

УДК 551.510+533.9

## О ГЕНЕРАЦИИ ОНЧ ИЗЛУЧЕНИЙ С ПОВЫШАЮЩЕЙСЯ И ПОНИЖАЮЩЕЙСЯ ЧАСТОТОЙ В МАГНИТОСФЕРНОМ ЦИКЛОТРОННОМ МАЗЕРЕ В РЕЖИМЕ ЛАМПЫ ОБРАТНОЙ ВОЛНЫ

А. Г. Демехов

Институт прикладной физики РАН, г. Нижний Новгород, Россия

Исследуются механизмы формирования понижающихся тонов в динамическом спектре свистовых волн, генерируемых в магнитосфере Земли энергичными электронами при реализации режима лампы обратной волны (ЛОВ) в магнитосферном циклотронном мазере. Как показано ранее, этот режим позволяет объяснить многие особенности хоровых КНЧ–ОНЧ излучений в магнитосфере, в частности генерацию элементов с дискретным частотным спектром, характеризующихся большим инкрементом неустойчивости и быстрым дрейфом частоты. На основе численного решения упрощённой системы нелинейных уравнений, описывающих динамику магнитосферной ЛОВ в предположении малого КПД взаимодействия волн и частиц, продемонстрировано, что генерация понижающихся тонов имеет место в случае, когда область генерации смещается от экваториальной плоскости (минимума геомагнитного поля) в сторону, противоположную движению энергичных электронов. При этом резонансные электроны в процессе генерации движутся в сторону уменьшения геомагнитного поля, поэтому их продольная скорость увеличивается, что соответствует уменьшению частоты циклотронного резонанса. В качестве двух механизмов смещения области генерации от экватора рассматриваются увеличение линейного инкремента неустойчивости (например, за счёт роста концентрации энергичных частиц) и сохранение фазовой группировки частиц, возвращающихся в область генерации за счёт баунс-осцилляций. Показано, что оба эти механизма могут привести к формированию понижающихся тонов, причём свойства генерируемых излучений (скорость дрейфа частоты, характерный интервал следования элементов) оказываются различными. Обсуждаются условия сохранения фазовой группировки частиц при баунс-осцилляциях. По-видимому, этот механизм может работать в случае, когда размер области генерации вдоль магнитного поля близок к характерной длине баунс-осцилляций резонансных электронов, что реализуется при достаточно высокой концентрации холодной плазмы в области генерации.

### ВВЕДЕНИЕ

В работах [1, 2] в качестве механизма генерации одного из наиболее интересных видов дискретных излучений в магнитосфере — хоровых ОНЧ излучений (хоры) — предложен переход циклотронной неустойчивости свистовых волн (КНЧ–ОНЧ диапазон, частоты  $f \sim 300 \div 10^4$  Гц) в режим ЛОВ, т. е. от конвективной к абсолютной неустойчивости. Характерными свойствами хоровых сигналов являются их дискретный (узкополосный в каждый момент времени) спектр в виде повторяющихся коротких (с длительностью  $\tau \sim 0,1 \div 0,2$  с) элементов с быстрым частотным дрейфом ( $|df/dt| \sim 10^4$  Гц/с) и, как правило, с повышающейся во времени частотой [3–6]. К настоящему времени установлено [6–8], что хоры генерируются вблизи вершины магнитосферной силовой линии (геомагнитного экватора) в области с характерным размером вдоль магнитного поля  $l \sim 2000$  км, что много меньше характерной длины силовой линии.

Как показано в рамках линейной теории [1, 9], режим ЛОВ в магнитосфере может реализоваться при наличии ступенчатой деформации на функции распределения энергичных (с энергией  $W \sim 1 \div 100$  кэВ) электронов по компоненте скорости  $v_{\parallel}$ , продольной по отношению к геомагнитному полю. Подобная деформация образуется при циклотронном взаимодействии электронов в неоднородном магнитном поле с шумовыми излучениями, частотный спектр которых имеет

достаточно резкую верхнюю границу. Такая ситуация возникает в магнитосфере естественным путём в процессе циклотронной генерации шумовых ОНЧ излучений [10–13].

Оценки и расчёты показывают, что без предположения о формировании «ступеньки» по  $v_{\parallel}$  условия генерации и наблюдаемые инкременты хоров в области  $L = 4 \div 5$  (параметр  $L$  характеризует расстояние от центра Земли до вершины геомагнитной силовой линии, выраженное в радиусах Земли) достигаются только при нереально высоких потоках и показателях анизотропии энергичных электронов [1, 14]. Модель магнитосферной ЛОВ, в свою очередь, неплохо объясняет как параметры линейной стадии генерации (размер области генерации и характерный инкремент неустойчивости при разумных значениях потоков энергичных электронов) [1, 9], так и характеристики нелинейного режима (скорость дрейфа частоты и характерный интервал следования хоровых элементов) [15].

Оценки параметров нелинейной стадии развития неустойчивости, полученные в [2, 15], подтверждаются численными расчётами на основе упрощённой системы уравнений, описывающей нелинейную динамику магнитосферной ЛОВ в приближении малого КПД генерации. Эти уравнения получены и проанализированы в работах [16, 17]. Ниже, следуя [16, 17], будем сокращённо называть эту систему С-ЛОВ, чтобы отличать её от лабораторных приборов, в которых начальная функция распределения представляет собой не «ступеньку», а пучок с малым разбросом по скоростям, — «пучковых» ЛОВ. Расчёты подтвердили формирование в С-ЛОВ дискретных спектральных элементов с параметрами, близкими к параметрам ОНЧ хоров в магнитосфере. При этом было подтверждено и предложенное в [2, 15] объяснение дрейфа частоты в хоровом элементе на основе сателлитной неустойчивости, развивающейся за счёт искажения исходной функции распределения в области пространства скоростей, где выполняются условия захвата частиц полем волны.

Одним из не решённых на сегодня вопросов о природе хоровых излучений является вопрос о том, что определяет направление дрейфа частоты в хоровых элементах. В эксперименте в большинстве случаев наблюдается дрейф частоты вверх по спектру, однако примерно в 10–30 % случаев хоровые элементы имеют отрицательный частотный дрейф. Специальных экспериментальных исследований условий реализации отрицательного наклона хоровых элементов до сих пор не проводилось; отмечено лишь, на основании данных спутника OGO-3, что хоры с отрицательным дрейфом частоты  $df/dt$  гораздо реже наблюдаются в непосредственной близости от экватора [18]. Теоретически этот вопрос также пока мало исследован, но имеющиеся результаты позволяют указать возможные механизмы, определяющие знак частотного дрейфа.

Так, при объяснении дрейфа частоты в хоровых элементах с привлечением сателлитной неустойчивости для формирования элемента с понижающейся частотой необходимы условия, в которых преобладали бы не высокочастотные, а низкочастотные сателлиты. Это, в свою очередь, как следует из качественных представлений и аналитической теории циклотронного взаимодействия с волнами переменной частоты [19, 20] и из численных расчётов триггерных ОНЧ излучений [21], может иметь место в случае смещения области нелинейного взаимодействия волн и частиц от экваториальной плоскости по направлению распространения волн и против направления движения электронов.

В численных расчётах [21, 22] переход к режиму генерации дискретных ОНЧ излучений с понижающейся частотой происходил при увеличении концентрации энергичных частиц, определяющей линейное усиление волн. Подчеркнём, что эти расчёты, по сути, относятся к триггерным излучениям, т. е. на вход системы всё время подавалась «затравочная» волна с достаточно большой амплитудой — такой, что за один проход области усиления нелинейные эффекты успевали включиться даже в отсутствие линейной абсолютной неустойчивости. Вместе с тем дрейф частоты в триггерных и хоровых излучениях, по-видимому, определяется одними и теми же механиз-

мами, т. е. указанная причина понижения частоты может действовать и для хоровых излучений.

