

УДК 533.86

ТЕОРИЯ ШИРОКОПОЛОСНОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ НА КОМБИНАЦИОННЫХ ЧАСТОТАХ ПЛОСКОЙ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ, РАСПРОСТРАНЯЮЩЕЙСЯ В НЕЛИНЕЙНОЙ СРЕДЕ

С. Н. Власов, Е. В. Копосова

Институт прикладной физики РАН, г. Нижний Новгород, Россия

В работе изучается распространение электромагнитных волн в нелинейных средах с полиномиальной зависимостью диэлектрической проницаемости от напряжённости электрического поля. Исследована неустойчивость плоской волны относительно неколлинеарных возмущений на лежащих в широкой полосе комбинационных частотах. Найдены инкременты возмущений и их зависимости от углов и частот. Показано, что волны с частотами, близкими ко второй гармонике частоты распространяющейся волны, могут нарастать быстрее, чем возмущения при известной модуляционной неустойчивости. Обсуждается применение развитой теории для описания распространения волн светового диапазона в воздухе, для которого известно представление зависимости нелинейной диэлектрической проницаемости в виде полинома от электрического поля. Результаты работы могут быть также полезны при объяснении свойств оптических «gouge»-волн.

ВВЕДЕНИЕ

Распространение волн в нелинейных средах, как правило, сопровождается изменением их пространственно-временных спектров. Для объяснения этого процесса часто привлекается модуляционная неустойчивость, которая имеет место в кубичных средах, где поляризация $P \sim E^3$, т. е. кубу напряжённости электрического поля [1–7]. Модуляционная неустойчивость проявляется в разбиении первоначально однородного волнового пакета на отдельные пучки и импульсы. Она подробно изучена для возмущений, частоты и направления распространения которых мало отличаются от частот и направлений распространения мощных волн накачки, т. е. в параксиальном приближении [2–5]. В этом случае для описания модуляционной неустойчивости используется нелинейное параболическое уравнение. В [8–10] было показано, что при наличии нелинейности более высокого, чем третий, порядка может иметь место неустойчивость, при которой меняется не только огибающая волновых пакетов и пучков, но и структура каждой волны в пакете, при этом частоты возмущений могут сильно превосходить частоту мощной волны. Для описания такой неустойчивости необходимо использовать методы, развитые в [10–16] для решения волновых уравнений в широкой полосе частот: метод однонаправленного волнового уравнения, метод декомпозиции, метод псевдодифференциальных операторов и др. Модуляционная неустойчивость является частным случаем этой неустойчивости. Настоящая работа посвящена изучению эволюции неколлинеарных накачке возмущений с комбинационными частотами, лежащими в широкой полосе, и является развитием работ [8, 9]. В последних нелинейность предполагалась степенной, причём поляризация представлялась полиномом из двух членов с различными показателями степени электрического поля. Ниже построена теория для случая представления нелинейной поляризации в виде полинома произвольной, но конечной, степени и волн возмущений, распространяющихся в направлениях, отличных от направления распространения исходной волны. Обсуждается применение теории для случая воздуха, для которого известно полиномиальное представление диэлектрической проницаемости [17].

С. Н. Власов, Е. В. Копосова

207

Рассмотрим линейно поляризованный пучок волн, распространяющийся вдоль оси z . Используем полученные в [16] уравнения для поля E в этом пучке

$$\frac{\partial E}{\partial z} + i \sqrt{-\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} n^2 \left(-i \frac{\partial}{\partial t} \right) + \Delta_{\perp}} E = i \frac{1}{2 \sqrt{-\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} n^2 \left(-i \frac{\partial}{\partial t} \right) + \Delta_{\perp}}} \frac{4\pi}{c^2} \frac{\partial^2 P_{\text{NL}}}{\partial t^2} \quad (1)$$

для исследования неустойчивости плоских волн относительно возмущений на комбинационных частотах в широкой полосе последних. В (1) $n(-i\partial/\partial t)$ — оператор, описывающий линейную дисперсию среды, $\Delta_{\perp}$ — оператор Лапласа по поперечным к оси z координатам $\mathbf{r}_{\perp}$, P_{NL} — нелинейная поляризация, c — скорость света. Предполагая малой разность углов между направлениями распространения взаимодействующих волн, будем пренебрегать дисперсией коэффициента нелинейной поляризации и оператором Лапласа в правой части, считая, что

$$\frac{1}{2 \sqrt{-\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} n^2 \left(-i \frac{\partial}{\partial t} \right) + \Delta_{\perp}}} \approx \frac{c}{\omega \sqrt{\varepsilon(\omega)}},$$

где ω — круговая частота, $n(\omega)$ — показатель преломления среды на частоте ω , $\varepsilon(\omega) = n^2(\omega)$ — диэлектрическая проницаемость среды на той же частоте.

