УДК 537.877+535.012+533.9

ВЛИЯНИЕ ВОЗМУЩЕНИЙ МАГНИТОАКТИВНОЙ ПЛАЗМЫ НА РАСПРОСТРАНЕНИЕ КВАЗИОПТИЧЕСКИХ ВОЛНОВЫХ ПУЧКОВ

А. А. Балакин, Е. Д. Господчиков

Институт прикладной физики РАН, Нижний Новгород, Россия

Проанализированы особенности влияния возмущений анизотропной среды на распространение квазиоптических волновых пучков. Найдены решения квазиоптического уравнения в безаберрационном приближении, описывающие эволюцию ширины волнового пучка. Продемонстрировано, что влияние возмущений анизотропной среды качественно отличается от влияния возмущений изотропной среды. Приведены примеры численных расчётов профилей волновых пучков в модельных средах, отвечающих случаям возмущений плотности и магнитного поля в магнитоактивной плазме, удерживаемой в тороидальных установках (токамаках и стеллараторах).

ВВЕДЕНИЕ

Влияние неоднородностей среды (крупномасштабных флуктуаций плазмы во времени) на распространение волновых пучков хорошо исследовано для изотропной среды [1]. Принято считать, что влияние неоднородностей в первую очередь возмущает фазовый профиль пучка через возмущение показателя преломления и только потом, по мере распространения, возмущения фазы дают дополнительное дифракционное расплывание пучка. Очевидно, что при этом влияние крупномасштабных (в сравнении с шириной пучка) и мелкомасштабных неоднородностей на профиль пучка достаточно мало́. Первые приводят к повороту пучка как целого. Вторые почти не влияют на распространение пучка в силу их малого поперечного сечения. Влияние большого числа мелкомасштабных флуктуаций вдоль трассы распространения можно описать диффузионным оператором. Сильное влияние на распространение пучка могут оказать возмущения, характерный пространственный масштаб которых сравним с шириной волнового пучка. Такие флуктуации могут заметно исказить фазовый фронт и нарушить приближение геометрической оптики, часто используемое для анализа их влияния на форму волнового пучка [2, 3].

Для сравнительно коротких трасс распространения порядка 10^3 длин волн, которые соответствуют задачам распространения СВЧ излучения в лабораторных средах (например, нагреву плазмы в установках магнитного удержания), дифракция пучка из-за флуктуаций среды мала, даже если флуктуации расположены на границе среды и их влияние максимально. Действительно, численное моделирование распространения волн в магнитоактивной плазме [4] показывает, что флуктуации плотности, соответствующие флуктуациям изотропной среды, должны иметь амплитуду порядка 10 %, чтобы их влияние на ширину пучка стало заметным. Такая ситуация в реальных установках управляемого ядерного синтеза практически не реализуется. По-видимому, именно эти соображения привели к тому, что интерес к влиянию флуктуаций на распространение волновых пучков СВЧ диапазона частот в лабораторной плазме практически угас.

В то же время в анизотропных средах может присутствовать принципиально другой тип неоднородностей. Это неоднородности направления осей анизотропии диэлектрического отклика среды. Несмотря на то, что амплитуда этих неоднородностей может быть мала, их влияние может приводить к существенной модификации профилей пучков. Особенность (и опасность) таких неоднородностей состоит в том, что они меняют на масштабах возмущения не фазу пучка, а непосредственно его амплитудный профиль, поскольку могут изменять направление групповой скорости волн без изменения их волнового вектора.

Подобное явление может быть крайне важно, например, в задачах подавления (стабилизации) плазменных магнитогидродинамических неустойчивостей в токамаках и стеллараторах. Действительно, для решения этих задач обычно используют сильно локализованный нагрев области заметной неоднородности магнитного потока (магнитного острова), расположенной вблизи рациональных магнитных поверхностей тороидальной установки. В этой области присутствует сильная неоднородность направления магнитного поля, и, как следствие, если профиль пучка значительно уширяется на масштабе неоднородности, то и профиль энерговклада также значительно уширяется. Последнее может приводить к резкому снижению эффективности подавления магнитогидродинамических неустойчивостей.

В данной статье мы сосредоточимся на демонстрации принципиальных различий между рассеянием волновых пучков на единичной неоднородности в изотропных и анизотропных средах. При этом мы практически не будем касаться вопросов статистического описания флуктуаций среды.

1. ВОЛНОВЫЕ ПУЧКИ В МОДЕЛЬНЫХ СРЕДАХ

Будем полагать, что характерный пространственный масштаб возмущения Δr много меньше основных масштабов пространственной неоднородности среды. В этом случаем мы можем строить приближённый геометрооптический гамильтониан методом возмущений по отношению к гамильтониану однородной среды, который зависит только от волнового числа $\mathbf{p}$. Неоднородность среды приводит к появлению зависимости от координат в параметрах гамильтониана. В случае изотропной среды это влияние может быть выражено через зависимость от координат одного скалярного параметра $v(\mathbf{r})$, например концентрации плазмы, при этом гамильтониан имеет форму $H[p^2, v(\mathbf{r})]$. Если возмущение параметров среды мало́, т. е. можно представить $v(\mathbf{r})$ в виде $v(\mathbf{r}) = v_0 + \delta v(\mathbf{r})$, то геометрооптический гамильтониан принимает вид

$$H_{\mathrm{i}} \approx H_0(p^2, v_0) + C(p^2)\,\delta v(\mathbf{r}), \qquad C = \frac{\partial H_0}{\partial v}\,. \tag{1}$$

В среде без пространственной дисперсии квадрат волнового числа и характеристики среды входят в гамильтониан аддитивно ($C = \mathrm{const}$). В результате выражение для геометрооптического гамильтониана становится ещё проще.

