

УДК 534.6.08:534.286.2

## ВЛИЯНИЕ НЕЛИНЕЙНЫХ ЭФФЕКТОВ НА РЕЗУЛЬТАТЫ ИЗМЕРЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТА ПОГЛОЩЕНИЯ УЛЬТРАЗВУКА В ЖИДКОСТИ РЕЗОНАТОРНЫМ МЕТОДОМ

А. В. Шацкий, Л. А. Шацкая

Самарский государственный технический университет, г. Самара, Россия

Рассмотрена проблема влияния нелинейных эффектов на результаты измерения коэффициента поглощения ультразвука в жидкости с помощью резонатора. Проведён расчёт относительных амплитуд и амплитудно-частотной характеристики нелинейного ультразвукового резонатора с плоскими пьезопреобразователями. Определены области частот, при работе на которых влияние нелинейных эффектов оказывается значительным. Показано, что время релаксации основной гармоники в случае нелинейных колебаний значительно ниже, чем в линейном режиме, что приводит к завышению измеренного коэффициента поглощения ультразвука.

### ВВЕДЕНИЕ

Исследование коэффициента поглощения и скорости распространения ультразвуковых волн в жидкости является важным средством изучения таких вопросов молекулярной физики, как природа межмолекулярных сил и кинетика молекулярных процессов, имеющих большое значение для дальнейшего развития молекулярной теории. Существуют различные методы измерения акустических параметров жидких сред, к которым в первую очередь относятся методы прецизионной ультразвуковой спектроскопии, успешно применяемые в диапазоне 0,1 ÷ 100 МГц. Одним из наиболее распространённых методов, относящихся к прецизионным, является резонаторный метод. В данном методе с помощью генератора колебаний в акустическом резонаторе возбуждается стоячая волна. При отключении генератора амплитуда стоячей волны убывает, и измеряется время  $\tau$  спада амплитуды колебаний в  $e$  раз. Коэффициент поглощения определён выражением  $\alpha/f^2 = 1/(c\tau f^2)$ , где  $\alpha$  — коэффициент поглощения,  $c$  — скорость распространения ультразвуковых волн,  $f$  — частота колебаний.

Однако исследования в широком диапазоне частот требуют учёта разнообразных эффектов, оказывающих влияние на точность определения акустических параметров веществ. Анализ экспериментальных работ [1–6] показывает, что наиболее существенное влияние на результаты измерений оказывают нелинейные и дифракционные эффекты. Так, в резонаторном методе экспериментально обнаруживаются области частот, на которых в спектре выходного сигнала резонатора неизбежно появляются высшие гармоники даже при работе на достаточно малых амплитудах возбуждающего напряжения. Это ведёт к

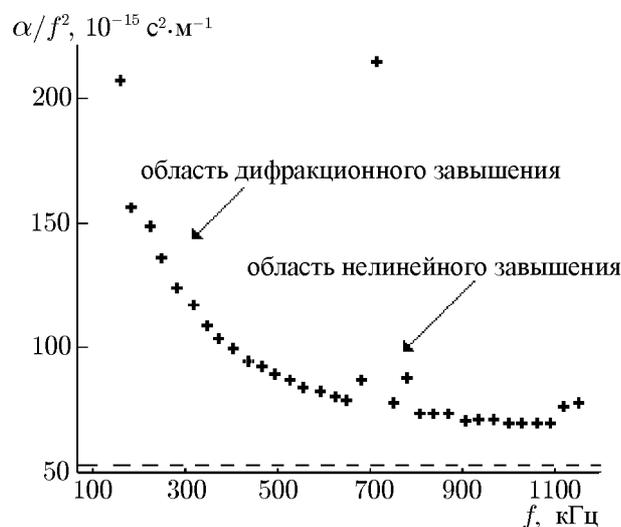


Рис. 1. Зависимость величины  $\alpha/f^2$  от частоты  $f$  в гексане при температуре 253 К, полученная акустическим резонатором с объёмом 100 мл. Штриховая линия соответствует «истинному» значению  $\alpha/f^2$

значительному завышению измеренного коэффициента поглощения, и проведение экспериментов в данных областях частот становится невозможным. Такое завышение экспериментальных данных в окрестности частоты 722 кГц представлено на рис. 1. Для простых жидкостей данное обстоятельство не является значимым, поскольку для них величина  $\alpha/f^2$  является постоянной во всех диапазонах частот. Однако при исследовании, например, термической релаксации в жидкостях и определении потенциальных барьеров вращательной изомерии молекул, где необходимо определять частоту релаксации, такое завышение может привести к значительному искажению результатов эксперимента.

