

УДК 551.46

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПЛОТНОСТИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ УКЛОНОВ МОРСКОЙ ПОВЕРХНОСТИ В ЗАДАЧАХ РАССЕЙЯНИЯ РАДИОВОЛН

А. С. Запевалов, В. В. Пустовойтенко

Морской гидрофизический институт НАНУ, г. Севастополь, Украина

Проведён анализ ограничений в описании рассеяния радиоволн моделями плотности вероятностей уклонов морской поверхности, построенными на основе ряда Грама—Шарлье. Показано, что при слабом ветре подобные модели позволяют описывать рассеяние радиоволн при углах падения, не превышающих $5^\circ \div 6^\circ$, при скорости ветра 10 м/с — при углах падения $21^\circ \div 25^\circ$. Построена комбинированная модель плотности вероятностей уклонов морской поверхности, которая в области малых значений уклонов соответствует модели Грама—Шарлье, а в области больших значений — распределению Гаусса.

ВВЕДЕНИЕ

Длительное время линейная модель являлась основной моделью поля морских поверхностных волн. В рамках линейной модели поле волн представляют в виде суммы большого числа независимых синусоидальных составляющих, амплитуды которых являются случайными переменными, а фазы случайно распределены с равной вероятностью в интервале $(0, 2\pi)$. В силу центральной предельной теоремы подобная модель предполагает, что моделируемая характеристика (возвышение поверхности или компонента уклона поверхности) подчиняются распределению Гаусса [1].

Взаимодействия между составляющими волнового поля должно приводить к отклонениям распределений его характеристик, таких, как возвышение, уклоны и т. д., от распределения Гаусса. Это неоднократно подтверждалось в натуральных и лабораторных исследованиях [2–4]. Поскольку взаимодействия являются слабыми, то отклонения от распределения Гаусса являются небольшими, что позволяет отнести распределения уклонов морской поверхности к классу квазигауссовых распределений [5–7].

Гауссова модель поля ветровых волн до недавнего времени широко использовалась в задачах рассеяния радиоволн морской поверхностью. Однако расчёты на основе данной модели не всегда дают удовлетворительные результаты. Несмотря на то, что отклонения реальных распределений уклонов морской поверхности от распределения Гаусса невелики, они существенно влияют на характеристики поля рассеянных радиоволн [8–11]. Не коррелированные с изменением скорости ветра изменения асимметрии и эксцесса уклонов морской поверхности приводят к дополнительной погрешности в определении скорости приводного ветра средствами дистанционного зондирования [12, 13].

В ряде случаев расчёты на основе гауссовой модели поля поверхностных волн не позволяют даже качественно описать наблюдаемые явления при рассеянии электромагнитного излучения морской поверхностью. Предложенная Лонге-Хиггинсом модель статистик точек зеркального отражения случайной движущейся гауссовой поверхности [1] не позволяет объяснить смещение зоны солнечного блика при наличии ветровых волн. Это обстоятельство побудило Лонге-Хиггинса к построению модели, учитывающей воздействие длинных ветровых волн на короткие ветровые волны, приводящее к асимметричному распределению уклонов [14]. В рамках гауссовой модели также нельзя объяснить различие значений нормированного сечения обратного рассеяния при

радиозондировании морской поверхности навстречу и вдоль направления ветра [11] и ряд других эффектов [15, 16].

Среди моделей, описывающих квазигануссово распределение уклонов морской поверхности, наибольшее распространение получила модель, основанная на разложении его в ряд Грама—Шарлье по производным нормальной плотности. Практическое использование модели Грама—Шарлье имеет ряд ограничений, в частности она плохо воспроизводит плотность вероятностей на «крыльях» распределения [17]. Последнее обуславливает необходимость решения двух проблем: определение области углов падения, при которых допустимо использование модели Грама—Шарлье, и описание распределения уклонов за пределами данной области.

1. МОДЕЛИ ПЛОТНОСТЕЙ ВЕРОЯТНОСТЕЙ, ПОСТРОЕННЫЕ НА ОСНОВЕ РЯДА ГРАМА—ШАРЛЬЕ

Модель плотности вероятностей Грама—Шарлье $P_{G-C}(x)$, описывающая квазигануссовы процессы, имеет вид [17]

$$P_{G-C}(x) = \sum_{i=0}^{\infty} a_i H_i(x) \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right), \quad (1)$$

где $H_i(x)$ — полиномы Чебышева—Эрмита i -го порядка, $a_i = (1/i!) \int_{-\infty}^{+\infty} P_{G-C}(x) H_i(x) dx$.

Достоинством данной модели является то обстоятельство, что коэффициенты a_i рассчитываются по статистическим моментам параметра x . Это и определило широкое применение моделей плотности вероятностей в виде (1).

При среднем значении случайной величины x , равном нулю ($\mu_1 = 0$), первые пять коэффициентов ряда Грама—Шарлье определяются соотношениями

$$a_0 = 1, \quad a_1 = 0, \quad a_2 = (\mu_2 - 1)/2, \quad a_3 = \mu_3/6, \quad a_4 = (\mu_4 - 6\mu_2 + 3)/24, \quad (2)$$

где

$$\mu_i = \int_{-\infty}^{+\infty} x^i P(x) dx. \quad (3)$$

В (2) включены коэффициенты, зависящие от статистических моментов μ_i не выше четвёртого порядка. Обусловлено это тем, что в натуральных экспериментах при исследованиях характеристик уклонов морской поверхности статистические моменты для $i > 4$ не определялись.

Введём для компонент уклонов, которые обозначим как ξ , нормировку

$$\tilde{\xi} = \xi / \sqrt{\overline{\xi^2}}, \quad (4)$$

где $\overline{\xi^2}$ — дисперсия уклонов; черта сверху означает усреднение. Тогда $\mu_2 = 1$, соответственно $a_2 = 0$, $a_3 = A/6$, где A — асимметрия распределения, $a_4 = E/24$, где E — эксцесс распределения.

