

УДК 542.34

ВЛИЯНИЕ ВЕТРОВОГО ВОЛНЕНИЯ НА КОГЕРЕНТНОСТЬ ИМПУЛЬСНЫХ СИГНАЛОВ И ЗАСВЕТКУ МОДОВОЙ ТЕНИ В МЕЛКОМ МОРЕ

М. А. Раевский, А. И. Хилько

Институт прикладной физики РАН, г. Нижний Новгород, Россия

Представлены результаты теоретического исследования влияния ветрового волнения на флуктуации акустических импульсных сигналов применительно к схемам маломодовой томографии мелкого моря. Приводятся результаты численного моделирования функции неопределённости широкополосных импульсов на протяжённых акустических трассах.

Как известно [1], в схеме маломодовой томографии предполагается использовать в качестве «подсветки» океанических объектов маломодовые акустические импульсы с тем, чтобы принимать рассеянные объектом сигналы на модах с другими номерами, обладающими высокой степенью ортогональности по отношению к излучаемым модам. Такое использование эффекта «модовой тени», в принципе, позволяет выделять весьма слабые рассеянные объектом сигналы и изучать его информативные характеристики. Реализация подобной схемы наблюдения требует протяжённых вертикальных апертур как для излучающей, так и для приёмной антенн, чтобы минимизировать уровень засветки «модовой тени», т. е. амплитуды паразитных мод. Кроме того, необходима достаточно высокая степень когерентности излучаемых акустических импульсов, поскольку используется также согласованная временная фильтрация, что позволяет осуществить дополнительную селекцию рассеянных сигналов в «поле видения». Здесь и далее термин «поле видения» означает многомерное пространство параметров, анализируемых приёмной системой (время запаздывания, доплеровская частота, номер моды и др.).

В регулярном волноводе выполнение этих двух принципиальных условий приводит к определённым требованиям для технических характеристик излучающей и приёмной систем. В реальных океанических волноводах выполнение этих требований оказывается необходимым, но не достаточным, т. к. случайные флуктуации среды распространения уменьшают степень когерентности зондирующих импульсных сигналов и, кроме того, приводят к увеличению энергии паразитных мод, т. е. повышают уровень засветки поля видения. Таким образом, исследование эффектов статистической трансформации энергии нормальных мод и пространственно-временной декорреляции импульсных сигналов при рассеянии зондирующих импульсов ветровым волнением, случайными внутренними волнами и другими факторами флуктуаций среды является принципиально необходимым для оценки эффективности томографических систем.

Предметом данной работы является теоретическое исследование влияния ветрового волнения на временную когерентность маломодовых импульсов и засветку модовой тени в мелком море. Исходным для анализа является полученное ранее уравнение переноса для двухчастотной функции когерентности амплитуд нормальных мод в волноводах с нерегулярной свободной границей [2]. Найдены приближённые решения уравнения переноса, позволяющие исследовать функции когерентности амплитуд нормальных мод для маломодовых импульсных сигналов. Получены аналитические выражения, описывающие эволюцию временной и частотной функций неопределённости широкополосных импульсов в зависимости от параметров ветрового волнения. Приведены также результаты численного моделирования исходного уравнения для двухчастотной функции когерентности амплитуд акустических мод в типичных условиях мелкого моря.

Рассмотрим распространение акустических импульсных сигналов в плоскостром океаническом волноводе с нерегулярной свободной границей, вертикальные смещения которой $\zeta(\mathbf{r}, t)$ обусловлены ветровым волнением. Предполагается, что спектральная частота f_0 излучаемых узкополосных импульсов соответствует низкочастотному диапазону $f_0 \leq 10^2$ Гц. В этом случае для типичных скоростей ветра и рассматриваемых мод дискретного спектра параметр Рэля мал по сравнению с единицей, и, следовательно, коэффициент однократного рассеяния акустической волны на взволнованной поверхности тоже мал [3]. Модель дна может быть произвольной и состоять из любого числа как твёрдых, так и жидких слоёв с затуханием.

Поле излучения представим в виде разложения по собственным функциям волновода с невозмущённой плоской свободной поверхностью $\varphi_p(z)$:

$$P = \sum_p \frac{\varphi_p(z)}{\sqrt{k_p}} \int_{-\infty}^{+\infty} d\omega a_{p\omega} \exp[i(k_{p\omega}x - \omega t)], \quad (1)$$

где $k_{p\omega}$ — волновое число моды на частоте ω . При этом $\varphi_p(z)$ и k_p вычисляются для центральной частоты ω_0 (собственные функции $\varphi_p(z)$ нормированы на единицу). В волноводе с нерегулярной нестационарной границей, обусловленной ветровым волнением, коэффициенты разложения по модам $a_{p\omega}$ становятся случайными функциями горизонтальных координат x, y .

В приближении «рассеяния вперёд», т. е. крупномасштабности ветрового волнения, в работе [2] было получено уравнение переноса для парного коррелятора амплитуд, позволяющее описывать эффекты многократного рассеяния акустических мод. Нас будут интересовать узкополосные импульсы, у которых ширина полосы $\Delta\omega$ мала в сравнении с частотой ω_0 . Использование приближения узкополосного импульса позволяет разложить по частоте коэффициенты исходного уравнения переноса, что существенно упрощает вид этого уравнения. Кроме того, учтём, что в каждом акте рассеяния на взволнованной поверхности происходит, в силу условий резонанса, сдвиг частоты рассеянной моды на собственную частоту резонансной гармоники ветрового волнения, которая на 2–3 порядка меньше характерной частоты модового импульса. Это позволяет использовать диффузионное приближение по частоте.