Известные на сегодняшний день поправочные формулы удовлетворительно учитывают только дифракционное (низкочастотное) завышение (см. рис. 1) при измерении коэффициента поглощения с помощью резонатора. Для учёта влияния нелинейных эффектов поправочных формул не существует. В известной авторам литературе также отсутствуют рекомендации по устранению или учёту влияния такого рода эффектов.

В данной работе исследовано явление возникновения нелинейных эффектов при измерении коэффициента поглощения ультразвука в жидкости с помощью резонаторов, а также предложена методика устранения их влияния на результаты эксперимента.

### 1. АМПЛИТУДНО-ЧАСТОТНАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА НЕЛИНЕЙНОГО АКУСТИЧЕСКОГО РЕЗОНАТОРА С ПЛОСКИМИ ПЬЕЗОПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯМИ

Рассмотрим одномерный жидкостный резонатор, где слой жидкости с толщиной  $2L$ , ограничен плоскими пьезопреобразователями с толщиной  $d$ . Геометрия задачи представлена на рис. 2. Для нахождения распределения амплитуд ультразвуковых волн в слое жидкости воспользуемся уравнениями Бюргера следующего вида:

$$\frac{\partial v^{(+)}}{\partial z} - \frac{\epsilon}{c^2} v^{(+)} \frac{\partial v^{(+)}}{\partial \theta_+} = \frac{b}{2\rho c^3} \frac{\partial^2 v^{(+)}}{\partial \theta_+^2}, \quad \frac{\partial v^{(-)}}{\partial z} - \frac{\epsilon}{c^2} v^{(-)} \frac{\partial v^{(-)}}{\partial \theta_-} = -\frac{b}{2\rho c^3} \frac{\partial^2 v^{(-)}}{\partial \theta_-^2}, \quad (1)$$

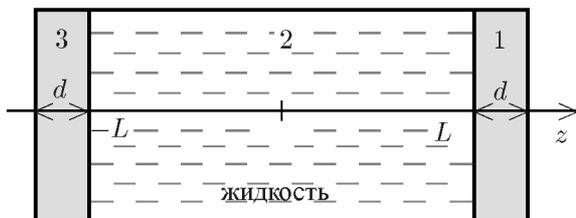


Рис. 2. Геометрия задачи: одномерный жидкостный резонатор с плоскими пьезопреобразователями

где  $v = \partial u / \partial t$  — колебательная скорость частиц среды,  $u$  — смещение частиц вдоль оси  $z$ ,  $\epsilon$  — параметр нелинейности,  $\rho$  и  $c$  — плотность и скорость звука в жидкости соответственно,  $b$  — коэффициент диссипации,  $\theta$  — время в сопровождающей системе координат. Индекс «+» в данных уравнениях соответствует волнам, бегущим в положительном направлении оси  $z$  ( $\theta_+ = t - z/c$ ), индекс «-» — в отрицательном направлении ( $\theta_- = t + z/c$ ). Для решения данных уравнений воспользуемся методом последовательных приближений. Решение будем искать в виде

$$v^{(+)}(z, \theta_+) = \sum_n v_n^{(+)}(z) \exp(jn\omega\theta_+), \quad v^{(-)}(z, \theta_-) = \sum_n v_n^{(-)}(z) \exp(jn\omega\theta_-), \quad (2)$$

где  $j$  — мнимая единица,  $\omega$  — циклическая частота возбуждаемого сигнала,  $n$  — номер приближения (гармоники), причём  $v_{n+1} \ll v_n$ , что определяет границы применимости данного метода. В данном случае можно ограничиться рассмотрением первых трёх приближений, поскольку более высокие приближения не оказывают существенного влияния на волновой процесс [6, 7]. Подставив решения в виде (2) в уравнения (1) и ограничиваясь рассмотрением первых трёх гармоник,

получим систему неоднородных линейных дифференциальных уравнений

$$\frac{\partial v_1^{(+)}}{\partial z} + \alpha v_1^{(+)} = 0, \quad \frac{\partial v_1^{(-)}}{\partial z} - \alpha v_1^{(-)} = 0, \quad (3)$$

$$\frac{\partial v_2^{(+)}}{\partial z} + 4\alpha v_2^{(+)} = \frac{\epsilon}{c^2} j\omega [v_1^{(+)}]^2, \quad \frac{\partial v_2^{(-)}}{\partial z} - 4\alpha v_2^{(-)} = \frac{\epsilon}{c^2} j\omega [v_1^{(-)}]^2, \quad (4)$$

$$\frac{\partial v_3^{(+)}}{\partial z} + 9\alpha v_3^{(+)} = \frac{\epsilon}{c^2} 3j\omega [v_1^{(+)}v_2^{(+)}], \quad \frac{\partial v_3^{(-)}}{\partial z} - 9\alpha v_3^{(-)} = \frac{\epsilon}{c^2} 3j\omega [v_1^{(-)}v_2^{(-)}], \quad (5)$$

