

УДК 621.391.828

СПЕКТРАЛЬНО-ВРЕМЕННÓЙ АНАЛИЗ С ПРИМЕНЕНИЕМ ВЗАИМНОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ВИГНЕРА—ВИЛЯ

Е. И. Шкелёв, Н. Е. Землюков

Нижегородский госуниверситет им. Н. И. Лобачевского, г. Нижний Новгород, Россия

Рассмотрена возможность получения частотно-временных распределений сигналов посредством взаимного преобразования Вигнера—Виля, в котором опорный (тестовый) сигнал сконструирован в соответствии со структурой исследуемого сигнала. Показано, что из-за комплексного характера распределений Вигнера—Виля $P(t, \omega)$ информацию о частотно-временных характеристиках исследуемых сигналов можно получать, анализируя распределение модуля $|P(t, \omega)|$, а также действительной $\text{Re}[P(t, \omega)]$ и мнимой $\text{Im}[P(t, \omega)]$ частей распределения. Анализ последних методом подобранных сечений позволяет более детально раскрыть спектрально-временное содержимое обрабатываемых сигналов и увеличить тем самым частотно-временное разрешение. Работоспособность предложенного метода проверена с помощью численного моделирования и при работе с акустическим сигналом, принимаемым подвижным приёмником от неподвижного передатчика.

При решении задач, связанных с определением спектрального содержимого изменяющихся во времени сигналов, наибольшей точностью обладают методы, основанные на получении совместных частотно-временных распределений. Проблема выбора метода усложняется тем, что получаемые распределения различаются по виду и каждое из них обладает только ему присущими свойствами [1, 2]. Несмотря на различия, способы получения частотно-временных распределений объединяет то, что они основаны на выявлении корреляции исследуемого сигнала $u(t)$ либо с самим сигналом с изменённой зависимостью от времени t и частоты ω посредством сдвига или инверсии, либо с дополнительным опорным сигналом. Рассматриваемый в данной работе способ получения совместных частотно-временных распределений основан на преобразовании Вигнера—Виля [1, 3]

$$P(t, \omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} u(t + \tau/2) u^*(t - \tau/2) \exp(-j\omega\tau) d\tau, \quad (1)$$

которое можно трактовать как двумерную (по t и ω) взаимную функцию корреляции между прямым и обращённым во времени сигналами. В (1) исследуемый сигнал $u(t)$ представлен в форме аналитического сигнала и в общем случае содержит полезную составляющую $s(t)$ и помехи $n(t)$: $u(t) = s(t) + n(t)$, символ $*$ обозначает комплексное сопряжение. Благодаря использованию обращённого во времени сигнала $u(t)$ преобразование Вигнера—Виля даёт абсолютное распределение мощности по частоте и времени, чем обусловлено его высокое частотно-временное разрешение, подтверждённое полученными при обработке экспериментальных данных результатами (см., например, [4–6]).

Преобразование Вигнера—Виля нелинейно, и ему свойственны перекрёстные искажения, на фоне которых может стать трудно различимой та часть вычисленного с помощью (1) распределения, которая относится к полезному сигналу $s(t)$ [7]. Поэтому при оценке параметров сигнала $s(t)$, особенно в случае, когда структура $s(t)$ известна, целесообразно применение взаимного преобразования Вигнера—Виля

$$P(t, \omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} u(t + \tau/2) u_0^*(t - \tau/2) \exp(-j\omega\tau) d\tau, \quad (2)$$

отличающегося от автопреобразования (1) тем, что оно линейно и работает с опорным сигналом $u_0(t)$, сконструированным по образцу полезной составляющей $s(t)$ в принимаемом сигнале. Взаимное распределение Вигнера—Виля $P(t, \omega)$ — это продукт взаимодействия опорного сигнала $u_0(t)$ с составляющими исследуемого сигнала $u(t)$. При этом его можно представить как преобразование, при котором свойственное $u(t)$ частотно-временное распределение переносится в другую частотно-временную область $P(t, \omega)$, локализация которой на плоскости время—частота зависит от характеристик опорного сигнала $u_0(t)$. Взаимное распределение Вигнера—Виля $P(t, \omega)$ комплексно, что позволяет по его действительной и мнимой частям находить не только частотно-временные распределения сигнала $u(t)$, но и получать информацию о мгновенной фазе его составляющих.

Механизм сравнения частотного содержимого сигналов посредством взаимных частотно-временных преобразований в литературе обсуждается давно [2, 8]. Однако для оценки его эффективности требуется детальное изучение преобразований, в которых реализуются сравнительные операции. Целью данной работы является обоснование возможности и способов применения взаимного преобразования Вигнера—Виля к задачам частотно-временной селекции и определения спектрально-временных характеристик сигналов с амплитудной и непрерывной угловой модуляцией, а также оценка точности измерения частоты и временного положения сигналов по взаимному распределению Вигнера—Виля на основе численного моделирования и экспериментальной проверки.

Для начала рассмотрим некоторые имеющие принципиальное значение особенности преобразования Вигнера—Виля. Существует эквивалентный (2) способ вычисления $P(t, \omega)$, согласно которому¹ [1, 2]

$$P(t, \omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} U(\omega + \nu/2) U_0^*(\omega - \nu/2) \exp(-j\nu t) d\nu, \quad (3)$$

где $U(\omega)$ и $U_0(\omega)$ — спектральные характеристики сигналов $u(t)$ и $u_0(t)$. Из (2) и (3) следует, что зависимость $u(t)$ и $u_0(t)$ от времени и зависимость $U(\omega)$ и $U_0(\omega)$ от частоты одинаково отражаются в распределении Вигнера—Виля. Рассмотрим это на простом примере, полагая, что каждый из сигналов $u(t)$ и $u_0(t)$ есть сумма короткого импульса (δ -функции по оси времени t) и синусоидального колебания (сигнала с δ -образной спектральной характеристикой):

$$u(t) = A \delta(t - t_s) + B \exp[j(\omega_s t + \varphi_s)], \quad u_0(t) = A_0 \delta(t - t_s) + B_0 \exp[j(\omega_0 t + \varphi_0)]. \quad (4)$$

