

УДК 550.341+550.834+621.319

## АКУСТИЧЕСКОЕ ПОЛЕ ВО ВНЕШНЕЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБЛАСТИ, ВОЗБУЖДАЕМОЙ ИЗНУТРИ

*Ю. М. Заславский, В. Ю. Заславский*

Институт прикладной физики РАН, г. Нижний Новгород, Россия

Представлены результаты численного моделирования распределения амплитуды акустического поля в структуре, состоящей из трёх концентрических цилиндрических областей бесконечной длины и среды с постоянной плотностью. Среда во внутренней и внешней областях характеризуется одинаковой скоростью звука, но отличается по указанному параметру от среды в промежуточном пространстве. Во внутренней области действует гармонический источник переменного давления. Для акустических полей в каждой из областей выведены расчётные формулы, а для внешней области получены картины пространственного распределения амплитуды. Численный анализ выполнен на дистанциях, соответствующих ближнему акустическому полю излучателя. Исследованы характерные особенности структуры поля в зависимости от частоты, геометрических размеров и акустических параметров среды. Результаты могут найти применение в разведочной геофизике при выполнении геофизического исследования скважин, при проведении акустического каротажа на скважинах или при решении проблемы контроля шума вблизи промышленных, энергетических или производственных агрегатов.

Повышенный интерес к исследованию возможностей акустического зондирования и контроля параметров геосреды в прискважинной области является стимулом к решению задач анализа акустических полей, возбуждаемых и распространяющихся в структурах с цилиндрической симметрией. Численное моделирование упругих волновых и акустических полей, излучаемых вибрационными источниками при наличии вытянутых осесимметричных структур, может также найти применение при решении проблемы контроля шума вблизи промышленных, энергетических или производственных агрегатов. Ранее с использованием аналитических методов вопросы излучения акустических волн в таких структурах и возбуждения в них колебаний уже неоднократно исследовались. Анализировались дисперсионные характеристики основных типов волн, распространяющихся в упругих цилиндрических оболочках, находящихся в окружении жидких и упругих сред [1–3]. Исследовалось рассеяние акустических и упругих волн на скважинных трубах и упругих оболочках при всевозможных соотношениях акустических параметров окружающей среды и внутреннего заполнения, а также при различных отношениях радиуса обсадной колонны и длины волны [4–8]. К настоящему времени остаются недостаточно исследованными ближние акустические поля виброисточников, действующих либо внутри, либо в непосредственной близости от цилиндрических структур (трубчатых конструкций, упругих оболочек и т. д.), окружённых жидкой или твёрдой средой. В настоящей работе численными методами исследуются характеристики пространственного распределения ближнего акустического поля источника гармонических колебаний, установленного на оси цилиндрической структуры неограниченной длины. Ввиду вычислительных сложностей представленный расчёт выполнен для модели со скалярным описанием излучаемых волновых полей. При принятом упрощённом подходе неучёт сдвиговой упругости в окружающей среде исключает возможность анализа реально возбуждаемых типов волн (трубной и гидроволны), которые регистрируются в экспериментах на скважинах. Вместе с тем расчёт касается амплитуды акустического излучения в некоторой окрестности виброизлучателя на расстояниях несколько десятков длин волн от него (область ближнего акустического поля источника). Численное компьютерное моделирование полей в таких условиях ранее не проводилось. На его основе возможно получение данных, способствующих дистанционной диагностике среды, например, в части оптимизации размещения акустических приёмных устройств и исследования

возможности визуализации волнового амплитудного распределения как диагностического признака, характеризующего среду в области скважинного окружения. Это связано с тем, что только в последнее время появилась возможность детальной визуализации конфигурации акустических полей с помощью компьютерной графики.

