

УДК 535.14.311

## НЕСТАБИЛЬНОСТЬ СЛЕДОВАНИЯ ИМПУЛЬСОВ ТВЁРДОТЕЛЬНОГО ЛАЗЕРА С ДИОДНОЙ НАКАЧКОЙ ПРИ МГНОВЕННЫХ ВКЛЮЧЕНИЯХ ДОБРОТНОСТИ РЕЗОНАТОРА

*А. Ф. Шаталов, Ф. А. Шаталов*

Московский государственный институт радиотехники, электроники и автоматики, г. Москва, Россия

Исследована неустойчивость следования импульсов твёрдотельного лазера с диодной накачкой, обусловленная случайным характером развития лазерной генерации из спонтанного излучения после включения добротности резонатора. Получены аналитические выражения для неустойчивости следования импульсов лазеров с пассивной и пассивно-активной модуляциями добротности.

### ВВЕДЕНИЕ

Импульсные твёрдотельные лазеры с диодной накачкой перспективны для применения в различных областях науки и техники, т. к. они отличаются высокой надёжностью и экономичностью, а также простотой устройства и эксплуатации [1, 2]. При построении на основе таких лазеров дальномеров, задающих генераторов, систем синхронизации, когерентных оптических радаров и дистанционных датчиков необходимо обеспечить высокую стабильность периода следования  $T$ , или, что то же, частоты следования  $F = 1/T$  импульсов генерации лазера [3–5].

В работах [6–8] исследована неустойчивость периода следования импульсов твёрдотельных лазеров, обусловленная случайными изменениями момента включения добротности резонатора вследствие флуктуаций мощности диодной накачки, порога генерации, плотности инверсной населённости активного элемента и других параметров системы. При анализе неустойчивости  $T$  в этих работах предполагалось, что генерация импульса начинается в момент включения добротности резонатора, т. е. в момент, когда инверсная плотность в активном элементе равна пороговой плотности [6–8]. Влияние квантовых флуктуаций спонтанного излучения на начало лазерной генерации после включения добротности и, соответственно, на стабильность периода следования импульсов лазера в работах [6–8] не рассматривалось. Однако именно эти флуктуации вносят основной вклад в неустойчивость периода следования импульсов, если их генерация осуществляется путём мгновенного включения добротности резонатора [9].

Цель настоящей работы — исследовать неустойчивость периода следования импульсов твёрдотельного лазера с диодной накачкой при мгновенных включениях добротности резонатора.

### 1. ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Для исследования влияния квантовых флуктуаций спонтанного излучения на стабильность периода следования импульсов генерации твёрдотельного лазера с диодной накачкой используем систему скоростных уравнений для плотности  $\phi$  фотонов в резонаторе и плотности  $n$  инверсии населённостей в активном элементе лазера [10]:

$$d\phi/dt = [2\sigma nd - 2\sigma_s n_s d_s - 2\sigma_{es} n_{es} d_s - \ln(1/R) - L] \phi / t_r, \quad (1)$$

$$dn/dt = n_p - n/\tau - \gamma \sigma c \phi n, \quad (2)$$

где  $n_s$  и  $n_{es}$  — плотности населённости нижнего и возбуждённого уровней пассивного модулятора,  $\sigma$  — эффективное сечение индуцированных переходов активного элемента,  $\sigma_s$  и  $\sigma_{es}$  — сечения поглощений нижнего и возбуждённого уровней пассивного модулятора,  $d$  — толщина активного элемента,  $d_s$  — толщина пассивного модулятора,  $R$  — отражательная способность зеркал резонатора,  $L$  — пассивные потери при полном проходе светом длины резонатора, исключая потери в пассивном модуляторе,  $\gamma$  — коэффициент вырождения инверсии в активном элементе,  $n_p$  — скорость накачки,  $\tau$  — время жизни верхнего лазерного уровня активного элемента,  $t_r = 2l'/c$  — время полного прохода светом длины резонатора,  $c = 3 \cdot 10^8$  м/с — скорость света в вакууме,  $l'$  — оптическая длина резонатора лазера.

