УДК 537.86

МНОГОЗЕРКАЛЬНЫЕ КВАЗИЦИЛИНДРИЧЕСКИЕ РЕЗОНАТОРЫ ДЛЯ ГИРОТРОНОВ С ПЕРЕСТРОЙКОЙ ЧАСТОТЫ

М. А. Хозин, Г. Г. Денисов, С. В. Кузиков, А. Б. Павельев

Институт прикладной физики РАН, г. Нижний Новгород, Россия

В статье рассматривается возможность создания гиротронов с плавной механической перестройкой частоты на основе многозеркальных квазиоптических резонаторов. Решена двумерная задача нахождения собственных мод для относящегося к этому типу открытого квазицилиндрического резонатора. Также проведена оценка основанного на нём гиротрона — коэффициента полезного действия и стартового тока.

ВВЕДЕНИЕ

Для ряда приложений, таких как спектроскопия, диагностика и мониторинг различных сред, динамическая поляризация ядер и др., требуются плавно перестраиваемые по частоте источники электромагнитного излучения субмиллиметрового диапазона длин волн [1, 2]. В качестве перспективных приборов такого типа рассматриваются гиротроны небольшой по сравнению с гиротронами для управляемого термоядерного синтеза мощности, лежащей в пределах $10\div 1\,000$ Вт.

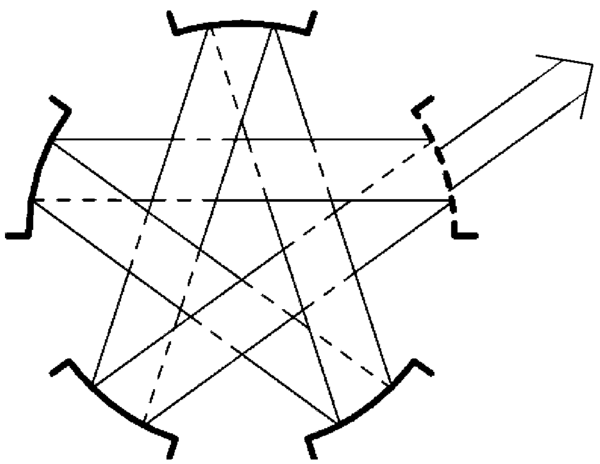


Рис. 1. Лучевая структура моды пятизеркального гиротрона в его поперечном сечении. Стрелкой показано направление вывода излучения

В гиротроне с резонатором в виде отрезка круглого волновода возможность перестройки частоты выходного излучения f ограничена узкой полосой резонанса Δf, составляющей доли процента от f: $\Delta f/f \sim 1/Q$, где типичная добротность резонатора гиротрона Q составляет величину порядка 10^3. Плавная перестройка частоты выходного излучения в более широком диапазоне возможна при механическом изменении геометрии резонатора. Например, это может быть сделано в коаксиальном гиротроне за счёт продольного перемещения внутреннего соосного проводника переменного радиуса [3, 4].

В данной работе рассмотрен гиротрон с многозеркальным резонатором, который позволяет перестраивать частоту излучения путём изменения относительного расположения зеркал. Однако, азимутальная неоднородность рабочей моды приводит к снижению коэффициента полезного действия (КПД) и повышению стартового тока. По этой причине двухзеркальные гиротроны не нашли применения в установках управляемого термоядерного синтеза. Однако многозеркальная, конкретно, пятизеркальная, система обеспечивает приемлемую однородность поля. Кроме того, для задач спектроскопии КПД и стартовый ток не являются такими важными параметрами, как для мощных гиротронов, применяемых в установках управляемого термоядерного синтеза.

Вывод излучения многозеркального гиротрона может осуществляться как классически, так и через одно из зеркал за счёт его полупрозрачности (рис. 1). В этом случае на концах резонатора организуется запредельное для рабочей моды сужение, снижающее её дифракционные потери. Излучение рабочей моды в щель резонатора может быть уменьшено с помощью слабой деформации его границы [5]. В настоящей работе этот круг задач решается в двумерном приближении для используемых в гиротронах TE мод.

1. ПОЛЕ В СЛАБО ДЕФОРМИРОВАННОМ ЦИЛИНДРИЧЕСКОМ РЕЗОНАТОРЕ

При малой по сравнению с длиной волны λ деформации границы $l \ll \lambda/2$ для поперечной задачи можно поставить эквивалентные граничные условия на невозмущённой круглой границе (рис. 2) [6]:

$$(\mathbf{E},\boldsymbol{\tau}) = ik\,(l\mathbf{n},\mathbf{H},\boldsymbol{\tau}) + (\boldsymbol{\tau}\nabla)\,(\mathbf{E},l\mathbf{n}), \tag{1}$$

где $k = 2\pi/\lambda$ — волновое число, $\mathbf{E}$ и $\mathbf{H}$ — электрическое и магнитное поля соответственно. В полярных координатах r, ϕ уравнение поверхности может быть представлено как $r = r_{\rm w} + \delta(\phi)$, где $\delta = -l$, $r_{\rm w}$ — радиус невозмущённой поверхности, т. е. круглого цилиндра. TE-волны могут быть описаны с помощью магнитной функции Герца Π, при этом магнитный вектор Герца $\boldsymbol{\Pi}^{\rm m} = \Pi\mathbf{e}_z$. Эквивалентное граничное условие (1), записанное для магнитной функции Герца Π, принимает вид

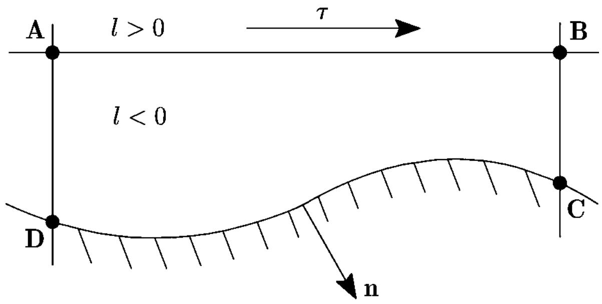


Рис. 2. Приближённые граничные условия на невозмущённой поверхности. Здесь l — расстояние между возмущённой и невозмущённой границей, так что $l > 0$ при сужении резонатора и $l < 0$ при его расширении, $\mathbf{n}$ — внутренняя по отношению к металлу нормаль к поверхности; $\boldsymbol{\tau}$ — единичный вектор, касательный к невозмущённой поверхности

$$\frac{\partial\Pi}{\partial\mathbf{n}} + g^2\delta(\phi)\Pi - \frac{1}{r_{\rm w}^2}\,\frac{\partial}{\partial\phi}\left(\delta(\phi)\,\frac{\partial\Pi}{\partial\phi}\right) = 0, \tag{2}$$

где g — поперечное волновое число.

