УДК 537.86:621.317

# ХАРАКТЕРИСТИКИ РЕЗОНАТОРОВ СВЕРХВЫСОКИХ ЧАСТОТ С НЕРЕЗОНАНСНЫМ ПРОСАЧИВАНИЕМ МОЩНОСТИ

## В. Н. Егоров

Восточно-Сибирский филиал ФГУП «ВНИИФТРИ», г. Иркутск, Россия

Получены выражения для характеристик измерительных резонаторов микроволнового диапазона с нерезонансным просачиванием сигнала со входа на выход резонатора. Показано, что такое просачивание может существенно искажать форму резонансной кривой и приводить к погрешностям в определении добротности и резонансной частоты. Проведено сравнение точности аппроксимации экспериментальной резонансной кривой резонатора с нерезонансным просачиванием мощности двумя функциями: классической резонансной и обобщённой функцией, учитывающей модуль и фазу сигнала прямого просачивания. Применение обобщённой резонансной функции позволяет снизить погрешность аппроксимации и получить высокую точность значений добротности и резонансной частоты по искажённой резонансной кривой с нерезонансным просачиванием мощности.

## ВВЕДЕНИЕ

Резонансные методы измерений различных физических величин во многих случаях являются наиболее точными. Резонаторы с малой диссипацией запасённой в них механической или электромагнитной энергии представляют собой уникальные по чувствительности датчики физических величин [1–4]. Их преимуществом является также простота формирования выходного «частотного» сигнала, т. е. преобразования измеряемой физической величины в частоту выходного гармонического сигнала. Измеряемая величина обычно рассчитывается по резонансной частоте и/или добротности резонатора, на который она воздействует.

Появление цифровых анализаторов цепей сверхвысоких частот (CBЧ) с высоким частотным разрешением, встроенными программами статистической обработки результатов и программной коррекцией характеристик измерительного тракта позволило существенно продвинуться в точности измерения резонансной частоты и добротности CBЧ резонаторов. Использование всей оцифрованной резонансной кривой, а не только точки максимума или минимума и точек «половинной мощности» также повышает точность измерений и позволяет оценить степень адекватности расчётной модели.

Отличие реальных частотных характеристик измерительных трактов с резонаторами от классической резонансной кривой, принятой для их описания и расчётов, во многих случаях уже ограничивает экспериментальные возможности. Для проходных измерительных резонаторов характерно использование слабой связи с трактом, дающей коэффициент передачи резонатора –(25÷35) дБ. Прямое (нерезонансное) просачивание СВЧ излучения со входа резонатора на его выход может значительно искажать резонансную характеристику. Само нерезонансное просачивание не всегда устранимо технически, особенно в резонаторах открытого типа в миллиметровом диапазоне. Как известно, полное поле в открытом резонаторе, кроме колебаний с дискретным спектром, содержит ещё колебания с непрерывным спектром [5], которые и создают так называемый нерезонансный фон.

# 1. МОДЕЛИ РЕЗОНАТОРОВ С НЕРЕЗОНАНСНЫМ ФОНОМ

В резонаторах проходного типа с двумя элементами связи в некоторых случаях, например при близком расположении входного и выходного элементов связи или при сильной связи, кроме резонансного сигнала наблюдается прямое прохождение части энергии поля, возбуждаемого входным элементом связи, на выходной элемент без преобразования в поле возбуждаемого резонансного колебания, рис. 1*а*. В различной степени нерезонансный фон всегда присутствует в реальных резонаторах, но во многих случаях он мал в сравнении с резонансным сигналом, особенно в высокодобротных резонаторах.

В отличие от резонансного сигнала, амплитуда и фаза нерезонансного фона существенно слабее зависят от частоты и в пределах резонансной кривой могут считаться постоянными. Однако векторное сложение резонансного сигнала с нерезонансным фоном на выходе резонатора может приводить к значительному искажению классической формы резонансной кривой вследствие сильной фазочастотной зависимости резонансного сигнала.

В резонаторах бегущей волны и стоячей волны с распределённым возбуждением, включённых «как неоднородность» в СВЧ тракт, рис. 1*6*, нерезонансное просачивание сигнала на первый взгляд не должно приводить к искажению резонансной кривой, поскольку сигнал и так напрямую проходит в нагрузку по возбуждающему волноводу. Однако при таком возбуждении возможно нерезонансное прохождение части излучения из возбуждающего волновода в резонатор и обратно в волновод с иным фазовым сдвигом, чем в возбуждающем волноводе на этом же участке.