где  $\alpha = b\omega^2/(2\rho c^3)$  — коэффициент поглощения ультразвука в жидкости. Решение неоднородных линейных дифференциальных уравнений (3)–(5) будет складываться из решений однородных дифференциальных уравнений и некоторого частного решения, которое определяется путём подстановки уже полученного решения, найденного в соответствии с граничными условиями, в правую часть уравнения более высокого приближения. Стоячая волна представляет собой суперпозицию каждой из гармонических составляющих ультразвукового поля, имеющих частоту  $n\omega$ , колебательная скорость которых представляется в виде

$$\begin{aligned} V^n(z, \theta_+, \theta_-) &= v_n^{(+)}(z) \exp(jn\omega\theta_+) + v_n^{(-)}(z) \exp(jn\omega\theta_-) = \\ &= v_n^{(+)}(z) \exp[jn\omega(t - z/c)] + v_n^{(-)}(z) \exp[jn\omega(t + z/c)]. \end{aligned} \quad (6)$$

Тогда общее решение уравнения (1) примет вид

$$V(z, t) = \sum_n V^n(z, t). \quad (7)$$

Получив общее решение для слоя жидкости, перейдём непосредственно к постановке задачи. Пусть  $u_i^{(n)}$ ,  $T_i^{(n)}$  — соответственно смещение и упругое напряжение для волн  $n$ -ой гармоники в слое с номером  $i$ , который принимает значение 1 при  $L \leq z \leq L+d$ , 2 — при  $-L \leq z \leq L$  и 3 — при  $-L-d \leq z \leq -L$ . Зададим граничные условия для ультразвуковых волн, распространяющихся в пьезопластинах и жидкости:

$$T_1^{(n)}(z = L + d) = 0; \quad (8)$$

$$T_1^{(n)}(z = L) = T_2^{(n)}; \quad (9)$$

$$u_1^{(n)}(z = L) = u_2^{(n)}; \quad (10)$$

$$T_2^{(n)}(z = -L) = T_3^{(n)}; \quad (11)$$

$$u_2^{(n)}(z = -L) = u_3^{(n)}; \quad (12)$$

$$T_3^{(n)}(z = -L - d) = 0. \quad (13)$$

Согласно основным уравнениям пьезоэффекта для продольной моды колебаний [7], можно записать

$$T_i^{(n)} = c_j^D \frac{\partial u_i^{(n)}}{\partial z} - h_i D_i^{(n)}; \quad (14)$$

$$E_i^{(n)} = -h_i \frac{\partial u_i^{(n)}}{\partial z} + \beta^s D_i^{(n)}, \quad (15)$$

где  $E_i^{(n)}$  — напряжённость электрического поля в слое с номером  $i$  (см. рис. 2),  $D_3^{(1)}$  — амплитуда электрической индукции в возбуждаемой пьезопластине (амплитуда электрической индукции в приёмной пьезопластине равна нулю),  $c_i^D$  — модуль упругости при постоянной индукции,  $h_1 = h_3 = h$  — пьезоэлектрическая постоянная,  $h_2 = 0$ ,  $\beta^s = 1/(\varepsilon\varepsilon_0)$ ,  $\varepsilon$  — относительная диэлектрическая проницаемость при постоянной деформации,  $\varepsilon_0$  — электрическая постоянная. Для слоя жидкости величина  $T_2^{(n)} = c_2^D \partial u_2^{(n)} / \partial z$  определяет звуковое давление в жидкости, где  $c_2^D = \rho_2 c_2^2$ ,  $\rho_2$  и  $c_2$  — плотность жидкости и скорость звука в ней соответственно.

Стоячую ультразвуковую волну в резонаторе представим в виде суперпозиции двух плоских волн, распространяющихся навстречу друг другу. Тогда стационарное решение волнового уравнения для первой гармоники имеет вид

$$u_i^{(1)}(z) = A_i^{(1)} \exp[-j(k_i - j\alpha_i)z] + B_i^{(1)} \exp[j(k_i - j\alpha_i)z], \quad (16)$$

где  $k_i$  — волновое число ультразвука,  $\alpha_i$  — коэффициент поглощения,  $A_i^{(1)}$  и  $B_i^{(1)}$  — амплитуды волн первой гармоники в слое с номером  $i$ . Подставляя полученное решение для волн первой гармоники в граничные условия (8)–(13), получим систему линейных алгебраических уравнений. Решая данную систему уравнений, найдём амплитуды волн для первой гармоники.

