

УДК 621.372.822+518+517.9

ВОЛНЫ ПЛОСКОПАРАЛЛЕЛЬНОГО ВОЛНОВОДА ТИПА «КАНАЛ С МНОГОСЛОЙНЫМИ СТЕНКАМИ»

М. В. Давидович, Ю. В. Стефюк

Саратовский госуниверситет, г. Саратов, Россия

Численно исследованы решения строгих дисперсионных уравнений для плоскопараллельного волновода, импеданс стенок которого определяется либо как импеданс многослойной магнитоэлектрической стенки конечной толщины, либо как импеданс соответствующего конечного или бесконечного слоя. Решения для комплексных волн получены на основе метода численных итераций. В предельных случаях найдены соответствующие аналитические соотношения.

ВВЕДЕНИЕ

Плоскопараллельный волновод с идеально проводящими стенками является простейшей с точки зрения аналитического описания структурой [1]. По конфигурации он соответствует резонатору Фабри—Перро, резонансные частоты которого являются его критическими частотами [1]. В квазиоптическом диапазоне становятся привлекательными плоскопараллельные волноводы с квазипериодическими плоскостойкими оболочками типа одномерных фотонных кристаллов, включая полупроводниковые и металлические слои [2–11]. Указанные структуры исследовались ещё в 60-х годах прошлого века [9, 10] и известны как волноводы типа полый канал в диэлектрике [9, 11] и, для квазипериодических структур, как волноводы с брэгговской оболочкой [6, 7]. Хотя литература по указанному вопросу весьма обширна и приведённый здесь список ссылок не претендует на какую-либо полноту, большинство работ были основаны на использовании приближённых подходов. Обычно это методы возмущений, позволяющие определять дисперсию на частотах, существенно выше критических для соответствующих идеальных структур или дисперсию вытекающих мод при больших частотах [8]. Однако задачи нестационарной электродинамики, в частности проблема распространения импульсов в линиях передачи с потерями, требуют знания законов дисперсии во всём частотном диапазоне [12, 13], в том числе и в области ниже критических частот идеального волновода. Представляет интерес и строгое вычисление потерь, в том числе и для многослойной оболочки. Указанные исследования составляют цель данной работы. Они требуют точного нахождения корней дисперсионного уравнения в комплексной области и их классификацию. Для решения этой задачи используются итерационные методы. Материальная дисперсия описывается с использованием модели упругих осцилляторов и квазисвободных (для плазмы в металле или полупроводнике) частиц [14, 15], при этом диэлектрическая проницаемость становится функцией частоты.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим плоскопараллельный симметричный волновод, состоящий из двух импедансных плоскостей, перпендикулярных оси x и находящихся на расстоянии a друг от друга, т. е. образующих область канала $|x| \leq a/2$ (рис. 1а). Импедансные плоскости соответствуют границам раздела вакуума и различных сред: диэлектрических, металлических, плазменных. Поэтому в общем случае будем предполагать толщину соответствующих им слоёв конечной. Случай бесконечных стенок, т. е. случай полого канала в диэлектрике или в металле, в силу потерь фактически

М. В. Давидович, Ю. В. Стефюк

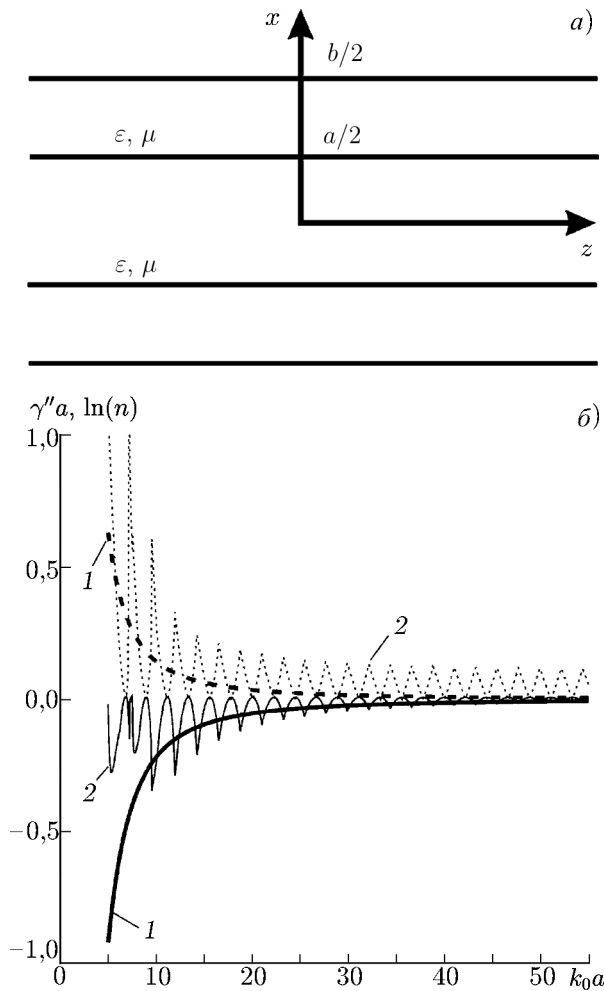


Рис. 1. Геометрия плоскопараллельного волновода (а) и логарифм коэффициента замедления (сплошные кривые) и нормированная постоянная затухания $\gamma''a = k_0''a$ (штриховые кривые) первой ЛМ-моды для полого канала размера a со сплошной бесконечной оболочкой (1) при $\varepsilon = 3,0 - 0,05j$ и соответствующего полого канала с конечной трёхслойной двухкомпонентной одномерной фотонно-кристаллической оболочкой (2) с периодом $d = d_1 + d_2 = a/3$ и параметрами: $d_1 = 2d/5$, $\varepsilon_1 = 3,0 - 0,05j$; $d_2 = 3d/5$, $\varepsilon_2 = 2,0 - 0,02j$ (б)