Решается задача расчёта акустического поля в трёх областях:  $r_0 < r \leq R_1$  (область 1),  $R_1 \leq r \leq R_2$  (область 2),  $r > R_2$  (область 3), создаваемого источником давления  $P_0 \delta(r - r_0) \delta(z) \times \exp(-i\omega t)$ , где  $\delta(x)$  — дельта-функция (см. рис. 1). Рассмотрение указанных сред как скалярных акустических со скоростью звука  $V_{\text{sound}}^{(1)} = V_{\text{sound}}^{(3)} = C$ ,  $V_{\text{sound}}^{(2)} = c$  без учёта их сдвиговых свойств и в предположении одинаковой плотности сред  $\rho$  является упрощением, при этом несколько сужается общность полученных результатов и область их практического применения, хотя общая их значимость не снижается. Анализ конфигурации поля в такой структуре в ближней зоне источника позволяет прийти к выводам и обобщениям, интересным для применения в ряде практических приложений. В частности, наибольший интерес может представлять рассмотрение случаев, связанных со сменой частоты излучения и скачка скорости звука в промежуточной области относительно его значения во внутренней и внешней областях.

Акустическое поле ищется как решение волнового уравнения для потенциалов  $\varphi^{(1)}$ ,  $\varphi^{(2)}$  и  $\varphi^{(3)}$ , имеющего в каждой из трёх областей вид

$$\Delta \varphi^{(1)} - \frac{1}{C^2} \frac{\partial^2 \varphi^{(1)}}{\partial t^2} = 0, \quad \Delta \varphi^{(2)} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \varphi^{(2)}}{\partial t^2} = 0, \quad \Delta \varphi^{(3)} - \frac{1}{C^2} \frac{\partial^2 \varphi^{(3)}}{\partial t^2} = 0, \quad (1)$$

причём сами потенциалы записываются следующим образом:

$$\varphi^{(1)} = \int_{-\infty}^{+\infty} [a(k)J_0(Kr) + a'(k)Y_0(Kr)] \exp(ikz) dk, \quad r_0 \leq r \leq R_1; \quad (2)$$

$$\varphi^{(2)} = \int_{-\infty}^{+\infty} [f(k)J_0(\kappa r) + g(k)Y_0(\kappa r)] \exp(ikz) dk, \quad R_1 \leq r \leq R_2; \quad (3)$$

$$\varphi^{(3)} = \int_{-\infty}^{+\infty} b(k)H_0^{(1)}(Kr) \exp(ikz) dk, \quad r > R_2, \quad (4)$$

где  $a(k)$ ,  $a'(k)$ ,  $f(k)$ ,  $g(k)$  и  $b(k)$  — неизвестные коэффициенты,  $K = \sqrt{\omega^2/C^2 - k^2}$ ,  $\kappa = \sqrt{\omega^2/c^2 - k^2}$ ,  $\omega$  — частота гармонических колебаний источника,  $J_0(x)$ ,  $Y_0(x)$  и  $H_0^{(1)}(x)$  — функции Бесселя, Неймана и Ханкеля первого рода нулевого порядка соответственно,  $C$  — скорость

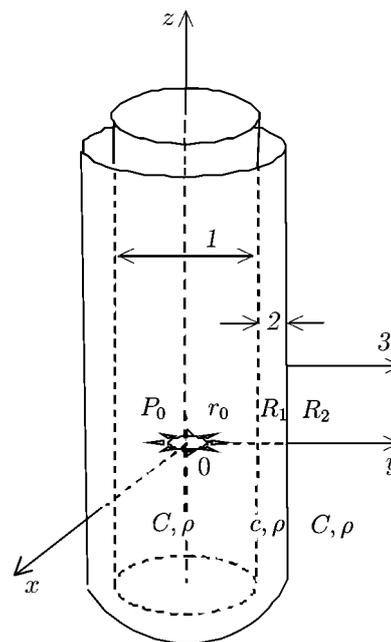


Рис. 1. Схема структуры, возбуждаемой акустическим источником во внутренней области

акустических волн во внутренней (1) и внешней (3) областях,  $c$  — скорость в промежуточной области 2,  $\rho$  — плотность среды.

