

УДК 537.862

## ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ МОД И ОСОБЕННОСТИ ДИНАМИКИ ЛАЗЕРОВ КЛАССА D

*П. А. Калинин<sup>1</sup>, В. В. Кочаровский<sup>1,2</sup>, Вл. В. Кочаровский<sup>1</sup>*

<sup>1</sup> Институт прикладной физики РАН, г. Нижний Новгород, Россия

<sup>2</sup> Texas A&M University, College Station, USA

В работе исследована простая модель лазера класса D, учитывающая спектральную и пространственную неоднородность активной среды, скорость релаксации поляризации которой значительно меньше скорости релаксации поля в резонаторе. Рассмотрены случаи одно-, двух- и четырёхмодовой генерации, для которых численно исследованы различные режимы лазерной динамики: стационарные, импульсные, автомодуляционные и квазихаотические. Параметры лазера выбраны соответствующими экспериментам по бозе-эйнштейновской конденсации диполярных экситонов в полупроводниковых ловушках с квантовыми ямами, на основе которых в настоящее время впервые открывается возможность создания лазеров класса D.

### ВВЕДЕНИЕ

В последнее время активно исследуется возможность бозе-конденсации экситонов в двумерных ловушках, создаваемых на основе полупроводниковых гетероструктур [1–4]. В излучении подобных экситонных систем наблюдаются разнообразные явления, среди которых укажем интерференционные эффекты [5], линейную поляризацию [6], двухфотонные корреляции [7], свидетельствующие о стимулированных процессах электрон-дырочной рекомбинации в ловушке. В связи с этим представляет особый интерес взаимодействие экситонной системы, находящейся вблизи порога конденсации и обладающей уникально большой спектральной и пространственной плотностью, с электромагнитным полем, резонансным с экситонным переходом.

Ловушки для экситонов, использовавшиеся в экспериментах [1–7], могут служить резонаторами (пусть и низкодобротными) для электромагнитного поля [8, 9], поэтому в них могут существовать самосогласованные колебания электромагнитного поля и оптической поляризации экситонов, т. е. поляритонные моды. Благодаря тому, что в процессе конденсации экситонов резко уменьшаются как неоднородная, так и однородная ширины их спектральной линии, указанные поляритонные моды могут становиться неустойчивыми и возбуждаться в условиях, близких к условиям конденсации.

При наличии постоянного источника экситонов, рождаемых внешним лазерным излучением, и превышении порога неустойчивости поляритонных мод последние будут входить в режим лазерной генерации. Особенностью подобной генерации является достаточно большое время жизни поляризации экситонов, превышающее время жизни электромагнитного поля в низкодобротном резонаторе-ловушке. Благодаря этому обстоятельству, рассматриваемая система является лазером класса D [10–12], корректное описание нестационарной динамики которого в отличие от широко известных лазеров классов A и B, где поляризация адиабатически исключается, требует учёта самостоятельной динамики поляризации экситонов.

Для упрощения описания динамики экситонного слоя в резонансном электромагнитном поле с частотой, близкой к частоте рекомбинационного перехода экситона, а также с целью возможного применения рассматриваемой модели лазера класса D для других активных сред, мы будем считать экситон двухуровневой системой, т. е. описывать динамику экситонов стандартными уравнениями Блоха [10, 11]. В такой модели поляритонные моды — это нормальные моды

системы «электромагнитное поле + поляризация экситонов» в приближении постоянной плотности последних. Для их исследования можно воспользоваться уравнениями Максвелла в толще полупроводника и граничными условиями на границах ловушки и на экситонном слое [8], но можно действовать и в рамках теории возмущений, раскладывая электромагнитные возбуждения резонатора по парциальным электромагнитным модам, т.е. модам «холодного» резонатора в отсутствие экситонов, и рассматривая экситоны как самосогласованные источники, возбуждающие эти парциальные моды [8, 9].

Принимая последний подход, мы описываем электромагнитное поле в резонаторе коэффициентами возбуждения  $C_m(t)$  и пространственной структурой  $\mathbf{E}_m(\mathbf{r})$  нескольких ( $m = 1, \dots, m_{\max}$ ) парциальных электромагнитных мод, а экситоны — их плотностью  $N$  и дипольным моментом  $\mathbf{d}$ . С целью учёта возможной пространственной и спектральной неоднородности экситонов мы будем считать, что  $N$  и  $\mathbf{d}$  зависят не только от времени  $t$ , но также и от пространственной координаты  $\mathbf{r}_\tau$  в плоскости ловушки и от отстройки  $\Delta$  резонансной частоты экситонов от некоторой «центральной» частоты  $\omega_0$  их неоднородной линии; соответственно, значения  $N$  и  $\mathbf{d}$  будут отнесены к единице площади и единице частотного интервала. В итоге, в рамках приближения медленно меняющихся амплитуд, имеем систему уравнений

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{d}} &= -(\nu_2 + i\Delta) \mathbf{d} + i\chi N \sum_m C_m \mathbf{E}_m, \\ \dot{N} &= \frac{N_p - N}{T_1} + \frac{2}{\hbar} \text{Im} \left( \mathbf{d} \sum_m C_m^* \mathbf{E}_m^* \right), \\ \dot{C}_m &= -i\delta_m C_m + i \frac{2\pi\omega_0}{M_m} \int \mathbf{d} \mathbf{E}_m^* d\Delta d^2\mathbf{r}_\tau, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $T_1$  и  $T_2 = \nu_2^{-1}$  — времена жизни плотности экситонов и их поляризации соответственно,  $\chi = |p_0|^2/\hbar$ ,  $p_0$  — дипольный момент рекомбинационного перехода экситонов,  $M_m = \int \epsilon |E_m|^2 d^3\mathbf{r}$  — нормировочный коэффициент  $m$ -ой моды, определяемый интегралом по объёму ловушки,  $\delta_m$  — комплексная отстройка частоты  $m$ -ой моды от  $\omega_0$ , мнимая часть которой отвечает за затухание моды,  $\epsilon$  — диэлектрическая проницаемость полупроводника без экситонов.