Резонаторы с прямым просачиванием сигнала со входа на выход могут быть представлены в виде резонатора без просачивания с коэффициентом передачи [6]  $S_{21}(\xi) = b_2/a_1 = |S_{21}(\xi)| \times \exp[\Psi(\xi)]$ , между входом и выходом которого включён дополнительный отрезок тракта без потерь с коэффициентом передачи  $S'_{21} = b'_2/a'_1 = \exp(-j\psi)$ , рис. 1. Здесь  $\xi$  — нагруженная обобщённая расстройка резонатора,  $\Psi(\xi)$  — фаза коэффициента передачи  $S_{21}(\xi)$  резонансного сигнала,  $\psi$  — фазовый сдвиг сигнала прямого просачивания со входа на выход. Падающая на вход резонатора с прямым просачиванием волна *а* может быть представлена как сумма синфазных волн  $a_1 + a'_1 = a$ , первая из которых падает на вход резонатора без просачивания, а вторая — на вход канала прямого просачивания. Отражённая от входа резонатора без просачивания волна  $b_1$ 



Рис. 1. Резонаторы с прямым нерезонансным просачиванием сигнала

В. Н. Егоров

определяется обычным образом через коэффициент отражения  $S_{11}(\xi) = b_1/a_1$  [6] и не показана, чтобы не загромождать рисунок. Для канала прямого просачивания предполагается отсутствие переотражений волны в нём, поскольку обратное превращает его во второй резонансный канал. Введём коэффициент просачивания нерезонансного сигнала на входе  $M = a'_1/a_1$ , вещественный вследствие синфазности  $a_1$  и  $a'_1$ . Коэффициент передачи резонатора с прямым просачиванием сигнала будет

$$S = \frac{b}{a} = \frac{S_{21}a_1 + S'_{21}a'_1}{a_1 + a'_1} = \frac{S_{21} + M\exp(-j\psi)}{1 + M}.$$
 (1)

Для модуля и фазы коэффициента передачи такого резонатора получим из (1)

$$|S(\xi)| = \frac{\sqrt{A^2(\xi) + B^2(\xi)}}{1 + M}, \qquad \Phi(\xi) = \operatorname{arctg}\left(\frac{B(\xi)}{A(\xi)}\right), \tag{2}$$

где  $A(\xi) = |S_{21}(\xi)| \cos[\Psi(\xi)] + M \cos \psi$ ,  $B(\xi) = |S_{21}(\xi)| \sin[\Psi(\xi)] - M \sin \psi$ . В окрестности высокодобротного резонанса  $|\partial \psi / \partial \xi| \ll |\partial \Psi(\xi) / \partial \xi|$ , т. е. набег фазы сигнала прямого просачивания  $\psi$ мало меняется в сравнении с изменением  $\Psi(\xi)$  и далее полагается постоянным. Сама же величина  $\psi$  в общем случае не мала и, в частности, может принимать значения  $\pi/2$ ,  $\pi$  и т. д. Коэффициент передачи по мощности выразится из (2) как

$$Kp(\xi) = |S(\xi)|^2 = (1+M)^{-2} \{ |S_{21}(\xi)|^2 + M^2 + 2 |S_{21}(\xi)| M \cos[\Psi(\xi) + \psi] \},$$
(3)

где  $\xi = 2Q \Delta f/f_0$ ,  $Q = Q_0/(1 + \beta_1 + \beta_2)$  — нагруженная добротность проходного резонатора и  $Q = Q_0/(1 + \beta)$  — нагруженная добротность резонатора-неоднородности,  $Q_0$  — собственная добротность резонатора,  $\Delta f = f - f_0$  — частотная расстройка резонатора, f — частота возбуждения,  $f_0$  — резонансная частота,  $\beta_1$ ,  $\beta_2$ ,  $\beta$  — коэффициенты связи проходного резонатора с трактом по входу и выходу и коэффициент связи резонатора-неоднородности,

$$|S_{21}(\xi)| = \frac{S_{21}(0)}{\sqrt{1+\xi^2}}, \qquad S_{21}(0) = \frac{2\sqrt{\beta_1\beta_2}}{1+\beta_1+\beta_2}, \qquad \Psi(\xi) = -\arctan(\xi)$$
(4)