Действие источника вместо его записи в правой части уравнения (1) сводится к одному из граничных условий, связывающих акустическое давление в области 1 на её границе с источником (при  $r = r_0$ ):

$$p^{(1)}(r_0) = \rho\omega^2 \int_{-\infty}^{+\infty} [a(k)J_0(Kr_0) + a'(k)Y_0(Kr_0)] \exp(ikz) dk = \frac{P_0}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp(ikz) dk. \quad (5)$$

Для радиальной и вертикальной компонент акустического смещения  $u_r^{(3)}$ ,  $u_z^{(3)}$  и для акустического давления  $p^{(3)}$  во внешней области справедливы разложения

$$u_r^{(3)} = - \int_{-\infty}^{+\infty} b(k)H_1^{(1)}(Kr) \exp(ikz) K dk, \quad (6)$$

$$u_z^{(3)} = i \int_{-\infty}^{+\infty} b(k)H_0^{(1)}(Kr) \exp(ikz) k dk, \quad (7)$$

$$p^{(3)} = \rho\omega^2 \int_{-\infty}^{+\infty} b(k)H_0^{(1)}(Kr) \exp(ikz) dk, \quad (8)$$

причём для  $b(k)$  на основе условий «сшивки» полей на границе областей 1, 2 и 3 получено выражение

$$b = \frac{P_0 N [\gamma J_0(KR_1) - \delta J_1(KR_1)]}{2\pi\rho\omega^2 J_0(Kr_0) \left[ X \frac{\alpha J_1(\kappa R_1) - \beta Y_1(\kappa R_1)}{K} - Y \frac{\alpha J_0(\kappa R_1) - \beta Y_0(\kappa R_1)}{\kappa} \right]}, \quad (9)$$

где

$$N = J_0(\kappa R_2)Y_1(\kappa R_2) - J_1(\kappa R_2)Y_0(\kappa R_2), \quad X = J_0(Kr_0)Y_0(KR_1) - Y_0(Kr_0)J_0(KR_1),$$

$$Y = J_0(Kr_0)Y_1(KR_1) - Y_0(Kr_0)J_1(KR_1), \quad \alpha = \kappa H_0^{(1)}(KR_2)Y_1(\kappa R_2) - KH_1^{(1)}(KR_2)Y_0(\kappa R_2),$$

$$\beta = \kappa H_0^{(1)}(KR_2)J_1(\kappa R_2) - KH_1^{(1)}(KR_2)J_0(\kappa R_2), \quad \gamma = J_0(Kr_0)Y_1(KR_1) - Y_0(Kr_0)J_1(KR_1),$$

$$\delta = J_0(Kr_0)Y_0(KR_1) - Y_0(Kr_0)J_0(KR_1).$$

Здесь  $P_0$  — амплитуда акустического давления источника, имеющего радиус  $r_0$ ,  $J_1(x)$ ,  $Y_1(x)$  и  $H_1^{(1)}(x)$  — функции Бесселя, Неймана и Ханкеля первого рода первого порядка соответственно.

Подстановка  $b(k)$  из (9) в соотношения (6)–(8) приводит к формулам для численных расчётов, позволяющим получить искомые пространственные распределения амплитуд, т. е. построить картину внешнего поля:

$$u_r^{(3)} = \frac{-P_0}{2\pi\rho\omega^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{N [\gamma J_0(KR_1) - \delta J_1(KR_1)]}{\left[ X \frac{\alpha J_1(\kappa R_1) - \beta Y_1(\kappa R_1)}{K} - Y \frac{\alpha J_0(\kappa R_1) - \beta Y_0(\kappa R_1)}{\kappa} \right]} \times \frac{H_1^{(1)}(Kr)}{J_0(Kr_0)} \exp(ikz) K dk, \quad (10)$$

$$u_z^{(3)} = \frac{iP_0}{2\pi\rho\omega^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{N[\gamma J_0(KR_1) - \delta J_1(KR_1)]}{\left[ X \frac{\alpha J_1(\kappa R_1) - \beta Y_1(\kappa R_1)}{K} - Y \frac{\alpha J_0(\kappa R_1) - \beta Y_0(\kappa R_1)}{\kappa} \right]} \times \frac{H_0^{(1)}(Kr)}{J_0(Kr_0)} \exp(ikz) k dk, \quad (11)$$

$$p_r^{(3)} = \frac{P_0}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{N[\gamma J_0(KR_1) - \delta J_1(KR_1)]}{\left[ X \frac{\alpha J_1(\kappa R_1) - \beta Y_1(\kappa R_1)}{K} - Y \frac{\alpha J_0(\kappa R_1) - \beta Y_0(\kappa R_1)}{\kappa} \right]} \frac{H_0^{(1)}(Kr)}{J_0(Kr_0)} \exp(ikz) dk. \quad (12)$$