В [17] в качестве возможной причины смещения области генерации от экватора указано влияние на генерацию волн фазовой группировки энергичных частиц, сохранённой при их отражении от магнитных пробок. Если точки отражения достаточно близки к области генерации (что возможно для частиц с достаточно большими питч-углами), то на входе в эту область электроны сохраняют фазовую группировку, приобретённую при взаимодействии с волной на предыдущем проходе через неё. При таких условиях уже на входе в область С-ЛОВ существует достаточно большой резонансный ток, т. е. область генерации смещается от экватора в направлении, благоприятном для формирования понижающихся тонов.

Данная работа посвящена проверке упомянутых выше возможностей генерации дискретных ОНЧ излучений с понижающейся частотой в естественных условиях, т. е. в отсутствие внешнего затравочного сигнала. Для этого используются численные расчёты в рамках системы уравнений, описывающих С-ЛОВ с малым КПД генерации [16, 17]. Учёт возможного влияния частиц, возвращающихся в область генерации с сохранением фазовой группировки, проведён на основе «периодических» граничных условий для заряженных частиц, когда их параметры на входе в расчётную область определяются параметрами частиц, выходящих из этой области. Показано, что оба рассмотренных механизма могут приводить к формированию дискретных элементов с понижающейся частотой, но параметры этих излучений довольно сильно различаются. В разделе 1 вопрос о механизме дрейфа частоты обсуждается на качественном уровне и приводятся оценки этого эффекта. В разделе 2 приводится упрощённая исходная система уравнений. Раздел 3 посвящён результатам численных расчётов: в разделе 3.1 рассматривается изменение параметров генерации при увеличении концентрации энергичных частиц, а в разделе 3.2 — генерация понижающихся тонов при наличии фазовой группировки частиц на входе в область генерации.

## 1. ДРЕЙФ ЧАСТОТЫ В ХОРОВОМ ЭЛЕМЕНТЕ — КАЧЕСТВЕННАЯ КАРТИНА И ОЦЕНКИ

Как отмечено в [15], последовательная генерация сателлитов, каждый из которых сдвинут по частоте относительно предыдущего на частоту осцилляций скорости частиц в поле волны  $\Omega_{tr}$  и возникает через время порядка  $2\pi/\Omega_{tr}$  (за это время выравнивается функция распределения в области захвата), приводит к дрейфу частоты  $\omega$  со скоростью

$$d\omega/dt \sim \Omega_{tr}^2/(2\pi). \quad (1)$$

Отметим, что аналогичная оценка получена в работе [14] из вычислений максимального нелинейного инкремента волны для функции распределения, имеющей в области захвата плато с пониженным значением по сравнению с соседними областями фазового пространства. Это совпадение, по-видимому, не случайно, поскольку именно с образованием такого плато и связано развитие сателлитной неустойчивости.

С учётом оценки, следующей из теории насыщения неустойчивости квазимонохроматической волны при циклотронном взаимодействии [23],

$$\Omega_{tr} \approx 32\gamma_{ЛОВ}/(3\pi), \quad (2)$$

где  $\gamma_{ЛОВ}$  — линейный инкремент неустойчивости, для скорости дрейфа линейной частоты  $f = \omega/(2\pi)$  имеем

$$\frac{\Delta f}{\Delta t} \approx 0,3\gamma_{ЛОВ}^2. \quad (3)$$

Разумеется, способ получения этой оценки позволяет использовать её лишь по порядку величины, но в то же время она хорошо согласуется с наблюдениями [5, 15].

Отметим, что оценки скорости дрейфа частоты (1), (3), связывающие её с амплитудой волны и с линейным инкрементом неустойчивости, одинаково справедливы по абсолютной величине и для низкочастотных, и для высокочастотных сателлитов, т.е. и для повышающейся, и для понижающейся частоты.

В терминах сателлитной неустойчивости наличие выделенного знака величины  $df/dt$  означает подавление сателлитов с противоположным знаком частотного сдвига. На преобладание высокочастотных сателлитов в случае параболической неоднородности внешнего магнитного поля указывают результаты работы [24], это же показывают самосогласованные численные расчёты [17]. Возможное качественное объяснение этого факта основано на том, что наиболее эффективное взаимодействие имеет место при выполнении условия циклотронного резонанса второго порядка [19, 25]:

$$\Delta = 0, \quad d\Delta/dt = 0, \quad (4)$$

где  $\Delta = \omega - \omega_B - k_{\parallel}v_{\parallel}$  — расстройка относительно циклотронного резонанса,  $\omega_B$  — гирочастота электронов,  $d/dt \equiv \partial/\partial t + v_{\parallel}\partial/\partial z$  для величин, зависящих от  $t$  и  $z$ ,  $z$  и  $t$  — координата вдоль внешнего магнитного поля и время,  $k_{\parallel}$  и  $v_{\parallel}$  — продольные (по отношению к внешнему магнитному полю) компоненты волнового вектора и скорости частицы. Далее для определённости будем считать  $k_{\parallel} > 0$  (тогда в нерелятивистском случае  $v_{\parallel} < 0$ , поскольку для свистовых волн  $\omega < \omega_B$ ). Ограничимся также часто используемым случаем продольного распространения волн, для которого имеет смысл рассматривать только основной циклотронный резонанс на нормальном эффекте Доплера.

Из условия (4) следует, что наиболее эффективное взаимодействие имеет место, вообще говоря, в случае переменной частоты волны:

$$d\omega/dt = d(\omega_B + kv_{\parallel})/dt.$$

В типичных для магнитосферы условиях формирование хорových элементов ОНЧ излучений происходит в области, где энергичные электроны движутся от экватора в сторону увеличения магнитного поля. Это следует из численных расчётов и качественно может быть объяснено тем, что типичные амплитуды волн не настолько велики, чтобы электроны успевали приобрести достаточную фазовую группировку в поле волны ещё до достижения экватора. В соответствии с (4) в таких условиях  $d\omega/dt > 0$ . Отметим, что уравнение (4) имеет, по существу, кинематический характер, а сдвиг частоты формируется за счёт нелинейного взаимодействия частиц и волн.

Приведённые выше качественные рассуждения поясняют упомянутые во введении возможности формирования волновых пакетов с понижающейся частотой, основанные на сдвиге области наиболее эффективного взаимодействия в зону, где электроны движутся в сторону убывающего магнитного поля (к экватору).

## 2. ИСХОДНЫЕ УРАВНЕНИЯ

В расчётах используем упрощённую систему нелинейных уравнений для С-ЛОВ в случае малого КПД взаимодействия волн и частиц, выведенную в [16] и описывающую в нерелятивистском приближении резонансное взаимодействие энергичных электронов с квазимонохроматической необыкновенной (правополяризованной) волной с частотой  $\omega$  и волновым вектором  $\mathbf{k}$ , распространяющейся вдоль внешнего магнитного поля ( $\mathbf{k} \parallel \mathbf{B}$ ). В соответствии с изложенным выше

предполагается, что начальная функция распределения электронов  $F_0$  имеет достаточно резкий перепад (ступеньку) по продольным скоростям в центральном сечении ловушки  $v_{\parallel L}$ :

$$F_0 = N_h [1 - s + s\Theta(V_* + v_{\parallel L})] \mathcal{F}(v_{\parallel L}, I), \quad (5)$$

где  $v_{\parallel L} = (v^2 - IB_L)^{1/2}$ ,  $I = v_{\perp}^2/B$  — первый адиабатический инвариант,  $N_h$  — концентрация энергичных электронов,  $\Theta(x)$  — единичная функция,  $\mathcal{F}(v_{\parallel L}, I)$  — плавная часть функции распределения, параметр  $s$  характеризует относительную высоту ступеньки,  $V_* > 0$  — модуль продольной скорости, соответствующей ступеньке. Здесь и далее индекс  $L$  соответствует величинам в центральном сечении ловушки. Исходные уравнения имеют вид

