

УДК 533.932

ТЕНЗОР ПРОВОДИМОСТИ КОРОНАЛЬНОЙ ПЛАЗМЫ

А. А. Круглов

Институт прикладной физики РАН, г. Нижний Новгород, Россия

Работа посвящена исследованию проводимости плазмы в рамках магнитогидродинамического приближения в условиях, характерных для корон Солнца и звёзд поздних спектральных классов. Задача о нахождении компонент тензора удельного сопротивления плазмы доведена до получения асимптотических формул и численных значений. Показано, что в короне могут реализовываться два режима диссипации тока, текущего поперёк магнитного поля: диссипация за счёт трения ионной и нейтральной компонент плазмы (проводимость Каулинга) и диссипация за счёт трения двух различных ионных компонент. Первый режим реализуется в большей части нижней короны, условие для реализации второго режима, т. е. $B/n_e < 10^{-9}$ Гс · см³, где B — магнитное поле, n_e — концентрация электронов, может удовлетворяться в основании солнечной короны или в корональных стримерах. Во втором режиме скорость диссипации поперечного тока увеличивается на порядок по сравнению с водородной плазмой. Холловская и продольная компоненты тензора удельного сопротивления слабо отличаются от их значений для электрон-протонной плазмы. В статье обращено внимание на то, что при трении нейтральных и ионизованных атомов водорода, помимо обмена импульсом в результате перезарядки, заметную роль играет обмен импульсом за счёт ионизации и рекомбинации при столкновениях с электронами.

ВВЕДЕНИЕ

Элементы корон Солнца и звёзд, такие как корональные петли, корональные дыры и солнечный ветер, часто рассматривают в приближении одножидкостной магнитной гидродинамики. В его рамках тензор удельной проводимости играет важную роль при описании процессов, связанных с отклонением от идеальной магнитогидродинамики. К ним относятся нагрев плазмы за счёт диссипации электрических токов, диффузия плазмы относительно магнитного поля и другие.

Каулинг обратил внимание на влияние даже небольшого количества нейтральных частиц, присутствующих в плазме, на её проводимость поперёк магнитного поля, т. е. педерсеновскую проводимость в космической плазме [1]. Их наличие существенно увеличивает скорость диссипации поперечного к магнитному полю электрического тока за счёт того, что в достаточно сильных магнитных полях, которые препятствуют относительному движению заряженных компонент плазмы, столкновения ионов с нейтральными частицами более эффективно рассеивают энергию направленного движения частиц, чем столкновения ионов с электронами (механизм Каулинга). В работах В. В. Зайцева и соавторов было показано, что для солнечной плазмы низкое значение педерсеновской проводимости, связанное с наличием нейтральных частиц, может оказывать существенное влияние на нагрев плазмы [2, 3], на образование корональных магнитных трубок за счёт «сгребания» магнитного потока конвективными движениями плазмы в их основаниях [4] и на распределение магнитного и электрического полей по сечению трубки [4, 5]. Вследствие этого необходимо более внимательное рассмотрение задачи о проводимости корональной плазмы.

В данной работе исследуется микроскопическая проводимость плазмы в условиях, характерных для солнечной и звёздных корон: высокая степень ионизации, температура $T = 0,5 \cdot 10^5 \div 10^7$ К и незначительная роль процессов фотоионизации в ионизационном балансе, т. е. корональное ионизационное равновесие. При этом рассматривается случай достаточно медленных изменений

параметров (электрического и магнитного полей, гидродинамической скорости плазмы, температуры, концентрации) как во времени, так и в пространстве.

Ранее задача о влиянии нейтральных частиц на проводимость плазмы рассматривалась в работах [1, 6–8], а в применении к межзвёздной среде — в [9–11], к фотосфере — в [12–14], к солнечной короне — в [3, 14].

Величина проводимости Каулинга определяется коэффициентом трения между ионами и нейтральными атомами. В настоящей работе показано, что в короне основным механизмом такого трения, определяющим проводимость Каулинга, является обмен импульсом между компонентами при ионизации и рекомбинации атомов и ионов. Также показано, что за счёт механизма Каулинга при диссипации электрического тока, текущего поперёк магнитного поля, энергия в первую очередь идёт на увеличение поперечной температуры ионов.

В работе найдены численные значения и получены аппроксимационные формулы для компонент тензора удельного сопротивления. Величина продольной и холловской компонент практически не отличается от соответствующих значений для электрон-протонной плазмы. Для поперечной к магнитному полю компоненты выделено три режима диссипации. В короне могут реализовываться лишь два из них: диссипация за счёт столкновений ионов с нейтральными частицами, которая описывается проводимостью Каулинга, и диссипация при столкновениях различных типов ионов. Условия для первого из этих режимов, т. е. $B/n_e > 10^{-9}$ Гс · см³, где B — магнитное поле, n_e — концентрация электронов, обычно выполняются в значительной части нижней короны, условия для второго, $B/n_e < 10^{-9}$ Гс · см³, могут выполняться в корональных стримерах и, возможно, в основании короны. В рамках простых моделей для этих режимов в работе получены аналитические выражения для поперечной компоненты тензора сопротивления. Также исследован вопрос об основном сорте нейтральных частиц, определяющем проводимость Каулинга в короне, и показано, что им является нейтральный водород.

В разделе 1 описываются используемые приближения и приводятся уравнения многожидкостной магнитогидродинамики, моделирующие поведение компонент плазмы. В разделе 2 найдены коэффициенты трения между компонентами плазмы, а также обсуждается вопрос о характере нагрева плазмы в результате трения её нейтральной и ионизованной компонент. В разделе 3 приведены аппроксимационные формулы и результаты расчёта компонент тензора удельного сопротивления и выделено три качественно отличных режима переноса тока поперёк магнитного поля. В разделе 4 получены аналитические выражения для компонент тензора удельного сопротивления.

1. МОДЕЛЬ

В корональных петлях спокойных областей Солнца температура плазмы T составляет $(1 \div 2) \cdot 10^6$ К, а в активных областях она может достигать величин порядка 10^7 К [15, 16]. Кроме того имеются свидетельства, что звёзды поздних спектральных классов также обладают горячими коронами [17]. Плазма солнечной короны состоит большей частью из водорода и гелия. При характерных корональных температурах эти элементы оказываются практически полностью ионизованными. На проводимость также могут оказывать влияние электрически нейтральные атомы, даже если они присутствуют в небольших количествах [1].

Существенное уменьшение педерсеновской проводимости из-за присутствия в плазме нейтральной компоненты объясняется тем, что при протекании по плазме электрического тока заряженные компоненты ускоряются под действием силы Ампера. При этом нейтральная компонента отстаёт от них ровно настолько, чтобы сила трения обеспечивала ту же величину её ускорения. В то время как отставание нейтральной компоненты ограничивается силой трения, разности ско-