Нелинейными эффектами в пьезопластинах можно пренебречь по сравнению с аналогичными эффектами в слое жидкости [7], однако будем считать, что волны высших гармоник, распространяющиеся в жидкости, возбуждают в каждой пьезопластине стоячую волну с частотой  $n\omega$ . В результате выражение для амплитуд ультразвукового смещения высших гармоник в пьезопластинах примет вид

$$u_i^{(n)}(z) = A_i^{(n)} \exp[-jn(k_i - j\alpha_i)z] + B_i^{(n)} \exp[jn(k_i - j\alpha_i)z], \quad (17)$$

где  $i = 1, 3$ .

Для нахождения амплитуды второй гармоники смещения в слое жидкости необходимо найти решение неоднородного дифференциального уравнения (4) системы (3)–(5). Решение будет состоять из суммы решения однородного уравнения и некоторого частного решения, которое определяется подстановкой в правую часть уравнения (4) найденного нами решения для волн первой гармоники в слое жидкости:

$$u_2^{(1)}(z) = A_2^{(1)} \exp[-j(k_2 - j\alpha_2)z] + B_2^{(1)} \exp[j(k_2 - j\alpha_2)z]. \quad (18)$$

Тогда частное решение уравнения (4) примет вид

$$\bar{u}_2^{(2)}(z) = R_{(+)}^{(2)} \exp[-2j(k_2 - j\alpha_2)z] + R_{(-)}^{(2)} \exp[2j(k_2 - j\alpha_2)z], \quad (19)$$

где  $R_{(+)}^{(2)}$  и  $R_{(-)}^{(2)}$  — коэффициенты, стоящие перед частными решениями для волн, распространяющихся соответственно в положительном и отрицательном направлении оси  $z$ , определяемые при подстановке выражения (18) в уравнение (4). Общее решение уравнения (4) запишется следующим образом:

$$u_2^{(2)}(z) = A_2^{(2)} \exp[-2j(k_2 - j2\alpha_2)z] + R_{(+)}^{(2)} \exp[-2j(k_2 - j\alpha_2)z] + B_2^{(2)} \exp[2j(k_2 - j2\alpha_2)z] + R_{(-)}^{(2)} \exp[2j(k_2 - j\alpha_2)z]. \quad (20)$$

Подставляя выражение (20) и (17) в граничные условия (8)–(13), получим систему линейных алгебраических уравнений, из решения которой найдём амплитуды ультразвукового смещения для волн второй гармоники в каждом из слоёв.

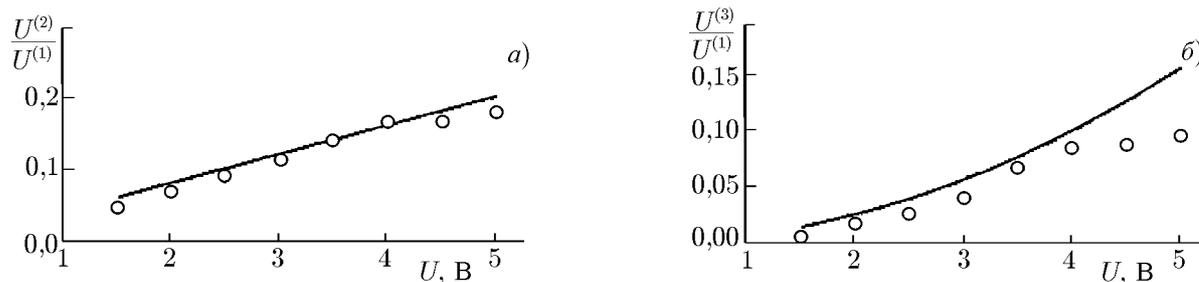


Рис. 3. Зависимость относительных амплитуд второй (а) и третьей (б) гармоник от амплитуды возбуждающего напряжения (точки соответствуют экспериментальным данным)

Аналогичным образом находятся амплитуды ультразвуковых волн в каждом из слоёв для третьей гармоники. Амплитуда электрического напряжения, снимаемого с приёмной пьезопластины, определяется выражением

$$U^{(n)} = - \int_L^{L+d} E_1^{(n)} dz, \quad (21)$$

где  $E_1^{(n)} = -h \partial u_1^{(n)} / \partial z$ .