В уравнениях (1) и (2) не учитываются квантовые флуктуации спонтанного излучения в резонаторе, влияющие на генерацию лазера. Для учёта этих флуктуаций используем, аналогично [11], фактор  $\beta$  спонтанного излучения в моду резонатора. В этом случае уравнение (1) запишем в виде

$$\frac{d\phi}{dt} = \left[ 2\sigma nd - 2\sigma_s n_s d_s - 2\sigma_{es} n_{es} d_s - \ln\left(\frac{1}{R}\right) - L \right] \frac{\phi}{t_r} + \beta q \frac{n}{\tau}, \quad (3)$$

где  $q$  — квантовый выход люминесценции. Член  $\beta q n / \tau$  в уравнении (3) равен средней скорости спонтанного излучения в генерируемую лазером моду в единице объёма активного элемента. В момент достижения пороговой плотности инверсии  $n_i$  она будет определяться выражением  $\beta n_i V_a q / \tau$ , где  $V_a$  — занимаемый модой объём внутри активного элемента. Изменение  $\delta F$  плотности  $F$  потока фотонов вдоль оси  $z$  резонатора внутри активного элемента за счёт вынужденных излучательных переходов можно записать в виде [12]

$$\delta F = \sigma F n_i \delta z, \quad (4)$$

где  $F = \beta n_i V_a q / (\tau S)$ ,  $S = \pi D^2 / 4$  — эффективная площадь поперечного сечения моды в активном элементе,  $D$  — диаметр сечения,  $V_a = S d$ ,  $\delta z = c \delta t / n_a$ ,  $n_a$  — показатель преломления материала активного элемента.

В нашей модели начало генерации лазера после включения добротности резонатора имеет вероятностный характер и описывается функцией  $p(t)$ . В большинстве случаев момент начала генерации соответствует времени, меньшему, чем характерное время  $\delta t = \tau_{in}$  появления в резонаторе первого (одного) вынужденного фотона

$$\delta F S \tau_{in} = 1, \quad (5)$$

а нестабильность периода следования импульсов лазера определяется, соответственно, временем  $\tau_{in}$ .

Используя (4) и (5), получим выражение для времени  $\tau_{in}$ :

$$\tau_{in} = \left( \frac{\tau n_a}{\beta q \sigma V_a c} \right)^{1/2} \frac{1}{n_i}. \quad (6)$$

Так же, как параметры  $\beta$  и  $\sigma$  определяют соответственно вероятности попадания спонтанного фотона в моду генерации и вызванного им излучения вынужденного фотона, параметр  $\tau_{in}$  определяет вероятность возникновения генерации лазера после включения добротности резонатора. По аналогии с процессом спонтанного излучения, который обусловлен нулевыми флуктуациями электромагнитного поля [12], в нашей модели величина  $1/\tau_{in}$  равна вероятности начала генерации лазера за единицу времени, а вероятность начала генерации за время  $t$  после включения добротности  $p(t) = 1 - \exp(-t/\tau_{in})$ . При  $t = \tau_{in}$  вероятность  $p = 0,63$ .