В анизотропной среде ситуация отличается. Будем для простоты рассматривать среду с одной осью анизотропии (такой средой является, например, магнитоактивная плазма). В этом случае гамильтониан можно записать в форме $H(p^2, \mathbf{pu}, u^2)$, где $\mathbf{u}(\mathbf{r})$ – векторный параметр, характеризующий среду, например, внешнее магнитное поле в случае магнитоактивной плазмы. Тогда при малом возмущении параметров среды и вдали от резонансов можно представить гамильтониан в следующем виде:

$$H_{\mathrm{a}} \approx H_0(p^2, \mathbf{pu}_0, u_0^2) + A\mathbf{p}\,\delta\mathbf{u} + B\mathbf{u}_0\,\delta\mathbf{u} + \ldots, \tag{2}$$

где введены следующие обозначения:

$$A = \frac{\partial H}{\partial(\mathbf{pu})}\,, \quad B = 2\,\frac{\partial H}{\partial(u^2)}\,.$$

Проанализируем поведение волнового пучка $\exp(i\omega t)$ в средах, описываемых гамильтонианами (1) и (2) в двух предельных случаях, допускающих аналитическое решение: а) когда неоднородность настолько мала, что практически не возмущает лучевые траектории и б) когда масштаб неоднородности много больше поперечного размера волнового пучка.

Начнём анализ распространения волновых пучков сквозь неоднородную среду со случая «мелких» возмущений (возмущений малой амплитуды), когда дифракционные эффекты на масштабе неоднородности пренебрежимо малы. В этом случае можно воспользоваться решением в приближении геометрооптической оптики, которое описывает перенос поперечного распределения поля вдоль лучей [5, 6]:

$$\bar{a} \approx a\left[\mathbf{r}_0 + \delta\mathbf{r}_\perp(\mathbf{r},\tau)\right] \exp\left(ik_0 \int \chi \boldsymbol{\ell}\, \delta\mathbf{p}(\mathbf{r},\tau)\, \mathrm{d}\tau\right), \tag{3}$$

где $k_0 = \omega/c$ (c —скорость света), $\chi = |\dot{\mathbf{r}}| = |\partial H_0/\partial \mathbf{p}|$, $\boldsymbol{\ell} = \dot{\mathbf{r}}/\chi$ — единичный вектор вдоль опорного луча. Величины $\delta\mathbf{r}$ и $\delta\mathbf{p}$ определяются из уравнений Гамильтона

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{r}}{\mathrm{d}\tau} = \frac{\partial H}{\partial \mathbf{p}}, \quad \frac{\mathrm{d}\mathbf{p}}{\mathrm{d}\tau} = -\frac{\partial H}{\partial \mathbf{r}}, \tag{4}$$

следовательно,

$$\delta\mathbf{p} \approx \int \frac{\partial H}{\partial \mathbf{r}}\, \mathrm{d}\tau \approx \boldsymbol{\ell}\, \frac{H}{\chi}.$$

Здесь под поперечным направлением подразумевается направление, ортогональное групповой скорости. Пренебрегая отклонением луча как целого от прямолинейной траектории, получаем

$$\delta\mathbf{p} \approx \frac{\boldsymbol{\ell}}{\chi}\,(H - H_0).$$

При использовании данного решения для случаев изотропной и анизотропной среды легко заметить принципиальную разницу.

В случае возмущений изотропной среды, когда направления фазовой и групповой скоростей совпадают, $\mathbf{p} \parallel \boldsymbol{\ell} \sim \partial H/\partial \mathbf{p}$, и, как следствие, $\delta\mathbf{r}_\perp = 0$. В итоге геометрооптическое приближение даёт хорошо известный результат – неоднородность среды приводит лишь к изменению фазы пучка, так что волновое поле пучка после прохождения области неоднородности имеет вид

$$\bar{a} \approx a \exp\left(ik_0 \int C\, \delta v\, \mathrm{d}\ell\right). \tag{5}$$

При дальнейшем распространении эта фазовая модуляция перейдёт в амплитудную из-за дифракции.

В анизотропной среде ситуация иная, в ней $\mathrm{d}\mathbf{r}_\perp/\mathrm{d}\tau \approx A\, \delta\mathbf{u}_\perp \neq 0$, т. е. даже если считать, что фазовый фронт не искажается, форма пучка быстро изменяется непосредственно на масштабе возмущения. Действительно, если теперь ввести параметр ширины пучка, то можно увидеть, что он будет меняться экспоненциально быстро. Такая ситуация плохо описывается приближением геометрической оптики и требует использования более точного квазиоптического подхода.

