены граничные условия, является интегральным аналогом дифференциальных уравнений для рассматриваемой среды.

Входящие в уравнение функции Грина могут быть вычислены на основе разложения функции источника в двумерный спектр плоских волн по поперечным координатам с последующим применением метода входных импедансов и суммирования геометрических прогрессий многократно отражённых волн [18]. Такой подход позволил получить явные выражения для спектра функций Грина [19] по поперечным волновым числам, которые используются в последующем анализе. Аналогичное представление функций Грина получено и для произвольной многослойной среды [20, 21].

Решение обратной задачи рассеяния как задачи томографии на основе (1) сталкивается с серьёзными трудностями. Одна из этих трудностей связана со слабой чувствительностью ядра уравнения к расстоянию до рассеивающего элемента неоднородности. Для неоднородностей в дальней зоне это приводит к фундаментальному ограничению разрешающей способности масштабом длины волны (критерий Рэлея). Эту трудность можно преодолеть путём измерений в ближней зоне [16, 17]. Другая трудность, также приводящая к принципиальным ограничениям разрешающей способности, связана с размерностью решаемого уравнения. Только для хранения 6-мерного ядра интеграла в (1) при 100 элементах по каждой координате потребовалось бы 10^{12} элементов памяти. Для преодоления этой трудности здесь используется подход, основанный на сведении уравнения для рассеянного поля к свёртке по поперечным координатам [16, 20, 21] и применённый к постановке задач акустической томографии в [17, 22]. Если такая постановка задачи оказывается возможной, то это позволяет свести трёхмерную задачу к решению одномерного интегрального уравнения относительно глубинного профиля спектра неоднородностей по поперечным волновым числам. Представляется вполне естественным начинать решение нелинейной задачи (1) с борновского приближения (первого слагаемого в ряде Неймана для резольвенты). Для выполнения этого условия будем полагать, что зондируемая неоднородность $C_{\rm s}(\mathbf{r})$ удовлетворяет условиям малости возмущений (является слабоконтрастной). Таким образом, для рассеянного поля имеем:

$$P_1(\mathbf{r}) = -\frac{\omega^2}{c^2}\int\limits_V C_{\rm s}(\mathbf{r}')G(\mathbf{r},\mathbf{r}')P_0(\mathbf{r}')\,\mathrm{d}\mathbf{r}' = -\frac{\omega^2}{c^2}\int\limits_V C_{\rm s}(\mathbf{r}')G(\mathbf{r},\mathbf{r}')\int f(\omega,\mathbf{r}'')G(\mathbf{r}',\mathbf{r}'')\,\mathrm{d}\mathbf{r}''\,\mathrm{d}\mathbf{r}'. \qquad (4)$$

Далее, цель состоит в сведении 3-мерного уравнения (4) к уравнению типа двумерной свёртки по поперечным координатам. Функции Грина, входящие в это уравнение, являются разностными по поперечным координатам, однако ядро в (4) в общем случае не является разностным.

В [16] рассмотрены два возможных подхода к такому преобразованию. Первый состоит в том, чтобы рассматривать произведение $C_{\rm s}P_0$ как искомую функцию. Однако такая искомая функция оказывается зависящей от частоты, что не позволяет использовать для диагностики наиболее перспективный в практическом отношении многочастотный метод. Второй подход состоит в применении поля одиночной плоской волны для зондирования. В рассматриваемом случае это означает использование затухающего под дном поля удалённого источника, работающего в частотном интервале одномодового режима. Тогда ядро в (4) формируется произведением разностной функции Грина и экспоненты, что делает возможной операцию свёртки по поперечным координатам. Такой подход к решению (4) был рассмотрен в [17]. Недостатками этого метода являются частотные ограничения одномодового режима и трудность реализации достаточно большой мощности зондирующего сигнала от удалённого источника.

Третий подход, предложенный для решения аналогичных задач электродинамики в [20, 21], состоит в том, чтобы зондирующее поле сохраняло свою структуру относительно приёмника при сканировании, что достигается сканированием жёстко связанной системой источник—приёмник. В этом случае распределение зондирующего поля в (4) будет зависеть от разностей поперечных координат, т. е. $P_0 = P(x-x', y-y', z, z')$. Полагая указанное условие выполненным и используя спектральное представление функции Грина, из (4) получаем одномерное интегральное уравнение:

$$P_1(k_x,k_y,z,\delta\mathbf{r}) = -16\pi^4\,\frac{\omega^2}{c^2}\int\limits_{z'} C_{\rm s}(k_x,k_y,z')\iint \exp[-i\,(\kappa_x-k_x)\,\delta x - i\,(\kappa_y-k_y)\,\delta y]\,\mathrm{d}\kappa_x\,\mathrm{d}\kappa_y\times$$
$$\times\int\limits_{z''} f(\kappa_x-k_x,\kappa_y-k_y,z''-z-\delta z)G_{21}(\kappa_x-k_x,\kappa_y-k_y,z',z'')G_{12}(\kappa_x,\kappa_y,z,z')\,\mathrm{d}z''\,\mathrm{d}z', \quad (5)$$

где $\delta\mathbf{r} = (\delta x, \delta y, \delta z)$ — вектор смещения точки приёма относительно положения источника. Полученное одномерное интегральное уравнение Фредгольма 1-го рода нужно последовательно решать для каждой пары спектральных компонент k_x, k_y относительно глубинного профиля спектра неоднородности скорости звука $C_{\rm s}(k_x,k_y,z')$ по поперечным волновым числам. С практической точки зрения большим преимуществом данной схемы измерений является то, что все вариации сигнала обусловлены только наличием поддонной неоднородности. Как показано в [20, 21], в рамках такого подхода возможна и некоторая коррекция решения за пределами борновского приближения, хотя строгая редукция к одномерному уравнению уже невозможна.

