

УДК 535.55+535.58

## ВЛИЯНИЕ ПОЛЯРИЗАЦИОННОЙ МОДОВОЙ ДИСПЕРСИИ НА РАСПРОСТРАНЕНИЕ СВЕРХКОРОТКИХ ОПТИЧЕСКИХ ИМПУЛЬСОВ В ОДНОМODOVЫХ ВОЛОКОННЫХ СВЕТОВОДАХ С ОЧЕНЬ СЛАБЫМ ЛИНЕЙНЫМ ДВУЛУЧЕПРЕЛОМЛЕНИЕМ И СЛУЧАЙНЫМИ НЕОДНОРОДНОСТЯМИ

*Г. Б. Малыкин*<sup>1</sup>, *В. И. Позднякова*<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Институт прикладной физики РАН;

<sup>2</sup> Институт физики микроструктур РАН, г. Нижний Новгород, Россия

Рассмотрено влияние поляризационной модовой дисперсии, обусловленной наличием случайных неоднородностей в одномодовых волоконных световодах, на распространение сверхкоротких оптических импульсов в волоконных линиях связи с очень слабым линейным двулучепреломлением. Методом математического моделирования получены зависимости эволюции огибающей сверхкоротких оптических импульсов и их спектров от длины одномодового волоконного световода с очень слабым линейным двулучепреломлением и случайными неоднородностями. Показано, что увеличение длительности импульса пропорционально корню квадратному из длины одномодового волоконного световода. Проведено сравнение результатов численного моделирования с результатами экспериментального измерения поляризационной модовой дисперсии.

### ВВЕДЕНИЕ

Совершенствование волоконно-оптических телекоммуникационных линий связано с увеличением быстродействия приёмопередающей аппаратуры и увеличением расстояния между оптоэлектронными ретрансляторами. Со времени создания кварцевых одномодовых волоконных световодов с малыми потерями прошло около 40 лет, в течение которых технология производства световодов была значительно усовершенствована: был достигнут теоретический предел оптических потерь и созданы световоды с практически нулевой хроматической дисперсией в рабочей полосе длин волн. Одномодовые волоконные световоды нашли широкое применение в оптических линиях связи [1–4], волоконных лазерах и волоконных датчиках различных физических величин [1]. При этом, разумеется, подавляющая часть производимых световодов используется для создания волоконных линий связи [1].

Однако, несмотря на большой прогресс в технологии изготовления световодов, существует серьёзная проблема, которая приводит к уширению коротких оптических импульсов в созданных на их основе оптоволоконных линиях связи [2–4] и, следовательно, ограничивает максимальную скорость передачи информации. В одномодовом волоконном световоде распространяются две взаимно ортогональные поляризационные моды, которые имеют различные скорости и между которыми на неоднородностях такого световода осуществляется обмен энергией. Даже в том случае, когда на входе одномодового волоконного световода была возбуждена одна поляризационная мода, на определённом расстоянии от входа, которое определяется в основном величиной линейного двулучепреломления волокна, будут распространяться обе поляризационные моды. Поскольку распределение неоднородностей по длине одномодового волоконного световода является случайным [5], см. также нашу монографию [6], то и амплитудные соотношения между ортогональными поляризационными модами и разность фаз между ними также случайны. Вследствие случайного характера связи поляризационных мод оптические импульсы при распространении в линиях

связи испытывают уширение. Это явление называется поляризационной модовой дисперсией [7]. Чем меньше величина линейного двулучепреломления одномодового волоконного световода, тем меньше и величина поляризационной модовой дисперсии. Поэтому для создания волоконных линий связи используются одномодовые волоконные световоды с очень малым линейным двулучепреломлением [1]. Случайные неоднородности в них возникают как в процессе вытяжки волокна из заготовки и последующего нанесения защитного покрытия и оболочки кабеля, что целиком зависит от технологии производства, так и в процессе укладки кабеля в волоконную линию связи, что, в свою очередь, зависит от способа укладки. Чем меньше длительность импульса, тем больше его относительное уширение и искажение его начальной формы при распространении в одномодовом волоконном световоде.

Первые работы, посвящённые количественному рассмотрению влияния поляризационной модовой дисперсии на уширение оптических импульсов, появились более 20 лет назад [9–13]. Проведённые в них экспериментальные и теоретические исследования показали, что связанная с поляризационной модовой дисперсией дополнительная эффективная временная задержка при малых по сравнению с величиной  $1/h$  (где  $h$  — так называемый параметр сохранения поляризации, обычно именуемый  $h$ -параметром [5, 6, 8]) длинах одномодового волокна возрастает пропорционально его длине, а при больших по сравнению с величиной  $1/h$  длинах одномодового волокна она возрастает пропорционально квадратному корню из его длины, т. е. согласно закону диффузии. Однако, полученные в [9–13] методом аналитических расчётов результаты справедливы на весьма ограниченных длинах одномодовых волоконных световодов. За прошедшее время опубликованы сотни работ, посвящённых изучению поляризационной модовой дисперсии (см. например, [14–32]), но задача её расчёта для произвольной длины одномодового волокна так и не была решена.

Вследствие вышесказанного важной задачей является создание численных методов расчёта уширения сверхкоротких оптических импульсов под влиянием поляризационной модовой дисперсии в одномодовых волоконных световодах произвольной длины и с произвольными параметрами.

Цель настоящей работы заключается в рассмотрении эволюции формы и ширины сверхкоротких оптических импульсов с помощью метода численного моделирования случайных неоднородностей по длине одномодового волоконного световода. Математическая модель случайных неоднородностей в такой системе и их статистические характеристики были рассмотрены нами в работах [5, 6]. В них было показано, что основным типом случайных неоднородностей являются случайные кручения осей линейного двулучепреломления одномодового волоконного световода, которые возникают вследствие наличия крутильных колебаний в процессе вытяжки одномодового волоконного световода из заготовки (преформы), когда световод ещё не вполне затвердел. При остывании эти случайные кручения осей линейного двулучепреломления фактически «вмораживаются» в структуру световода.