Квазиоптический подход основан на предположении о медленности изменения комплексной амплитуды (огибающей) пучка вдоль выбранного направления и состоит в соответствующей редукции волнового уравнения в эволюционное уравнение. Как правило, это уравнение параболического типа. Аналитический и численный анализ полученного квазиоптического уравнения проще анализа исходного уравнения. При этом оно даёт более точное описание рефракции и дифракции пучка по сравнению с геометрической оптикой. Использование квазиоптического подхода для описания распространения волновых пучков восходит к работе [7], в которой было получено параболическое уравнение для лучевой амплитуды в задаче дифракции радиоволн над земной поверхностью. С тех пор развитию квазиоптического подхода было посвящено множество работ. В настоящее время квазиоптическое описание полей распространено на однородные среды [8, 9] (включая одноосные кристаллы, магнитоактивную плазму и нелинейные среды), на кусочно-однородные системы (линзовые и зеркальные линии передачи, открытые резонаторы [9, 10]), плавно неоднородные изотропные [9–12] и анизотропные [6] среды.

Квазиоптическое уравнение в случае больших масштабов возмущений может быть решено в безаберрационном приближении [6, 13]. Соответствующее уравнение для амплитуды волнового пучка в безаберрационном приближении имеет вид

$$\frac{1}{ik_0}\frac{\partial a}{\partial\tau}=\frac{\alpha_{qs}}{2k_0^2}\frac{\partial^2 a}{\partial\xi_q\partial\xi_s}+\frac{\beta_{qs}}{ik_0}\left(\xi_q\frac{\partial}{\partial\xi_s}+\frac{\delta_{qs}}{2}\right)a+\frac{\gamma_{qs}}{2}\,\xi_q\xi_s\,a+\frac{\epsilon_q}{ik_0}\frac{\partial a}{\partial\xi_q}+\varrho_q\xi_q\,a. \tag{6}$$

Отметим, что в общем случае линейные члены (члены с ϵ_q, ϱ_q) не равны нулю и могут привести к отклонению волнового пучка как целого от опорного (невозмущённого) луча. Коэффициенты уравнения (6) действительные и могут быть выражены через производные от геометрооптического гамильтониана на опорном луче:

$$\epsilon_q=\frac{\partial H}{\partial p_q},\qquad \varrho_q=\frac{\partial H}{\partial\xi_q}-\frac{1}{\chi}\frac{\partial H}{\partial\xi_q}\frac{\partial H}{\partial p_\tau}; \tag{7}$$

$$\alpha_{qs}=\frac{\partial^2 H}{\partial p_q\partial p_s},\qquad \beta_{qs}=\frac{\partial^2 H}{\partial p_q\partial\xi_s}-\frac{1}{\chi}\frac{\partial H}{\partial\xi_s}\frac{\partial^2 H}{\partial p_q\partial p_\tau}; \tag{8}$$

$$\gamma_{qs}=\frac{\partial^2 H}{\partial\xi_q\partial\xi_s}+\frac{1}{\chi}\frac{\partial H}{\partial\xi_q}\frac{\partial H}{\partial\xi_s}\frac{\partial^2 H}{\partial p_\tau^2}-\frac{\partial H}{\partial\xi_q}\left(\frac{2}{\chi}\frac{\partial^2 H}{\partial p_\tau\partial\xi_s}-2\,\frac{\mathbf{g}_s\dot{\boldsymbol{\ell}}}{\chi}\right), \tag{9}$$

где $p_q=\mathbf{g}_q\mathbf{p}$, $\xi_q=\mathbf{g}_q\mathbf{r}$, $p_\tau=\boldsymbol{\ell}\mathbf{p}$, $\mathbf{g}_q(\tau)$ — единичные орты в плоскости, перпендикулярной опорному лучу в точке $\mathbf{r}_0(\tau)$, $q=1,2$, $u=1,2$.

Решение уравнения (6) можно найти в общем виде [13]. Здесь же рассмотрим только гауссовы волновые пучки

$$a(\tau,\boldsymbol{\xi})=\tilde{a}(\tau)\exp\left[-\frac{ik_0}{2}\,\sigma_{qs}(\tau)\xi_q\xi_s+ik_0\kappa_q(\tau)\xi_q\right] \tag{10}$$

с коэффициентами, подчиняющимися уравнениям

$$\dot{\sigma}_{qs}=\gamma_{qs}-\sigma_{qm}\alpha_{nm}\sigma_{ns}+\beta_{qn}\sigma_{ns}, \tag{11}$$

$$\dot{\kappa}_q=\alpha_{mn}\left(\kappa_m\sigma_{nq}+\kappa_n\sigma_{mq}\right)/2-\beta_{qm}\kappa_m+\epsilon_m\sigma_{mq}-\varrho_q, \tag{12}$$

$$\dot{\tilde{a}}=\frac{\tilde{a}}{2}\left(\alpha_{mn}\sigma_{mn}-\beta_{mm}\right), \tag{13}$$

где $m=1,2$; $n=1,2$. Коэффициент σ_{qs} задаёт компле́ксную ширину пучка (ширину и кривизну фазового фронта), κ_q — положение центра масс пучка в спектральном и координатном пространстве.