Как уже отмечалось, данных двумерного сканирования над областью неоднородностей по поперечным координатам $(x,\ y)$ недостаточно для восстановления искомой трёхмерной функции, поэтому измерения должны быть выполнены для ряда значений некоторого третьего параметра, в качестве которого можно использовать как глубину уровня сканирования (многоуровневый метод), так и частоту зондирующего сигнала (многочастотный метод). В практических приложениях сканирование на нескольких уровнях над областью неоднородностей осуществить достаточно сложно. Гораздо легче реализовать схему со сканированием на одном уровне и использовать частоту сигнала в качестве параметра, определяющего глубину формирования сигнала, т. е. многочастотный метод томографии. Для этого метода томографии уравнение (5) можно записать в компактной форме:

$$P_1(k_x,k_y,\omega)=\int\limits_{z'} C_{\mathrm{s}}(k_x,k_y,z')K(k_x,k_y,z',\omega)\,\mathrm{d}z'. \tag{6}$$

Уравнение (6) относится к интегральным уравнениям Фредгольма 1-го рода, причём выражение для ядра, как отмечено выше, было получено в явном виде, что существенно упрощает решение обратной задачи. Тем не менее, его решение является классической некорректной задачей — оно неустойчиво к малым вариациям левой части, связанным с погрешностями измерений. Поэтому при его решении необходимо использовать методы регуляризации, основанные на внесении дополнительной априорной информации о точном решении. В данной работе были использованы метод и алгоритм решения, основанные на принципе обобщённой невязки Тихонова [23], который был развит в [21]. В нём используется информация о принадлежности решения к классу квадратично интегрируемых функций с квадратично интегрируемой производной в комплексном гильбертовом пространстве (пространство Соболева W_2^1). Этот метод позволяет решать задачу и для поглощающих неоднородностей.

Представим (6) в операторном виде:

$$\mathbf{K}C_{\mathrm{s}}=P_1^{\delta}, \tag{7}$$

где P_1^{δ} — вектор измеряемых данных. Мера погрешности данных измерений определяется как

$$\delta_P^2=\sup\left\|\mathbf{K}C_{\mathrm{s}}-P_1^{\delta}\right\|_{L_2}^2=\sup\left(\frac{1}{\Delta\omega}\int\limits_{\Omega}\left|P_1(\omega)-P_1^{\delta}(\omega)\right|^2\,\mathrm{d}\omega\right), \tag{8}$$

где $P_1(\omega)$ — правая часть (7), которая соответствует точному решению $C_{\mathrm{s}}(z)$, $\Delta\omega$ — ширина полосы анализируемых частот. В рамках используемого метода регуляризации может быть учтена и погрешность ядра, которая включает в себя погрешность дискретизации при численном решении, а также погрешность, связанную с использованием борновского приближения. Мера погрешности ядра удовлетворяет условию

$$\delta_h^2=\sup\|\mathbf{K}_hC_{\mathrm{s}}-\mathbf{K}C_{\mathrm{s}}\|_{L_2}^2=\sup\|\mathbf{K}_hC_{\mathrm{s}}-P_1\|_{L_2}^2=h^2\,\|C_{\mathrm{s}}\|_{W_2^1}^2, \tag{9}$$

где h — константа, а $\mathbf{K}_h$ — оператор, соответствующий задаваемому при решении приближённому ядру в (7). Качественное отличие этой составляющей ошибки от δ_P состоит в том, что она пропорциональна норме искомой функции.

Указанные погрешности могут приводить также к несовместности вектора данных с решаемым уравнением, поскольку сглаживающее действие ядра ограничивает класс возможных реализаций P_1, и при наличии случайной погрешности функция P_1 может выйти из допустимого класса. Мера несовместности δ_μ не может, естественно, превосходить суммарной погрешности ядра и измерений, т. е.

$$\delta_\mu^2 = \inf \|\mathbf{K}_h C_\mathrm{s} - P_1^\delta\|_{L_2}^2 \le (\delta_P + \delta_h)^2. \tag{10}$$

В используемом методе приближённое решение минимизирует сглаживающий функционал

$$\mathbf{M}^\alpha(C_\mathrm{s}) = \|\mathbf{K}_h C_\mathrm{s} - P_1^\delta\|_{L_2}^2 + \alpha\, \|C_\mathrm{s}\|_{\mathrm{W}_2^1}^2. \tag{11}$$

В приведённых выше соотношениях $\|x\|$ обозначает норму функции как элемента гильбертова функционального пространства L_2 (пространство суммируемых с квадратом комплексных функций) или W_2^1. В частности, в выражении для сглаживающего функционала (11)

$$\|C_\mathrm{s}\|_{\mathrm{W}_2^1}^2 = \frac{1}{\Delta z} \int\limits_{z_{\min}}^{z_{\max}} \left\{ \left|C_\mathrm{s}^2(z)\right| + \left|\Delta z\, \frac{\mathrm{d}C_\mathrm{s}}{\mathrm{d}z}\right|^2 \right\} \mathrm{d}z, \tag{12}$$