реализуется при достаточно больших толщинах стенок $(b - a)/2$. Импеданс будет пониматься в обобщённом смысле [16] как входное сопротивление со стороны канала в плоскостях $x = \pm a/2$. Волны плоскопараллельного волновода с идеально проводящими стенками хорошо известны и делятся на поперечно-магнитные и поперечно-электрические относительно оси z , т. е. соответственно E -волны и H -волны [1], поля которых не зависят от y . Предельным случаем E -волны является Т-волна. Будем использовать более удобную для многослойной оболочки при вытекающем характере мод классификацию на основе ЛМ- и ЛЕ-волн, т. е. E - и H -волн относительно поперечной оси x [17]. Она определена направлением векторов Герца вдоль оси x . Дисперсионные уравнения для плоскопараллельного диэлектрического волновода приведены в [18]. Для плоскопараллельного волновода с бесконечными магнитодиэлектрическими стенками они получаются аналогично и имеют вид

$$Z^e + jZ_w^e \operatorname{tg}(k_x a/2) = 0, \tag{1}$$

$$Z_w^e + jZ^e \operatorname{tg}(k_x a/2) = 0, \tag{2}$$

$$Z^h + jZ_w^h \operatorname{tg}(k_x a/2) = 0, \tag{3}$$

$$Z_w^h + jZ^h \operatorname{tg}(k_x a/2) = 0, \tag{4}$$

где (1) и (2) определяют ЛМ-волны, а (3) и (4) — ЛЕ-волны, при этом (1) и (3) соответствуют электрической стенке в плоскости $x = 0$, т. е. чётным относительно E_x и H_x модам, а (2) и (4) — магнитной стенке, т. е. нечётным относительно E_x и H_x модам. Волновые импедансы мод полого канала $Z_w^e = k_x/(\omega\varepsilon_0) = Z_0\sqrt{k_0^2 - k_z^2}/k_0$ и $Z_w^h = \omega\mu_0/k_x = Z_0k_0/\sqrt{k_0^2 - k_z^2}$. Импедансы на границах раздела в случае бесконечно толстой магнитодиэлектрической оболочки с проницаемостями соответственно ε и μ даются формулами

$$Z^e = Z_0 \sqrt{k_0^2\varepsilon\mu - k_z^2}/(k_0\varepsilon), \quad Z^h = Z_0k_0\mu/\sqrt{k_0^2\varepsilon\mu - k_z^2}, \tag{5}$$

где $k_0 = \omega/c$, c — скорость света в вакууме. Импеданс вакуума $Z_0 = \sqrt{\mu_0\varepsilon_0}$ в дисперсионные уравнения не входит вследствие нормирования на него импедансов типа (5). Для многослойной оболочки ε и μ — кусочно-постоянные функции x , принимающие постоянные значения ε_i и μ_i в каждом слое ($i = 1, 2, \dots$). Уравнения (1)–(4) при $\mu = 1$ соответствуют волноводу типа полого канала в диэлектрике, при этом импедансы границы совпадают с импедансами мод в оболочке.

В случае конечной толщины стенок в качестве соотношений (5) следует взять соответствующие импедансы, последовательно трансформированные от слоя к слою по формуле пересчёта импедансов к плоскости $x = a/2$ от плоскости вакуум— внешняя граница оболочки при $x = b/2$ [16]. Если $\varepsilon > 1$, волны плоскопараллельного волновода с бесконечно удалёнными стенками, когда $b = \infty$, при больших частотах могут быть только быстрыми вытекающими волнами. Для плоскопараллельного волновода с конечной толщиной стенок возможны как медленные поверхностные волны, бегущие вдоль поверхностей $x = \pm b/2$, так и быстрые волны, распространяющиеся во внутренней области $|x| \leq a/2$. Если $0 < \varepsilon < 1$, то волны во внутренней области будут медленными. В общем случае сред с частотной, т. е. временной, дисперсией как ε , так и μ могут иметь комплексные значения: $\varepsilon = \varepsilon' - j\varepsilon''$, $\mu = \mu' - j\mu''$, в том числе и с отрицательными действительными частями. Отрицательные значения $\varepsilon' < 0$ и $\mu' < 0$ порознь могут соответствовать полупроводниковой плазме и ферритам, а одновременно — левому метаматериалу. Дисперсия комплексных мод в диэлектрических волноводах с диэлектрической сердцевиной и плазменными, т. е. характеризующихся высокими концентрациями носителей заряда, полупроводниковыми слоями, а также с левым метаматериалом исследована в [19]. Для немагнитных металлов с $\mu = 1$ при малых частотах $\varepsilon \approx -j\sigma_0/(\omega\varepsilon_0)$, где σ_0 — статическая проводимость. Для диэлектриков часто используют приближённую формулу $\varepsilon = \varepsilon' - j\sigma_0/(\omega\varepsilon_0)$ и считают, что входящие константы не зависят от частоты [1]. Для твердотельной однокомпонентной плазмы

$$\varepsilon = \varepsilon_r - \omega_p^2/[\omega(\omega - j\omega_c)], \quad (6)$$