Зависимость поляризации от величины электрического поля будем считать полиномиальной:

$$P_{\text{NL}} = \sum_{i=1}^S \chi^{(2N+1)} E^{2N+1}. \quad (2)$$

В формуле (2) $\chi^{(2N+1)}$ — восприимчивости $(2N+1)$ -го порядков, $2S+1$ — наибольшая степень поляризации, которая учитывается при рассмотрении.

Согласно первому приближению асимптотической теории нелинейных колебаний [18], в среде с диэлектрической проницаемостью (2) может распространяться стационарная плоская волна

$$E(t, \mathbf{r}) = \frac{A_0 \exp(i\omega t - ih_0 z) + A_0^* \exp(-i\omega t + ih_0 z)}{2} \quad (3)$$

с амплитудой A_0 , частотой ω_0 , постоянной распространения $h_0 = k_0(1 + \delta\varepsilon_{\text{NL}}/2)$, где $k_0 = \omega_0 n(\omega_0)/c$ — постоянная распространения волны той же частоты в линейной среде, $\delta\varepsilon_{\text{NL}}$ — нелинейная добавка к диэлектрической проницаемости. Она представляется в виде суммы $\delta\varepsilon_{\text{NL}} = \sum_{N=1}^S \delta\varepsilon_{2N+1, \text{NL}}$, где слагаемые

$$\delta\varepsilon_{2N+1, \text{NL}} = \frac{4\pi}{\varepsilon(\omega_0)} \frac{(2N+1)!}{N!(N+1)! 2^{2N}} \chi^{(2N+1)} |A_0|^{2N} = \varepsilon'_{2N+1} |A_0|^{2N} \quad (4)$$

определяются членами ряда (2) и связаны с нелинейностями степени $2N+1$, ε'_{2N+1} — коэффициент нелинейности $(2N+1)$ -го порядка.

Будем исследовать устойчивость решения относительно двухчастотных возмущений вида $u_1 \exp[i(\omega_1 t - hz) - i\mathbf{k}_{\perp} \mathbf{r}_{\perp}] + u_2 \exp[i(\omega_2 t - hz) + i\mathbf{k}_{\perp} \mathbf{r}_{\perp}]$, где $\mathbf{k}_{\perp}$ — их поперечный волновой вектор. Частоты волн ω_1 , ω_2 и их постоянную распространения h определим из решения дисперсионных уравнений для возмущений.

Ищем решение уравнения (1) в виде

$$E = \frac{A_0 \exp(i\varphi_0) + u_1 \exp(i\varphi_1 - i\mathbf{k}_\perp \mathbf{r}_\perp) + u_2 \exp(i\varphi_2 + i\mathbf{k}_\perp \mathbf{r}_\perp) + \text{к. с.}}{2}, \quad (5)$$

где $\varphi_0 = \omega_0 t - h_0 z$, $\varphi_1 = \omega_1 t - h z$, $\varphi_2 = \omega_2 t - h z$. Среди членов первой степени по возмущению u_1 и u_2^* в поляризации выделим члены с одинаковыми степенями A_0 и A_0^* , т. е. члены вида

$$|A_0|^{2N} u_1 \exp(i\varphi_1 - i\mathbf{k}_\perp \mathbf{r}_\perp), \quad (6)$$

и члены, чья разность степеней A_0 и A_0^* равна целому чётному числу $2M \leq 2N$, т. е. члены вида

$$A_0^{N+M} A_0^{*N-M} \exp[i(N+M)\varphi_0 - i(N-M)\varphi_0] u_2^* \exp(-i\varphi_2 - i\mathbf{k}_\perp \mathbf{r}_\perp). \quad (7)$$

При выполнении условий

$$2M\omega_0 = \omega_1 + \omega_2, \quad Mh_0 = h \quad (8)$$

для определённых значений ω_1 , ω_2 и h члены (6) и (7) будут синхронными, т. е. будут иметь одинаковые частоту и постоянную распространения. Наборы частот ω_1 , ω_2 и постоянных распространения h будут разными для $M = 1, 2$ и т. д. Иначе говоря, решение вида (5) может иметь M ветвей, причём характеристики ветви M зависят от членов нелинейной поляризации с показателями $M \leq N \leq S$. При $M = 1$ имеем возмущения вблизи несущей частоты — известную модуляционную неустойчивость, описывающую медленные по сравнению с несущей частотой изменения огибающей функции пакета волн.