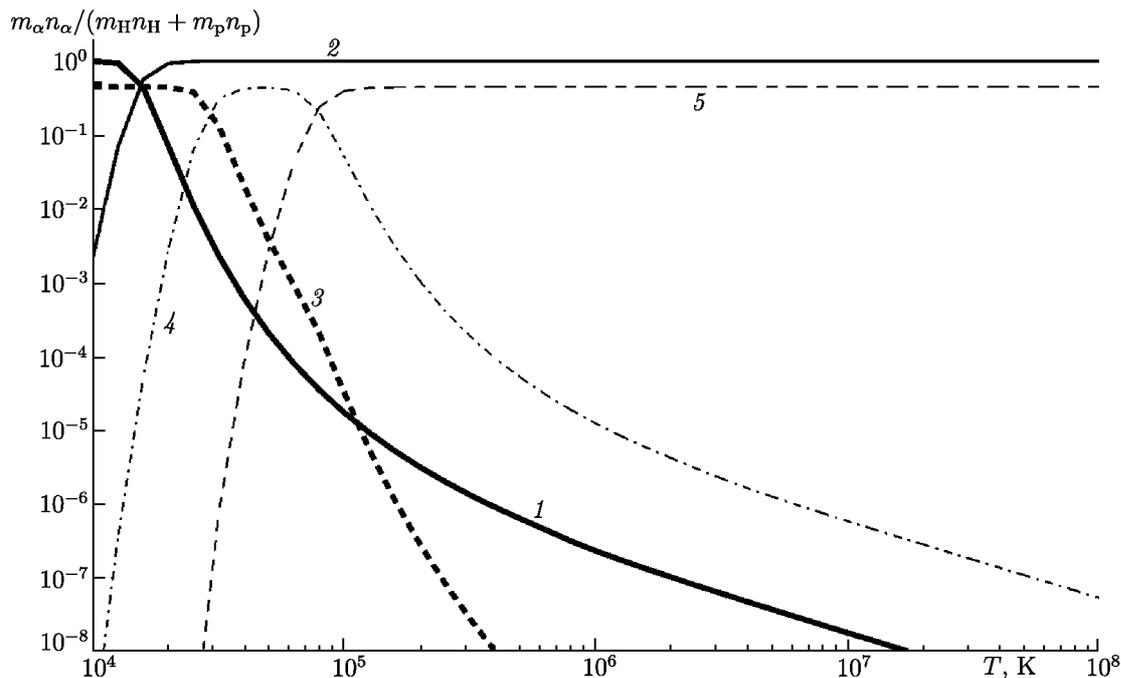


Рис. 1. Зависимость относительных плотностей различных компонент плазмы от температуры T при корональном ионизационном равновесии по данным [18]. Доля гелия по числу частиц составляет 10%. Кривая 1 отвечает H, 2 — p, 3 — He, 4 — He^+ , 5 — He^{2+}

ростей заряженных компонент ограничиваются силами Лоренца. Поэтому при достаточно больших величинах магнитного поля нейтральные частицы могут приобретать большую скорость относительно заряженных компонент, чем скорость относительного движения последних. Благодаря этому нейтральные частицы могут значительно увеличивать поперечное сопротивление плазмы.

Наиболее плотной нейтральной компонентой при температурах, превышающих $1,1 \cdot 10^5$ K, является нейтральный водород (см. рис. 1). Заметим, что в интервале температур от $1,6 \cdot 10^4$ K до $1,1 \cdot 10^5$ K эту роль играет гелий. В интересующем нас интервале температур от $5 \cdot 10^5$ K до 10^7 K концентрация и плотность нейтрального водорода значительно превышает эти величины для остальных нейтральных компонент, в первую очередь для гелия. В разделе 5 будет показано, что нейтральный водород оказывает наибольшее по сравнению с другими нейтральными частицами влияние на проводимость. Поэтому далее под нейтральной компонентой будет пониматься нейтральный водород.

Как будет показано ниже, кроме столкновений ионов с нейтральными частицами, столкновения различных типов ионов друг с другом также могут приводить к увеличению поперечного сопротивления по сравнению с чистой электрон-протонной плазмой. Диссипация энергии в этом случае связана со столкновениями ионов различных типов, обладающих ненулевой средней скоростью относительно друг друга из-за инерционного дрейфа, связанного с ускоренным движением плазмы под действием силы Ампера $\mathbf{f}_A = [\mathbf{j}, \mathbf{B}]/c$, где \mathbf{j} — плотность тока, c — скорость света в вакууме.

Для учёта этих двух эффектов необходимо принять во внимание присутствие нейтралов, т. е. нейтрального водорода, а также ещё одного сорта ионов — дважды ионизованного гелия.

При получении выражения для тока, протекающего сквозь плазму, будем исходить из уравнений многожидкостного магнитогидродинамического приближения:

$$m_\alpha n_\alpha \left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{u}_\alpha \nabla \right) \mathbf{u}_\alpha = e_\alpha n_\alpha \left(\mathbf{E} + \frac{1}{c} [\mathbf{u}_\alpha, \mathbf{B}] \right) + \sum_\beta \hat{K}_{\alpha\beta} (\mathbf{u}_\beta - \mathbf{u}_\alpha), \quad (1)$$

где $\alpha = e, p, \text{He}^{2+}$, \mathbf{H} обозначает компоненту плазмы, m_α и e_α — масса и заряд частицы α , n_α и \mathbf{u}_α — концентрация и скорость для компоненты α . Кроме электромагнитных сил здесь в линейном приближении учитывается трение между компонентами плазмы. Заметим, что коэффициенты трения вдоль и поперёк магнитного поля могут различаться, т. е. $\hat{K}_{\alpha\beta}$, вообще говоря, является тензором.

В данной работе рассматривается случай установившегося движения плазмы. Однако, несмотря на это, пренебрегать инерционным членом в левой части (1) нельзя, т. к. он уравнивает силу Ампера $\mathbf{f}_A = [\mathbf{j}, \mathbf{B}]/c$. Мы будем искать стационарное решение уравнений (1) в сопутствующей неинерциальной системе отсчёта, движущейся вместе с плазмой с ускорением $d\mathbf{u}/dt$, к которому релаксируют скорости компонент плазмы по прошествии некоторого времени. Для перехода в неё используем следующие формулы:

$$\mathbf{v}_\alpha = \mathbf{u}_\alpha - \mathbf{u}, \quad \sum_\alpha m_\alpha n_\alpha \mathbf{v}_\alpha = 0, \quad (2)$$

$$m_\alpha n_\alpha \frac{d\mathbf{u}}{dt} = e_\alpha n_\alpha \left(\mathbf{E}' + \frac{1}{c} [\mathbf{v}_\alpha, \mathbf{B}] \right) + \sum_\beta K_{\alpha\beta} (\mathbf{v}_\beta - \mathbf{v}_\alpha). \quad (3)$$

Здесь $\mathbf{u} = \sum_\alpha m_\alpha n_\alpha \mathbf{u}_\alpha / \sum_\beta m_\beta n_\beta$ — гидродинамическая скорость плазмы в исходной системе отсчёта, \mathbf{v}_α — скорости в неинерциальной системе отсчёта. Субстанциональная производная от скорости в левой части уравнения (1) заменяется на ускорение $d\mathbf{u}/dt$ при условии $(\mathbf{v}_\alpha \nabla) \mathbf{u} \ll \ll d\mathbf{u}/dt$, т. е. если отношение пространственных и временных масштабов изменения скорости \mathbf{u} больше относительных скоростей \mathbf{v}_α . Символом \mathbf{E}' обозначено электрическое поле в системе отсчёта плазмы: $\mathbf{E}' = \mathbf{E} + [\mathbf{u}, \mathbf{B}]/c$.

Для применимости приближения установившегося движения плазмы необходимо, чтобы характерные времена изменения внешних параметров τ были больше характерных времён релаксации скоростей компонент $\tau_\alpha \sim \min_\beta m_\alpha n_\alpha / K_{\alpha\beta}$. Оценки на основании коэффициентов трения, полученных в разделе 2, дают $\tau_p \sim \tau_{\text{He}^{2+}} \sim T^{3/2} n_e^{-1}$ с, $\tau_e \sim 1,5 \cdot 10^{-2} T^{3/2} n_e^{-1}$ с, $\tau_H \sim 1,2 \cdot 10^7 n_e^{-1}$ с для температур от $5 \cdot 10^5$ К до 10^7 К. Температуры здесь измеряются в кельвинах, концентрации — в см^{-3} , магнитное поле — в гауссах. Кроме того для применимости приближения квазигидродинамики требуется, чтобы масштаб неоднородности поперёк магнитного поля превышал гирорадиусы ионов $r_{Bi} \sim \sqrt{T}/B$ см и длину свободного пробега нейтральных частиц $\ell_H \sim 7 \cdot 10^{14} n_e^{-1}$ см, а масштаб неоднородностей вдоль магнитного поля должен превышать длины свободного пробега $\ell_\alpha \sim \tau_\alpha v_{T\alpha}$, где $v_{T\alpha}$ — тепловая скорость частиц сорта α . Также будем предполагать, что электрическое поле и ток достаточно слабы, так что функции распределения не искажаются из-за ускорения частиц за время между столкновениями. Это соответствует условию

$$|\mathbf{u}_\alpha - \mathbf{u}_\beta| \ll v_{T\alpha\beta}, \quad (4)$$

где $v_{T\alpha\beta}$ — тепловая скорость относительного движения компонент α и β , определённая в (7).