Влияние других факторов на уширение оптических импульсов, например хроматической дисперсии одномодового волоконного световода [24, 33] и нелинейных явлений в нём [34, 35], которые могут даже препятствовать уширению импульсов [34, 35], в данной работе рассматриваться не будет. Здесь следует также отметить, что если по световоду одновременно распространяются импульсы с несколькими различными длинами волн, то отсутствие хроматической дисперсии приводит к весьма нежелательному явлению: в этом случае выполняются условия фазового синхронизма и происходит эффективное четырёхволновое смешение, вследствие чего в излучении на выходе волокна возникают многочисленные дополнительные спектральные компоненты [2]. Для борьбы с этим явлением используют световоды с небольшой, но отличной от нуля хроматической дисперсией. В данной работе рассматривается случай, когда по световоду распространяется излучение на одной несущей длине волны, поэтому в дальнейшем будем полагать, что хроматическая дисперсия отсутствует.

## 1. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭВОЛЮЦИИ ФОРМЫ И ДЛИТЕЛЬНОСТИ СВЕРХКОРОТКИХ ОПТИЧЕСКИХ ИМПУЛЬСОВ

Нами было проведено численное моделирование распространения импульсов в одномодовом волоконном световоде с длиной  $10^4$  км и с очень слабым линейным двулучепреломлением  $\beta = 2\pi \Delta n_l / \lambda_0$ , где  $\Delta n_l$  — разность показателей линейного преломления для излучения, поляризованного вдоль «медленной» и «быстрой» осей волокна,  $\lambda_0$  — средняя длина волны света. В нашем случае  $\Delta n_l = 10^{-8}$ . Для упрощения вычислений нами был рассмотрен монохроматический источник излучения с  $\lambda_0 = 1550$  нм, излучение от которого проходило через быстродействующий оптический затвор, формирующий импульс гауссовской формы

$$S(t) = \frac{2}{\sqrt{2\pi} \Delta t} \exp\left(-\frac{2t^2}{\Delta t^2}\right) \cos\left(\frac{2\pi ct}{\lambda_0}\right), \quad (1)$$

где  $c$  — скорость света в вакууме. Длительность оптического импульса на выходе затвора, т. е. на входе одномодового волоконного световода, равнялась  $\Delta t = 0,1$  пс по уровню  $\exp(-1/2)$ . В этом случае огибающая спектра импульса также имеет гауссовскую форму

$$B(\lambda) = \frac{2}{\sqrt{2\pi} \Delta \lambda} \exp\left[-\frac{2(\lambda - \lambda_0)^2}{(\Delta \lambda)^2}\right], \quad (2)$$

где ширина оптического спектра импульса  $\Delta \lambda \sim 50$  нм. Следовательно, длина деполяризации немонахроматического излучения в одномодовом волоконном световоде  $l_{\text{деп}} = \lambda_0^2 / (\Delta \lambda \Delta n_l) \sim 5$  км.

Как было отмечено выше, статистические характеристики случайных неоднородностей в одномодовом волоконном световоде были приведены в работах [5, 6]. Здесь напомним только, что максимальная величина случайных кручений осей линейного двулучепреломления такого волокна составляет величину порядка 2 рад/м, а длина корреляции случайных кручений — 2 см. Для расчётов был выбран частный случай, когда излучение в импульсе линейно поляризовано. При этом рассматривались две ситуации: когда на входе одномодового волоконного световода возбуждалась одна собственная (невозмущённая) линейно-поляризованная мода, ориентированная параллельно оси  $x$ , и когда на его входе возбуждались обе моды с равным весом. Моделирование проводилось для единственной реализации случайных неоднородностей в одномодовом волоконном световоде. Это было сделано по двум причинам. Во-первых, усреднение по большому числу независимых реализаций случайных неоднородностей привело бы к тому, что мы бы наблюдали усреднённую форму импульса и невозможно было бы судить о форме реального импульса. Во-вторых, вычисления даже для одной реализации случайных неоднородностей в одномодовом волоконном световоде занимало большое машинное время, поскольку при его длине  $z = 10^4$  км число случайных неоднородностей составляло величину порядка  $5 \cdot 10^8$ , а число спектральных компонент было выбрано равным 4096 и, соответственно, необходимо было провести вычисления с примерно  $25 \cdot 10^{12}$  матрицами Джонса [5, 6].

В ходе расчётов находились ортогональные компоненты электрического поля световой волны  $E_x$  и  $E_y$  в декартовой системе координат для каждой из 4096 спектральных компонент. Вычислялись спектры мощности импульса для различных длин одномодового волоконного световода от 1 м до  $10^4$  км (всего 43 точки), по спектрам с помощью преобразования Фурье восстанавливалась временная форма импульса, определялись его высота и длительность. Таким образом мы получили зависимости высоты и длительности импульса от длины одномодового волоконного световода.

На рис. 1 представлены временные формы импульсов (нижний ряд графиков) и их спектров (верхний ряд графиков) для различных длин одномодового волоконного световода в случае, когда на входе волокна возбуждалась одна собственная поляризационная мода. Слева представлены зависимости временной формы и спектра импульса в поляризационной моде, ориентированной параллельно оси  $x$ , в центре — в поляризационной моде, ориентированной параллельно оси  $y$ , и справа — для суммарного импульса. Из рис. 1 видно, что по мере увеличения длины одномодового волоконного световода импульсы искажаются, их ширина возрастает, а вершина понижается. Спектры импульсов также искажаются, их огибающая становится изрезанной, но тем не менее ширина спектра при этом не возрастает. Объяснение этого приводится в нашей работе [36], см. также нашу монографию [6]: в одномодовом волоконном световоде со случайными неоднородностями имеет место линейное взаимодействие поляризационных мод, а для изменения ширины спектра необходимо наличие нелинейных явлений.