Для рассматриваемых нами случаев возмущений изотропной (1) и анизотропной (2) среды форма коэффициентов $\alpha_{qs},\beta_{qs},\gamma_{qs}$ становится значительно проще. Для неоднородности концентрации (1) коэффициенты равны

$$\alpha_{qs}=\frac{\mathrm{d}^2H_0}{\mathrm{d}p_q\mathrm{d}p_s},\qquad \beta_{qs}=0,\qquad \gamma_{qs}=C\,\frac{\partial^2\delta v}{\partial\xi_q\partial\xi_s}. \tag{14}$$

Для неоднородности анизотропной среды (2) коэффициенты равны

$$\alpha_{qs}=\frac{\mathrm{d}^2H_0}{\mathrm{d}p_q\mathrm{d}p_{\text{ы}}},\qquad \beta_{qs}=A\,\frac{\partial\delta u_q}{\partial\xi_{\text{ы}}},\qquad \gamma_{qs}=Bu_{0k}\,\frac{\partial^2\delta u_k}{\partial\xi_q\partial\xi_{\text{ы}}}+\mathrm{O}(\delta u^2). \tag{15}$$

В плазме токамаков возмущения $\delta\mathbf{u}$ (магнитного поля) ортогональны невозмущённому значению $\mathbf{u}_0$. В результате коэффициент γ_{qs} становится пропорционален второму порядку разложения по δu, т. е. не зависящим от знака возмущения δu, и даёт только дефокусирующий эффект.

Для качественного анализа приведём решение для неоднородностей среды, зависящие только от двух координат ξ_1 и τ. Такое приближение упрощает результирующие формулы и соответствует магнитоактивной плазме в установках по термоядерному синтезу, когда параметры среды (концентрация, температура и пр.) почти однородны вдоль магнитного поля. В результате компоненты матриц только вдоль ξ_1 не будут равны нулю:

$$\boldsymbol{\beta}_{qs} = \begin{pmatrix} \beta & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \qquad \boldsymbol{\gamma}_{qs} = \begin{pmatrix} \gamma & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Изменение ширины пучка представляется наиболее интересным для дальнейшего анализа, поскольку именно ширина пучка непосредственно влияет на размер области, в которой происходит передача энергии от волн пучка к среде. Решение уравнения (11) легко найти аналитически:

$$\sigma = \frac{(\sqrt{4\alpha\gamma + \beta^2} + \beta) \exp[\sqrt{4\alpha\gamma + \beta^2}\,(\tau + \zeta)] + \sqrt{4\alpha\gamma + \beta^2} - \beta}{2\alpha\,(\exp[\sqrt{4\alpha\gamma + \beta^2}\,(\tau + \zeta)] - 1)}, \tag{16}$$

где $\alpha = \alpha_{11}$ и комплексная постоянная

$$\zeta = \frac{1}{\sqrt{4\alpha\gamma + \beta^2}} \ln\left(\frac{2\alpha\sigma^0 + \sqrt{4\alpha\gamma + \beta^2} - \beta}{2\alpha\sigma^0 - \sqrt{4\alpha\gamma + \beta^2} - \beta} \right) \underset{\beta^2 \gg 4\alpha\gamma}{\approx} \frac{-1}{\beta} \ln\left(1 - \frac{\beta}{\alpha\sigma^0}\right) \tag{17}$$

вычисляется по начальной компле́ксной ширине пучка $\sigma^0 = \sigma_{11}(0)$.

Формула (16) описывает все основные случаи. Так, при $\beta = \gamma \to 0$ формула приводится к виду $\sigma = (\tau + \zeta)/(2\alpha)$, что соответствует обычному закону изменения ширины пучка $w = \sqrt{1/\mathrm{Im}\,\sigma}$ при его дифракции:

$$w(\tau) = w_0 \sqrt{1 + 4\alpha^2\tau^2/w_0^4}\,, \qquad w_0 = w(0).$$

Формула (16) описывает осцилляции ширины пучка в фокусирующем канале (при $\beta = 0, \gamma < 0$) и его рассеивание на дефокусирующем «канале» (при $\beta = 0, \gamma > 0$). В частности, она даёт точное выражение для кривизны фазового фронта пучка, описываемого $\mathrm{Re}\,\sigma$, в линзоподобной среде.

Для нас наиболее интересен случай, когда член с $\beta \gg 2\sqrt{|\alpha\gamma|}$ доминирующий. В этом пределе выражение для σ упрощается:

$$\sigma = \frac{\beta/\alpha}{1 - \exp[-\beta\,(\tau + \zeta)]}\,, \tag{18}$$

следовательно,

$$\mathrm{Im}\,\sigma \sim \frac{\beta/\alpha}{2\,\mathrm{ch}(\beta\,|\tau + \zeta|)}\,.$$

Из этой формулы видно, что мнимая часть σ уменьшается по экспоненте по трассе распространения. В результате, ширина пучка $w = 1/\sqrt{\mathrm{Im}\,\sigma}$ растёт экспоненциально быстро. Очевидно, что ни дифракция (член с α_{qs} в уравнении), ни дефокусировка $\gamma > 0$ не могут остановить экспоненциально быстрый процесс уширения пучка. В результате, пучок будет расширяться настолько сильно, насколько сможет, пока он не пройдёт область неоднородности (в реальности $\beta = \beta(\tau)$ — локализованная функция по τ) или не достигнет размера неоднородности. Последнее нарушит условия применимости уравнения (6) и его решения (18) и ограничит рост ширины пучка.