На рис. 3 приводятся результаты расчёта зависимости относительных амплитуд высших гармоник от амплитуды возбуждающего напряжения (точками отмечены экспериментальные данные). На рис. 4 приводятся теоретические расчёты зависимости амплитуд гармоник от величины  $x = f_L / f_q$ , где  $f_L = mc / (4L)$  — резонансная частота слоя жидкости,  $m$  — номер резонансного пика,  $f_q = c_q / (2d)$  — резонансная частота кварцевого пьезопреобразователя,  $c_q$  — скорость звука в кварце. Все расчёты проводились при следующих параметрах исследуемого резонатора:  $L = 10,25$  мм;  $d = 2$  мм; параметр нелинейности  $\epsilon = 5,9$ ;  $\alpha / f^2 = 60 \cdot 10^{-15}$   $c^2/м$ ;  $h = 0,1$ ; в качестве исследуемой жидкости использовался ацетон при температуре  $T = 293$  К.

Результаты расчёта, приведённые на рис. 3, в достаточной степени можно считать достоверными лишь для сравнительно малых амплитуд возбуждающего напряжения (приблизительно до 4 В), т. е. до тех пор, пока нелинейность считается достаточно малой. При дальнейшем увеличении амплитуды возбуждающего напряжения наблюдается расхождение теоретических и экспериментальных данных, как видно из рис. 3б. Это объясняется тем, что метод последовательных приближений, применяемый в данной задаче, пригоден только для достаточно малых амплитуд ультразвукового сигнала. К тому же уравнения Бюргерса, используемые при решении данной задачи, не учитывают нелинейное взаимодействие между встречными волнами, а также передачу энергии от высших гармоник к более низким, что имеет место в реальных распределённых нелинейных колебательных системах. Таким образом, из полученных зависимостей, приведённых на рис. 3, можно определить границы применимости данного метода при расчётах любых других характеристик нелинейного акустического резонатора с плоскими пьезопреобразователями.

Расчёты, приведённые на рис. 4, проведены уже с учётом ограничений, налагаемых на амплитуду возбуждающего воздействия при использовании данного метода ( $U_3^{(1)} = 2,5$  В). Видно, что для достаточно малых амплитуд возбуждающего воздействия при измерении акустических параметров исследуемой жидкости существуют области частот, где неизбежно возникают нелинейные эффекты, которые необходимо учитывать при проведении опытов. Наиболее проблемной областью, где нелинейные эффекты проявляются в значительной степени, является область частот вблизи половинной резонансной частоты кварцевого преобразователя. Это объясняется тем, что на данной частоте вторая гармоника является резонансной для приёмного пьезопреобразо-

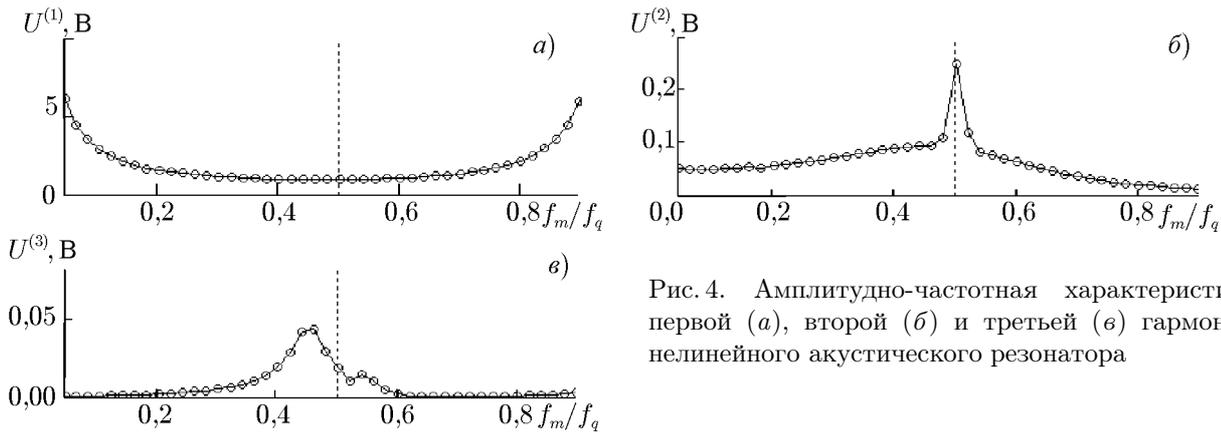


Рис. 4. Амплитудно-частотная характеристика первой (а), второй (б) и третьей (в) гармоник нелинейного акустического резонатора

вателя, в результате чего её амплитуда резко возрастает и становится сравнимой с амплитудой основной гармоники. Также вторая гармоника начинает участвовать в образовании более высокой — третьей гармоники. Всё это ведёт к значительному искажению измеряемого коэффициента поглощения ультразвука в жидкости, о котором было сказано во введении.

