

УДК 621.385.6

О МЯГКОМ И ЖЁСТКОМ РЕЖИМАХ ГЕНЕРАЦИИ В ЛАМПЕ ОБРАТНОЙ ВОЛНЫ

Э. Б. Абубакиров, А. П. Конюшков

Институт прикладной физики РАН, г. Нижний Новгород, Россия

С помощью простейшей «клистронной» модели взаимодействия электронного пучка и электромагнитного поля проведён анализ реализации мягкого и жёсткого режимов возбуждения автоколебаний в лампе обратной волны. Показано, что характер режима работы определяется функцией, описывающей зависимость пространственного смещения электронов в потоке от их энергии. Получены соотношения, позволяющие определить параметрическую границу между мягким и жёстким режимами работы для приборов с различными значениями начальной энергии частиц.

ВВЕДЕНИЕ

Возможность работы лампы обратной волны в жёстком режиме, т. е. существования стационарных автоколебаний при электронных токах, меньших стартового, известна достаточно хорошо. Следует, однако, отметить, что в слабoreлятивистских приборах этого типа генерация в жёстком режиме встречается редко и большого практического значения не имеет. В то же время для релятивистских ламп обратной волны работа в режимах, близких к жёсткому, является, скорее, правилом [1, 2]. Поэтому существует предположение [1], что роль нелинейности, ответственной за жёсткий характер их возбуждения, играет именно релятивистская зависимость массы электронов от скорости. В настоящей работе предпринята попытка выяснить с более общих позиций, какого рода неизохронность движения электронов, т. е. зависимость их скорости от энергии, может привести к реализации жёстких режимов генерации в лампе обратной волны.

1. ОСОБЕННОСТИ ГРУППИРОВКИ ЭЛЕКТРОНОВ ПРИ БОЛЬШОЙ АМПЛИТУДЕ МОДУЛЯЦИИ

Для анализа причины появления областей жёсткой генерации в лампе обратной волны рассмотрим особенности группировки частиц и формирования высокочастотной компоненты электрического тока вдоль длины прибора. Для этого воспользуемся моделью двухзазорного клистрона с цепью обратной связи (см., например [3]). В такой модели (рис. 1) высокочастотное поле взаимодействует с электронным потоком только на коротких отрезках в начале и конце трассы его распространения, что существенно упрощает анализ.

В первом зазоре, расположенном в точке $z = 0$, на электронный пучок действует модулирующее продольное электрическое поле $E_z(t) = E_0 \cos(\Omega t)$, меняющееся по гармоническому закону с циклической частотой Ω . Пусть начальная энергия электронов $W_0 = mc^2 \gamma_0$, где m — масса покоя электрона, c — скорость света, $\gamma_0 = 1/\sqrt{1 - V_0^2/c^2}$ — релятивистский масс-фактор, V_0 — начальная скорость частиц. После прохождения через зазор энергия электронов в пучке становится модулированной: $\gamma = \gamma_0 + edE_0/(mc^2) \cos(\Omega t_0)$, где t_0 — момент времени, в который частица попала в зазор, e — заряд электрона, d — ширина модулирующего зазора. В дальнейшем, по мере движения вдоль оси z , модуляция электронов по энергиям переходит в модуляцию их плотности. Эффективность такой группировки будем характеризовать нормированной высокочастотной

составляющей электронного тока:

$$J = \int_0^{2\pi} \exp(-i\theta) d\theta, \tag{1}$$

где $\theta = \Omega t$ — фаза модулирующего поля в момент нахождения электрона в данной точке, $\theta_0 = \Omega t_0$ — фаза поля в момент пролёта электрона через зазор.