Если не учитывать незначительные искажения распределения $P(t, \omega)$, обусловленные перекрёстным взаимодействием импульсных и синусоидальных составляющих, то нахождение частотно-временного распределения для сигналов (4) сводится к независимому вычислению (2) для импульсных и (3) для синусоидальных составляющих. В результате получается распределение

$$P(t, \omega) \approx AA_0 \exp[j\omega(t_0 - t_s)] \delta\left(t - \frac{t_s + t_0}{2}\right) + BB_0 \exp[j(\omega_s - \omega_0)t + \Delta\varphi] \delta\left(\frac{\omega_s + \omega_0}{2} - \omega\right), \quad (5)$$

в котором первое слагаемое отлично от нуля при $t = t_c = (t_s + t_0)/2$, а второе — при $f = f_c = (\omega_s + \omega_0)/(2\pi)$. При этом первое слагаемое является периодической функцией частоты $f = \omega/(2\pi)$ с периодом $F = 1/|t_s - t_0|$, а второе периодически во времени с периодом $T = 1/|f_s - f_0|$; $f_s = \omega_s/(2\pi)$, $f_0 = \omega_0/(2\pi)$, $\Delta\varphi = \varphi_s - \varphi_0$.

Полученный методом численного интегрирования (2) результат — дискретный аналог действительной части распределения (5) — представлен на рис. 1б. Преобразование Фурье в (2)

¹ Преобразования (1)–(3) выполняются так, что нормировочные множители в них равны единице.

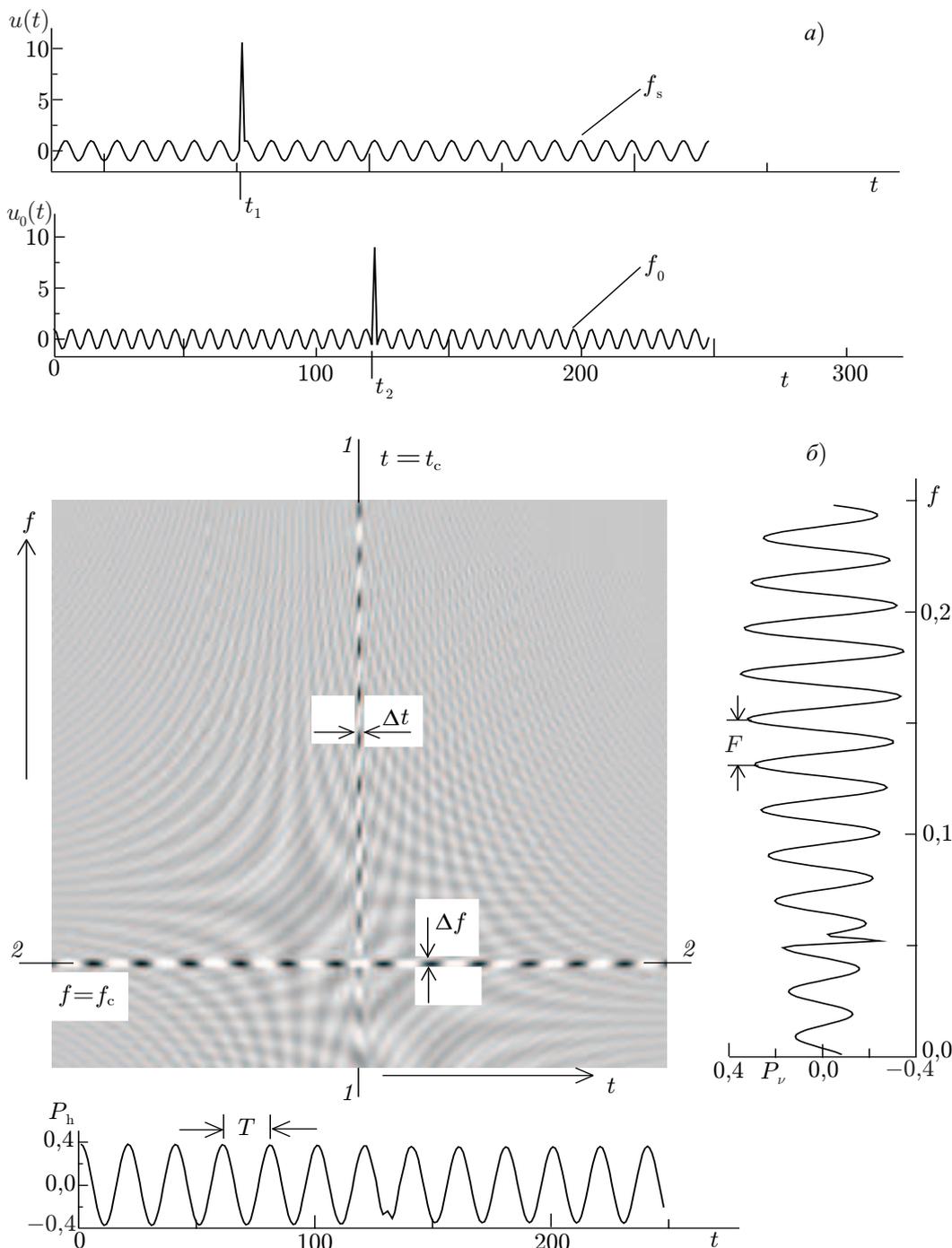


Рис. 1. Взаимное распределение Вигнера–Вилля (б) двух сигналов, образованных импульсной (амплитуды $A_0 = A = 10$, длительность $\tau = 2$) и синусоидальной (амплитуды $B_0 = B = 1$) составляющими (а): $f_s = 0,103$, $f_0 = 0,153$, $t_0 - t_s = 50$, $t_c = 91$, $f_c = 0,128$, $T = 20$, $F = 0,02$; использовалось 1024-точечное быстрое преобразование Фурье с окном Парзена

для дискретизованных сигналов (4), представленных на рис. 1а, вычислялось как 1024-точечное быстрое преобразование Фурье с окном Парзена. Здесь и при дальнейшем рассмотрении численных моделей используются безразмерное (отнесённое к периоду дискретизации T_d) время t и безразмерные (отнесённые к частоте дискретизации $f_d = 1/T_d$) частоты f .