Выше мы рассмотрели влияние единичного стационарного возмущения параметров среды. На наш взгляд продемонстрированное различие между влиянием скалярных и векторных возмущений сохранится и в случае прохождения волнового пучка через среду с множеством случайных флуктуаций. Главным отличием анизотропной среды будет более быстрая диффузия (быстрее чем на дифракционном масштабе) волнового пучка в реальном пространстве.

2. ПРИМЕРЫ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ВОЛНОВЫХ ПУЧКОВ

Для иллюстрации выводов предыдущего раздела мы представим результаты численного моделирования распространения квазиоптических волновых пучков в модельной анизотропной среде с гамильтонианом

$$H = p^2 - \frac{1}{2}\Big(\mathbf{p}, \mathbf{u}(\mathbf{r})\Big)^2 + \delta v(\mathbf{r}), \qquad \mathbf{u} = \boldsymbol{z}_0 + \delta\mathbf{u}(\mathbf{r}), \tag{19}$$

пространственные зависимости параметров в котором заданы формулами

$$\delta v = \eta_v \psi, \qquad \delta\mathbf{u} = \eta_u \left(\frac{\partial\psi}{\partial y}\,\mathbf{x}_0 - \frac{\partial\psi}{\partial x}\,\mathbf{y}_0\right), \qquad \psi = \exp[-\alpha\,(\xi^2 + (\tau - \tau^*)^2)]. \tag{20}$$

Здесь $\boldsymbol{\xi}$, τ — безразмерные координаты поперёк и вдоль направления распространения невозмущённого волнового пучка.