Рассмотрим процесс инерционной группировки электронов в пространстве дрейфа. При движении вдоль оси z изменение фазы подчиняется уравнению

$$d\theta/dz = f(\gamma), \tag{2}$$

где

$$f(\gamma) = \frac{\Omega}{V} = \frac{\Omega}{c \sqrt{1 - \gamma^{-2}}}, \tag{3}$$

V — текущая скорость электрона. Учитывая, что $\gamma(\theta_0) = \gamma_0 + edE_0/(mc^2) \cos \theta_0$, получаем

$$\theta = \theta_0 + zf [\gamma_0 (1 + a \cos \theta_0)], \tag{4}$$

где $a = edE_0/(\gamma_0 mc^2)$ — относительное изменение энергии электрона после прохождения через зазор. В результате высокочастотная составляющая электронного тока даётся формулой

$$J(z, a) = \int_0^{2\pi} \exp(-i \{ \theta_0 + zf [\gamma_0 (1 + a \cos \theta_0)] \}) d\theta_0. \tag{5}$$

В случае ультрарелятивистских энергий электронов, т. е. когда $\gamma_0 \gg 1$, выражение (5) принимает вид

$$J(\zeta, a) = \int_0^{2\pi} \exp \left[-i\theta_0 - \frac{i\pi\zeta}{(1 + a \cos \theta_0)^2} \right] d\theta_0, \tag{6}$$

где $\zeta = z/L_0$ — нормированная длина пространства группировки, $L_0 = 2\pi V_0 \gamma_0^2 / \Omega$ — оптимальная длина трассы распространения электронного пучка в лампе обратной волны, при которой достигается высокий коэффициент полезного действия (КПД) [4]. В случае нерелятивистских энергий электронов, т. е. когда $|\gamma_0 - 1| \ll 1$, выражение для высокочастотного тока также можно представить в безразмерном виде:

$$J(\zeta, a) = \int_0^{2\pi} \exp \left(-i\theta_0 - \frac{2\pi i\zeta}{\sqrt{1 + a \cos \theta_0}} \right) d\theta_0. \tag{7}$$

Отметим, что в большинстве случаев (см., например, [5]) глубину модуляции электронов считают малой и раскладывают функцию $f(\gamma)$ в ряд Тейлора по степеням a , ограничиваясь первыми двумя членами:

$$f(\gamma) \approx f(\gamma_0) + \gamma_0 a f'(\gamma_0) \cos \theta_0.$$

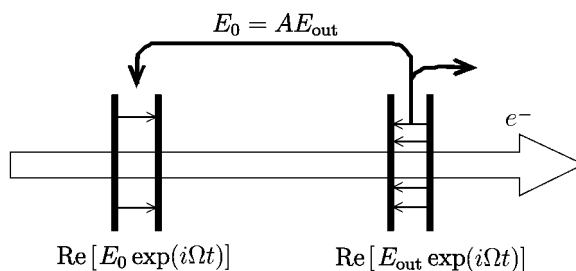


Рис. 1. Схематическая модель двухзазорного клистрона-генератора

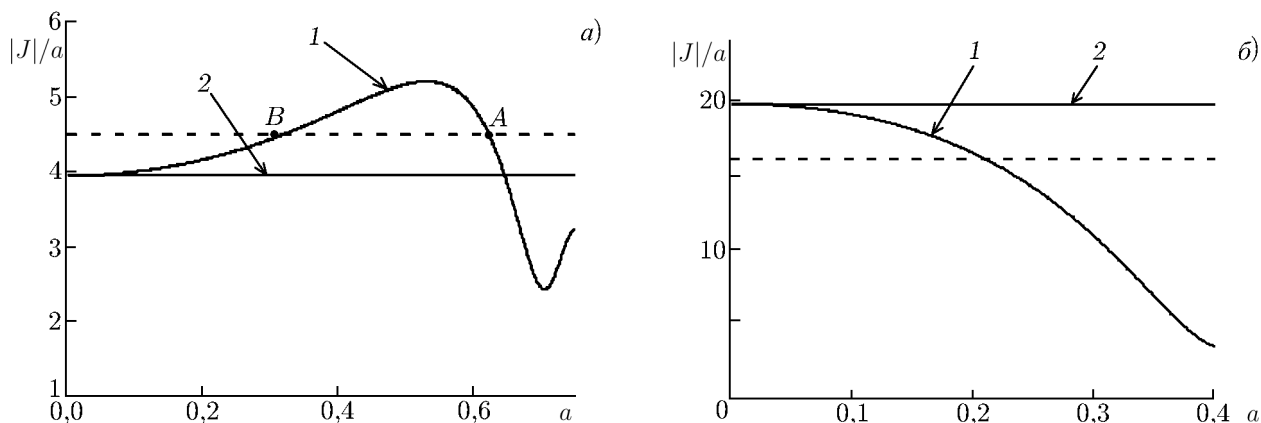


Рис. 2. Зависимость относительной амплитуды высокочастотного тока от амплитуды модулирующего поля в зазоре (кривая 1). Кривая 2 соответствует линейному приближению $|J_{\text{lin}}|/a$. Пунктирная линия отвечает уравнению (10). Панели а и б соответствуют безразмерным длинам рабочего пространства взаимодействия $\zeta = 0,2$ и 1 соответственно

В этом случае высокочастотная составляющая электронного потока равна:

$$J(z, a) = -2\pi i \exp[-izf(\gamma_0)] J_1[za\gamma_0 f'(\gamma_0)], \tag{8}$$

где $J_1(x)$ — функция Бесселя 1-го порядка.

Согласно (8), при заданной длине пространства дрейфа относительная амплитуда высокочастотного тока $|J(z, a)|/a$ уменьшается при увеличении амплитуды модулирующего поля, если $a < \mu_1/[z\gamma_0 f'(\gamma_0)]$, где $\mu_1 \approx 3,832$ — первый по счёту нуль функции $J_1(x)$. Вместе с тем прямым вычислением по общему соотношению (5) нетрудно показать, что при $\zeta < 1$ зависимость высокочастотного тока от амплитуды входного сигнала может иметь несколько иной характер. Примем для определённости, что начальная энергия электронов велика и, соответственно, будем использовать в расчётах выражение (6).

На рис. 2 представлены зависимости $|J(\zeta, a)|/a$ (кривые 1) для различных значений нормированной длины прибора ζ в ультрарелятивистском случае. При малых амплитудах модулирующего поля, когда $a \ll 1$, модуль высокочастотной компоненты электрического тока линейно возрастает с увеличением a (линии 2 на рис. 2):

$$|J_{\text{lin}}(\zeta, a)| = 2\pi^2 \zeta a. \tag{9}$$

При увеличении a модуль высокочастотной компоненты растёт, затем происходит насыщение, и при очень больших амплитудах поля возникает модуляция, вызванная перегруппировкой электронов. Заметим, что для малых длин ζ (рис. 2а) при увеличении амплитуды модулирующего поля модуль высокочастотной компоненты электрического тока увеличивается быстрее, чем $|J_{\text{lin}}(\zeta, a)|$, а при больших ζ — медленнее (рис. 2б).

Таким образом, при больших длинах прибора по мере увеличения амплитуды модулирующего поля относительная эффективность группировки всегда уменьшается по сравнению с линейным случаем, в то время как при малой длине рабочего пространства нелинейность взаимодействия может проявляться и более сложным образом.