Первому слагаемому в (5) соответствует область частотно-временного распределения, примыкающая к вертикальному сечению 1-1, при $t = t_c$ (рис. 1б), а второму — область вблизи сечения 2-2, при $f = f_c$. В вертикальном сечении видна периодическая с периодом F зависимость $P(t_c, f) = P_\nu(f)$ от частоты (правый график на рис. 1б), а в горизонтальном — периодическая с периодом T зависимость $P(t, f_c) = P_h(t)$ от времени (нижний график на рис. 1б). Отсюда следует, что сдвиг по времени импульсной и смещение по частоте синусоидальной составляющих сигнала $u(t)$ по отношению к тем же составляющим опорного сигнала $u_0(t)$ могут быть определены, с одной стороны, по времени t_c и частоте f_c локализации взаимной энергии на плоскости время—частота, а с другой, — по периодам F и T колебаний, свойственных профилям соответствующих сечений частотно-временного распределения. Точность определения t_c и f_c зависит от ширины Δt и Δf областей в окрестностях сечений 1-1 и 2-2 (рис. 1б): Δt определяется длительностью импульсных составляющих в $u(t)$ и $u_0(t)$, а Δf — размерностью быстрого преобразования Фурье. Для нахождения F и T достаточно определить спектральный состав функций $P_\nu(f)$ и $P_h(t)$.

Рассмотренный пример иллюстрирует одну из главных особенностей преобразования Вигнера—Виля, которая заключена в том, что скачкообразные изменения мгновенной спектральной плотности мощности $N(t, \omega)$ сигнала $u(t)$ по времени и частоте одинаково проявляются в распределении (2). Это служит основанием для применения преобразования Вигнера—Виля при решении задач спектрально-временного анализа, в частности при обработке многокомпонентных сигналов и особенно тогда, когда имеется перекрытие отдельных образующих $u(t)$ компонент по времени и/или по частоте.

Пусть $u(t)$ представляет собой сумму колебаний $s_i(t)$ с частотами ω_i и комплексными амплитудами $\dot{a}_i(t) = a_i(t) \exp(j\varphi_i)$:

$$u(t) = \sum_{i=1}^n s_i(t) = \sum_{i=1}^n \dot{a}_i(t) \exp(j\omega_i t), \quad (6)$$

а в качестве опорного сигнала берётся $u_0(t) = \dot{a}_0(t) \exp(j\omega_0 t)$ с частотой ω_0 и с комплексной амплитудой $\dot{a}_0(t) = a_0(t) \exp(j\varphi_0)$. Тогда из (2) с учётом (3) получается распределение

$$P(t, \omega) = \sum_{i=1}^n \exp[j(\omega_i - \omega_0)t] \int_{-\infty}^{+\infty} \dot{a}_i(t + \tau/2) \dot{a}_0^*(t - \tau/2) \exp[j(\omega_0 + \omega_i)\tau/2] \exp(-j\omega\tau) d\tau = \\ = \sum_{i=1}^n \exp[j(\omega_i - \omega_0)t] P_{i0}(t, \omega + \omega_{ci}), \quad (7)$$

в котором $\omega_{ci} = (\omega_i + \omega_0)/2$. Следовательно, взаимное распределение Вигнера—Виля многокомпонентного сигнала (6) есть суперпозиция смещённых по частоте на ω_{ci} взаимных распределений

$$P_{i0}(t, \omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} \dot{a}_i(t + \tau/2) \dot{a}_0^*(t - \tau/2) \exp(-j\omega\tau) d\tau \quad (8)$$

для комплексных амплитуд $\dot{a}_i(t)$ и $\dot{a}_0(t)$ с весовыми множителями $\exp[j(\omega_i - \omega_0)t]$.

Если $s_i(t)$ и $u_0(t)$ являются радиоимпульсами с различным положением t_i и t_0 во времени, т. е. $s_i(t) = a_i(t - t_i) \exp[j(\omega_i t + \varphi_i)]$ и $u_0(t) = a_0(t - t_0) \exp[j(\omega_0 t + \varphi_0)]$, где φ_i и φ_0 — постоянные

фазы, то (8) и (7) приобретают вид

$$P_{i0}(t, \omega) = \exp[j(\omega\delta_i + \Delta\varphi_i)]P_{i0}(t + t_{ci}, \omega),$$

$$P(t, \omega) = \sum_{i=1}^n \exp\{j[(\omega_i - \omega_0)t + \omega\delta_i + \Delta\varphi_i]\}P_{i0}(t + t_{ci}, \omega + \omega_{ci}). \tag{9}$$

Здесь $\delta_i = t_i - t_0$ — смещение по времени импульсов $s_i(t)$ относительно $u_0(t)$, $t_{ci} = (t_i + t_0)/2$, $\Delta\varphi_i = \varphi_i - \varphi_0$. Из (9) следует, что распределение (7) выглядит как сумма взвешенных фазовыми множителями и сдвинутых на ω_{ci} по частоте и на t_{ci} по времени взаимных распределений $P_{i0}(t, \omega)$ для комплексных амплитуд $\dot{a}_i(t)$ и $\dot{a}_0(t)$.