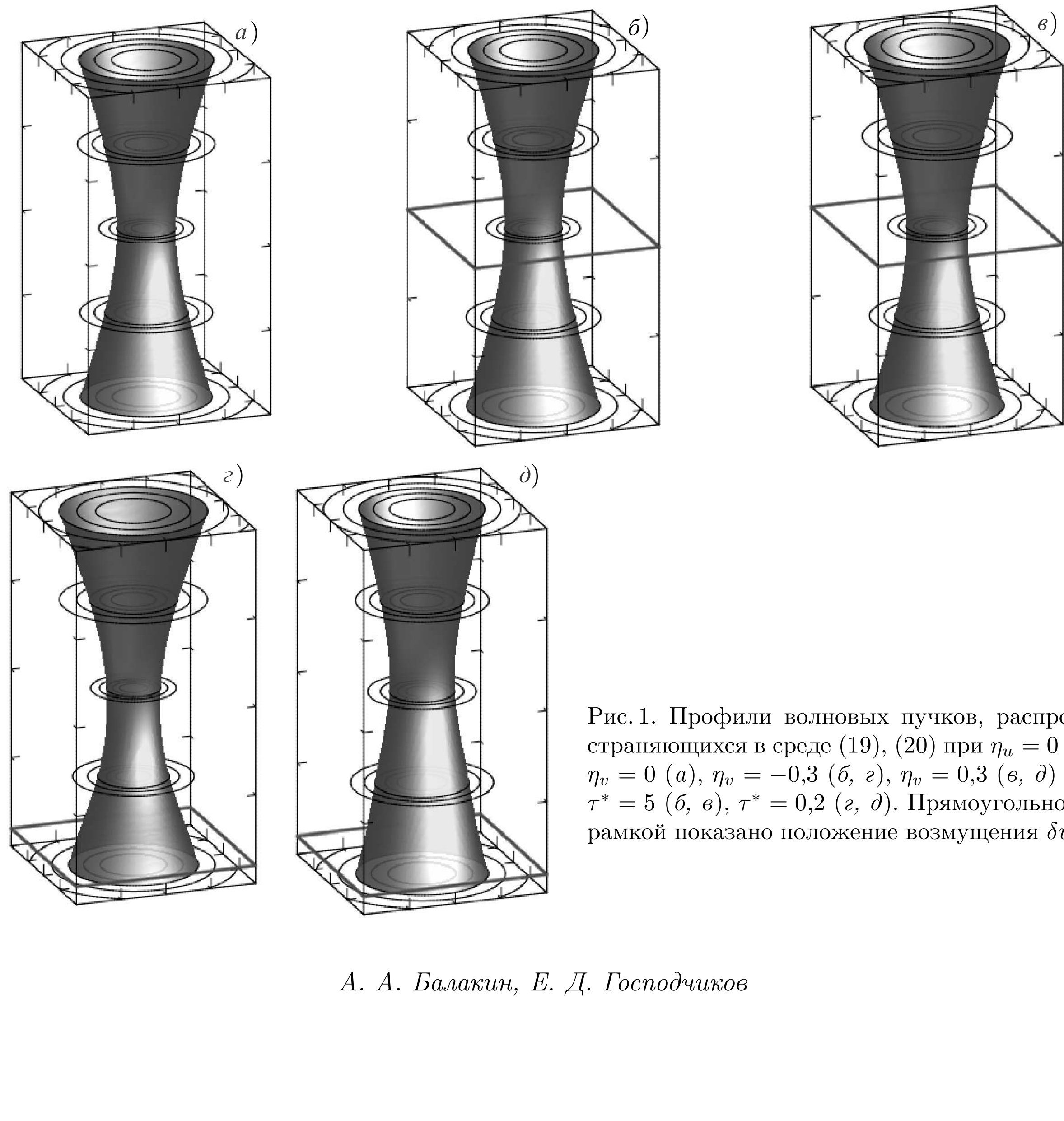
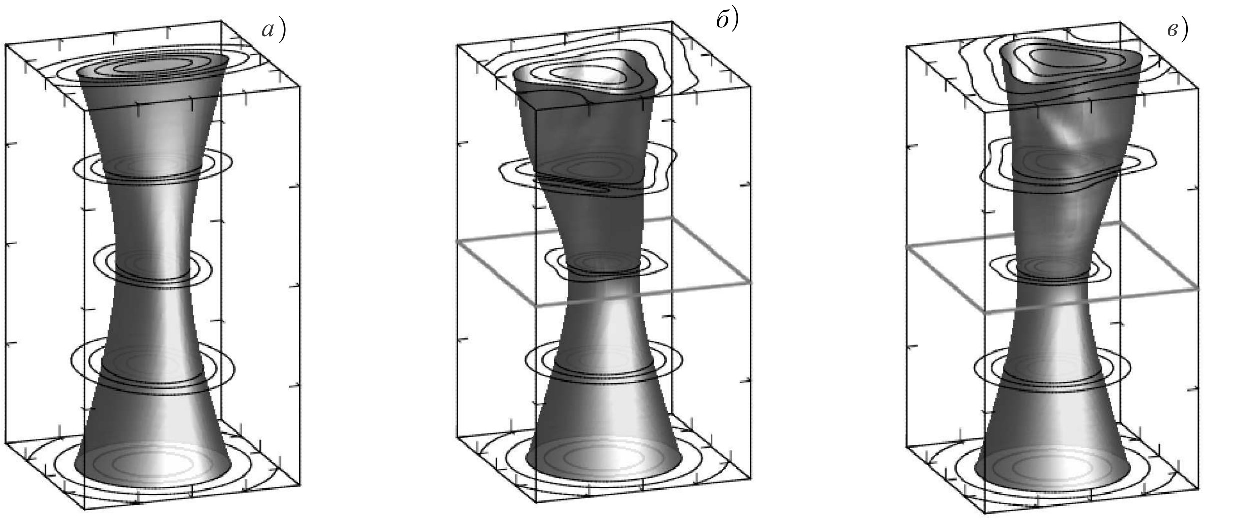


Рис. 1. Профили волновых пучков, распространяющихся в среде (19), (20) при $\eta_u = 0$ и $\eta_v = 0$ (*а*), $\eta_v = -0{,}3$ (*б, г*), $\eta_v = 0{,}3$ (*в, д*) и $\tau^* = 5$ (*б, в*), $\tau^* = 0{,}2$ (*г, д*). Прямоугольной рамкой показано положение возмущения δv.

Такая модельная среда отвечает случаю квазипоперечного распространения обыкновенной волны в магнитоактивной плазме токамака или стелларатора. Однако в наших численных расчётах мы будем рассматривать как квазипродольное, так и квазипоперечное распространение волновых пучков в такой модельной среде.

В расчётах выбирались значения коэффициентов равными $\alpha = 6$, и начальное распределение пучка (при $\tau = 0$) выбиралось в виде сфокусированного гауссова пучка $a \propto \exp(-6\xi^2 + 12i\xi^2)$ с волновым числом $k_0 = 30$, что соответствует длине волны $2\pi/k_0 \approx 0{,}2$, много меньшей всех прочих пространственных масштабов. Расчёт проводился в области пространства $[-1,1]\times[-1,1]\times \times [0,10]$. Расчёты выполнялись с помощью квазиоптического кода [14, 15].

Результаты расчёта таких пучков приведены на рис. 1. Легко видеть, что влияние скалярных возмущений среды δv сказывается в основном на некотором удалении от местоположения неоднородности. Причём эффект оказывается тем сильнее, чем ближе к точке старта расположена неоднородность (ср. рис. 1*б, в* и *г, д*). Более того, эффект от фокусирующей (рис. 1*б, г*) и дефокусирующей (рис. 1*б, д*) неоднородностей может поменяться в дальней зоне. Действительно, фокусирующая неоднородность приводит к меньшей ширине пучка в перетяжке и, следовательно, к его более сильному дифракционному расплыванию в дальнейшем. Наоборот, дефокусирующая неоднородность увеличивает ширину волнового пучка в фокусе и, следовательно, уменьшает его дифракционное расплывание в дальнейшем. Наконец, стоит отметить появление аберраций