2. РЕЖИМЫ УСТАНОВЛЕНИЯ КОЛЕБАНИЙ

Для работы клистрона в режиме автогенерации необходимо наличие положительной обратной связи: часть выходного излучения должна использоваться для модуляции электронного потока

по энергиям в первом зазоре, расположенном в точке $z = 0$. Таким образом, амплитуда электрического поля в модулирующем зазоре E_0 связана с выходной амплитудой E_{out} с помощью соотношения $E_0 = AE_{\text{out}}$, где A — коэффициент передачи канала обратной связи. Поскольку амплитуда электромагнитных колебаний в выходном резонаторе пропорциональна высокочастотному току, т. е. $E_{\text{out}} \propto J(\zeta)$, то обратная связь в рассматриваемой ситуации описывается условием

$$a = RJ(\zeta), \quad (10)$$

где параметр R зависит как от электродинамических характеристик канала обратной связи, так и от добротности выходного резонатора и связи в нём электронов с высокочастотным полем. На рис. 2 соотношению (10) соответствует штриховая линия, параллельная оси абсцисс, точки пересечения которой с зависимостью $|J(\zeta, a)|/a$ от a соответствуют стационарным колебаниям в генераторе.

Как видно из рис. 2б, при большой длине рабочего пространства возможна лишь одна точка пересечения прямой $J(\zeta)/a = R$ с кривой зависимости $|J(\zeta, a)|/a$ от a , что характерно для мягкого режима работы автогенератора. В случае малых длин прибора, как уже упоминалось, при увеличении a эффективность группировки растёт быстрее, чем $|J_{\text{lin}}(\zeta, a)|$. Поэтому при соответствующем подборе параметра обратной связи R для автогенератора возможно существование двух решений: одного устойчивого (рис. 2а, точка А) и одного неустойчивого (рис. 2а, точка В). При этом устойчивое решение оказывается ниже порога самовозбуждения, что характерно для жёсткого режима генерации.

Хотя кривые на рис. 2 построены для ультрарелятивистских энергий электронов, $|J(\zeta, a)|/a$ имеет похожую зависимость от a и для произвольных энергий частиц: при малых z модуль высокочастотной компоненты электрического тока растёт быстрее, чем в линейном случае, а при больших — медленнее. Как отмечалось ранее, в первом случае возможно жёсткое возбуждение колебаний в генераторе, в то время как во втором — только мягкое.

Для определения границы жёсткого и мягкого режимов возбуждения представим $J(z, a)$ в виде ряда по степеням a и ограничимся его первыми двумя членами:

$$J(z, a) \approx a \frac{dJ(z, 0)}{da} + a^3 \frac{d^3J(z, 0)}{da^3},$$

где $dJ(z, 0)/da = -i\pi z f'(\gamma_0)$, а $d^3J(z, 0)/da^3 = \pi z \{-3z^2 f'(\gamma_0) f''(\gamma_0) + iz^2 [f'(\gamma_0)]^3 - i f'''(\gamma_0)\}/8$. Пренебрегая членами, пропорциональными a в четвёртой и более высоких степенях, получаем приближённое выражение для модуля высокочастотной компоненты электрического тока:

$$|J(z, a)| \approx -\pi z a f'(\gamma_0) + \pi z a^3 \{z^2 [f'(\gamma_0)]^3 - f'''(\gamma_0)\}/8. \quad (11)$$

Первый член в (10) соответствует линейному увеличению модуля высокочастотной компоненты электрического тока при увеличении амплитуды модулирующего поля: $-\pi z a f'(\gamma_0) = |J_{\text{lin}}(z, a)|$. Знак второго члена определяет режим установления колебаний в генераторе. В случае, когда $z < z_c$, где

$$z_c^2 = f'''(\gamma_0)/[f'(\gamma_0)]^3, \quad (12)$$

второй член положителен и зависимость $|J(z, a)|/a$ от a аналогична показанной на рис. 2а: при увеличении a модуль высокочастотной компоненты электрического тока растёт быстрее, чем $|J_{\text{lin}}(z, a)|$, и для генератора возможен жёсткий режим установления колебаний. Когда же $z > z_c$, второй член отрицателен и мы имеем ситуацию, аналогичную рис. 2б, когда в генераторе проявляется только мягкий режим возбуждения. При дрейфовом характере группировки, когда

фазовая неизохронность электронов описывается соотношением (3), жёсткое возбуждение генератора оказывается возможным при

$$\frac{z}{L_0} < \frac{\sqrt{3}}{\pi} \left(1 + \frac{1}{8\gamma_0^2} \right). \quad (13)$$

Несмотря на то, что оценки границы жёсткого и мягкого режимов работы были проведены для простейшей «клистронной» модели автогенератора, они, очевидно, по порядку величины справедливы и для некоторых приборов с распределённым взаимодействием, в частности лампы обратной волны.