На рис. 2 представлены действительная часть (рис. 2а) и модуль (рис. 2б) распределения (9) для численной модели сигнала $u(t)$, образованного тремя перекрывающимися во времени прямоугольными радиоимпульсами $s_i(t)$, где $i = 1, 2, 3$, с разными несущими частотами $f_i = \omega_i/(2\pi)$ и смещениями δ_i относительно опорного колебания $u_0(t)$, но с одинаковой длительностью $\tau_i = \tau$ и равными амплитудами. В качестве $u_0(t)$ использован совпадающий по форме с $s_i(t)$ радиоимпульс на частоте $f_0 = \omega_0/(2\pi)$. Видны три области распределения Вигнера–Виля, расположенные в окрестностях горизонтальных сечений 1–1, 2–2 и 3–3 на частотах $f_{ci} = (f_i + f_0)/2$. Временное

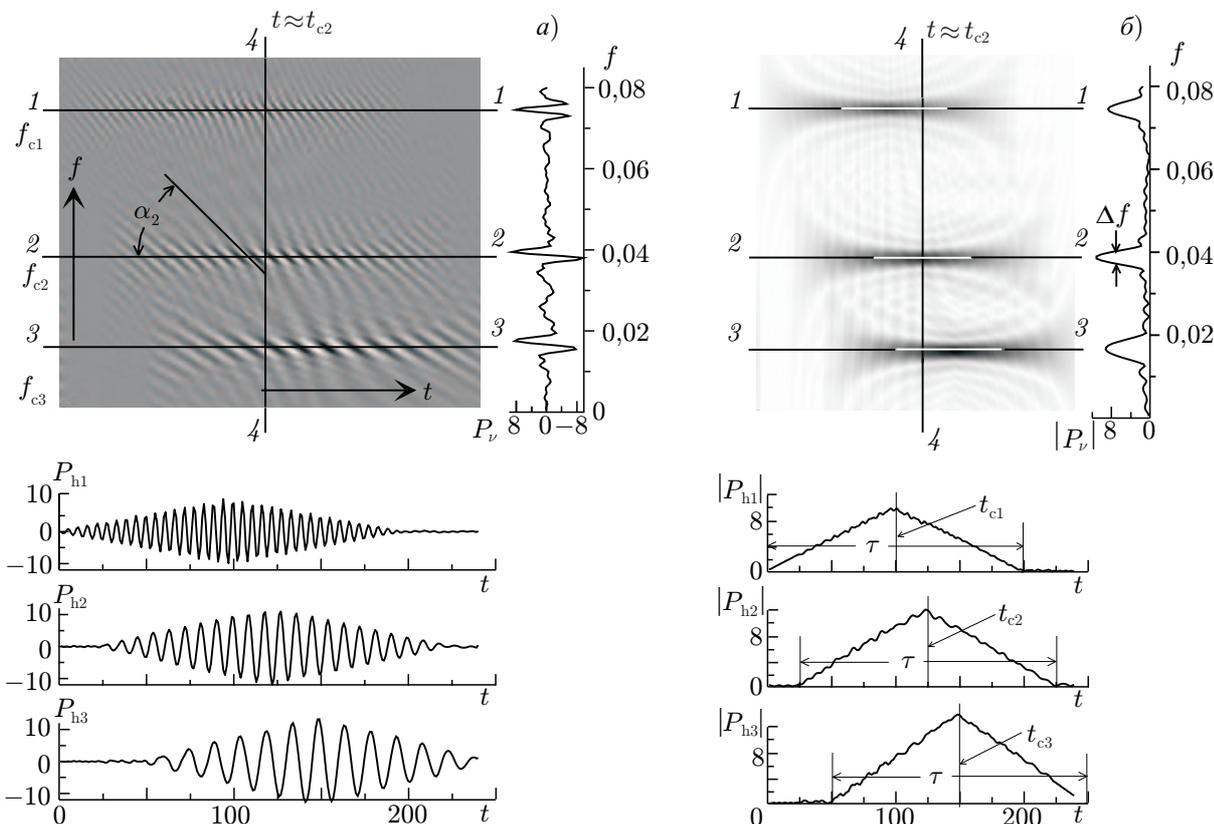


Рис. 2. Действительная часть (а) и модуль (б) взаимного распределения Вигнера–Виля для сигнала, образованного тремя радиоимпульсами s_1, s_2 и s_3 с равной длительностью $\tau = 200$ и равными амплитудами $A = 10$, и опорного сигнала u_0 — радиоимпульса с той же длительностью τ и амплитудой A ; несущие частоты $f_0 = 0,203, f_1 = 0,383, f_2 = 0,313$ и $f_3 = 0,27$; u_0 запаздывает по отношению к s_1, s_2 и s_3 на $\delta_1 = 300, \delta_2 = 250$ и $\delta_3 = 200$ (время отсчитывается относительно начала импульса s_1); уровень чёрного на изображениях $\text{Re}[P(t, \omega)]$ и $|P(t, \omega)|$ соответствует максимальным значениям; использовалось 2048-точечное быстрое преобразование Фурье с прямоугольным окном

положение импульсов $s_i(t)$ находится по максимумам в профилях $|P_{hi}(t)|$ сечений модуля $|P(t, f)|$ на частотах f_{ci} (три нижних графика на рис. 2б), а сами частоты f_{ci} определяются по максимумам в профилях $|P_\nu(f)|$ соответствующих сечений по времени $t = t_{ci}$ (на рис. 2б представлено одно из них — сечение 4-4 для $t \approx t_{c2}$ вблизи максимума $|P_{h2}(t)|$). Достижимое при этом частотное разрешение Δf_i по каждому импульсу определяется их длительностью: $\Delta f_i = \Delta f \approx 1/\tau$.