Если генерация импульсов лазером осуществляется мгновенным включением добротности [9], то в этом случае нестабильность периода следования импульсов лазера будет определяться в основном временем  $\tau_{in}$  (6). Оценим это время для лазеров на активированных неодимом кристаллах алюмоиттриевого граната YAG:Nd и кальций-галлий-германиевого граната CGGG:Nd [13]. Для YAG:Nd-лазера [13] концентрация ионов неодима  $n_Y = 0,8 \cdot 10^{20} \text{ см}^{-3}$ , радиационное время жизни верхнего лазерного уровня  $\tau_Y = 230 \text{ мкс}$ , эффективное сечение индуцированных переходов  $\sigma_Y = 3,2 \cdot 10^{-19} \text{ см}^2$ , толщина активного элемента  $d_Y = 4,1 \text{ мм}$ , а для CGGG:Nd-лазера [13] аналогичные величины соответственно равны  $n_C = 2,0 \cdot 10^{20} \text{ см}^{-3}$ ,  $\tau_C = 220 \text{ мкс}$ ,  $\sigma_C = 1,4 \cdot 10^{-19} \text{ см}^2$ ,  $d_C = 1,5 \text{ мм}$ . Для обоих лазеров эффективный диаметр моды в активном элементе  $D$  одинаков и равен 90 мкм [13]. При  $n_a = 1,5$ ;  $q = 1$ ,  $\beta = 10^{-5}$  [11] и плотности инверсии населённостей  $n_i$ , равной концентрации ионов неодима, получим  $\tau_{inY} = 1,5 \cdot 10^{-13} \text{ с}$  и  $\tau_{inC} = 3,1 \cdot 10^{-13} \text{ с}$ . Полученные значения для  $\tau_{inY}$  и  $\tau_{inC}$  на несколько порядков меньше характерных нестабильностей периода следования импульсов YAG:Nd и CGGG:Nd-лазеров [14] и представляют собой, по-видимому, предельно малые нестабильности для этих устройств.

Для более корректной оценки  $\tau_{in}$  по формуле (6) необходимо учесть несколько обстоятельств. Первое, время  $\tau$  для активного элемента в резонаторе меньше времени  $\tau$ , приводимого в таблицах и измеряемого для активного элемента вне резонатора [15]. Второе, плотность инверсии населённостей  $n_i$ , соответствующая моменту начала генерации лазера, может быть меньше концентрации ионов активатора. Для лазера с одним пассивным модулятором  $n_i$  зависит от параметров пассивного модулятора, активного элемента, а также от  $R$  и  $L$  [7]. В случае лазера с пассивным и активным модуляторами в резонаторе  $n_i = n_p \tau$  [8]. И третье, фактор спонтанного излучения  $\beta$  зависит от многих параметров лазера и требует отдельного изучения.

## 2. ОЦЕНКА ФАКТОРА СПОНТАННОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

Фактор спонтанного излучения равен доле спонтанных фотонов, излучаемых ионами активатора активного элемента лазера в том же угловом направлении и в той же спектральной полосе, что и сама мода лазера или, что то же вероятности попадания спонтанного фотона в генерируемую моду лазера.

Угловое направление, соответствующее моде лазера, определим как удвоенный (вследствие существования двух направлений вдоль оси резонатора) телесный угол  $2\Omega_d$ , соответствующий дифракционной расходимости

$$\theta_d = \alpha \frac{\lambda}{D}, \quad (7)$$

где  $\lambda$  — длина волны лазерного излучения, а числовой коэффициент  $\alpha$  приблизительно равен единице:  $\alpha = 1,22$  при равномерном распределении интенсивности по диаметру  $D$ , и  $\alpha = 2/\pi$  при гауссовом поперечном распределении интенсивности; в последнем случае в качестве  $D$  берётся диаметр перетяжки гауссова пучка [12]. Телесный угол  $\Omega_d = \pi\theta_d^2$ . Считая, что спонтанное излучение одинаково вдоль любого направления в пространстве, т. е. что оно равномерно распределено в пределах телесного угла  $4\pi$  стерадиан, получим выражение для вероятности попадания спонтанно излучённого фотона в телесный угол  $2\Omega_d$ :

$$P_\Omega = \frac{\alpha^2 \lambda^2}{2D^2}. \quad (8)$$

Вероятность того, что частота спонтанно излучённого фотона лежит в интервале  $\nu \div \nu + d\nu$  равна  $g(\nu - \nu_0) d\nu$  [12], где  $g(\nu - \nu_0)$  — форма линии излучения,  $\int_{-\infty}^{+\infty} g(\nu - \nu_0) d\nu = 1$ ,  $\nu_0$  — частота центра линии. В случае однородного уширения линии, когда резонансная частота  $\nu_0$  и форма