что согласно формуле Друде можно представить в виде $\varepsilon = \varepsilon_r - j\sigma/(\omega\varepsilon_0)$, $\sigma = \omega_p^2\varepsilon_0/(j\omega + \omega_c) = \sigma_0/(1 + j\omega/\omega_c)$, $\sigma_0 = \omega_p^2\varepsilon_0/\omega_c$. Здесь ω_p — плазменная частота, а ω_c — частота столкновений [14]. Для металлов эти частоты лежат в области от квазиоптического до ультрафиолетового диапазона [4], а диэлектрическая проницаемость кристаллической решётки $\varepsilon_r \sim 10$ и слабо зависит от частоты вплоть до оптических частот. Ранее решения уравнений типа (1)–(4) исследовались в районе выше частот отсечки для случая собственных поверхностных мод диэлектрического волновода с заполненной сердцевиной при действительных значениях её диэлектрической проницаемости, превышающей проницаемость экрана, т. е. оболочки. Под частотой отсечки понимается частота, при которой коэффициент замедления $n = \text{Re}(k_z)/k_0$ обращается в единицу. В работах [2, 3] были исследованы вытекающие моды плоскопараллельного волновода для случая квазипериодической диэлектрической оболочки без потерь. В них был предложен новый устойчивый по сравнению с методом матриц передачи метод типа прогонки. В настоящей работе проводится исследование дисперсионных уравнений (1)–(4) для различных значений ε и μ , включая отрицательные и комплексные значения, как для быстрых, так и для медленных волн. Оболочка плоскопараллельного волновода может быть, например, многослойной квазипериодической (одномерные фотонно-кристаллические волноводы), что существенно изменяет импедансы (5) и делает их сильно зависящими от частоты. Исследование таких структур также является целью данной работы, для чего используются как численные, так и аналитические методы.

Рассмотрим сначала случай малых частот, т. е. малых волновых чисел k_0 , при конечных $|\varepsilon| > 1$. Если предположить, что при $k_0 \rightarrow 0$ также $k_z \rightarrow 0$, то и величина поперечного волнового числа в канале $k_x = \sqrt{k_0^2 - k_z^2} \rightarrow 0$. Если k_z стремится к нулю с той же скоростью, что и k_0 , то значения Z_w^e , Z_w^h и Z^e , Z^h конечны и уравнения (1)–(4) не имеют решений, в том числе и в случае многослойных оболочек. Нетрудно видеть, что как при $k_x/k_0 \rightarrow 0$, так и при $k_x/k_0 \rightarrow \infty$ решений у этих уравнений также нет. Таким образом, в пределе $k_0 \rightarrow 0$ величина k_z к нулю не стремится и имеет конечное значение, т. е. волна становится бесконечно медленной. Из (1) и (2) имеем

$$k_z = (2/a) \text{arcth}(\varepsilon^{\mp 1}) = \ln[(1 + \varepsilon^{\mp 1})/(1 - \varepsilon^{\mp 1})]/a, \quad (7)$$

где отрицательный знак в показателе ε соответствует (1), а положительный — (2), а для уравнений (3), (4) аналогично

$$k_z = (2/a) \operatorname{arcth}(\mu^{\pm 1}) = \ln[(1 + \mu^{\pm 1})/(1 - \mu^{\pm 1})]/a. \quad (8)$$

Пусть оболочка является идеальным диэлектриком с действительным значением $\varepsilon > 1$. Тогда в первом случае уравнение (7) принимает вид $k_z = \gamma_0 = \ln[(\varepsilon + 1)/(\varepsilon - 1)]/a$, при этом $k_x = jk_z$, что соответствует экспоненциальному нарастанию поля вдоль оси x , а волна при малых k_0 медленная. Во втором случае $k_z = \ln[(1 + \varepsilon)/(\varepsilon - 1)]/a - j\pi/a$. Если предположить, что $\mu = 1 + \delta$, $0 < \delta \ll 1$, то в случае (3) $k_z = \ln(1 + \delta^{-1})/a - j\pi/a$, а в случае (4), соответственно, $k_z = \ln(1 + \delta^{-1})/a$. Следовательно, $\operatorname{Re}(k_z)$ и n могут стремиться к бесконечности.

В общем случае $k_z = k'_z - jk''_z$, где $k'_z > 0$, поскольку рассматриваются прямые волны, а $k''_z > 0$ из-за потерь вследствие поглощения и/или вытекания. Для больших частот дисперсией можно пренебречь: $k_z \approx k_0$, и тогда из (1) при $k_0 \rightarrow \infty$ следует уточнённая формула $k_z = \sqrt{k_0^2 - [(2m - 1)\pi/a]^2}$, $m = 1, 2, \dots$, а из (2) — соответственно $k_z = \sqrt{k_0^2 - (2m\pi/a)^2}$, $m = 0, 1, \dots$. Случай $m = 0$ соответствует Т-волне, распространяющейся со скоростью света c , и для идеального диэлектрика должен быть исключён, поскольку из непрерывности компоненты H_y следует и непрерывность E_x , тогда как она должна иметь скачок на границе раздела. При наличии потерь волна в оболочке экспоненциально затухает, и случай $m = 0$ следует оставить как соответствующий квази-Т-волне. Отсечке в диэлектрическом волноводе в виде оболочки полого канала соответствует условие $k'_z = k_0$, и при малых потерях поперечное волновое число в вакуумной области волновода мало: $k_{0x} = (1 + j) \sqrt{k_0 k''_z}$, т. е. волна слабо вытекает и распространяется с фазовой скоростью $v_p = k'_z/\omega = c$ как вне, так и внутри волновода. При $k''_z = 0$ вне диэлектрического волновода имеем Т-волну, а внутри него — две волны с поперечным волновым числом $k_x = k_0 \sqrt{\varepsilon - 1}$, падающие на границы раздела под углом полного внутреннего отражения. Для волн полого канала в диэлектрике при условии $k'_z = k_0$ в канале $k_x = k'_x + jk''_x$, где

$$k'_x = \sqrt{\left(k''_z \sqrt{k_z'^2 + 4k_0^2} + k_z''^2\right) / 2}, \quad k''_x = \sqrt{\left(k''_z \sqrt{k_z'^2 + 4k_0^2} - k_z''^2\right) / 2}.$$