Любое возмущение формы стенки резонатора может быть разложено в ряд Фурье $\delta(\phi) = \Sigma_m a_m \exp(im\phi)$, $a_m = a_{-m}^*$, а поле представлено в виде ряда $\Pi = \Sigma_m\Pi_m = \Sigma_m C_m J_m(gr) \times exp(im\phi)$, где J_m — функция Бесселя порядка m. Подставляя это разложение в граничное условие (2), получим неявное выражение для коэффициентов C_m:

$$C_m = -\,\frac{g\displaystyle\sum_n\left(1 + \frac{m^2 - mn}{\nu_{\rm w}^2}\right)a_n C_{m-n} J_{m-n}(\nu_{\rm w})}{J_m'(\nu_{\rm w})}\,, \qquad \nu_{\rm w} = gr_{\rm w}. \tag{3}$$

Выражение (3) содержит резонансный знаменатель, обращающийся в ноль при парциальных колебаниях невозмущённой системы. Если лучевая структура моды Π_m примерно повторит своё положение после N отражений, где N — небольшое целое число, то парциальные частоты мод Π_m, Π_{m-N} и Π_{m+N} будут близки [7], что обеспечит их сильную связь в системе (3). Корни уравнения $J'_{mq}(\nu_{mq}) = 0$, где J'_{mq} означает производную от функции Бесселя по её аргументу, для больших радиального и азимутального индексов $q \gg 1$, $m \gg 1$, согласно асимптотике Дебая, определяются соотношением

$$\nu_{mq}\sin\psi = m\psi + \pi\,(q - 3/4), \tag{4}$$

где угол ψ определяется из соотношения $\sin\psi = \sqrt{1 - m^2/\nu_{mq}^2} = \sqrt{1 - r_{\text{c}}^2/r_{\text{w}}^2}$ и равен половине угла между двумя последовательными отражениями луча в геометрооптическом представлении моды, r_{c} — радиус каустики. Лучевая структура будет замкнутой при условии $\psi = \pi n/N$, где $n = 1, \ldots, [N/2]$, $[N/2]$ — целая часть $N/2$. При $n = [N/2] = s$ для нечётного N структура моды представляет собой N-конечную звезду. Уравнение (4) связывает радиальный и азимутальный индексы моды. Если потребовать замкнутость геометрооптической структуры лучей, т. е. выполнение равенства $\psi = \psi_s = \pi\,(N-1)/(2N)$, то уравнение (4) можно рассматривать как уравнение на радиальный индекс $\tilde{q}$: $(\operatorname{tg}\psi_s - \psi_s)\,m/\pi + 3/4 = \tilde{q}$. При этом найденное $\tilde{q}$ не будет целым. Его отличие от ближайшего целого радиального индекса q составит $\delta q = \tilde{q} - q$, $q = [\tilde{q} + 0{,}5]$. Незамкнутость геометрооптической структуры лучей определяется разностью $\Delta\psi = \psi - \psi_s$. Критерием отбора мод является малость углового отклонения луча от замкнутой траектории, что обеспечивает лучшую добротность при прорезании щелей:

$$2N\,|\Delta\psi| = \frac{2N\pi\,|\delta q|}{m \operatorname{tg}^2\psi_s} \ll \frac{\pi}{N}\,. \tag{5}$$

Для $N = 5$ подходящей лучевой структурой обладают моды $\text{TE}_{16,10}$, $\text{TE}_{28,17}$ и $\text{TE}_{35,21}$.

1.1 Трёхволновая структура поля

При $r_{\text{w}} = (2\pi)^{-1}\int r(\phi)\,\mathrm{d}\phi$ коэффициент $a_0 = 0$. Для N-зеркального резонатора с одинаковыми зеркалами можно переобозначить $a_{mN} = A_m$ и, соответственно, $a_{-mN} = A_m^*$. Как отмечено выше, в случае квазизамкнутой структуры моды Π_m сильно связанными оказываются лишь три парциальных моды, так что можно ограничиться рассмотрением трёхволновой структуры поля: $\Pi = C_- J_{m-N}(gr) + C_m J_m(gr) + C_+ J_{m+N}(gr)$. Здесь коэффициенты C_-, C_m, C_+ для N-зеркального резонатора с одинаковыми зеркалами находятся из системы (3)

$$\begin{pmatrix} J'_{m-N}/g & A_1^*\left[1 + \dfrac{m^2 - mN}{\nu_{\text{w}}^2}\right] J_m & A_2^*\left[1 + \dfrac{m^2 - N^2}{\nu_{\text{w}}^2}\right] J_{m+N} \\ A_1\left[1 + \dfrac{m^2 - mN}{\nu_{\text{w}}^2}\right] J_{m-N} & J'_m/g & A_1^*\left[1 + \dfrac{m^2 + mN}{\nu_{\text{w}}^2}\right] J_{m+N} \\ A_2\left[1 + \dfrac{m^2 - N^2}{\nu_{\text{w}}^2}\right] J_{m-N} & A_1\left[1 + \dfrac{m^2 + mN}{\nu_{\text{w}}^2}\right] J_m & J'_{m+N}/g \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C_- \\ C_m \\ C_+ \end{pmatrix} = 0. \tag{6}$$

Для гармонического возмущения границы $\delta(\phi) = \delta\cos(N\phi) = \delta[\exp(iN\phi) + \exp(-iN\phi)]/2$ коэффициенты уравнения (6) $A_1 = \delta/2$, $A_2 = 0$. Уравнение на собственные числа (6) преобразуется к виду

$$J'_{m-N}J'_mJ'_{m+N} - \frac{\varepsilon^2}{4\nu_{\text{w}}^2}\left\{\left[\nu_{\text{w}}^2 + m^2 + mN\right]^2 J'_{m-N}J_mJ_{m+N} + \right.$$
$$\left. + \left[\nu_{\text{w}}^2 + m^2 - mN\right]^2 J_{m-N}J_mJ'_{m+N}\right\} = 0, \tag{7}$$

где $\varepsilon = \delta/r_{\text{w}}$ — безразмерная амплитуда деформации границы. Уравнения (6), (7) позволяют найти амплитуды парциальных мод в разложении нормальной моды:

$$\frac{C_-}{C_m} = \frac{\varepsilon\,[\nu_{\text{w}}^2 + m^2 - mN]\,J_m(\nu_{\text{w}})}{2\nu_{\text{w}}J'_{m-N}(\nu_{\text{w}})}\,, \qquad \frac{C_+}{C_m} = \frac{\varepsilon\,[\nu_{\text{w}}^2 + m^2 + mN]\,J_m(\nu_{\text{w}})}{2\nu_{\text{w}}J'_{m+N}(\nu_{\text{w}})}\,, \tag{8}$$

а также нормальные частоты (рис. 3). Можно предложить следующую интерпретацию получаемых таким образом результатов: высокочастотная мода занимает положение в участке сужения резонатора, что приводит к ещё большему увеличению её частоты, т. е. точки отражения в лучевом представлении структуры моды «сжимаются» к суженному участку стенки волновода, тогда как низкочастотная мода, наоборот, старается занять расширенные участки волновода, т. к. «не убирается» в более узких местах (рис. 4). Прорезание щелей на расширенных участках волновода мало искажает структуру высокочастотной моды, но сильно меняет пространственные распределения полей низкочастотной и средней по частоте мод, значительно снижая при этом их добротность.