## 2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ПОГЛОЩЕНИЯ РЕЗОНАТОРНЫМ МЕТОДОМ ПРИ НЕЛИНЕЙНОМ РАСПРОСТРАНЕНИИ УЛЬТРАЗВУКОВЫХ ВОЛН

Для измерения коэффициента поглощения в окрестности половинной резонансной частоты приёмного кварцевого преобразователя, где нелинейные эффекты проявляются в значительной степени, необходимо определить время спада колебаний при нелинейном взаимодействии гармоник. В данном случае поглощением и нелинейным взаимодействием гармоник в кварцевых преобразователях, по сравнению с таковыми в жидкости, можно пренебречь [8, 9]. Кроме того, сами преобразователи жёстко прикрепляются к корпусу резонатора по контуру. Поэтому можно рассмотреть одномерный ультразвуковой резонатор с абсолютно жёсткими стенками, между которыми распространяются ультразвуковые волны. Для нахождения амплитуд ультразвуковых волн воспользуемся волновым уравнением, записанным в переменных Лагранжа [8, 9]:

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = \frac{c^2}{(1 + \partial \xi / \partial a)^{\gamma+1}} \frac{\partial^2 \xi}{\partial a^2} \tag{22}$$

Здесь  $\xi$  и  $a$  — смещение и координата в переменных Лагранжа соответственно,  $\gamma$  — показатель адиабаты жидкости. Данное уравнение, в отличие от уравнений Бюргера для бегущих волн (1), описывает нелинейные волны, распространяющиеся в обе стороны, и взаимодействие волн между собой [10]. В нашем случае жидкость является вязкой, и уравнение (22) приобретает достаточно сложный вид, однако на основе качественных соображений его часто дополняют диссипативным слагаемым, содержащим старшую производную [8]:

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = \frac{c^2}{(1 + \partial \xi / \partial a)^{\gamma+1}} \frac{\partial^2 \xi}{\partial a^2} + \frac{b}{\rho} \frac{\partial^3 \xi}{\partial a^2 \partial t} \tag{23}$$

При малых  $\xi$  можно воспользоваться уравнением, полученным из (23) разложением члена  $(1 + \partial \xi / \partial a)^{\gamma+1}$  в степенной ряд. Оставляя первые два члена разложения, получим уравнение

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial a^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = 2\epsilon \frac{\partial \xi}{\partial a} \frac{\partial^2 \xi}{\partial a^2} - \frac{b}{c^2 \rho} \frac{\partial^3 \xi}{\partial a^2 \partial t} \tag{24}$$

где  $\epsilon = (\gamma + 1)/2$  — параметр нелинейности среды. В качестве начального условия выберем стоячую волну обычного синусоидального типа. Также предположим, что в резонаторе могут взаимодействовать только три основных моды, и будем искать решение уравнения (24) в следующем виде:

$$\xi(t, a) = A_1(t) \sin(ka) + A_2(t) \sin(2ka) + A_3(t) \sin(3ka). \quad (25)$$

Группируя выражения, стоящие при  $\sin(ka)$ ,  $\sin(2ka)$  и  $\sin(3ka)$ , придём к следующим уравнениям:

$$\frac{1}{c^2} \frac{d^2 A_1}{dt^2} + \frac{b}{c^2 \rho} k^2 \frac{dA_1}{dt} + k^2 A_1 = 2\epsilon k^3 (A_1 A_3 + 3A_2 A_3), \quad (26)$$

$$\frac{1}{c^2} \frac{d^2 A_2}{dt^2} + \frac{b}{c^2 \rho} 4k^2 \frac{dA_2}{dt} + 4k^2 A_2 = 2\epsilon k^3 \left( \frac{A_1^2}{2} + 3A_1 A_3 \right), \quad (27)$$

$$\frac{1}{c^2} \frac{d^2 A_3}{dt^2} + \frac{b}{c^2 \rho} 9k^2 \frac{dA_3}{dt} + 9k^2 A_3 = 2\epsilon k^3 (3A_1 A_2). \quad (28)$$

Если считать, что нелинейные и диссипативные члены в уравнениях (26)–(28) малы (порядка  $\mu$ ), то можно применить широко известный метод медленно меняющихся амплитуд и искать решение в виде  $A_n(t) = B_n(\mu t) \exp(jn\omega t) + \text{к. с.}$  Здесь  $B_n$  — медленно меняющиеся комплексные амплитуды распространяющихся гармоник. Сохраняя везде члены не выше первого порядка малости по  $\mu$ , получим

$$\frac{dB_1}{dt} + \frac{b}{2\rho} k^2 B_1 = -j\epsilon\omega k (B_1^* B_2 + 3B_2^* B_3), \quad (29)$$

$$\frac{dB_2}{dt} + \frac{b}{2\rho} 4k^2 B_2 = -\frac{j}{2} \epsilon\omega k \left( \frac{B_1^2}{2} + 3B_1^* B_3 \right), \quad (30)$$

$$\frac{dB_3}{dt} + \frac{b}{2\rho} 9k^2 B_3 = -\frac{j}{3} \epsilon\omega k (3B_1 B_2). \quad (31)$$