В результате после некоторых преобразований уравнение переноса для двухчастотной функции когерентности амплитуд мод дискретного спектра $N_p(\omega, \omega_1, r, R, x) = \langle a_{p\omega}(x, R - r/2) \times a_{p\omega_1}^*(x, R + r/2) \rangle$ имеет вид

$$\begin{aligned} & \left[\frac{\partial}{\partial x} + \frac{i}{k_p} \frac{\partial^2}{\partial \rho \partial R} + \frac{i}{2k_p^2} \frac{dk_p}{d\omega_0} (\omega - \omega_1) \left(\frac{\partial^2}{\partial \rho^2} + \frac{1}{4} \frac{\partial^2}{\partial R^2} \right) \right] N_p(\omega, \omega_1, \rho, R, x) = \\ & = \sum_{p_2} W_{pp_2}(\omega, \omega_1, \rho, x) N_{p_2}(\omega, \omega_1, \rho, R, x) - 2\gamma_p N_p(\omega, \omega_1, \rho, R, x) + \\ & + \sum_{p_2} \frac{\partial}{\partial \omega} \left[D_{pp_2}^\omega(\omega, \omega_1, \rho, x) \frac{\partial N_{p_2}(\omega, \omega_1, \rho, R, x)}{\partial \omega} \right] + \\ & + \sum_{p_2} \frac{\partial}{\partial \omega_1} \left[D_{pp_2}^{\omega_1}(\omega, \omega_1, \rho, x) \frac{\partial N_{p_2}(\omega, \omega_1, \rho, R, x)}{\partial \omega_1} \right]. \quad (2) \end{aligned}$$

При этом предполагается, что волновой пучок (в горизонтальной плоскости) распространяется вдоль оси x , а R и ρ — центральная и разностная поперечные координаты функции когерентности мод соответственно; $D_{pp_2}^\omega, D_{pp_2}^{\omega_1}$ — коэффициенты диффузии по частоте.

При вычислении коэффициентов уравнения (2) необходимо конкретизировать спектр ветрового волнения. В дальнейшем будет использоваться изотропный эмпирический спектр Пирсона—Московитца [4], соответствующий развитому ветровому волнению. Соответствующие выражения имеют вид

$$W_{pp_2}(\omega, \omega_1, \rho, x) = \frac{\pi B_0}{k_p k_{p_2}} \left(\frac{d\varphi_p}{dz} \right)^2 \left(\frac{d\varphi_{p_2}}{dz} \right)^2 \exp \left\{ i \left(\frac{dk_p}{d\omega_0} - \frac{dk_{p_2}}{d\omega_0} \right) (\omega_1 - \omega) x + \right. \\ \left. + \frac{i}{2} \left(\frac{d^2 k_p}{d\omega_0^2} - \frac{d^2 k_{p_2}}{d\omega_0^2} \right) [(\omega_1 - \omega_0)^2 - (\omega - \omega_0)^2] x \right\} \int_0^\infty \frac{\exp \left[\frac{-k_*^2}{\xi^2 + (k_p - k_{p_2})^2} \right]}{[\xi^2 + (k_p - k_{p_2})^2]^2} \times \\ \times \cos \left[\sqrt{g} \sqrt{\xi^2 + (k_p - k_{p_2})^2} \frac{d^2 k_p}{d\omega_0^2} (\omega_1 - \omega) x \right] \cos(\xi \rho) d\xi, \quad (3)$$

$$\gamma_p = \frac{B_0}{2k_p} \left(\frac{d\varphi_p}{dz} \right)^2 \int_0^{k_0} d\eta \int_{-\pi}^{+\pi} d\varphi \frac{\eta \sqrt{k_0^2 - \eta^2} \exp \left[\frac{k_*^2}{(k_p - \eta \cos \varphi)^2 + \eta^2 \sin^2 \varphi} \right]}{[(k_p - \eta \cos \varphi)^2 + \eta^2 \sin^2 \varphi]^2}, \quad (4)$$

$$D_{pp_2}^\omega(\omega, \omega_1, \rho, x) = \frac{\pi B_0 g}{k_p k_{p_2}} \left(\frac{d\varphi_p}{dz} \right)^2 \left(\frac{d\varphi_{p_2}}{dz} \right)^2 \exp \left\{ i \left(\frac{dk_p}{d\omega_0} - \frac{dk_{p_2}}{d\omega_0} \right) (\omega_1 - \omega) x + \right. \\ \left. + \frac{i}{2} \left(\frac{d^2 k_p}{d\omega_0^2} - \frac{d^2 k_{p_2}}{d\omega_0^2} \right) [(\omega_1 - \omega_0)^2 - (\omega - \omega_0)^2] x \right\} \int_0^\infty \frac{\exp \left[\frac{-k_*^2}{\xi^2 + (k_p - k_{p_2})^2} \right]}{[\xi^2 + (k_p - k_{p_2})^2]^{3/2}} \times \\ \times \cos \left[\sqrt{g} \sqrt{\xi^2 + (k_p - k_{p_2})^2} \frac{d^2 k_p}{d\omega_0^2} (\omega_1 - \omega) x \right] \cos(\xi \rho) d\xi. \quad (5)$$

В этих выражениях волновое число моды k_p и производная на свободной поверхности $d\varphi_p/dz$ вычисляются для центральной частоты импульса ω_0 , $k_0 = \omega_0/c(0)$, $B_0 = 5 \cdot 10^{-4}$, $k_* = 0,84g/V^2$, $g = 9,8 \text{ м/с}^2$, V — скорость ветра.

Уравнение (2) необходимо дополнить начальным условием при $x = 0$. В случае изотропного в горизонтальной плоскости источника (например, вертикальной решётки излучателей) соответствующее начальное условие имеет вид

$$N_p(\omega, \omega_1, \rho, R, x = 0) = N_p^0(\omega, \omega_1) \delta(R) \delta(\rho), \quad (6)$$

где $\delta(\rho)$ — дельта-функция Дирака.

Отметим, что определённая нами функция двухчастотной когерентности является медленной функцией координаты x , т. е. не содержит регулярных набегов фазы из-за распространения импульса в регулярном волноводе. Вследствие этого временная структура модовых импульсов далее рассматривается относительно переменной $\tau = t - x dk_p/d\omega_0$. Необходимый вид частотной функции $N_p^0(\omega, \omega_1)$ определяется типом излучаемого сигнала.

В данной работе будем рассматривать импульсные сигналы с линейной частотной модуляцией (ЛЧМ) и гауссовой огибающей, для которых комплексная огибающая импульса $S(t)$ меняется во времени по закону

$$S(t) = \exp(-\alpha^2 t^2 + i\beta t^2). \quad (7)$$

Спектр огибающей определяется выражением

$$S_\omega = \left(2 \sqrt{\pi} \sqrt[4]{\alpha^4 + \beta^2} \right)^{-1} \exp \left[-\frac{\omega^2}{4(\alpha^2 - i\beta)} \right], \quad (8)$$

при этом

$$N_p^0(\omega, \omega_1) = A_p^2 S_\omega S_{\omega_1}^*, \quad (9)$$

где A_p — амплитуда возбуждения моды p , S_ω — спектр ЛЧМ-сигнала.