а $\Delta z = z_{\max} - z_{\min}$ — интервал глубин, на котором ищется решение. Параметр регуляризации α, который регулирует степень сглаженности приближённого решения, определяется как корень одномерного нелинейного уравнения обобщённой невязки, в котором учтены все перечисленные выше составляющие погрешности:

$$\rho(\alpha) = \|\mathbf{K}_h C_\mathrm{s}^\alpha - P_1^\delta\|_{\mathrm{L}_2}^2 - \delta^2 = 0, \tag{13}$$

где C_s^α — функция (решение), минимизирующая функционал (10), а

$$\delta^2 = (\delta_P + \delta_h)^2 + \delta_\mu^2 \tag{14}$$

является параметром эффективной погрешности, учитывающим уровень ошибки измерений, неточность описания ядра, а также зависящую от этих факторов меру несовместности уравнения со своей правой частью. Величина параметра регуляризации, определяющего степень сглаженности решения, связывается с интегральной мерой погрешности, что является существенным достоинством рассматриваемого метода регуляризации. При стремлении погрешности к нулю в интегральной метрике L_2, приближённое решение сходится к точному в метрике W_2^1 и, следовательно (по теореме вложения Соболева), оно сходится равномерно в метрике C, нормой в которой является максимум модуля. Однако, в отличие от корректных задач, скорость сходимости не пропорциональна уменьшению δ, а более медленная. Параметры δ_h и δ_μ могут определяться на основе численного моделирования в процессе минимизации (11). Как правило, мера несовместности и погрешность ядра ограничивают уровень невязки, которого удаётся достигнуть при минимизации функционала (11). После восстановления глубинного профиля для спектра неоднородности скорости звука по поперечным волновым числам для каждой пары спектральных компонент, выполняя обратное фурье-преобразование, получаем искомое томографическое изображение неоднородности в виде трёхмерного распределения:

$$C_\mathrm{s}(x,y,z) = \iint C_\mathrm{s}(k_x,k_y,z) \exp(ik_x x + ik_y y)\, \mathrm{d}k_x\, \mathrm{d}k_y. \tag{15}$$

Оценку точности решения в рассматриваемом методе регуляризации можно получить в метрике C (норма — максимум модуля) с использованием численного моделирования, что является более сильной оценкой, чем среднеквадратичная погрешность. Причём для этого не нужно иметь большие ансамбли данных, а достаточно выполнить моделирование для типичных в рассматриваемых условиях распределений неоднородности скорости звука.

Моделирование по замкнутой схеме включает:

1) расчёт рассеянного поля для моделируемого распределения неоднородности скорости звука в плоскости сканирования системой источник—приёмник для набора частот;

2) добавление случайной погрешности для получения «данных измерений»;

3) решение обратной задачи — восстановление трёхмерного распределения неоднородности;

4) сравнение восстановленного и исходного распределений, на основе которого определяется точность метода томографии.

Для применения рассматриваемого метода необходимо установить связь между параметром эффективной погрешности δ в методе Тихонова, определяемым соотношением (14), и известными характеристиками экспериментальной погрешности. Поскольку исследование вклада борновского приближения в общую погрешность требует специального исследования в каждом конкретном случае, в данной работе исследуем лишь влияние случайной погрешности данных δ_P на точность решения. Такая погрешность задаётся при численном моделировании датчиком случайных чисел с нормальным распределением, нулевым средним значением (предполагается отсутствие систематических погрешностей) и дисперсией, величина которой σ_P^2 постоянна для любой реализации вектора данных. Это гарантирует выполнение условия эргодичности моделируемой погрешности и позволяет с помощью теоремы Планшереля получить оценку меры погрешности $\delta^2 = \delta_P^2$ в спектральной области:

$$\delta^2 = \frac{\Delta x\, \Delta y}{4\pi^2\, \Delta k_x\, \Delta k_y}\, \sigma_P^2, \tag{16}$$

где $(\Delta x,\ \Delta y)$ — область интегрирования в декартовых координатах, в границах которой рассеянное поле превосходит уровень случайной погрешности, а размеры соответствующей спектральной области $(\Delta \kappa_x,\ \Delta \kappa_y)$ определяются наименьшими деталями зондируемой неоднородности. Естественно, что уровень определённой таким образом погрешности необходимо соотносить с интегральной величиной рассеянного поля, вычисленной в той же метрике, т. е. относительная погрешность может быть оценена как

$$\frac{\delta}{\|P_1\|} = \sigma_p \Bigg/ \left(\frac{4\pi^2}{\Delta\omega\, \Delta x\, \Delta y} \iint\limits_{\kappa_x, \kappa_y} \mathrm{d}k_x\, \mathrm{d}k_y \int\limits_{\nu} |P_1(\omega, k_x, k_y)|^2\, \mathrm{d}\omega \right)^{1/2}. \tag{17}$$