Используя равенства (8), выразим частоты $\omega_1 = M\omega_0 + \Omega$, $\omega_2 = M\omega_0 - \Omega$ через $\Omega = (\omega_1 - \omega_2)/2$ и частоту $M\omega_0$. Из уравнения (1) для функций u_1 и u_2^* , предполагая действительность $k(\omega) = \omega n(\omega)/c$ в исследуемом диапазоне частот, получим следующие системы уравнений:

$$\frac{\partial u_1}{\partial z} = -i\beta_{M+} u_1 - i\gamma_{M+} u_2^*, \quad \frac{\partial u_2}{\partial z} = i\beta_{M-} u_2^* + i\gamma_{M-} u_1, \quad (9)$$

где

$$\begin{aligned} \beta_{M+} &= \sqrt{k^2(M\omega_0 + \Omega) - k_\perp^2} - Mh_0 + k_0 \frac{(M\omega_0 + \Omega) n(\omega_0)}{\omega_0 n(M\omega_0 + \Omega)} \sum_{N=1}^S \frac{N+1}{2} \delta \varepsilon_{2N+1, \text{NL}}, \\ \beta_{M-} &= \sqrt{k^2(M\omega_0 - \Omega) - k_\perp^2} - Mh_0 + k_0 \frac{(M\omega_0 - \Omega) n(\omega_0)}{\omega_0 n(M\omega_0 - \Omega)} \sum_{N=1}^S \frac{N+1}{2} \delta \varepsilon_{2N+1, \text{NL}}, \\ \gamma_{M+} &= k_0 \frac{(M\omega_0 + \Omega) n(\omega_0)}{\omega_0 n(M\omega_0 + \Omega)} \frac{A_0^M}{A_0^{*M}} \sum_{N=M}^S \frac{\delta \varepsilon_{2N+1, \text{NL}} N! (N+1)!}{2 (N-M)! (N+M)!}, \\ \gamma_{M-} &= k_0 \frac{(M\omega_0 - \Omega) n(\omega_0)}{\omega_0 n(M\omega_0 - \Omega)} \frac{A_0^{-M}}{A_0^{*-M}} \sum_{N=M}^S \frac{\delta \varepsilon_{2N+1, \text{NL}} N! (N+1)!}{2 (N-M)! (N+M)!}. \end{aligned}$$

Решения (9) будем искать в виде

$$u_1 = A_1 \exp(-iH_1 z), \quad u_2^* = A_2^* \exp(-iH_1 z),$$

где постоянные A_1 и A_2^* определяются из системы линейных уравнений с постоянными коэффициентами, детерминант которой является характеристическим уравнением для поправок H_M к постоянным распространения $Mh_0 = h$ и имеет вид

$$(H_M - \beta_{M+})(H_M + \beta_{M-}) + \gamma_{M+} \gamma_{M-} = 0. \quad (10)$$

Отсюда для поправок H_M к постоянным распространения имеем

$$H_M = \frac{\beta_{M+} - \beta_{M-}}{2} \pm \sqrt{\frac{(\beta_{M+} + \beta_{M-})^2}{4} - \gamma_{M+}\gamma_{M-}}. \quad (11)$$

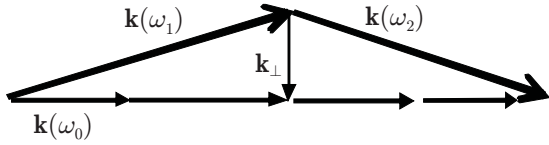


Рис. 1. Диаграмма волновых векторов преобразования частоты ω_0 в частоту вблизи её второй гармоники при модуляционной неустойчивости на комбинационных частотах и условии $|k(\omega_1)| > > 2|k(\omega_0)|$

Для иллюстрации на рис. 1. приведена диаграмма волновых векторов $\mathbf{k}(\omega_1)$, $\mathbf{k}(\omega_2)$ и $\mathbf{k}(\omega_0)$ для случая $M = 2$ и выполнения неравенства

$$k(2\omega_0) = \frac{2\omega_0}{c} n(2\omega_0) > 2k(\omega_0) = \frac{2\omega_0}{c} n(\omega_0)$$

или $n(2\omega_0) > n(\omega_0)$. Последнее выполняется в случае, если частоты ω_0 и $2\omega_0$ находятся в одной и той же полосе прозрачности вещества [19].