Зависимости временной формы импульсов и их спектров для случая, когда на входе одномодового волоконного световода возбуждались обе поляризационные моды с равным весом, не приводятся, поскольку они качественно не отличаются от соответствующих зависимостей, приведённых на рис. 1, за исключением области малых длин волокна  $z \leq (1 \div 2) h^{-1}$ . Отметим также, что для этого случая было выполнено контрольное численное моделирование при отсутствии случайных неоднородностей в одномодовом волоконном световоде. Его результаты показали, что в этой ситуации, как и следовало ожидать, импульсы для каждой из поляризационных мод распространяются без искажения формы, а суммарный сигнал представляет собой два импульса, временная задержка между которыми пропорциональна длине волокна. В частности, при  $z = 10\,000$  км эта временная задержка равна 330 пс.

На рис. 2 представлены зависимости высоты (верхний ряд графиков) и длительности (нижний ряд графиков) импульса от длины одномодового волоконного световода для случая, когда на его входе возбуждалась одна собственная поляризационная мода, а на рис. 3 — для случая, когда на его входе возбуждались обе собственные поляризационные моды с равным весом. Также, как и в серии графиков на рис. 1, левый столбик графиков соответствует поляризационной моде, ориентированной параллельно оси  $x$ , центральный — поляризационной моде, ориентированной параллельно оси  $y$ , правый — суммарному импульсу. Пунктирной линией на графиках зависимости длительности импульса от длины волокна изображена теоретическая кривая, соответствующая диффузному закону уширения импульса,  $f_{\text{approx}}(z) = 1 + \sqrt{b/z}$ , где коэффициент  $b$  определялся методом наименьших квадратов. Значения этого коэффициента приведены в табл. 1, причём её первая строка соответствует случаю, когда на входе одномодового волоконного световода возбуждалась одна собственная поляризационная мода, а вторая — случаю, когда на входе волокна возбуждались обе собственные поляризационные моды с равным весом.

Из рис. 2 видно, что в случае, когда на входе одномодового волоконного световода возбуждалась собственная поляризационная мода, ориентированная параллельно оси  $x$ , вторая, ортогональная ей мода, достигает такой же интенсивности, как первая, на длине порядка  $40 \div 50$  м, что сравнимо с величиной, обратной  $h$ -параметру рассматриваемого волокна (для  $\Delta n_l = 10^{-8}$   $1/h \sim 20$  м [5, 6]). Из рис. 2 также видно, что длительность импульса начинает возрастать с длин одномодового волоконного световода порядка 5 км, т. е. после прохождения импульсом длины деполаризации немонахроматического излучения  $l_{\text{деп}}$ . При больших длинах волокна ширина импульса возрастает примерно пропорционально корню квадратному из пройденного расстояния, т. е. по диффузионному закону, что согласуется с результатами работ [9–13]. По мере того, как импульс уширяется, его высота уменьшается. Кроме того видно, что энергия импульса много раз переходит из одной поляризационной моды в другую.

Из рис. 3 следует, что для случая, когда на входе одномодового волоконного световода воз-