Информативный диапазон частот измерений при моделировании определялся так, чтобы при изменении частоты распределение ближнего поля существенным образом трансформировалось на масштабе зондируемой неоднородности. Это обеспечивало чувствительность частотного распределения к распределению неоднородности по глубине. Количество анализируемых частот определялось точностью исходных данных так, чтобы вариации измеряемого поля на соседних частотах были не меньше уровня случайной погрешности. Число частотных каналов при численном моделировании выбиралось так, чтобы дисперсия моделируемой погрешности не уменьшалась. Размеры области поперечного сканирования определялись расстояниями, на которых амплитуда рассеянного поля уменьшается до уровня погрешности измерений. Обратная величина этих размеров определяла минимальные значения в пространственном спектре рассеянного поля и выбор соответствующего шага дискретизации. Для рассматриваемого при численном моделировании случая точечного источника, расположенного в точке $\mathbf{r}_0 = \mathbf{r} + \delta\mathbf{r}$, уравнение (5) для поперечного спектра рассеянного поля, измеряемого в точке $\mathbf{r}$, трансформируется к соотношению

$$P_1(k_x,k_y,z,\delta\mathbf{r}) = -4\pi^2 f_0\,\frac{\omega^2}{c^2}\int\limits_{z'} C_{\rm s}(k_x,k_y,z')\iint \exp[-i\,(\kappa_x-k_x)\,\delta x - i\,(\kappa_y-k_y)\,\delta y]\,\mathrm{d}\kappa_x\,\mathrm{d}\kappa_y\times$$
$$\times\, G_{21}(\kappa_x-k_x,\kappa_y-k_y,z',z+\delta z)G_{12}(\kappa_x,\kappa_y,z,z')\,\mathrm{d}z',\quad(18)$$

где

$$G_{21}(\mathbf{r},\mathbf{r}_0) = \frac{i}{8\pi^2}\iint T_{21}\,\frac{\exp[i\kappa_{2z}\,(h-z_0)] + R_{23}\exp[i\kappa_{2z}\,(h+z_0)]}{1-R_{23}R_{21}\exp(2i\kappa_{2z}h)}\times$$
$$\times\exp[i\kappa_x\,(x-x_0)+i\kappa_y\,(y-y_0)+i\kappa_{1z}\,(z-h)]\,\frac{\mathrm{d}\kappa_x\,\mathrm{d}\kappa_y}{\sqrt{k_2^2-\kappa_\perp^2}}\,,$$

$$G_{12}(\mathbf{r},\mathbf{r}_0) = \frac{i}{8\pi^2}\iint T_{12}\,\frac{\exp[-i\kappa_{2z}\,(z-h)] + R_{23}\exp[ik_{2z}\,(z+h)]}{1-R_{23}R_{21}\exp(2ik_{2z}h)}\times$$
$$\times\exp\left[i\kappa_x\,(x-x_0)+i\kappa_y\,(y-y_0)+i\,\sqrt{k_1^2-\kappa_\perp^2}\,\,(z_0-h)\right]\frac{\mathrm{d}\kappa_x\,\mathrm{d}\kappa_y}{\sqrt{k_1^2-\kappa_\perp^2}}\,,$$

$$R_{ij} = \frac{m_{ij}\,\sqrt{k_i^2-\kappa_\perp^2}-\sqrt{n_{ij}^2k_i^2-\kappa_\perp^2}}{m_{ij}\,\sqrt{k_i^2-\kappa_\perp^2}+\sqrt{n_{ij}^2k_i^2-\kappa_\perp^2}}\,,$$

$T_{ij}=1+R_{ij}$, $m_{ij}=\rho_j/\rho_i$, $n_{ij}=c_i/c_j$, $\kappa_\perp^2=\kappa_x^2+\kappa_y^2$ и $R_{23}=-1$.

Будем далее при численном моделировании рассматривать неоднородность в виде двух составных частей, каждая из которых имеет трёхмерное гауссово распределение $C_{\rm s}(x,y,z)=C_m\times \times\exp[-(x-x_m)^2/\sigma_x^2-(y-y_m)^2/\sigma_y^2-(z-z_m)^2/\sigma_z^2]$. В качестве модели волновода был взят водный слой с толщиной $h=20$ м с параметрами $\rho_2=1$ г/см^3, $c_2=1\,470$ м/с лежащий на жидком полупространстве, моделирующем донные осадки в виде ила с акустическими характеристиками $\rho_1=1{,}92$ г/см^3, $c_1=1\,675$ м/с (рис. 1). При моделировании реконструкции неоднородностей дна методом многочастотной томографии рассматривались две гауссовы неоднородности, располагавшиеся на уровне 10 м под дном с параметрами: $C_{m1}=C_{m2}=0{,}25$, $\sigma_{x1}=7{,}7$ м, $\sigma_{x2}=13{,}7$ м, $\sigma_{y1}=13{,}0$ м, $\sigma_{y2}=6{,}0$ м, $\sigma_{z1}=6{,}0$ м, $\sigma_{z2}=3{,}0$ м. Центры распределений были разнесены на 12 м по оси x. Источник располагался на 0,1 м, а приёмник на 1,0 м над дном. В модельном эксперименте полагалось, что измерения двумерного распределения рассеянного поля осуществлялись над неоднородностями в области 40×40 м в плоскости, параллельной дну. Зондирование моделировалось на пяти частотах в интервале 33÷165 Гц.

Рисунок 2 иллюстрирует метод томографической реконструкции неоднородности в моделируемом волноводе. На рис. 2 показаны результаты реконструкции трёхмерного распределения (томографии) неоднородностей скорости звука в вертикальном сечении (x, $y=0$, z), а на рис. 3 — в горизонтальном сечении (x, y, $z=10$ м). К рассеянному полю добавлялась случайная нормально распределённая погрешность с нулевым средним при различных уровнях относительной ошибки (17).