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial \tau} + u_g \frac{\partial \epsilon}{\partial \zeta} = -j, \quad (6a)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \tau} - u_* \frac{\partial \Phi}{\partial \zeta} = -\frac{q}{\pi} a \cos \psi, \quad (6b)$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \tau} - u_* \frac{\partial \varphi}{\partial \zeta} = -\delta + \frac{V_*^2}{v_{\perp*}^2} \frac{\omega t_{\text{ЛОВ}}}{k_L^2 l_{\text{ЛОВ}}^2} \left(1 - \frac{kv_{\parallel}}{\omega}\right) a \sin \psi, \quad (6в)$$

$$\frac{\partial u}{\partial \tau} - u_* \frac{\partial u}{\partial \zeta} = -(k_L l_{\text{ЛОВ}})^{-1} a \cos \psi. \quad (6г)$$

Здесь  $\epsilon = a \exp(i\theta) = E/A_1$  — нормированная на  $A_1$  медленно меняющаяся комплексная амплитуда электрического поля волны,  $u_g = v_g/V_*$ ,  $v_g$  — групповая скорость волны,

$$j = \int \Phi \exp(i\varphi) d\varphi_0, \quad (6д)$$

— нормированный резонансный ток,  $\Phi = \tilde{\Phi}/\Phi_1$  — нормированное проинтегрированное по продольным и поперечным скоростям отклонение функции распределения  $F$  от начальной  $F_0$ ,

$$\tilde{\Phi} = \int (F - F_0) v_{\perp} dv_{\perp} dv_{\parallel},$$

$\varphi(\varphi_0, \zeta, \tau)$  и  $\varphi_0$  — текущее и начальное значения фазы гировращения частицы относительно фазы «холодной» волны  $\theta_c = \omega t - \int k dz$ ,  $\psi = \varphi - \theta$ ,  $u = (v_{\parallel L} + V_*)/V_*$  — нормированное отклонение экваториальной продольной скорости от скорости ступеньки,  $u_* = [v_{\perp*}^2/V_*^2 + 1 - B(\zeta)/B_L]^{1/2}$  — нормированная величина продольной скорости в точке  $\zeta$ , соответствующая ступеньке,

$$q = \frac{2\pi^2 e^2}{mc^2} v_g t_{\text{ЛОВ}}^2 s N_h \int v_{\perp}^2 \mathcal{F} \Big|_{v_{\parallel L} = -V_*} v_{\perp L} dv_{\perp L} \quad (7)$$

— безразмерный параметр взаимодействия,  $\delta = \Delta t_{\text{ЛОВ}}$ ,  $\Delta = \omega - \omega_B - kv_{\parallel}$  — частотная расстройка,  $\zeta = z/l_{\text{ЛОВ}}$ ,  $\tau = t/t_{\text{ЛОВ}}$ ,  $l_{\text{ЛОВ}}$  и  $t_{\text{ЛОВ}} = l_{\text{ЛОВ}}/V_*$  — масштабы длины и времени,  $e > 0$  и  $m$  — элементарный заряд и масса электрона,  $c$  — скорость света. Для обезразмеривания введены следующие характерные величины амплитуды волны  $A_1$  и функции распределения по начальным фазам  $\Phi_1$ :

$$A_1 = \frac{mV_*^2}{ev_{\perp*}} \frac{\omega}{k_L^2 l_{\text{ЛОВ}}^2}, \quad \Phi_1 = -A_1 / (e\alpha_L t_{\text{ЛОВ}}). \quad (8)$$

В качестве масштаба длины выберем характерный масштаб изменения безразмерной расстройки  $\delta$  за счёт только слагаемого  $\omega_B(z)$ :

$$l_{\text{ЛОВ}} = (a_B^2 V_* / \omega_{BL})^{1/3} \sim a_B (ka_B)^{-1/3}. \quad (9)$$

Здесь  $a_B = (\sqrt{2}/3) R_0 L$ , где  $R_0$  — радиус Земли,  $L$  — параметр Мак-Илвайна. В этом случае с учётом зависимостей  $v_{\parallel}(z)$  и  $k(z)$  (учитывая дисперсионное уравнение для свистовых волн) в приближении  $z/a_B \ll 1$  и предполагая, что  $N_c(z) \propto B(z)$  и  $\Delta_L = 0$ , где  $N_c$  — концентрация холодной плазмы, определяющей дисперсию волн, получаем

$$\delta(\zeta) \approx -(\zeta/\alpha)^2, \quad \alpha^{-2} = [1 + \tilde{\omega}/2 + (1 - \tilde{\omega}) \text{tg}^2 \theta_L], \quad (10)$$

где  $\text{tg} \theta = v_{\perp}/|v_{\parallel}|$  — питч-фактор электронов.

Возможность использования нерелятивистского приближения обусловлена относительно небольшими кинетическими энергиями частиц ( $W \sim 5 \div 50$  кэВ) и достаточно высоким показателем преломления свистовых волн в магнитосфере Земли ( $n \gg 1$ ).

Приближение малого КПД генератора позволяет пренебречь изменением экваториальной продольной и поперечной скоростей частиц по сравнению с их начальными значениями везде кроме слагаемых, ответственных за отстройку от резонанса; при этом характеристики оператора  $\partial/\partial t + v_{\parallel} \partial/\partial z$  вычисляются по невозмущённой продольной скорости. Кроме того, при малом КПД резонансный ток в основном переносится частицами с  $v_{\parallel L} \approx v_{\parallel L0} \approx -V_*$  (индекс 0 здесь и далее обозначает величины в начальный момент времени, а для частиц — и на входе в пространство взаимодействия). Предположив для простоты, что начальное распределение  $\mathcal{F}$  имеет достаточно узкий максимум при  $I_0 = I_* = v_{\perp*}^2/B$ , можно проинтегрировать исходное кинетическое уравнение по начальным продольным и поперечным скоростям и получить приведённую выше упрощённую самосогласованную систему уравнений.

### 3. РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННЫХ РАСЧЁТОВ

Как и в [16, 17], ограничимся случаем параболической зависимости магнитного поля от  $z$ , аппроксимирующей его поведение вблизи экваториальной зоны геомагнитной ловушки:

$$B(z)/B_L = 1 + (z/a_B)^2. \quad (11)$$

Замечания об использованном численном методе решения системы (6) см. в [16]. Аналогично [16, 17] граничное условие для амплитуды  $\epsilon$  задавалось в виде

$$\epsilon(\zeta = \zeta_{\min}) = \epsilon_0 \exp[-(t/\tau_{\text{in}})^p] \quad (12)$$

с достаточно малой величиной  $\epsilon_0 = 10^{-5}$  и  $p = 4$ , так что входная амплитуда волны обращается практически в нуль за время  $\tau \sim 2\tau_{\text{in}}$ . Начальные условия для  $\epsilon$  выбраны в виде

$$\epsilon(t = 0, \zeta) = \epsilon_0. \quad (13)$$

Для времени убывания входной амплитуды выбрано значение  $\tau_{\text{in}} = 4$ , что в несколько (от 3 до 5) раз меньше времени распространения волны по расчётной области.

Длина расчётной области  $\zeta \in [-\zeta_m; \zeta_m]$  выбиралась исходя из неравенства  $l \gg l_{\text{ЛОВ}}$ , т. е.  $\zeta_m \gg 1$ . В расчётах, представленных ниже, используются значения  $\zeta_m = 10$  и  $\zeta_m = 15$ . Проверка показала, что увеличение  $\zeta_m$  не ведёт к изменению режимов генерации. Было проверено и отсутствие влияния на результаты численных отражений волн от границ расчётной области.