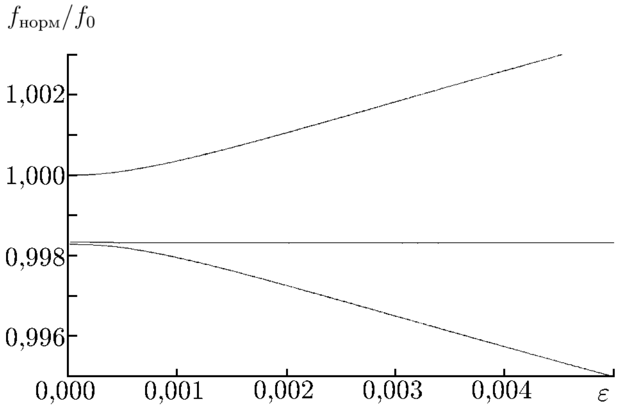


Рис. 3. Отношение $f_{\text{норм}}/f_0$ нормальных частот колебаний к парциальной частоте f_0 моды $\mathrm{TE}_{28,17}$ невозмущённого резонатора в зависимости от величины ε модуляции стенки резонатора

Энергетическая норма моды может быть найдена как

$$P = \int\limits_{\Sigma} |\Pi|^2 \,\mathrm{d}\Sigma = \int\limits_{-\pi}^{\pi} \int\limits_{0}^{\nu_{mq}} |\Pi(\nu,\phi)|^2 \,\nu \,\mathrm{d}\nu \,\mathrm{d}\phi,$$

где Σ — поперечное сечение волновода. Для мод невозмущённой задачи этот интеграл является табличным, норма равна $P_{mq} = \pi\,(\nu_{mq}^2 - m^2)\, J_m^2(\nu_{mq})$, и все моды взаимно ортогональны. С учётом асимптотики Дебая $J_m^2(\nu_{mq}) \approx 2/(\pi\nu_{mq}\sin\psi)$, $\psi = \mathrm{Arccos}(m/\nu_{mq})$, откуда $P_{mq} \approx 2\,\sqrt{\nu_{mq}^2 - m^2}$. Для слабо деформированного резонатора норма колебания приобретает вид

$$P \approx (|C_-|^2 + |C_m|^2 + |C_+|^2)\, 2\,\sqrt{\nu_{\mathrm{w}}^2 - m^2}\,. \tag{9}$$

2. МАТРИЧНОЕ УРАВНЕНИЕ ДЛЯ КВАЗИКРУГЛОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

Если известно поле на стенках резонатора, т. е. зеркалах, то по принципу Гюйгенса—Кирхгофа оно может быть пересчитано в любую другую точку. Требование повторения поля на стенках резонатора является условием на собственные колебания. Этот метод хорошо разработан для двухзеркальных систем [8]. Квазикруглое расположение зеркал обладает рядом особенностей.

При описании распространения пучка в квазикруглой системе естественным является разложение по цилиндрическим функциям [9, 10]. Поле на стенке может быть представлено как сумма падающей Π^+ и отражённой Π^- волн, а угол падения пучка на стенку, т. е. угол между падающим лучом и нормалью к ней равен $\gamma = \pi/2 - \psi$. Поставим условия отражения на невозмущённой границе круглого волновода $r = r_{\mathrm{w}}$. Полагая величину возмущения $\delta(\phi)$ малой в единицах длин волн, можно пренебречь смещением луча и описывать только изменение фазы. Для TE волн условие отражения на идеально проводящей поверхности имеет вид

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r}\bigl[\exp(-i\Delta(\phi))\Pi^- + \exp(i\Delta(\phi))\Pi^+\bigr] = 0, \tag{10}$$

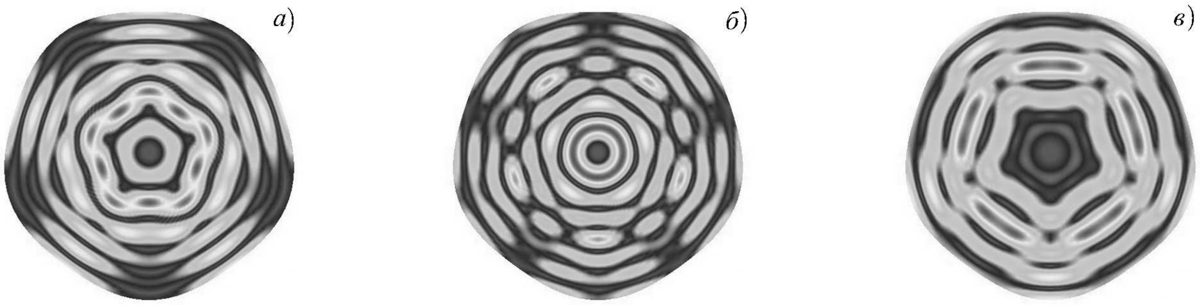


Рис. 4. Структура поля при модуляции стенки резонатора с $\varepsilon = 0{,}025$: (*а*) — высокочастотная мода $\mathrm{TE}_{8,5}$, (*б*) — центральная по частоте мода $\mathrm{TE}_{3,7}$, (*в*) — низкочастотная мода $\mathrm{TE}_{13,3}$

где $\Delta = g\delta(\phi)\cos\gamma = \delta(\phi)\sqrt{\nu_{\mathrm{w}}^2 - m^2}\,/r_{\mathrm{w}}$ — набег фазы между невозмущённой границей и реальной стенкой. Найденное из (10) значение амплитуды отражённой волны должно быть умножено на фактор отражения $R(\phi)$, который равен единице для металла и нулю для щели.