Диаграмма волновых векторов показывает, что в этом случае возможна синхронизация волн на частотах ω_0 и $2\omega_0$ при их распространении в направлении вектора $\mathbf{k}_0$, при этом происходит преобразование четырёх векторов (квантов) частоты ω_0 в два вектора (кванта) частоты $2\omega_0$.

Исследуем уравнение (11) более подробно в квазипараксиальном приближении, опуская Ω везде, кроме выражений $\sqrt{k^2(M\omega_0 \pm \Omega) - k_\perp^2}$. Введём обозначения расстройек

$$\Delta k_M = \frac{\sqrt{k^2(M\omega_0 + \Omega) - k_\perp^2} + \sqrt{k^2(M\omega_0 - \Omega) - k_\perp^2}}{2k_0} - M.$$

Для $M = 1$ (модуляционная неустойчивость) перепишем подкоренное выражение (11) в виде

$$D = (\Delta k)^2 + (\Delta k) \Delta \varepsilon. \quad (12)$$

Здесь

$$\Delta \varepsilon = \sum_{N=1}^S N \delta \varepsilon_{2N+1, \text{NL}} = \sum_{N=1}^S I \frac{d}{dI} \delta \varepsilon_{2N+1, \text{NL}} = I \frac{d}{dI} \delta \varepsilon_{\text{NL}}.$$

Последнее выражение равно произведению производной от нелинейной добавки по интенсивности на интенсивность. В случае кубичной нелинейности оно равно самой добавке.

Модуляционная неустойчивость имеет место [3] при $D < 0$. Её характер меняется в зависимости от знаков Δk и $\Delta \varepsilon$. При $\Delta \varepsilon > 0$, $\Delta k < 0$ сильнее проявляются пространственные возмущения («самофокусировочная» неустойчивость), при $\Delta \varepsilon < 0$, $\Delta k > 0$ сильнее проявляются временные возмущения. Отметим, что инкременты модуляционной неустойчивости обращаются в нуль при $\Delta k = 0$ и

$$\Delta \varepsilon = I \frac{d}{dI} \delta \varepsilon_{\text{NL}} = \sum_{N=1}^S N \delta \varepsilon_{2N+1, \text{NL}} = 0. \quad (13)$$

Из последнего условия следует, что инкременты, создаваемые разными членами в разложении (2), при некоторых условиях могут компенсировать друг друга.

Для $M \geq 2$ в квазипараксиальном приближении получим

$$H_M = k_0 \left[\Delta k_M \pm \sqrt{(\Delta k_M + \Delta \varepsilon)^2 - (\Delta \varepsilon)^2} \right], \quad (14)$$

где

$$\Delta\bar{\varepsilon} = \frac{M}{2} \sum_{N=M}^S \frac{\delta\varepsilon_{2N+1,NL} N! (N+1)!}{(N-M)! (N+M)!}.$$

Постоянная распространения H_M будет комплексной величиной, а неустойчивость будет иметь место, если $|\Delta k_M + \Delta\varepsilon| < |\Delta\bar{\varepsilon}|$. Максимум инкремента достигается вблизи решений уравнения

$$\Delta k_M + \Delta\varepsilon = 0, \quad (15)$$

причём инкремент имеет порядок

$$H_M \approx k_0 \Delta\bar{\varepsilon}. \quad (16)$$

Выражение (15) может обращаться в нуль при любом знаке нелинейной добавки за счёт появления поперечной составляющей волнового вектора возмущений. Это имеет место на некоторой кривой в плоскости $(k_{\perp}, \Omega)$, задаваемой приближённым уравнением

$$\Delta k_M + \Delta\varepsilon \approx \left| M \left[\frac{n(M\omega_0)}{n(\omega_0)} - 1 \right] + \frac{\Omega^2}{2k_0} \frac{\partial^2 k}{\partial \omega^2} \Big|_{\omega=M\omega_0} - \frac{k_{\perp}^2}{2k_0^2} + \Delta\varepsilon = 0. \quad (17)$$

При нормальной дисперсии, когда $\partial^2 k / \partial \omega^2|_{\omega=M\omega_0} > 0$, и нахождении частот $M\omega_0$ и ω_0 в одной полосе прозрачности вещества равенство (15) выполняется на гиперболах (17). При этом существует минимальное значение поперечного волнового числа

$$\frac{k_{\perp}}{k_0} \approx \sqrt{M \left[\frac{n(M\omega_0)}{n(\omega_0)} - 1 \right]}, \quad M \geq 2, \quad (18)$$

при котором имеет место неустойчивость при сколь угодно слабой нелинейности.