Величина  $N_p(\mathbf{r}_\tau, \Delta, t)/T_1$  описывает источник (приток) экситонов, а  $N_p$  — плотность экситонов  $N$ , которая установилась бы без учёта лазерной генерации. Значение  $N_p$  определяется накачкой, создающей новые экситоны в яме, поэтому далее мы будем называть величину  $N_p$  накачкой. Отметим, что фактический механизм накачки в экситонных ловушках может быть довольно сложным, но его детали в данной работе нас не интересуют. Кроме спектральной плотности, в дальнейшем нам понадобится также суммарная плотность экситонов на единицу площади  $N^\Sigma(\mathbf{r}_\tau, t) = \int N(\mathbf{r}_\tau, \Delta, t) d\Delta$  и аналогично  $N_p^\Sigma(\mathbf{r}_\tau, t) = \int N_p(\mathbf{r}_\tau, \Delta, t) d\Delta$ .

Отметим, что уравнения (1) не исключают быстрые изменения и отрицательные значения величины  $N$ , что допустимо для разности населённостей двухуровневой среды, но не имеет физического смысла для нашей трактовки  $N$  как концентрации экситонов. Это налагает ограничения на максимальную мощность накачки, при которой уравнения (1) ещё применимы для экситонной среды, хотя при высоких мощностях накачки в любом случае потребовался бы учёт дополнительных эффектов, таких как взаимодействие экситонов и/или появление в ловушке свободных носителей заряда. В дальнейшем будем интересоваться только режимами генерации при сравнительно невысоких мощностях накачки, когда концентрация экситонов меняется плавно и остаётся положительной, так что модификация уравнений Блоха не требуется.

Дальнейшее изложение построено следующим образом: в разделе 1 обсуждаются некоторые особенности численного моделирования и параметры рассматриваемого лазера, в разделе 2 исследуется случай сосредоточенной модели с однородно и неоднородно уширенной экситонной

линией, в разделе 3 — случай распределённой модели и в разделе 4 сформулированы основные результаты работы.

## 1. ЦЕЛИ И ОСОБЕННОСТИ МОДЕЛИРОВАНИЯ ЛАЗЕРНОЙ ГЕНЕРАЦИИ

Нашей целью является выяснение типичных особенностей динамики лазера класса D, не связанных со специфическими деталями его возможной реализации на основе ловушек для дипольных экситонов. Поэтому нами было проведено численное моделирование лазерной генерации для разных моделей спектральной линии активной среды и для различных спектральных и пространственных структур электромагнитных мод. Качественной задачей моделирования было определение различных возможных режимов установившейся, вообще говоря, нестационарной, динамики лазера в условиях постоянной накачки; переходные процессы, существенно зависящие от начальных условий, нас не интересовали. Во всех случаях при достаточно низкой мощности накачки, лежащей до лазерного порога  $N_{p1}$ , генерация невозможна и первоначально возбуждённые моды затухают, поэтому везде далее мы будем обсуждать только динамику системы выше пороговой накачки, т. е. при  $N_p > N_{p1}$ .

Этот (первый) порог определяется наиболее высокочастотной модой в окрестности экситонной линии. Поскольку ширина линии парциальной электромагнитной моды много больше, чем среднее расстояние между модами, конкретное положение моды не столь важно, и потому первый порог для однородно уширенной экситонной линии можно определить в приближении сосредоточенной модели и точного резонанса одной электромагнитной моды с экситонами. В этом случае из уравнений (1) легко получается условие неустойчивости в виде

$$\tilde{\omega}_c^2 \geq \nu_2 |\operatorname{Im} \delta_m|, \quad (2)$$

где  $\tilde{\omega}_c = \sqrt{8\pi |p_0|^2 N^\Sigma \omega_0 / (4\hbar \epsilon H)}$  — нормированная кооперативная частота экситонной среды, найденная с учётом диэлектрической проницаемости полупроводника и малости толщины экситонного слоя по сравнению с толщиной ловушки  $H$ . Это условие аналогично известному условию неустойчивости поляритонных мод [13].

При моделировании лазерной генерации мы будем использовать параметры, близкие к параметрам систем, в которых исследуется бозе-конденсация экситонов. А именно, возьмём значения  $N^\Sigma$  в интервале от  $10^{10}$  до  $10^{11}$  см<sup>-2</sup> (ср. [2]). Значения скоростей затухания парциальных электромагнитных мод  $|\operatorname{Im} \delta_m|$  примем равными  $5 \cdot 10^{12}$  с<sup>-1</sup>, что соответствует диаметру ловушки 5 мкм и коэффициенту отражения от её боковых поверхностей порядка 0,7 по амплитуде поля. Время жизни экситонов, в соответствии с [14], возьмём равным  $T_1 = 2 \cdot 10^{-9}$  с ( $1/T_1 = 5 \cdot 10^8$  с<sup>-1</sup>). Исходя из этого значения  $T_1$ , возьмём величину  $|p_0|/e$  равной 1 Å. Константу затухания поляризации экситонов мы будем брать равной  $\nu_2 = 2 \cdot 10^9$  с<sup>-1</sup>, а неоднородное уширение будем выбирать хотя и бóльшим, но такого же порядка, что и  $\nu_2$ . Учитывая микронные размеры ловушки, легко оценить (см. [9]) среднее спектральное расстояние между модами; оно оказывается равным  $\Omega_0 = 2 \cdot 10^{11}$  с<sup>-1</sup>. Центральную частоту экситонной линии примем равной  $\omega_0 = 2,3 \cdot 10^{15}$  с<sup>-1</sup>. Более детальное обсуждение численных значений используемых параметров приведено в [8, 9].

В большинстве случаев результаты расчётов будут иллюстрированы графиками зависимости от времени энергий  $W_{em} = |C_m|^2 M_m / (2\pi)$ , накопленных в парциальных электромагнитных модах. В некоторых случаях также наблюдается и будет проиллюстрирована на графиках интересная динамика разности фаз между комплексными амплитудами мод  $\Delta\phi_{mm'} = \arg C_m - \arg C_{m'}$ . Динамика экситонной плотности, т. е. плотности инверсии активной среды, будет представлена на графике запасённой в экситонах энергии  $W_N = \hbar\omega_0 N$ , где в множителе  $\hbar\omega_0$  мы не учитываем неоднородное уширение.