Полное поле в резонаторе может быть представлено как

$$\Pi(r,\phi) = \sum_m C_m J_m(gr)\exp(im\phi). \tag{11}$$

В разложении (11) можно выделить падающие (расходящиеся) и отражённые (сходящиеся) компоненты — функции Ханкеля первого и второго рода соответственно. Для этого необходимо найти оператор пересчёта поля $\hat{\mathbf{L}}$: $\{C_m\} \to \{\overline{C_m}\}$, где $\{C_m\}$ — коэффициенты разложения поля до отражения, а $\{\overline{C_m}\}$ — после отражения, т. е. после применения оператора отражения $\hat{\mathbf{L}}$. Подставляя разложение (11) в условие отражения (10), находим

$$\sum_m H_m^{(2)\prime}(\nu_{\mathrm{w}})\overline{C_m}\exp(im\phi) = -R(\phi)\exp[2i\Delta(\phi)]\sum_m H_m^{(1)\prime}(\nu_{\mathrm{w}})C_m\exp(im\phi). \tag{12}$$

В матричном представлении оператор $\hat{\mathbf{L}}$ имеет вид

$$L_{mn} = -\sum_q C_q^R C_{m-n-q}^G\,\frac{H_n^{(1)\prime}(g' r_{\mathrm{w}})}{H_m^{(2)\prime}(g' r_{\mathrm{w}})}\,, \tag{13}$$

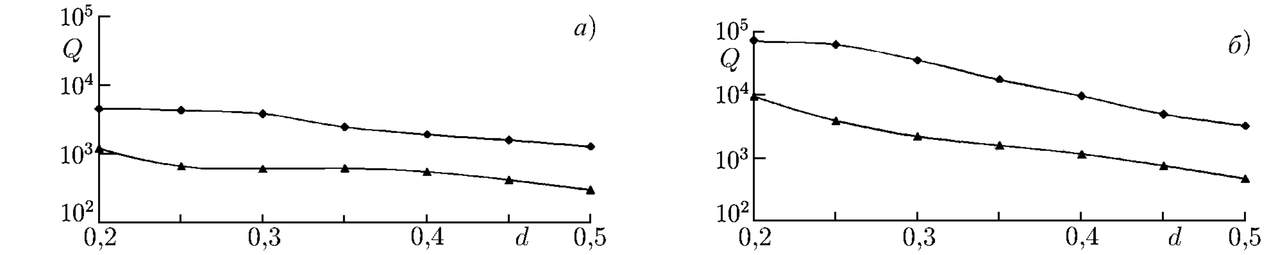
где $g = g' + ig''$, $R(\phi) = \sum_m C_m^R\exp(im\phi)$, $G(\phi) = \exp[2i\Delta(\phi)] = \sum_m C_m^G\exp(im\phi)$. Таким образом, задача о собственных модах свелась к поиску собственных векторов матричного оператора. $\hat{\mathbf{L}}C = pC$, где C — вектор-столбец коэффициентов разложения (11) поля по цилиндрическим функциям, а p — собственное число оператора $\hat{\mathbf{L}}$.

Мода круглого волновода подчиняется условию квантования $gL - 2m\psi - \pi/2 = 2\pi\,(q-1)$, получаемого из геометрооптического рассмотрения [5]. Найдя собственное значение p оператора $\hat{\mathbf{L}}$, можно получить уточнённое значение поперечного волнового числа [11]

$$g' = \frac{1}{r_{\mathrm{w}}\sin\psi}\left[\pi\,(q-1) + m\psi + \frac{\pi}{4} + \frac{1}{2}\arg p\right], \qquad g'' = -\frac{\ln|p|}{2r_{\mathrm{w}}\sin\psi}\,. \tag{14}$$

Добротность колебания равна

$$Q = -\frac{\pi\,(q-1) + m\psi + \pi/4 + (\arg p)/2}{\ln|p|} \simeq -\frac{\nu_{\mathrm{w}}\sin\psi}{\ln|p|}\,. \tag{15}$$



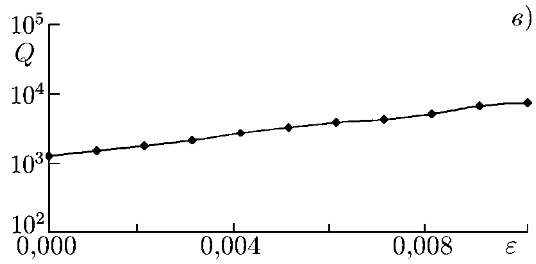


Рис. 5. Добротность моды $\text{TE}_{28,17}$ (♦) и следующего по добротности колебания (▲) в зависимости от величины щелей d в отсутствии модуляции стенки (*а*), в зависимости от величины щелей при модуляции стенки с $\varepsilon = 0{,}005$ (*б*), в зависимости от величины модуляции с ε при размере щелей $d = 0{,}5$ (*в*)

2.1. Построение численного решения

Собственные значения оператора таковы, что $|p| < 1$. Наиболее добротное колебание может быть найдено итерационным методом с использованием начального условия $C_m^{(0)} = 1$, $C_{n\neq m}^{(0)} = 0$ и нормировки $\sum_m |C_m|^2 = 1$. Для линейного оператора $\hat{\mathbf{L}}$ пересчёта поля вводится нелинейный оператор $\hat{\mathbf{T}}$ с помощью условия $\hat{\mathbf{T}}C = \hat{\mathbf{L}}C/\|\hat{\mathbf{L}}C\|$. Все последовательные приближения $C^{(n)} = \hat{\mathbf{T}}^n C^{(0)}$ нормированы. Поиск заканчивается при $|(\hat{\mathbf{T}}C^{(n)}, C^{(n)})| > 1 - \tilde{\alpha}$, так что конечное $p^{(n)} = (\hat{\mathbf{L}}C^{(n)}, C^{(n)})$. Выполнение этого условия означает, что в найденном приближении $C^{(n)}$ содержится не менее чем $1 - \tilde{\alpha}$ части собственной моды открытого резонатора. Тот же порядок точности имеет нахождение собственного значения.