Чтобы оценить влияние эффектов многократного рассеяния на согласованную фильтрацию принимаемого сигнала, необходимо наряду с самой функцией двухчастотной когерентности анализировать функцию неопределённости $\Lambda_p(\tau, \Omega, x)$ модовых импульсов:

$$\Lambda_p(\tau, \Omega) = \int a_{p\omega} S_{\omega-\Omega}^* \exp(i\omega\tau) d\omega, \quad (10)$$

которая для случайного принимаемого сигнала также является случайной. Будем анализировать дисперсию функции неопределённости $\langle |\Lambda_p(\tau, \Omega, x)|^2 \rangle$, где угловые скобки обозначают усреднение по ансамблю реализаций $\zeta(r, t)$. В спектральной форме соответствующее выражение имеет вид

$$\langle |\Lambda_p(\tau, \Omega, x)|^2 \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} d\omega d\omega_1 N_p(\omega, \omega_1, \rho = 0, R = 0, x) S_{\omega_1-\Omega} S_{\omega-\Omega}^* \exp[i(\omega - \omega_1)\tau]. \quad (11)$$

Численный анализ уравнения (2), в принципе, позволяет прогнозировать эффекты многократного рассеяния на протяжённых акустических трассах, но, как и в любой многопараметрической задаче, также желательно найти и его приближённые аналитические решения. Это позволило бы наглядно исследовать различные физические эффекты рассеяния и определить их зависимости от параметров акустических мод и ветрового волнения. Рассмотрим аналитическое решение уравнения переноса, соответствующего типичным условиям маломодовой томографии мелкого моря.

Будем считать, что излучается одна мода с номером p_0 , и ограничимся рассмотрением относительно коротких трасс $x \leq 10^2$ км, которые, впрочем, и представляют основной практический интерес в условиях мелкого моря. Для получения наглядных решений сделаем ещё несколько упрощающих предположений. Будем рассматривать распространение плоской (в горизонтальной плоскости) волны. В этом случае начальные условия для уравнения (2) имеют вид

$$N_p(\omega, \omega_1, \rho, R, x = 0) = N_p^0(\omega, \omega_1), \quad (12)$$

так что можно ограничиться рассмотрением его решения при $\rho = 0$, $R = 0$. Учтём также, что для узкополосных сигналов ($\Delta\omega/\omega_0 \leq 0,1$) в типичных условиях мелкого моря и для $x \leq 10^2$ км выполняется неравенство

$$\sqrt{g} \sqrt[4]{k_*^2 + (k_p - k_{p_2})^2} (d^2 k_p / d\omega_0^2) \Delta\omega x \ll 1, \quad (13)$$

что упрощает интегральное выражение для W_{pp_2} . Кроме того, анализируя выражения для коэффициентов диффузии по частоте $D_{pp_2}^\omega$, нетрудно видеть, что при $p_2 \neq p$ они содержат быстро осциллирующие по x экспоненциальные множители, и поэтому основной (накапливающийся по трассе) эффект диффузии по частоте в уравнении (2) определяется слагаемыми с $p_2 = p$ в

силу положительности соответствующего коэффициента диффузии D_{pp}^ω . Кроме того, коэффициенты D_{pp}^ω для узкополосного сигнала слабо зависят от частоты, и можно считать, что $D_{pp}^\omega = D_{pp}^{\omega_1} = D_{pp}^{\omega_0} \equiv D_p$. В итоге уравнение (2) для функции $N_p^0(\omega, \omega_1) \equiv N_p(\omega, \omega_1, \rho = 0, R = 0, x)$ существенно упрощается и приобретает вид

$$\frac{\partial N_p(\omega, \omega_1, x)}{\partial x} = \sum_{p_2} W_{pp_2}(\omega, \omega_1) N_{p_2}(\omega, \omega_1, x) - 2\gamma_p N_p(\omega, \omega_1, x) + D_p \left(\frac{\partial^2 N_p(\omega, \omega_1, x)}{\partial \omega^2} + \frac{\partial^2 N_p(\omega, \omega_1, x)}{\partial \omega_1^2} \right). \quad (14)$$

Ранее было показано [5], что для частот $f \leq 10^2$ Гц, дистанций $x \leq 10^2$ км и типичных скоростей ветра $V \leq 10$ м/с решение уравнения переноса для нормальных мод в приближении слабой некогерентности акустического поля вполне удовлетворительно описывает эффекты многократного рассеяния. Воспользуемся аналогичным приближением для решения уравнения (14), т. е. учтём, что на рассматриваемых дистанциях $x \leq 10^2$ км рассеянная компонента акустического поля мала по сравнению с его когерентной компонентой. При этом само затухание когерентной компоненты поля вследствие многократного рассеяния мод может быть значительным, и, чтобы исключить из рассмотрения этот эффект, перейдём к функции

$$\tilde{N}_p(\omega, \omega_1, x) \equiv N_p(\omega, \omega_1, x) \exp(2\gamma_p x). \quad (15)$$

Для возникающих при рассеянии «паразитных» мод имеем приближённое уравнение

$$\frac{\partial \tilde{N}_p(\omega, \omega_1, x)}{\partial x} = W_{pp_0}(\omega, \omega_1) \tilde{N}_{p_0}(\omega, \omega_1, x) \exp(2\gamma_p x - 2\gamma_{p_0} x) + D_p \left(\frac{\partial^2 \tilde{N}_p(\omega, \omega_1, x)}{\partial \omega^2} + \frac{\partial^2 \tilde{N}_p(\omega, \omega_1, x)}{\partial \omega_1^2} \right) \quad (16)$$

с нулевым начальным условием при $x = 0$. Здесь не учитываются более слабые эффекты взаимодействия между паразитными модами.

Для излучаемой источником моды «подсветки» p_0 , возбуждаемой излучающей антенной, имеем упрощённое уравнение

$$\frac{\partial \tilde{N}_{p_0}(\omega, \omega_1, x)}{\partial x} = D_p \left(\frac{\partial^2 \tilde{N}_p}{\partial \omega^2} + \frac{\partial^2 \tilde{N}_p}{\partial \omega_1^2} \right), \quad (17)$$

где не учитываются более слабые эффекты обратного влияния паразитных мод на исходную моду «подсветки». Уравнение (17) необходимо дополнить начальными условиями $\tilde{N}_{p_0}(\omega, \omega_1, 0) \equiv \tilde{N}_{p_0}^0(\omega, \omega_1)$.