Действительная часть $\text{Re}[P(t, f)]$ распределения Вигнера—Виля (как и мнимая $\text{Im}[P(t, f)]$), сдвинутая по фазе относительно действительной на $\pi/2$) промодулирована существующими в (9) фазовыми множителями, из-за чего изображение $\text{Re}[P(t, f)]$ на плоскости (f, t) имеет вид чередующихся наклонных чёрно-белых полос (рис. 2а) с углами наклона α_i по отношению к оси времени (на рис. 2а показан угол α_2 в средней принадлежащей $s_2(t)$ области распределения). При этом $\text{tg } \alpha_i = F_i/T_i$, где $F_i = 1/|\delta_i|$ и $T_i = 1/|f_i - f_0|$ — периоды колебаний в профилях $\text{Re}[P(t = t_{ci}, f)]$ и $\text{Im}[P(t, f = f_{ci})]$ сечений по времени $t = t_{ci}$ и по частотам $f = f_{ci}$. Последние позволяют более детально раскрыть спектрально-временное содержимое распределения Вигнера—Виля, что в данном случае подтверждают три нижних из представленных на рис. 2а графика, где показаны профили сечений $\text{Re}[P(t, f = f_{ci})]$ на частотах $f = f_{ci}$. Здесь же (график справа) представлено сечение по времени $t \approx t_{c2}$.

Анализ сечений по частотам эффективен при работе с узкополосными и подобными (6) сигналами и даёт такую же точность в определении периодов T_i (а по ним и частот f_i), которая достигается при корреляционном анализе в условиях априорной определённости (т. е. при известных частотах и фазах сигналов s_i). При обработке широкополосных импульсных сигналов, напротив, эффективен анализ профилей сечений $P(t, f)$ по времени, который может дать уточняющую информацию о временных характеристиках сигналов s_i (см. в связи с этим выражение (6) и рис. 1 в части, касающейся распределения Вигнера—Виля для импульсных составляющих $u(t)$ и $u_0(t)$).

В том случае, когда исследуемые сигналы обладают большой длительностью и непрерывными в широких пределах изменениями частоты (являются сигналами с большой базой), расположение активных областей распределения Вигнера—Виля согласуется с изменением активных спектров сигналов, которые в общем случае могут содержать одну или некоторое число мод

$$s_i(t) = A_i \exp \left[j \int_0^t \omega_i(x) dx + j\varphi_i \right], \quad (10)$$

где i — индекс моды, с отличающимися законами изменения $\omega_i(t)$. Если наряду с частотной в $s_i(t)$ имеется неглубокая узкополосная амплитудная модуляция, то она не оказывает существенного влияния на характер частотно-временного распределения. Поэтому основные характеристики таких распределений рассмотрим, исходя из предположения, что амплитуды A_i всех мод $s_i(t)$ постоянны, а опорный сигнал $u_0(t)$ по виду подобен $s_i(t)$. Тогда из (7) получается

$$P(t, \omega) = \sum_{i=1}^n A_i A_0 \exp[j(\Delta\phi_i(t) + \Delta\varphi_i)] \int_{-\infty}^{+\infty} \exp\{j[\phi_i(t, \tau/2) + \phi_0(t, \tau/2)]\} \exp(-j\omega\tau) d\tau, \quad (11)$$

где

$$\Delta\phi_i(t) = \int_0^t [\omega_i(x) - \omega_0(x)] dx, \quad \phi_i(t, \tau/2) = \int_t^{t+\tau/2} \omega_i(x) dx, \quad \phi_0(t, \tau/2) = \int_{t-\tau/2}^t \omega_0(x) dx. \quad (12)$$

Из (7), (11) и (12) следует, что взаимный мгновенный спектр каждой составляющей и в каждый момент времени локализован в относительно узких спектральных областях вблизи $[\omega_i(t) + \omega_0(t)]/2$. Поэтому при вычислении распределения (11) бесконечные пределы интегрирования по t следует заменить на пределы перемещаемого во времени окна так, как это делается при «скользящем» фурье-анализе, а размерность быстрого преобразования Фурье подбирать, руководствуясь достижением наиболее высокого (или требуемого) разрешения $\Delta\omega$ по частоте и Δt по времени. При этом выбор пределов интегрирования D различен для мод с разными профилями $\omega_i(t)$.

Если рассматривать только частотное разрешение, то взятое по модулю преобразование Вигнера—Виля не имеет преимуществ перед «скользящим» преобразованием Фурье. Однако преобразование Вигнера—Виля обладает более высоким разрешением по времени и превосходит «скользящий» фурье-анализ по помехозащищённости, поскольку реагирует только на те составляющие анализируемого сигнала $u(t)$, которые коррелируют с опорным сигналом $u_0(t)$. Выявление такой корреляции происходит благодаря реализованной в алгоритме преобразования Вигнера—Виля последовательности сдвигов $u(t)$ и $u_0(t)$ по времени и по частоте.

Действительная $\text{Re}[P(t, \omega)]$ и мнимая $\text{Im}[P(t, \omega)]$ части распределения (11) промодулированы фазовыми множителями $\exp[j(\Delta\phi_i(t) + \Delta\varphi_i)]$, что, как уже отмечалось, позволяет выполнять более точный анализ профилей $\omega_i(t)$. Наличие фазовых множителей во взаимном распределении Вигнера—Виля не является только его особенностью. Такие множители есть и в действительной, и в мнимой частях частотно-временного распределения, вычисленных посредством «скользящего» фурье-анализа. Однако фазовые множители при преобразовании Фурье появляются вследствие временных задержек, сопровождающих перемещение окна анализа, в то время как наличие фазовых множителей в распределении Вигнера—Виля обусловлено алгоритмом соответствующего взаимного преобразования.