Результат демонстрирует, что при значениях относительной погрешности 7 % алгоритм решения обратной задачи хорошо работает. Видно, что более протяжённая по глубине часть неоднородности восстановлена точнее, чем узкая. Это объясняется тем, что соответствующие мелкомасштабным деталям этой узкой части неоднородности высокочастотные компоненты спектра на

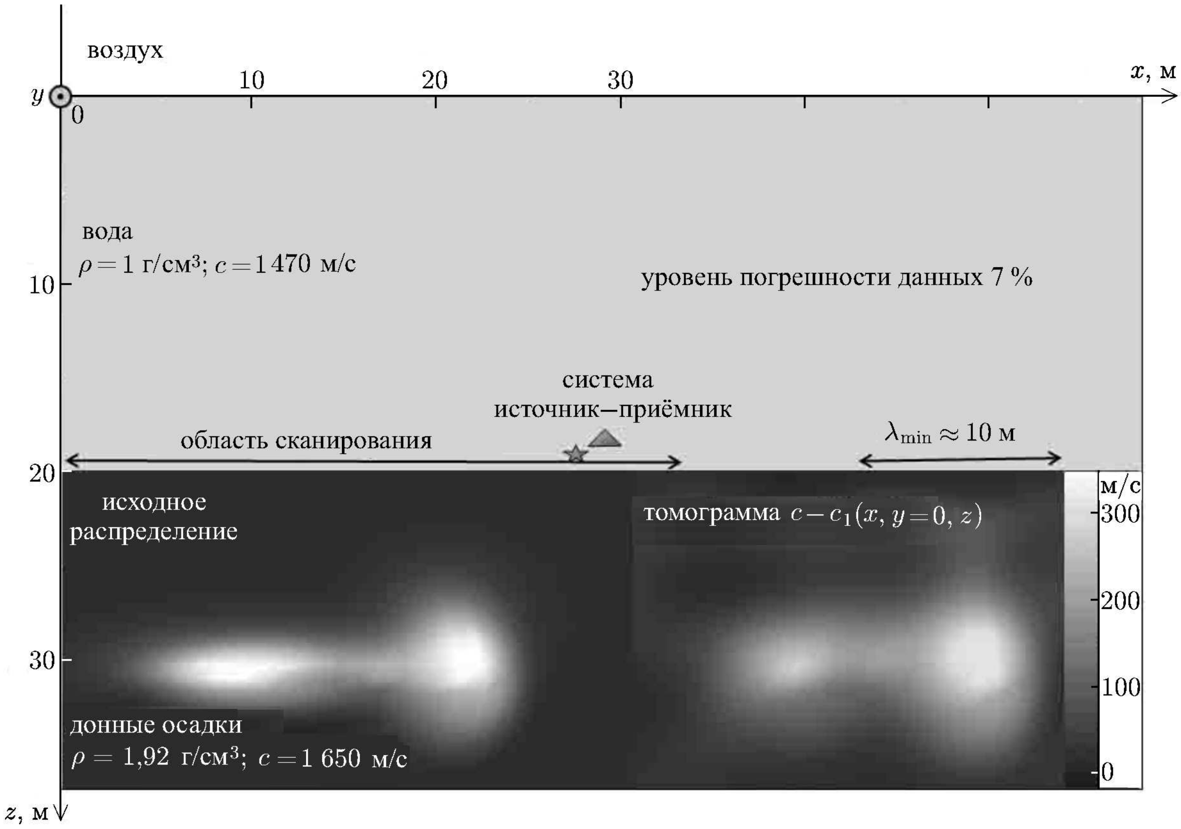

Рис. 2. Схема измерений и результаты моделирования многочастотной томографии (вертикальное сечение). Слева в нижнем слое — исходное распределение неоднородностей, справа — томограмма

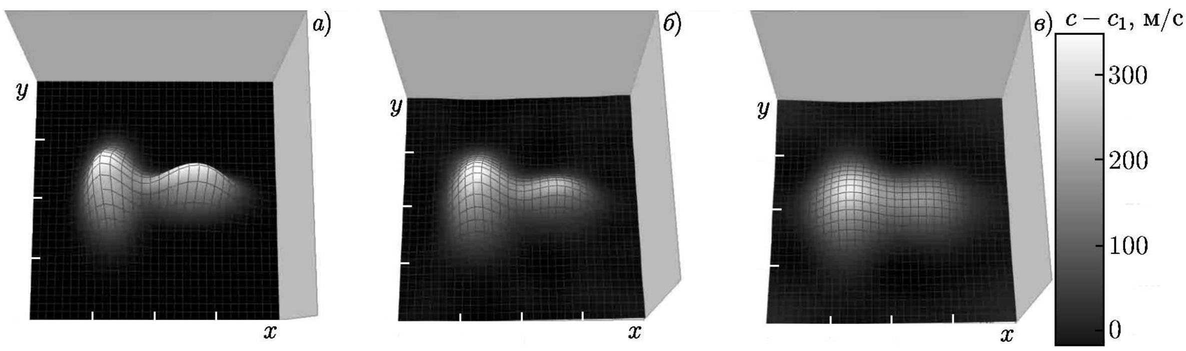

Рис. 3. Моделирование многочастотной томографии (горизонтальное сечение в области 40 × 40 м). Панель (*а*) — исходное распределение неоднородности $c_{\rm s}=c-c_1$ (x, y, $z=10$ м); панели (*б*) и (*в*) — реконструкция при уровне погрешности измерений 7 % и 35 % соответственно

этой глубине уже существенно затухают. Сравнение томограмм с масштабом наименьшей длины волны, показанным на рис. 2, демонстрирует тот факт, что в ближнепольной томографии реализуется субволновое разрешение.