На всех графиках мы будем нормировать время на время жизни экситонов  $T_1$ , а энергии — на общую энергию  $W^{(0)}$  экситонов, которую установила бы накачка в случае невозможности лазерной генерации. Величина  $W^{(0)}$  очевидно равна  $\hbar\omega_0 N_p^\Sigma S$ , где  $S$  — площадь ловушки. Следует отметить, что временной масштаб  $T_1$  одинаков на всех графиках, в то время как накачка  $N_p$  и поэтому масштаб энергий  $W^{(0)}$  — разные.

## 2. СОСРЕДОТОЧЕННАЯ МОДЕЛЬ

Начнём рассмотрение с простейшего случая сосредоточенной модели, в которой не учитываются пространственные структуры мод и распределение экситонов. Рассмотрим для определённости две моды с частотами  $\text{Re } \delta_1 = -0,7\Omega_0$  и  $\text{Re } \delta_2 = 0,3\Omega_0$ , где  $\Omega_0 = 2 \cdot 10^{11} \text{ с}^{-1}$  — среднее спектральное расстояние между модами, так что линия экситонов расположена между этими модами и лежит ближе ко второй из них. Моды намеренно взяты спектрально несимметричными, поскольку такое положение является типичным грубым случаем. Электрические поля в модах взяты поляризованными вдоль разных осей:  $\mathbf{E}_1 \perp \mathbf{E}_2$ .

### 2.1. Однородно уширенная линия

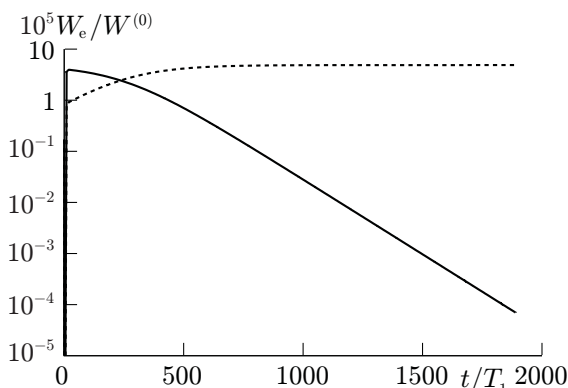


Рис. 1. Одномодовый режим лазерной генерации без учёта пространственной и спектральной неоднородности,  $N_p^\Sigma = 6 \cdot 10^{10} \text{ см}^{-2}$ . Также показана начальная переходная динамика. Сплошная линия соответствует  $W_{e1}$ , пунктир —  $W_{e2}$

Рисунок 1 типичен для случая однородно уширенной линии, когда мы учитываем только одну точку в спектре. Для двух электромагнитных мод с одинаковыми парциальными потерями, т. е. при  $\text{Im } \delta_1 = \text{Im } \delta_2$ , после некоторого начального переходного процесса устанавливается стационарная генерация одной моды с наименьшей отстройкой  $|\text{Re } \delta_m|$ , т. е. моды, ближайшей к экситонному резонансу.

Этот режим — единственный, который наблюдается начиная от порога неустойчивости поляритонных мод, т. е. первого лазерного порога, при данных параметрах равного  $N_{p1}^\Sigma \approx 1,1 \times 10^{10} \text{ см}^{-2}$ , и до очень высоких мощностей накачки. Только при превышении лазерного порога примерно в 3000 раз этот режим меняется на импульсную генерацию обеих мод. Отметим, что подобный импульсный режим не может быть соотнесён с экспериментами по лазерной генерации на экситонном рекомбинационном переходе, поскольку он требует быстрых изменений и отрицательных значений инверсии населённости  $N$ , а также поскольку такие накачки слишком велики для реальных гетероструктур и, в любом случае, требуют изменения модели, как это обсуждалось во введении.

В случае различных парциальных потерь электромагнитных мод, например для достаточно больших значений  $|\text{Im } \delta_2|$  по сравнению с  $|\text{Im } \delta_1|$ , первая мода будет иметь более низкий порог генерации, и поэтому установившимся режимом будет стационарная генерация первой, а не второй моды, несмотря на то, что она находится дальше по спектру от точного резонанса с экситонами.

Здесь, как и в любом случае стационарной одномодовой генерации, в установившемся режиме экситонная плотность равна пороговой, т. е.  $N^\Sigma = N_{p1}^\Sigma$ , а энергия, запасённая в моде, растёт линейно с накачкой:  $|C_m|^2 \propto N_p^\Sigma - N_{p1}^\Sigma$ , аналогично обычным лазерам класса В.

## 2.2. Неоднородно уширенная линия

Для моделирования неоднородно уширенной экситонной линии возьмём  $k$  точек по спектру, равномерно распределённых по интервалу  $-\Delta_{\max}/2 < \Delta < \Delta_{\max}/2$ , где ширина неоднородной линии  $\Delta_{\max}$  берётся в несколько раз превышающей  $\nu_2$ . Для простоты мы будем считать накачку спектрально однородной, т. е. одинаковой на всех частотах, так что  $N_p$  не будет зависеть от  $\Delta$ .

Для небольших мощностей накачки, т. е. чуть выше первого лазерного порога, установившийся режим лазерной генерации совпадает с установившимся режимом в случае однородной линии: устанавливается стационарная генерация моды, имеющей наименьшую отстройку по спектру от частоты экситонного перехода или моды с наименьшими парциальными потерями. Тем не менее, при увеличении накачки наблюдается второй лазерный порог: при  $N_p > N_{p2}$  стационарный режим меняется на практически периодические пульсации обеих мод; частоты генерации мод различны и достаточно точно совпадают с соответствующими нормальными частотами одномодовой задачи. Уровни генерации мод, т. е. усреднённые значения энергий, запасённых в модах, несколько различаются, что связано с различными отстройками мод от экситонного резонанса или с различными парциальными потерями.