Зная структуру наиболее добротного колебания C^{I} и его собственное значение p_1 можно найти второе по добротности колебание. Оператор проецирования на ортогональное подпространство определяется как $\hat{\mathbf{P}}C = C - (C, C^{\mathrm{I}})C^{\mathrm{I}}$. Оператор $\hat{\hat{\mathbf{L}}} = \hat{\mathbf{P}}\hat{\mathbf{L}}\hat{\mathbf{P}}$ действует в ортогональном подпространстве, и проведённая для него итерационная процедура позволяет найти собственную функцию $\tilde{C}^{\mathrm{II}}$ с наибольшим по модулю собственным значением p_2: $\hat{\hat{\mathbf{L}}}\tilde{C}^{\mathrm{II}} = p_2\tilde{C}^{\mathrm{II}}$. Собственная функция исходного оператора $\hat{\mathbf{L}}$ имеет то же собственное значение p_2 и может быть выражена как $C^{\mathrm{II}} = \tilde{C}^{\mathrm{II}} - (\hat{\mathbf{L}}\tilde{C}^{\mathrm{II}}, C^{\mathrm{I}})\, C^{\mathrm{I}}/(p_1 - p_2)$.

2.2. Численные результаты

Метод матричного уравнения позволяет найти частоту, добротность и структуру собственных колебаний. В частности, он был применён для моды $\text{TE}_{28,17}$, обладающей хорошей замкнутостью лучей. Добротность рабочей моды значительно превосходит добротности остальных колебаний (рис. 5). Подбор параметров зеркал может увеличить добротность. Он может заключаться, например, в изменении радиуса кривизны зеркал по сравнению с радиусом резонатора $r/r_{\mathrm{w}} = 1/(1 - N^2\varepsilon)$. Можно ожидать, что, как в двухзеркальной системе, добротность будет максимальной при $r = 2r_{\mathrm{w}}$, т. е. в случае конфокальной системы.

На рис. 6 представлены структуры двух наиболее добротных мод резонатора с немодулированной границей и отношением угловой величины щели к угловой величине периода (щель и зеркало) $d = 0{,}5$. Добротности этих мод составляют $Q_1 = 1\,287$ и $Q_2 = 298$ соответственно.

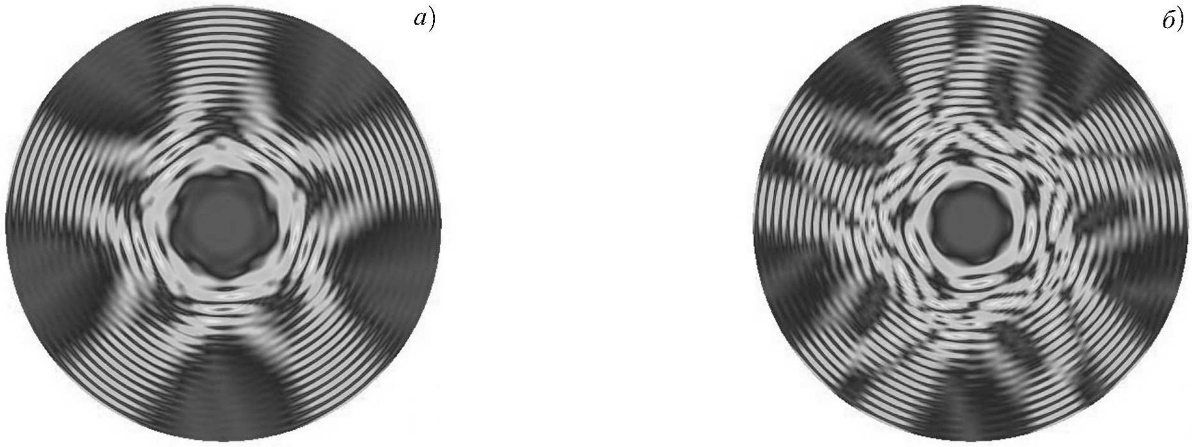


Рис. 6. Структуры поля двух наиболее добротных и близких по частоте колебаний: (*а*) мода $\mathrm{TE}_{28,17}$, (*б*) ближайшее по частоте колебание. Наиболее добротное колебание (*а*) имеет хорошо выраженную структуру пятиконечной звезды

3. КПД И СТАРТОВЫЙ ТОК

Известно, что двухзеркальные системы, которые уже рассматривались ранее в качестве возможных кандидатов на роль резонаторов частотно-перестраиваемых гиротронов [12–14], страдают весьма серьёзным недостатком, который, в частности, и ограничивает их широкое практическое применение. Неоптимальная поперечная структура высокочастотного (ВЧ) поля в таких резонаторах обуславливает заметное снижение КПД генерации и значительный рост стартовых и рабочих токов. Поэтому предлагаемое в данной работе увеличение количества зеркал, несмотря на очевидное усложнение конструкции, представляется вполне оправданным. Как это следует из предыдущих разделов, помимо улучшения условий для селекции рабочей моды, в многозеркальных системах пространственное распределение поля в окрестности электронного пучка оказывается существенно ближе к структуре поля в традиционных гиротронных резонаторах (см. рис. 4, 6) и является более оптимальной для обеспечения наилучшего взаимодействия с аксиально-симметричным электронным потоком сравнительно большого диаметра. Поскольку в исследуемых многозеркальных резонаторах предполагается сохранение высокой добротности рабочего типа колебаний, а в некоторых вариантах возможно даже её повышение, сравнительный анализ основных параметров взаимодействия электронов с рабочей модой для простоты проводился на основе теории гиротрона с фиксированной гауссовой продольной структурой поля с введением необходимых поправок, учитывающих азимутальную неоднородность ВЧ излучения по периметру электронного пучка. В частности, при оценке КПД использовалась известная процедура, изложенная в [15]. При этом приняты обычные для подобных оценок ограничения: рассматривается слаборелятивистский моноэнергетический и моноскоростной электронный пучок и предполагается, что влияние поля пространственного заряда и разброс радиусов ведущих центров электронных орбит пренебрежимо малы.

3.1. Используемые уравнения и соотношения

Продольная компонента магнитного поля рабочей TE-моды в многозеркальной системе может быть представлена в виде

$$H = A\Big[J_m(gr)\exp(im\phi) + \sum_{q\neq m} a_q J_q(gr)\exp(iq\phi)\Big] f(z). \qquad (16)$$

Здесь A — амплитуда основной пространственной гармоники с азимутальным индексом m, $a_q = A_q/A$ — относительные амплитуды остальных гармоник с азимутальными индексами $q \neq m$, участвующих в формировании поперечной структуры поля многозеркального резонатора, $f(z) = \exp(-4z^2/L^2)$ — аппроксимированное гауссовой функцией продольное распределение ВЧ поля, L — длина резонатора. Соответственно, синхронная с n-ой гармоникой циклотронного вращения электронов составляющая поля на электронной орбите, см., например, [16], также будет включать в себя ряд азимутальных гармоник:

$$H_n \sim A\Big[J_{m-n}(gr_0)\exp[i\,(m-n)\,\phi] + \sum_{q\neq m} a_q J_{q-n}(gr_0)\exp[i\,(q-n)\,\phi]\Big] f(z), \qquad (17)$$