Для частиц на входе в область взаимодействия (расчёта) использовались два вида граничных условий: 1) «невозмущённые», отвечающие равномерному распределению по фазам и нулевому возмущению  $\Phi$  функции распределения электронов:

$$\Phi_{\text{in}} \equiv \Phi(\zeta = \zeta_m) = 0, \quad (14)$$

и 2) периодические, модельным образом учитывающие возврат частиц в область взаимодействия в процессе баунс-осцилляций, т. е. после отражения от магнитных пробок:

$$\{\Phi, \varphi, u\}_{\zeta=\zeta_m, \tau} = \{\Phi, \varphi, u\}_{\zeta=-\zeta_m, \tau}. \quad (15)$$

Физически это граничное условие означает, во-первых, предположение о полной зеркальной симметрии двух подсистем волн и частиц, отвечающих встречным направлениям распространения волн (и, соответственно, движения частиц). При этом можно следить только за одной подсистемой (в нашем случае это частицы с  $v_{\parallel} < 0$  и волны с  $v_g > 0$ ), а параметры частиц, возвращающихся в область расчёта на правой границе, определять по частицам, покинувшим область расчёта и затем возвращающимся в неё на левой границе. Во-вторых, при таком способе задания граничных условий мы пренебрегаем временем движения частиц вне расчётной области и набегом фазы за это время. Набег фазы за время пробега частицей отрезка вне расчётной области можно вычислить по параметрам частиц на выходе из области, однако учёт задержки во времени между выходом частиц из области расчёта и возвратом в эту область после отражения от магнитной пробки представляет более существенную вычислительную сложность, поскольку требует фактического увеличения области расчёта на всю длину баунс-осцилляций частиц. Результаты расчётов с разной длиной расчётной области, приведённые ниже, демонстрируют сохранение качественной картины генерируемых излучений при изменении этой длины. В связи с этим можно считать, что не учтённые в данной модели граничных условий временные задержки и набег фазы не оказывают решающего влияния на полученные результаты.

Как и в [16, 17], везде в этих расчётах (если не указано обратное) неизменны следующие параметры: линейная расстройка в центре ловушки  $\delta_L \equiv (\omega - \omega_{HL} + kV_*) t_{\text{ЛОВ}} = 0$ , нормированная частота  $\tilde{\omega} = 0,5$ ,  $v_{\perp*} = V_*(\text{tg } \theta_{L0} = 1)$ .

### 3.1. Переход к понижающимся тонам в магнитосферной ЛОВ при повышении концентрации энергичных электронов

Динамические спектры амплитуды сигнала на выходе С-ЛОВ ( $\zeta = \zeta_m$ ), полученные из численных расчётов для разных концентраций энергичных электронов, показаны на рис. 1. Для  $L = 4,4$  и  $N_c = 10 \text{ см}^{-3}$  пределы по горизонтальной и вертикальной осям соответствуют  $t \in [0 \text{ с}; 2 \text{ с}]$ ,  $\Delta\omega/\omega_B \in [-0,14; 0,15]$ . Напомним, что дискретные элементы в спектре излучения С-ЛОВ формируются при таком превышении порога генерации  $q_{\text{thr}}$ , когда за один проход области генерации электроны успевают совершить несколько нелинейных осцилляций в поле волны [17]. Для типичных параметров магнитосферы Земли это имеет место при  $q/q_{\text{thr}} \gtrsim 7 \div 10$ . Таким образом, графики на рис. 1а соответствуют примерно вдвое большей концентрации энергичных электронов, чем та, при которой уже формируются дискретные элементы.

Как видно из рис. 1, при достаточно большом превышении порога генерации кроме дискретных элементов с повышающейся частотой в спектре выходного излучения формируются и даже доминируют понижающиеся тоны. Результаты расчётов для нескольких значений  $q$ , не приведённые здесь для краткости, показывают, что смена знака дрейфа частоты происходит при значении  $q/q_{\text{thr}}$  примерно в  $5 \div 10$  раз большем, чем необходимо для формирования дискретных элементов с растущей частотой.

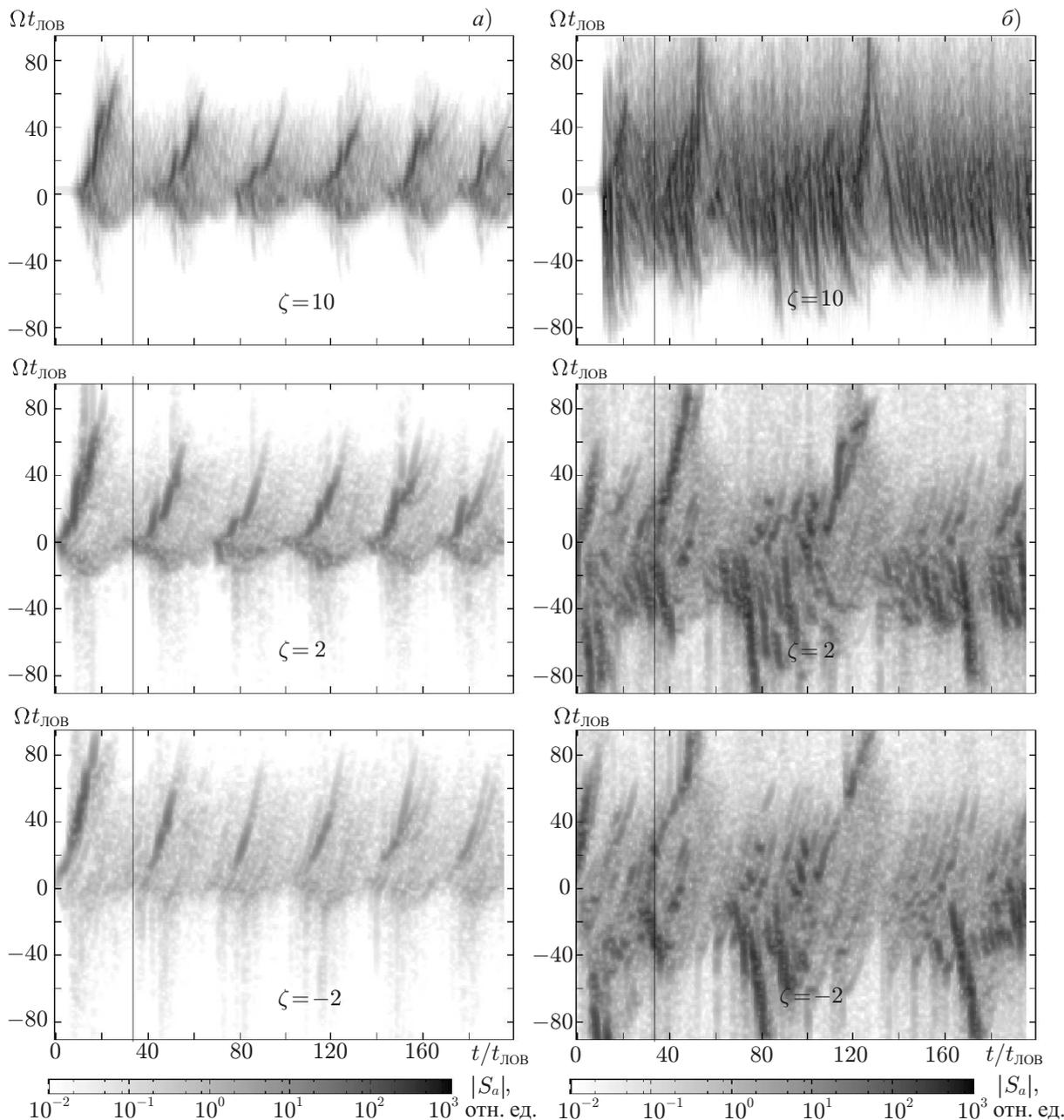


Рис. 1. Переход от генерации повышающихся тонов к понижающимся в модели магнитосферной ЛОВ (С-ЛОВ) при увеличении концентрации энергичных электронов. Динамические спектры сигнала в разных точках С-ЛОВ при превышении порога генерации  $q/q_{thr} \approx 13$  (а) и при  $q/q_{thr} \approx 73$  (б). Шкала спектральной амплитуды, показанная внизу, одинакова для всех графиков в каждой колонке. Вертикальные линии добавлены для выявления временной задержки между элементами на разных расстояниях от центра системы