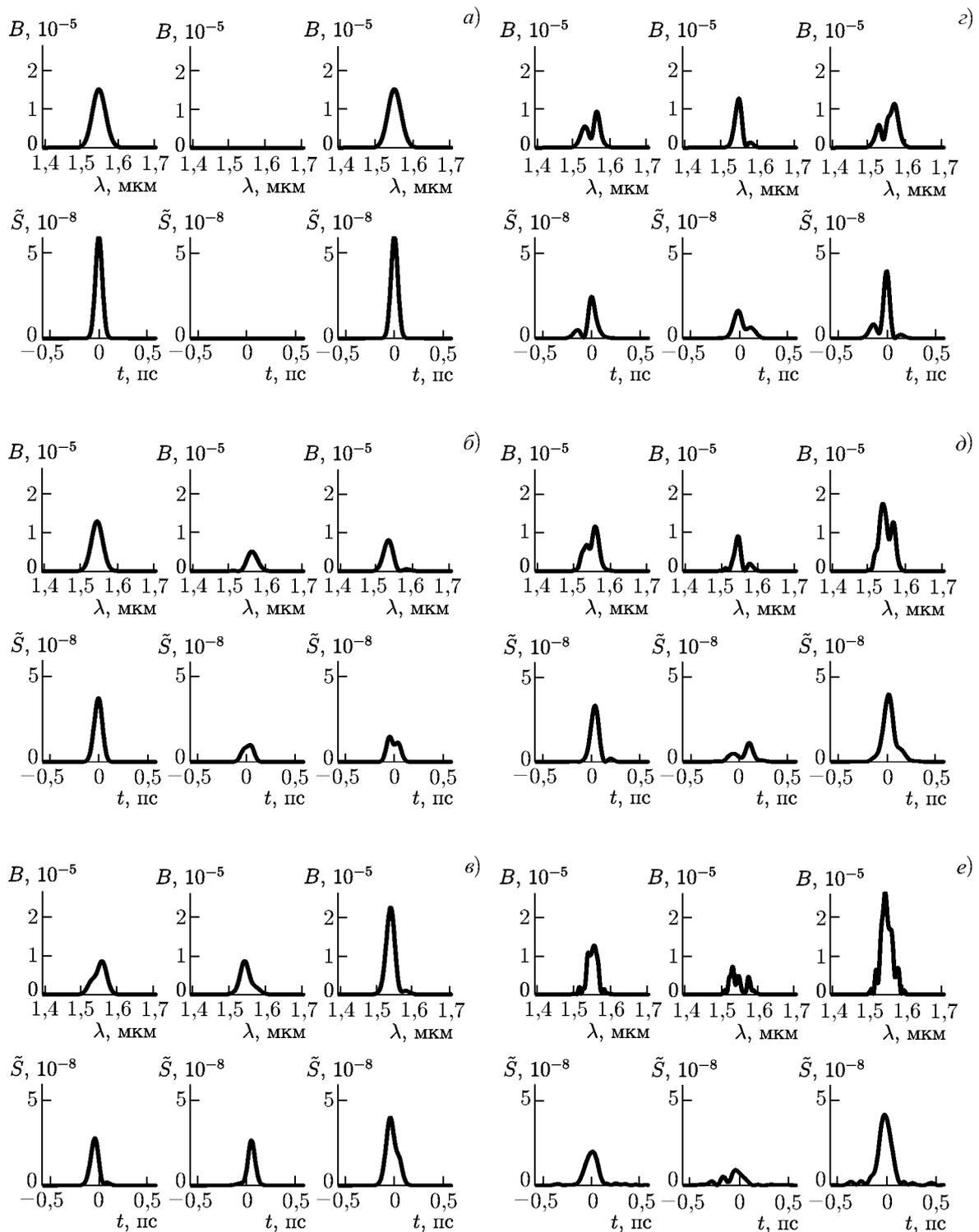


Рис. 1. Зависимости временной формы импульса  $\tilde{S}$  (нижний ряд графиков) и их спектров  $B$  (верхний ряд графиков) для случая, когда на входе одномодового волоконного световода возбуждалась одна собственная поляризационная мода. (а):  $z = 0$  м; (б):  $z = 100$  км; (в):  $z = 300$  км; (г):  $z = 1000$  км; (д):  $z = 3000$  км; (е):  $z = 10000$  км

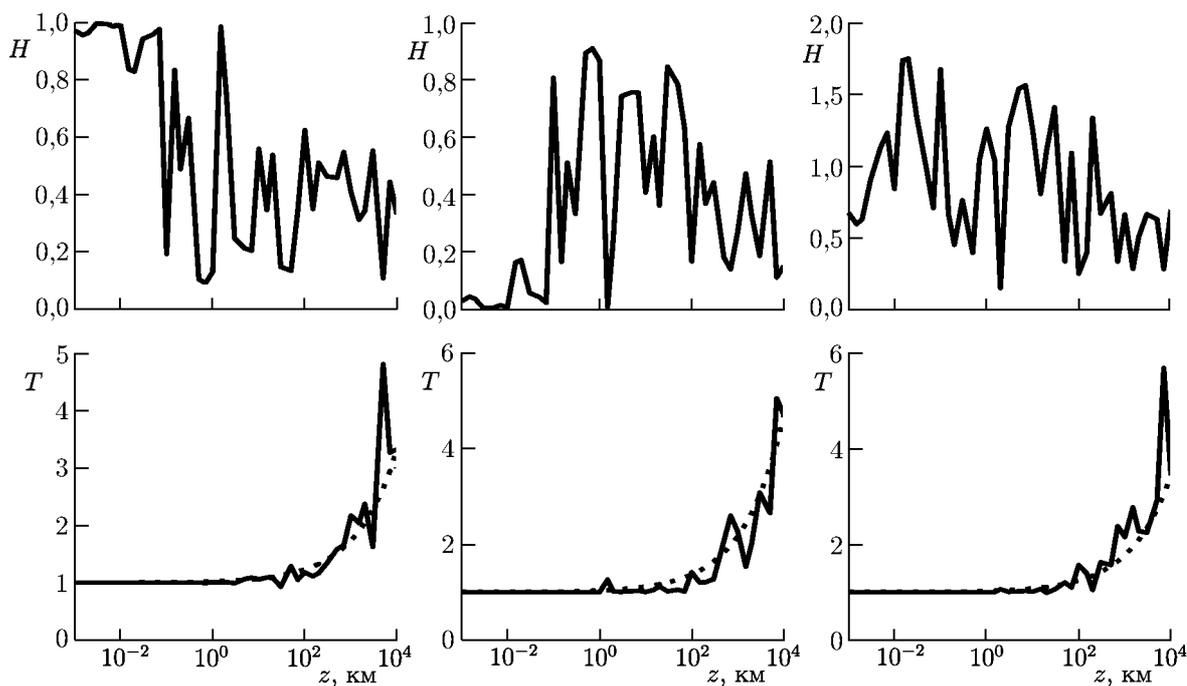


Рис. 2. Зависимости высоты  $H$  (верхний ряд графиков) и длительности  $T$  (нижний ряд графиков) импульса от длины одномодового волоконного световода для случая, когда на его входе возбуждалась одна собственная поляризационная мода