для проходного резонатора (рис. 1*a*) и

$$|S_{21}(\xi)| = \sqrt{\frac{S_{21}^2(0) + \xi^2}{1 + \xi^2}}, \qquad \Psi(\xi) = \operatorname{arctg}\left\{\frac{[1 - S_{21}(0)]\,\xi}{S_{21}(0) + \xi^2}\right\} \tag{5}$$

для резонатора, включённого как неоднородность (рис. 16). Величина  $S_{21}(0)$  резонатора-неоднородности выразится как

$$S_{21}(0) = \frac{1}{1+\beta}, \qquad S_{21}(0) = \frac{1-\beta}{1+\beta}$$
 (6)

для режимов стоячей и бегущей волны соответственно. В общем случае резонатор-неоднородность с распределённым возбуждением работает в режиме, промежуточном между этими режимами, и для нахождения коэффициента связи резонатора  $\beta$  необходимо измерять наряду с  $S_{21}(0)$  и коэффициент отражения  $S_{11}(0)$ :

$$\beta = \frac{1 + |S_{11}(0)|^2 + S_{21}^2(0) - 2S_{21}(0)}{1 - |S_{11}(0)|^2 - |S_{21}(0)|^2}.$$
(7)

Относительная величина прямого просачивания по напряжению на выходе резонатора будет характеризоваться величиной  $N = M/S_{21}(0)$ . При наличии прямого просачивания коэффи-



Рис. 2. Характеристики  $Sp(\xi) = Kp(\xi)/S_{21}^2(0)$  и  $\Phi(\xi) = \arg S(\xi)$  проходного резонатора с прямым просачиванием сигнала при  $\beta_1 = \beta_2 = 0,015$ , M = 0,01 и  $\psi = 0^\circ$  (a),  $\psi = -90^\circ$  (b),  $\psi = +90^\circ$  (b),  $\psi = \pm 180^\circ$  (c). Пунктиром показаны характеристики при M = 0

В. Н. Егоров

циент передачи по мощности (3) уже не описывает классическую резонансную характеристику и переходит в неё только при M = 0. На рис. 2 показаны зависимость нормированного коэффициента передачи по мощности  $Sp(\xi) = Kp(\xi)/S_{21}^2(0)$  и зависимость фазы коэффициента передачи  $\Phi(\xi) = \arg[S(\xi)]$  проходного резонатора с прямым просачиванием сигнала при M = 0,01 и различных значениях фазы нерезонансного фона  $\psi$ . В расчётах приняты типичные для измерительного резонатора коэффициенты связи  $\beta_1 = \beta_2 = 0,015$ , коэффициент передачи по мощности  $20 \lg[S_{21}(0)] = -30,7$  дБ, N = 0,343. Резонансная кривая проходного резонатора с просачиванием в общем случае может иметь два экстремума: минимум и максимум, рис. 26, 6.

На рис. 3 показаны зависимость нормированного коэффициента передачи по мощности  $Sp(\xi) = Kp(\xi)/S_{21}^2(\infty)$  и зависимость фазы коэффициента передачи  $\Phi(\xi) = \arg[S(\xi)]$  резонаторанеоднородности с прямым просачиванием сигнала при M = 0,5 и различных значениях фазы нерезонансного фона  $\psi$ . В расчётах принят коэффициент связи  $\beta = 0,25$ . Как видно из рис. 3, резонансная кривая резонатора-неоднородности с просачиванием также в общем случае несимметрична и может иметь два экстремума: максимум и минимум. При  $\psi \approx \mp \pi/2$  резонансная кривая проходного резонатора, рис. 26, e, и резонатора-неоднородности, рис. 36, e, сильно несимметрична и определение нагруженной добротности обычным способом по полосе на «половинном» уровне может дать значительную ошибку. Использование значения Kp(0) вместо  $S_{21}^2(0)$  для расчёта коэффициентов связи  $\beta_1$ ,  $\beta_2$ ,  $\beta$  и собственной добротности также даст ошибку, наибольшую при  $\psi = 0, \pi$ , рис. 2a, e и рис. 3a, e.

Прямое просачивание в общем случае изменяет монотонную фазочастотную характеристику проходного резонатора, рис. 2, делая её немонотонной. Следствием этого может быть сужение области устойчивой работы генераторов СВЧ, использующих такие резонаторы в качестве стабилизирующих.