Сравнение результатов расчётов для разных точек в области генерации показывает, что при умеренном превышении порога ( $q/q_{thr} \approx 13$ , см. рис. 1а) дискретные элементы в спектре излучения на выходе из расчётной области С-ЛОВ (верхний график,  $\zeta = 10$ ), практически совпадают по форме с теми, что наблюдаются вблизи экватора ( $\zeta = 2$ ). Таким образом, формирование спектра выходящего из С-ЛОВ излучения в этом случае заканчивается уже на небольшом расстоянии от

точки минимума магнитного поля ( $\zeta = 0$ ); далее волновые пакеты распространяются с групповой скоростью с малыми искажениями формы и небольшим ростом амплитуды, т. е. имеет место квазилинейное усиление.

При большей концентрации энергичных электронов ( $q/q_{\text{thr}} \approx 73$ , см. рис. 1б) важную роль в формировании динамического спектра волн играет значительно более протяжённая область справа от экватора ( $\zeta > 0$ ). Это, очевидно, обусловлено большей амплитудой волн и, соответственно, большей протяжённостью области нелинейного взаимодействия в неоднородном магнитном поле. Напомним, что с учётом неоднородности магнитного поля условие существования захваченных частиц для волны с фиксированной амплитудой и частотой имеет вид [26]

$$\Omega_{\text{tr}}^2 > C |(kv_{\parallel}^2/\omega_B) \partial\omega_B/\partial z|, \quad (16)$$

где  $C$  — коэффициент порядка единицы. Результатом нелинейных процессов, происходящих в области  $\zeta > 0$ , является эволюция спектра излучений по мере их распространения (ср. результаты для  $\zeta = 2$  и  $\zeta = 10$  на рис. 1б). В связи с предметом данной статьи особенно важно то, что динамический спектр при этом обогащается дискретными элементами с понижающейся частотой.

Природа такого изменения обсуждалась выше, и расчёты подтверждают эти качественные рассуждения. При увеличении параметра связи группировка частиц по фазам возникает раньше, т. е. значительный резонансный ток генерируется в области, где частицы движутся в направлении убывающего магнитного поля. В этой области взаимодействие с волной понижающейся частоты является более эффективным за счёт компенсации расстройки (циклотронного резонанса второго порядка).

Численные расчёты демонстрируют, что понижающиеся тоны, генерируемые при большой концентрации энергичных электронов, имеют гораздо большую величину скорости частотного дрейфа и значительно меньший характерный интервал следования, чем повышающиеся тоны, генерируемые при меньшей концентрации энергичных частиц. Эти особенности находят естественное объяснение в рамках аналитической модели, развитой в [2, 15]. В самом деле, скорость дрейфа частоты определяется линейным инкрементом, который возрастает с увеличением концентрации энергичных электронов. Интервал следования элементов, согласно [15, 17], определяется временем распространения обратной связи в системе:

$$T \sim l(v_g^{-1} + V_*^{-1}), \quad (17)$$

где  $l$  — длина системы. В линейном режиме длина системы  $l \sim l_{\text{ЛОВ}}$ , такая же оценка справедлива и для нелинейного режима при относительно небольшом превышении порога генерации. При большом превышении порога генерации система фактически разбивается на несколько «элементарных» генераторов, линейный размер которых порядка нескольких длин нелинейных осцилляций частицы в поле волны, т. е. эффективная длина системы сокращается с ростом амплитуды волны.

Можно заметить, что на спектрограмме присутствуют и элементы с растущей частотой, причём интервал между ними увеличивается с ростом параметра связи  $q$ . Формирование таких элементов, по-видимому, связано с работой всей области нелинейного взаимодействия как единого генератора, длина которого, как упомянуто выше, возрастает с ростом амплитуды волны.

Область  $\zeta < 0$ , результаты для которой приведены на нижних графиках на рис. 1, заслуживает особого обсуждения. Кратко укажем на особенности спектров, регистрируемых в этой области (где электроны движутся в сторону увеличения магнитного поля). Первая особенность — смещение дискретных элементов вверх по частоте по сравнению с аналогичными элементами при больших  $\zeta$ . Это смещение связано с увеличением магнитного поля и, соответственно, локальной

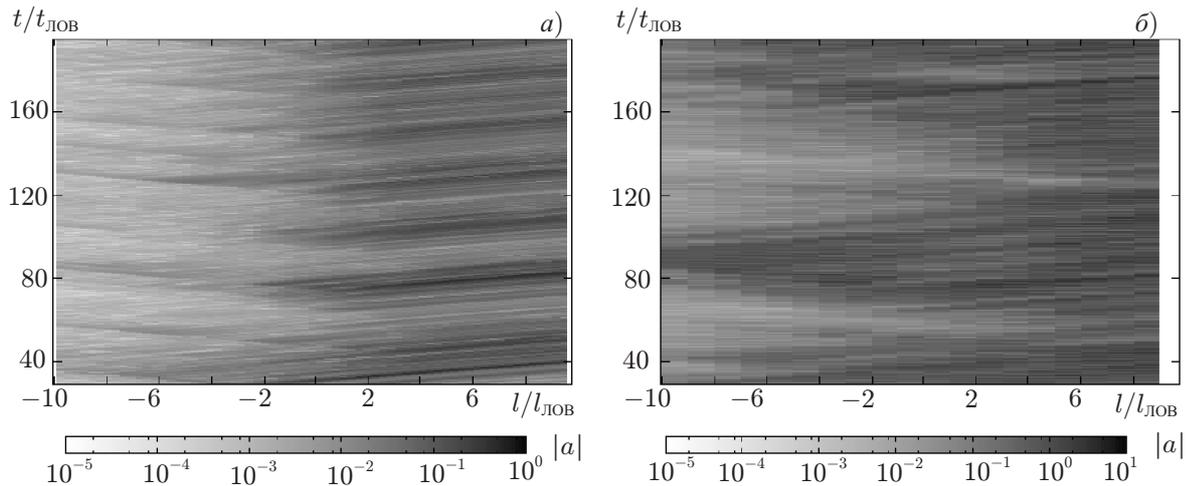


Рис. 2. Пространственно-временное распределение амплитуды волн в С-ЛОВ при разных значениях превышения порога генерации:  $q/q_{\text{thr}} \approx 12,7$  (а) и  $q/q_{\text{thr}} \approx 73$  (б)

частоты циклотронного резонанса для электронов с продольной скоростью  $v_{\parallel} = -u_* V_*$ , соответствующей ступеньке на функции распределения. Вторая особенность состоит в том, что дискретные элементы при больших отрицательных  $\zeta$  (левее) регистрируются с задержкой относительно элементов, наблюдаемых правее, вблизи центра области генерации, несмотря на то, что свистовые волны распространяются вправо. Это можно видеть из сравнения среднего и нижнего графиков в одной колонке на рис. 1 (в масштабе рисунка задержки невелики, для облегчения сравнения на рисунках добавлена вертикальная линия). Такая пространственно-временная картина указывает на то, что в области  $\zeta < 0$  определяющую роль в формировании спектра волн играет излучение электронов, сгруппированных по фазе на более ранних стадиях их движения (в области  $z > 0$ , напомним, электроны движутся влево). Соответственно, при больших отрицательных  $\zeta$  волны появляются позже, имеют более высокую частоту (вследствие уменьшения продольной скорости электронов в увеличивающемся магнитном поле) и меньшую амплитуду. Уменьшение амплитуды можно объяснить тем, что в этой области при данной концентрации энергичных электронов неоднородность магнитного поля препятствует захвату частиц и их дополнительной группировке по фазам, поэтому резонансный ток в процессе излучения волн постепенно уменьшается.