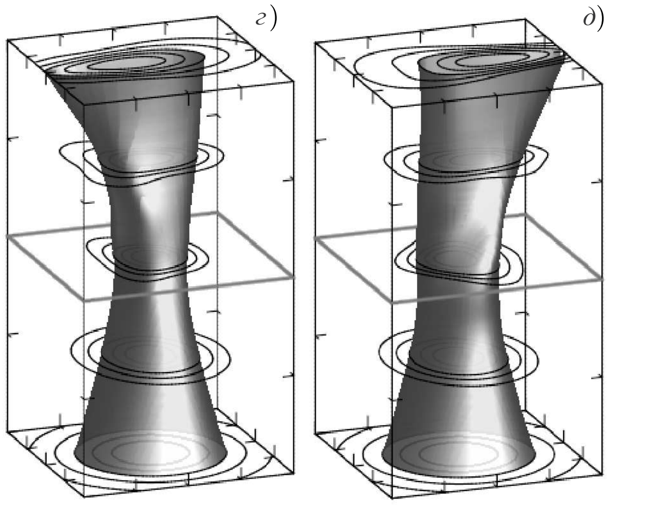


Рис. 2. Профили волновых пучков, распространяющихся в среде (19), (20) при $\eta_v = 0$ и $\eta_u = 0$ (*а*), $\eta_v = -0{,}3$ (*б, г*), $\eta_u = 0{,}3$ (*в, д*). Начальный волновой вектор $\mathbf{p}_0$ равен $\mathbf{z}_0$ (*б, в*) и $\mathbf{y}_0$ (*а, г, д*). Прямоугольной рамкой показано положение возмущения ψ

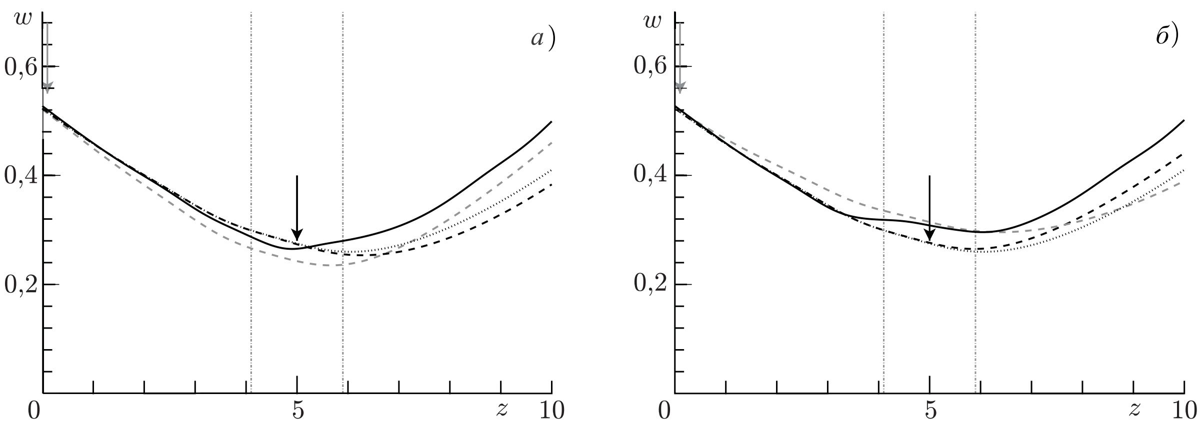


Рис. 3. Изменение ширины пучков при распространении в среде со скалярными неоднородностями. На панели (*а*) показано влияние фокусирующей неоднородности, на панели (*б*) — дефокусирующей. Точки соответствуют зависимости для невозмущённого пучка, серые линии — для пучка, когда неоднородность расположена в начале трассы, чёрные – для пучка, когда неоднородность сосредоточена в точке фокуса. Сплошные линии соответствуют неоднородности $\delta\mathbf{u}$, пунктир — неоднородности δv. Стрелки и вертикальные линии показывают местоположение и характерный размер неоднородности

в случае расположения неоднородности вблизи точки старта (рис. 1*г, д*), поскольку ширина неоднородностей в этом случае становится сравнима с шириной пучка.

Примеры распространения пучков в среде с возмущением $\delta\mathbf{u}$ приведены на рис. 2. Как и предсказывает выражение (15), изменение знака неоднородности не приводит к существенному изменению динамики пучка (и его ширины).

Удобным количественным критерием, описывающим влияние неоднородности среды на распространение волнового пучка, является изменение ширины пучка. На рис. 3 приведена зависимость ширины волнового пучка от координаты вдоль опорного луча. Как уже отмечалось выше (14), скалярные возмущения среды приводят в первую очередь к изменению фазового профиля пучка, а изменение амплитудного профиля (ширины) нарастает по мере распространения. При этом в области расположения неоднородности изменение ширины пучка пренебрежимо мало́. Наоборот, векторная неоднородность приводит к быстрому (на масштабе неоднородности) изменению ширины пучка с почти невозмущённым фазовым фронтом. В результате, ширина пучка испытывает «скачкообразное» изменение, а далее изменяется по тому же закону, как и в отсутствие неоднородности, что хорошо согласуется с теоретической оценкой (18).