Максимум  $Kp(\xi)$ , принимаемый в проходном резонаторе за резонанс, сдвигается из точки  $\xi = 0$ , где он расположен в резонаторе без просачивания, в точку  $\xi = v$ , которая может быть найдена как корень производной  $Kp(\xi)$  из уравнения

$$Kp(v)' = \frac{-2S_{21}^2(0)}{(1+M)^2 (1+v^2)^2} \left( v + \frac{M}{|S_{21}(v)|} \left\{ v \cos[\Psi(v) + \psi] - \sin[\Psi(v) + \psi] \right\} \right) = 0, \tag{8}$$

где  $|S_{21}(v)|$ ,  $\Psi(v)$  и  $S_{21}(0)$  определены в (4). В общем случае уравнение (8) имеет два корня, соответствующих минимуму и максимуму резонансной кривой (3).

Минимум  $Kp(\xi)$ , принимаемый в резонаторе-неоднородности с просачиванием за резонанс, сдвигается в точку  $\xi = v$ , которая может быть найдена из уравнения

$$Kp(v)' = \frac{2\left[1 - S_{21}^2(0)\right]}{(1+M)^2 (1+v^2)^2} \left(v + \frac{M}{|S_{21}(v)|} \left\{v \cos[\Psi(v) + \psi] - \frac{S_{21}(0) - v^2}{1 + S_{21}(0)} \sin[\Psi(v) + \psi]\right\}\right) = 0, \quad (9)$$

где  $|S_{21}(v)|$  и  $\Psi(v)$  определены в (5). Уравнение (9) в общем случае также имеет два корня.

В отличие от обычной резонансной кривой, содержащей три параметра — резонансную частоту  $f_0$ , нагруженную добротность Q и коэффициент передачи  $S_{21}(0)$ , резонансная кривая (3) содержит ещё коэффициент просачивания M и фазу сигнала просачивания  $\psi$ . Пять неизвестных параметров функции (3) могут быть найдены в результате аппроксимации экспериментальных значений коэффициента передачи, в частности по критерию «наименьших квадратов». Для проведения такой аппроксимации массив экспериментальных значений коэффициента передачи проходного резонатора по мощности  $Kp(\xi)$  удобно преобразовать к нормированному виду  $T(\xi) = Kp(\xi)/Kp_{\text{max}}$ , где  $Kp_{\text{max}}$  — максимальное значение  $Kp(\xi)$  на частоте  $f_{\text{m}}$ , принимаемой приближённо за резонансную. Массив значений частот измерения удобно преобразовать в массив значений нагруженной обобщённой расстройки  $\xi$ . Необходимые для такого преобразования



Рис. 3. Характеристики  $Sp(\xi) = |S(\xi)|^2$  и  $\Phi(\xi) = \arg S(\xi)$  резонатора-неоднородности с прямым просачиванием сигнала при  $\beta = 0,25$ , M = 0,5 и  $\psi = 0^\circ$  (a),  $\psi = -90^\circ$  (б),  $\psi = +90^\circ$  (в),  $\psi = \pm 180^\circ$  (г). Пунктиром показаны характеристики при M = 0

В. Н. Егоров

значения нагруженной добротности и резонансной частоты априорно неизвестны и могут быть оценены лишь приближённо по искажённой резонансной кривой. Введём нормированные параметры аппроксимации  $p_1 = M/|S_{\text{max}}|$  и  $p_2 = S_{21}(0)/|S_{\text{max}}|$ , где  $|S_{\text{max}}| = \sqrt{Kp_{\text{max}}}$ . Представим искомое значение нагруженной добротности в виде  $Q = p_3 Q_{\text{e}}$ , где  $p_3$  — поправочный множитель, определяемый в результате аппроксимации,  $Q_{\text{e}}$  — экспериментальная оценка нагруженной добротности по искажённой резонансной кривой. Произведение  $p_3 Q_{\text{e}}$  даст после нахождения  $p_3$  наилучшую в смысле наименьшего среднеквадратического отклонения величину Q. За резонансную частоту приближённо принимается частота, соответствующая максимуму (минимуму) искажённой резонансной кривой  $f_{\text{m}}$ , сдвинутая относительно искомой резонансной частоты резонатора без просачивания  $f_0$  на величину  $\Delta f = f_{\text{m}} - f_0$ . Экспериментальная обобщённая расстройка определяется как  $x = 2Q_{\text{e}} (f - f_{\text{m}})/f_{\text{m}}$ . Её отличие от  $\xi$  в (3) выразится как