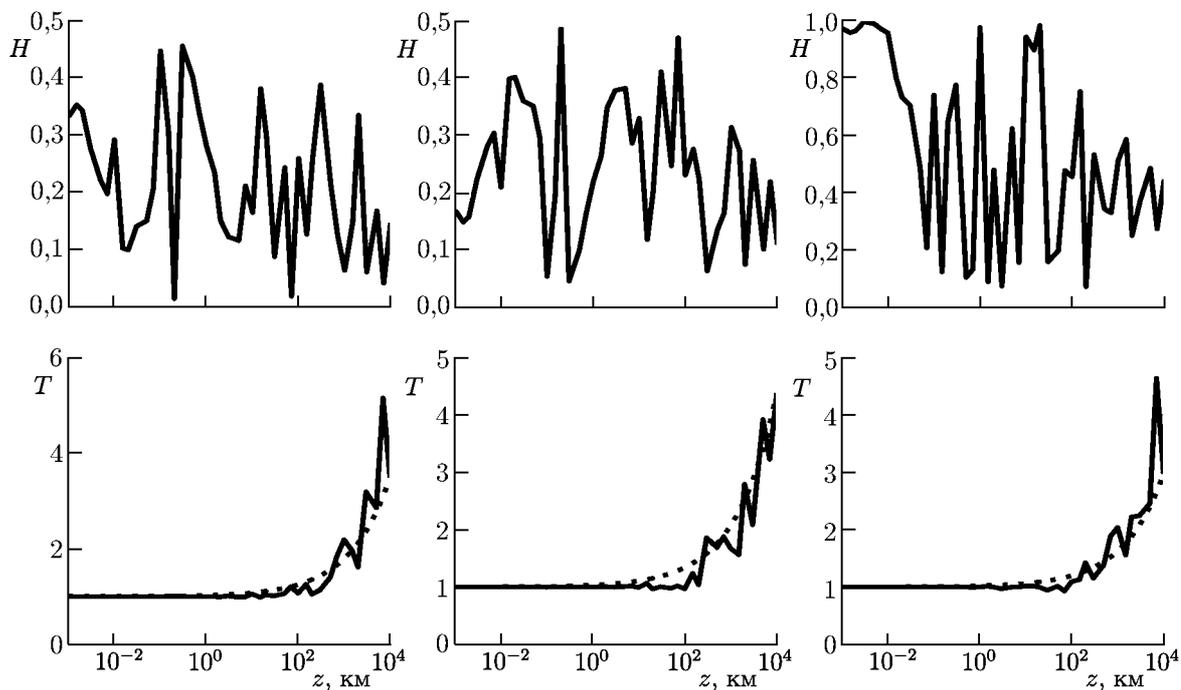


Рис. 3. Зависимости высоты  $H$  (верхний ряд графиков) и длительности  $T$  (нижний ряд графиков) импульса от длины одномодового волоконного световода для случая, когда на его входе возбуждались обе собственные поляризационные моды с равным весом

Таблица 1

$f_{\text{approx}}(z) = 1 + \sqrt{b/z}$	$x$	$y$	$\Sigma$
$b$	1853353	728180	1672134
	1606294	872931	2578993

буждены обе поляризационные моды с равным весом, то также, как и в случае, когда на входе волокна возбуждалась одна поляризационная мода (см. рис. 2), при больших, чем  $l_{\text{деп}}$ , длинах волокна длительность импульса возрастает приблизительно пропорционально корню квадратному из пройденного расстояния, т. е. по диффузионному закону.

Из табл. 1 видно, что величина поляризационной модовой дисперсии составляет величину порядка  $3 \cdot 10^{-3}$  пс/км<sup>1/2</sup>. Отметим, что если бы проводилось усреднение по многим реализациям случайных неоднородностей в одномодовом волоконном световоде, то разброс значений поляризационной модовой дисперсии для приведённых в табл. 1 шести различных случаев был бы значительно меньше.

Интересно отметить, что в случае возбуждения на входе одномодового волоконного световода с длиной  $z = 10\,000$  км обеих поляризационных мод с равным весом, если при отсутствии случайных неоднородностей в волокне суммарный импульс состоит из двух импульсов длительностью 0,1 пс, разошедшихся во времени на 330 пс, то при наличии неоднородностей суммарный импульс не удваивается и качественно ничем не отличается от импульсов в поляризационных модах  $x$  и  $y$ . Суммарный импульс, равно как и импульсы в каждой из поляризационных мод, на длине  $z = 10\,000$  км уширяется не более, чем в 4÷5 раз, достигая длительности 0,4÷0,5 пс, см. рис. 1. Следовательно, наличие случайных неоднородностей в одномодовом волоконном световоде благоприятно влияет на распространение импульсов в волоконных линиях связи: это позволяет им проходить значительные длины почти без уширения.

## 2. СРАВНЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ С РЕЗУЛЬТАТАМИ ЭКСПЕРИМЕНТА

Наиболее точные экспериментальные исследования зависимости поляризационной модовой дисперсии от длины одномодового волоконного световода проводились в работе [37] на примере телекоммуникационного волокна фирмы «Fujikura» (разность показателей линейного преломления для «медленной» и «быстрой» осей  $\Delta n = 10^{-8}$ , флуктуации разности показателей линейного двулучепреломления не превышают  $\Delta n_l = 5 \cdot 10^{-9}$ ). Независимо к такому же результату относительно величины  $\Delta n_l$  пришли и авторы работы [18]. Отметим здесь, что подобные измерения проводились и в других работах [13, 18, 38, 39], но их точность была существенно ниже, чем в [37], и, кроме того, в этих работах для измерения зависимости поляризационной модовой дисперсии от длины одномодового волоконного световода требовалось проводить обрыв световода при различных его длинах, в то время как в [37] применялся оригинальный неразрушающий метод измерения поляризационной модовой дисперсии с помощью поляризационной рефлектометрии.

Измерение величины поляризационной модовой дисперсии в работе [37] проводилось для случая, когда световод был уложен в виде кольцеобразной бухты диаметром 70 см (без каркаса, чтобы избежать натяжений световода). Измерения проводили на длине волны света  $\lambda = 1,31$  мкм. Результат измерений равнялся  $6 \cdot 10^{-3}$  пс/км<sup>1/2</sup> [37]. Таким образом, наши оценки величины поляризационной модовой дисперсии из результатов математического моделирования (порядка  $3 \cdot 10^{-3}$  пс/км<sup>1/2</sup>) по порядку величины совпадают с результатами измерений [37]. При этом следует иметь в виду, что измерения [37] и наши расчёты проводились для одномодовых волоконных

световодов с несколько различным линейным двулучепреломлением и на несколько различных длинах волн света. Кроме того, в одномодовом волоконном световоде, исследовавшемся в [37], могла иметь место незначительная остаточная хроматическая дисперсия, а укладка световода с диаметром 125 мкм в бухту диаметром 70 см приводила к возникновению наведённого намоткой линейного двулучепреломления  $\Delta n_l \sim 4 \cdot 10^{-9}$  [40], которое могло на различных участках волокна складываться или вычитаться с его начальным невозмущённым линейным двулучепреломлением.