Пульсирующий источник давления, действующий в области 1 и распределённый вдоль оси  $z$  в виде  $\delta$ -функции, в полностью однородном пространстве создавал бы излучение с диаграммой, подобной квадруполью, поскольку является источником типа «компенсированный диполь». Наличие границ раздела несколько изменяет характер пространственного распределения амплитуды акустического излучения как в ближней, так и в дальней зонах источника, в чём нетрудно убедиться, рассматривая конкретный вид волновой конфигурации ближнего поля для нескольких частных случаев, полученных численным расчётом по формуле (12).

Результаты расчёта, представленные далее, дают пример численного моделирования ближнего акустического поля при разных отношениях скоростей звука  $c/C$  и некоторых значениях относительной частоты  $\Omega = \omega R_1/c$ . Так, на рис. 2 для верхнего полупространства ( $z > 0$ ) приведены фрагменты картины распределения амплитуды поля  $p^{(3)}(r, z)$  для различных значений скачка скорости звука внутри и снаружи области 2, в частности для  $c/C = 0,7; 0,9; 1,1; 2$ , при относительной частоте колебаний источника  $\Omega = 5\pi$  и при следующих геометрических размерах цилиндрической структуры:  $r_0/R_1 = 0,1; R_2/R_1 = 1,25$ . Из сравнения конфигурации поля, представленной на рис. 2, нетрудно видеть, что в наружную область 3 излучается звуковая волна, распределение амплитуды которой вблизи источника зависит от уже упомянутого скачка скорости звука. При  $c/C = 0,7$  (см. рис. 2а) в структуре ближнего поля  $p^{(3)}(r, z)$  существует зона повышенной амплитуды, расширяющаяся вдоль радиальной координаты  $r$ , т. е. нормально к оси  $z$ . Интерпретируя картину, представленную на рис. 2а, можно предположить, что здесь, по-видимому, имеет место проникание поршневой моды из области 1 в область 3. Наряду с этим существует область в виде узкого конусного лепестка под небольшим углом к вертикальной оси, амплитуда поля в этой области ещё выше. Наличие узкого лепестка на рис. 2а и на всех последующих рисунках можно объяснить проникновением в область 3 волноводной моды с осевой симметрией, имеющей более высокую фазовую скорость, чем скорость звука  $C$ . При скачке скорости ниже некоторого значения, в частности при  $c/C < 0,7$ , узкий лепесток в волновой конфигурации пропадает. В обратном случае — при увеличении параметра  $c/C$  (см. рис. 2б–г) — происходит разворот лепестка на всё больший угол к оси  $z$ . Увеличение угла с ростом акустической жёсткости среды в промежуточной области 2 структуры объясняется смещением критической частоты волноводной моды, распространяющейся в области 1.

На рис. 3 приведены фрагменты конфигурации полей, излучаемых источником на всё более высоких частотах, при одном из ранее рассмотренных значений скачка скорости  $c/C = 1,1$ . Видно, что по мере увеличения частоты  $\Omega$  имеет место поворот лепестка диаграммы, в котором концентрируется максимум амплитуды ближнего поля излучения, подобный только что рассмотренному повороту за счёт увеличения скачка скорости в области 2. Амплитуда поля увеличивается также в направлениях между лепестком и перпендикуляром к оси  $z$  структуры.

На рис. 4 представлены фрагменты картины ближнего поля  $p^{(3)}(r, z \geq 0)$  при  $c/C = 1,1$ ,  $\Omega = 5\pi$  и следующих отношениях внешнего и внутреннего радиусов области 2:  $R_2/R_1 = 1,15$ ;