При неизвестных $\omega_i(t)$ имеется неопределённость в выборе опорного сигнала $u_0(t)$. Если взять в качестве $u_0(t)$ простой синусоидальный сигнал $u_0(t) = A_0 \exp[j(\omega_0 t + \varphi_0)]$, то для него

$$\phi_i(t, \tau/2) + \phi_0(t, \tau/2) = \int_t^{t+\tau/2} [\omega_i(x) + \omega_0] dx,$$

и области локализации мгновенных взаимных спектров мод $s_i(t)$ находятся вблизи $[\omega_i(t) + \omega_0(t)]/2$. Это иллюстрирует рис. 3, на котором представлены фрагменты действительной части $\text{Re}[P(t, \omega)]$ и модуля $|P(t, \omega)|$ дискретного распределения Вигнера—Виля для трёхмодовой ($i = 1, 2, 3$) численной модели $u(t)$ с синусоидальными законами модуляции $\omega_i(t) = \gamma_i \sin(\Omega_i t + \psi_i)$ при постоян-

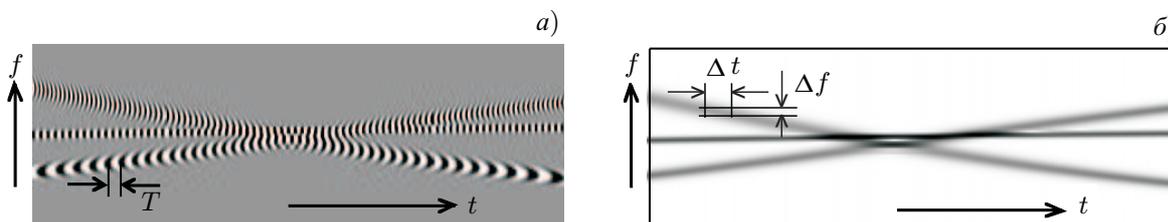


Рис. 3. Фрагменты действительной части (а) и модуля (б) взаимного распределения Вигнера—Виля для суммы равных по амплитуде сигналов s_1, s_2 и s_3 с синусоидальной частотной модуляцией и синусоидального опорного колебания u_0 ; диапазоны изменения частот: $f_1 = 0,15 \div 0,25$, $f_2 = 0,15 \div 0,37$ и $f_3 = 0,155 \div 0,21$; $f_0 = 0,151$; использовалось 1 024-точечное быстрое преобразование Фурье с окном Парзена

ных индексах γ_i , частотах Ω_i и фазах ψ_i . Представлена та область распределения, где имеется пересечение зависимостей $f_i(t) = \omega_i(t)/(2\pi)$, поскольку в этой области наиболее трудно найти различие в частотно-временных профилях отдельных мод. Точность Δf и Δt определения мгновенных частот $f_2(t)$, оцениваемая по распределению модуля $|P(t, f)|$ (рис. 3б), зависит от размера окна интегрирования D , который должен выбираться с учётом ограничений, налагаемых скоростью df_i/dt изменения частот $f_i(t)$: при выборе величины D следует исходить из условия, что уход δf_i любой из частот $f_i(t)$ в перемещаемом окне анализа для каждого текущего времени t удовлетворяет неравенству

$$\delta f_i \leq \Delta f \leq |f_i(t - D/2) - f_i(t + D/2)| \leq 1/D.$$

Более высокое частотно-временное разрешение достигается, если отслеживать законы частотной модуляции $f_i(t)$, анализируя временную зависимость периодов $T_i = 1/|f_i(t) - f_0|$ низкочастотных колебаний в профилях действительной $\text{Re}[P(t, f = f_{ci}(t))]$ (рис. 3а) или мнимой $\text{Im}[P(t, f = f_{ci}(t))]$ частей распределения Вигнера—Виля вблизи мгновенных частот $f_{ci}(t) = [f_i(t) + f_0]/2$. В этом есть сходство с тем, что происходит при синхронном детектировании. При этом в качестве опорного можно использовать колебание, у которого зависимость частоты $f_0(t)$ от времени подстраивается под профиль той или иной моды в составе $u(t)$. При цифровой обработке анализ низкочастотных вариаций $\text{Re}[P(t, f = f_{ci}(t))]$ или $\text{Im}[P(t, f = f_{ci}(t))]$ можно проводить после прореживания соответствующих записей $\text{Re}[P(t, f = f_{ci}(t))]$ и $\text{Im}[P(t, f = f_{ci}(t))]$, взятых из распределения Вигнера—Виля, что, как будет видно из дальнейшего, является дополнительным средством повышения частотно-временного разрешения.

Последние утверждения были экспериментально проверены при работе с акустическим сигналом $u(t)$, принимаемым подвижным приёмником от неподвижного передатчика. Передатчик излучал простой гармонический сигнал $s_0(t)$ на частоте $f_s = 5$ кГц. Приёмник располагался на расстоянии R в несколько длин волн $\lambda = 6,8$ см от передатчика и совершал колебательные движения около своего положения равновесия с амплитудой L , $L < 2$ см $< \lambda$. Скорость движения приёмника $v(t)$ не достигала значений, при которых её можно было бы измерять, основываясь на эффекте Доплера: скорость $v(t)$ была такой, что доплеровский сдвиг по частоте Df не превышал величины $Df_{\max} = 2,5$ Гц, в то время как частота дискретизации принимаемого сигнала f_d равнялась 25 кГц (отнесённая к частоте дискретизации частота Доплера $\nu_d = Df/f_d \leq \nu_{d\max} = 0,0001$) при размерности быстрого преобразования Фурье, равной 1024. Кроме того, из-за колебательного характера движений изменялось направление скорости, а в крайних положениях $v(t)$ равнялась нулю. Поэтому параметры движения можно было определить только по измерению мгновенной фазы $\phi(t)$.

Принимаемый сигнал $u(t) = s(t) + n(t)$ наряду с полезной составляющей $s(t)$ содержал помеху $n(t)$, которая не коррелировала с опорным сигналом и поэтому не повлияла на результат анализа. В качестве опорного использовались два сигнала — сигнал передатчика $s_0(t)$ и сигнал, сдвинутый относительно $s_0(t)$ по частоте.