Для случайной величины $\tilde{\xi}$ плотность вероятностей описывается выражением

$$P_{G-C}(\tilde{\xi}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{\tilde{\xi}^2}{2}\right) \left[1 + \frac{A}{6} H_3(\tilde{\xi}) + \frac{E}{24} H_4(\tilde{\xi})\right]. \quad (5)$$

В случае использования аппроксимации плотности вероятностей, которая включает небольшое число членов ряда (1), на крыльях распределения уклонов морской поверхности возникают

искажения и появляются отрицательные значения [17]. Для уклонов морской поверхности аппроксимацию (5) можно применять, если выполняется условие [5]

$$-2,5\sqrt{\xi^2} \leq \xi \leq 2,5\sqrt{\xi^2}. \quad (6)$$

Оценим, какие ограничения налагает условие (6) на моделирование рассеяния радиоволн морской поверхностью. При зондировании в области малых углов падения сечение обратного рассеяния радиолокационного сигнала, отражённого от морской поверхности, рассчитывается в приближении Кирхгофа. Нормированное сечение обратного рассеяния (или удельная эффективная площадь рассеяния) радиоволн, удовлетворяющих условиям

$$\Lambda \ll \lambda, \quad (7)$$

$$\frac{2\pi}{\lambda} R_c \cos^3 \theta \gg 1, \quad (8)$$

где Λ — длина радиоволны, λ — длина поверхностной волны, R_c — радиус кривизны поверхности, θ — угол падения радиоволны на невозмущённую поверхность, в случае их падения на шероховатую поверхность с конечной проводимостью описывается выражением [18]

$$\sigma(\theta) = \pi \sec^4(\theta) |R_0(\theta)|^2 P_{2D}(\xi_{\uparrow}, \xi_{\perp}) \Big|_{\xi_{\uparrow}=\tan \theta, \xi_{\perp}=0}, \quad (9)$$

где R_0 — коэффициент Френеля, P_{2D} — двумерная плотность вероятностей уклонов морской поверхности, ξ_{\uparrow} — уклон морской поверхности в плоскости зондирования, ξ_{\perp} — уклон морской поверхности в ортогональной плоскости.

Корреляция уклонов морской поверхности вдоль и поперёк направления ветра равна нулю. В этом случае для гауссова распределения получаем

$$P_{2D}(\xi_u, \xi_c) = P_u(\xi_u)P_c(\xi_c), \quad (10)$$

где $P_u(\xi_u)$ и $P_c(\xi_c)$ — одномерная плотность распределения компонент уклонов, измеренных вдоль и поперёк направления ветра. Здесь и далее индексы u и c обозначают продольную и поперечную относительно вектора скорости ветра компоненты уклонов. Поскольку уклоны морской поверхности относятся к квазигауссовым процессам, то равенство (10) является приближённым. Смешанные моменты компонент уклонов морской поверхности исследовались в работах [4, 7]. Они малы, и при дальнейшем анализе мы полагали их равными нулю.

Для численных расчётов воспользуемся данными измерений уклонов морской поверхности, полученными с помощью лазерного уклономера. Принцип действия уклономера основан на регистрации отклонений лазерного луча от вертикали при пересечении взволнованной границы вода—воздух [19]. Измерения проводились на океанографической платформе Морского гидрофизического института НАНУ. Платформа расположена на Чёрном море у Южного берега Крыма. Глубина в месте размещения платформы составляет 30 м, что для характерных волновых условий Чёрного моря соответствует условию «глубокой воды». Методика и условия измерений уклонов морской поверхности описаны в работах [7, 20].

Дисперсия уклонов морской поверхности существенно зависит от скорости ветра W . Наиболее низкие значения наблюдаются при слабом ветре в зонах сликов, где короткие волны частично или полностью подавлены. При скорости ветра $W < 0,8$ м/с в зоне «штилевого» слика $\overline{\xi_u^2} \cdot 10^3 = 2,6 \pm 1,2$ и $\overline{\xi_c^2} \cdot 10^3 = 1,72 \pm 0,5$; в зоне слика, созданного внутренними волнами, $\overline{\xi_u^2} \cdot 10^3 = 1,9 \pm 0,4$ и $\overline{\xi_c^2} \cdot 10^3 = 1,05 \pm 0,2$; здесь вариации значений соответствуют среднеквадратическим отклонениям [20].

Соотношения между статистическими характеристиками уклонов ξ и углов наклонов β морской поверхности, связанных между собой нелинейным соотношением $\xi = \operatorname{tg} \beta$, исследовались в работе [21]. Для дисперсии параметров ξ и β были получены следующие регрессионные уравнения:

$$\overline{\beta_u^2} = 0,921\overline{\xi_u^2} \pm 0,00009, \quad (11)$$

$$\overline{\beta_c^2} = 0,944\overline{\xi_c^2} \pm 0,00006, \quad (12)$$

где угол β выражен в радианах.

Условия (6) вместе с регрессиями (11) и (12) позволяют оценить диапазон углов падения $\Delta\theta$, при которых модель Грама—Шарлье (5) корректно описывает рассеяние радиоволн морской поверхностью. Поскольку дисперсия поперечной компоненты уклонов меньше дисперсии продольной компоненты, то, соответственно, минимальной ширина диапазона $\Delta\theta$ является при зондировании поперёк направления ветра. При слабом ветре и отражении от штелевого слика модель (5) можно использовать при $\Delta\theta < 5^\circ$, при отражении от слика, созданного внутренними волнами, — при $\Delta\theta < 6^\circ$.

С ростом скорости ветра диапазон $\Delta\theta$ быстро расширяется. При изменении скорости ветра от 4 до 11 м/с изменения дисперсии уклонов морской поверхности описываются регрессионными уравнениями [20]

$$\overline{\xi_u^2} \cdot 10^3 = 2,82 + 3,02W \pm 3,01, \quad (13)$$

$$\overline{\xi_c^2} \cdot 10^3 = -5,46 + 2,61W \pm 3,1. \quad (14)$$

Соответственно, при зондировании вдоль направления ветра диапазон $\Delta\theta$ меняется от 17° до 25° , при зондировании поперёк направления ветра — от 10° до 21° .