В системе уравнений (2), (3) с неизвестными ускорением $d\mathbf{u}/dt$ и скоростями \mathbf{v}_α осталось задать концентрации n_α и коэффициенты трения $K_{\alpha\beta}$. Степени ионизации элементов получены в работе [18] исходя из так называемого приближения коронального ионизационного равновесия, при котором учитываются только столкновительные механизмы ионизации, что является хорошим приближением для короны. Общая доля гелия по числу частиц полагалась равной 10%,

зависимость результатов от этого параметра обсуждается в разделе 4. Концентрация электронов находится из условия квазинейтральности плазмы

$$\sum_{\alpha} e_{\alpha} n_{\alpha} = 0. \quad (5)$$

Исходя из этих предположений все концентрации n_{α} можно выразить через какую-нибудь одну из них, например концентрацию электронов n_e :

$$n_{\alpha} = n_e c_{\alpha}(T). \quad (6)$$

Здесь концентрация электронов n_e выполняет роль общего для всех компонент множителя, характеризующего концентрацию плазмы, $c_{\alpha}(T)$ — относительная концентрация компоненты α по сравнению с электронной компонентой.

2. КОЭФФИЦИЕНТЫ ТРЕНИЯ

2.1. Трение между заряженными компонентами

Все три рассматриваемых сорта заряженных частиц e , p и He^{2+} относятся к субатомным частицам, поэтому основной вклад в трение между ними даёт кулоновское притяжение или отталкивание. При движении поперёк магнитного поля для заряженных компонент [6]

$$K_{\alpha\beta}^{\perp} = \lambda \frac{(4\pi e_{\alpha} e_{\beta})^2}{m_{\alpha\beta}} \frac{n_{\alpha} n_{\beta}}{3(2\pi)^{3/2} v_{T\alpha\beta}^3}, \quad v_{T\alpha\beta}^2 = \frac{k_B T}{m_{\alpha\beta}}, \quad \frac{1}{m_{\alpha\beta}} = \frac{1}{m_{\alpha}} + \frac{1}{m_{\beta}}, \quad (7)$$

$$\lambda = 16,0 - 1,15 \lg n_e + 2,3 \lg T. \quad (8)$$

Здесь и далее в численных формулах температура измеряется в кельвинах, а остальные величины — в единицах СГС. При движении вдоль поля коэффициент трения электронов с тяжёлыми частицами уменьшается из-за искажения функции распределения электронов [6]:

$$K_{eH}^{\parallel} = 0,51 K_{eH}^{\perp}, \quad K_{eHe^{2+}}^{\parallel} = 0,44 K_{eHe^{2+}}^{\perp}. \quad (9)$$

Данная формула справедлива при условии замагниченности электронов, которое можно записать как $eB/(m_e c) \gg K_{e\alpha}/(m_e n_e)$. В противоположном случае трение изотропно, однако в короне эта ситуация не реализуется.

Значение кулоновского логарифма λ при $n_e = 10^8 \text{ см}^{-3}$, $T = 10^6 \text{ К}$ равно 20,5. Это значение будет использоваться при численных расчётах, поскольку пренебрежение зависимостью кулоновского логарифма от параметров существенно упрощает анализ результатов, т. к. в этом случае тензор удельного сопротивления будет зависеть от величины магнитного поля B и концентрации плазмы n_e только через комбинацию B/n_e . Погрешность, вносимая в коэффициенты трения фиксированием значения $\lambda = 20,5$, для $T/\sqrt{n_e}$ от $1 \text{ К} \cdot \text{см}^{3/2}$ до $10^4 \text{ К} \cdot \text{см}^{3/2}$ не превышает 25%.

2.2. Трение с нейтральной компонентой

Обмен импульсом между заряженной и нейтральной компонентами плазмы может быть вызван непосредственным взаимодействием частиц этих компонент при столкновении друг с другом, либо переходом частиц из одной компоненты в другую при изменении их заряда. Изменение заряда атома вызывается столкновением с ионом (перезарядка), либо столкновением с электроном

(ионизация электронным ударом). По сравнению с этими процессами фотоионизация в условиях короны не играет большой роли. Рассеяние без изменения заряда даёт меньший вклад в трение, чем каждый из этих двух механизмов, т. к., во-первых, при столкновении нейтрального атома с соответствующим ионом сечение перезарядки больше, чем транспортное сечение рассеяния без перезарядки (см., например, [19]) и, во-вторых, из-за большей тепловой скорости электронов уже при сравнимых сечениях ионизации электронным ударом и рассеяния без перезарядки первый из указанных процессов является более эффективным. Таким образом, основной вклад в обмен импульсом между нейтральной компонентой плазмы, т. е. нейтральным водородом, и заряженными частицами в рассматриваемом диапазоне температур вносят процессы с изменением заряда частиц — ионизация и рекомбинация при перезарядке нейтрального и ионизованного водорода, ионизация электронным ударом, излучательная и диэлектронная рекомбинация.

Процессы ионизации и рекомбинации будем характеризовать вероятностями в единицу времени $\nu_a(\mathbf{v}_a)$ и $\nu_i(\mathbf{v}_i)$ соответственно. Здесь \mathbf{v}_a — скорость нейтральных частиц, \mathbf{v}_i — скорость ионов. Каждая из вероятностей $\nu_a(\mathbf{v})$, $\nu_i(\mathbf{v})$ складывается из вероятностей процессов, вызванных столкновением с электроном (ионизация электронным ударом, излучательная и диэлектронная рекомбинация) и столкновением с тяжёлой частицей (перезарядка):

$$\nu_i(\mathbf{v}) = \nu_i^{\text{эл}} + \nu_i^{\text{пер}}(\mathbf{v}), \quad \nu_a(\mathbf{v}) = \nu_a^{\text{эл}} + \nu_a^{\text{пер}}(\mathbf{v}). \quad (10)$$

Для процессов, вызываемых столкновением с электроном, соответствующие вероятности меняются на масштабах скоростей порядка тепловой скорости электронов v_{Te} . В случае $v_{Te} \gg v_{Ti}$ для характерных скоростей ионов и нейтральных частиц можно считать, что вероятности ионизации и рекомбинации $\nu_{i,a}^{\text{эл}}$ не зависят от скорости тяжёлой частицы \mathbf{v} . Вероятности процессов, связанных с перезарядкой, начинают изменяться уже при скоростях, сравнимых с тепловой скоростью v_{Ti} .

В отличие от упругих столкновений, сопровождающихся обменом импульсом и при одинаковой массе взаимодействующих частиц обеспечивающих быструю максвеллизацию функции распределения, процессы с изменением заряда не приводят к эффективной максвеллизации, т. к. слабо изменяют суммарное распределение частиц по скоростям $f_i(\mathbf{v}) + f_a(\mathbf{v})$. В условиях короны плазма сильно ионизована, так что $n_a \ll n_i$, $\nu_i \gg \nu_a$. При этом частицы большую часть времени проводят в ионизованном состоянии, поэтому установление функции распределения также происходит в этом состоянии. В расчётах мы будем предполагать, что для ионов и нейтральных частиц устанавливается максвелловское распределение:

$$f_i(\mathbf{v}) = \frac{n_i}{(2\pi v_{Ti}^2)^{3/2}} \exp\left(-\frac{(\mathbf{v} - \mathbf{u}_i)^2}{2v_{Ti}^2}\right), \quad f_a(\mathbf{v}) = \frac{n_a}{(2\pi v_{Ti}^2)^{3/2}} \exp\left(-\frac{(\mathbf{v} - \mathbf{u}_a)^2}{2v_{Ti}^2}\right). \quad (11)$$

Найдём теперь силу трения между протонами p и нейтральным водородом H . Поскольку в рассматриваемых процессах ядра частиц почти не изменяют скоростей, при каждой ионизации из нейтральной компоненты в ионизованную в среднем переносится импульс $m_a \mathbf{u}_a$, а при каждой рекомбинации в обратную сторону переносится импульс $m_i \mathbf{u}_i$. Из-за разницы этих импульсов и возникает сила трения. Если ионизация нейтральной частицы происходит с эффективной вероятностью $\bar{\nu}_a$ в единицу времени, то сила трения протонов об нейтральный водород на единицу объёма составляет

$$\mathbf{f}_{ia}^{\text{TP}} = -\mathbf{f}_{ai}^{\text{TP}} = -m_i n_i \bar{\nu}_i \mathbf{u}_i + m_a n_a \bar{\nu}_a \mathbf{u}_a = m_a n_a \bar{\nu}_a (\mathbf{u}_a - \mathbf{u}_i). \quad (12)$$

Отсюда коэффициент трения

$$K_{pH} = K_{Hp} = m_a n_a \bar{\nu}_a. \quad (13)$$

Здесь для оценки усреднённой по распределениям вероятности рекомбинации $\bar{\nu}_i$ использовано условие ионизационного равновесия $n_i \bar{\nu}_i = n_a \bar{\nu}_a$, также предполагалось, что $m_i \approx m_a$.