### 3. ФИЗИЧЕСКОЕ ОБЪЯСНЕНИЕ ДИФФУЗИОННОГО ЗАКОНА УШИРЕНИЯ ИМПУЛЬСА

Рассмотрим простое объяснение диффузионного закона зависимости уширения импульса от длины световода, опирающееся на результаты нашей работы [41]. Оно основано на предложенной нами ранее физически обоснованной математической модели случайных неоднородностей в одномодовом волоконном световоде [5, 6], которая предполагает, что последний состоит из отрезков случайной длины со случайным кручением осей невозмущённого линейного двулучепреломления, вызывающим наведённое циркулярное двулучепреломление. В рамках данного рассмотрения мы пренебрегаем влиянием на расплывание импульса эффекта линейной трансформации поляризационных мод в тех точках волокна, где его случайное кручение меняет своё значение, поскольку вклад этого эффекта существенно меньше, чем влияние поляризационной модовой дисперсии.

Как показано в [5, 6], при наличии линейного двулучепреломления и кручения одномодового волоконного световода величина эллиптического двулучепреломления в винтовой, сопровождающей кручения системе координат равна  $\beta_e = \sqrt{\beta_l^2 + [2(1-g)\Theta]^2}$ , где  $\beta_l$  — линейное двулучепреломление,  $\Theta$  — кручение волокна,  $g$  — коэффициент фотоупругости материала, из которого изготовлен световод<sup>1</sup>. Очевидно, что при  $\Delta n_l = 10^{-8}$  и случайном кручении одномодового волоконного световода  $(1-g)\Theta_{\max} \sim 2$  рад/м, и линейное двулучепреломление волокна будет практически полностью подавлено, а его собственные поляризационные моды будут практически право- или левоциркулярными. Используя результаты [41], можно показать, что величина случайных скачков разности фаз между ортогональными поляризационными модами в тех точках одномодового волоконного световода, где случайное кручение меняет своё значение, на много порядков меньше, чем  $\pi/2$  [41], поскольку эллиптичность мод на различных случайных отрезках очень близка по абсолютной величине, т. к. моды весьма мало отличаются от круговых [41]. Вклад же от поляризационной модовой дисперсии накапливается по всей длине случайного отрезка, на котором величина и знак кручения остаются неизменными. Поэтому этот вклад может быть существенно выше вклада от линейной трансформации мод и, как показано в [41], не компенсируется на всей длине волокна, несмотря на то, что знак кручения меняется от одного отрезка к другому случайным образом.

Физический смысл наличия диффузионного закона зависимости величины поляризационной модовой дисперсии от длины одномодового волоконного световода можно пояснить следующим образом. Случайные неоднородности в волокне возникают, главным образом, из-за его случайных крутильных колебаний [5, 6] в процессе его вытяжки из заготовки. В этом случае можно утверждать, что световод состоит из отрезков случайной длины со случайным кручением, вызывающим наведённое циркулярное двулучепреломление. Напомним, что двулучепреломление есть разность волновых чисел для волн, поляризованных вдоль «медленной» и «быстрой» осей одномодового волоконного световода, которые соответствуют двум собственным поляризацион-

<sup>1</sup> В самом общем случае применительно к произвольной оптической среде это ещё в 1944 году показал В. Л. Гинзбург [42].

ным модам волокна, причём в общем случае двулучепреломление является эллиптическим. При величине кручения осей  $1 \div 2$  рад/м [5, 6] циркулярное двулучепреломление может достигать  $\Delta n_c \sim 10^{-6}$  на длине волны 1,55 мкм и на два порядка превышать слабое собственное линейное двулучепреломление. Таким образом, световод состоит из случайных отрезков с практически циркулярным двулучепреломлением со случайным знаком. При этом величина и знак кручения на соседних отрезках не коррелированы между собой [5, 6].

Согласно нашей математической модели, физическое обоснование которой приводится в работах [5, 6], длины отрезков одномодового волоконного световода, на которых кручение постоянно, имеют пуассоновское распределение со средним значением  $\langle l \rangle$ , а величина случайного кручения осей линейного двулучепреломления равномерно распределена в интервале от  $-\Theta_{\max}$  до  $\Theta_{\max}$ . Тогда среднее значение абсолютной величины циркулярного двулучепреломления  $\beta_c = 2\pi \Delta n_c / \lambda$  на каждом случайном отрезке равно  $(1 - g) \Theta_{\max}$  [5, 6]. Среднее значение абсолютной величины разности фаз излучения поляризованного вдоль «медленной» и «быстрой» осей двулучепреломления случайного отрезка волокна со средней длиной  $\langle l \rangle$ , или, иными словами, разность фаз для двух собственных поляризационных мод на средней длине  $\langle l \rangle$  случайного отрезка, равняется  $(1 - g) \Theta_{\max} \langle l \rangle$ , т. е. половине от её максимального значения, причём знак рассматриваемой разности фаз случаен. Таким образом, мы пришли к хорошо известной задаче о случайных блужданиях точки [43]. Обозначим  $x_k = \pm 1$  нормированное на свою абсолютную величину значение разности фаз для «медленной» и «быстрой» осей на  $k$ -м случайном отрезке. Тогда математическое ожидание и дисперсия дискретной случайной величины  $x$ , принимающей в момент времени  $k$  значение  $x_k$  даются формулами

$$\langle x \rangle = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N x_k = 0, \quad \sigma_x^2 = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N x_k^2 = 1. \quad (3)$$