Оценки диапазона $\Delta\theta$ выполнены по данным измерений дисперсии уклонов, полученным с помощью двумерного лазерного уклономера, при частоте измерений, равной 50 Гц [20]. Согласно дисперсионному уравнению для гравитационно-капиллярных волн

$$(2\pi f)^2 = gk + \gamma k^3, \quad (15)$$

вклад в измеренную дисперсию уклонов дают волны с длиной 1 см и более. Здесь f и k — частота и волновое число поверхностных волн соответственно, g — гравитационное ускорение, γ — коэффициент поверхностного натяжения.

Если принять, что выражение (7) справедливо в случае, когда длина поверхностной волны в $3 \div 10$ раз больше длины радиоволны, то определённые выше оценки диапазона $\Delta\theta$ соответствуют зондированию в миллиметровом диапазоне. Если зондирование осуществляется на радиоволнах большей длины, то и вклад в дисперсию уклонов должны давать только более длинные волны. Соответственно, дисперсия уклонов уменьшается, как и диапазон углов падения, в котором можно использовать модель (5).

2. ВЛИЯНИЕ ОТКЛОНЕНИЙ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ УКЛОНОВ МОРСКОЙ ПОВЕРХНОСТИ ОТ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ГАУССА НА РАССЕЯНИЕ РАДИОВОЛН

Проанализируем, к каким эффектам при квазизеркальном отражении радиоволн приводит нелинейность ветровых волн, следствием которой являются отклонения распределений уклонов

морской поверхности от распределения Гаусса. Для этого рассмотрим отношение оценок нормированного сечения обратного рассеяния χ , рассчитанных для квазигауссова и гауссова распределения уклонов. Расчёты для квазигауссова распределения проведём с помощью модели Грама—Шарлье, используя оценки асимметрии и эксцесса, полученные в натуральных экспериментах [7, 20].

Построим безразмерный критерий

$$\chi_1 = \sigma_{G-C} / \sigma_G, \quad (16)$$

где σ_{G-C} и σ_G — оценки нормированного сечения обратного рассеяния, рассчитанные соответственно для распределения Грама—Шарлье и гауссова распределения уклонов. Из (9) следует, что критерий χ_1 равен отношению плотностей вероятностей распределений Грама—Шарлье и Гаусса. Будем рассматривать два предельных случая, когда зондирование проводится вдоль и поперёк направления ветра. Учитывая (10), получаем

$$\chi_1 \approx \frac{\exp[-\xi_u^2/(2\bar{\xi}_u^2) - \xi_c^2/(2\bar{\xi}_c^2)]}{\sqrt{2\pi\bar{\xi}_u^2\pi\bar{\xi}_c^2}} \left[1 + \frac{A_u}{6} H_3\left(\frac{\xi_u}{\sqrt{\bar{\xi}_u^2}}\right) + \frac{E_u}{24} H_4\left(\frac{\xi_u}{\sqrt{\bar{\xi}_u^2}}\right) \right] \times \\ \times \left[1 + \frac{A_c}{6} H_3\left(\frac{\xi_c}{\sqrt{\bar{\xi}_c^2}}\right) + \frac{E_c}{24} H_4\left(\frac{\xi_c}{\sqrt{\bar{\xi}_c^2}}\right) \right] / \frac{\exp[-\xi_u^2/(2\bar{\xi}_u^2) - \xi_c^2/(2\bar{\xi}_c^2)]}{\sqrt{2\pi\bar{\xi}_u^2\pi\bar{\xi}_c^2}}, \quad (17)$$

где $\xi_{\uparrow} = \xi_u$, $\xi_{\perp} = \xi_c = 0$ — зондирование вдоль направления ветра; $\xi_{\uparrow} = \xi_c$, $\xi_{\perp} = \xi_u = 0$ — зондирование поперёк направления ветра. Поскольку полином Чебышева—Эрмита третьего порядка является нечётной функцией: $H_3(x) = x^3 - 3x$, а полином четвёртого порядка — чётной функцией: $H_4(x) = x^4 - 6x^2 + 3$, выражение (17) можно привести к виду

$$\chi_1 = \left[1 + \frac{A_{\uparrow}}{6} H_3(\tilde{\xi}_{\uparrow}) + \frac{E_{\uparrow}}{24} H_4(\tilde{\xi}_{\uparrow}) \right] \left(1 + \frac{E_{\perp}}{8} \right). \quad (18)$$

При углах падения $\theta \approx 0$ в силу нечётности полинома $H_3(x)$ асимметрией распределения компоненты уклонов A_{\uparrow} можно пренебречь. Величину χ_1 определяют только значения эксцесса E_{\uparrow} и E_{\perp} . Для статических моментов уклонов характерен большой разброс при фиксированных скоростях ветра [4, 20], что, в частности, принципиально ограничивает точность определения скорости ветра средствами дистанционного зондирования [12, 13]. Рассчитанные по данным натуральных измерений уклонов морской поверхности значения параметра χ_1 лежат в пределах от 0,9 до 1,3. Указанный разброс значений параметра χ_1 соответствует изменению сечения обратного рассеяния в пределах 1,6 дБ.

При углах зондирования $\theta \gg 0$ необходимо учитывать влияние асимметрии распределения продольной компоненты уклонов. Отметим, что именно асимметрия распределения уклонов является причиной различия величин нормированного сечения обратного рассеяния при зондировании навстречу и в направлении ветра.

Эффекты, обусловленные отклонениями распределений уклонов морской поверхности от распределения Гаусса, при береговом рассеянии радиоволн анализировалось в работе [13]. Было показано, что при зондировании на горизонтальной поляризации асимметрия распределений уклонов может приводить к отклонению до 15 % (при $\theta = 35^\circ$) оценки сечения обратного рассеяния, полученной для распределения Гаусса, от оценки, рассчитанной для распределения Грама—Шарлье. Для вертикальной поляризации отклонение примерно в два раза меньше. Влияние асимметрии распределения уклонов на величину σ не является однозначным, оно зависит от того, осуществляется ли зондирование навстречу или в направлении ветра. В первом случае увеличение асимметрии распределения уклонов приводит к росту величины σ , во втором — к её уменьшению.