Типичная картина такого автомодуляционного режима представлена на рис. 2. Каждый период начинается с накопления энергии в экситонах, в то время как энергия электромагнитных мод достаточно мала. Когда экситонная плотность становится достаточно большой и превышает первый лазерный порог  $N_{p1}$ , генерируется импульс электромагнитного излучения, сопровождаемый падением экситонной плотности обратно к значениям ниже первого порога. Грубо говоря, примерно половину каждого периода экситонная плотность находится на значениях ниже первого порога. Период импульсов в основном определяется временем, за которое экситонная плотность восстанавливается накачкой от наименьшего до наибольшего её значения; поэтому этот период имеет величину порядка времени  $T_1$  и уменьшается с увеличением мощности накачки.

Следует также отметить, что для перехода в импульсный режим требуется достижение второго лазерного порога, не слишком превышающего первый лазерный порог. Например, для  $\Delta_{\max} = 5\nu_2$  и  $k = 5$  первый лазерный порог соответствует  $N_{p1}^{\Sigma} \approx 2,4 \cdot 10^{10} \text{ см}^{-2}$ , а второй —  $N_{p2}^{\Sigma} \approx 3 \times 10^{10} \text{ см}^{-2}$ .

Чтобы убедиться, что пяти точек по частоте достаточно для качественного моделирования неоднородного уширения при  $\Delta_{\max}/\nu_2 = 5$ , мы также провели расчёты для тех же параметров, но с  $k = 25$ . Результат приведён на вставке к рис. 2; график построен в том же интервале времени и энергий, что и основной график. Видно, что положения кривых только немного сдвинулись по времени, что несущественно для исследования установившегося процесса. Поэтому ниже мы будем моделировать неоднородное уширение пятью точками по частоте.

Дальнейшее увеличение накачки, аналогично известным результатам для лазеров класса В, приводит к более сложным импульсным режимам вплоть до нерегулярных и квазихаотических. Мы не будем обсуждать их детали, в обоих случаях зависящие от принятой модели лазера. Отметим также, что в рассмотренном случае, как и везде далее, лазерная динамика не очень

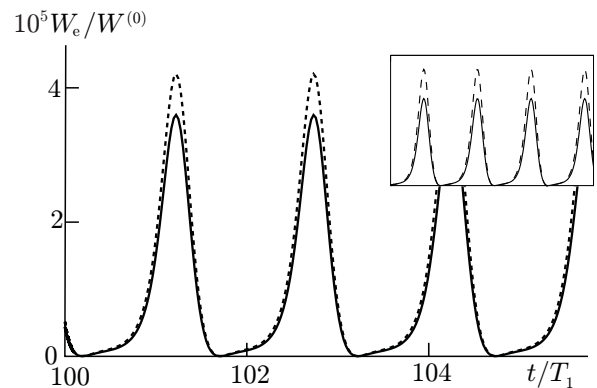


Рис. 2. Двухмодовый импульсный режим без учёта пространственной, но с учётом спектральной неоднородности,  $N_p^{\Sigma} = 4 \cdot 10^{10} \text{ см}^{-2}$ ,  $\Delta_{\max} = 5\nu_2$ ,  $k = 5$ . Сплошная линия соответствует  $W_{e1}$ , пунктир —  $W_{e2}$ . На вставке представлен тот же график в тех же осях и пределах, но для  $k = 25$

чувствительна к парциальным электромагнитным потерям  $|\text{Im } \delta_m|$  при условии, что накачка в достаточной степени превышает первый лазерный порог для всех участвующих в генерации мод.

### 3. РАСПРЕДЕЛЁННАЯ МОДЕЛЬ

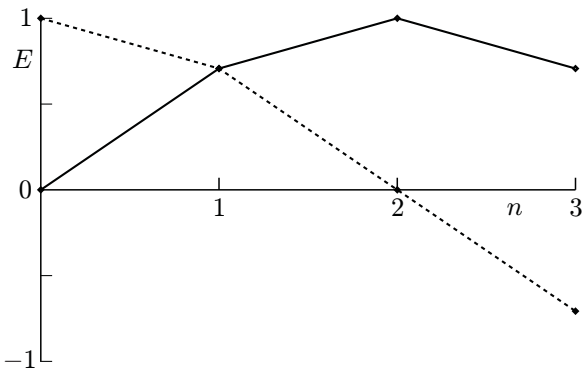


Рис. 3. Упрощённая пространственная структура мод в протяжённом образце. Сплошная линия соответствует  $E_1$ , пунктир —  $E_2$

Более богатая и интересная динамика возможна при учёте пространственной структуры мод и/или пространственной неоднородности накачки. В большинстве случаев типичные результаты можно проиллюстрировать, рассмотрев четыре точки в пространстве и две моды. Мы будем считать, что векторы электрического поля в обеих модах во всех четырёх точках направлены вдоль одной и той же оси, но значения поля зависят от координаты, т. е. различны в разных пространственных точках. Мы рассмотрим простую зависимость типа синуса и косинуса:  $E_1(n) = \sin(\pi n/4)$  и  $E_2(n) = \cos(\pi n/4)$ , где  $n = 0, 1, 2, 3$  — номер пространственной точки; эти зависимости приведены на рис. 3.

Помимо рассматривавшихся ранее частот мод  $\text{Re } \delta_1 = -0,7\Omega_0$  и  $\text{Re } \delta_2 = 0,3\Omega_0$ , мы будем проводить моделирование и для других спектральных расстояний между модами, в частности для равных частот  $\text{Re } \delta_1 = \text{Re } \delta_2$ , что возможно, например, в случае существования вырожденных мод. В последнем случае оказывается, что в области  $|\text{Re } \delta_m| \lesssim \Omega_0$  результаты не сильно зависят от величины  $\text{Re } \delta_m$ , поэтому мы будем проводить расчёты для  $\text{Re } \delta_m = 0$ .