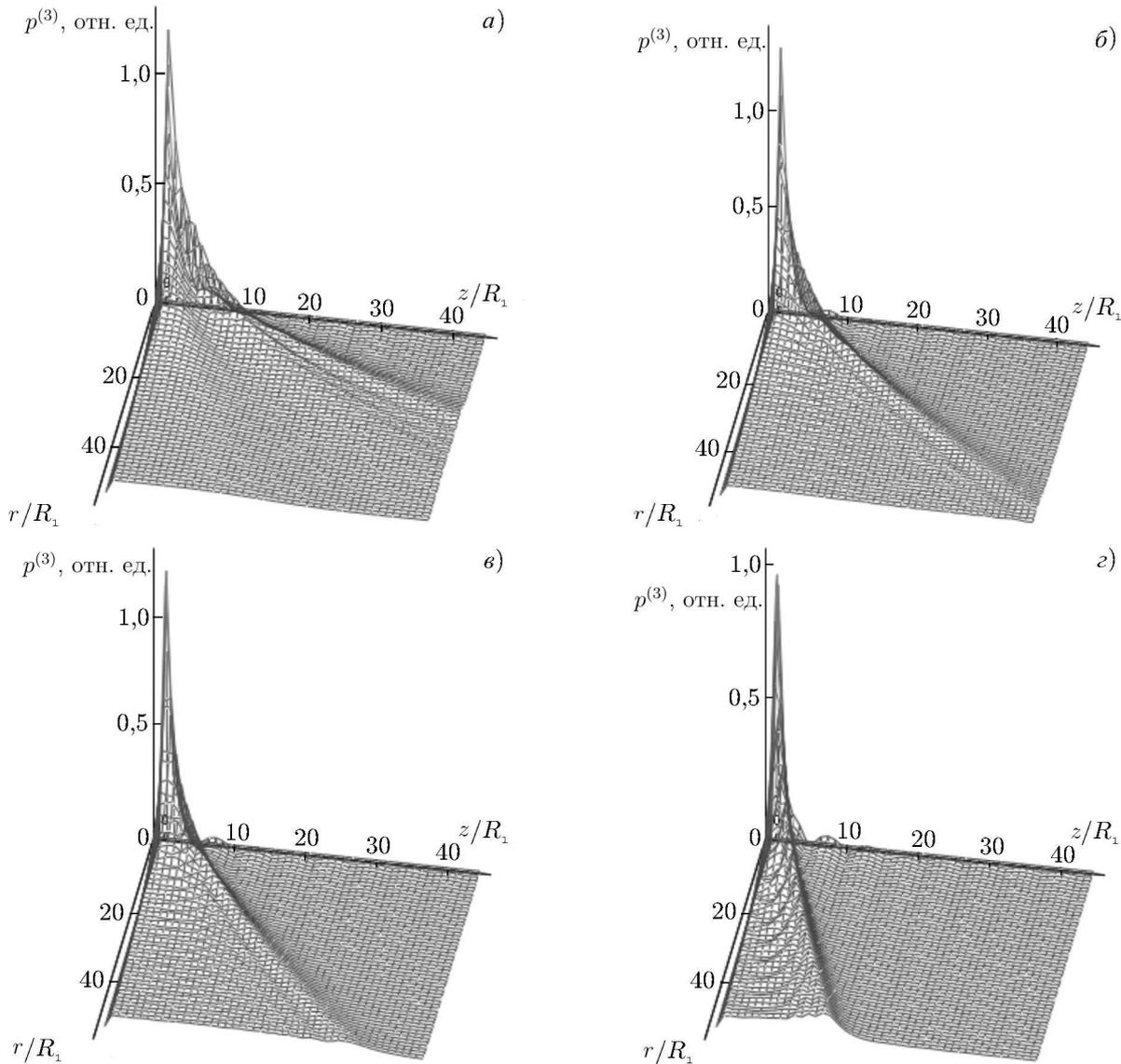


Рис. 2. Фрагменты картины ближнего поля  $p^{(3)}(r, z \geq 0)$  при  $c/C = 0,7$  (а),  $c/C = 0,9$  (б),  $c/C = 1,1$  (в) и  $c/C = 2,0$  (г) в случае  $\Omega = 5\pi$

1,05. Здесь в пространственном распределении амплитуды ближнего поля при смене толщины области 2 (её утоньшении при неизменных остальных параметрах) угол раскрыва конусного лепестка не изменяется. Амплитуда поля в лепестке по мере приближения параметра  $R_2/R_1$  к 1 всё более быстро спадает с удалением от оси структуры, дополнительно к этому наблюдается более быстрое расширение сечения лепестка. Этот результат ещё раз подтверждает, что имеет место проникновение наружу волны, бегущей не по области 2, а внутри области 1.