Подставляя эти соотношения в (1)–(4) и разделяя действительные и мнимые части, получаем сложные нелинейные системы двух уравнений, из которых можно определить частоту как функцию волнового вектора. Однако проще непосредственно найти решения дисперсионного уравнения. В случае бесконечно толстых диэлектрических стенок для уравнения (1) получаем удобное для итераций соотношение:

$$k_z^2 = k_0^2 - a^{-2} \left[j \ln \left(\frac{\varepsilon \sqrt{k_0^2 - k_z^2} + \sqrt{k_0^2 \varepsilon - k_z^2}}{\varepsilon \sqrt{k_0^2 - k_z^2} - \sqrt{k_0^2 \varepsilon - k_z^2}} \right) + 2m\pi \right]^2, \quad (9)$$

где $m = 0, 1, 2, \dots$. Для мод, описываемых дисперсионным уравнением (1), при $|\varepsilon| = \infty$, соответствующем случаю нулевого импеданса, имеем $k_z^2 = k_0^2 - (2m\pi/a)^2$. При этом аргумент логарифма обращается в единицу, в силу чего указанное значение k_z^2 есть решение уравнения (9). Значению $m = 0$ соответствует Т-волна плоскопараллельного волновода, поэтому в (9) оно оставлено. При конечном значении $|\varepsilon|$ и условии $k_0 \rightarrow \infty$ аргумент логарифма обращается в минус единицу, в силу чего решение (9) есть $k_z^2 = k_0^2 - [(2m - 1)\pi/a]^2$. При $k_0 \rightarrow 0$ и конечном $|\varepsilon|$ имеем

$$k_z = k'_z - jk''_z = -\frac{j}{a} \left[\ln \left(\frac{\varepsilon + 1}{\varepsilon - 1} \right) + 2m\pi \right] = \frac{\varphi}{a} - \frac{j}{a} \left[2m\pi + \ln \left(\frac{\sqrt{(\varepsilon'^2 + \varepsilon''^2 - 1)^2 + 4\varepsilon''^2}}{(\varepsilon' - 1)^2 + \varepsilon''^2} \right) \right], \quad (10)$$

$$\varphi = \arctg[2\varepsilon''/(\varepsilon'^2 + \varepsilon''^2 - 1)].$$

Здесь ветви квадратного корня и логарифма выбраны из условия положительности $k'_z(0)$ и $k''(0)$. Видно, что как при больших $|\varepsilon'(0)|$, так и при больших $\varepsilon''(0)$ величины φ и $k'_z(0)$ становятся малыми. Для угла вытекания имеем соотношение $\operatorname{tg} \theta = \operatorname{Re}(\sqrt{k_0^2 - k_z^2})/k'_z$. При больших частотах он всегда стремится к нулю. Для (10) $\theta = \arctg(k''_z/k'_z)$. В диспергирующей диэлектрической среде без подвижных зарядов всегда $\varepsilon''(0) = 0$ [20], и поэтому ниже некоторой частоты вытекающая волна из быстрой превращается в медленную, а $\theta(0) = \pi/2$, если $\varepsilon(0) > 1$. Для металлических или плазменных стенок на низких частотах $\varepsilon''(\omega) \approx \sigma_0/(\omega\varepsilon_0) \rightarrow \infty$, и из (1) следует, что

$$k_z^2 \approx k_0^2 - 2(\omega\varepsilon_0)^2/(a\sigma_0)^2 + (1-j)\omega^{3/2} \sqrt{2\varepsilon_0/\sigma_0}/(ca),$$

т. е. волна из быстрой опять превращается в медленную. Это же справедливо и для плазмы, например полупроводниковой. Следует заметить, что для меди $\varepsilon' \sim 10$, $\sigma_0 = 5,7 \cdot 10^7$ См/м, поэтому указанному превращению соответствует круговая частота порядка нескольких килогерц. Если считать величину $|jZ^e/Z_w^e|$ в (1) малой не только при низких частотах, что для металлов обычно справедливо вплоть до крайне высокочастотного (КВЧ) диапазона [4, 20], то в (1) и (3) можно заменить тангенсы на $k_x a/2 + (k_x a/2)^3/3$. Используя только первый член разложения тангенса по аргументу, имеем

$$k_z^2 = \left(k_0^2 - \frac{2}{a^2\varepsilon^2}\right) - \sqrt{\left(k_0^2 - \frac{2}{a^2\varepsilon^2}\right)^2 - k_0^4 + \frac{4k_0^2}{a^2\varepsilon}}. \quad (11)$$

В частности, для металла

$$k_z^2 = \omega^2 \left(\frac{1}{c^2} + \frac{2\varepsilon_0}{a^2\sigma_0^2}\right) - \frac{2\omega}{ca} \sqrt{\frac{j\omega\varepsilon_0}{\sigma_0} + \left(\frac{\omega\varepsilon_0}{\sigma_0}\right)^2 \left(1 + \frac{\varepsilon_0^2 c^2}{\sigma_0^2 a^2}\right)}. \quad (12)$$

В (11) и (12) знак квадратного корня выбран из условия $\operatorname{Im}(k_z^2) < 0$. При малых частотах потери зависят от частоты по закону $\omega^{3/4}$. При больших частотах они пропорциональны частоте. Заметим, что формулы (11) и (12) справедливы для квази-Т-волны, соответствующей $m = 0$, поскольку они предполагают $|k_x|$ малым. Подставляя (12) в определение импедансов и пользуясь двумя членами разложения тангенса и формулами Кардано, определяем k_x и получаем уточнённое значение $k_z = \sqrt{k_0^2 - k_x^2}$. В области аномального скин-эффекта следует использовать соотношение (6). При больших частотах $\omega \gg \omega_c$ в области нормального скин-эффекта $\varepsilon \approx \varepsilon_r - \omega_p^2/\omega^2 - j\omega_p^2\omega_c/\omega^3$. Если ещё $\varepsilon' = \varepsilon_r - \omega_p^2/\omega^2 < 0$ и $|\varepsilon'| \gg 1$, то $|\varepsilon'| \gg \varepsilon''$, и

$$k_z^2 = \left(k_0^2 - \frac{2(\varepsilon'^2 + 2j\varepsilon'')}{a^2}\right) - \sqrt{\left(k_0^2 - \frac{2(\varepsilon'^2 + 2j\varepsilon'')}{a^2}\right)^2 - k_0^4 + \frac{4k_0^2}{a^2\varepsilon'}(1 + j\varepsilon''/\varepsilon')}. \quad (13)$$