Результаты эксперимента представлены на рис. 4. При работе с опорным сигналом $u_0(t) = s_0(t)$ вызванная движением приёмника добавка к мгновенной фазе $\phi(t)$ не превышала 2π , и движения приёмника по-разному в зависимости от расстояния R отражались на действительной $\text{Re}[P(t, f)]$ и мнимой $\text{Im}[P(t, f)]$ частях распределения Вигнера—Виля. Изображения распределений $\text{Re}[P(t, f)]$ и $\text{Im}[P(t, f)]$ на плоскости (f, t) выглядят как узкие модулированные по яркости полосы в окрестности сечений с $f = f_c \approx f_s$ (см. рис. 4а, где представлено изображение $\text{Re}[P(t, f = f_c)]$). Характер модуляции изображений, как и профили сечений действительной $\text{Re}[P(t, f = f_c)] = P_{\text{Re}}(t)$ и мнимой $\text{Im}[P(t, f = f_c)] = P_{\text{Im}}(t)$ частей, зависят от расстояния R . На

рис. 4б показаны профили сечений $P_{\text{Re}}(t)$ (кривая 1) и $P_{\text{Im}}(t)$ (кривая 2) для $R = 14$ см. Несмотря на существенное различие, колебания $P_{\text{Re}}(t)$ и $P_{\text{Im}}(t)$ взаимозависимы и в совокупности дают колебания модуля $P_{\text{mod}}(t) = \sqrt{P_{\text{Re}}^2 + P_{\text{Im}}^2}$ (кривая 3 на рис. 4б), форма которых от R не зависит, поскольку определяется только изменениями амплитуды сигнала, вызванными колебательными движениями приёмника.

Зная расстояние R , мы можем определить параметры движения приёмника, анализируя зависимость мгновенной фазы $\phi(t)$ от времени по взятым из распределения Вигнера—Виля функциям $P_{\text{Re}}(t)$, $P_{\text{Im}}(t)$ и $P_{\text{mod}}(t)$. Однако такой подход связан с вычислительными сложностями и мало пригоден для практического применения ещё и потому, что требует независимого измерения R .

В описываемом здесь эксперименте параметры движения находились путём измерения доплеровского сдвига частоты, но не относительно частоты передатчика f_s , а относительно частоты опорного колебания f_0 , смещённой на величину $f_{\text{сдв}}$, превышающую по модулю максимально возможную частоту Доплера $\nu_{\text{d max}}$: $f_0 = f_s + f_{\text{сдв}}$, $f_{\text{сдв}} = -0,0007$, $|f_{\text{сдв}}| > \nu_{\text{d max}}$. Вследствие этого увеличилась частота колебаний яркостного изображения реальной части распределения (рис. 4в), и эти колебания приобрели явно выраженную частотную модуляцию. Более отчётливо это отражено в изменении характера колебаний в сечении $\text{Re}[P(t, f_c)] = P_{\text{Re}}(t)$ на частоте $f = f_c \approx f_0$ (рис. 4з). Колебания мнимой части распределения $\text{Im}[P(t, f_c)] = P_{\text{Im}}(t)$ (на рис. 4 не показаны) имеют тот же вид, что и колебания $\text{Re}[P(t, f_c)]$, но сдвинуты по отношению к ним по фазе на $\pi/2$. Что касается колебаний $|P(t, f_c)|$, то они не изменились и остались такими же, как и изображённые на рис. 4б (кривая 3).

По отношению к $P_{\text{Re}}(t)$ была применена процедура прореживания (коэффициент прореживания $\beta = 39$) и выполнено преобразование (1) при $u(t) = u_0(t) = P_{\text{Re}}(t)$. В результате было получено спектрально-временное распределение, в котором отчётливо отражена частотная модуляция

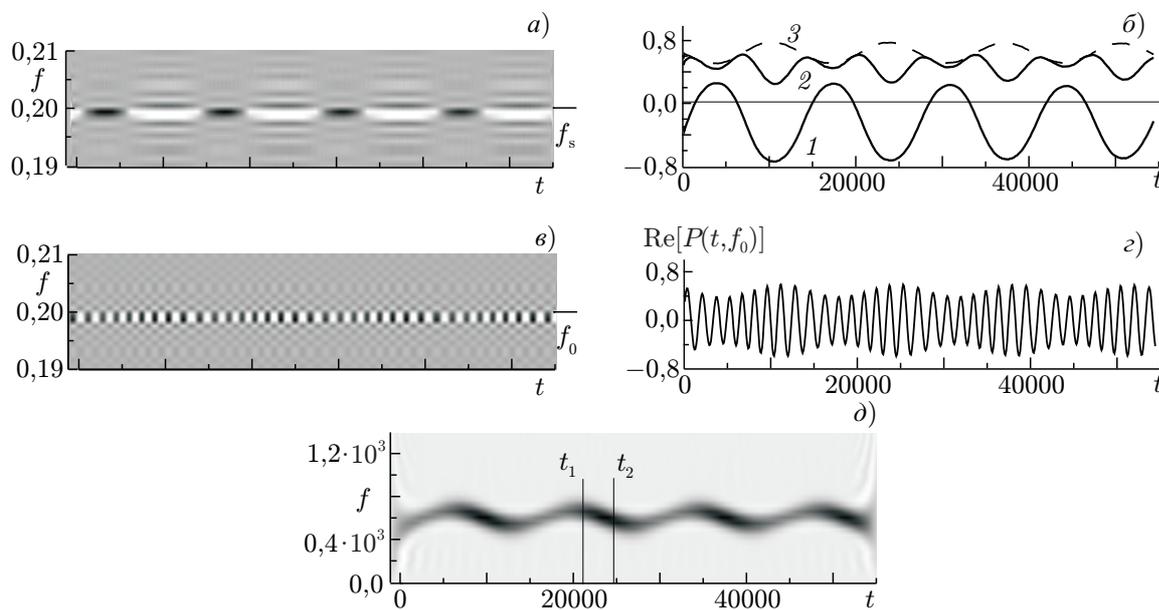


Рис. 4. Действительная часть $\text{Re}[P(t, f)]$ взаимного распределения Вигнера—Виля для сигнала, принятого подвижным приёмником, с сигналом от неподвижного передатчика в качестве опорного (а) и профили сечений (б) $\text{Re}[P(t, f_s)]$ — кривая 1, $\text{Im}[P(t, f_s)]$ — кривая 2 и $|P(t, f_s)|$ — кривая 3 на частоте $f = f_s$, равной частоте передатчика. Распределение $\text{Re}[P(t, f)]$ (в) и профиль сечения $\text{Re}[P(t, f_0)]$ (д) на частоте $f = f_0$ (з) при наличии смещения частоты f_0 опорного сигнала относительно частоты передатчика f_s . Распределение Вигнера—Виля для $\text{Re}[P(t, f_0)]$ (д)