#### 3.1. Однородно уширенная линия

Установившаяся динамика для двух мод с равными частотами в случае однородно уширенной линии, за исключением узкой области параметров в окрестности порога (см. ниже), — это стационарная генерация обеих мод. Интересным фактом является поведение разности фаз между модами  $\Delta\phi = \arg C_1 - \arg C_2$ : независимо от её начального значения, она устанавливается на значении  $\pi/2$  или  $3\pi/2$ , т. е. обе моды осциллируют на одной и той же частоте; в дальнейшем мы будем называть этот эффект фазовой синхронизацией. Он может быть объяснён тем, что для рассматриваемой пространственной структуры мод именно указанная разность фаз соответствует наилучшему использованию экситонной плотности, созданной накачкой. Аналогично случаю сосредоточенной модели, этот режим сохраняется вплоть до очень высоких накачек.

Стационарный режим с фазовой синхронизацией двух мод сохраняется и при увеличении межмодового расстояния при фиксированной накачке, несмотря на то, что без экситонов разность фаз мод должна была бы меняться линейно со временем:  $\Delta\phi = \text{Re}(\delta_1 - \delta_2)t$ . Только при достаточно большой частотной отстройке мод, когда первый лазерный порог (слабо зависящий от отстройки моды) становится близок к используемой величине накачки, указанный режим изменяется на синхронные колебания энергий обеих мод и практически линейный дрейф разности фаз; для рассматриваемых параметров при накачке  $N_p^\Sigma = 4 \cdot 10^{10} \text{ см}^{-2}$  это происходит при  $\text{Re}(\delta_1 - \delta_2) \approx 10\Omega_0$ . В подобном автомодуляционном режиме спектр временной зависимости комплексных амплитуд мод  $C_m(t)$  имеет один узкий, с шириной меньше, чем полное время моделирования, пик и несколько сателлитов; основные пики каждой моды находятся на разных

частотах, но разность этих частот меньше однородной ширины экситонной линии  $\nu_2$ . На рис. 4 представлена типичная автомодуляционная динамика для межмодового расстояния  $11\Omega_0$ : после некоторого начального переходного процесса возникают регулярные осцилляции энергий обеих мод. Эти пульсации происходят из-за биения мод, и их период определяется разностью частот нормальных мод систем «экситоны + первая электромагнитная мода» и «экситоны + вторая электромагнитная мода».

Подобный режим осцилляций энергий в модах наблюдается и при меньших разностях частот мод, но в очень узком интервале накачек сразу после первого лазерного порога. В нашем моделировании переход от осцилляций к стационарной генерации происходит, когда частота Раби, определяемая электрическим полем генерируемых мод и поэтому увеличивающаяся с ростом накачки, становится порядка частоты осцилляций.

Было также проведено моделирование для мод с различной поляризацией. В случае, когда электрическое поле первой моды в каждой точке ортогонально электрическому полю второй моды, а пространственная структура по-прежнему такая, как на рис. 3, для  $N_p = 2 \cdot 10^{10} \text{ см}^{-2}$  и  $\text{Re } \delta_1 - \text{Re } \delta_2 = \Omega_0$  мы наблюдаем стационарную генерацию обеих мод как для симметричного случая  $\text{Re } \delta_1 = -\text{Re } \delta_2$ , так и для несимметричного  $\text{Re } \delta_1 = -(7/3)\text{Re } \delta_2$ , но разность фаз не фиксирована, а линейно меняется со временем. Таким образом, мы имеем стационарную двухчастотную генерацию.

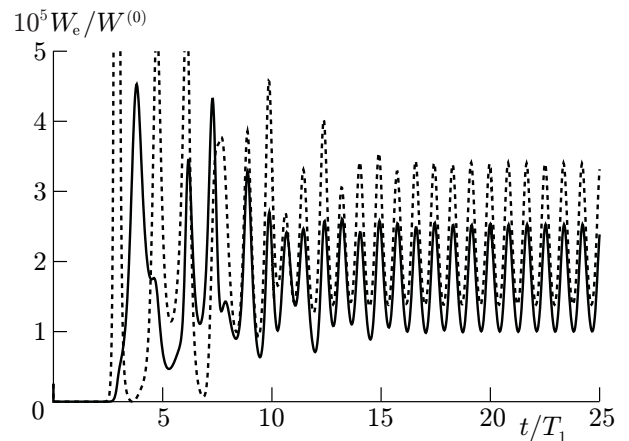


Рис. 4. Двухмодовый режим с упрощённым учётом пространственной структуры,  $N_p^\Sigma = 4 \times 10^{10} \text{ см}^{-2}$ ,  $\text{Re } \delta_1 = -8,8\Omega_0$ ,  $\text{Re } \delta_2 = 2,2\Omega_0$ . Также показана начальная переходная динамика. Сплошная линия соответствует  $W_{e1}$ , пунктир —  $W_{e2}$

### 3.2. Неоднородно уширенная линия

Самая богатая динамика может наблюдаться при одновременном учёте спектральной и пространственной неоднородности активной среды, т. е. экситонов. Мы будем рассматривать ту же структуру мод, как и в предыдущем разделе, и те же параметры неоднородного уширения, что и в разделе 2.2:  $k = 5$ ,  $\Delta_{\text{max}} = 5\nu_2$ .

В этом случае интересная временная динамика может наблюдаться даже для случая вырожденных мод, когда  $\text{Re } \delta_1 = \text{Re } \delta_2$ ; для простоты мы возьмём обе частотные отстройки равными нулю. Аналогично случаю без пространственной структуры, при накачке выше первого порога, для данных параметров равного  $N_{p1}^\Sigma = 2,4 \cdot 10^{10} \text{ см}^{-2}$ , поведение системы такое же, как и для случая однородно уширенной линии, т. е. имеет место стационарная генерация двух мод с фазовой синхронизацией.