контура линии перехода одинаковы для всех атомов активатора,  $g(\nu - \nu_0)$  даётся лоренцевой функцией  $g_L(\nu - \nu_0)$ :

$$g(\nu - \nu_0) = g_L(\nu - \nu_0) = \frac{2}{\pi \Delta\nu_0} \frac{1}{1 + [2(\nu - \nu_0)/\Delta\nu_0]^2}, \quad (9)$$

где  $\Delta\nu_0$  — полная ширина контура линии  $g_L(\nu - \nu_0)$  между двумя её точками, имеющими интенсивность, равную половине максимальной. Максимум функции  $g_L(\nu - \nu_0)$  находится на частоте  $\nu = \nu_0$  и равен  $K_L/\Delta\nu_0$ , где  $K_L = 2/\pi = 0,64$ .

При неоднородном уширении линии спонтанного излучения резонансные частоты  $\nu'_0$  атомов распределены вблизи некоторой центральной частоты  $\nu_0$ , а функция  $g(\nu - \nu_0)$  описывается свёрткой функции  $g_L$  и гауссовой функции  $g_G$  [12]:

$$g = \int_{-\infty}^{+\infty} g_G(x) g_L[(\nu - \nu_0) - x] dx, \quad (10)$$

где  $x = \nu'_0 - \nu_0$ . Когда резонансные частоты всех атомов одинаковы, (10) переходит в (9). Если же ширина контура линии перехода одиночного атома  $g_L(\nu - \nu'_0)$  на много меньше ширины распределения  $g_G(\nu'_0 - \nu_0)$ , обусловленного неоднородным уширением, т. е. реализуется случай чисто неоднородного уширения, то форма (10) переходит в гауссову линию

$$g(\nu - \nu_0) = g_G(\nu - \nu_0) = \frac{2}{\Delta\nu_0} \left( \frac{\ln 2}{\pi} \right)^{1/2} \exp \left[ - \frac{4(\nu - \nu_0)^2}{(\Delta\nu_0)^2} \ln 2 \right]. \quad (11)$$

Максимальное значение функции  $g_G$  достигается при  $\nu = \nu_0$  и равно  $K_G/\Delta\nu_0$ , где  $K_G = 2(\ln 2/\pi)^{1/2} = 0,94$ . Полная ширина по половине высоты контура  $g_L(\nu - \nu_0)$  для однородного уширения вследствие спонтанного излучения определяется только свойствами данного перехода. Она называется естественной или собственной шириной линии перехода и равна  $\Delta\nu_0 = 1/(2\pi\tau_T)$ , где  $\tau_T$  — излучательное, или радиационное, время жизни верхнего уровня перехода.

Поскольку ширина  $\Delta\nu_1$  спектра лазерного излучения обычно значительно, вплоть до 10 порядков, меньше, чем ширина линии перехода спонтанного излучения [12], то для оценки вероятности попадания частоты  $\nu$  спонтанно излучённого фотона в интервал  $\Delta\nu_1$  можно использовать выражение  $g(0) \Delta\nu_1$ , где  $\Delta\nu_1 = 1/(2\pi\tau_1)$ ,  $\tau_1$  — время жизни фотона в резонаторе лазера и предполагается, что рабочая мода резонатора совпадает с максимумом контура  $g$ . Учитывая, что  $\tau_1 = l'/(c\gamma_1)$  [12], где  $\gamma_1$  — полные логарифмические потери за проход света в резонаторе лазера, а  $n_i = \gamma_1/(\sigma d)$ , получим выражение для оценки фактора спонтанного излучения

$$\beta = \frac{K\alpha^2\lambda^2}{2D^2} \frac{\Delta\nu_1}{\Delta\nu_0} = \frac{K\alpha^2\lambda^2 c n_i \sigma d}{4\pi D^2 l' \Delta\nu_0}, \quad (12)$$