$$v = \xi - p_3 x = p_3 2Q_e \left( f/f_0 \right) \delta f_m, \tag{10}$$

где  $\delta f_{\rm m} = (f_{\rm m} - f_0)/f_{\rm m}$  — относительный сдвиг резонансной частоты в резонаторе с просачиванием. Для высокодобротных резонаторов в окрестности резонанса справедливо приближение  $f \approx f_0$ и для  $\xi$  получим:  $\xi = p_3 (x + p_4)$ , где  $p_4 = 2Q_{\rm e} (f/f_0) \delta f_m \approx 2Q_{\rm e} \delta f_{\rm m}$ . Несмещённая резонансная частота будет

$$f_0 = f_{\rm m} \left[ 1 - p_4 / (2Q_{\rm e}) \right]. \tag{11}$$

Выражение для коэффициента передачи проходного резонатора по мощности (3) после нормировки примет вид

$$y(x) = \frac{p_2^2}{(1+p_1|S_{\max}|)^2} \left( \frac{1}{1+[q(x)]^2} + \left(\frac{p_1}{p_2}\right) \frac{2\cos[-\arctan[q(x)] + p_5]}{\sqrt{1+[q(x)]^2}} + \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^2 \right), \quad (12)$$

где  $q(x) = p_3(x + p_4), v = p_3p_4 = q(0)$ , параметры  $p_1, \ldots, p_4$  определены выше,  $p_5 = \psi$  — фаза сигнала нерезонансного просачивания,  $-\pi \le p_5 \le \pi$ . Параметры  $p_1, \ldots, p_5$  находятся минимизацией суммы  $\sum_i [T(x_i) - y(x_i, p_1, \ldots, p_5)]^2$ , где  $x_i$  — значения обобщённой расстройки на частотах измерения  $f_i$ .

Поиск пяти параметров аппроксимации в функции (12) может потребовать знания их хороших начальных приближений. Коэффициент передачи реального тракта без резонатора является частотнозависимым, однако эта зависимость значительно слабее зависимости, создаваемой резонатором. Под большими отстройками от резонанса  $|x| \gg 1$  будем понимать отстройки, при которых вклад резонатора в коэффициент передачи тракта уже пренебрежимо мал, но собственная частотная зависимость тракта ещё не проявляется. При  $|x| \to \infty$  из (12) получим

$$p_1 \approx \sqrt{y(x)} / \left[ 1 - |S_{\max}| \sqrt{y(x)} \right].$$
(13)

Формула (8) даёт для определения v уравнение

$$v + (p_1/p_2)\sqrt{1+v^2} \left\{ v \cos[-\arctan(v) + p_5] - \sin[-\arctan(v) + p_5] \right\} = 0.$$
(14)

При малом просачивании выполняются соотношения  $N = p_1/p_2 \ll 1, p_3 \approx 1, |p_4| \ll 1, |v| \ll 1.$ Тогда из (14) получим

$$v \approx p_4 \approx \frac{(p_1/p_2)\sin(p_5)}{1+2(p_1/p_2)\cos(p_5)} \approx (p_1/p_2)\sin(p_5).$$
 (15)

Как следует из (15), смещение максимума резонансной кривой, т. е. её несимметрия, определяется относительной амплитудой  $p_1/p_2$  и фазой  $p_5$  сигнала нерезонансного просачивания. Смещение

резонансной частоты отсутствует при  $p_5 = \pm m\pi$ ,  $m = 0, 1, 2, \ldots$ , и достигает наибольшей величины при  $p_5 = \pm (2m+1)\pi/2$ , что соответствует графикам рис. 2. Вдали от резонанса при  $|q(x)| \gg 1$ в выражении (12)  $\operatorname{arctg}[q(x)] \approx \pm \pi/2$ . При одинаковых по модулю  $|x^{\pm}| \gg 1$  отрицательных и положительных значениях  $x^-$ ,  $x^+$  из (12) получим разность  $y(x^-) - y(x^+) = \Delta y(x^{\mp})$ :

$$\Delta y(x^{\mp}) \approx \frac{4p_2^2}{(1+p_1 |S_{\max}|)^2 p_3^2} \left[ \frac{p_4}{|x|^3} - \left(\frac{p_1}{p_2}\right) \frac{p_3 \sin(p_5)}{|x|} \right].$$
(16)