В то же время, обозначив  $S_N = \sum_{k=1}^N x_k$ , имеем

$$\langle S_N \rangle = N \langle X \rangle = 0, \quad \sigma_{S_n}^2 = n \sigma_X^2 = n. \quad (4)$$

Таким образом, среднеквадратичное отклонение суммы из  $N$  случайных величин  $x$  от её среднего значения

$$\sigma_{S_n} = \sqrt{N}. \quad (5)$$

В итоге, среднее значение суммарного двулучепреломления, а следовательно и поляризационной модовой дисперсии всего световода, равно нулю, но среднеквадратичное отклонение суммарного двулучепреломления от среднего значения растёт пропорционально корню из числа случайных отрезков, т. е. пропорционально корню из длины световода, поскольку  $N = z / \langle l \rangle$ .

Используя результаты [41], проведём численную оценку порядка величины поляризационной модовой дисперсии в одномодовом волоконном световоде с очень слабым линейным двулучепреломлением, которое мало по сравнению с циркулярным двулучепреломлением, наведённым случайными кручениями волокна. Согласно модели случайных неоднородностей [5, 6],  $\Theta_{\max} = 1,92$  рад/м, средняя длина случайного отрезка, на котором кручение постоянно,  $\langle l \rangle \sim 2,5$  см. Величина коэффициента фотоупругости для кварцевых одномодовых волоконных световодов равна  $g = 0,065 \div 0,08$  [44, 45]. В этом случае среднее значение абсолютной величины разности времён распространения света, поляризованного вдоль «быстрой» и «медленной» осей циркулярного двулучепреломления, или, иными словами, среднее значение абсолютной величины разности времён распространения двух собственных циркулярных поляризационных мод, для каждого случайного отрезка составит  $\langle |\tau_i| \rangle = \Delta n_c \langle l \rangle / c = \beta_c \lambda \langle l \rangle / (2\pi c)$ . Поскольку укладываемое на длине

одномодового волоконного световода  $z$  число независимых случайных отрезков равно  $N = z/\langle l \rangle$ , то среднее значение абсолютной величины разности времён распространения для всего одномодового волоконного световода составит

$$\langle |\tau| \rangle = \langle |\tau_i| \rangle \sqrt{N} = \frac{\beta_c \lambda \sqrt{z \langle l \rangle}}{2\pi c}. \quad (6)$$

Для  $z = 1$  км на длине волны  $\lambda = 1,55$  мкм  $\langle |\tau| \rangle \sim 6 \cdot 10^{-3}$  пс, и, следовательно, величина поляризационной модовой дисперсии, обусловленная случайными кручениями волокна, равняется  $6 \cdot 10^{-3}$  пс/км<sup>1/2</sup>.

Таким образом, наши оценки величины поляризационной модовой дисперсии с помощью математического моделирования (порядка  $3 \cdot 10^{-3}$  пс/км<sup>1/2</sup>) по порядку величины достаточно близки к численным оценкам, полученным на основании результатов работы [41].

#### 4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В заключение сформулируем основные результаты работы.

1) Методом численного моделирования показано, что обусловленное поляризационной модовой дисперсией увеличение длительности импульса в телекоммуникационном одномодовом волоконном световоде происходит по диффузионному закону; определены параметры зависимости уширения импульса от длины волокна.

2) Проведено сравнение результатов численного моделирования с результатами экспериментального измерения поляризационной модовой дисперсии, которое показало их хорошее совпадение.

3) Проведено сравнение результатов численного моделирования с результатами численных оценок, проведённых на основе предложенной нами ранее простой модели поляризационной модовой дисперсии, которое также показало их хорошее совпадение.

Указанное совпадение результатов численного моделирования с результатами экспериментального измерения величины поляризационной модовой дисперсии и результатами её простых численных оценок косвенно свидетельствует в пользу корректности полученных результатов.

В заключение авторы выражают благодарность А. Д. Мансфельду за полезные обсуждения. Работа частично поддержана советом при Президенте РФ по поддержке ведущих научных школ (грант НШ3800.2010.2).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Дианов Е. М. // Квантовая электроника. 2010. Т. 40, № 1. С. 1.
2. Дианов Е. М. // Квантовая электроника. 2000. Т. 30, № 8. С. 659.
3. Дианов Е. М. // Вестник РАН. 2001. Т. 70, № 11. С. 1010.
4. Гуляев Ю. В., Никитов С. А., Потапов В. Т., Чаморовский Ю. К. // Радиотехника. 2005. № 8. С. 9.
5. Малыкин Г. Б., Позднякова В. И., Шерешевский И. А. // Оптика и спектроскопия. 1997. Т. 83, № 5. С. 843.
6. Малыкин Г. Б., Позднякова В. И. Поляризационные эффекты в кольцевых интерферометрах. Нижний Новгород: ИПФ РАН, 2008. 208 с.
7. Gordon J. P., Kogelnik H. // Proc. Nat. Acad. Sci. 2000. V. 97, No. 9. P. 4541.
8. Kaminov I. P. // IEEE J. Quantum Electron. 1981. V. 17, No. 1. P. 15.