В ультррелятивистском случае оценка (12) даёт границу жёсткого режима генерации, близкую к найденной в [2] для релятивистской лампы обратной волны. Кроме этого, из соотношения (11) видно, что использование для описания работы этого прибора приближения малого изменения энергии электронов, когда функция $f(\gamma)$ линейна, $f(\gamma) = b + k(\gamma - \gamma_0)$, исключает возможность существования жёсткого режима работы.

Как видно из (12), жёсткий режим возбуждения проявляется в относительно коротких лампах, длина которых меньше L_0 . В них большая амплитуда высокочастотного поля на входе в рабочее пространство, т. е. в самом начале процесса группировки электронов, способствует проявлению нелинейных эффектов, ответственных за увеличение эффективности их взаимодействия с синхронной волной. Следует отметить, что для электронов с релятивистскими энергиями использование лампы обратной волны с относительно малой длиной рабочего пространства является вполне типичным. Это позволяет получить большой КПД, а также обеспечить быстрое начало генерации.

В то же время в слаборелятивистском случае работа в режиме жёсткого возбуждения, очевидно, не актуальна, поскольку в случае малых энергий величина L_0 совпадает с «медленной» длиной волны $\lambda(V_0/c)$ и синхронное взаимодействие частиц с волной на таком пространственном масштабе не представляется возможным.

3. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотренный в настоящей работе подход позволяет определить характер установления стационарных автоколебаний в лампе обратной волны на основе вида функции, описывающей фазовую группировку электронов. В частности показано, что нелинейный режим работы, приводящий к жёсткой генерации, возможен при произвольных начальных энергиях электронов, но более характерен для релятивистских приборов данного типа.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Трубецков Д. И., Кузнецов С. П., Рыскин Н. М., Храмов А. Е. // Нелинейные волны — 2004. Нижний Новгород: ИПФ РАН, 2005. С. 287.
2. Абубакиров Э. Б., Конюшков А. П., Сергеев А. С. // Изв. вузов. Радиофизика. 2008. Т. 51, № 8. С. 675.
3. Шевчик В. Н. Основы электроники сверхвысоких частот. М.: Сов. радио, 1959. 308 с.
4. Петелин М. И. // Изв. вузов. Радиофизика. 1970. Т. 13, № 10. С. 1586.
5. Шевчик В. Н., Трубецков Д. И. Аналитические методы расчёта в электронике СВЧ. М.: Сов. радио, 1970. 584 с.
6. Братман В. Л., Гинзбург Н. С., Ковалёв Н. Ф. и др. // Высокочастотная релятивистская электроника. Горький, 1979. С. 249.

7. Петелин М. И. // Изв. вузов. Радиофизика. 1974. Т. 17, № 6. С. 902.

Поступила в редакцию 13 ноября 2010 г.; принята в печать 29 ноября 2010 г.

HARD AND SOFT GENERATION REGIMES IN A BACKWARD-WAVE OSCILLATOR

E. B. Abubakirov and A. P. Konyushkov

Using the simplest klystron-type model of the interaction between an electron beam and an electromagnetic field, we analyze realization of the soft and hard regimes of excitation of self-oscillations in a backward-wave oscillator. It is shown that the character of the operation regime is determined by a function which describes the dependence of the spatial shift of electrons in the beam on their energy. The relationships are found which allow one to determine the parametric boundary between the soft and hard operation regimes for devices with various initial particle energies.