Рассмотрим проявление описанных выше эффектов в воздухе. На рис. 2 показана взятая из [17] зависимость нелинейного показателя преломления

$$n_{NL} = \frac{\sqrt{\varepsilon_0}}{2} \sum_{N=1}^S \varepsilon'_{2N+1} |A_0|^{2N}$$

от интенсивности $I = c|A_0|^2/(8\pi)$ при нормальном давлении, т. е. функция

$$n_{NL} = \sum_{N=1}^S n_{NL,N} I^N. \quad (19)$$

Кривая 1 построена с учётом четырёх (всех известных из [17]) слагаемых, кривая 2 — с учётом двух слагаемых, а кривая 3 — с учётом только первого слагаемого, когда имеет место чисто кубичная нелинейность. Отметим, для кривой 1 существуют неустойчивые ветви при $M = 1, 2, 3, 4$,

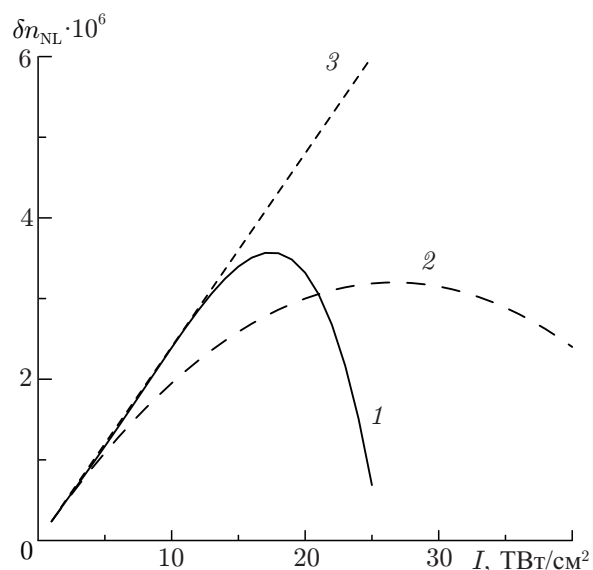


Рис. 2. Зависимость нелинейной добавки к показателю преломления воздуха от интенсивности при её аппроксимации четырьмя членами (1), двумя членами (2) и одним членом (3)