3. КОМБИНИРОВАННАЯ МОДЕЛЬ ПЛОТНОСТИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ УКЛОНОВ МОРСКОЙ ПОВЕРХНОСТИ

В отсутствие данных об изменчивости уклонов морской поверхности в области их больших значений представляется естественным построить комбинированную модель, которая бы в пределах диапазона (6) соответствовала модели (5), а за пределами диапазона (6) приближалась к значениям, соответствующим распределению Гаусса. Общими требованиями, которым должна удовлетворять подобная модель, являются следующие: унимодальность, наличие не более двух точек перегиба и неотрицательность.

Комбинированную модель плотности вероятностей уклонов морской поверхности можно представить в виде

$$P_C(\tilde{\xi}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{\tilde{\xi}^2}{2}\right) \left\{ 1 + \left[\frac{A}{6} H_3(\tilde{\xi}) + \frac{E}{24} H_4(\tilde{\xi}) \right] F(\tilde{\xi}) \right\}, \quad (19)$$

где функция $F(\tilde{\xi})$ выполняет роль фильтра.

В области значений $\tilde{\xi}$, в которой модель $P_{G-C}(\tilde{\xi})$ хорошо описывает реальные распределения уклонов, функция $F(\tilde{\xi})$ близка к единице, при более высоких значениях $|\tilde{\xi}|$ она стремится к нулю.

В качестве фильтра $F(\tilde{\xi})$ выберем двухпараметрическую функцию:

$$F(\tilde{\xi}) = \exp[-(|\tilde{\xi}|/d)^n], \quad (20)$$

где параметр d определяет область, внутри которой $F(\tilde{\xi}) \approx 1$, параметр n определяет скорость, с которой функция F стремится к нулю за пределами этой области.

Модель $P_C(\tilde{\xi})$ должна удовлетворять условию плавности, т. е. производная $dP_C(\tilde{\xi})/d\tilde{\xi}$ не должна меняться скачкообразно. Характер поведения функции $P_C(\tilde{\xi})$ в окрестности точек $|\tilde{\xi}| = d$ определяет параметр n . С ростом n функция $F(\tilde{\xi})$ приближается к прямоугольному окну:

$$F(\tilde{\xi}) = \begin{cases} 1, & |\tilde{\xi}| \leq d; \\ 0, & |\tilde{\xi}| > d, \end{cases} \quad (21)$$

что приводит к появлению излома функции $P_C(\tilde{\xi})$ в точках $\tilde{\xi} = \pm d$, поскольку в пределе при $n \rightarrow \infty$ переход от распределения Грама—Шарлье к распределению Гаусса происходит скачкообразно.

Плотность вероятностей уклонов быстро спадает с ростом $|\tilde{\xi}|$, поэтому для определения верхней границы диапазона, в котором задаётся параметр n , рассмотрим поведение функции

$$f_C(\tilde{\xi}) = \frac{1}{P_C(\tilde{\xi})} \frac{dP_C(\tilde{\xi})}{d\tilde{\xi}}.$$

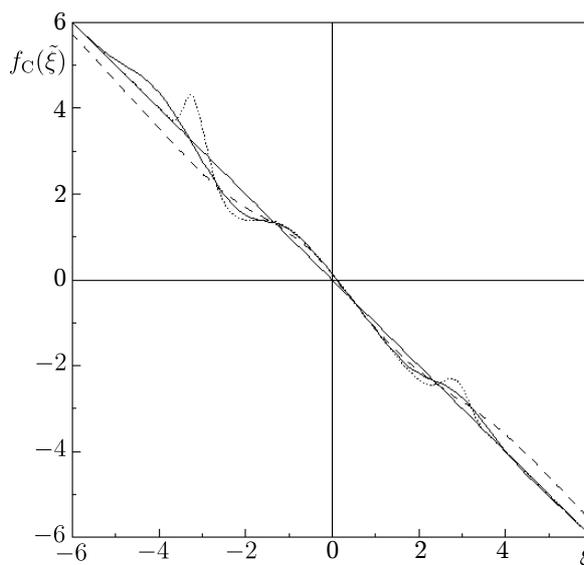


Рис. 1. Поведение функции $f_C(\tilde{\xi})$ при разных значениях параметра n : пунктирная линия — $n = 1$, сплошная линия — $n = 3,5$, штриховая линия — $n = 10$

Её вид показан на рис. 1. Диагональ, идущая из верхнего правого угла, соответствует функции $P_G^{-1}(\tilde{\xi}) dP_G(\tilde{\xi})/d\tilde{\xi} = -\tilde{\xi}$, где $P_G(\tilde{\xi})$ — распределение Гаусса. С ростом параметра n в окрестности точек $|\tilde{\xi}| = d$ появляются локальные пики.

Выберем в качестве критерия гладкости распределения $P_C(\tilde{\xi})$ отсутствие локальных экстремумов у функции $f_C(\tilde{\xi})$. Статистические характеристики распределения уклонов меняются в широких пределах [4]:

$$E_u = 0,23 \pm 0,41, \tag{22}$$

$$E_c = 0,40 \pm 0,23, \tag{23}$$

$$A_u = 0,04 - 0,033W \pm 0,12. \tag{24}$$

При изменении статистических характеристик в пределах, соответствующих их среднеквадратическим отклонениям от среднего значения, локальные экстремумы у функции $f_C(\tilde{\xi})$ отсутствуют при $n \leq 3,5$.

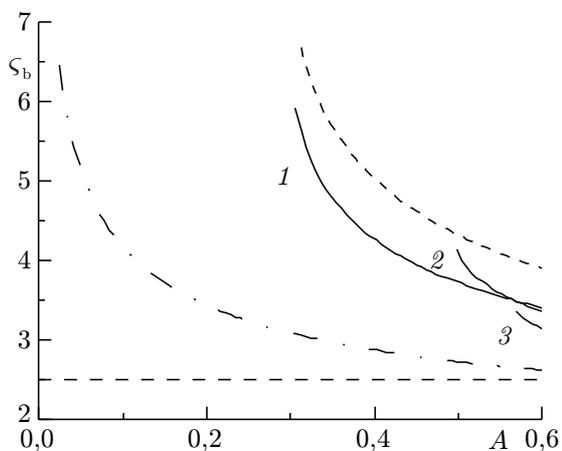


Рис. 2. Зависимости от асимметрии A границ появления отрицательных значений ζ_b в моделях плотности вероятностей уклонов морской поверхности при $E = 0,1$: штрих-пунктирная линия соответствует модели $P_{G-C}(\tilde{\xi})$, штриховая линия — модели $P_C(\tilde{\xi})$ при $d = 2,5$ и $n = 1$, сплошная линия — модели $P_C(\tilde{\xi})$ при $d = 3,5$ (кривая 1 соответствует $n = 1$, кривая 2 — $n = 2$, кривая 3 — $n = 3,5$)