Тем не менее, при увеличении мощности накачки выше второго порога, для рассматриваемых параметров равного  $N_{p2}^\Sigma = 3 \cdot 10^{10} \text{ см}^{-2}$ , стационарный режим меняется на периодические пульсации. Накачка, соответствующая второму порогу, ненамного превосходит накачку первого порога. В импульсном режиме в течение примерно половины периода экситонная плотность имеет значения ниже первого порога, тем не менее разность фаз мод по-прежнему фиксирована. Это фиксированное значение сохраняется и после интервалов низких энергий в моде, несмотря даже на то, что период следования импульсов имеет значения порядка  $T_1$ , т. е. заметно больше,

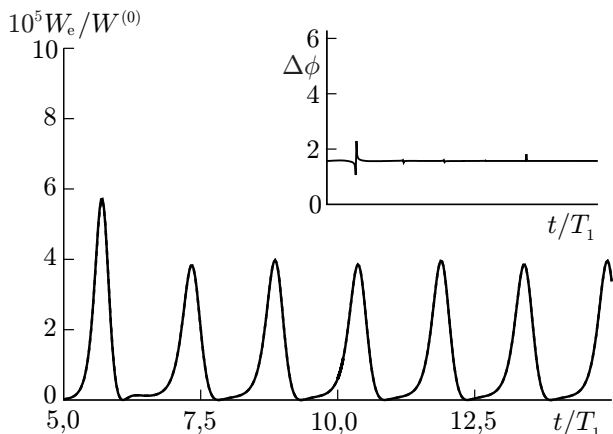


Рис. 5. Двухмодовый импульсный режим с упрощённым учётом спектральной неоднородности экситонов и пространственной структуры мод,  $N_p^\Sigma = 4 \cdot 10^{10} \text{ см}^{-2}$ ,  $\text{Re } \delta_1 = \text{Re } \delta_2 = 0$ . Также частично показана начальная переходная динамика. На вставке представлена разность фаз между модами

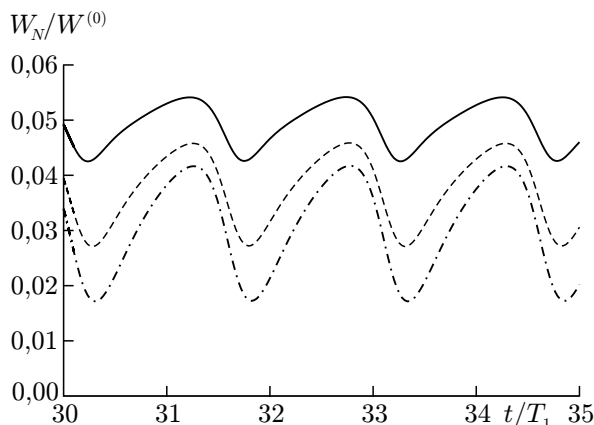


Рис. 6. Динамика экситонной плотности для двухмодового импульсного режима с упрощённым учётом спектральной неоднородности экситонов и пространственной структуры мод при тех же параметрах, что и на рис. 5. Сплошная линия соответствует  $W_{N1}$ , равной  $W_{N5}$ ; пунктир —  $W_{N2}$ , равной  $W_{N4}$ ; штрих-пунктир —  $W_{N3}$

чем время жизни поляризации экситонов  $1/\nu_2$ . На рис. 5 представлена типичная динамика излучения лазера в этом случае; в установившемся режиме энергии в обеих модах одинаковы в каждый момент времени, поэтому на графике присутствует только одна кривая. Видно, что, как только генерация выходит на регулярные пульсации, разность фаз фиксируется и становится равной  $\pi/2$ .

Рисунок 6 иллюстрирует динамику энергий  $W_N$ , накопленных в экситонах, т.е. экситонной плотности в каждой спектральной точке, умноженной на энергию перехода  $\hbar\omega_0$ . Здесь  $W_{Ni}$  — это энергия, накопленная в  $i$ -ой спектральной точке в нулевой пространственной точке. Индекс  $i = 3$  соответствует центру экситонной линии. В этой точке энергия меньше, чем во всех остальных точках, что означает, что накачка в центр линии используется лучше всего. Кроме того, видно, что эта энергия осциллирует сильнее всего, изменяясь более чем в два раза на протяжении каждого периода.

В силу спектральной симметрии рассматриваемого случая, энергии в спектрально симметричных экситонных группах совпадают, т.е.  $W_{N2} = W_{N4}$  и  $W_{N1} = W_{N5}$ . Если мы введём некоторую несимметрию, например если мы возьмём  $\text{Re } \delta_1 = \text{Re } \delta_2 \neq 0$ , эти энергии будут немного отличаться. Тем не менее, по-прежнему энергия в центре линии будет меньше, чем в других её частях, и по-прежнему энергия в центре линии будет осциллировать сильнее всего, по крайней мере, пока величины  $\text{Re } \delta_1$  и  $\text{Re } \delta_2$  равны и принимают значения порядка  $\Omega_0$ .

Используемая нами пространственная структура мод (рис. 3) позволяет также моделировать ещё один интересный режим. В реальных экспериментах ловушка может быть пространственно неоднородной, т.е. накачка различна в разных пространственных точках. Это, безусловно, должно отразиться на лазерной генерации поляритонных мод. Чтобы смоделировать такой эффект, мы сделали накачку в пучности одной моды слегка сильнее, чем в пучности другой. А именно, мы взяли накачку следующего вида:

$$N_p = N_{p0} [1 + \alpha \cos(2\pi n/4)],$$

где  $N_{p0}$  — среднее значение накачки,  $\alpha \ll 1$  — небольшой коэффициент,  $n = 0, 1, 2, 3$  — номер пространственной точки, а число 4 в знаменателе соответствует общему количеству пространствен-



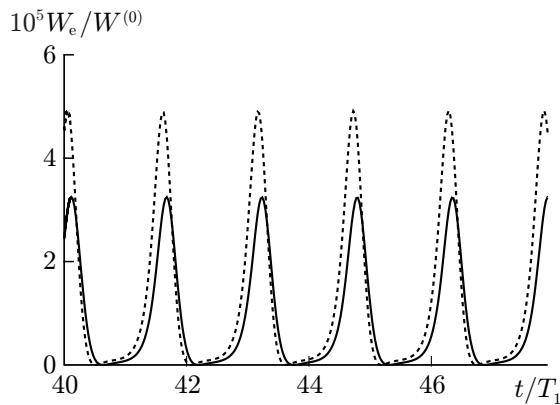


Рис. 7. Двухмодовый пиковый режим со значительной разницей в амплитудах мод из-за слабой неоднородности накачки,  $\alpha = 0,02$ ,  $N_p^\Sigma = 4 \times 10^{10} \text{ см}^{-2}$ . Сплошная линия соответствует  $W_{e1}$ , пунктир —  $W_{e2}$