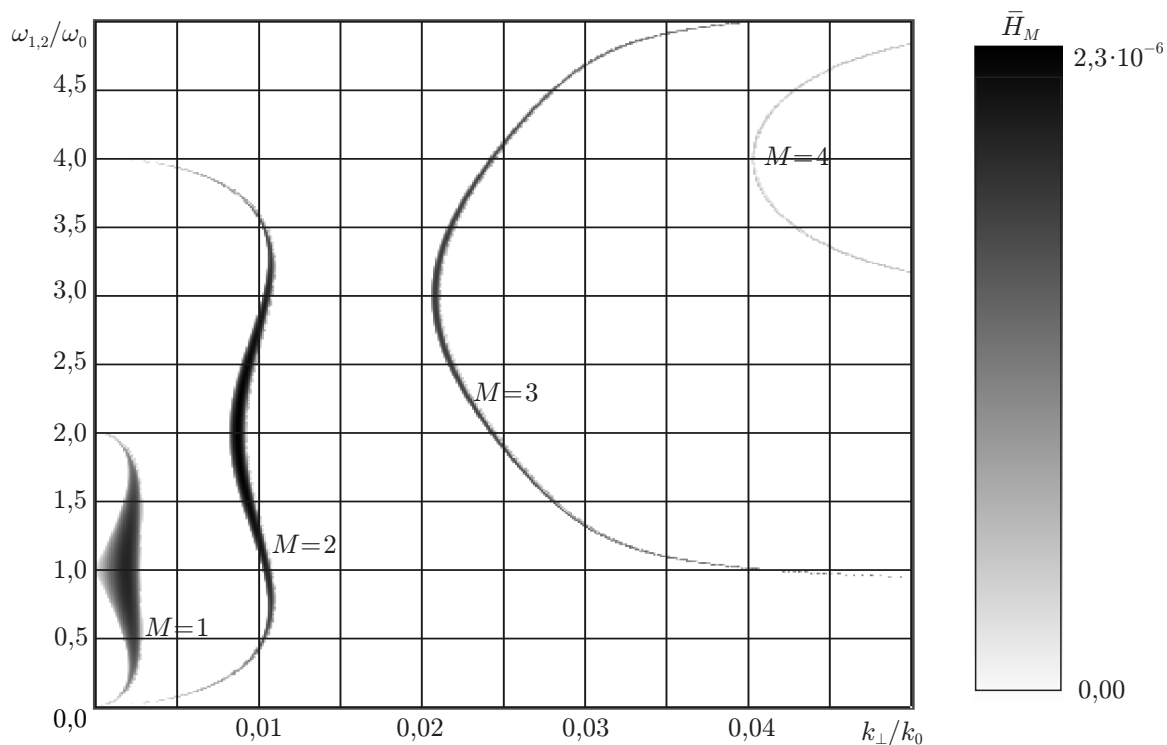


Рис. 3. Зависимость нормированного инкремента неустойчивости $\bar{H}_M$ в воздухе на плоскости параметров $k_{\perp}/k_0$ и Ω/ω_0 при $I = 15 \text{ ТВт/см}^2$ и $\lambda_0 = 0,8 \text{ мкм}$ для различных ветвей неустойчивости, соответствующих $M = 1, 2, 3, 4$

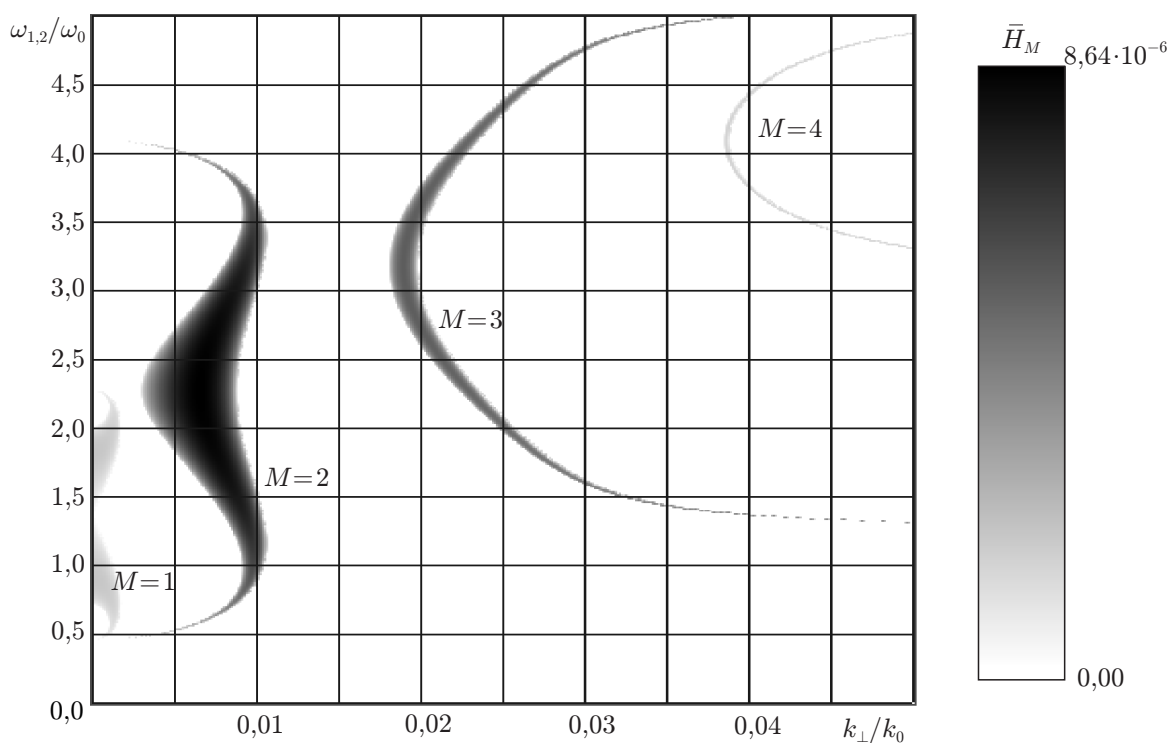


Рис. 4. То же, что и на рис. 3 при $I = 19 \text{ ТВт/см}^2$ и $\lambda_0 = 0,8 \text{ мкм}$ для различных ветвей неустойчивости, соответствующих $M = 1, 2, 3, 4$

для кривой 2, несмотря на её качественное совпадение с кривой 3, заключающееся в наличии одного максимума, существуют ветви неустойчивости только при $M = 1$ и 2, а для кривой 3 существует неустойчивость при $M = 1$, которая известна как модуляционная (самофокусирующая) неустойчивость.