Уменьшение параметра n ограничено двумя факторами. Во-первых, при малых значениях n возникают отклонения распределения $P_C(\tilde{\xi})$ от распределения $P_{G-C}(\tilde{\xi})$ в области (6), внутри которой распределение $P_{G-C}(\tilde{\xi})$ хорошо описывает данные натурных измерений. Во-вторых, за пределами области (6) в распределении $P_C(\tilde{\xi})$ могут появиться отрицательные значения.

Рассмотрим возможность появления отрицательных значений в распределении уклонов морской поверхности. Границу появления отрицательных значений в моделях $P_C(\tilde{\xi})$ и $P_{G-C}(\tilde{\xi})$ обозначим как ζ_b . Параметр ζ_b — это минимальное значение $|\tilde{\xi}|$, при котором $P(\tilde{\xi}) < 0$. Появление отрицательных значений в моделях $P_C(\tilde{\xi})$ и $P_{G-C}(\tilde{\xi})$ иллюстрирует рис. 2. При увеличении значений эксцесса граница ζ_b смещается в область больших значений $|\tilde{\xi}|$, или при изменении асимметрии в выбранном диапазоне отрицательные значения вообще не появляются. Поэтому отображённые на рис. 2 расчёты выполнены при низком для уклонов морской поверхности

значении эксцесса: $E = 0,1$. Из рис. 2 видно, что значения ζ_b тем ниже, чем больше отклонение асимметрии от нулевого значения.

Построим комбинированную модель плотности вероятностей уклонов морской поверхности для продольной компоненты. Для этого воспользуемся соотношениями (22) и (24). Поскольку параметры A_u и E_u между собой не коррелированы [22], можно рассмотреть четыре ситуации, соответствующие значениям A_u и E_u на границах областей, соответствующих среднему значению параметра с учётом среднеквадратического отклонения. Асимметрия рассчитывается для скорости ветра 14 м/с.

Комбинированная модель плотности вероятностей уклонов морской поверхности $P_C(\tilde{\xi})$ представлена на рис. 3. Расчёты проводились при следующих параметрах фильтра (20): $n = 3,5, d = 3$. В соответствии с сформулированными выше требованиями в области (6) модель $P_C(\tilde{\xi})$ близка к распределению $P_{G-C}(\tilde{\xi})$, а за пределами области (6) плавно стремится к распределению Гаусса.

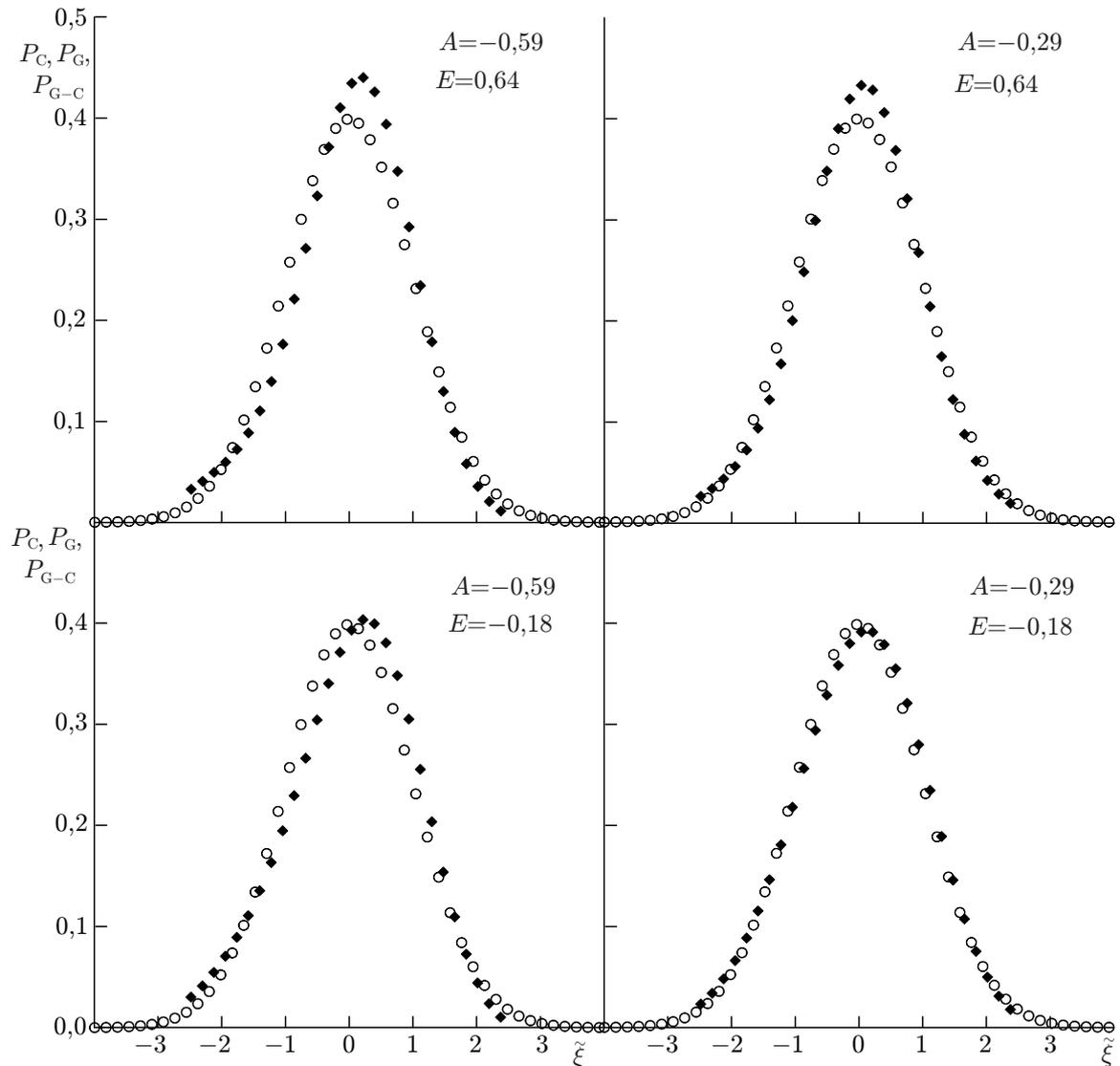


Рис. 3. Модели плотности вероятностей уклонов морской поверхности (асимметричное распределение): сплошная линия соответствует комбинированной модели $P_C(\xi)$; символы \blacklozenge — модели Грама–Шарлье $P_{G-C}(\xi)$; символы \circ — распределению Гаусса $P_G(\xi)$