где  $K = K_L$  при однородном и  $K = K_G$  при неоднородном уширениях линии. Соотношение (12) показывает, что фактор  $\beta$  спонтанного излучения пропорционален квадрату дифракционной расходимости  $\alpha^2 (\lambda/D)^2$  и отношению  $\Delta\nu_1/\Delta\nu_0$  полных ширин по половинным высотам спектров лазерного и спонтанного излучений. При  $D = 100$  мкм и  $\lambda = 1$  мкм оценочное значение фактора спонтанного излучения изменяется в соответствии (12) от  $10^{-5}$  до  $10^{-15}$  в зависимости от отношения  $\Delta\nu_1/\Delta\nu_0$ . При  $\beta = 10^{-15}$  времена  $\tau_{inY}$  и  $\tau_{inC}$  для лазеров YAG:Nd и CGGG:Nd [13], определяемые квантовыми флуктуациями спонтанного излучения, составляют 15 и 31 нс соответственно, что на три порядка превышает нестабильность периода следования импульсов твёрдотельного

лазера с диодной накачкой, рассмотренного в работе [16]. Последнее обстоятельство показывает необходимость учёта влияния квантовых флуктуаций спонтанного излучения на стабильность периода следования импульсов лазера при оптимизации его параметров.

Используя (6) и (12), получим выражения для нестабильности периода следования импульсов твёрдотельного лазера с диодной накачкой и одним пассивным модулятором в резонаторе при мгновенных включениях добротности:

$$\tau_{\text{in}} = \frac{4}{\alpha \lambda c \sigma d} \left( \frac{l' n_a \tau \Delta \nu_0}{K q} \right)^{1/2} n_i^{-3/2}. \quad (13)$$

Для лазера с пассивным и активным модуляторами в резонаторе, когда  $n_i = n_p \tau$ , выражение (13) переписывается в виде

$$\tau_{\text{in}} = \frac{4}{\alpha \lambda c \sigma \tau d} \left( \frac{l' n_a \Delta \nu_0}{K q} \right)^{1/2} n_p^{-3/2}. \quad (14)$$

Из (13) и (14) следует, что у лазера с одним пассивным модулятором  $\tau_{\text{in}}$  пропорционально  $n_i^{-3/2}$ , а у лазера с пассивным и активным модуляторами  $\tau_{\text{in}}$  пропорционально  $n_p^{-3/2}$ .

При  $\alpha \approx 1$ ,  $q \approx 1$ , когда  $\tau \approx \tau_r$ ,  $l' \approx n_a d$ , т. е. когда активный элемент практически полностью заполняет объём резонатора,  $K = K_L = 0,64$ ;  $\tau_r \Delta \nu_0 = 1/(2\pi) \approx 0,16$  и выражения (13) и (14) переписываются соответственно в виде

$$\tau_{\text{in}} = \frac{2n_a}{\lambda c \sigma d^{1/2} n_i^{3/2}} \quad (15)$$

и

$$\tau_{\text{in}} = \frac{2n_a}{\lambda c \sigma \tau^{3/2} d^{1/2} n_p^{3/2}}. \quad (16)$$

Выражения (15) и (16) показывают характер зависимости  $\tau_{\text{in}}$  от  $\sigma$ ,  $d$ ,  $\tau$ ,  $n_i$  и  $n_p$  при естественном однородном уширении линии спонтанного излучения.

Полученные в рамках приведённого анализа приближённые аналитические выражения (13) и (14) облегчают проведение практических оценок и оптимизацию параметров лазера с целью уменьшения нестабильности периода следования его импульсов. Для повышения точности результатов необходимо привлечение квантово-электродинамического подхода [17, 18]. Однако в последнем случае возможности анализа ограничиваются обычно только численными оценками.