Следовательно, потери убывают с частотой как ω^{-3} . В оптическом диапазоне, когда $\omega \sim \omega_p$, тангенс уже не мал и следует использовать точные решения, в частности, для случая $\varepsilon' > 0$. Указанный подход справедлив до частот, соответствующих энергиям квантовых переходов атомов кристаллической решётки. Для жёсткого рентгеновского излучения все частицы, включая атомы решётки, можно считать свободными, и формула (6) справедлива при условии $\varepsilon_r = 1$ и ω_p , отвечающей многокомпонентной плазме. Волноводы типа полого канала используются также для передачи рентгеновских лучей, для которых $0 < \varepsilon' < 1$, ε' близко к единице, а ε'' мало и

убывает как ω^{-3} . В этом случае, как нетрудно видеть, с ростом частоты $k_z \rightarrow k_0$, и $k_x a \approx 2n\pi + \ln(2) + 2 \ln(\omega/\omega_p) + j\pi$, так что у волн с не очень большими индексами m

$$k_z \approx k_0 - \frac{2}{k_0 a^2} \ln(\omega/\omega_p) [\ln(\omega/\omega_p) + j\pi].$$

Следует заметить, что обычно потери определяют по методу возмущений, решая сначала задачу без потерь. В этом случае для Т-волны потери возрастают как $\omega^{1/2}$. Как показано в [4], использование метода возмущений не всегда приводит к верным результатам даже в традиционно используемых не слишком высокочастотных диапазонах, не говоря уже о сверхнизких частотах, особенно для волн, имеющих отсечки в случае бесконечной проводимости. Ясно, что общие аналитические формулы для потерь получить нельзя и следует решать строгие комплексные дисперсионные уравнения.

Наконец, рассмотрим полый канал с бесконечной квазипериодической оболочкой. Пусть для простоты симметричная оболочка при $|x| > a/2$ состоит из двух периодически чередующихся слоёв с диэлектрическими проницаемостями $\varepsilon_1, \varepsilon_2$, магнитными проницаемостями μ_1, μ_2 , с размерами соответственно d_1, d_2 и с периодом $d = d_1 + d_2$. Волны в соответствующем бесконечном одномерном фотонном кристалле описываются дисперсионным уравнением $F(k_0, \tilde{k}_x) = 0$, где \tilde{k}_x — квазиволновое число вдоль оси x , $\tilde{k}_x d = \psi$ — фазовый сдвиг на ячейку [21]. Данное дисперсионное уравнение можно разрешить относительно \tilde{k}_x . Для рассмотренного случая имеем $\tilde{k}_x = -j \ln(Z \pm \sqrt{Z^2 - 1})/d$, где $Z = \cos(k_{x1}d_1) \cos(k_{x2}d_2) - \sin(k_{x1}d_1) \sin(k_{x2}d_2) [Z_1/Z_2 + Z_2/Z_1]/2$ и введены нормированные импедансы слоёв $Z_i = \sqrt{\mu_i/\varepsilon_i}$ и постоянные распространения вдоль оси x в слоях $k_{xi} = k_0 \sqrt{\varepsilon_i \mu_i}$, $i = 1, 2$ [21]. Указанные величины могут зависеть от частоты и быть комплексными, при этом комплексным становится и \tilde{k}_x . В случае нескольких слоёв $\tilde{k}_x d = j \ln \left[(A_{11} + A_{22})/2 \pm \sqrt{(A_{11} + A_{22})^2/4 - D} \right] / D$. В этом выражении использованы элементы классической матрицы передачи \mathbf{A} ячейки и её определитель D . Для изотропных слоёв $D = 1$. Приведённые из [21] соотношения соответствуют Т-волнам в направлении оси x . В нашем случае для уравнений (1) и (2) в них следует сделать замены $Z_i \rightarrow Z_i^e = k_{xi}/(k_0 \varepsilon_i)$, а для уравнений (3) и (4) — соответственно $Z_i \rightarrow Z_i^h = k_0 \mu_i / k_{xi}$. При этом $k_{xi} = \sqrt{k_0^2 \varepsilon_i \mu_i - k_z^2}$. Вместо (5) теперь следует записать

$$Z^e = Z_0 \tilde{k}_x / k_0, \quad Z^h = Z_0 k_0 / \tilde{k}_x. \quad (14)$$

2. ЧИСЛЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

На рис. 1–6 представлены результаты решения уравнения (1) при разных электрофизических свойствах оболочки методом итераций. Итерации осуществлялись путём последовательного вычисления импедансов и волновых чисел k_x, k_z от высоких частот с малым шагом до некоторого малого значения частоты, причём в качестве начальных значений использовались k_x для предыдущей частоты. Для многослойной оболочки импеданс на каждом шаге итерации вычислялся с помощью трансформации от плоскости $x = b/2$ к плоскости $x = a/2$. Как правило, сходимость достигалась за несколько (не более десяти) итераций. Рисунок 1 демонстрирует частотную фильтрацию по потерям в полном канале с оболочкой в виде одномерного фотонного кристалла при трёх повторениях периода, т. е. шести слоях. На рис. 2, 3 представлены результаты для моды с индексом $m = 1$ для некоторых действительных и комплексных не зависящих от частоты значений диэлектрической проницаемости. Выше некоторой частоты коэффициент замедления оказывается немного меньше единицы. Ниже указанной частоты он резко падает и достигает минимума, а потери растут. На низких частотах волна становится медленной вытекающей волной с большими потерями. Медленность в данном случае обусловлена её проникновением в оболочку, модуль