Здесь индекс «\*» означает комплексное сопряжение. В уравнениях (29)–(31) удобно перейти к действительным амплитудам и фазам. Полагая для этого  $B_n = C_n \exp(iS_n)$ , а затем выделяя из каждого уравнения вещественную и мнимую части, получим систему дифференциальных уравнений. Решение полученной системы проводилось численно с помощью метода Рунге–Кутты, начальные амплитуды и фазы определялись по результатам расчёта задачи, описанной в разделе 2, на частоте возбуждающего сигнала равной половине собственной частоты кварцевого пьезообразователя. Амплитуда возбуждающего напряжения составила  $U = 1,5$  В.

На рис. 5 приведены результаты расчёта амплитуды первой гармоники в случае линейных и нелинейных колебаний в резонаторе в зависимости от величины  $\Psi = \omega t$ , где  $\omega$  — циклическая частота возбуждаемого сигнала,  $B_{01}$  — амплитуда первой гармоники в начальный момент времени.

Решение данной задачи имеет очевидную практическую ценность. При исследовании коэффициента поглощения жидкости в резонаторах с помощью измерения времени затухания колебаний  $\tau$ , как уже было сказано ранее, экспериментаторы либо пропускают те диапазоны частот,

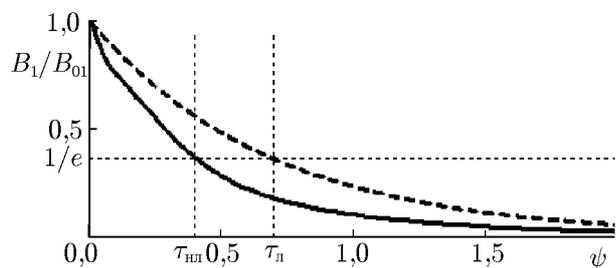


Рис. 5. Уменьшение амплитуды первой гармоники в акустическом резонаторе в случае нелинейных (сплошная линия) и линейных (штриховая линия) колебаний

в которых наблюдаются нелинейные эффекты, либо пользуются допущением, что распространяющиеся моды не взаимодействуют друг с другом, т. е. между ними не происходит обмена энергией. Затем отфильтровывают первую гармонику и измеряют время затухания колебаний  $\tau$ .

Если взаимодействием гармоник пренебречь (правые части уравнений системы (29)–(31) равны нулю), то решение такой системы для первой гармоники окажется достаточно простым и примет вид

$$B_1(\alpha, t) = B_{01} \exp(-\alpha t), \quad (32)$$

где  $\alpha = bk^2/(2\rho)$  — коэффициент поглощения жидкости,  $B_{01}$  — начальная амплитуда первой гармоники.

На рис. 5 показаны уменьшение амплитуды колебаний первой гармоники реально наблюдаемого сигнала с учётом взаимодействия гармоник и кривая, описываемая решением (32), полученным в предположении отсутствия взаимодействия гармоник между собой, построенные при одинаковых начальных условиях и одинаковых параметрах исследуемой среды. Также на рис. 5 указаны точки, в которых снимается отсчёт времени затухания колебаний  $\tau$ , за которое амплитуда уменьшается в  $e$  раз (пересечение прямой  $1/e$  и приведённых зависимостей). Полученные точки — реальное время затухания  $\tau_{\text{нл}}$  и время затухания для выражения (32)  $\tau_{\text{л}}$  — достаточно сильно отличаются друг от друга. При этом чем больше будет параметр нелинейности исследуемой среды, тем сильнее будет различие между  $\tau_{\text{нл}}$  и  $\tau_{\text{л}}$ . Это означает, что использование времени затухания колебаний  $\tau_{\text{нл}}$ , реально снимаемого прибором, путём подстановки в выражение (32) ведёт к значительному завышению рассчитываемого коэффициента поглощения  $\alpha$ . Поправку к таким результатам сделать достаточно сложно.