Соответствующие решения двумерных уравнений диффузии (16) и (17) хорошо известны [6] и имеют вид

$$\tilde{N}_{p_0}(\omega, \omega_1, x) = \frac{1}{2\pi D_{p_0} x} \int_{-\infty}^{+\infty} d\Omega \int_{-\infty}^{+\infty} d\Omega_1 \exp \left[-\frac{(\omega - \Omega)^2 + (\omega_1 - \Omega_1)^2}{4D_{p_0} x} \right] N_{p_0}^0(\Omega, \Omega_1), \quad (18)$$

$$\tilde{N}_p(\omega, \omega_1, x) = \frac{1}{2\pi D_p} \int_0^x \frac{dx'}{x - x'} \int_{-\infty}^{+\infty} d\Omega \int_{-\infty}^{+\infty} d\Omega_1 \exp \left[-\frac{(\omega - \Omega)^2 + (\omega_1 - \Omega_1)^2}{4D_p (x - x')} \right] Q_p(\Omega, \Omega_1, x'), \quad (19)$$

$$Q_p(\Omega, \Omega_1, x) = W_{pp_0}(\Omega, \Omega_1, x) \tilde{N}_{p_0}(\Omega, \Omega_1, x) \exp(2\gamma_p x - 2\gamma_{p_0} x). \quad (20)$$

Рассмотрим вначале изменения вследствие рассеяния частотной и временной характеристик импульса подсветки, т. е. излучаемой моды p_0 . Подставляя в интегральное выражение (18) функцию частотной когерентности ЛЧМ-сигнала (8), (9) и вычисляя интегралы по Ω и Ω_1 , получим следующее выражение:

$$\tilde{N}_{p_0} = \frac{A_{p_0}^2}{4\pi \sqrt{(\alpha^2 + D_{p_0} x)^2 + \beta^2}} \exp \left[-\frac{\omega^2}{4(\alpha^2 - i\beta + D_{p_0} x)} - \frac{\omega_1^2}{4(\alpha^2 + i\beta + D_{p_0} x)} \right]. \quad (21)$$

В принципе, отсюда можно найти в явном виде выражение для дисперсии двумерной функции неопределённости (11). Ограничимся исследованием её частотной и временной проекций: $\langle |\Lambda_{p_0}(\tau = 0, \Omega, x)|^2 \rangle$ и $\langle |\Lambda_{p_0}(\tau, \Omega = 0, x)|^2 \rangle$.

Вычисляя для ЛЧМ-импульса дисперсию частотной функции неопределённости, получим следующее выражение:

$$\langle |\Lambda_{p_0}(\tau = 0, \Omega, x)|^2 \rangle = \frac{\pi A_{p_0}^2}{2\alpha^2 + D_{p_0} x} \exp \left[-\frac{\Omega^2}{2(2\alpha^2 + D_{p_0} x)} \right]. \quad (22)$$

Нетрудно видеть, что оно соответствует отклику согласованного фильтра на ЛЧМ-импульс с гауссовой огибающей амплитуды, где квадрат эффективной ширины частотной функции неопределённости вследствие эффектов рассеяния линейно растёт с увеличением расстояния. Этот результат вполне соответствует диффузионному характеру уширения частотного спектра модового импульса. Будем считать (с известной степенью условности) критерием разрушения частотной когерентности модового импульса уширение частотной функции неопределённости в $\sqrt{2}$ раз, и, соответственно, уменьшение её максимума (при $\Omega = 0$) в 2 раза. Для соответствующего расстояния x_* получается значение

$$x_* = 2\alpha^2 / D_{p_0}. \quad (23)$$

Рассмотрим теперь эффект разрушения временной структуры модового импульса. Для дисперсии временной функции неопределённости импульса подсветки получаем следующий результат:

$$\langle |\Lambda_{p_0}(\tau, \Omega = 0, x)|^2 \rangle = \frac{\pi A_{p_0}^2}{2\alpha^2 + D_{p_0} x} \exp \left[-\frac{2(\alpha^4 + \beta^2 + \alpha^2 D_{p_0} x) \tau^2}{2\alpha^2 + D_{p_0} x} \right], \quad (24)$$

которое при $x = 0$ соответствует выражению для временной функции неопределённости ЛЧМ-сигнала. Что касается уширения временной функции неопределённости вследствие рассеяния, то здесь всё не так однозначно, как в случае частотной функции $\Lambda_{p_0}(\tau = 0, \Omega, x)$. Нетрудно видеть, что при отсутствии частотной модуляции ($\beta = 0$) этот эффект (в данном приближении) отсутствует. Наоборот, для широкополосного ЛЧМ-сигнала с преимущественной фазовой модуляцией ($\beta\alpha^2 \gg 1$)

$$\langle |\Lambda_{p_0}(\tau, \Omega = 0, x)|^2 \rangle \gtrsim \exp \left(-\frac{\beta^2 \tau^2}{2\alpha^2 + D_{p_0} x} \right), \quad (25)$$

т. е. закон уширения такой же, как и для частотной функции неопределённости. Соответственно, разрушение временной когерентности широкополосного частотно-модулированного импульса происходит на том же расстоянии x_* .

Такое различное влияние эффектов рассеяния на разрушение временной когерентности импульсов с амплитудной и фазовой модуляцией, по-видимому, обусловлено тем, что фазовая структура импульса более чувствительна к случайным доплеровским смещениям частоты, происходящим при резонансном рассеянии на гармониках ветрового волнения.

Полученные выражения (22) и (24) позволяют наглядно прогнозировать изменения по трассе функций неопределённости модовых импульсов, т. к. коэффициенты диффузии D_p вычисляются в явном виде:

$$D_p = (\pi/4) B_0 g k_*^{-2} k_p^{-2} (d\varphi_p/dz)^4. \tag{26}$$

Отсюда, в частности, следует зависимость обсуждаемых коэффициентов от скорости ветра $D_p \propto V^4$ и от номера моды.

Приведём оценки рассмотренных эффектов для тех же природных условий Баренцева моря и параметров ЛЧМ-сигнала, при которых проводилось численное моделирование уравнения переноса (см. ниже). Учитывая характерное значение производной $d\varphi_p/dz \approx 10^{-2}$ для десяти низших мод, при средней скорости ветра $V = 10$ м/с и параметрах импульса $f_0 = 200$ Гц, $\alpha = 0,2$ с $^{-1}$, $\beta = 3$ с $^{-2}$ получим, что эффективное уширение (в $\sqrt{2}$ раз) частотной и временной функций неопределённости происходит на расстоянии $x_* \approx 3 \cdot 10^3$ км. Таким образом, на трассах $x \leq 10^2$ км можно говорить о высокой степени когерентности модовых импульсов «подсветки».