с девиацией частоты $\varepsilon \approx 0,0001$ (2,5 Гц, см. рис. 4д), что соответствует максимальной скорости приёмника 17 см/с. В том же распределении на рис. 4д видна яркостная обусловленная изменением пространственного положения приёмника модуляция изображения со сдвигом на $1/4$ периода по отношению к колебаниям частоты (моменты времени t_1 и t_2 , первый из которых соответствует максимальной частоте, а второй — максимальной амплитуде колебаний $P_{\text{Re}}(t)$). В совокупности представленные на рис. 4б и д распределения позволяют сделать вывод о возможности непосредственного и одновременного измерения мгновенных фазы $\phi(t)$ и частоты $f(t)$ и, как следствие, возможности одновременного измерения положения и скорости исследуемого объекта. Достижимая при этом точность измерения частотного сдвига определяется размерностью быстрого преобразования Фурье и коэффициентом прореживания β ($\Delta f \approx 1/(D\beta)$), а точность измерения мгновенной фазы зависит от того, насколько точно могут быть определены расстояние R между приёмником и передатчиком и профили $P_{\text{Re}}(t)$ и $P_{\text{Im}}(t)$.

Представленный материал свидетельствует о том, что взаимное преобразование Вигнера—Виля может быть использовано в качестве инструмента частотно-временного анализа с учётом свойственных ему особенностей. Данное преобразование линейно, благодаря чему в распределениях Вигнера—Виля отсутствуют продукты перекрёстного взаимодействия входящих в состав исследуемого сигнала $u(t)$ компонент. Обладая свойствами функции взаимной корреляции, преобразование Вигнера—Виля обеспечивает высокую помехозащищённость, но в отличие от неё выявляет корреляцию не только во времени, но и по частоте. Как и всякое интегральное преобразование, оно нелокально и поэтому пределы интегрирования в перемещаемом окне следует выбирать, основываясь не только на локальных свойствах анализируемого сигнала $u(t)$, но и учитывая его поведение во всей области интегрирования D , особенно по отношению к частотно-модулированным сигналам с немонотонной зависимостью мгновенной частоты $\omega(t)$ от времени, когда производная в $d\omega(t)/dt$ меняет знак. Немонотонность частотно-временных профилей $\omega(t)$ налагает ограничение сверху на размеры окна интегрирования D и, как следствие, ограничивает разрешающую способность по времени (Δt) и по частоте ($\Delta \omega$). Нижняя граница окна интегрирования выбирается, исходя из свойств исследуемых сигналов и из условия достижения наиболее высокой точности. При этом в силу линейности взаимного преобразования Вигнера—Виля критерии, по которым определяются пределы интегрирования, не отличаются от тех, что используются при выборе параметров «скользящего» фурье-анализа. Детальный анализ профилей сечений распределений действительной и мнимой частей распределения позволяет значительно повысить частотно-временное разрешение, и его следует рассматривать как неотъемлемую часть спектрально-временного анализа, основанного на взаимном преобразовании Вигнера—Виля. Кроме того, при исследовании частотно-временных профилей $\omega_0(t)$ можно применять «перестройку» опорного сигнала, подбирая профиль $\omega_0(t)$ опорного сигнала или приближая его к частотно-временному профилю $\omega(t)$ исследуемого сигнала путём ряда последовательных итераций.

Работа выполнена в рамках ФЦП «Научные и научно-педагогические кадры инновационной России» на 2009–2013 годы, государственный контракт П1243 от 27.08.2009.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Коэн Л. // ТИИЭР. 1989. Т. 77, № 10. С. 120.
2. Макс Ж. Методы и техника обработки сигналов при физических измерениях. М.: Мир, 1983. Т. 2. 256 с.
3. Boashash B. // IEEE Trans. Acoustics, Speech, and Signal Processing. 1988. V. 36, No 9., P. 1518.

4. Зайцев В. В., Кисляков А. Г., Степанов А. В. и др. // Изв. вузов. Радиофизика. 2001. Т. 44, № 1–2. С. 38.
5. Зайцев В. В., Кисляков А. Г., Урпо С., Шкелёв Е. И. // Изв. вузов. Радиофизика. 2001. Т. 44, № 9. С. 756.
6. Зайцев В. В., Кисляков А. Г., Степанов А. В. и др. // Астрон. журн. 2003. Т. 80, № 10. С. 945.
7. Шкелёв Е. И., Кисляков А. Г., Лупов С. Ю. // Изв. вузов. Радиофизика. 2002. Т. 45, № 5. С. 433.
8. Си Х. Х., Колфилд Х. Дж. // ТИИЭР. 1984. Т. 42, № 7. С. 173.

Поступила в редакцию 17 февраля 2010 г.; принята в печать 11 марта 2010 г.

SPECTRAL-TIME ANALYSIS WITH THE USE OF MUTUAL WIGNER–VILLE TRANSFORM

E. I. Shkelev and N. E. Zemnyukov

We consider the possibility of obtaining frequency–time distributions of signals received by means of the mutual Wigner–Ville transform in which the reference (test) signal is designed in accordance with the structure of the studied signal. It is shown that because of the complex nature of the Wigner–Ville distributions (WVDs) $P(t, \omega)$, information on the frequency–time characteristics of studied signals can be obtained by analyzing the modulus of the distribution $|P(t, \omega)|$, as well as by the real $\text{Re}[P(t, \omega)]$ and imaginary $\text{Im}[P(t, \omega)]$ parts of the WVD. Their analysis by the method of picked-up sections permits one to disclose in more detail the spectral–time content of processed signals and thereby increase the frequency–time resolution. The efficiency of the proposed technique was verified by numerical modeling and in work with acoustic signals received by a mobile receiver from a fixed transmitter.