При построении комбинированной модели не налагались ограничения на минимальные значения модуля величин асимметрии и эксцесса. В частности, она может использоваться для аппроксимации симметричного распределения, характерного для поперечной компоненты уклонов. Хотя несовпадение направлений ветра и течения, разное время реакции составляющих волнового поля на изменения направления ветра и другие факторы могут приводить к заметным отклонениям асимметрии от нулевого значения [22], в среднем $\overline{A_c} = 0$. Комбинированная модель $P_C(\xi)$, описывающая симметричное распределение, представлена на рис. 4. Расчёты проводились при значении эксцесса $E_c = 0,40$, которое согласно [4] соответствует среднему значению эксцесса поперечной компоненты уклонов.

Оценим различия в оценках сечения обратного рассеяния, рассчитанного с помощью комбинированной модели $P_C(\xi)$ и модели Гаусса $P_G(\xi)$. Аналогично (16) введём безразмерный параметр

$$\chi_2 = \sigma_C / \sigma_G, \quad (25)$$

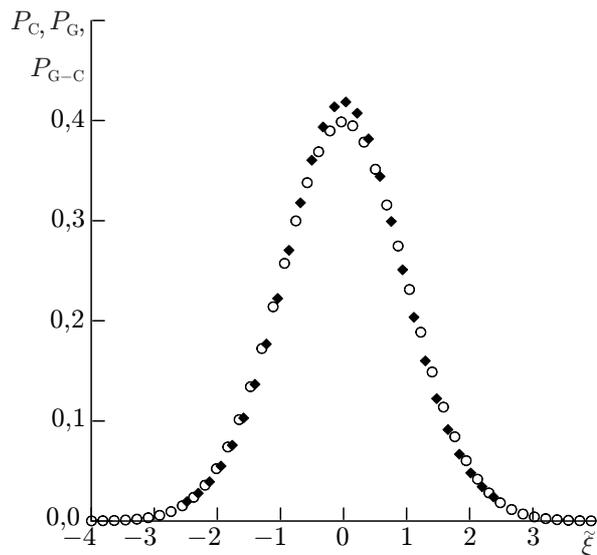


Рис. 4. Модели плотности вероятностей уклонов морской поверхности (симметричное распределение): сплошная линия соответствует комбинированной модели $P_C(\xi)$; символы \blacklozenge — модели Грама—Шарлье $P_{G-C}(\xi)$; символы \circ — распределению Гаусса $P_G(\xi)$

где σ_C — сечение обратного рассеяния, рассчитанное с помощью комбинированной модели. Проведем преобразования, подобные тем, которые были выполнены при выводе выражения (18), и учитывая, что $F(\xi_{\perp} = 0) = 1$, получаем

$$\chi_2 = \left\{ 1 + \left[\frac{A_{\uparrow}}{6} H_3(\tilde{\xi}_{\uparrow}) + \frac{E_{\uparrow}}{24} H_4(\tilde{\xi}_{\uparrow}) \right] F(\tilde{\xi}_{\uparrow}) \right\} \times \left(1 + \frac{E_{\perp}}{8} \right). \quad (26)$$

Оценки параметра χ_2 , рассчитанные для двух скоростей ветра при зондировании вдоль и поперёк направления ветра, представлены на рис. 5. При расчётах использовались регрессионные уравнения (13), (14) и соотношение (22), описывающие зависимости дисперсии компонент уклонов и асимметрии продольной компоненты уклонов от скорости. Предполагалось, что эксцесс обеих компонент уклонов согласно [4] равен их среднему значению: $E_u = 0,23$, $E_c = 0,40$.

Оценки параметра χ_1 построены в области углов падения, соответствующей изменению уклонов морской поверхности в пределах (6). Видно, что только вблизи границ этой области наблюдаются небольшие расхождения между параметрами χ_1 и χ_2 , т. е. здесь расчёты по модели Грама—Шарлье и по комбинированной модели дают близкие результаты.