Рассмотрим теперь возникающие в процессе рассеяния «паразитные моды», т. е. моды с номерами $p \neq p_0$. Их также можно исследовать в диффузионном приближении (по частоте) на основании полученного выше решения (19). Здесь мы, однако, ограничимся временной структурой рассеянных модовых импульсов. В этом случае можно не учитывать в уравнении (16) диффузионные члены, тем самым мы ограничимся более короткими дистанциями $x < x_*$. Из тех же соображений можно заменить функцию когерентности $\tilde{N}_{p_0}(\omega, \omega_1, x)$ её начальным значением $\tilde{N}_{p_0}^0(\omega, \omega_1)$. В результате для плоского волнового фронта получим уравнение

$$\frac{\partial \tilde{N}_p(\omega, \omega_1, x)}{\partial x} = W_{p_0}(\omega, \omega_1) N_{p_0}^0(\omega, \omega_1) \exp(2\gamma_p x - 2\gamma_{p_0} x). \tag{27}$$

И наконец, в выражении для W_{pp_0} будем пренебрегать членами, описывающими эффект внутримодовой дисперсии, что возможно для дистанций $x < (\Delta\omega d^2k_p/d\omega_0^2)^{-1}$ (отметим, что для низших мод в типичных условиях мелкого моря это ограничение соответствует $x < 10^3$ км).

В результате для частотной функции когерентности рассеянных мод $N_p(\omega, \omega_1, x)$ получим

$$N_p(\omega, \omega_1, x) = W_{pp_0}(\omega, \omega_1, x = 0) A_{p_0}^0 S_\omega S_{\omega_1}^* \times \\ \times \int_0^x dx' \exp[i(v_p^{-1} - v_{p_0}^{-1})(\omega_1 - \omega)x' - 2\gamma_{p_0}x' - 2\gamma_p(x - x')]. \tag{28}$$

Отсюда для дисперсии функции неопределённости при любом законе модуляции $S(t)$ имеем физически наглядное интегральное выражение

$$\langle |A_p(\tau, \Omega, x)|^2 \rangle = W_{pp_0}(\omega, \omega_1, x = 0) A_{p_0}^2 \int_0^x dx' |\theta(\Omega, \tau - v_p^{-1}x' - v_{p_0}^{-1}x')|^2 \times \\ \times \exp[-2\gamma_{p_0}x' - 2\gamma_p(x - x')], \tag{29}$$

где $v_p = dk_p/d\omega_0$ — групповая скорость, $\theta(\Omega, \tau)$ — функция неопределённости излучаемого импульсного сигнала, определяемая через его спектр $\theta(\tau, \Omega) = \int S_\omega S_{\omega-\Omega}^* \exp(i\omega\tau) d\omega$. Таким образом, вклад каждой точки рассеяния x' представляет собой квадрат функции неопределённости излучаемого сигнала с временной задержкой, определяемой разностью групповых скоростей моды «подсветки» p_0 и «паразитной» моды p . Амплитуда локального вклада точки x' определяется вероятностью $W_{pp_0}(\omega, \omega_1, x = 0)$ и учитывает затухание мод p_0 и p при их распространении до

точки рассеяния x' и затем до точки наблюдения x соответственно. Отсюда следуют два вывода, имеющие общий характер: во-первых, временная функция неопределённости рассеянных мод уширяется на величину порядка $|v_p^{-1} - v_{p_0}^{-1}|x$, во-вторых, из-за разности декрементов затухания мод p_0 и p нарушается её изначальная симметрия по τ .

Рассмотрим в качестве примера ЛЧМ-импульс (7). При этом результат интегрирования по x' выражается через интеграл вероятности $\operatorname{erfc}(z)$ [7]. В частности, при $x \propto q^{-1/2} |v_p^{-1} - v_{p_0}^{-1}|^{-1}$ (где $q = (\alpha^2 + \beta^2 \alpha^{-2})/2$) можно получить следующий результат:

$$\langle |\Lambda_p(\tau, \Omega = 0, x)|^2 \rangle = \frac{\pi^{3/2} W_{pp_0}(\omega, \omega_1, x = 0) A_{p_0}^2}{4\alpha^2 \sqrt{q} |v_p^{-1} - v_{p_0}^{-1}|} \operatorname{erfc}(\Phi) \exp(\Phi q \tau^2 - 2\gamma_p x), \quad (30)$$

$$\Phi = \frac{2q (v_p^{-1} - v_{p_0}^{-1}) \tau + 2\gamma_{p_0} - 2\gamma_p}{2 \sqrt{q} (v_p^{-1} - v_{p_0}^{-1})}. \quad (31)$$

Таким образом, на больших дистанциях уширение функции неопределённости достигает предельного значения. При этом она имеет несимметричный вид. При $v_p < v_{p_0}$ она смещается в область положительных задержек по времени, при $v_p > v_{p_0}$ — в область отрицательных τ . Важно отметить, что интенсивность ветрового волнения определяет амплитуду отклика фильтра (как и паразитных мод), но не влияет на величину временного уширения функции неопределённости.

Формула (28) позволяет получить в явном виде зависимость отклика согласованного фильтра от скорости ветра и параметров мод, если учесть полученные ранее приближённые выражения для вероятности взаимного рассеяния мод и декремента затухания γ_p . В интересующем нас случае низших акустических мод, как правило, выполняется условие $|k_p - k_{p_0}| \ll k_*$. В этом случае

$$W_{pp_2}(\omega, \omega_1, x = 0) = \frac{\pi^2 B_0}{8k_p k_{p_2} k_*^3} \left(\frac{d\varphi_p}{dz} \right)^2 \left(\frac{d\varphi_{p_2}}{dz} \right)^2, \quad (32)$$

$$\gamma_p = \sqrt{2\pi} B_0 \frac{\Gamma^2(3/4)}{\Gamma^2(1/4)} k_0^{-1/2} k_*^{-3/2} \left(\frac{d\varphi_p}{dz} \right)^2, \quad (33)$$

где $\Gamma(x)$ — гамма-функция.