Во всех рассмотренных выше случаях в изображении пространственного распределения амплитуды поля  $p^{(3)}$  можно видеть один лепесток, обусловленный волной, проникающей наружу и высвечивающейся под определённым углом к оси  $z$ . Эта волна, по-видимому, соответствует осесимметричной волноводной моде, распространяющейся по внутренней области 1 и проникающей во внешнюю область 3 за счёт прохождения через промежуточную область 2. Как сказано во введении, в рамках скалярной задачи при рассмотрении акустических волн в такой структуре

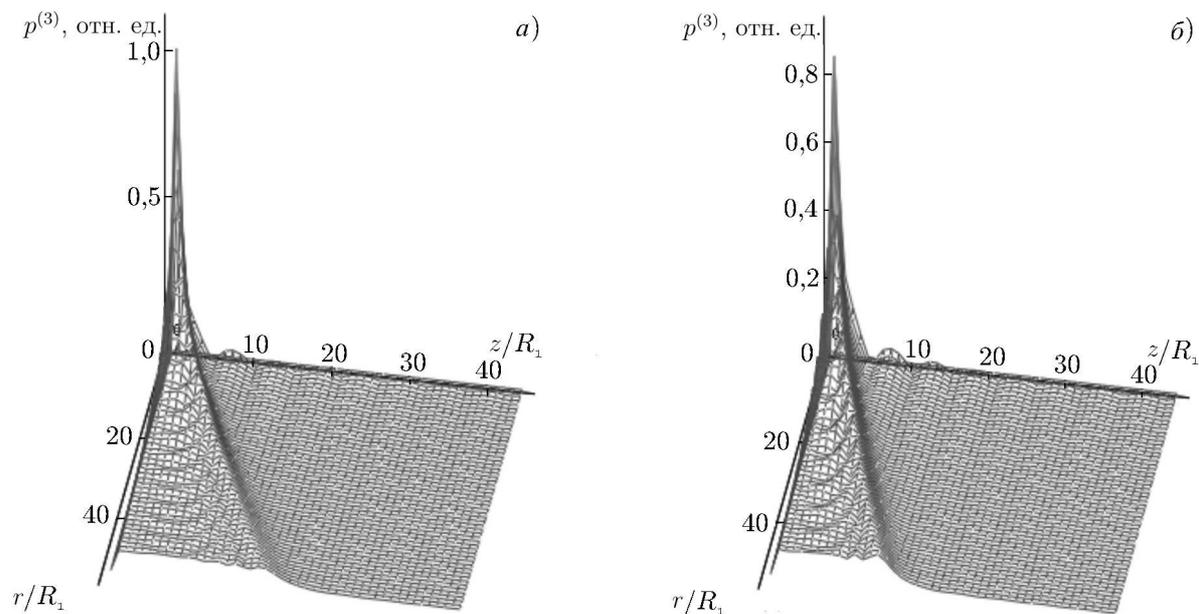


Рис. 3. Фрагменты картины ближнего поля  $p^{(3)}(r, z \geq 0)$  при  $\Omega = 7,5\pi$  (а) и  $\Omega = 10\pi$  (б) в случае  $c/C = 1,1$