На рис. 3 представлены результаты томографии неоднородностей в горизонтальном сечении на глубине их максимума в зависимости от уровня моделируемой погрешности измерений.

При погрешности 7 % можно видеть хорошее качество томографии поперечной структуры

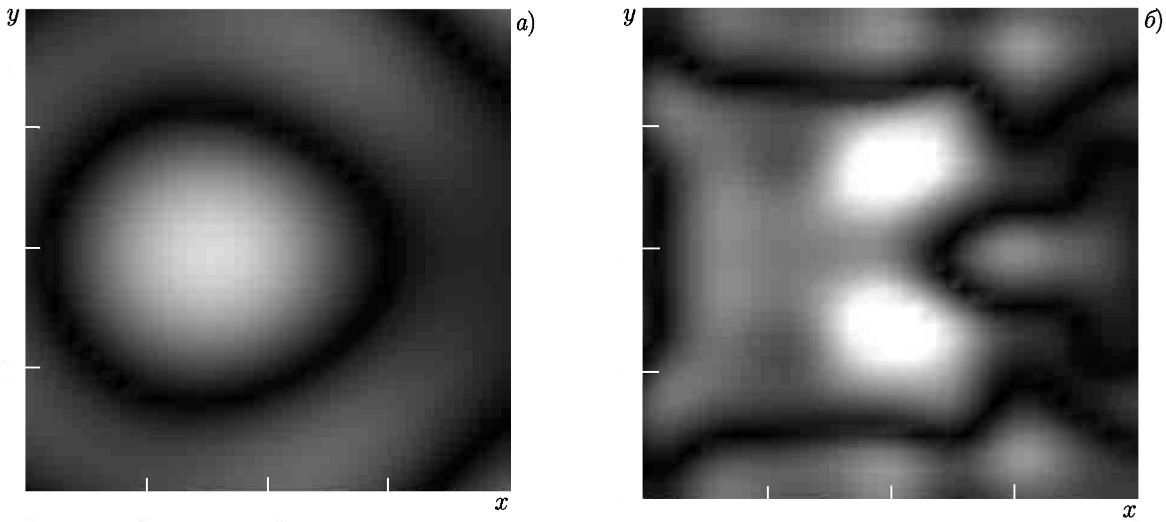

Рис. 4. Структура рассеянного неоднородностью поля для частот $f_1 = 32$ Гц (*а*) и $f_5 = 165$ Гц (*б*) в области сканирования

неоднородностей, но при ошибке 35 % общий контур области поперечной пространственной локализации неоднородности восстанавливается удовлетворительно. Значения в максимуме неоднородностей в томограммах составляют около $0{,}8C_{\rm m}$ при уровне ошибок 7 % и $0{,}6C_{\rm m}$ — при 35 %. Моделирование показало, что точность восстановления возрастает по мере уменьшения моделируемой ошибки, но для исследования сходимости решения при уровнях погрешности менее 3 % было бы уже необходимо расширять интервал частот измерения и увеличивать их число в наборе данных.

На рис. 4 показано распределение рассеянного поля на двух крайних частотах диапазона измерений.

Можно видеть, что на наименьшей частоте (при наибольшей длине волны) рассеянное поле ещё нечувствительно к деталям в структуре неоднородности, поэтому оно близко к симметричному распределению. На максимальной частоте сложная структура зондируемой неоднородности вполне отображается в структуре рассеянного поля.

Интерес представляет исследование возможностей применения развитого метода и для диагностики внутренне однородных объектов. На рис. 5 представлен результат моделирования томографической реконструкции неоднородности со значением $C_{\rm s} = 0{,}25$ в форме параллелепипеда с размерами $\Delta x = 5$ м, $\Delta y = 12$ м, $\Delta z = 6$ м, центр которого располагался на глубине $z = 5$ м.

Результат томографии хорошо воспроизводит положение, форму и амплитуду неоднородности скорости звука в зондируемом объекте (параллелепипед). Максимум в восстановленной неоднородности составляет 0,96 от исходной величины $C_{\rm s}$, что позволяет судить о материале объекта. Как показывают расчёты, при расположении параллелепипеда на глубине 10 м, при той же по абсолютной величине случайной погрешности, качество томографии ухудшается (становится близким к тому, что получалось в случае расположения неоднородности на глубине 5 м, но при относительной ошибке 5 %). При наблюдении протяжённого по глубине объекта наблюдается постепенное расплывание контуров объекта вглубь, хотя соотношение сторон в горизонтальном сечении воспроизводится хорошо. Это расплывание происходит потому, что из-за затухания высокочастотных компонент поля спектр по поперечным волновым числам на больших глубинах восстанавливается с меньшей детализацией.