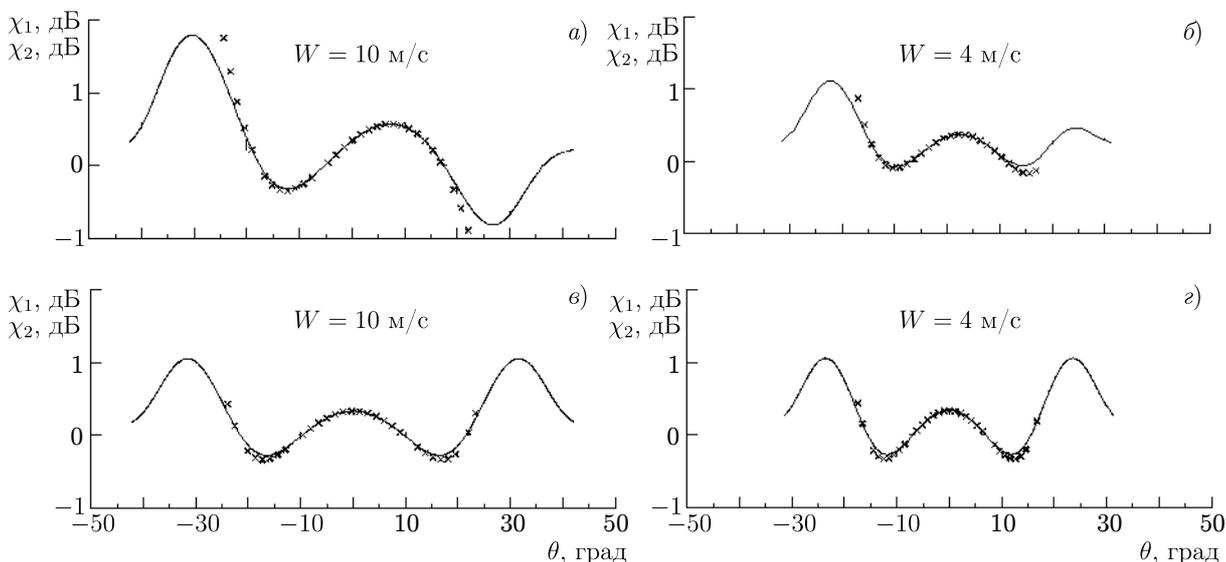


Рис. 5. Сравнение оценок сечения обратного рассеяния, рассчитанных на основе трёх моделей уклонов морской поверхности: символы \times соответствуют χ_1 , сплошная линия — χ_2 ; панели а, б соответствуют зондированию вдоль направления ветра; панели в, г — зондированию поперёк направления ветра

Отклонения оценок сечения обратного рассеяния, рассчитанных по распределению Гаусса и по комбинированной модели, особенно велики в случае зондирования вдоль направления ветра. При $W = 10$ м/с расхождения могут превышать уровень 1,7 дБ. Следует учесть, что на мелкомасштабную структуру морской поверхности влияют разные по своей физической природе факторы, что приводит к большому разбросу статистических характеристик её уклонов. Поэтому в отдельных ситуациях значения параметра χ_2 могут быть больше, чем рассчитанные по средним значениям.

4. МОДЕЛИ УКЛОНОВ МОРСКОЙ ПОВЕРХНОСТИ, ПОСТРОЕННЫЕ НА ОСНОВЕ РЕШЕНИЯ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ РАССЕЯНИЯ РАДИОВОЛН

Измерение уклонов морской поверхности, создаваемых короткими гравитационными, гравитационно-капиллярными и капиллярными волнами, является сложной технической задачей. Относительно небольшой объём данных прямых измерений уклонов вынуждает искать альтернативные подходы к построению моделей плотности вероятностей уклонов. Одним из таких подходов является решение обратной задачи рассеяния, т. е. определение характеристик морской поверхности по рассеянному морской поверхностью электромагнитному излучению.

В работе [8] предложена модель, построенная на основе распределений периодов волн и их амплитуд [23]. После перехода с помощью дисперсионного уравнения для гравитационных волн на глубокой воде от распределения волновых периодов к распределению длин волн в рамках предположения, что амплитуды и длины волн независимы друг от друга, получено следующее выражение для нормированной плотности вероятностей компонент уклонов, ориентированных вдоль и поперёк ветра:

$$P_L(\tilde{\xi}_u, \tilde{\xi}_c) = \frac{p}{2\pi(p-1)} \left(1 + \tilde{\xi}_u^2 + \tilde{\xi}_c^2\right)^{-(p+2)/2} - \frac{a_{sk}}{12\pi} \exp\left[-\left(\tilde{\xi}_u^2 + \tilde{\xi}_c^2\right)\right] \left[\left(\tilde{\xi}_u^2 + \tilde{\xi}_c^2\right)^{3/2} - 3\left(\tilde{\xi}_u^2 + \tilde{\xi}_c^2\right)^{1/2}\right], \quad (27)$$

где p и a_{sk} — параметры, определяющие соответственно эксцесс и асимметрию распределения.

При $p = 10$ модель (27) приближается к распределению Грама—Шарлье для значений статистических коэффициентов, полученных в работе [4]. При $p \rightarrow \infty$ распределение (27) приближается к распределению Гаусса. Оценки параметра a_{sk} были получены в рамках предположения, что предлагаемая модель плотности вероятностей уклонов морской поверхности должна приводить к тем же величинам сечения обратного рассеяния, которые получены при сопоставлении результатов радиозондирования с данными прямых измерений скорости ветра. Для расчётов использовались зависимости сечения обратного рассеяния, полученные для радиолокатора, установленного на спутнике ERS-1, и работавшего в С-диапазоне.

Ещё одна модель квазигауссова распределения уклонов морской поверхности была предложена в работе [9]. В её основе лежало предположение, что на отдельных участках поверхности распределение является гауссовым, но дисперсия уклонов от участка к участку меняется случайным образом. В рамках этого подхода было получено выражение для плотности вероятностей компонент уклонов, которое в дальнейшем было использовано для анализа данных радиозондирования морской поверхности [24]. При его выводе предполагалось, что для изотропной поверхности вариации обратной величины дисперсии уклонов можно описать выражением

$$\bar{a} = \bar{a}_0 (1 + \delta), \quad (28)$$

где \bar{a}_0 — общее значение обратной величины средней дисперсии уклонов, δ — случайная величина с нулевым средним значением. Плотности вероятностей уклонов определяется выражением

$$\ln[P_H(\xi)] \approx \ln(\bar{a}_0/\pi) - \bar{a}_0\xi^2(1 + \Delta) + \Delta(1 + \Delta)\bar{a}_0^2\xi^4/2, \quad (29)$$

где Δ — дисперсия случайной величины δ .

Очевидным недостатком модели P_H является то, что она описывает симметричное распределение. Это противоречит данным выполненных разными методами измерений уклонов морской поверхности, которые указывают на асимметрию распределения продольной компоненты уклонов, растущую с ростом скорости ветра [4, 6, 7]. Возможно, этим недостатком модели объясняется то, что определённый с её помощью параметр, характеризующий пиковершинность (peakedness), оказался явно зависящим от скорости ветра. Подобная зависимость не соответствует данным прямых измерений уклонов морской поверхности.