Как было замечено ранее, см. (10), трение можно разделить на трение, вызываемое столкновениями с электронами, и на трение, вызываемое перезарядкой. Вероятности процессов ионизации и рекомбинации за счёт столкновений с электронами практически не зависят от скорости иона или атома. Поэтому эффективная вероятность ионизации $\bar{\nu}_a^{\text{эл}}$ для данного процесса совпадает с вероятностью ионизации, усреднённой по максвелловскому распределению электронов $\nu_a^{\text{эл}}$. При расчётах использовалась следующая формула для частоты ионизации нейтрального водорода электронным ударом, усреднённая по максвелловскому распределению электронов, см. [20]:

$$\nu_a^{\text{эл}} = 1,34 \cdot 10^{-5} \frac{T^{-0,39}}{1 + 6,8 \cdot 10^5 / T} \exp\left(-\frac{1,58 \cdot 10^5}{T}\right) n_e. \quad (14)$$

Здесь $\nu_a^{\text{эл}}$ измеряется в с^{-1} , T — в кельвинах, а n_e — в см^{-3} . Соответствующий коэффициент трения находится из (13) по формуле $K_{\text{рН}}^{\text{эл}} = m_{\text{Н}} n_{\text{Н}} \nu_a^{\text{эл}}$.

Для ионизации и рекомбинации за счёт перезарядки при усреднении передаваемого импульса по максвелловским распределениям ионов и нейтральных частиц имеем

$$K_{\text{рН}}^{\text{пер}}(\mathbf{u}_a - \mathbf{u}_i) = \iint m_a (\mathbf{v}_a - \mathbf{v}_i) |\mathbf{v}_i - \mathbf{v}_a| \sigma^{\text{пер}}(\mathbf{v}_i - \mathbf{v}_a) f_i(\mathbf{v}_i) f_a(\mathbf{v}_a) d^3 \mathbf{v}_i d^3 \mathbf{v}_a, \quad (15)$$

откуда с точностью до линейного по $\mathbf{u}_a - \mathbf{u}_i$ члена, см. (4), получаем

$$K_{\text{рН}}^{\text{пер}}(\mathbf{u}_a - \mathbf{u}_i) \approx m_a n_i n_a (\mathbf{u}_a - \mathbf{u}_i) \frac{4\pi}{3} \int (\Delta v)^4 \left(-\frac{dg(\Delta v)}{d\Delta v}\right) \sigma^{\text{пер}}(\Delta v) d\Delta v, \quad (16)$$

$$g(\Delta v) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2} v_{\text{ТрН}}^3} \exp\left(-\frac{(\Delta v)^2}{2v_{\text{ТрН}}^2}\right). \quad (17)$$

Для сечения перезарядки, даваемого формулой из [21]

$$\sigma^{\text{пер}}(v) = A - B \log_{10} v, \quad (18)$$

где

$$A = 1,81 \cdot 10^{-14} \text{ см}^2, \quad B = 2,12 \cdot 10^{-15} \text{ см}^2, \quad 2 \cdot 10^7 \text{ см/с} < v < 10^8 \text{ см/с}, \quad (19)$$

можно получить следующее выражение для коэффициента трения за счёт процессов перезарядки:

$$K_{\text{рН}}^{\text{пер}} = m_a n_a \bar{\nu}_a = \frac{16}{3 \sqrt{2\pi}} m_a n_i n_a v_{\text{ТрН}} \sigma^{\text{пер}}(2,24 v_{\text{ТрН}}). \quad (20)$$

Указанный выше диапазон скоростей, в котором справедлива данная аппроксимация $\sigma^{\text{пер}}(v)$, соответствует диапазону температур $T = 0,5 \cdot 10^5 \div 1,2 \cdot 10^7$ К.

Полный коэффициент трения между протонами и нейтральным водородом представляет собой сумму найденных коэффициентов:

$$K_{\text{рН}} = K_{\text{рН}}^{\text{пер}} + K_{\text{рН}}^{\text{эл}}. \quad (21)$$

Здесь $K_{\text{рН}}^{\text{пер}}$ определяется из уравнений (18) и (20), а $K_{\text{рН}}^{\text{эл}}$ — из (13) и (14).

Заметим, что, несмотря на то, что данный механизм трения не обеспечивает максвеллизации функции распределения, он всё же приводит к нагреву компонент плазмы за счёт трения. Под нагревом здесь понимается увеличение энергии хаотического движения частиц. В процессе трения

двух компонент силы трения $\mathbf{f}_{ia}^{\text{TP}}$ и $\mathbf{f}_{ai}^{\text{TP}}$ совершают отрицательную работу $\mathbf{f}_{ia}^{\text{TP}} \mathbf{u}_i + \mathbf{f}_{ai}^{\text{TP}} \mathbf{u}_a = -K_{ia} (\mathbf{u}_i - \mathbf{u}_a)^2 < 0$ над системой, состоящей из этих двух компонент. Таким образом, работа силы трения приводит к уменьшению суммарной кинетической энергии упорядоченного движения двух трущихся компонент. Поскольку в среднем в микроскопических процессах, обеспечивающих трение, суммарная кинетическая энергия сохраняется, это приводит к выделению тепла. При этом функции распределения вытягиваются вдоль направления движения компонент относительно друг друга, а в случае движения поперёк магнитного поля — в плоскости, поперечной к полю. Как будет показано далее, этот вид нагрева может действовать при протекании тока поперёк магнитного поля и увеличивать поперечную относительно магнитного поля ионную температуру. Данный вид тепловыделения также можно интерпретировать как увеличение энтропии системы за счёт «забывания» частицами своего ионизационного состояния.

3. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЁТА

Для всех рассмотренных в предыдущем разделе механизмов коэффициенты трения $K_{\alpha\beta}$ при фиксированной температуре при учёте (6) оказываются пропорциональны n_e^2 , если не учитывать слабую зависимость кулоновского логарифма от концентрации:

$$K_{\alpha\beta} \propto n_e^2. \quad (22)$$

Поделив (3) на n_e , с помощью (6) получаем

$$m_\alpha c_\alpha \frac{d\mathbf{u}}{dt} = e_\alpha c_\alpha \left(\mathbf{E}' + \frac{1}{c} \left[n_e \mathbf{v}_\alpha, \frac{\mathbf{B}}{n_e} \right] \right) + \sum_\beta \frac{K_{\alpha\beta}}{n_e^2} (n_e \mathbf{v}_\beta - n_e \mathbf{v}_\alpha). \quad (23)$$

Полученные соотношения представляют собой линейную систему уравнений относительно $n_e \mathbf{v}_\alpha$ и ускорения $d\mathbf{u}/dt$, причём в её коэффициенты величины \mathbf{B} и n_e входят только через комбинацию \mathbf{B}/n_e . Это упрощает анализ результатов, поскольку тензор проводимости оказывается зависящим от комбинации B/n_e , а не от B и n_e в отдельности: $\hat{\sigma}(B, n_e, T) = \hat{\sigma}(B/n_e, T)$.

Для введения понятия тензора сопротивления перейдём от многожидкостной магнитогидродинамики к одножидкостной модели. Одножидкостное уравнение Эйлера для гидродинамической скорости \mathbf{u} , введённой уравнением (2), в рассматриваемых приближениях можно получить, сложив уравнения Эйлера в виде (3) для всех четырёх рассматриваемых компонент $\alpha = e, p, H, \text{He}^{2+}$:

$$\left(\sum_\alpha m_\alpha n_\alpha \right) \frac{d\mathbf{u}}{dt} = \frac{1}{c} [\mathbf{j}, \mathbf{B}], \quad \mathbf{j} = \sum_\alpha e_\alpha n_\alpha \mathbf{v}_\alpha = \sum_\alpha e_\alpha n_\alpha \mathbf{u}_\alpha. \quad (24)$$

Здесь было использовано условие квазинейтральности плазмы (5).