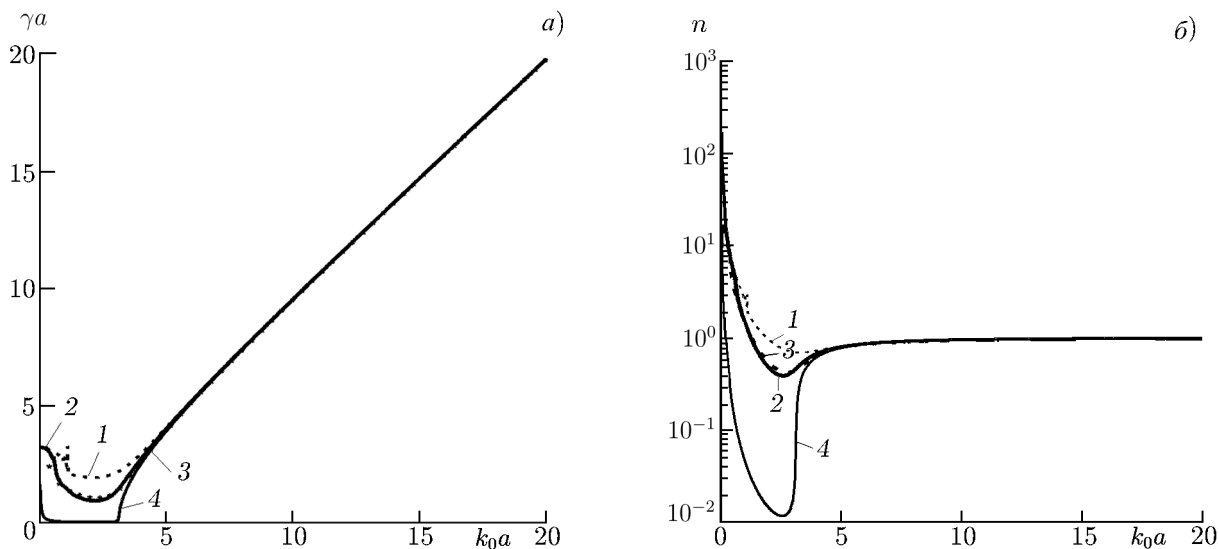


Рис. 2. Фазовая постоянная $\gamma = k'_z$ (а) и коэффициент замедления (б) LM_2 -моды в плоскопараллельном полом канале при следующих параметрах бесконечной оболочки: $\epsilon = 3,0$ (кривая 1); $\epsilon = 12,0$ (2); $\epsilon = 12,0 - j 12,0$ (3); $\epsilon = 1,0 - j 10^4$ (4)

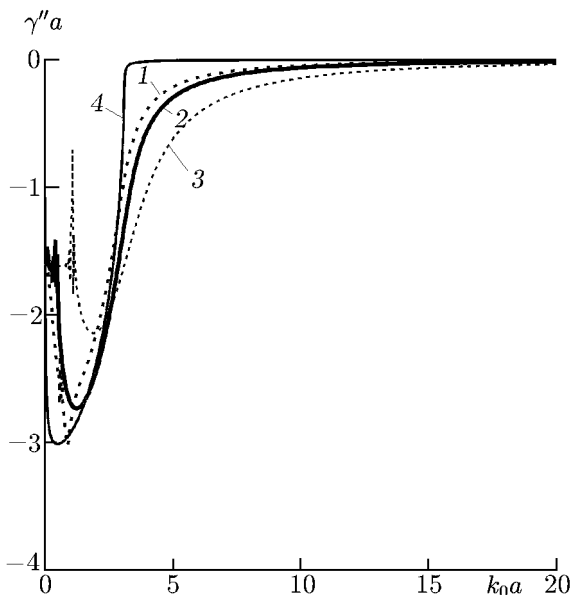


Рис. 3. Нормированная постоянная затухания $Im(k_z)a$ LM -моды для случая, соответствующего рис. 2 (все обозначения те же)

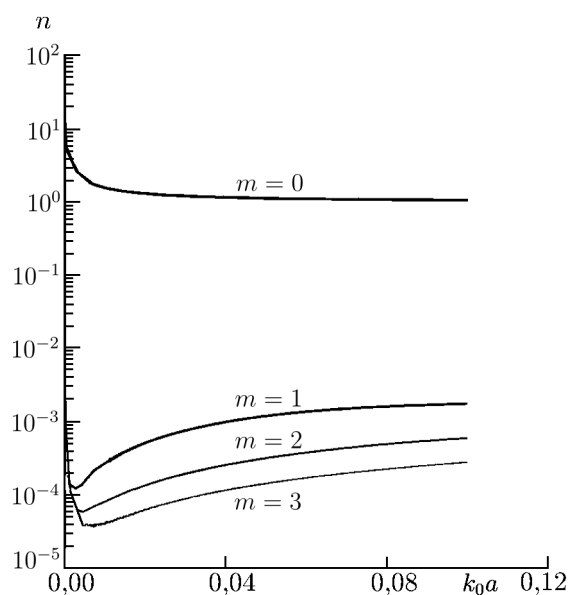


Рис. 4. Коэффициент замедления чётных LM_{2m} -мод ($m = 0, 1, 2, 3$) для малых частот в случае $\epsilon = 10 - j\sigma_0/(\epsilon_0\omega)$, где $\sigma_0 = 5,8 \cdot 10^7$ См/м

показателя преломления которой существенно больше единицы, а коэффициент отражения при близких к $\pi/2$ углах скольжения не мал. Рисунок 4 демонстрирует замедление для первых четырёх мод в случае, когда материалом экрана является медь с $\epsilon = 10 - j\sigma_0/(\epsilon_0\omega)$ и $\sigma_0 = 5,8 \cdot 10^7$ См/м. Для квази-Т-моды в широком диапазоне коэффициент замедления n практически равен единице и возрастает при очень малых частотах. Для остальных частот в области ниже отсечки $n \ll 1$, но имеется резкий рост его значений до величин, намного превышающих 1 в области сверхмалых частот. Отсечка определяется условием $k_x a = 2m\pi$ и соответствует бесконечной