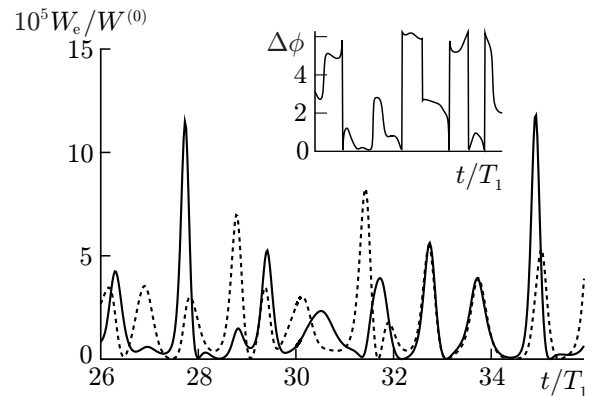


Рис. 8. Двухмодовый квазихаотический режим с упрощённым учётом спектральной неоднородности экситонов и пространственной структуры мод в случае невырожденных мод,  $N_p^\Sigma = 6 \cdot 10^{10} \text{ см}^{-2}$ ,  $|\text{Re } \delta_1 - \text{Re } \delta_2| = 3\Omega_0$ . Сплошная линия соответствует  $W_{e1}$ , пунктир —  $W_{e2}$ . На вставке представлена разность фаз между модами

ных точек. Как можно было ожидать, при небольших  $\alpha$  режим генерации меняется слабо, при  $N_{p0}^\Sigma = 4 \cdot 10^{10} \text{ см}^{-2}$  оставаясь таким же импульсным, как на рис. 5. Однако оказалось, что даже малые  $\alpha$  приводят к ощутимой разнице в уровнях генерации мод. Рисунок 7 иллюстрирует случай  $\alpha = 0,02$  при указанной выше накачке; разница в энергиях мод в максимумах пиков достигает одной трети. Разность фаз мод по-прежнему фиксирована и равна тем же значениям  $\pi/2$  или  $3\pi/2$ .

С увеличением  $\alpha$  до 0,03 этот режим плавно меняется на квазихаотические пульсации; тем не менее, разность фаз даже в этом случае остаётся флуктуирующей около тех же значений, и даже при  $\alpha = 0,1$  усреднённые по времени энергии мод различаются примерно на треть.

Все сказанное выше в этом разделе относилось к случаю вырожденных мод с  $\delta_1 = \delta_2$ . В сильно невырожденном случае, когда  $|\text{Re } \delta_1 - \text{Re } \delta_2| \sim \Omega_0 \gg \Delta_{\text{max}}$ , вместо регулярного импульсного режима наблюдаются квазихаотические импульсы; на рис. 8 приведён пример такой динамики. В этом импульсном режиме амплитуды пиков меняются почти случайным образом и в динамике разности фаз не заметно никаких регулярных особенностей. Спектры обеих временных зависимостей комплексных амплитуд  $C_1(t)$  и  $C_2(t)$  в этом случае имеют ширину порядка  $\nu_2$ , т. е. много большую, чем в режиме стационарной или регулярной импульсной генерации; при этом расстояние между пиками спектров много меньше указанной ширины, т. е. спектры почти совпадают.

Таким образом, как и в лазерах класса В, неоднородное уширение рабочего лазерного перехода приводит к понижению второго лазерного порога и благоприятствует сложной динамике лазеров класса D.

### 3.3. Пример четырёхмодовой генерации

В качестве простого примера более сложной многомодовой динамики рассмотрим случай четырёх мод. Возьмём поля  $\mathbf{E}_1$  и  $\mathbf{E}_2$  параллельными оси  $x$ ,  $\mathbf{E}_3$  и  $\mathbf{E}_4$  параллельными оси  $y$ , а частотные отстройки выберем следующим образом:  $\text{Re } \delta_1 = \text{Re } \delta_2 = 0,3\Omega_0 \neq \text{Re } \delta_3 = \text{Re } \delta_4 = -0,7\Omega_0$ . Пространственные структуры первой и третьей мод возьмём одинаковыми и совпадающими с графиком  $E_1$  на рис. 3, пространственные структуры второй и четвёртой мод — совпадающими с  $E_2$  на рис. 3. В результате мы приходим к простейшей нетривиальной системе, включающей как

моды разной поляризации, так и моды разной пространственной структуры. В этом случае, при не слишком большой накачке, опять выбирая затухания  $|\text{Im } \delta_m|$  всех мод одинаковыми, мы имеем (в зависимости от накачки) стационарную генерацию первых двух мод или импульсную генерацию тех же двух мод, или импульсную генерацию всех четырёх мод. Последние два режима напоминают режимы, представленные на рис. 2 и 5, и имеют ту же природу: это практически периодические автомодуляционные режимы с периодом, определяемым временем накачки.