где r_0, ϕ — координаты ведущих центров электронных орбит, положительные n соответствуют попутному с электронами вращению фазы поля, а отрицательные — противоположному. Тогда укороченное уравнение движения электронов (см., например, формулу (1) в [15]) можно записать в скорректированном виде:

$$\frac{\mathrm{d}a}{\mathrm{d}\zeta} - \frac{i}{n}\left(\Delta + |a|^2 - 1\right) a = i a^{*n-1} F \Psi_n f(\zeta), \qquad (18)$$

где $a = \sqrt{w}\exp(-i\vartheta/n)$, w и ϑ — соответственно безразмерные энергия и фаза вращательного движения электронов в поле $\mathbf{H}_0$, n — номер гармоники гирочастоты, на которой происходит резонансное взаимодействие пучка с полем резонатора, $\zeta = \pi\beta_\perp^2 z/(\beta_\| \lambda)$ — безразмерная продольная координата, $\beta_\perp$ и $\beta_\|$ — соответственно отношение поперечной и продольной компонент скорости электрона к скорости света c, λ — длина волны, $f(\zeta)$ — продольная структура поля, $\mu = \pi\beta_\perp^2 L/(\beta_\|\lambda)$ — параметр, пропорциональный длине резонатора,

$$\Delta = \frac{2}{\beta_\perp^2}\left[1 - \frac{n\omega_{H_0}}{\omega}\left(1 - \frac{\beta_\perp^2}{2} - \frac{\beta_\|^2}{2}\right)\right]$$

— безразмерная расстройка между частотой рабочего типа колебаний ω и резонансной гармоникой гирочастоты, ω_{H_0} — нерелятивистская гирочастота электрона, функция

$$\Psi_n = 1 + \frac{1}{J_{m-n}(gr_0)} \sum_{q\neq m} a_q J_{q-n}(gr_0)\exp[i\,(q-m)\,\phi]$$

учитывает азимутальную неоднородность ВЧ поля на электронном пучке. Величина F в данном случае определяет безразмерную действующую амплитуду поля основной m-ой азимутальной гармоники, $F \sim AJ_{m-n}(gr_0)$, и определяется формулой, которая может быть найдена, например, в [15]. Остальные входящие в (18) величины определены также в строгом соответствии с [15], и это соответствие сохраняется в дальнейшем изложении для всех величин, за исключением вновь вводимых, которые будут специально пояснены. Следуя [15], оценка эффективности взаимодействия сводится к интегрированию уравнений движения электронов (18) с определёнными начальными условиями и вычислению поперечного электронного КПД с помощью формулы

$$\eta_\perp = 1 - \frac{1}{4\pi^2}\int_0^{2\pi}\!\!\int_0^{2\pi} |a(\zeta_{\text{вых}})|^2\,\mathrm{d}\theta_0\,\mathrm{d}\phi. \qquad (19)$$

В отличие от [15], в (19) усреднение энергии электронов на выходе из резонатора проводится как по их начальной фазе влета в пространство взаимодействия, так и по азимутальной координате ведущих центров электронных орбит. В режиме стационарной генерации амплитуда F связана с током электронного пучка I соотношением баланса активных мощностей (ср. с формулой (3) в [15]):

$$\frac{\eta_\perp}{\alpha F^2}\, I_0 \mu^{2\,(n-3)} = 1. \tag{20}$$

Здесь $I_0 \sim IQJ^2_{m-n}(gr_0)/[(\nu_{\rm w}^2 - m^2)\, J_m^2(\nu_{\rm w})]$ — определённый в [15] безразмерный параметр тока, записанный в данном случае для основной m-ой азимутальной гармоники поля. Коэффициент α отражает изменение энергетической нормы $N \sim (1/A^2) \int_V |H|^2\, {\rm d}V$, где ${\rm d}V$ — элемент объёма, собственных колебаний многозеркального резонатора по сравнению с нормой вращающейся моды с азимутальным индексом m в традиционном круглом резонаторе. Учитывая приведённые к формуле (9) значения нормы $N_m \sim (\nu_{\rm w}^2 - m^2)\, J_m(\nu_{\rm w})$, колебания с различными азимутальными индексами в круглом волноводе строго ортогональны. Очевидно, что при высокой добротности рабочих колебаний, т. е. при малых потерях в щелях, и неглубокой относительно среднего радиуса многозеркальной системы деформации поверхности зеркал для грубых оценок параметров рассматриваемых резонаторов можно полагать $N \approx \alpha N_m$, где

$$\alpha = 1 + \frac{1}{(\nu_{\rm w}^2 - m^2)\, J_m^2(\nu_{\rm w})} \sum_{q\neq m} |a_q|^2\, (\nu_{\rm w}^2 - l^2)\, J_q^2(\nu_{\rm w}) \tag{21}$$

— отношение нормы рабочей моды (16), которая равна сумме норм её компонент, к норме моды с азимутальным индексом m.

Стартовый режим в гиротроне реализуется, если уравнение энергетического баланса (20) удовлетворяется при нулевой амплитуде ВЧ поля:

$$\frac{I_0 \mu^{2\,(n-3)}}{\alpha} \lim_{F\to 0} \frac{\eta_\perp}{F^2} = 1.$$

Величину $\lim_{F\to 0}(\eta_\perp/F^2) = \beta_n \sigma'_{\text{лин}}$ нетрудно получить, если для определения КПД использовать решение линеаризованного по F укороченного уравнения движения электронов (18). В результате находим

$$\beta_n = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} |\Psi_n|^2\, {\rm d}\phi = 1 + \frac{1}{J^2_{m-n}(gr_0)} \sum_{q\neq m} |a_q^2|\, J^2_{q-n}(gr_0),$$

а $\sigma'_{\text{лин}}$, являющаяся активной составляющей линейной проводимости пучка по отношению к ВЧ полю, определено выражением

$$\sigma'_{\text{лин}} = -2n{\rm Re} \int\limits_{\zeta_{\text{вх}}}^{\zeta_{\text{вых}}} f^*(\zeta) \exp(i\Delta\zeta) \left\{ \int\limits_{\zeta_{\text{вх}}}^{\zeta} f(\zeta') \exp(-i\Delta\zeta')\, {\rm d}\zeta' + \right.$$
$$\left. + \frac{i}{n} \int\limits_{\zeta_{\text{вх}}}^{\zeta} \int\limits_{\zeta_{\text{вх}}}^{\zeta'} f(\zeta'') \exp(-i\Delta\zeta'')\, {\rm d}\zeta''\, {\rm d}\zeta' \right\} {\rm d}\zeta = -\left(n + \frac{\partial}{\partial\Delta}\right) \left| \int\limits_{\zeta_{\text{вх}}}^{\zeta_{\text{вых}}} f^*(\zeta) \exp(i\Delta\zeta)\, {\rm d}\zeta \right|^2. \tag{22}$$