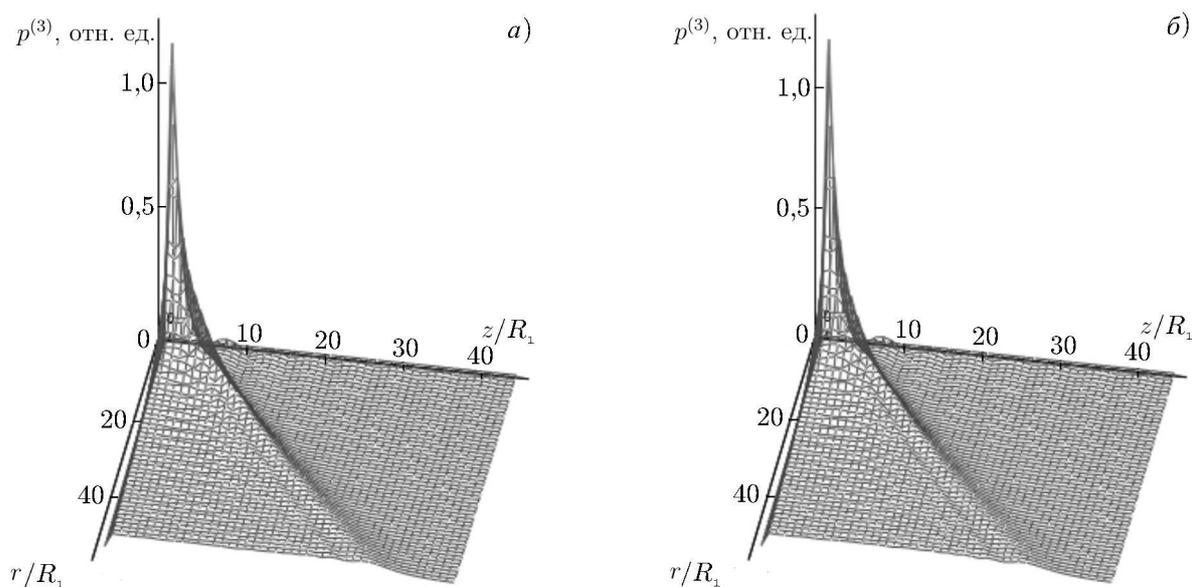


Рис. 4. Фрагменты картины ближнего поля  $p^{(3)}(r, z \geq 0)$  при  $c/C = 1,1$ ,  $\Omega = 5\pi$  для  $R_2/R_1 = 1,15$  (а) и  $R_2/R_1 = 1,05$  (б)

нет возможности моделировать наблюдаемые в экспериментах на скважинах так называемые гидроволну и трубную волну. В частности, для описания последней, бегущей по стенке металлической обсадной колонны в реальных условиях, необходим учёт сдвиговой упругости среды в промежуточной области 2, чего не было в исходной постановке. Тем не менее, используемая здесь модель позволяет моделировать разворот лепестка диаграммы путём непосредственного изменения частоты, либо, как продемонстрировано выше, перестройкой частоты отсечки волноводной моды путём изменения скачка скорости звука на границе сред. Угловая перестройка возможна путём частотной манипуляции при наличии частотной дисперсии скорости волны, бегущей по

внутренней области структуры. Предполагая проникновение или высвечивание этой волны наружу, мы приходим к её интерпретации как некоторого аналога так называемой гидроволны, или лэмбовской волны [4–8], распространяющейся и концентрирующейся во внутренней области скважинной колонны, заполненной жидкостью. Заметим ещё, что в гипотетической ситуации, когда в полной волновой совокупности присутствовали бы и гидро-, и трубная (более скоростная) волны, имеющие осесимметричную структуру, на фрагментах волнового поля, представленных на рис. 2–4, в дополнение к единственному лепестку, фигурирующему на указанных рисунках, появился бы второй узкий лепесток с углом к оси, отличающимся от первого. Переход на более высокие частоты, вероятно, также мог бы привести к возникновению двух лепестков, соответствующих просачиванию наружу двух волноводных мод акустического поля, возбуждаемых во внутренней области структуры и бегущих со скоростями, превышающими скорость звука во внешней среде. Однако высокочастотный случай, не рассматриваемый в настоящей работе, предполагается исследовать в дальнейшем вместе с учётом изгибной жёсткости в упругих свойствах среды, заполняющей область 2 структуры.

Таким образом, из результатов численного моделирования легко видеть, что акустическое поле, создаваемое внутренним источником и излучаемое наружу сквозь промежуточную область, моделирующую стенку обсадной трубы (на практике, как правило, акустически более жёсткую) и разделяющую в цилиндрической структуре внутреннюю и наружную среды с одинаковыми акустическими свойствами, характеризуется специфической конфигурацией ближнего поля. Акустическое поле наиболее эффективно излучается из области источника в обе стороны симметрично относительно плоскости  $z = 0$  в виде узкого лепестка, образующего с осью цилиндра некоторый угол. При смене частоты излучения, а также при вариации отношения акустической жёсткости сред в разделительной области относительно внутренней или внешней областей происходит изменение угла наклона области максимума поля. Следовательно, изменение скачка акустической жёсткости в области 2 может рассматриваться как эквивалент перестройки частоты источника, также обуславливающей пространственно-угловую переориентацию максимума амплитуды ближнего акустического поля.