При  $|x|\gg 1, \, |p_4|\ll 1, \, p_4\, |x|^{-3}\approx 0, \, p_1\, |S_{\max}|\ll 1, \, p_3\approx 1$ из (16) получим

$$p_1 p_2 \sin(p_5) \approx -\frac{1}{4} \Delta y(x^{\mp}) |x|.$$
 (17)

Отметим, что при положительных значениях  $\Delta y(x^{\mp})$ , когда левая сторона резонансной кривой выше правой, фаза сигнала просачивания отрицательна:  $p_5 = \psi < 0$ . Резонансная частота  $f_0$ находится в этом случае выше  $f_{\rm m}$  и v < 0. При отрицательных  $\Delta y(x^{\mp})$ , когда правая сторона кривой выше левой, эти соотношения заменяются на противоположные.

По найденным параметрам  $p_1, \ldots, p_5$  рассчитывается резонансная частота  $f_0$  (11), а также нагруженная добротность  $Q = p_3 Q_e$  и коэффициент передачи  $S_{21}(0) = p_2 |S_{\text{max}}|$ . При одинаковых коэффициентах связи  $\beta_1 = \beta_2 = \beta$  собственная добротность проходного резонатора определится как  $Q_0 = Q (1 + 2\beta)$ , где  $2\beta = S_{21}(0)/[1 - S_{21}(0)]$ .

Для резонатора-неоднородности, рис. 16, массив значений коэффициента передачи удобно нормировать как  $T(\xi) = Kp(\xi)/Kp_{\infty}$ , где  $Kp_{\infty}$  — значение  $Kp(\xi)$  вдали от резонанса при  $|\xi| = 10 \div 15$ . В этом случае  $p_1 = M$ ,  $p_2 = S_{21}(0)$ . Выражение для нормированной резонансной кривой «по мощности» получим из (3) и (5) в виде

$$y(x) = \frac{1}{Kp_{\infty}(1+p_1)^2} \left( \frac{p_2^2 + [q(x)]^2}{1+[q(x)]^2} + 2p_1 \left\{ \frac{p_2^2 + [q(x)]^2}{1+[q(x)]^2} \right\}^{1/2} \cos[\Theta(x)] + p_1^2 \right),$$
(18)

где

$$\Theta(x) = \operatorname{arctg}\left\{\frac{(1-p_2) q(x)}{p_2 + [q(x)]^2}\right\} + p_5, \qquad Kp_{\infty} = \frac{[1+2p_1 \cos(p_5) + p_1^2]}{(1+p_1)^2}$$

— экспериментальный коэффициент передачи тракта по мощности при больших отстройках от резонанса. Его значение приближённо может быть найдено как среднее между значениями ко-эффициента передачи при больших по величине симметричных отстройках:  $Kp_{\infty} \approx [Kp(x^{-}) + Kp(x^{+})]/2, |x^{\pm}| = 10 \div 15.$ 

Выражение (9) даёт уравнение для v в резонаторе-неоднородности:

$$v + p_1 \sqrt{\frac{1+v^2}{p_2^2 + v^2}} \left\{ v \cos[\Psi(v) + p_5] - \frac{(p_2 - v^2)}{1+p_2} \sin[\Psi(v) + p_5] \right\} = 0,$$
(19)

где  $\Psi(v) = \arctan\left[\frac{(1-p_2)\,v}{p_2+v^2}\right]$ . При малом нерезонансном просачивани<br/>и $p_1 \ll 1$ и слабой связи выполняются соотношения:<br/>  $|p_4| \ll 1, \, p_3 \approx 1, \, v \approx p_4, \, p_2 \approx 1$ и

$$p_4 \approx \frac{p_1 \sin(p_5)}{(1+p_2) \left[1+p_1 \cos(p_5)\right]} \approx (p_1/2) \sin(p_5).$$

При одинаковых по модулю  $|x^{\pm}| \gg 1$  отрицательных и положительных значениях  $x^-$  и  $x^+$  из (18) получим разность  $y(x^-) - y(x^+) = \Delta y(x^{\mp})$ :

$$\Delta y(x^{\mp}) \approx \frac{4\left(1-p_2^2\right)}{Kp_{\infty}\left(1+p_1\right)^2 p_3^2} \left[ -\frac{p_4}{|x|^3} + \left(\frac{p_1}{1+p_1}\right) \frac{p_3\sin(p_5)}{|x|} \right].$$
(20)