Здесь следует отметить особенность в поведении ширины пучка в зависимости от знака неоднородности. Так, для $\eta_u > 0$ имеет место резкий, экспоненциально быстрый рост ширины пучка сразу при его вхождении в область неоднородности магнитного поля, переходящий затем в относительно плавное дифракционное расплывание. Причём эффект значительно усиливается с ростом амплитуды неоднородности. Теоретическая оценка (18) показывает, что это усиление носит экспоненциальный характер: $\Delta w \propto \exp(|\beta|\Delta\tau) \sim \exp(|\eta|)$, где $\Delta\tau$ — продольный размер неоднородности. Для другого знака неоднородности ($\eta_u < 0$) экспоненциальное уширение пучка оказывается слегка отложенным из-за изменения «начального» условия (17) в решении (16), но все равно имеет место после прохождения центра неоднородности. Дальнейшая эволюция ширины пучка вызвана дифракцией из-за возмущений его фазы и происходит одинаковым образом, независимо от знака η_u, как и предсказывает выражение (15).

3. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, в анизотропных средах влияние возмущений параметров среды на распространение квазиоптических волновых пучков может носить принципиально иной характер по сравнению с изотропными средами. В анизотропных средах за счёт неоднородности направления групповой скорости на поперечном сечении пучка возможно экспоненциально быстрое увеличение ширины пучка непосредственно в области возмущения параметров среды. Такая ситуация может негативно сказаться на эффективности применения квазиоптических волновых пучков к задачам локализованного нагрева анизотропных сред. Так, например, в случае нагрева областей развитой магнитогидродинамической неустойчивости (магнитные острова) в тороидальных установках магнитного удержания неоднородность направления магнитного поля, связанная с возмущением магнитного потока, может существенно влиять на размер области энерговыделения даже при небольших абсолютных значениях возмущения магнитного потока.

Работы выполнена в рамках государственного контракта № 14.740.11.0607 с Министерством образования и науки РФ и при поддержке РФФИ (гранты 09–02–00972-а, 11–02–00403-а).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Электродинамика сплошных сред. М.: Наука, 1982.
2. Hansen F. R., Lynov J. P., Michelsen P., Pecseli H. L. // Nucl. Fusion. 1998. V. 28. P. 769.
3. Tsironis C., Peeters A. G., Isliker H., et al. // Phys. Plasmas. 2009. V. 16. Art. no. 112510.
4. Balakin A. A., Balakina M. A., Smirnov A. I. // Proc. 7th Intern. Workshop "Strong Microwaves: Sources and Applications" / Ed. by A. G. Litvak. Nizhny Novgorod, 2009. P. 408.
5. Кравцов Ю. А., Орлов Ю. И. Геометрическая оптика в неоднородных средах. М.: Наука, 1980.
6. Balakin A. A., Balakina M. A., Smirnov A. I., Permitin G. V. // J. Phys. D. 2007. V. 40. P. 4 285.
7. Леонтович М. А., Фок В. А. электромагнитных волн вдоль поверхности земли // ЖЭТФ. 1946. Т. 16. С. 557.
8. Сухоруков А. П. Нелинейные волновые взаимодействия в оптике и радиофизике. М.: Наука, 1988.
9. Таланов В. И., Власов С. Н. Самофокусировка волн. Нижний Новгород: ИПФ РАН, 1997.
10. Виноградова М. Б., Руденко О. В., Сухоруков А. П. Теория волн. М.: Наука, 1990.
11. Pereverzev G. V. // Phys. Plasmas. 1998. V. 5. P. 3 529.
12. Пермитин Г. В., Смирнов А. И. // ЖЭТФ. 2001. Т. 119. С. 16.
13. Балакин А. А., Балакина М. А., Смирнов А. И., Пермитин Г. В. // Физика плазмы. 2008. Т. 34. С. 486.
14. Балакин А. А., Балакина М. А., Смирнов А. И., Пермитин Г. В. // Физика плазмы. 2007. Т. 33. С. 337.
15. Balakin A. A., Balakina M. A., Westerhof E. // Nuclear Fusion. 2008. V. 48. Art. no. 065003.

Поступила в редакцию 10 декабря 2010 г.; принята в печать 25 мая 2011 г.

INFLUENCE OF PERTURBATIONS IN THE MAGNETOACTIVE PLASMA ON PROPAGATION OF QUASIOPTICAL WAVE BEAMS

A. A. Balakin and E. D. Gospodchikov

We have analyzed specific features of the influence of perturbations in an anisotropic medium on propagation of quasioptical wave beams. The solutions of the quasioptical equation in the aberration-free approximation are found, which describe the evolution of the wave beam width. It is shown that the influence of the perturbations in an anisotropic medium differs qualitatively from the influence of the perturbations in an isotropic medium. Examples are presented for numerical calculations of the wave beam profiles in model media corresponding to the cases of perturbations of the density and magnetic field in the magnetoactive plasma confined in toroidal setups (tokamaks and stellarators).