Таким образом, в области  $\zeta < 0$  спектр хоровых элементов в значительной мере формируется за счёт так называемого антенного эффекта, роль которого для триггерных ОНЧ излучений рассмотрена в работах [27, 28].

В другой форме этот эффект, т. е. влияние движения сгруппированных по фазе частиц на излучение волн, иллюстрируется на рис. 2, где показано пространственно-временное распределение амплитуды волн в С-ЛОВ. В левой части каждого графика доминирует кажущееся распространение сигнала влево, что как раз связано с движением сгруппированных электронов. В случае относительно небольшого превышения порога, когда генерируются повышающиеся тоны (рис. 2а), этот эффект заметен лишь в области отрицательных  $z$ , и амплитуда таких «вынужденных волн» невелика. При большой же концентрации энергичных электронов (рис. 2б) движение сгруппированных по фазе частиц проявляется в пространственно-временном распределении амплитуды и при положительных  $z$ . Сравнивая рис. 1 и 2, можно увидеть, что понижающиеся тоны на выходе С-ЛОВ формируются за счёт излучения электронов в правой части системы, т. е. там, где они движутся к экватору, в сторону убывающего магнитного поля.

### 3.2. Отрицательный дрейф частоты излучения в магнитосферной ЛОВ при учёте фазовой группировки энергичных электронов на входе в область взаимодействия

Обратимся теперь к результатам расчётов динамики С-ЛОВ с периодическим граничным условием для частиц (15), модельным образом учитывающим их возвращение в область генерации в процессе баунс-осцилляций. Эти результаты представлены на рис. 3, 4. Как видим, на выходе С-ЛОВ с такими граничными условиями формируется излучение с динамическим спектром, состоящим в основном из дискретных элементов с понижающейся частотой. В то же время в центральной части системы в спектре присутствуют только элементы с растущей частотой. Таким образом, как и предполагалось, при движении в направлении убывающего магнитного поля предварительно сгруппированные по фазе электроны (в данном случае эта группировка — результат предыдущего прохождения области взаимодействия) генерируют излучение с понижающейся частотой, для которого выполняется условие циклотронного резонанса второго порядка (4). По мере продвижения частиц к центру системы начальная группировка по фазам ослабляется, и вблизи центра области взаимодействия формируются повышающиеся тоны, подобно тому, как это имеет место при не слишком высокой концентрации энергичных частиц в отсутствие начальной группировки (см. предыдущий раздел и [17]).

Важно отметить, что понижающиеся тоны генерируются в данном случае (т. е. за счёт сохранения фазовой группировки частиц на входе в область взаимодействия) при той же концентрации энергичных электронов, при которой в отсутствие такой начальной группировки формируются только повышающиеся тоны. В соответствии с обсуждением, приведённым в разделе 3.1, это объясняет одну из отличительных особенностей понижающихся тонов, генерируемых сгруппированными по фазе частицами вблизи их входа в область взаимодействия, а именно близость параметров этих сигналов (модуля скорости дрейфа частоты, характерного интервала следования элементов) к тем, которые наблюдаются для элементов с повышающейся частотой. Вместе с тем, если в отсутствие фазовой группировки частиц на входе в область взаимодействия увеличение длины расчётной области позволяет практически устранить влияние границ на свойства режима генерации (как это и сделано для расчётов, приведённых в разделе 3.1), то в случае периодических граничных условий для частиц важные процессы происходят именно вблизи границы, поэтому эффективная длина системы зависит от длины расчётной области. Это видно из сравнения графиков на рис. 3а и б: при увеличении длины расчётной области в 1,5 раза примерно во столько же раз возрастает характерный период следования элементов  $T$ . При выбранных параметрах расчётов величины  $T$  для нулевых и периодических граничных условий не слишком отличаются, поэтому инкремент и модуль скорости дрейфа частоты для этих случаев также близки.

Важно выяснить, в каких условиях рассмотренная модельная постановка задачи адекватна реальным условиям. Полный ответ на этот вопрос выходит за рамки данной работы и будет предметом более детального анализа. Предваряя этот анализ, напомним, что основное отличие реальной ситуации от нашей задачи состоит в неучтённом дополнительном набеге фазы при движении частиц от границы расчётной области до точки отражения от магнитной пробки. Очевидно, этот эффект минимален при условии, что длина области нелинейного взаимодействия близка к размаху баунс-осцилляций тех электронов, которые вносят основной вклад в генерацию.

Оценим условия, при которых длина баунс-осцилляций энергичных частиц  $l_b$  может быть порядка длины области генерации в режиме С-ЛОВ. Последнюю будем считать в несколько раз больше «линейной» длины  $l_{\text{ЛОВ}}$ :  $l_{\text{ген}} = \beta l_{\text{ЛОВ}}$ , где  $\beta \gtrsim 1$ . Размах баунс-осцилляций для параболической зависимости  $B(z)$  (11) определяется формулой