Таким образом, стартовое условие для многозеркального резонатора принимает вид (ср. с [15]):

$$\frac{\beta_n}{\alpha}\, \sigma'_{\text{лин}} I_{0\rm st} \mu^{2\,(n-3)} = 1. \tag{23}$$

Тогда, с учётом выражения для I_0, отношение минимального стартового тока $I_{\rm st\,min}$ в такой системе к минимальному стартовому току круглого резонатора $I_{\rm st\,00}$, в котором возбуждается вращающаяся попутно с электронами мода с добротностью Q_{00}, соответствующая основной азимутальной гармонике многозеркального резонатора, будет определяться соотношением:

$$\frac{I_{\mathrm{st\ min}}}{I_{\mathrm{st\,00}}} \approx \frac{\alpha}{\beta_n}\,\frac{Q_{00}}{Q}\,\frac{J_{m-n}^2(\nu_{m-n,1})}{J_{m-n}^2(\nu_{\mathrm{w}} r_0/r_{\mathrm{w}})}\,. \tag{24}$$

Здесь Q — добротность рабочего колебания многозеркальной системы, $\nu_{m-n,1}$ — первый корень уравнения $J'_{m-n}(\nu)=0$, а $r_{0\,\mathrm{opt}}=\nu_{m-n,1}r_{\mathrm{w}}/\nu_{\mathrm{w}}$ соответствует оптимальному введению электронного пучка в резонатор при возбуждении вращающейся моды.

3.2. Результаты численного анализа

Для сравнительной оценки основных параметров пятизеркальных резонаторов при определении структуры поля для простоты использовались результаты, полученные в разделе 1.1, т. е. трёхволновое приближение для цилиндрического резонатора со слабой азимутально-периодической деформацией поверхности. При определённых условиях, когда реализуется глубокая модуляция поля на стенке волновода, и на соответствующих участках могут быть безболезненно прорезаны щели, найденные решения хорошо моделируют ситуацию в поперечном сечении многозеркального резонатора и дают представление о характере поля в области электронного потока. Приведённые ниже оценки проводились для наглядности в предположении равенства добротностей исследуемого резонатора и резонатора сравнения с $Q=Q_{00}$. Безразмерная длина резонатора $\mu=15$ выбрана близкой к оптимальной с точки зрения обеспечения максимального КПД. Как и в [15], интегрирование уравнений движения электронов проводилось на участке, ограниченном спаданием ВЧ поля в $\exp(3)$ раз.

На рис. 7 представлена зависимость относительных величин стартовых токов двух нормальных высокодобротных колебаний $\mathrm{TE}_{28,17}^{(\pm)}$ пятизеркального резонатора от относительного радиуса введения электронов r_0/r_{w}. Эти колебания имеют одинаковые амплитудные распределения поля и одинаковые добротности и отличаются только направлением вращения фазы. Поскольку, как было показано выше, прочие близкие по частоте колебания в рассматриваемой системе обладают сравнительно низкой добротностью, именно однотипные моды с противоположными направлениями вращения поля могут эффективно конкурировать друг с другом. Так, например, на рис. 7 видно, что при изменении среднего радиуса резонатора r_{w}, когда параметр $r_0/r_{\mathrm{w}}\in[0{,}31;0{,}35]$ преимущество по возбуждению имеет колебание $\mathrm{TE}_{28,17}^{(-)}$, фаза которого бежит в попутном с электронами направлении. При неизменном радиусе электронного пучка указанный интервал соответствует полосе частотной перестройки $\delta f\approx 12\,\%$. Дальнейшее изменение радиуса r_{w} может привести к срыву колебаний на идентичную моду $\mathrm{TE}_{28,17}^{(+)}$ с противоположным вращением. Из рис. 7 также следует, что минимум стартового тока $I_{\mathrm{st\ min}}^{(\mp)}/I_{\mathrm{st\,00}}\approx 1{,}4$ достигается при радиусе электронного пучка близком к оптимальному $r_{00}^{(\mp)}$ для одноименной вращающейся моды круглого резонатора. При достаточно широкой полосе перестройки частоты, когда $\delta f\sim 10\,\%$, относительная величина стартового тока $I_{\mathrm{st\ min}}/I_{\mathrm{st\,00}}$ не превышает 2.

В приведённом примере сильная модуляция поля на боковой поверхности резонатора реализуется при глубине деформации стенки $\varepsilon\approx 0{,}006$. При этом нормальная мода наряду с основной пространственной гармоникой $\mathrm{TE}_{28,17}$ включает в себя две дополнительные гармоники $\mathrm{TE}_{23,19}$ и $\mathrm{TE}_{33,15}$ с амплитудами $a_{23}\approx -0{,}66221$ и $a_{33}\approx -0{,}56213$ соответственно.

На рис. 8 показаны предельно достижимые КПД генерации, а также относительные величины оптимальных рабочих токов для моды $\mathrm{TE}_{28,17}^{(-)}$ исследуемого пятизеркального резонатора во

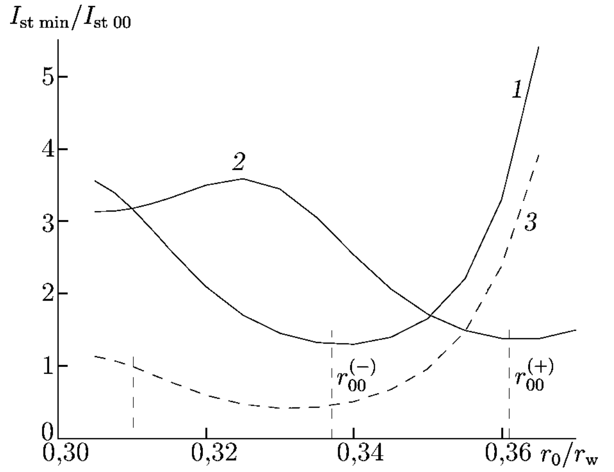


Рис. 7. Зависимость минимальных стартовых токов $I_{\text{st min}}$ от относительного радиуса ввода электронного пучка для мод $\text{TE}_{28,17}^{(\mp)}$ ($\text{TE}_{28,17}^{-}$ — кривая *1*, $\text{TE}_{28,17}^{+}$ — кривая *2*) в закрытом резонаторе с азимутально-периодической деформацией боковой поверхности при $\varepsilon \approx 0{,}006$. Также показано отношение $I_{\text{st min}}^{(-)}/I_{\text{st min}}^{(+)}$ (кривая *3*). $I_{\text{st}\,00}$ — стартовый ток невозмущённого резонатора, r_w — его средний радиус