### 3. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Исследована нестабильность периода следования импульсов твёрдотельного лазера с диодной накачкой при мгновенных включениях добротности резонатора. Получены приближённые аналитические выражения для характерной флуктуации  $\tau_{\text{in}}$  периода следования импульсов, обусловленной случайным характером развития лазерной генерации из спонтанного излучения после включения добротности. Для лазера с одним пассивным модулятором в резонаторе  $\tau_{\text{in}}$  пропорционально  $n_i^{-3/2}$ , а с пассивным и активным модуляторами —  $n_p^{-3/2}$ , где  $n_i$  — пороговая плотность инверсии населённостей, а  $n_p$  — скорость диодной накачки.

Авторы выражают благодарность Л. Д. Алексеевскому, Ю. В. Коробкину и В. А. Лебедеву за обсуждение результатов работы.

Работа поддержана РФФИ (грант 09–08–01114) и Рособразованием (госконтракт 2.1.1/473).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Lai N. D., Brunel M., Bredenaker F., Floch A. L. // *Appl. Phys. Lett.* 2001. V. 79, No. 8. P. 1073.
2. Кравцов Н. В. // *Квантовая электроника.* 2001. Т. 31, № 8. С. 661.
3. Wang X., Zu Z. // *Opt. Express.* 2005. V. 13, No. 18. P. 6693.
4. Nodop D., Limpert J., Hohmuth R., et al. // *Opt. Lett.* 2007. V. 32, No. 15. P. 2115.
5. Shatalov A. F., Belovolov M. I. // *Int. Conf. "Laser Optics 2008", June 23–28, 2008, St. Petersburg, Russia. Paper ThR1-p32.* P. 58.
6. Khurgin J. V., Jin F., Solyar G., et al. // *Appl. Opt.* 2002. V. 41, No. 6. P. 1095.
7. Шаталов А. Ф., Шаталов Ф. А. // *Изв. вузов. Радиофизика.* 2009. Т. 52, № 4. С. 337.
8. Шаталов А. Ф., Шаталов Ф. А. // *Изв. вузов. Радиофизика.* 2010. Т. 53, № 4. С. 279.
9. Прохоров А. М. // *Радиотехника и электроника.* 1963. Т. 8, № 6. С. 1073.
10. Degnan J. J. // *IEEE J. Quantum Electron.* 1995. V. 31, No. 11. P. 1890.
11. Кравцов Н. В., Ларионцев Е. Г. // *Квантовая электроника.* 2009. Т. 39, № 11. С. 1045.
12. Звелто О. *Принципы лазеров.* М.: Мир, 1990. 560 с.
13. Шаталов А. Ф., Шаталов Ф. А. // *Приборы и техника эксперимента.* 2009. № 6. С. 99.
14. Беловолов М. И., Шаталов А. Ф. // *Квантовая электроника.* 2008. Т. 38, № 10. С. 933.
15. Шаталов А. Ф., Шаталов Ф. А. // *Метрология.* 2009. № 7. С. 33.
16. Hansson B., Arvidsson M. // *Electron. Lett.* 2000. V. 36, No. 13. P. 1123.
17. Ханин Я. И. *Динамика квантовых генераторов.* Т. 2. М.: Сов. радио, 1975. 496 с.
18. Ахманов С. А., Дьяков Ю. Е., Чиркин А. С. *Введение в статистическую радиофизику и оптику.* М.: Наука, 1981. 640 с.

Поступила в редакцию 2 ноября 2010 г.; принята в печать 30 ноября 2010 г.

**PULSE INTERVAL JITTER OF A DIODE-PUMPED SOLID-STATE LASER  
WITH INSTANTANEOUS Q-SWITCHING OF THE RESONATOR**

*A. F. Shatalov and F. A. Shatalov*

We study the pulse interval jitter of a diode-pumped solid-state laser due to random development of lasing from spontaneous emission after Q-switching of the resonator. Analytical expressions are obtained for the pulse interval jitter of lasers with passive and passive-active Q-switching.