$$|z| \leq l_b, \quad l_b/a_B = |v_{\parallel L}/v_{\perp L}|. \quad (18)$$

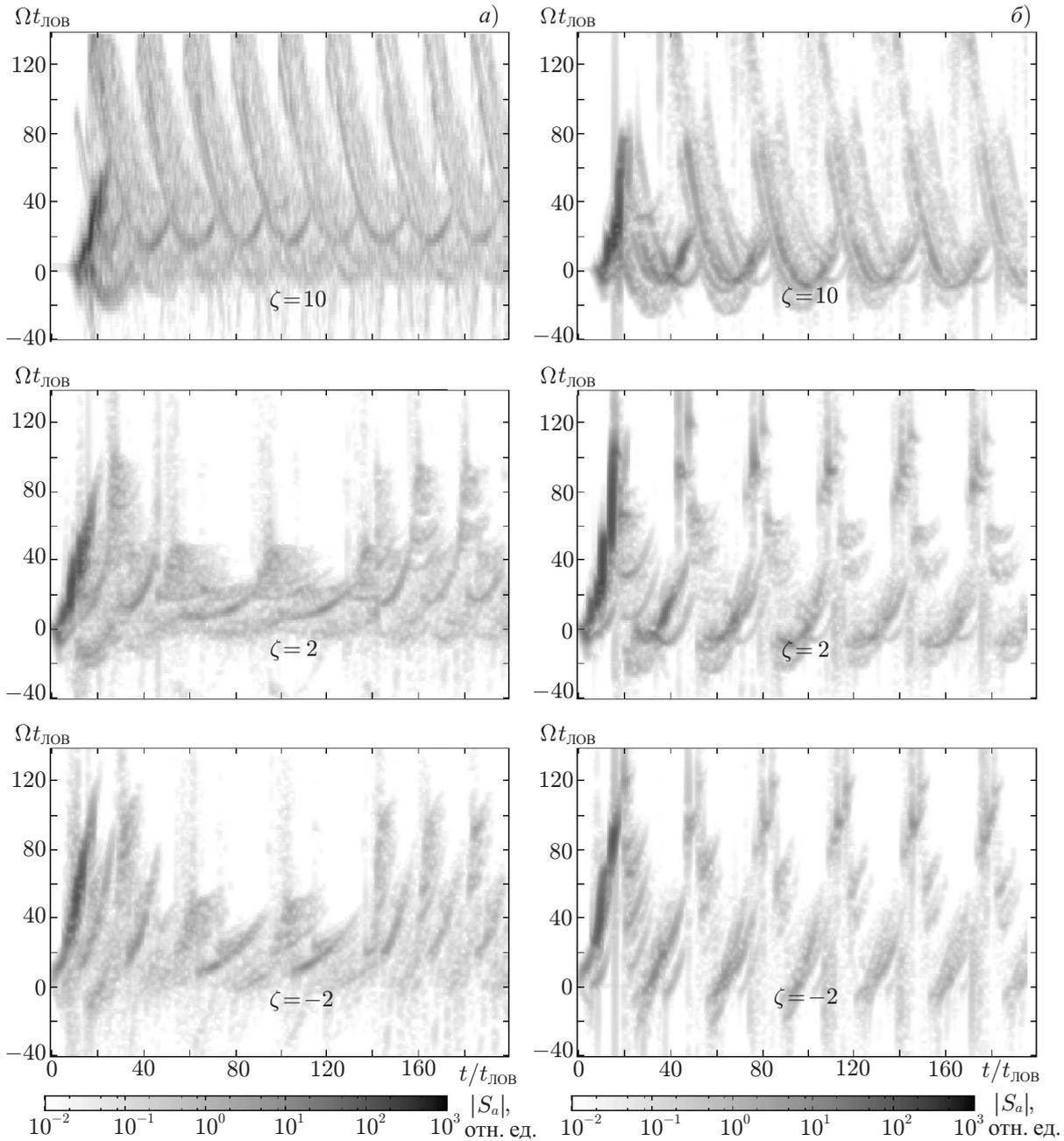


Рис. 3. Формирование понижающихся тонов в модели магнитосферной ЛОВ (С-ЛОВ) при задании периодических граничных условий для частиц, которые позволяют учесть фазовую группировку энергичных электронов на входе в область взаимодействия. Параметр превышения порога генерации  $q/q_{\text{thr}} \approx 12,7$ , координата  $\zeta$  указана на графиках. Панели (а) соответствуют результатам расчётов  $\zeta_m = 10$ , панели (б) — при  $\zeta_m = 15$ . Шкала спектральной амплитуды, показанная внизу, одинакова для всех графиков

Характерная поперечная скорость  $v_{\perp*}$  определяется видом функции распределения и может быть оценена по положению области значений  $v_{\perp L}$ , вносящих основной вклад в интеграл (7). Продольная скорость, очевидно, соответствует ступеньке на функции распределения и условию резонанса:

$$|v_{\parallel L}| = V_* = (\omega_{BL} - \omega)/k. \tag{19}$$

Используя дисперсионное соотношение для свистовых волн и выражение для длины С-ЛОВ, преобразуем равенство  $l_b = \beta l_{\text{ЛОВ}}$  к виду

$$\frac{v_{\perp*}}{V_*} \gtrsim \beta^{-1} \left( \frac{a_B \omega_{BL}}{V_*} \right)^{1/3} \approx 9,5 \beta^{-1} L^{1/3} N_c^{1/6} \frac{\tilde{\omega}^{1/6}}{(1 - \tilde{\omega})^{1/2}}, \quad (20)$$

где  $\tilde{\omega} = \omega/\omega_{BL}$ . Таким образом, условие генерации понижающихся тонов в С-ЛОВ может быть реализовано при достаточно большой поперечной скорости быстрых электронов по сравнению со скоростью на ступеньке, причём это отношение довольно слабо зависит от концентрации плазмы и параметра  $L$ . Если принять  $\beta = 10$ ,  $L = 4,4$ ,  $N_c = 50 \text{ см}^{-3}$ ,  $\tilde{\omega} = 0,3$ , то из (20) получаем оценку  $v_{\perp L}/V_* \gtrsim 2,9$ , т. е. условие генерации понижающихся тонов выполняется при достаточно низкой резонансной (продольной) скорости электронов по сравнению с их характерной поперечной скоростью.

Соотношение (20) можно переписать и в виде ограничения на концентрацию холодной плазмы:

$$N_c \gtrsim \frac{mc^2}{4\pi e^2 a_B^2} \tilde{\omega} \left( \frac{1 - \tilde{\omega}}{\beta} \frac{a_B \omega_{BL}}{v_{\perp*}} \right)^3. \quad (21)$$

Отсюда при выбранных выше параметрах и  $mv_{\perp*}^2/2 = 10 \text{ кэВ}$  имеем  $N_c \gtrsim 50 \text{ см}^{-3}$ .

#### 4. ОБСУЖДЕНИЕ И ВЫВОДЫ

Представленные в работе результаты расчётов системы уравнений, описывающей режим ЛОВ в магнитосферном циклотронном лазере, позволили подтвердить и дополнить представления о возможных механизмах формирования дискретных элементов с понижающейся частотой в хоровых излучениях.

В частности, впервые в расчётах получены понижающиеся тоны, обусловленные сохранением фазовой группировки энергичных частиц в процессе баунс-осцилляций в магнитной ловушке. На основании результатов расчётов можно сделать вывод, что элементы с понижающейся частотой формируются вблизи границ магнитосферной ЛОВ, если эти границы находятся достаточно близко от зоны разворота частиц, отражающихся от магнитных пробок, так что фазовая группировка, приобретённая частицами на предыдущем проходе области взаимодействия, не теряется за счёт дисперсии набега фазы вне этой области. Таким образом, получено количественное подтверждение механизма генерации хоровых излучений с понижающейся частотой, предложенного в [17] и основанного на высказанной ранее идее о роли циклотронного резонанса второго порядка в генерации волновых пакетов с переменной частотой [19, 25].

Эффект начальной группировки уменьшается по мере продвижения частиц к центру области взаимодействия (к геомагнитному экватору), и поэтому вблизи экватора наблюдаются излучения с повышающейся частотой, как и в отсутствие фазовой группировки на входе в область взаимодействия. Такая картина качественно соответствует выводу, сделанному в [18] на основании данных

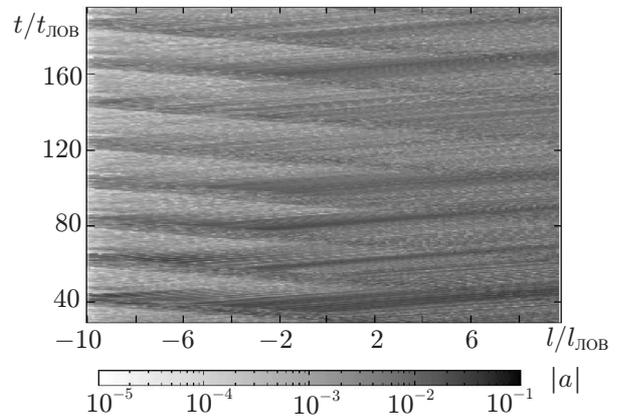


Рис. 4. Пространственно-временное распределение амплитуды волн в С-ЛОВ с периодическими граничными условиями для частиц. Параметр превышения порога генерации  $q/q_{\text{thr}} \approx 12,7$ ,  $\zeta_m = 10$

спутника OGO-3, а именно, что хоры с отрицательными наклонами ( $df/dt < 0$ ) гораздо реже наблюдаются в непосредственной близости от экватора, чем на некотором удалении от него.

Расчёты подтвердили полученный ранее результат [21, 22], что понижающиеся тоны могут также генерироваться и в отсутствие начальной группировки частиц по фазам, если концентрация энергичных частиц достаточно велика (в несколько раз выше, чем необходима для генерации дискретных элементов с повышающейся частотой). При этом за счёт большой амплитуды генерируемой волны фазовая группировка частиц формируется достаточно быстро на начальном этапе их движения в области взаимодействия, что в случае приэкваториальной области земной магнитосферы соответствует движению в сторону экватора, т.е. убывающего магнитного поля. Именно в этом случае, как отмечалось выше, циклотронное взаимодействие наиболее эффективно именно для волновых пакетов с понижающейся частотой, поскольку для них выполняется условие циклотронного резонанса второго порядка.