В заключение приведём некоторые результаты численного интегрирования уравнения (2) с граничными условиями (6), соответствующими в виде вертикальной решётки. Расчёты проводились для типичных условий Баренцева моря с глубиной $H = 200$ м. При этом использовался профиль скорости звука, представленный на рис. 1, а также жидкая однослойная модель дна со следующими параметрами: плотность жидкости $\tilde{\rho} = 1,9$ г/см³, скорость продольной волны $c_l = 1520$ м/с, скорость поперечной волны $c_t = 0$. Предполагалось, что вертикальная антенна излучает одномодовые ЛЧМ-импульсы с несущей частотой $f_0 = 200$ Гц и параметрами $\alpha = 0,2$ с⁻¹, $\beta = 3$ с⁻², т. е. с длительностью $T = 10$ с и полосой $\Delta f = 10$ Гц. Скорость ветра полагалась равной $V = 10$ м/с. В качестве моды «подсветки» была выбрана первая мода ($p_0 = 1$).

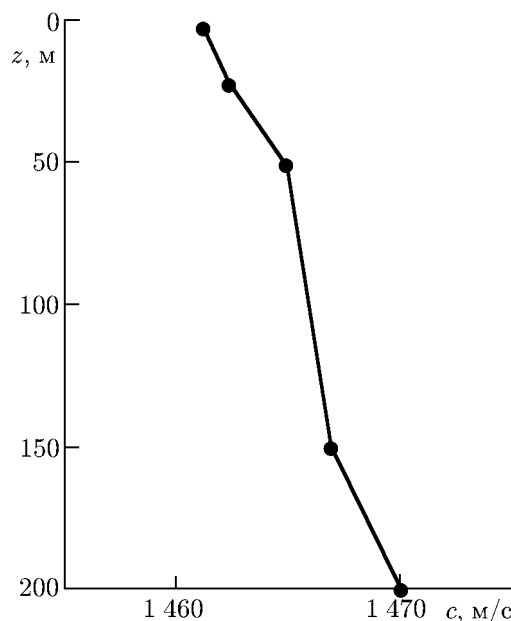


Рис. 1. Зависимость скорости звука c от глубины z для модели мелкого моря, используемой при расчётах

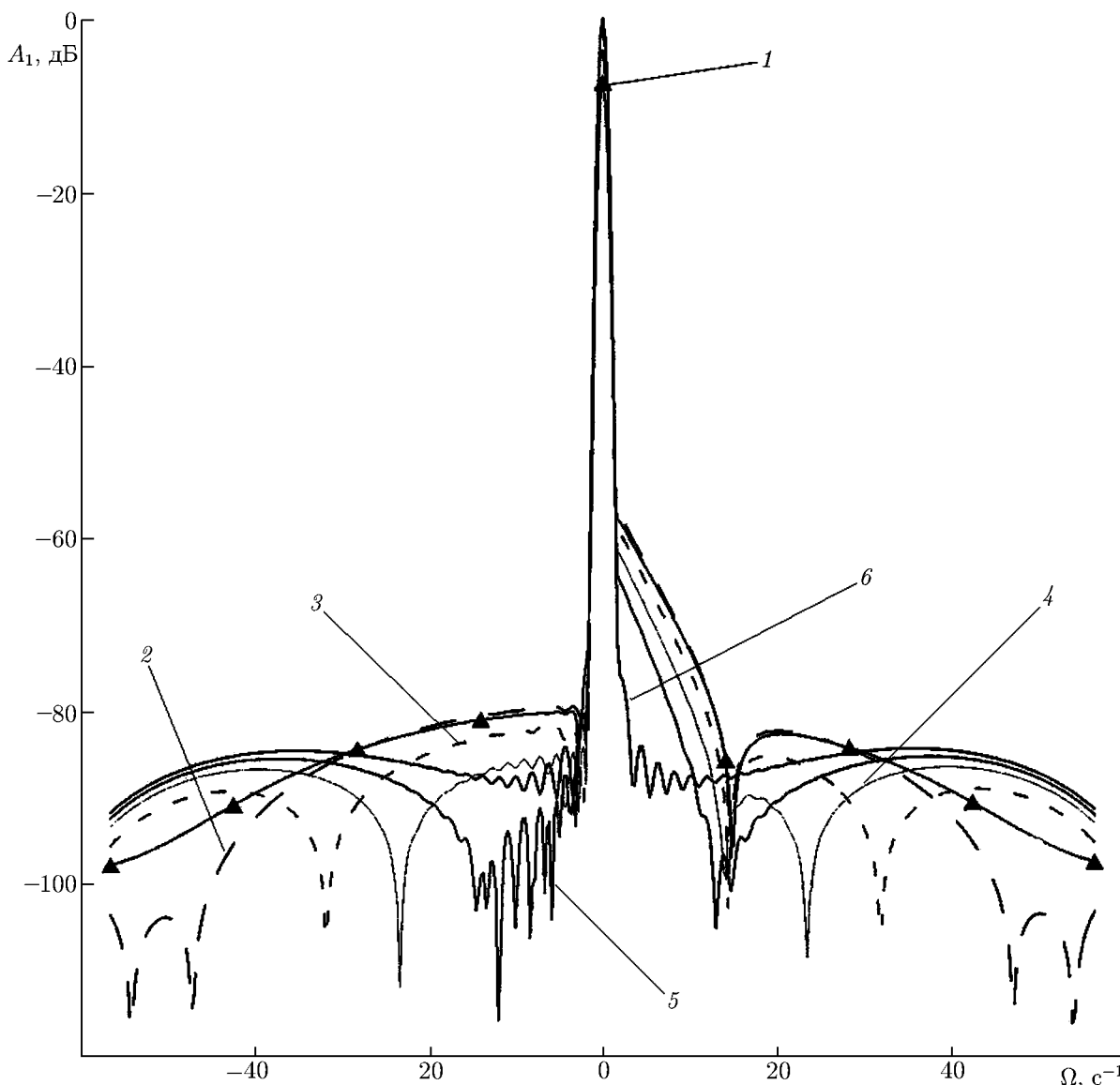


Рис. 2. Дисперсия функции когерентности A_p излучаемой моды ($p = 1$) при $\tau = 0$ для различных дистанций наблюдения. Кривая 1 соответствует дистанции 1 000 км, 2 — 500 км, 3 — 200 км, 4 — 100 км, 5 — 50 км, 6 — 10 км

На рис. 2 и 3 приведены результаты расчётов дисперсии частотной и временной функций неопределённости первой моды для различных дистанций x . При этом результаты нормировались на аналогичные величины в регулярном волноводе ($V = 0$). Видно, что в своей основной части функция неопределённости уширяется с увеличением дистанции медленно и эффект рассеяния заключается преимущественно в экспоненциальном ослаблении её максимума. В области экспоненциального спада (на уровне -60 дБ) наблюдаются также несимметричные изменения функции неопределённости, что связано с обратным влиянием возникающих «паразитных» мод на моду «подсветки». Эти и аналогичные им результаты численного моделирования подтверждают сделанный на основании аналитического исследования вывод о высокой степени когерентности мод низших номеров в волноводе на дистанциях $x = 10^3$ км.