Основополагающие исследования, посвящённые аналогичному анализу характеристик акустических полей, рассеянных жёсткими упругими пластинками и оболочками, с использованием аналитического подхода, были выполнены в ряде работ [8–11]. Вместе с тем использование численных методов с последующей визуализацией структуры ближних полей позволяет выполнить более детальное их исследование и обнаружить ряд интересных особенностей, не охваченных предыдущими подходами, которые могут быть использованы в диагностической практике.

## ВЫВОДЫ

Выведены интегральные соотношения, описывающие акустическое поле, возбуждаемое гармонически осциллирующим источником переменного давления, расположенным в центре структуры, состоящей из трёх концентрических цилиндрических областей, акустическая среда которых характеризуется различной скоростью звука и одинаковой плотностью. Выполнено численное моделирование акустического поля во внешней области — построено распределение его амплитуды при некоторых значениях относительной частоты источника, скачка скорости звука в промежуточной области относительно внутренней и внешней областей и относительной толщины промежуточной области. Продемонстрирован характер пространственно-угловой перестройки острого максимума в распределении амплитуды ближнего акустического поля при изменении частоты излучения и скачка скорости звука в промежуточной области относительно внутренней и внешней областей. Показано, что небольшая вариация промежуточной области по толщине при малом

значении последней не влияет на структуру ближнего акустического поля во внешней цилиндрической области. Последнее подтверждает факт просачивания акустического поля из внутренней области с установленным там источником возбуждения во внешнюю область и определяющее влияние волн, возбуждаемых во внутренней области, на характер ближнего поля во внешней области.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Hasheminejad S. M., Safari N. // J. Sound and Vibration. 2005. V. 280. P. 101.
2. Tesei A., Fox W. L. J., Maguer A., Lovik A. // J. Acoust. Soc. Am. 2000. V. 108. P. 2 891.
3. Убералль Х. // Акуст. журн. 2001. Т. 47, вып. 2. С. 115.
4. Ионов А. М., Максимов Г. А. // Акуст. журн. 1999. Т. 45, вып. 3. С. 311.
5. Максимов Г. А., Ионов А. М. // Акуст. журн. 1998. Т. 44, вып. 4. С. 437.
6. Лямшев Л. М. // Акуст. журн. 1996. Т. 43, вып. 6. С. 723.
7. Бураго Н. А., Ибатов А. С., Крауклис П. В., Крауклис Л. А. // Интерференционные волны в слоистых средах. Т. 1. Л.: Наука, 1980. С. 19.
8. Шендеров Е. Л. Волновые задачи гидроакустики. Л.: Судостроение, 1972. 348 с.
9. Лямшев Л. М. // Акуст. журн. 1959. Т. 5, вып. 1. С. 56.
10. Лямшев Л. М. // Акуст. журн. 1956. Т. 2, вып. 1. С. 74.
11. Лямшев Л. М. Отражение звука тонкими пластинками и оболочками в жидкости. М.: Изд-во АН СССР, 1955. 115 с.

Поступила в редакцию 15 марта 2010 г.; принята в печать 20 апреля 2010 г.

### ACOUSTIC FIELD IN THE OUTER PART OF A CYLINDRICAL REGION EXCITED FROM INSIDE

*Yu. M. Zaslavsky and V. Yu. Zaslavsky*

We present the results of numerical calculation of the acoustical field distribution in a structure consisting of three coaxial cylindrically symmetrical regions with identical uniform density. The media in the inner and outer regions have the same sound velocity which is different from the sound velocity in the intermediate region. In the inner region, a harmonic pressure source is located. Expressions for the acoustic fields in each of the regions are derived and the field distribution in the outer region is determined. The numerical analysis is performed at the distances corresponding to the near field of the radiator. Characteristic features of the field structure as a function of the source frequency, dimensions of the system, and acoustical parameters of the medium are determined. The obtained results can find applications in geophysical prospecting for characterization of boreholes, in acoustical logging of wells as well as in the problems of noise control in the vicinity of various industrial and energy installations.