Понижающиеся тоны, полученные при большом превышении порога неустойчивости в С-ЛОВ, имеют намного более быстрый дрейф частоты и гораздо меньший характерный интервал следования импульсов, чем те, которые наблюдаются в расчётах с периодическими граничными условиями для частиц. Это можно объяснить сокращением эффективной длины С-ЛОВ (разбиением области нелинейного взаимодействия на элементарные генераторы) при увеличении параметра связи  $q$ .

При большом превышении порога, наряду с понижающимися тонами, в спектре выходного излучения С-ЛОВ присутствуют и элементы с растущей частотой, причём интервал между ними увеличивается с ростом параметра связи  $q$ . Формирование таких элементов, по-видимому, связано с работой всей области нелинейного взаимодействия как единого генератора, длина которого возрастает с ростом амплитуды волны.

Дальнейшее теоретическое исследование условий генерации хоровых ОНЧ излучений с повышающейся и понижающейся частотой требует перехода от модельных граничных условий для частиц, использованных в данной работе, к более точному учёту влияния баунс-осцилляций частиц в магнитной ловушке на характер генерируемых излучений. Представляет большой интерес целенаправленный анализ наблюдательных данных по хоровым излучениям с понижающейся частотой для определения условий их формирования.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект 08-02-00967), ОФН РАН (Программа фундаментальных исследований «Плазменные процессы в солнечной системе») и Миннауки РФ.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Trakhtengerts V. Y. // J. Geophys. Res. 1995. V. 100, No. 9. P. 17 205.
2. Trakhtengerts V. Y. // Ann. Geophys. 1999. V. 17, No. 1. P. 95.
3. Burtis W. J., Helliwell R. A. // Planet. Space Sci. 1976. V. 24. P. 1 007.
4. Сажин С. С., Титова Е. Е. // Геомагнетизм и аэрономия. 1977. Т. 16. С. 376.
5. Titova E. E., Kozelov B. V., Jiricek F., et al. // Ann. Geophys. 2003. V. 21, No. 5. P. 1 073.
6. Santolik O., Gurnett D. A., Pickett J. S., et al. // J. Geophys. Res. A. 2003. V. 108, No. 7. P. 1 278.
7. LeDocq M. J., Gurnett D. A., Hospodarsky G. B. // Geophys. Res. Lett. 1998. V. 25, No. 21. P. 4 063.
8. Parrot M., Santolik O., Cornilleau-Wehrlin N., et al. // Ann. Geophys. 2003. V. 21, No. 2. P. 473.
9. Demekhov A. G., Nunn D., Trakhtengerts V. Y. // Phys. Plasmas. 2003. V. 10, No. 11. P. 4 472.

10. Трахтенгерц В. Ю., Тагиров В. Р., Черноус С. А. // Геомагнетизм и аэрономия. 1986. Т. 26, № 1. С. 99.
11. Nunn D., Sazhin S. S. // Ann. Geophys. 1991. V. 9. P. 603.
12. Demekhov A. G., Trakhtengerts V. Y. // J. Geophys. Res. 1994. V. 99, No. 4. P. 5 831.
13. Trakhtengerts V. Y., Rycroft M. J., Demekhov A. G. // J. Geophys. Res. A. 1996. V. 101, No. 6. P. 13 293.
14. Omura Y., Katoh Y., Summers D. // J. Geophys. Res. A. 2008. V. 113, No. 4. Art. no. A04223.
15. Trakhtengerts V. Y., Demekhov A. G., Titova E. E., et al. // Phys. Plasmas. 2004. V. 11, No. 4. P. 1 345.
16. Демехов А. Г., Трахтенгерц В. Ю. // Изв. вузов. Радиофизика. 2005. Т. 48, № 9. С. 719.
17. Демехов А. Г., Трахтенгерц В. Ю. // Изв. вузов. Радиофизика. 2008. Т. 51, № 11. С. 977.
18. Inan U. S., Helliwell R. A., Kurth W. S. // J. Geophys. Res. A. 1983. V. 88, No. 8. P. 6 171.
19. Trakhtengerts V. Y., Hobaru Y., Demekhov A. G., Hayakawa M. // Phys. Plasmas. 1999. V. 6, No. 3. P. 692.
20. Demekhov A. G., Trakhtengerts V. Y., Hobaru Y., Hayakawa M. // Phys. Plasmas. 2000. V. 7, No. 12. P. 5 153.
21. Nunn D., Rycroft M. J., Trakhtengerts V. Y. // Ann. Geophys. 2005. V. 23, No. 12. P. 3 655.
22. Nunn D., Santolik O., Rycroft M. J., Trakhtengerts V. Y. // Ann. Geophys. 2009. V. 27, No. 6. P. 2 341.
23. Трахтенгерц В. Ю. Релаксация плазмы с анизотропным распределением по скоростям // Основы физики плазмы. Т. 2 / Под ред. А. А. Галева, Р. Н. Судана. М.: Энергоатомиздат, 1984. С. 498.
24. Nunn D. // Planet. Space Sci. 1986. V. 34, No. 5. P. 429.
25. Helliwell R. A. // J. Geophys. Res. 1967. V. 72. P. 4 773.
26. Карпман В. И., Истомин Я. Н., Шкляр Д. Р. // Plasma Phys. 1974. V. 16, No. 8. P. 685.
27. Истомин Я. Н. // Геомагнетизм и аэрономия. 1977. Т. 17, № 2. С. 359.
28. Trakhtengerts V. Y., Demekhov A. G., Hobaru Y., Hayakawa M. // J. Geophys. Res. A. 2003. V. 108, No. 4. P. 1 160.

Поступила в редакцию 23 декабря 2010 г.; принята в печать 1 марта 2011 г.

## ON THE GENERATION OF VLF EMISSIONS WITH THE INCREASING AND DECREASING FREQUENCY IN THE MAGNETOSPHERIC CYCLOTRON MASER IN THE REGIME OF BACKWARD WAVE OSCILLATOR

*A. G. Demekhov*

We study mechanisms of formation of falling tones in the dynamic spectrum of whistler-mode waves generated by energetic electrons in the Earth's magnetosphere when the backward-wave oscillator (BWO) regime is realized in the magnetospheric cyclotron maser. As was shown earlier, this regime allows one to explain many features of ELF/VLF chorus emissions in the magnetosphere, in particular, the generation of elements with discrete frequency spectrum, characterized by large growth rate and fast frequency drift. On the basis of numerical simulations of a simplified system of nonlinear equations describing the magnetospheric BWO dynamics under the assumption of small efficiency of wave-particle interactions we show that the falling tones are generated in the case where the generation region is shifted from the equatorial plane (geomagnetic-field minimum) upstream with respect to the motion of energetic electrons. In this case, the resonant electrons move towards the decreasing magnetic field in

*A. Г. Демехов*

693

the process of generation, hence, their longitudinal velocity increases, which corresponds to a decrease in the cyclotron-resonance frequency. Two mechanisms of the shift of the generation region from the equator are considered, i.e., (i) an increase in the linear instability growth rate (e. g., due to an increase in the energetic-electron density), and (ii) persistence of the phase bunching of the particles coming back to the generation region due to the bounce oscillations. We show that both these mechanisms can result in the formation of falling tones, but the properties of the generated emissions such as the frequency drift rate and characteristic time interval between the elements are different. The conditions of preserving the phase bunching due to the bounce oscillations are discussed. Probably this mechanism can operate in the case where the length of the generation region along the magnetic field is close to the characteristic bounce-oscillation length of energetic electrons which is realized for sufficiently high cold-plasma density in the generation region.