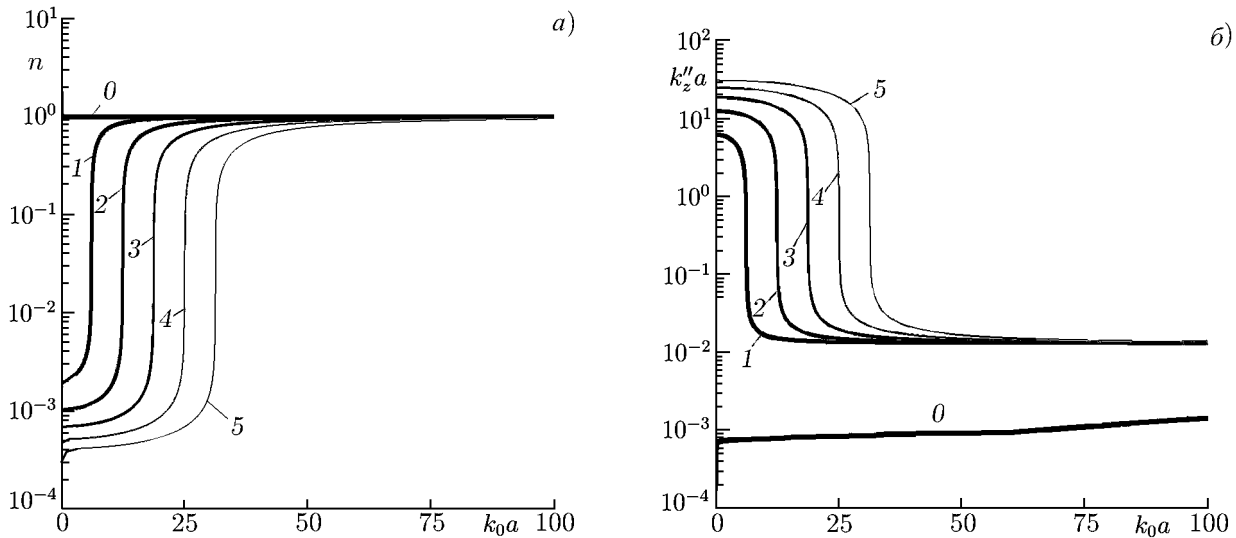


Рис. 5. Коэффициент замедления (а) и нормированная постоянная затухания (б) чётных LM_{2m} -мод (номер кривой соответствует значению m) для малых частот в случае медных стенок с параметрами, соответствующими рис. 4

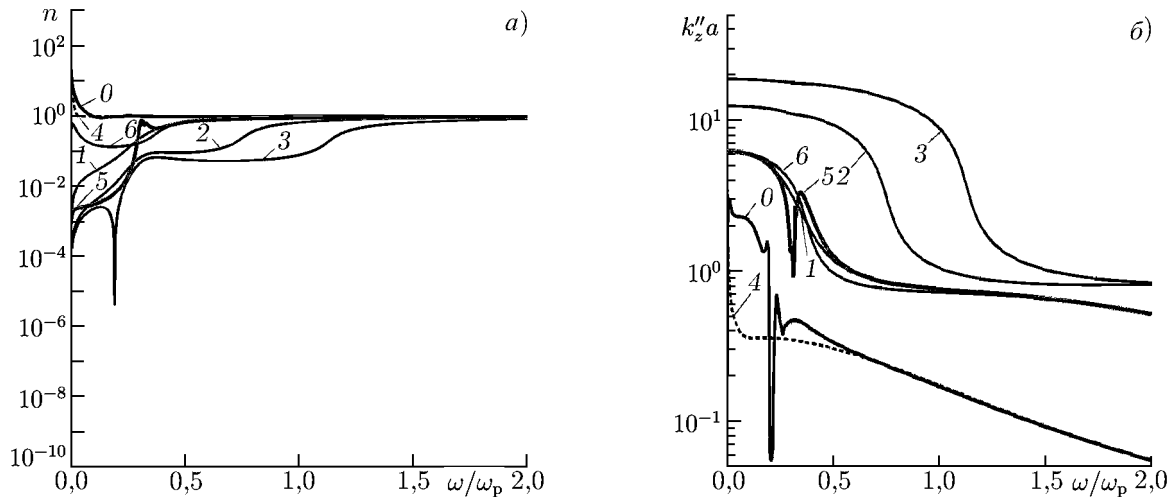


Рис. 6. Коэффициент замедления n (а) и нормированные потери $k_z'' a$ (б) для LM_{2m} -моды в канале с $a = 1$ см в зависимости от нормированной частоты для стенок с параметрами твердотельной плазмы: $\epsilon_r = 10 - 0,1j$, $\omega_p = 500$ ГГц; номера кривых 0, 1, 2, 3 соответствуют номеру моды m при $\omega_c/\omega_p = 0,2$; кривые 4 и 5 соответствуют индексам $m = 0$ и $m = 1$ при $\omega_c/\omega_p = 1$, кривая 6 построена для $m = 1$ и $\omega_c/\omega_p = 10$

проводимости $\sigma_0 = \infty$. Для конечной, но большой проводимости отсечке соответствует область резкого уменьшения n , см. рис. 5. Результаты для бесконечно толстой полупроводниковой оболочки представлены на рис. 6. Они существенно зависят от соотношений между частотами ω , ω_p и ω_c . При $\omega \ll \omega_c$ реализуется случай проводящего диэлектрика с проводимостью $\sigma_0 = \epsilon_0 \omega_p^2 / \omega_c$, и оболочка приобретает металлические свойства. При слишком высокой частоте столкновений указанная проводимость невелика, и в широком диапазоне частот оболочка демонстрирует свойства диэлектрика с потерями. При малых ω_c и $\omega \gg \omega_c$ потери в оболочке также низки, и при больших ω_p значения ϵ' могут быть отрицательными, т. е. оболочка становится сильно отражающей. Затем с ростом частоты ϵ' достигает положительных значений сначала меньше, а затем и больше едини-

цы. В последнем случае имеем классический случай волновода типа полого канала в диэлектрике. В области $0 < \varepsilon' < 1$ возможны медленные поверхностные слабо вытекающие волны, т. е. волны, вытекающие в оболочку и затухающие в ней с ростом $|x|$. Такие волны характеризуются малыми потерями.