К истинному значению коэффициента поглощения можно приблизиться с использованием выражения (32), если отсчёт времени затухания колебаний начинать не в тот момент, когда амплитуда колебаний уменьшится в  $e$  раз, как это принято, а тогда, когда влияние высших гармоник станет пренебрежимо мало, т. е. их амплитуда, вследствие диссипации, станет достаточно малой по сравнению с амплитудой основной моды. На рис. 5 видно, что кривая, снимаемая прибором, с течением времени начинает вести себя, как кривая, построенная в предположении отсутствия взаимодействия гармоник между собой. Проводя одновременно отсчёт времени затухания  $\tau$  и амплитуды колебаний, можно достаточно просто рассчитать коэффициент поглощения. Уравнение для расчёта  $\alpha$  будет выглядеть следующим образом:

$$B(\alpha, t) = B(\alpha, 0)/N, \quad (33)$$

где  $N$  — коэффициент ослабления амплитуды колебаний за время  $\tau$ . Начальные значения амплитуд гармоник определяются с помощью анализатора спектра, использование которого обязательно при исследовании поглощения резонаторным методом. Из решения уравнения (33) находится коэффициент поглощения  $\alpha$ , отличие которого от истинного значения будет гораздо меньше.

Другим возможным способом определения коэффициента поглощения является решение обратной задачи: с известными величинами амплитуд высших гармоник и временем затухания акустических колебаний  $\tau_{\text{нл}}$  решается система дифференциальных уравнений (29)–(31) относительно параметра  $\alpha$ , что является, несомненно, более трудоёмким процессом.

### 3. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе исследовано влияние нелинейных эффектов на результаты измерения коэффициента поглощения ультразвуковых волн в жидкости резонаторным методом. Показано, что в спектре

выходного сигнала, даже при работе на достаточно малых амплитудах возбуждающего напряжения, существуют области частот, где неизбежно появляются высшие гармоники, величина которых сравнима с амплитудой основной гармоники. Сравнение экспериментальных данных и теоретических расчётов относительных амплитуд высших гармоник, в зависимости от возбуждающего напряжения, определило границы применимости метода последовательных приближений при исследовании нелинейных эффектов в акустическом резонаторе с плоскими пьезопреобразователями. Расчёт времени релаксации свободных колебаний в акустическом резонаторе при условии нелинейного взаимодействия волн показал, что время релаксации первой гармоники значительно меньше, чем в случае линейных колебаний. Это приводит к значительному завышению измеренного коэффициента поглощения. Возможным методом устранения влияния высших гармоник является измерение времени релаксации колебаний в тот момент, когда их амплитуды вследствие диссипации станут пренебрежимо малыми.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Eggers F., Kaatze U. // *Meas. Sci. Technol.* 1996. V. 7. P. 1.
2. Eggers F., Kaatze U., Richmann K., Telgmann T. // *Meas. Sci. Technol.* 1994. V. 6. P. 1131.
3. Eggers F. // *Acustica.* 1992. V. 76. P. 231.
4. Кононенко В. С., Прокопьев В. И., Тиранин В. Е. // *Физика волновых процессов и радиотехнические системы.* 2001. Т. 4, № 2. С. 69.
5. Кононенко В. С., Прокопьев В. И., Тиранин В. Е. // *Физика волновых процессов и радиотехнические системы.* 2004. Т. 7, № 2. С. 63.
6. Шацкий А. В. Влияние нелинейных и дифракционных эффектов при измерении коэффициента поглощения ультразвука в жидкости: Дисс. ... к. ф.-м. н. Самара, 2006. 148 с.
7. Кононенко В. С., Шацкий А. В. // *Физика волновых процессов и радиотехнические системы.* 2005. Т. 8, № 1. С. 103.
8. Кайно Г. *Акустические волны.* М.: Мир, 1990. 652 с.
9. Кононенко В. С., Шацкий А. В. // *Вестник СГАУ.* 2007. № 1 (12). С. 173.
10. Руденко О. В., Солуян С. И. *Теоретические основы нелинейной акустики.* М.: Наука, 1975. С. 287.

Поступила в редакцию 9 ноября 2011 г.; принята в печать 30 ноября 2011 г.

### THE INFLUENCE OF NONLINEAR EFFECTS IN THE MEASUREMENT OF THE ABSORPTION FACTOR OF ULTRASOUND IN A LIQUID WITH A RESONATOR

*A. V. Shatsky and L. A. Shatskaya*

The problem of influence of nonlinear effects is considered at measurement of factor of absorption of ultrasound in a liquid by means of the resonator. The calculated of the relative amplitudes and frequency response of a nonlinear ultrasonic resonator with a flat piezoelectric transducers. Areas of frequencies are determined, at operate on which influence of nonlinear effects appears significant. Time of a relaxation of the basic harmonic in case of nonlinear fluctuations, considerably below what in linear is shown, that leads to overestimate of the measured factor of absorption of ultrasound.