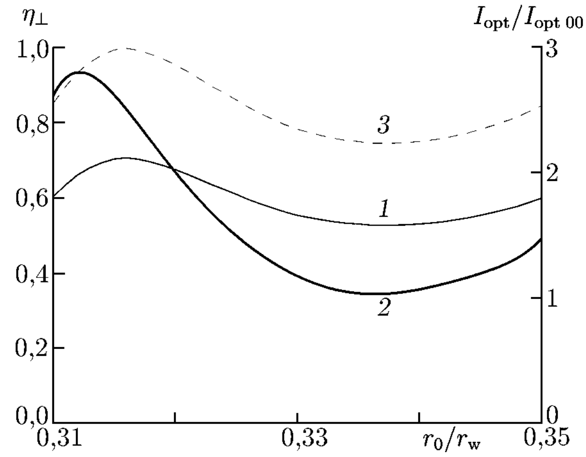


Рис. 8. Зависимость КПД (кривая *1*) и нормированного оптимального рабочего тока $I_\text{opt}/I_{\text{opt}\,00}$ (кривая *2*) от относительного радиуса ввода электронов для моды $\text{TE}_{28,17}^{(-)}$. $I_{\text{opt}\,00}$ — оптимальный по КПД ток для круглого резонатора. Также показано отношение $\eta_\perp^{(-)}/\eta_{\perp\,00}$ (кривая *3*)

всей полосе её селективного самовозбуждения. Пунктирная линия изображает зависимость отношения КПД данного резонатора к КПД невозмущённой системы. Вблизи левого края полосы перестройки частот, когда $R_0/R_\text{w} \approx 0{,}315$, КПД достигает максимума и совпадает с КПД круглого резонатора. При таком относительном радиусе электронного пучка модуляция поля по его периметру практически отсутствует, что и позволяет реализовать высокий КПД, но слабая связь электронов с полем из-за его малой амплитуды обуславливает рост стартовых и рабочих токов. При оптимальной величине параметра $r_0/r_\text{w} \approx 0{,}34$ усреднённое значение квадрата амплитуды ВЧ поля в области электронного пучка максимально, что соответствует минимуму стартового и рабочего токов. Однако, из-за сильной модуляции поля по азимуту, наблюдается снижение КПД генерации примерно до уровня 0,75 по сравнению с КПД традиционного резонатора.

Таким образом, в пятизеркальных резонансных системах азимутальная неоднородность ВЧ поля не приводит к катастрофическому снижению КПД генерации и нарастанию стартовых и рабочих токов. Приемлемые рабочие параметры сохраняются в достаточно широкой полосе частот, достигающей 10 % от центральной частоты.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе проведено предварительное исследование открытых в поперечном сечении резонаторов для гиротронов с перестройкой частоты рабочей моды. Собственные моды резонатора исследовались методом возмущений для закрытой системы и методом интегрального уравнения, являющимся модификацией метода Фокса—Ли для цилиндрических систем, для резонатора с прорезанными в продольном направлении щелями. Проведена оценка наиболее важных параметров взаимодействия электронного пучка с рабочей модой.

Найден широкий класс резонаторов, обладающих высокой поперечной дифракционной добротностью и в то же время высокой селективностью по сравнению с закрытыми системами. Это позволяет дать оптимистичную оценку возможности создания гиротрона с широкополосной перестройкой частоты на основе квазиоптических резонаторов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Bratman V., Bandurkin I., Dumesh B., et al. // AIP Conf. Proc. 2006. V. 807. P. 356.
2. Idehara T., Mitsudo S., Sabchevski S., et al. // Int. J. Vacuum. 2001. V. 62, No. 2–3. P. 123.
3. Dumbrajs O., Möbius A. // Int. J. Electron. 1998. V. 84, No. 4. P. 411.
4. Глявин М. Ю., Лучинин А. Г., Морозкин М. В., Хижняк В. И. // Изв. вузов. Радиофизика. 2008. Т. 51, № 1. С. 63.
5. Вайнштейн Л. А. Открытые резонаторы и открытые волноводы. М.: Сов. радио, 1966. 475 с.
6. Каценеленбаум Б. З. Теория нерегулярных волноводов с медленно-меняющимися параметрами. М.: АН СССР, 1961. 216 с.
7. Богдашов А. А., Денисов Г. Г. // Изв. вузов. Радиофизика. 2004. Т. 47, № 4. С. 319.
8. Fox A. G., Li T. // Bell System Techn. J. 1961. V. 40, No. 2. P. 453.
9. Goubau G., Schwering F. // IEEE Trans. Microwave Theory and Techniques. 1968. V. 13, No. 6. P. 749.
10. Kuzikov S. V. // Int. J. Infrared Millimeter Waves. 1997. V. 18, No. 5. P. 1 001.
11. Авербах В. С., Власов С. Н., Таланов В. И. // Изв. вузов. Радиофизика. 1967. Т. 10, № 9–10. С. 1 333.
12. Антаков И. И., Власов С. Н., Гинцбург В. А. и др. // Электронная техника. Сер. 1. 1975. № 8. С. 20.
13. Brand G. F. // Charter in infrared and millimeter waves. New York: Academic Press, 1985. V. 14. P. 371.
14. Hogge J. P., Tran T. M., Paris P. J., Tran M. Q. // Phys. Plasmas. 1996. V. 3, No. 9. P. 3 492.
15. Нусинович Г. С., Эрм Р. Э. // Электронная техника., Сер. 1. 1972. № 8. С. 55.
16. Юлпатов В. К. // Гиротрон. Горький: ИПФ АН СССР, 1981. С. 26.

Поступила в редакцию 23 июля 2009 г.; принята в печать 16 февраля 2010 г.

MULTI-MIRROR QUASI-CYLINDRICAL RESONATORS FOR FREQUENCY-TUNABLE GYROTRONS

M. A. Khozin, G. G. Denisov, S. V. Kuzikov, and A. B. Pavelyev

We consider the possibility to create a gyrotron with smooth mechanical frequency tuning on the basis of multi-mirror quasi-optical resonators. The two-dimensional problem of finding eigenmodes for the open quasi-cylindrical resonator cavity belonging to this type is solved. Parameters of the gyrotron based on such a device, namely, its efficiency and starting current, were evaluated.