Рассчитывалась также дисперсия волновода типа полого канала с двухслойной одномерной фотонно-кристаллической оболочкой с проницаемостями слоёв $\varepsilon_1 = 3,0 - 0,05j$ и $\varepsilon_2 = 2,0 - 0,02j$ и числом периодов N . В отличие от полого канала с однородной диэлектрической оболочкой, где потери убывают обратно пропорционально частоте [11], в рассмотренной структуре на фоне среднего снижения потерь с частотой имеются чередующиеся максимумы и минимумы. При N порядка $3 \div 5$ частотная селекция проявляется слабо (см. рис. 1). Хорошая селекция достигается при $N > 10$, а при $N > 20$ свойства волновода приближаются к полному с периодической оболочкой.

3. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Впервые численно получены комплексные решения дисперсионных уравнений во всём частотном диапазоне. Методом численных итераций и аналитически показано, что быстрые вытекающие моды в волноводах типа полого канала с уменьшением частоты превращаются в медленные, причём их коэффициент замедления сначала проходит через минимум с $n < 1$, а затем растёт и становится существенно больше единицы. Этот эффект имеет место для однородных идеальных и диссипативных магнитоэлектрических оболочек, а также для диссипативных металлических и полупроводниковых оболочек, включая многослойный и квазипериодический случаи. Он объясняется стремлением угла вытекания θ к $\pi/2$, когда большая часть энергии волны распространяется в оболочке и волна характеризуется большими потерями вследствие сильного вытекания. Для больших частот основная энергия распространяется в канале, и с ростом частоты структура поля мод стремится к Т-волне, n — к единице снизу, а угол θ близок к нулю. Показано также наличие сложной частотной дисперсии для оболочки из полупроводниковой плазмы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гольдштейн Л. Д., Зернов Н. В. Электромагнитные волны. М.: Сов. радио, 1971. 662 с.
2. Голант Е. И. // Письма в ЖТФ. 2005. Т. 51, вып. 24. С. 81.
3. Голант Е. И., Голант К. М. // ЖТФ. 2006. Т. 76, вып. 8. С. 99.
4. Котельников И. А. // ЖТФ. 2004. Т. 74, вып. 9. С. 91.
5. Тихонов А. В., Трубецков М. К. // Радиотехника и электроника. 2005. Т. 50, № 2. С. 265.
6. Yeh P., Yariv A. // Opt. Commun. 1976. V. 19, No. 3. P. 427.
7. Yeh P., Yariv A. // J. Opt. Soc. Am. 1978. V. 68, No. 9. P. 1196.
8. Anemogiannis E., Glytsis E. N., Gaylord T. K. // J. Lightwave Tech. 1999. V. 17, No. 5. P. 929.
9. Marcatili E. A. J., Schmelzer R. A. // Bell System Tech. J. 1964. V. 43, part 2. P. 1783.
10. Мелехин В. Н., Маненков А. Б. // ЖТФ. 1968. Т. 38, № 12. С. 2113.
11. Давидович М. В. // Радиотехника и электроника. 1994. Т. 39, № 1. С. 53.
12. Вайнштейн Л. А. // УФН. 1976. Т. 118, вып. 2. С. 339.
13. Давидович М. В. // Радиотехника и электроника. 2001. Т. 46, № 11. С. 1285.
14. Ахиезер А. И., Ахиезер И. А. Электромагнетизм и электромагнитные волны. М.: Высшая школа, 1985. 504 с.
15. Давидович М. В. // Письма в ЖТФ. 2006. Т. 32, вып. 22. С. 53.
16. Давидович М. В., Алексеев О. Ю. // Радиотехника и электроника. 2004. Т. 49, № 6. С. 665.

17. Егоров Ю. В. Частично заполненные прямоугольные волноводы. М.: Сов. радио, 1967. 216 с.
18. Вайнштейн Л. А. Открытые резонаторы и открытые волноводы. М.: Сов. радио, 1966. 476 с.
19. Альтшулер Е. Ю., Давидович М. В., Стефюк Ю. В. // Радиотехника и электроника. 2010. Т. 55, № 1. С. 25.
20. Ландау Л. Д., Лившиц Е. М. Электродинамика сплошных сред. М.: Наука, 1982. 630 с.
21. Давидович М. В. // Изв. вузов. Радиофизика. 2006. Т. 49, № 2. С. 150.

Поступила в редакцию 28 июля 2009 г.; принята в печать 28 января 2010 г.

WAVES OF A PLANE-PARALLEL WAVEGUIDE OF THE “CHANNEL-WITH-MULTILAYER-WALLS” TYPE

M. V. Davidovich and Yu. V. Stefyuk

We study numerically solutions of strict dispersion equations for a plane-parallel waveguide, in which the impedance of its walls is determined as either the impedance of a multi-layer magneto-dielectric wall having a finite thickness, or as the impedance of a corresponding finite or infinite layer. The solutions for complex waves are obtained on the basis of the numerical-iteration method. The corresponding analytical relationships are found in the limiting cases.