Сложность определения уклонов морской поверхности по полю рассеянных радиоволн заключается ещё и в том, что при зондировании на разных длинах волн рассеянный радиосигнал определяют составляющие разных масштабов поля поверхностных волн. Меняется дисперсия создаваемых этими составляющими уклонов. Кроме того, меняются физические механизмы, ответственные за отклонение распределений уклонов от распределения Гаусса. Так, например, сравнивая дециметровые и миллиметровые составляющие поля поверхностных волн, мы можем отметить, что на распределение уклонов, создаваемых последними, значительное влияние оказывает генерация паразитных капиллярных волн.

В отличие от моделей плотности вероятностей уклонов морской поверхности, построенных на основе рядов Грама—Шарлье, модели P_L и P_H не тестировались на данных прямых измерений уклонов. Это обстоятельство затрудняет их анализ и сравнение с другими моделями.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведён анализ возможности использования моделей плотности вероятностей уклонов морской поверхности, построенных на основе ряда Грама—Шарлье, для задач радиозондирования морской поверхности в миллиметровом диапазоне длин волн. Показано, что при слабых ветрах в присутствии сликов аппроксимация (5) позволяет описывать рассеяние при радиозондировании в миллиметровом диапазоне только при углах падения, не превышающих $5^\circ \div 6^\circ$. С усилением ветра диапазон углов падения $\Delta\theta$, в котором можно использовать аппроксимацию (5), расширяется. При скорости ветра 11 м/с диапазон $\Delta\theta$ составляет 25° и 21° для зондирования соответственно в продольном и в поперечном относительно вектора скорости ветра направлениях. Если дистанционное зондирование осуществляется на радиоволнах сантиметрового или дециметрового диапазонов, то диапазон, в котором можно применять модель (5), становится более узким.

В настоящее время отсутствует модель, протестированная на данных прямых измерений, которая бы описывала распределение плотности вероятностей уклонов морской поверхности в широком диапазоне уклонов. Это обстоятельство в основном связано с технической сложностью проведения измерений уклонов в натуральных условиях. Одним из путей решения проблемы описания отражения радиоволн при углах падения, значительно превышающих среднеквадратические углы наклонов морской поверхности, является построение комбинированной модели, которая в области (6) соответствует распределению Грама—Шарлье, а при больших значениях $\tilde{\xi}$ соответствует распределению Гаусса. В настоящей работе построена функция, описывающая переход от распределения Грама—Шарлье к распределению Гаусса.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Лонге-Хиггинс М. С. // Ветровые волны. М.: Иностранная литература, 1962. С. 125.
2. Kinsman B. Wind waves: their generation and propagation on the ocean surface. Englewood Cliffs: Prentice Hall Inc., 1965. 661 p.
3. Huang N. E., Long S. R. // J. Fluid Mech. 1980. V. 101, part 1. P. 179.
4. Cox C., Munk W. // J. Opt. Soc. America. 1954. V. 44, No. 11. P. 838.
5. Cox C., Munk W. // J. Mar. Res. 1954. V. 13, No. 2. P. 198.
6. Hughes B. A., Grant H. L., Chappell R. W. A. // Deep-Sea Res. 1977. V. 24, No. 12. P. 1211.
7. Христофоров Г. Н., Запевалов А. С., Бабий М. В. // Океанология. 1992. Т. 32, вып. 3. С. 452.
8. Liu Y., Yan X.-H., Liu W. T., Hwang P. A. // J. Phys. Oceanography. 1997. V. 27. P. 782.
9. Chapron B., Kerbaol V., Vandemark D., Elfouhaily T. // J. Geophys. Res. 2000. V. 105, No. C7. P. 17195.
10. Plant W. // J. Geophys. Res. 2003. V. 108, No. C9. P. 3295.
11. Walsh E. J., Banner M. L., Wright C. W., et al. // J. Phys. Oceanography. 2008. V. 38. P. 670.
12. Запевалов А. С., Показеев К. В., Пустовойтенко В. В. // Исследования Земли из космоса. 2006. № 3. С. 49.
13. Запевалов А. С. // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 2009. Т. 45, № 2. С. 266.
14. Longuet-Higgins M. S. // J. Phys. Oceanography. 1982. V. 12. P. 1283.
15. Essen H.-H. // Int. J. Remote Sensing. 2000. V. 21, No. 8. P. 1633.
16. Plant W. J., Keller W. C., Hesany V., et al. // J. Geophys. Res. 1999. V. 104, No. C2. P. 3243.
17. Кендалл М. Дж., Стьюарт А. Теория распределений. М.: Наука, 1966. 587 с.
18. Басс Ф. Г., Фукс И. М. Рассеяние волн на статистически неровной поверхности. М.: Наука, 1972. 424 с.
19. Palm C. S., Anderson R. S., Reese A. M. // J. Appl. Opt. 1977. V. 46, No. 4. P. 1074.
20. Христофоров Г. Н., Запевалов А. С., Бабий М. В. // Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана. 1992. Т. 28, № 4. С. 424.
21. Запевалов А. С., Показеев К. В. // Физические проблемы экологии (Экологическая физика). М.: Физический факультет МГУ, 2008. № 15. С. 147.
22. Запевалов А. С. // Прикладная гидромеханика. 2005. Т. 7 (79), № 1. С. 17.
23. Longuet-Higgins M. S. // J. Geophys. Res. 1975. V. 80. P. 2688.
24. Hauser D., Caudal G., Guimard S., Mouche A. A. // J. Geophys. Res. 2008. V. 113. Art. no. C02006.

Поступила в редакцию 6 мая 2009 г.; принята в печать 26 февраля 2010 г.

MODELING OF THE PROBABILITY DISTRIBUTION FUNCTION OF SEA SURFACE SLOPES IN PROBLEMS OF RADIO WAVE SCATTERING

A. S. Zapevalov and V. V. Pustovoytenko

We analyze limitations in the description of radio wave scattering, which employs models of the probability distribution function of sea surface slopes on the basis of the Gram–Charlier series. It is shown that such models allow one to describe the scattering of radio waves for the incidence angles which do not exceed 5° – 6° in the case of weak winds, and for the incidence angles 21° – 25° if the wind velocity is equal to 10 m/s. The combined model of the probability distribution function of sea surface slopes is constructed, which corresponds to the Gram–Charlier model in the region of small slopes, and to the Gaussian distribution in the region of large slopes.

A. S. Zapevalov, V. V. Pustovoytenko