При заданных концентрациях n_α и коэффициентах трения $K_{\alpha\beta}$, а также полях \mathbf{E}' , \mathbf{B} , из системы (2), (3) находятся скорости \mathbf{v}_α . В результате выражение для тока \mathbf{j} в (24) принимает вид обобщённого закона Ома

$$\mathbf{E}' = \mathbf{E} + \frac{1}{c} [\mathbf{u}, \mathbf{B}] = \hat{\rho}(B/n_e, T) \mathbf{j}, \quad \hat{\rho} = \begin{pmatrix} \rho_\perp & \rho_h & 0 \\ -\rho_h & \rho_\perp & 0 \\ 0 & 0 & \rho_\parallel \end{pmatrix}, \quad (25)$$

где $\hat{\rho}$ — тензор удельного сопротивления, ось z направлена вдоль магнитного поля \mathbf{B} . Его поперечные компоненты ρ_\perp и ρ_h находятся из уравнений для поперечного движения, а продольная компонента ρ_\parallel — из уравнений для продольного движения.

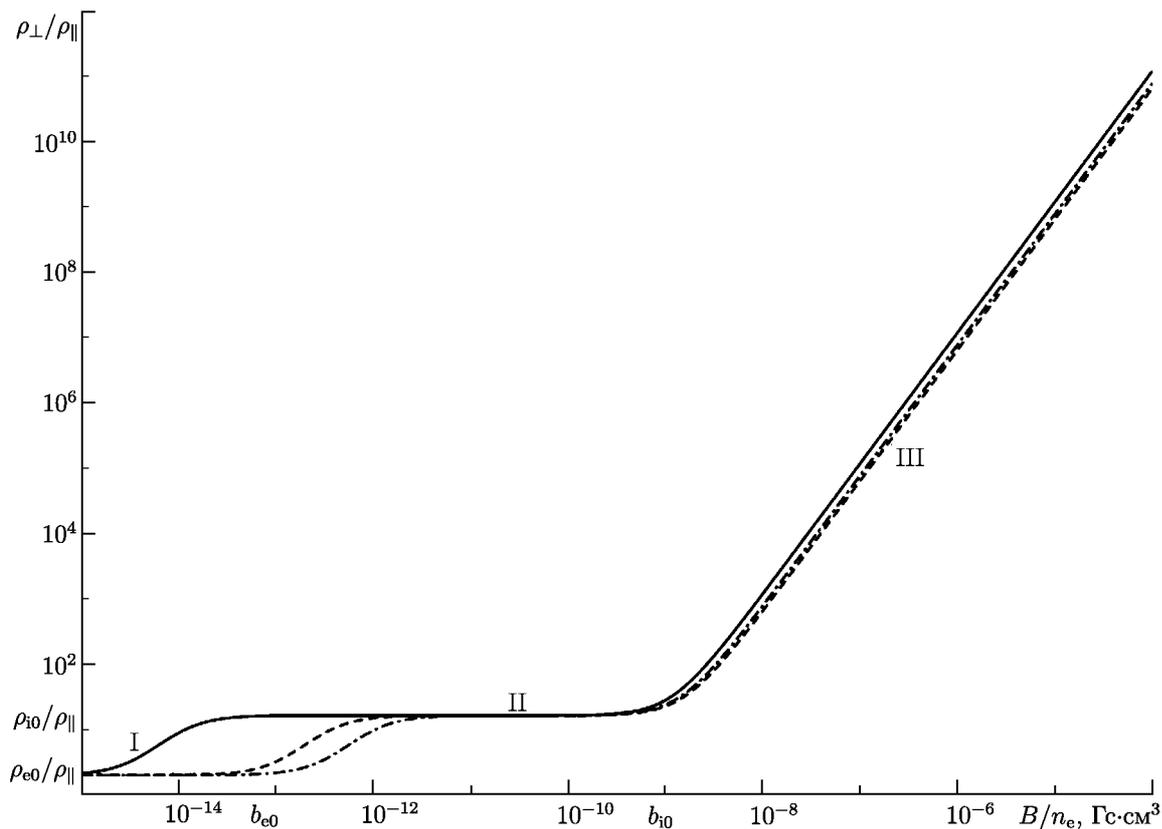


Рис. 2. Зависимость $\rho_{\perp}/\rho_{\parallel}$ от B/n_e при разных температурах T : сплошная линия — $T = 10^7$ К, пунктирная — $T = 10^6$ К, штрихпунктирная — $T = 5 \cdot 10^5$ К

Последнее выражение также может быть записано в векторном виде:

$$\mathbf{E} + \frac{1}{c} [\mathbf{u}, \mathbf{B}] = \rho_{\parallel} \mathbf{j} + \frac{\rho_h}{B} [\mathbf{j}, \mathbf{B}] + \frac{\rho_{\perp} - \rho_{\parallel}}{B^2} [\mathbf{B}, [\mathbf{j}, \mathbf{B}]]. \tag{26}$$

В литературе вместо поперечной компоненты тензора сопротивления ρ_{\perp} чаще встречается обозначение $\sigma_{\text{eff}} = 1/\rho_{\perp}$, см., например, [1].

Результаты расчёта для температур T в интервале от $5 \cdot 10^5$ К до 10^7 К дают следующие выражения для продольной и холловской компонент $\hat{\rho}$:

$$1/\rho_{\parallel} = \sigma_{\parallel} = 5,9 \cdot 10^6 T^{3/2}, \quad \rho_h = \frac{B}{en_e c}. \tag{27}$$

Эти две компоненты $\hat{\rho}$ определяются электронной проводимостью и отличаются от значений для электрон-протонной плазмы [6] только небольшим изменением численного коэффициента, связанным с 10-процентной примесью ионов гелия.

Основные отличия от электрон-протонной плазмы заключаются в поведении поперечной компоненты тензора удельного сопротивления ρ_{\perp} , результаты вычислений которой показаны на рис. 2. На нём можно выделить три области, разделённые значениями $B/n_e = b_{e0}(T)$ и $B/n_e = b_{i0}(T)$, с различным видом зависимости ρ_{\perp} от параметра B/n_e . В области I отношение $B/n_e \ll b_{e0}$, в области II $b_{e0} \ll B/n_e \ll b_{i0}$, а в области III $B/n_e \gg b_{i0}$.

В разных диапазонах параметров величина ρ_{\perp} определяется различными механизмами. Численное исследование её зависимости от значений коэффициентов трения $K_{\alpha\beta}$ показало, что в области I поперечное сопротивление определяется рассеянием электронов на ионах, т. е. протонах

и ядрах гелия, ток переносится электронами, которые в этой области не замагничены. В нижней короне этот режим не реализуется. Кроме того, соотношения между коэффициентами трения (9) здесь не применимы [6], поэтому результаты вычислений только качественно отражают поведение поперечного сопротивления ρ_{\perp} в области I. В области II поперечный ток переносится ионами, т. е. p и He^{2+} , его величина определяется столкновениями p с He^{2+} , анизотропия сопротивления $\rho_{\perp}/\rho_{\parallel}$ здесь не зависит от параметров плазмы, при этом при доле гелия 10% ρ_{\parallel} и ρ_{\perp} различаются примерно на порядок. В области III поперечный ток также переносится протонами, но определяется столкновениями с нейтральными частицами.

Расчётные значения ρ_{\perp} в рассмотренном диапазоне параметров хорошо приближаются выражением

$$\rho_{\perp} = \frac{\rho_e \rho_i}{\rho_e + \rho_i}, \quad \rho_e = \left(1 + \frac{B^2}{n_e^2 b_{e0}^2}\right) \rho_{e0}, \quad \rho_i = \left(1 + \frac{B^2}{n_e^2 b_{i0}^2}\right) \rho_{i0}, \quad (28)$$

параметры аппроксимации приведены в табл. 1. Величина ρ_{e0} при аппроксимации расчётной кривой составляет $2,3\rho_{\parallel}$. Однако с учётом замечания о применимости (9), сделанного выше, а также того, что в области I из-за достаточно слабого магнитного поля плазма должна стать изотропной, т. е. должно выполняться равенство $\rho_{\perp} = \rho_{\parallel}$, в качестве приближения для ρ_{\perp} можно использовать выражение (28) с $\rho_{e0} = \rho_{\parallel}$. При $B/n_e \gg b_{e0}$ (области II и III) выражение (28) упрощается до

Таблица 1. Параметры аппроксимации зависимости $\rho_{\perp}(B/n_e, T)$, см. (28)