Области неустойчивости на плоскости поперечных волновых чисел $k_{\perp}/k_0$ и частот $\omega_{1,2}/\omega_0$ в диапазоне пяти октав для воздуха, где известна частотная дисперсия показателя преломления [20], показаны на рис. 3 и 4 для двух значений интенсивности $I = 15 \text{ ТВт/см}^2$ и $I = 19 \text{ ТВт/см}^2$ для $\omega_0 = 7,85 \cdot 10^{14} \text{ с}^{-1}$, что соответствует длине волны излучения $\lambda = 2\pi/k_0 \approx 0,8 \text{ мкм}$. Степень зачернения на этих рисунках пропорциональна величине $\bar{H}_M$. В первом случае интенсивность меньше, чем то её значение, при котором нелинейная добавка к диэлектрической проницаемости достигает максимума, и величина $\Delta\epsilon > 0$. Во втором случае интенсивность больше этого значения и величина $\Delta\epsilon < 0$.

Инкременты всех ветвей при приведённых значениях интенсивности разделяются, причём при малых интенсивностях $I < 15 \text{ ТВт/см}^2$ наибольшим является инкремент для $M = 1$, соответствующий модуляционной неустойчивости, при больших значениях интенсивности больший инкремент отвечает ветви с $M = 2$. Максимальный инкремент для возмущений с $M = 2, 3$ лежит вблизи частот $2\omega_0$ и $3\omega_0$ соответственно при значениях $k_{\perp}$, удовлетворяющих равенству (15). Следует иметь в виду, что точность оценок уменьшается вблизи границ частотного интервала, простирающегося от $\omega \ll \omega_0$ до $\omega \sim 5\omega_0$.

На рис. 5, дополняющем рис. 3, 4, показаны зависимости максимальных нормированных инкрементов $\bar{H}_{M,\max}$ от величины интенсивности, причём максимальное значение достигается для каждой ветви и каждого значения интенсивности при некоторых значениях частоты и поперечного волнового числа, которые также зависят от интенсивности и номера ветви. Для ветви с $M = 1$ инкремент становится малым при обращении $\Delta\epsilon$ в нуль, для остальных ветвей инкременты растут с увеличением интенсивности в области $I > 10 \text{ ТВт/см}^2$.

Исследованная неустойчивость может быть одним из механизмов генерации конических пучков [21, 22]. Развита теория может быть полезна при рассмотрении оптических «rogue»-волн [23]. При наличии нелинейности высшего порядка инкременты широко исследуемой модуляционной неустойчивости могут обращаться в нуль, в то же время могут возникать инкременты для возмущений вблизи высших гармоник несущей частоты. Последнее означает, что деформируется не только огибающая, но и сама волна. Эта деформация может быть истолкована как «rogue»-, или «freak»-, волна.

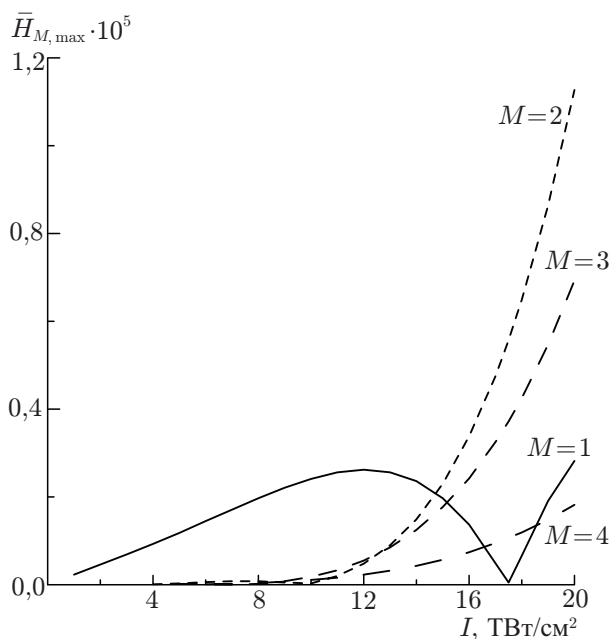


Рис. 5. Зависимость максимального значения нормированного инкремента от интенсивности

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Беспалов В. И., Таланов В. И. // Письма в ЖЭТФ. 1966. Т. 3, вып. 12. С. 471.
2. Lighthill M. J. // J. Ins. Math. Applic. 1965. V. 1. P. 269.