Представленные выше результаты исследований позволяют оценить возможности решения

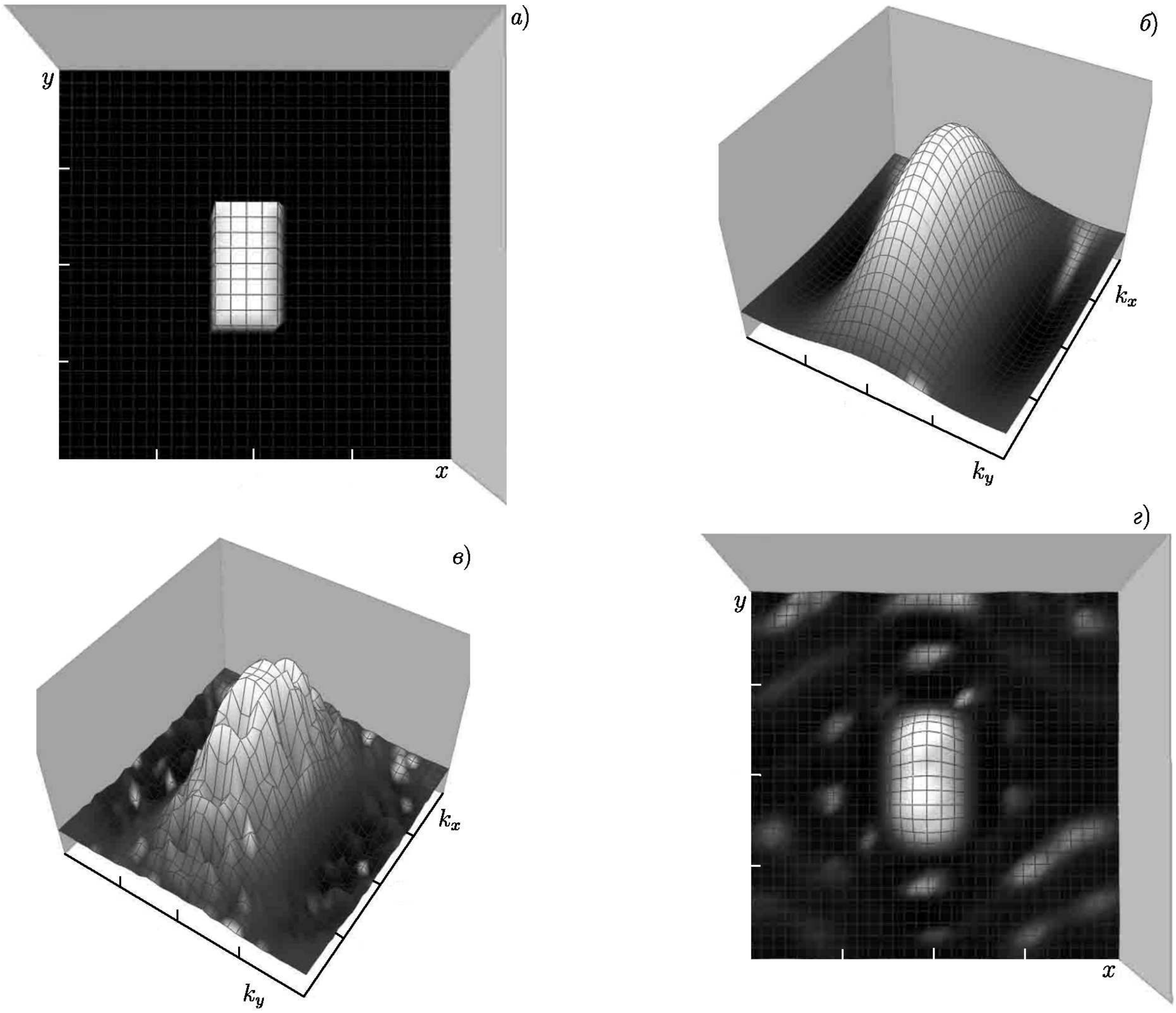

Рис. 5. Моделирование многочастотной томографии сплошного объекта (горизонтальное сечение). На панели (*а*) представлено исходное распределение неоднородности $c_{\rm s}(x,y,z=5)$ м, на панели (*б*) — её поперечный спектр $c_{\rm s}(k_x,k_y,z=5)$ м; на панели (*в*) — реконструированный спектр (результат решения (16)) при уровне погрешности измерений 2 %, на панели (*г*) — полученное из этого спектра распределение неоднородности (результат томографии)

практически важной задачи наблюдения неоднородностей морского дна методом акустической томографии. Разработанные к настоящему времени когерентные низкочастотные гидроакустические излучатели, а также высокочувствительные цифровые гидрофоны составляют технологическую основу для практической реализации развитого в работе метода ближнепольной многочастотной томографии. Измерения рассеянного поля могут затрудняться из-за влияния шумов океана и реверберации. Кроме того, в рассматриваемом методе при сканировании системой источник—приёмник вариации рассеянного неоднородностью акустического поля должны измеряться на фоне мощного сигнала от близко расположенного источника зондирующего поля. Ослабить влияние такого поля прямой засветки можно, если использовать горизонтально ориентированные приёмные решётки с формированием направленной передаточной функции.

Для калибровки измерений (каждой пары пространственных частот в спектре) естественным представляется использование измерений на ряде глубин тестовых образцов с точно известным пространственным спектром, например, тонких в вертикальном направлении параллелепипедов.

Этот метод позволяет получить ядро $K(k_x, k_y, z', \omega)$ в уравнении (6) (с учётом прохождения сигналов в приёмно-передающей системе) и, более того, его модификацию за пределами борновского приближения, которая согласно [20] возможна в рамках аналогичного по форме уравнения.

Дальнейшие исследования метода могли бы быть направлены на оценку возможностей его применения для поиска в донных и илистых отложениях археологических артефактов, мин и пластиковых контейнеров, наполненных жидким веществом. Аналогичные подходы можно развивать и для решения задач ультразвуковой диагностики сплошных сред, содержащих неоднородности, например, для дефектоскопии, а также для диагностики живых тканей в медицине. В электромагнитной диагностике были получены первые экспериментальные результаты сканирующей СВЧ томографии подповерхностных неоднородностей комплексной диэлектрической проницаемости [24].