T, K	$b_{e0}, \text{Гс} \cdot \text{см}^3$	$\rho_{i0}/\rho_{\parallel}$	$b_{i0}, \text{Гс} \cdot \text{см}^3$
$5 \cdot 10^5$	$3,3 \cdot 10^{-13}$	17	$1,5 \cdot 10^{-9}$
$1 \cdot 10^6$	$1,2 \cdot 10^{-13}$	17	$1,6 \cdot 10^{-9}$
$2 \cdot 10^6$	$4,1 \cdot 10^{-14}$	17	$1,5 \cdot 10^{-9}$
$5 \cdot 10^6$	$1,0 \cdot 10^{-14}$	17	$1,4 \cdot 10^{-9}$
$1 \cdot 10^7$	$3,7 \cdot 10^{-15}$	17	$1,2 \cdot 10^{-9}$

$$\rho_{\perp} = \rho_i = \left(1 + \frac{B^2}{n_e^2 b_{i0}^2}\right) \rho_{i0}. \quad (29)$$

В областях II и III по отдельности выражение ещё более упрощается. Для области III

$$\rho_{\perp}^{\text{III}} = \rho_i = \frac{\rho_{i0}}{b_{i0}^2} \frac{B^2}{n_e^2} \approx \frac{1,5 \cdot 10^{12}}{T^{3/2}} \frac{B^2}{n_e^2}. \quad (30)$$

Численный коэффициент в формуле (30) меняется в зависимости от температуры $T = 5 \cdot 10^5 \div 10^7$ К в пределах от 10^{12} до $2 \cdot 10^{12}$, а в (30) указано его среднее значение. Для области II поперечное сопротивление равно

$$\rho_{\perp}^{\text{II}} = \rho_{i0} = 2,8 \cdot 10^{-6} T^{-3/2}. \quad (31)$$

В формулах (30) и (31) величины ρ , B , n_e и T измеряются в секундах, гауссах, см^{-3} и кельвинах соответственно.

4. АНАЛИТИЧЕСКИЕ ВЫРАЖЕНИЯ ДЛЯ ρ_{\perp}

Чтобы понять механизмы, определяющие величину поперечной компоненты сопротивления ρ_{\perp} в разных областях параметров, а также получить зависимость ρ_{\perp} от физических условий в легко доступном для исследования виде, найдём упрощённые аналитические выражения для ρ_{\perp} на основе уравнений (2), (3).

В области II получить аналитическое выражение для $\rho_{\perp} = \rho_{i0}$ можно исходя из того, что трение между компонентами достаточно слабое и почти не влияет на их скорости, причём потери на трение ионов с нейтральной компонентой малы по сравнению с потерями на трение ионов между

собой. Сначала найдём скорости ионов в нулевом приближении по трению. Чтобы не конкретизировать сорта ионов, обозначим их 1 и 2. Из уравнений для ионов в нулевом приближении по K_{12} имеем

$$m_{1,2}n_{1,2} \frac{d\mathbf{u}}{dt} = e_{1,2}n_{1,2} \left(\mathbf{E}' + \frac{1}{c} [\mathbf{v}_{1,2}, \mathbf{B}] \right), \quad m_1n_1\mathbf{v}_1 + m_2n_2\mathbf{v}_2 = 0. \quad (32)$$

Ускорение плазмы $d\mathbf{u}/dt$ можно найти двумя способами: из соотношения (24), либо исключив из системы (32) электрическое поле \mathbf{E}' и выразив скорости через разность скоростей $\mathbf{v} = \mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2$:

$$\sum_{\alpha} m_{\alpha}n_{\alpha} \frac{d\mathbf{u}}{dt} = \frac{1}{c} [\mathbf{j}, \mathbf{B}], \quad \left(\frac{m_2}{e_2} - \frac{m_1}{e_1} \right) \frac{d\mathbf{u}}{dt} = \frac{1}{c} [\mathbf{v}, \mathbf{B}]. \quad (33)$$

Отсюда для поперечных к полю компонент

$$(m_1n_1 + m_2n_2) \mathbf{v}_{\perp} = \left(\frac{m_2}{e_2} - \frac{m_1}{e_1} \right) \mathbf{j}_{\perp}. \quad (34)$$

Приравнявая энергию, переходящую в единицу времени из энергии упорядоченного движения в тепловую энергию, вычисленную через ток и разность скоростей, получаем

$$\rho_{\perp} \mathbf{j}_{\perp}^2 = \mathbf{E}' \mathbf{j} = \mathbf{f}_{12} (\mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_1) = K_{12} \mathbf{v}^2, \quad (35)$$

откуда, переобозначив сорта ионов через p и He^{2+} , имеем

$$\rho_{i0} = \rho_{\perp} = K_{p\text{He}^{2+}} \left(\frac{m_{\text{He}^{2+}}}{e_{\text{He}^{2+}}} - \frac{m_p}{e_p} \right)^2 / (m_p n_p + m_{\text{He}^{2+}} n_{\text{He}^{2+}})^2. \quad (36)$$

Численное значение этого выражения $\rho_{i0} \approx 2,4 \cdot 10^{-6} T^{-3/2}$ и близко к (31), найденному в предыдущем разделе. Заметим, что, как и на рис. 2, ρ_{\perp} в данном приближении не зависит от магнитного поля B . При необходимости учитывать большее число сортов заряженных частиц тем же методом можно получить следующее выражение:

$$\rho_{\perp} = \frac{1}{2} \sum_{\alpha, \beta} K_{\alpha\beta} \left(\frac{m_{\alpha}}{e_{\alpha}} - \frac{m_{\beta}}{e_{\beta}} \right)^2 / \left(\sum_{\alpha} m_{\alpha} n_{\alpha} \right)^2. \quad (37)$$

Оно же может быть получено из исходных уравнений (3) методом возмущений по коэффициентам трения в первом порядке. Присутствие множителя $1/2$ связано с тем, что без него каждая пара сортов частиц учлась бы дважды: как α, β и как β, α . Данное выражение повторяет основные закономерности поведения ρ_{\perp} в области II, которые видны на рис. 2: независимость ρ_{\perp} от B/n_e и пропорциональность $\rho_{\perp} \propto \rho_{\parallel} \propto T^{-3/2}$. Значения ρ_{i0} , вычисленные с помощью (36) и приведённые в разделе 3, совпадают с точностью около 13%; значения из уточнённой формулы (37) и полученные в разделе 3 различаются менее, чем на 2,5%. Обе эти величины меньше, чем возможная погрешность, связанная с выбором модели, поэтому выражение (36) можно считать хорошим приближением для ρ_{\perp} .

Заметим, что вследствие (22) педерсеновское сопротивление ρ_{\perp} в области II не зависит от магнитного поля B и концентрации плазмы n_e , а определяется только температурой T и составом плазмы. В случае, когда ρ_{\perp} определяется только двумя компонентами плазмы, с учётом того, что для кулоновского трения $K_{\alpha\beta} \propto n_{\alpha} n_{\beta}$, величина ρ_{\perp} при варьировании отношения концентраций n_1 и n_2 достигает максимума при равенстве плотностей компонент, т. е. когда $m_1 n_1 = m_2 n_2$.

В рассматриваемом случае $n_{\text{H}}/n_{\text{He}^{2+}} = 9/1$ и отношение плотностей $x \equiv m_{\text{H}}n_{\text{H}}/(m_{\text{He}^{2+}}n_{\text{He}^{2+}}) = 9/4$. Поэтому отношение ρ_{\perp} к максимальному значению ρ_{\perp}^{m} составляет

$$\rho_{\perp}/\rho_{\perp}^{\text{m}} = \frac{4}{(\sqrt{x} + 1/\sqrt{x})^2} \approx 0,85. \quad (38)$$

Величина ρ_{\perp} в области II зависит от доли гелия слабо: при концентрационной доле гелия от 7% до 20% поперечное сопротивление ρ_{\perp} меняется от $0,71\rho_{\perp}^{\text{m}}$ до ρ_{\perp}^{m} .