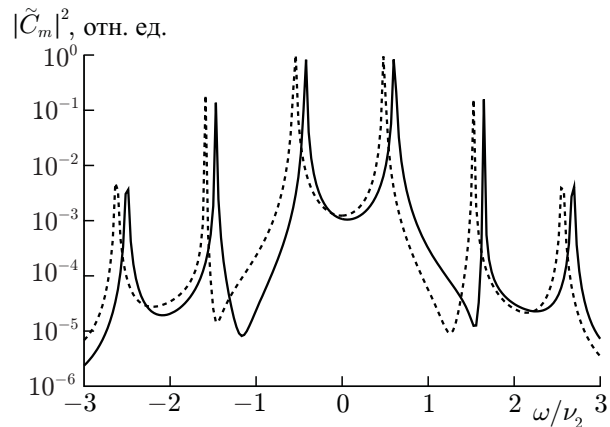


Рис. 9. Спектр четырёхмодового двухчастотного режима (см. текст). Сплошная линия соответствует  $|\tilde{C}_1|^2$ , пунктир —  $|\tilde{C}_3|^2$

На рис. 9 представлены спектры  $\tilde{C}_m(\omega)$  комплексных амплитуд  $C_m(t)$  для последнего случая, когда  $N_p = 4 \cdot 10^{10} \text{ см}^{-2}$ ; в этом случае  $\tilde{C}_1(\omega) = \tilde{C}_2(\omega)$  и  $\tilde{C}_3(\omega) = \tilde{C}_4(\omega)$ , поэтому на графике приведены только две функции  $\tilde{C}_1$  и  $\tilde{C}_3$ . В спектрах наблюдаются два узких пика и несколько сателлитов, причём частоты всех главных пиков различны. При дальнейшем повышении накачки импульсы становятся менее регулярными, вплоть до квазихаотических, свидетельствуя о более сильном взаимодействии мод.

Таким образом, мы видим, что в лазерах класса D нестационарная, т.е. импульсная или квазихаотическая, динамика может быть легко достижимой при мощности накачки, ненамного превышающих первый лазерный порог. Вероятнее всего, такая динамика будет характерна для всех мод, которые неустойчивы при данной накачке.

Таким образом, мы видим, что в лазерах класса D нестационарная, т.е. импульсная или квазихаотическая, динамика может быть легко достижимой при мощности накачки, ненамного превышающих первый лазерный порог. Вероятнее всего, такая динамика будет характерна для всех мод, которые неустойчивы при данной накачке.

#### 4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В качестве примера лазера класса D в данной статье рассмотрена ловушка на основе гетероструктуры с квантовыми ямами, предназначенная для получения бозе-конденсата экситонов. В рамках простой модели проведено численное моделирование возможных режимов генерации в условиях постоянной накачки, в результате которого обнаружены стационарные, импульсные и квазихаотические режимы. Выяснено, что подобные режимы могут иметь место при параметрах, достижимых в современных полупроводниковых ловушках, предназначенных для бозе-конденсации экситонов. Исследования процессов лазерной генерации поляритонных мод в этих ловушках представляют несомненный интерес с точки зрения лазерной физики и, как мы надеемся, позволят в ближайшее время приступить к экспериментальному изучению динамики лазеров класса D.

Важно отметить, что некоторые из рассматриваемых режимов не требуют наличия большого числа экситонов в конденсате и, более того, могут быть достигнуты даже до достижения порога конденсации. В подобном случае неоднородное уширение экситонной линии, становясь достаточно малым, чтобы обеспечить неустойчивость поляритонных мод, будет всё ещё существенным для динамики лазерной генерации и потому будет приводить к режимам, отличным от режимов генерации на однородно уширенной линии сформировавшегося конденсата. Но в обоих случаях лазерная генерация поляритонных мод и особенности её динамики зависят от плотности, спектрального и пространственного распределения экситонов, и подобная генерация может представить новые возможности для исследования свойств конденсата.

Работа поддержана РФФИ (грант 09-02-00909-а) и программой фундаментальных исследований президиума РАН «Основы фундаментальных исследований нанотехнологий и наноматериалов».

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Butov L. V. // J. Physics: Condensed Matter. 2004. V. 16, No. 50. P. R1577.
2. Timofeev V. B., Gorbunov A. V., Larionov A. V. // J. Physics: Condensed Matter. 2007. V. 19, No. 29. Art. no. 295 209.
3. Deng H., Haug H., Yamamoto Y. // Rev. Mod. Phys. 2010. V. 82, No. 2. P. 1 489.
4. Snoke D. // Nature. 2006. V. 443. P. 403.
5. Горбунов А. В., Тимофеев В. Б. // Письма в ЖЭТФ. 2006. Т. 84, № 6. С. 290.
6. Горбунов А. В., Тимофеев В. Б. // Письма в ЖЭТФ. 2008. Т. 87, № 12. С. 797.
7. Горбунов А. В., Тимофеев В. Б., Демин Д. А., Дремин А. А. // Письма в ЖЭТФ. 2009. Т. 90, № 2. С. 156.
8. Калинин П. А., Кочаровский В. В., Кочаровский Вл. В. // Квантовая электроника. 2009. Т. 39, № 11. С. 1 086.
9. Kalinin P. A., Kocharovsky V. V., Kocharovsky Vl. V. // Laser Physics. 2010. V. 20, No. 12. P. 2011.
10. Khanin Ya. I. Fundamentals of laser dynamics. Cambridge International Science Publishing, 2006. 361 p.
11. Belyanin A. A., Kocharovsky V. V., Kocharovsky Vl. V. // Quantum and Semiclassical Optics. B. 1997. V. 9, No. 1. P. 1.
12. Jahanpanah J. // Optics Communications. 2007. V. 273, No. 2. P. 473.
13. Железняков В. В., Кочаровский В. В., Кочаровский Вл. В. // Успехи физических наук. 1989. Т. 159, № 10. С. 193.
14. Горбунов А. В., Ларионов А. В., Тимофеев В. Б. // Письма в ЖЭТФ. 2007. Т. 86, № 1. С. 48.

Поступила в редакцию 14 апреля 2011 г.; принята в печать 30 апреля 2011 г.

### MODE INTERACTION AND DYNAMIC FEATURES OF CLASS D LASERS

*P. A. Kalinin, V. V. Kocharovsky, and Vl. V. Kocharovsky*

In this work, we study a simple model of the class D laser, allowing for the spectral and spatial inhomogeneity of an active medium, whose polarization relaxation rate is much smaller than the field relaxation rate in a resonator. We considered the cases of one-, two-, and four-mode lasing for which the following laser-dynamics modes are numerically studied: stationary, pulsed, self-modulation, and quasi-chaotic. The laser parameters are chosen to correspond to the experiments on the Bose–Einstein condensation of dipolar excitons in semiconductor traps with quantum wells which serve as basis for creating class D lasers for the first time.