3. Литвак А. Г., Таланов В. И. // Изв. вузов. Радиофизика. 1967. Т. 10. С. 539.
4. Benjamin T. B., Feir J. E. // J. Fluid Mech. 1967. V. 27, No. 3. P. 417.
5. Zakharov V. E., Ostrovsky L. A. // Physica D. 2009. V. 238. P. 540.
6. Bejot P., Kibler B., Hertz E., et al. // Phys. Rev. A. 2011. V. 83. Art. no. 013830.
7. Agrawal G. P. Nonlinear fiber optics. San Diego: Academic Press, 1995. 592 p.
8. Власов С. Н., Таланов В. И. Самофокусировка волн. Нижний Новгород, 1997. 218 с.
9. Власов С. Н., Таланов В. И. // Письма в ЖЭТФ. 1994. Т. 60. С. 629.
10. Власов С. Н., Копосова Е. В. // Изв. вузов. Радиофизика. 2007. Т. 50, № 6. С. 522.
11. Власов С. Н., Таланов В. И. // Изв. вузов. Радиофизика. 1995. Т. 38. С. 3.
12. Brabec Th., Krausz F. // Phys. Rev. Lett. 1997. V. 78. P. 3282.
13. Kozlov S. A., Shpolyanskiy Yu. A., Oukrainski A. O., et al. // Phys. Vibration. 1999. V. 7. P. 19.
14. Kolesic M., Moloney J. V. // Phys. Rev. E. 2004. V. 70. Art. no. 036607.
15. Ferrando A., Zcares M., de Cordoba P. F., et al. // Phys. Rev. E. 2005. V. 71. Art. no. 016601.
16. Власов С. Н., Копосова Е. В., Таланов В. И. // Изв. вузов. Радиофизика. 2006. Т. 49. С. 321.
17. Loriot V., Hertz E., Faucher O., Lavorel B. // Opt. Express. 2009. V. 17, No. 16. P. 13429.
18. Боголюбов Н. Н., Митропольский Ю. А. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний. М.: Физматлит, 1958. С. 408.
19. Борн М., Вольф Э. Основы оптики. М.: Наука, 1970. С. 856.
20. Физические величины. Справочник / Под ред. И. С. Григорьева, Е. З. Мелихова. М.: Энергоатомиздат, 1991. С. 1232.
21. Nibbering E. T. J., Curley P. F., Grillon G., et al. // Opt. Lett. 1996. V. 21, No. 1. P. 62.
22. Dormidontov A. E., Kandidov V. P., Kompanets V. O., Chekalin S. V. // Письма в ЖЭТФ. 2010. Т. 91, № 7–8. С. 405.
23. Solli D. R., Ropers C., Koonath P., Jalali B. // Nature. 2007. V. 450, No. 13. P. 1054.

Поступила в редакцию 28 сентября 2010 г.; принята в печать 17 марта 2011 г.

THEORY OF WIDEBAND INSTABILITY AT COMBINATION FREQUENCIES OF A PLANE ELECTROMAGNETIC WAVE PROPAGATING IN A NONLINEAR MEDIUM

S. N. Vlasov and E. V. Kuposova

We study the propagation of electromagnetic waves in nonlinear media with the polynomial dependence of the dielectric permeability on the intensity of the electric field. The instability of the plane wave relative to noncollinear perturbations is studied for in a wide band of combination frequencies. The perturbation increments and their dependences on angles and frequencies are found. It is shown that waves with frequencies close to the second harmonic of the frequency of the propagating wave can increase faster than the perturbations in the case of known modulation instability. Application of the developed theory for the description of propagations of visible-light waves in air is discussed, for which the representation of the dependence of nonlinear dielectric permeability in the form of an electric-field polynomial is known. The results of the work can be useful when the properties of optical “rogue” waves are explained.