В области III аналитическое выражение для ρ_{\perp} находится из скорости диссипации энергии за счёт трения нейтральных частиц и ионов, при этом диссипацией энергии вследствие трения между разными сортами ионов пренебрегается. Запишем уравнение Эйлера для нейтральной компоненты A и всех заряженных компонент вместе в виде, аналогичном (24):

$$m_{\text{A}}n_{\text{A}} \frac{d\mathbf{u}}{dt} = \mathbf{f}_{\text{тр}}, \quad \sum_{\alpha \neq \text{A}} m_{\alpha}n_{\alpha} \frac{d\mathbf{u}}{dt} = \frac{1}{c} [\mathbf{j}, \mathbf{B}] - \mathbf{f}_{\text{тр}}. \quad (39)$$

Поскольку на нейтральные частицы электрические силы не действуют, для них необходимо учитывать силу трения $\mathbf{f}_{\text{тр}}$. Исключая ускорение, получаем

$$\mathbf{f}_{\text{тр}} = \frac{m_{\text{A}}n_{\text{A}}}{m_{\text{A}}n_{\text{A}} + \sum_{\alpha \neq \text{A}} m_{\alpha}n_{\alpha}} \frac{1}{c} [\mathbf{j}, \mathbf{B}]. \quad (40)$$

В нашем случае нейтральные атомы водорода в основном испытывают трение о соответствующие ионы, поэтому сила трения $\mathbf{f}_{\text{тр}} \approx K_{\text{pH}}(\mathbf{v}_{\text{p}} - \mathbf{v}_{\text{H}})$. Приравнявая два выражения для диссипируемой мощности, т. е. величины $\rho_{\perp}j_{\perp}^2$ и $\mathbf{f}_{\text{тр}}^2/K_{\text{AA}+}$, получаем для водорода

$$\frac{B^2}{n_{\text{e}}^2 b_{\text{i0}}^2} \rho_{\text{i0}} = \rho_{\perp} = \frac{(m_{\text{H}}n_{\text{H}})^2}{c^2 \left(m_{\text{H}}n_{\text{H}} + \sum_{\alpha \neq \text{H}} m_{\alpha}n_{\alpha} \right)^2} B^2. \quad (41)$$

Для случая, когда необходимо учитывать трение нейтральной компоненты сразу о несколько ионизованных компонент, можно получить выражение, аналогичное (41), методом возмущений по коэффициентам трения между ионизованными компонентами $K_{\alpha\beta}$ в пределе $K_{\alpha\beta} \rightarrow 0$, по плотности нейтральной компоненты $m_{\text{A}}n_{\text{A}} \rightarrow 0$ и при сильных магнитных полях $B \rightarrow \infty$. Вместо K_{pH} в полученном выражении будет стоять сумма $\sum_{\beta} K_{\text{A}\beta}$. Значения, вычисленные по формуле (41) и полученные в разделе 3, различаются менее, чем на 1%.

Холловская компонента тензора удельного сопротивления ρ_{h} может быть найдена, как и формула (37) для ρ_{\perp} , методом возмущений в нулевом порядке по коэффициентам трения $K_{\alpha\beta}$, без учёта нейтральных частиц:

$$\rho_{\text{h}} = \frac{B}{c} \sum_{\alpha} \frac{m_{\alpha}^2 n_{\alpha}}{e_{\alpha}} \left/ \left(\sum_{\beta} m_{\beta} n_{\beta} \right)^2 \right. . \quad (42)$$

Полученное выражение соответствует (27).

5. ОБСУЖДЕНИЕ

Выражение (41) позволяет сравнить влияние различных сортов нейтральных частиц на педерсеновскую проводимость корональной плазмы. Как видно из (41), вклад нейтральных частиц

сорта А в поперечное сопротивление в области III пропорционален $(m_A n_A)^2 / K_{AA^+}$. Коэффициент трения можно оценить как

$$K_{AA^+} \sim m_A n_A (v_{TAA^+} n_A \sigma_{AA^+}^{\text{пер+ст}} + v_{Te} n_e \sigma_{Ae}^{\text{эл}}), \quad (43)$$

где первое слагаемое учитывает трение, связанное с изменением заряда при перезарядке или с изменением скорости во время столкновения, а второе слагаемое учитывает трение, связанное с изменением заряда при ионизации электронным ударом. Сечения $\sigma_{AA^+}^{\text{пер+ст}}$ и $\sigma_{AA^+}^{\text{эл}}$ являются усреднёнными сечениями соответствующих процессов. Для водорода оба слагаемых имеют одинаковый порядок: отношение найденных в разделе 2 коэффициентов трения $K_{pH}^{\text{пер}} / K_{pH}^{\text{эл}}$ с ростом температуры T сначала уменьшается от 1,7 при $T = 5 \cdot 10^5$ К до 1,6 при $T = 7 \cdot 10^5$ К, затем увеличивается до 3,8 при $T = 10^7$ К. Для более тяжёлых атомов второе слагаемое даёт больший вклад из-за меньших концентраций нейтральных частиц n_A , меньшего сечения перезарядки и меньшей тепловой скорости v_{TAA^+} . Поэтому для грубой оценки достаточно учесть только второе слагаемое:

$$\rho_{\perp} \propto \frac{(m_A n_A)^2}{K_{AA^+}} \approx \frac{m_A n_A}{v_{Te} n_e \sigma_{Ae}^{\text{эл}}} \propto \frac{m_A n_A}{\sigma_{Ae}^{\text{эл}}}. \quad (44)$$

Таким образом, наибольший вклад в педерсеновское сопротивление плазмы даёт сорт нейтральных частиц А, для которого максимальна величина $m_A n_A / \sigma_{Ae}^{\text{эл}}$, где $\sigma_{Ae}^{\text{эл}}$ — сечение ионизации электронным ударом. Поскольку $\sigma_{Ae}^{\text{эл}}$ меняется в меньшем диапазоне, чем концентрации нейтральных частиц, наибольший вклад даёт наиболее плотная нейтральная компонента. Для условий короны это нейтральный водород (рис. 1).

Диссипация электрического тока в корональной плазме за счёт трения ионов о нейтральные частицы (случай соответствует области III на рис. 2) также исследовалась в статьях [3] и [14]. Сравнивая выражение для мощности омической диссипации в единице объёма $q = \mathbf{E}' \cdot \mathbf{j} = \rho_{\parallel} \mathbf{j}^2 + (\rho_{\perp} - \rho_{\parallel}) [\mathbf{B}, \mathbf{j}]^2 / B^2$ с формулой (14) из [3], приходим к величине поперечного удельного сопротивления

$$\rho_{\perp}^{3-\text{III}} = 4,5 \cdot 10^{15} \frac{1 + T / (1,71 \cdot 10^6)}{T^{3/2}} \frac{B^2}{n_e^2}, \quad (45)$$

что превышает значение $\rho_{\perp}^{\text{III}}$, полученное в данной статье при $T = 10^6$ К в $7 \cdot 10^3$ раз, а при $T = 10^7$ К — в $1,5 \cdot 10^4$ раз. Различие связано в первую очередь с использованием разных оценок для концентрации нейтральных частиц, а также с более сильным трением между последними и ионами, рассматриваемыми в данной статье.

В работе [14] рассчитывается профиль компонент σ_{\parallel} , σ_{\perp} и σ_h тензора проводимости $\hat{\sigma} = \hat{\rho}^{-1}$ в зависимости от вертикальной координаты z в модельной атмосфере Солнца для области от уровня фотосферы до границы нижней короны, результаты расчёта представлены там в виде графиков. Сравнить компоненты тензора проводимости с компонентами тензора сопротивлений можно с помощью соотношения

$$\frac{\rho_{\perp}}{\rho_{\parallel}} = \frac{\sigma_{\parallel} \sigma_{\perp}}{\sigma_{\parallel}^2 + \sigma_h^2}.$$

Параметры плазмы на верхней границе расчётной области, т. е. при $z = 2 \cdot 10^4$ км, возьмём из работы [14]: $T = 10^{6,203}$ К, $B = 5,1$ Гс, $n_e = 10^{8,79}$ см $^{-3}$, что соответствует $B/n_e = 8,3 \cdot 10^{-8}$ Гс \cdot см $^3 \gg b_{i0}$, и по формулам (27) и (30)

$$\rho_{\parallel} = 8,4 \cdot 10^{-17} \text{ с}^{-1}, \quad \rho_{\perp} = 5 \cdot 10^{-14} \text{ с}^{-1}, \quad \rho_h = 5,8 \cdot 10^{-10} \text{ с}^{-1}.$$