Работа выполнена при поддержке программы Президиума РАН «Фундаментальные проблемы океанологии: геология, физика, биология, экология», программы ОФН РАН «Фундаментальные основы акустической диагностики искусственных и природных сред», ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» (контракт 02.740.11.0565), РФФИ (проект 09–02–00044).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гончаров В. В., Зайцев В. Ю., Куртепов В. М. и др. Акустическая томография океана. Нижний Новгород: ИПФ РАН, 1997.
2. Хилько А. И. Физические основы наблюдения пространственно локализованных неоднородностей с помощью частично-когерентных полей в плоскослоистых волноводах: Дис. . . . докт. физ.-мат. наук. Нижний Новгород, 2006.
3. Морская сейсморазведка / Под ред. А. Н. Телегина. М.: ООО «Геоинформмарк», 2004.
4. Николаев А. В. Изучение Земли невзрывными сейсмическими источниками. М.: Наука, 1981.
5. Авербах В. С., Боголюбов Б. Н., Заславский Ю. М. и др. // Акуст. журн. 1999. Т. 45, № 1. С. 1.
6. Лебедев А. В., Малеханов А. И. // Изв. вузов. Радиофизика. 2003. Т. 46, № 7. С. 579.
7. Авербах В. С., Артельный В. В., Боголюбов Б. Н и др. // Фундаментальные исследования океанов и морей. Т. 2. М.: Наука, 2006. С. 491.
8. Лазарев В. А., Малеханов А. И., Мерклин Л. Р. и др. // Физические, геологические и биологические исследования океанов и морей. М.: Научный мир, 2010. С. 300.
9. Лучинин А. Г., Хилько А. И. // Акуст. журн. 2005. Т. 51, № 2. С. 124.
10. Хилько А. И., Лучинин А. Г., Бурдуковская В. Г., Смирнов И. П. // Акуст. журн. 2007. Т. 53, № 3. С. 437.
11. Тихонов А. Н., Арсенин В. Я., Тимонов А. А. Математические задачи компьютерной томографии. М.: Наука, 1987.
12. Гельфанд И. М., Левитан Б. М. // Изв. АН СССР. Сер. Математика. 1951. Т. 15, № 4. С. 309.
13. Марченко В. А. // Докл. АН СССР. 1955. Т. 104, № 5. С. 695.
14. Фаддеев Л. Д. // Успехи мат. наук. 1959. Т. 14, № 4 (88). С. 57.
15. Newton R. Inverse Schrodinger scattering in three dimensions. New York: Springer-Verlag, 1989.
16. Gaikovich K. P. // Phys. Rev. Lett. 2007. V. 98, No. 8. Art. no. 183 902.
17. Гайкович П. К., Хилько А. И. // Труды 11-й науч. конф. по радиофизике. Нижний Новгород: ТАЛАМ, 2007. С. 185.
18. Бреховских Л. М. Волны в слоистых средах. М: Наука, 1973.

19. Gaikovich P. K. // Proc. 4th Int. Conf. “Ultrawideband and Ultrashort Impulse Signals” (15–19 September, 2008, Sevastopol, Ukraine). Sevastopol: IEEE, 2008. P. 189.
20. Gaikovich K. P., Gaikovich P. K. // Proc. 10th Anniversary Int. Conf. Trans. Opt. Networks (ICTON 2008, Athens, Greece, June 22–26, 2008), Athens: IEEE, 2008. P. 246.
21. Gaikovich K. P., Gaikovich P. K. // Inverse Problems. 2010. V. 26, No. 12. Art. no. 125 013.
22. Гайкович П. К., Хилько А. И. // Труды 14-й науч. конф. по радиофизике. Нижний Новгород: ТАЛАМ, 2010. С. 253.
23. Тихонов А. Н., Гончарский А. В., Степанов В. В., Ягола А. Г. Регуляризирующие алгоритмы и априорная информация. М.: Наука, 1983.
24. Gaikovich K. P., Gaikovich P. K., Maksimovitch Ye. S., Badeev V. A. // Proc. 5th Int. Conf. “Ultrawideband and Ultrashort Impulse Signals” (6–10 September, 2010, Sevastopol, Ukraine). Sevastopol: IEEE, 2010. P. 156.

Поступила в редакцию 23 декабря 2010 г.; принята в печать 28 июня 2011 г.

THE METHOD OF MULTIFREQUENCY NEAR-FIELD ACOUSTICAL TOMOGRAPHY OF BULK INHOMOGENEITIES OF SEA BOTTOM

P. K. Gaikovich, A. I. Khil'ko, and K. P. Gaikovich

In this work, we propose a method of near-field acoustical multi-frequency coherent tomography of spatially localized inhomogeneities of shallow-sea bottom. Within the framework of the developed method, two-dimensional spatial scanning of the radiating-receiving system along the bottom over the region of location of the inhomogeneities is performed at multiple frequencies. Using the Born approximation, the initial three-dimensional integral equation for the scattered field is reduced to one-dimensional Fredholm equation of the first kind with respect to the depth profile of the transversal spatial spectrum of the inhomogeneities. In the solution of this integral equation for each pair of spectral components, we use the method of generalized residual and obtain the sought three-dimensinal distribution via the inverse Fourier transform of the reconstructed spectrum. Results of numerical simulation of the tomography scheme and visualized inhomogeneities of shallow-sea bottom are presented.