Для  $|x| \gg 1, |p_4| \ll 1, p_4 |x|^{-3} \approx 0, p_3 \approx 1$  при  $p_1 \ll 1$  из (20) получим

$$p_1 \sin(p_5) \approx \frac{1}{4(1-p_2^2)} \Delta y(x^{\mp}) |x|.$$
 (21)

Отметим, что для резонатора-неоднородности положительным значениям  $\Delta y(x^{\mp})$ , когда левая сторона резонансной кривой выше правой, соответствует  $p_5 = \psi > 0$  и наоборот.

#### 2. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Экспериментальные исследования проводились с использованием цифрового измерителя модуля коэффициентов передачи и отражения синтезаторного типа P2M-18 с частотным разрешением до 1 Гц. Двумерный числовой массив логарифмических коэффициентов передачи по мощности в дБ и соответствующих частот измерения преобразовывался в массив линейных значений коэффициента передачи по мощности и обобщённой расстройки. Для преобразования использовались частота максимума (минимума) коэффициента передачи  $f_{\rm m}$  и оценочное значение нагруженной добротности по уровню «половинной мощности»  $Q_{\rm e}$ . Проводилось сравнение значений резонансной частоты и собственной добротности резонаторов с просачиванием, полученных в результате аппроксимации экспериментальных данных обычной резонансной функцией и обобщённой резонансной функцией (3) в форме (12) и (18) по одной и той же программе аппроксимации.

Сравнение характеристик проводилось на примере объёмного цилиндрического щелевого Н<sub>013</sub>-резонатора [7] проходного типа с подложкой из поликора, которая создавала небольшое прямое просачивание СВЧ излучения со входного петлевого возбудителя на выходную петлевую антенну того же размера. На рис. 4 приведены результаты аппроксимации обычной резонансной функцией и обобщённой функцией (12) с параметрами  $p_1 = 0.265, p_2 = 1.078, p_3 = 1.081,$  $p_4 = 0,140, p_5 = 0,985,$  а также графики отклонений  $\Delta$  экспериментальных данных от аппроксимирующих функций. Из него видно, что учёт просачивания снижает максимальную погрешность аппроксимации приблизительно в пять раз. Нагруженная добротность, найденная в результате аппроксимации по формуле (12), составила Q = 29245, что на 7,5 % выше измеренного обычным способом значения  $Q_{\rm e} = 27052$  при общем коэффициенте передачи  $S(0) = S_{\rm max} = 0.0250.$ Уточнённое значение резонансного коэффициента передачи составило  $S_{21}(0) = p_2 S_{\text{max}} = 0.0270.$ Уточнённое значение коэффициентов связи резонатора  $\beta_1 = \beta_2 = \beta = 0,0139,$  что даёт собственную добротность  $Q_0 = 30\,055$ . При обычном определении имеем  $\beta_1 = \beta_2 = \beta = 0,0128$  и  $Q_0 = 27745$ , что на 7,7 % ниже значения по аппроксимации. Максимум коэффициента передачи достигался на частоте  $f_{\rm m} = 8,872920$  ГГц. Резонансная частота  $f_0 = 8,872897$  ГГц смещена ниже  $f_{\rm m}$  на 23 кГц при нагруженной полуширине резонансной кривой 152 кГц.

На рис. 5 представлены результаты аппроксимации экспериментальной резонансной кривой азимутального колебания в диэлектрическом резонаторе из сапфира. Резонатор возбуждался микрополосковой линией «как неоднородность» и давал минимум коэффициента передачи на частоте  $f_{\rm m} = 8,525510$  ГГц. Аппроксимация обычной резонансной функцией привела к значению  $Q_0 = 154\,303$ . Полученные параметры аппроксимации обобщённой функцией  $p_1 = 0,608, p_2 = 0,748, p_3 = 0,963, p_4 = 0,210, p_5 = 1,505$  дают  $Q_0 = 140\,138$  и резонансную частоту  $f_0 = 8,525503$  ГГц. Погрешность измерения собственной добротности составила, таким образом,

В. Н. Егоров



Рис. 4. Аппроксимация экспериментальной резонансной кривой (кружки) проходного резонатора обычной резонансной функцией (точки) и обобщённой функцией (линия) (*a*) и отклонение экспериментальных данных от аппроксимирующих функций (*б*)



Рис. 5. Аппроксимация экспериментальной резонансной кривой (кружки) резонаторанеоднородности обычной резонансной функцией (точки) и обобщённой функцией (линия) (a) и отклонение экспериментальных данных от аппроксимирующих функций (б)

10%, смещение резонансной частоты от минимума резонансной кривой равнялось 7 кГц при полуширине полосы пропускания 30 кГц.