Компоненты тензора проводимости, измеренные по графикам из [14], равны $\sigma_{\parallel}^G = 10^{15,800 \pm 0,003} \text{ c}^{-1}$, $|\sigma_{\text{h}}^G| = 10^{9,243 \pm 0,002} \text{ c}^{-1}$, $\sigma_{\perp}^G = 10^{2,749 \pm 0,003} \text{ c}^{-1}$, откуда

$$\rho_{\parallel}^G = 1,6 \cdot 10^{-16} \text{ c}^{-1}, \quad \rho_{\perp}^G = 1,8 \cdot 10^{-16} \text{ c}^{-1}, \quad \rho_{\text{h}}^G = 5,7 \cdot 10^{-10} \text{ c}^{-1}.$$

Расхождение по ρ_{\parallel} в 2 раза связано с тем, что в настоящей работе учитывается анизотропия трения с электронной компонентой, см. (9). Расхождение по ρ_{\perp}^G примерно в 300 раз связано с ошибкой в [14]: в разделе 2.1, где вводятся исходные формулы по работе [22], в замагниченность M_i , как и в [22], входит эффективная частота столкновений ионов только с нейтральными частицами, а в разделе 2.2.1 и далее, где автор переходит к количественным оценкам, туда входят столкновения ионов со всеми частицами, включая заряженные. Эта ошибка приводит к недооценке M_i и $\rho_{\perp} = \sigma_{\parallel}^{-1} [1 + (\rho_{\text{h}}/\rho)^2 M_e M_{i,\text{eff}}]$ в $\nu_{\text{pe}}/\nu_{\text{pH}} \approx 3000$ раз. Оставшееся отличие в 10 раз может объясняться использованием разных данных для сечения рассеяния ионов на нейтральных частицах или разными моделями солнечной атмосферы. О других исследованиях проводимости корональной плазмы автору не известно.

Отметим одну интересную особенность полученных выражений: поскольку педерсеновская компонента тензора сопротивлений ρ_{\perp} при достаточно сильных полях B в области III растёт пропорционально B^2 , а холловская компонента — пропорционально B , то выше определённого значения B/n_e величина ρ_{\perp} превысит ρ_{h} . Переход между этими режимами происходит в точке

$$\frac{B}{n_e} = b^* \approx 5 \cdot 10^{-14} T^{3/2} \text{ Гс} \cdot \text{см}^3. \quad (46)$$

Расчёты показывают, что при $B/n_e > b^*$ компоненты ρ_{\perp} и ρ_{h} продолжают увеличиваться по тому же закону, в то время как компоненты

$$\sigma_{\perp} = \frac{\rho_{\perp}}{\rho_{\perp}^2 + \rho_{\text{h}}^2}, \quad \sigma_{\text{h}} = \frac{\rho_{\text{h}}}{\rho_{\perp}^2 + \rho_{\text{h}}^2} \quad (47)$$

тензора проводимости $\hat{\sigma} = \hat{\rho}^{-1}$ при увеличении B/n_e спадают медленнее: при $b_{i0} < B/n_e < b^*$ величина $\sigma_{\perp} = \text{const}$, $\sigma_{\text{h}} \propto (B/n_e)^{-1}$, а при $B/n_e > b^*$ $\sigma_{\perp} \propto (B/n_e)^{-2}$, $\sigma_{\text{h}} \propto (B/n_e)^{-3}$.

В данной работе не рассматривался электрический ток, возникающий из-за диффузии заряженных компонент под действием градиентов давлений $-\nabla p_{\alpha}$. Нахождение диффузионного электрического тока представляет собой отдельную задачу, поскольку его величина при описании плазмы в рамках одножидкостной магнитогидродинамики зависит от предположений относительно соотношения между градиентами давлений для различных компонент плазмы, которое может различаться в зависимости от причин возникновения неоднородного распределения плазмы, и требует отдельного исследования. Задача о диффузии многокомпонентной плазмы в магнитном поле рассматривалась в [6]. Поскольку уравнения для скоростей компонент линейны, в рассматриваемом приближении диффузионный ток и ток проводимости складываются и поэтому могут быть определены по отдельности. В некоторых задачах в силу геометрии рассматриваемой системы диффузионный ток оказывается несущественным.

Работа поддержана РФФИ (грант 08-02-00119-а) и Отделением физических наук РАН (программа VI.15 «Плазменные процессы в солнечной системе»). Автор выражает благодарность В. В. Зайцеву за прочтение рукописи и сделанные замечания.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Каулинг Т. Магнитная гидродинамика. М.: Изд-во иностр. лит., 1959.

2. Zaitsev V. V., Stepanov A. V. // *Solar Phys.* 1992. V. 139. P. 343.
3. Зайцев В. В., Шибасаки К. // *Астрон. журн.* 2005. Т. 82. С. 1127.
4. Зайцев В. В., Ходаченко М. Л. // *Изв. вузов. Радиофизика.* 1997. Т. 40. С. 176.
5. Зайцев В. В., Круглов А. А. // *Астрон. журн.* 2008. Т. 85. С. 1028.
6. Брагинский С. И. // *Вопросы теории плазмы. Вып. 1.* Госатомиздат, 1963. С. 183.
7. Гершман Б. Н. *Динамика ионосферной плазмы.* М.: Наука, 1974. 256 с.
8. Kan J. R., Lyu L. H. // *J. Geophys. Res.* 1990. V. 95, No. 4. P. 4239.
9. Baranov V. B., Fahr H. J. // *J. Geophys. Res. A.* 2003. V. 108, No. 3. P. 1110.
10. Baranov V. B., Fahr H. J. // *J. Geophys. Res. A.* 2003. V. 108, No. 12. P. 1439.
11. Pinto C., Galli D., Vacciotti F. // *Astron. Astrophys.* 2008. V. 484. P. 1.
12. Корецкий М., Kuklin G. V. // *Solar Phys.* 1969. V. 6. P. 241.
13. Oster L. // *Solar Phys.* 1968. V. 3. P. 543.
14. Goodman M. L. // *Astron. Astrophys.* 2004. V. 416. P. 1159.
15. Brosius J. W., Davila J. M., Thomas R. J., Monsignori-Fossi B. C. // *Astrophys. J. Suppl. Ser.* 1996. V. 106. P. 143.
16. Шестов С. В., Кузин С. В., Урнов А. М. и др. // *Письма в Астрон. журн.* 2010. Т. 36. С. 46.
17. Mullan D. J., Mathioudakis M., Bloomfield D. S., Christian D. J. // *Astrophys. J. Suppl. Ser.* 2006. V. 164. P. 173.
18. Bryans P., Badnell N. R., Gorczyca T. W., et al. // *Astrophys. J. Suppl. Ser.* 2006. V. 167. P. 343.
19. Голант В. Е., Жилинский А. П., Сахаров И. Е. *Основы физики плазмы.* М.: Атомиздат, 1975.
20. Voronov G. S. // *Atomic Data and Nuclear Data Tables.* 1997. V. 65. P. 1.
21. Sakabe S., Izawa Y. // *Phys. Rev. A.* 1992. V. 45. P. 2086.
22. Mitchner M., Kruger C. H. *Partially ionized gases.* New York: Wiley, 1973.

Поступила в редакцию 23 июля 2010 г.; принята в печать 22 января 2011 г.

CONDUCTIVITY TENSOR OF THE CORONAL PLASMA

A. A. Kruglov

We study plasma conductivity in the framework of the magnetohydrodynamic approximation in the conditions typical of the coronas of the Sun and stars of late spectral classes. The problem of finding the components of the tensor of specific plasma conductivity is reduced to derivation of approximate formulas and numerical values. It is shown that two regimes of dissipation of the current propagating across the magnetic field can realize in the corona, specifically, one due to the friction of the ion and neutral plasma components (Cowling conductivity) and the other, due to the friction of two different ion components. The first regime is realized in the larger part of the lower corona, whereas the precondition for realization of the second regime, i.e., $B/n_e < 10^{-9} \text{ G}\cdot\text{cm}^3$, where B is the magnetic field and n_e is the electron density, can be satisfied in the base of the solar corona or in coronal streamers. In the second regime, the rate of the transverse-current dissipation increases tenfold compared with the hydrogen plasma. The longitudinal and Hall's components of the specific-conductivity tensor differ little from their values for the electron-proton plasma. The paper draws attention to the fact that a significant part in the friction of neutral and ionized hydrogen atoms, is played by the momentum exchange due to ionization and recombination during electron collisions, as well as by the momentum exchange due to the charge transfer.