9. Poole C. D., Wagner R. E. // *Electron. Lett.* 1986. V. 22, No. 19. P. 1029.
10. Bergano W. C., Poole C. D., Wagner R. E. // *J. Lightwave Techn.* 1987. V. 5, No. 11. P. 1618.
11. Poole C. D. // *Opt. Lett.* 1988. V. 13, No. 8. P. 687.
12. Poole C. D., Bergano W. C., Wagner R. E., Schutle H. J. // *J. Lightwave Techn.* 1988. V. 6, No. 7. P. 1185.
13. Poole C. D. // *Opt. Lett.* 1989. V. 14, No. 10. P. 523.
14. Gisin N., Von der Wied J. P., Pelloux J. P. // *J. Lightwave Techn.* 1991. V. 9, No. 7. P. 821.
15. Foschini G. J., Poole C. D. // *J. Lightwave Techn.* 1991. V. 9, No. 11. P. 1439.
16. Santoro M. A., Poole C. D. // *J. Lightwave Techn.* 1994. V. 12, No. 2. P. 288.
17. Wai P. K., Menyuk C. R. // *J. Lightwave Techn.* 1996. V. 14, No. 2. P. 148.
18. Aso O. // *Opt. Lett.* 1998. V. 23, No. 14. P. 1102.
19. Francia C., Bruyère F., Penninckx D., Chbat M. // *IEEE Photonics Techn. Lett.* 1998. V. 10, No. 12. P. 1739.
20. Mahgerefteh D., Menyuk C. R. // *IEEE Photonics Techn. Lett.* 1999. V. 11, No. 3. P. 340.
21. Haus H. A. // *J. Opt. Soc. Am. B.* 1999. V. 16, No. 11. P. 1863.
22. Shtaif M., Mecozzi A., Nagel J. A. // *IEEE Photonics Techn. Lett.* 2000. V. 12, No. 1. P. 53.
23. Shieh W. // *IEEE Photonics Techn. Lett.* 2000. V. 12, No. 3. P. 290.
24. Foschini G. J., Nelson L. E., Kogelnik H. // *IEEE Photonics Techn. Lett.* 2000. V. 12, No. 3. P. 293.
25. Orlandini A., Vincetti L. // *IEEE Photonics Techn. Lett.* 2001. V. 13, No. 11. P. 1176.
26. Lima A. O., Lima L. T., Menyuk C. R., Adali A. // *Opt. Lett.* 2003. V. 28, No. 5. P. 310.
27. Antonelli C., Mecozzi A. // *IEEE Photonics Techn. Lett.* 2004. V. 16, No. 8. P. 1840.
28. Chipman R. A., Kinnera R. // *Appl. Opt.* 2004. V. 43, No. 23. P. 6074.
29. Brodsky M., Frigo N. J., Boroditsky M., Tur M. // *J. Lightwave Techn.* 2006. V. 24, No. 12. P. 4584.
30. Dong H., Shum P., Gong Y. D., et al. // *IEEE Photonics Techn. Lett.* 2007. V. 19, No. 1. P. 27.
31. Mecozzi A. // *Opt. Lett.* 2008. V. 33, No. 12. P. 1315.
32. Géne J. M., Winzer P. J. // *J. Lightwave Techn.* 2010. V. 28, No. 13. P. 1873.
33. Cameron J., Chen L., Bao X., Stears J. // *IEEE Photonics Techn. Lett.* 1998. V. 10, No. 9. P. 1265.
34. Sysoliatin A. A., Nolan D. A. // *J. Nonlinear Opt. Phys. Materials.* 2007. V. 16, No. 2. P. 171.
35. Золотовский И. О., Семенов Д. И., Сенаторов А. К. // *Квантовая электроника.* 2010. Т. 40, № 3. С. 229.
36. Малыкин Г. Б., Позднякова В. И. // *ЖТФ.* 1999. Т. 70, вып. 7. С. 140.
37. Листвин В. Н., Потапов В. Т., Трещиков В. Н., Шаталин С. В. Обратная задача в поляризационной поляриметрии: Препринт № 1 (622) ИРЭ РАН. Москва, 1998. 24 с.
38. Curti F., Daino B., De Marchis G., Matera F. // *J. Lightwave Techn.* 1990. V. 8, No. 8. P. 1162.
39. Suetsugu Y., Kato T., Nishimura M. // *Photonics Techn. Lett.* 1995. V. 7, No. 8. P. 887.
40. Ulrich R. // *Fiber-Optics rotation sensors.* Berlin: Springer Verlag, 1982. P. 52.
41. Малыкин Г. Б. // *Радиотехника и электроника.* 2002. Т. 47, № 6. С. 752.
42. Гинзбург В. Л. // *ЖТФ.* 1944. Т. 14, № 3. С. 181.
43. Гнеденко Б. В. Курс теории вероятностей. М.; Л.: Гостехиздат, 1950. 388 с.
44. Ulrich R., Simon A. // *Appl. Opt.* 1979. V. 18, No. 13. P. 2241.
45. Barlow A. J., Ramskov-Hansen J. J., Payne D. N. // *Appl. Opt.* 1981. V. 20, No. 17. P. 2962.

Поступила в редакцию 20 апреля 2011 г.; принята в печать 13 мая 2011 г.

**INFLUENCE OF POLARIZED MODE DISPERSION ON PROPAGATION  
OF ULTRASHORT OPTICAL PULSES IN SINGLE MODE FIBER  
LIGHTGUIDES WITH VERY WEAK LINEAR BIREFRINGENCE  
AND RANDOM INHOMOGENEITIES**

*G. B. Malykin and V. I. Pozdnyakova*

We consider the influence of polarization mode dispersion, which is due to the presence of random inhomogeneities in single-mode fiber lightguides, on propagation of ultrashort optical pulses in the fiber communication lines with very weak linear birefringence. Evolution of the envelope of ultrashort optical pulses and their spectra is obtained by the method of mathematical simulation as a function of the length of a single-mode fiber lightguide with very weak linear birefringence and random inhomogeneities. An increase in the pulse duration is shown to be proportional to the square root of the length of a single-mode fiber lightguide. The numerical-simulation results are compared with the results of experimental measurement of polarization mode dispersion.