Из графиков отклонений экспериментальных данных от аппроксимирующей функции, рис. 46 и 56, видно, что применение обобщённой функции (3) значительно уменьшает величину максимального отклонения в обоих случаях в сравнении с аппроксимацией обычной резонансной функцией. Отклонения экспериментальных данных проходного резонатора от аппроксимирующей функции при |x| < 3 на рис. 46 и 56 практически симметричны. Причина их существенного превышения над отклонениями при |x| > 3 требует дополнительного исследования, но она не связана с видом аппроксимирующей функции (12) и (18) из-за знакопеременного характера отклонений. При уменьшении относительной величины прямого просачивания  $N = p_1/p_2$  до 0,1 отклонение  $\Delta$  экспериментальных данных от аппроксимирующих функций (12) и (18) не превосходит долей процента [8].

## 3. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Применение для описания характеристик резонаторов обобщённой резонансной функции (12), (18) позволяет обрабатывать резонансные характеристики, содержащие искажения, часто встречающиеся в экспериментальной практике и технически трудно устранимые. Погрешность нахождения нагруженной добротности при описании резонатора обобщённой функцией может быть снижена до процента и менее. Коэффициент передачи резонатора на резонансной частоте, необходимый для расчёта коэффициентов связи, также существенно уточняется. Полученные результаты могут быть использованы не только для определения характеристик резонаторов с внутренним нерезонансным просачиванием. Включение резонаторов в различные мостовые и балансные СВЧ-схемы также приводит к нерезонансному прохождению излучения на выходной СВЧ-детектор.

В данной статье амплитуда и фаза нерезонансного фона, т. е. просачивающегося сигнала, предполагались постоянными. Дальнейшее уточнение модели может быть связано с введением линейной или более сложной частотной зависимости фазы и амплитуды сигнала просачивания в пределах рассматриваемой полосы частот в окрестности резонанса.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Брагинский В.Б., Митрофанов В.П., Панов В.И. Системы с малой диссипацией. М.: Наука, 1981.
- 2. Martin L. P., Suter J. J., Rosen M. // J. Phys. D. 1994. V. 27. P. 875.
- 3. Wolf P., Bize S., Clairon A., at al. // Phys. Rev. Lett. 2003. V. 90, No. 6. Art. no. 060402.
- 4. Locke C. R., Tobar M. E. // Meas. Sci. Technol. 2004. V. 15. P. 2145.
- 5. Вайнштейн Л. А. Открытые резонаторы и открытые волноводы. М.: Сов. радио, 1966.
- 6. Альтман Дж. Устройства СВЧ. М.: Мир, 1968. 487 с.
- 7. Егоров В. Н. // Приборы и техника эксперимента. 2007. № 2. С. 5.
- Egorov V. N. // Abstracts of "Progress in Electromagnetics Research Symposium (PIERS 2009)," Moscow, 18–21 August 2009. P. 472.

Поступила в редакцию 27 ноября 2009 г.; принята в печать 30 августа 2010 г.

# CHARACTERISTICS OF MICROWAVE RESONATORS WITH NONRESONANT POWER LEAKAGE

## V. N. Egorov

We derive the formulas for the characteristics of microwave measuring resonators with non-resonant leakage of the signal from the input to the output of the resonator. It is shown that such leakage can significantly distort the shape of the resonance curve and lead to errors when determining the Q-factor and the resonant frequency. The accuracy of approximating the experimental resonance curve of a resonator with nonresonant power leakage by two functions is compared, in the cases of the classical resonance function and the generalized function allowing for the absolute value and phase of the direct-leakage signal. The use of the generalized resonance function makes it possible to reduce the approximation error and obtain a high accuracy of the Q-factor and the resonant frequency from the distorted resonance curve with nonresonant power leakage.

В. Н. Егоров