На рис. 4 приведены результаты расчётов дисперсии временной функции неопределённости

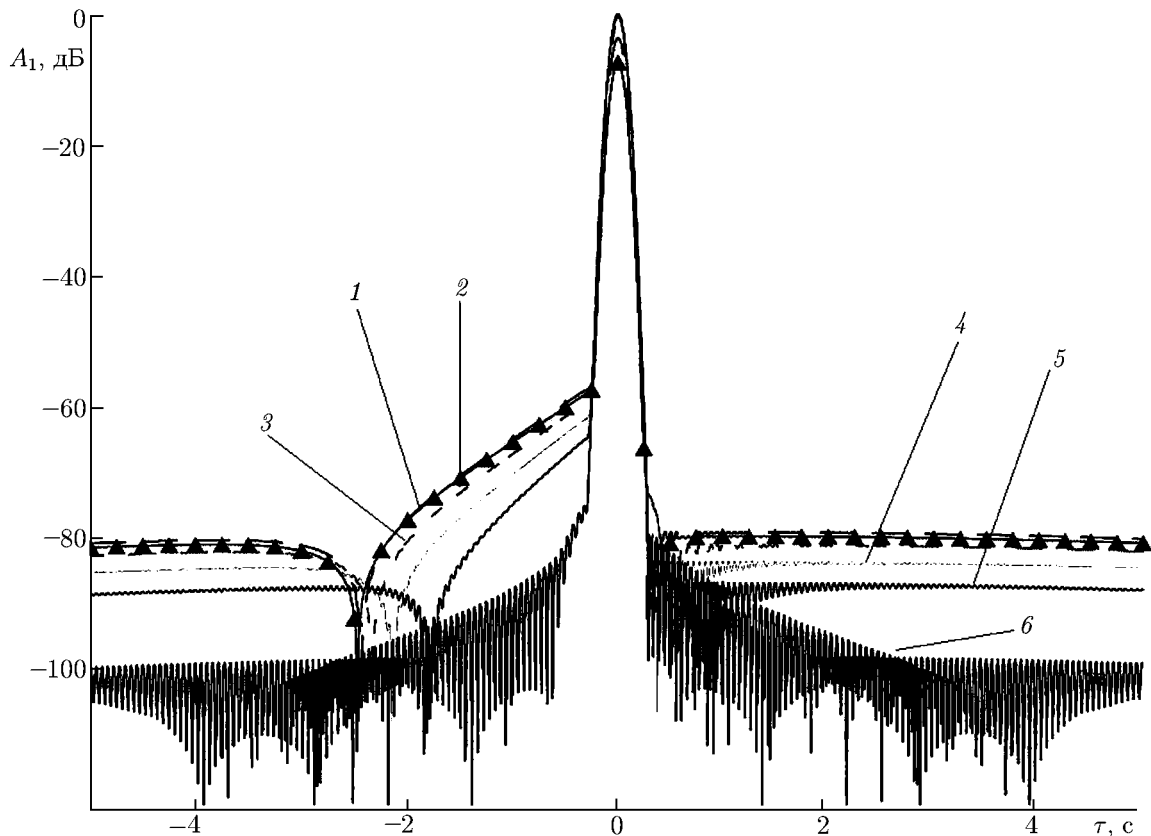


Рис. 3. Дисперсия функции когерентности A_p излучаемой моды ($p = 1$) при $\Omega = 0$ для различных дистанций наблюдения. Кривая 1 соответствует дистанции 1000 км, 2 — 500 км, 3 — 200 км, 4 — 100 км, 5 — 50 км, 6 — 10 км

для третьей (паразитной) моды, нормированные на квадрат амплитуды первой моды A_1^2 . Видно, что уширение функции неопределённости вполне соответствует сделанным на основании аналитических оценок выводам, т. е. имеет несимметричный вид, и величина уширения пропорциональна дистанции x . При этом функция неопределённости смещается в область положительных временных задержек, поскольку $v_3 < v_1$. Следует отметить, что для всех дистанций амплитуда функции неопределённости не превышает -40 дБ. Аналогичные расчёты для паразитных мод с более высокими номерами мод показывают увеличение эффекта уширения функции неопределённости (вследствие большего различия групповых скоростей этих мод и первой моды), а также низкий уровень паразитных мод. В целом можно сделать вывод, что засветка поля видения вследствие трансформации энергии моды засветки в энергию паразитных мод на интересующих нас дистанциях относительно мала (уровень паразитных мод обычно не превышает -40 дБ). Следовательно, при дополнительной селекции мод на приёмной апертуре можно надеяться на низкий уровень засветки поля видения при маломодовой томографии мелкого моря.

Как видно из полученных выше результатов, эффекты статистической трансформации энергии нормальных мод и пространственно-временной декорреляции импульсных сигналов ветровым волнением при использовании маломодовых зондирующих импульсов, по-видимому, не приведут к существенному снижению эффективности томографических систем на дистанциях до 1000 км. Вместе с тем для детального анализа рассмотренных явлений необходимо более тщательно проанализировать соответствие результатов численных расчётов и результатов аналитического исследования в зависимости от параметров задачи. Кроме того, следует более подробно изучить

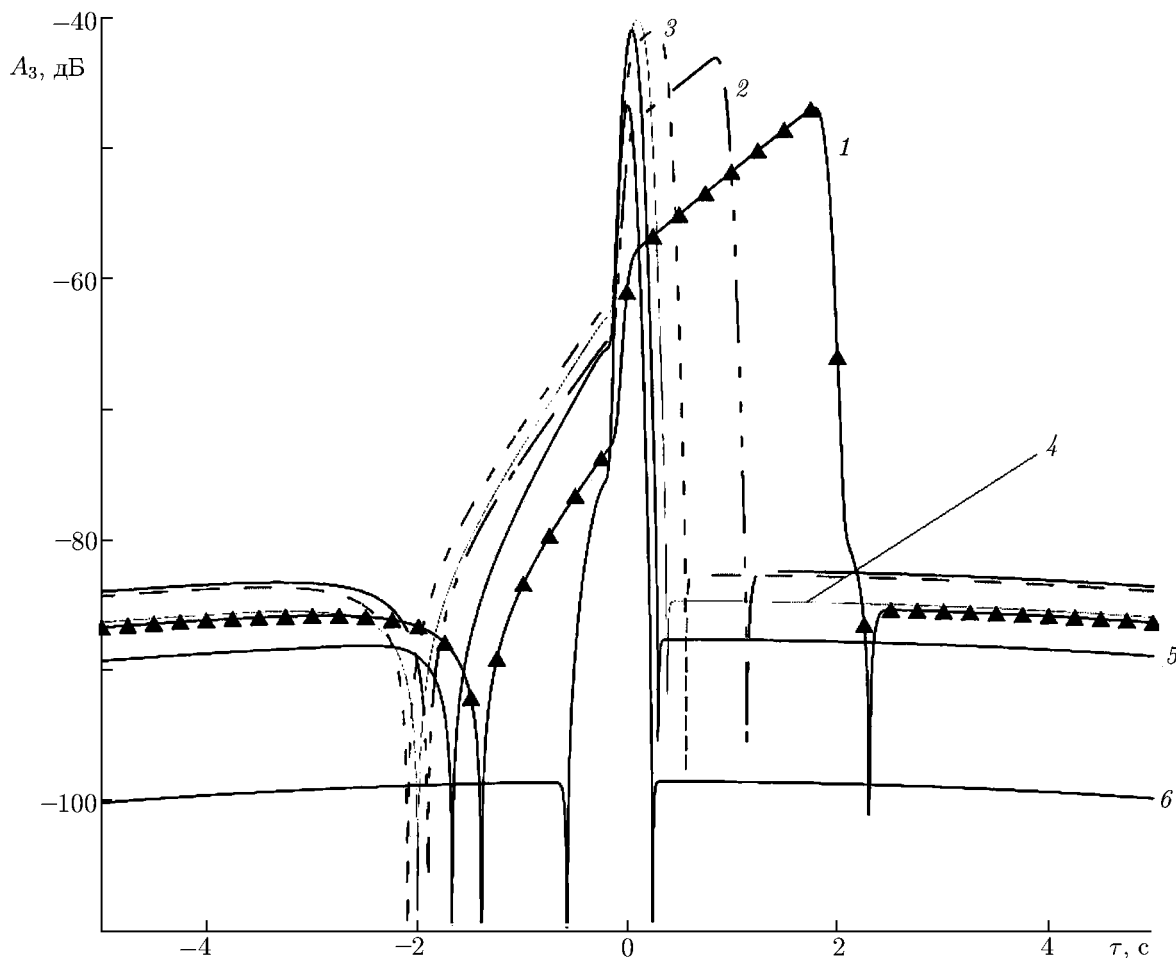


Рис. 4. Дисперсия функции когерентности A_p третьей моды при $\Omega = 0$ в случае, когда излучалась первая мода, при различных дистанциях наблюдения. Кривая 1 соответствует дистанции 1 000 км, 2 — 500 км, 3 — 200 км, 4 — 100 км, 5 — 50 км, 6 — 10 км

пределы применимости, а также точность используемых в настоящей работе приближений. Эти задачи являются предметом будущих исследований. Вместе с тем уже на нынешнем уровне понимания, которое обосновывается приведёнными в статье аналитическими оценками и отдельными расчётами, видно, что существенных ограничений по когерентности маломодовых импульсов из-за влияния поверхностных случайных неоднородностей в мелком море ожидать не следует. Скорее всего, разрушение маломодовых импульсов может быть следствием влияния случайного поля внутренних волн в сочетании с влиянием неоднородности рельефа и структуры дна вдоль протяжённых акустических трасс в мелком море.

Полученные в настоящей статье выводы могут быть полезны при обсуждении ограничений маломодовой томографии мелкого моря. Дальнейшее развитие методов и более последовательная аргументация в направлении исследований, осуществляемых в настоящей работе, представляются весьма актуальными. В связи с этим использование методов стохастического моделирования при исследовании рассматриваемых в статье задач представляет большой интерес [8]. В этом случае аналитические модели могут быть полезны при интерпретации результатов расчётов.

Работа выполнена при поддержке программы Президиума РАН «Фундаментальные проблемы океанологии: геология, физика, биология, экология», программы ОФН РАН «Фундаментальные основы акустической диагностики искусственных и природных сред», ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» (контракт 02.740.11.0565) и РФФИ (проект 09-02-00044).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Лучинин А. Г., Хилько А. И. // Акуст. журн. 2005. Т. 51, № 2. С. 124.
2. Горская Н. С., Раевский М. А. // Акуст. журн. 1986. Т. 32, № 2. С. 165.
3. Бреховских Л. М., Лысанов Ю. П. Теоретические основы акустики океана. Л.: Гидрометеиздат, 1982. 262 с.
4. Давидан И. Н., Лопатухин Л. И., Рожков В. А. Ветровое волнение в Мировом океане. Л.: Гидрометеиздат, 1985. 256 с.
5. Горская Н. С., Раевский М. А. // Акуст. журн. 1987. Т. 33, № 3. С. 463.
6. Тихонов А. Н., Самарский А. А. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1966. 724 с.
7. Справочник по специальным функциям / Под ред. М. Абрамовица, И. Стиган. М.: Наука, 1979. 830 с.
8. Луньков А. А., Петников В. Г. // Акуст. журн. 2010. Т. 56, № 3. С. 364.

Поступила в редакцию 24 июня 2011 г.; принята в печать 26 октября 2011 г.

EFFECT OF WIND WAVES ON THE COHERENCE OF PULSED SIGNALS AND INSONIFICATION OF MODE-SHADOW ZONES IN SHALLOW SEA

M. A. Raevsky and A. I. Khil'ko

We report the results of theoretical studies of the effect of wind waves on fluctuations of acoustic pulsed signals in the context of low-mode tomography of shallow sea. Results of numerical simulations of the uncertainty function of wideband pulses propagating along long-distance acoustic paths are also presented.