

Содержание

Алимов В. А., Рахлин А. В. Фазовые флуктуации радиоволн в режиме насыщенных мерцаний.....	275
Яцевич Е. И., Швец А. В., Рабинович Л. М., Николаенко А. П., Беляев Г. Г., Щекотов А. Ю. Результаты сравнения наблюдений шумановского резонанса с моделью одного мирового грозового центра.....	283
Афраймович Э. Л., Э. И. Астафьева, Кирюшкин В. В. Ионосферное возмущение в ближней зоне эпицентра землетрясения на острове Хоккайдо 25 сентября 2003 года.....	299
Троицкий А. В., Востоков А. В., Ошарин А. М. Поляризационные эффекты при рассеянии микроволнового излучения в летней облачной атмосфере.....	314
Тюхтин А. В. Влияние дисперсии диэлектрика на энергию излучения заряда, движущегося в вакуумном канале.....	327
Свеженцев А. Е. Эффективное вычисление функции Грина периодической решётки из листков магнитного тока, расположенных на поверхности металлического цилиндра.....	331
Власов С. Н., Копосова Е. В. Векторные волновые пучки. Изменение поляризации пучков электромагнитных волн при отражении от диэлектрической пластины.....	340
Шрамкова О. В. Влияние диссипативных процессов на распространение экситонов и плазмонов в слоисто-периодических структурах.....	349
Королёв А. В., Силаев А. М. Алгоритм Витерби для моделей скрытых марковских процессов с неизвестным моментом появления скачка параметров.....	358

УДК 621.371

ФАЗОВЫЕ ФЛУКТУАЦИИ РАДИОВОЛН В РЕЖИМЕ НАСЫЩЕННЫХ МЕРЦАНИЙ

В. А. Алимов, А. В. Рахлин

Научно-исследовательский радиофизический институт, г. Нижний Новгород, Россия

Рассмотрен вопрос о фазовых флуктуациях радиоволн за сильным фазовым экраном и в толстом слое. Показано, что распределение флуктуаций фазы принимаемого излучения в точке наблюдения, расположенной в зоне насыщенных мерцаний за турбулентным фазовым экраном, практически совпадает с нормальным распределением фазовых флуктуаций волны на экране. При этом амплитудные и фазовые флуктуации принимаемого излучения некоррелированы как при одиночном приёме, так и при разнесении точек наблюдения на расстояния, превышающие характерный пространственный масштаб дифракционной компоненты комплексного поля принимаемого сигнала. Получены выражения для среднего квадрата и структурной функции фазовых флуктуаций радиоволн за турбулентным фазовым экраном в режиме насыщенных мерцаний. Показано, что структурная функция флуктуаций фазы в дифракционной компоненте рассеянного поля, которая и формирует насыщенные мерцания принимаемого излучения, практически совпадает со структурной функцией фазовых флуктуаций на экране. Показано также, что при расчётах статистических характеристик фазовых флуктуаций плоской волны в зоне насыщенных мерцаний в толстом слое с крупномасштабными неоднородностями показателя преломления можно не учитывать дифракционные эффекты, а соответствующие расчёты следует вести в геометрооптическом приближении.

В последнее время для диагностики околоземной и космической плазмы стали применяться прямые методы определения статистических характеристик флуктуаций фазы радиоволн (см., например, [1] и цитированную там литературу). Вместе с тем, как отмечается в [2], теоретические аспекты проблемы фазовых флуктуаций радиоволн в случайно-неоднородных средах ещё недостаточно изучены. В частности, до конца не решена задача о фазовых флуктуациях дифракционной компоненты рассеянного поля за турбулентным фазовым экраном в режиме насыщенных мерцаний [2]. Фактически такая задача рассматривалась ранее в [3] и была сведена к задаче о распределении фазовых флуктуаций нормального случайного процесса (см., также [4, 5]). Решение её хорошо известно: фазовые флуктуации рассеянного поля в зоне Фраунгофера имеют равномерное распределение на интервале $[0, 2\pi]$ (см. [3, 4]). Но дело в том, что сильные флуктуации фазы рассеянного поля в зоне Фраунгофера значительно превосходят 2π , и корректное описание возможно лишь при их анализе, строго говоря, на всём бесконечном интервале значений фазы. При подходе, развитом в [5], такой анализ принципиально невозможен. Необходимо иное решение задачи, основанное на анализе конкретной радиофизической ситуации, связанной с особенностями фазовых флуктуаций радиоволн в режиме насыщенных мерцаний за турбулентным фазовым экраном. К анализу этой ситуации мы сейчас и перейдём.

1. МОДИФИЦИРОВАННОЕ КОМПЛЕКСНОЕ ПОЛЕ

Рассмотрим следующую модельную задачу. Пусть плоская волна нормально падает на оптически тонкий неоднородный слой с крупномасштабными флуктуациями фазы $s(\boldsymbol{\rho})$ (фазовый экран) и принимается на расстоянии z за экраном. Тогда для комплексного поля в точке наблюдения с координатами $(\boldsymbol{\rho}, z)$ можно записать следующее равенство [4]:

$$E(\boldsymbol{\rho}, z) = \frac{k \exp(ikz)}{2\pi iz} \int_{-\infty}^{+\infty} d\boldsymbol{\rho}' E_0(\boldsymbol{\rho}', 0) \exp[ik(\boldsymbol{\rho}' - \boldsymbol{\rho})^2 / (2z)]. \quad (1)$$

В. А. Алимов, А. В. Рахлин

275

Здесь

$$E_0(\boldsymbol{\rho}, 0) = A_0 \exp[is(\boldsymbol{\rho})] \quad (2)$$

— поле волны на экране, A_0 — амплитуда падающей волны,

$$E(\boldsymbol{\rho}, z) = A(\boldsymbol{\rho}, z) \exp[i\varphi(\boldsymbol{\rho}, z)], \quad (3)$$

где $A(\boldsymbol{\rho}, z)$ и $\varphi(\boldsymbol{\rho}, z)$ — амплитуда и фаза комплексного поля сигнала в точке наблюдения соответственно; $k = 2\pi/\lambda$ — волновое число, λ — длина волны.

Далее мы будем интересоваться свойствами комплексной амплитуды модифицированного поля

$$E_M(\boldsymbol{\rho}, z) = E(\boldsymbol{\rho}, z) \exp[-is(\boldsymbol{\rho})] \exp[-i(kz - \pi/2)]. \quad (4)$$

Для среднего значения величины $E_M(\boldsymbol{\rho}, z)$ находим (см. (1), (4))

$$\overline{E}_M(z) = \frac{k}{2\pi z} \int_{-\infty}^{+\infty} d\boldsymbol{\rho}' \exp[-D_s(\boldsymbol{\rho}' - \boldsymbol{\rho})/2] \exp[ik(\boldsymbol{\rho}' - \boldsymbol{\rho})^2/(2z)]. \quad (5)$$

Входящая в это соотношение структурная функция фазовых флуктуаций на экране $D_s(\boldsymbol{\rho})$ в случае изотропной турбулентности неоднородного слоя с показателем p равна [2]

$$D_s(\boldsymbol{\rho}) = D_s(\sqrt{z/k}) (\boldsymbol{\rho}/\sqrt{z/k})^{p-2}, \quad (6)$$

где $D_s(\sqrt{z/k})$ — структурная функция флуктуаций фазы радиоволны на масштабе первой зоны Френеля $\rho = \sqrt{z/k}$.

В режиме насыщенных мерцаний, когда $D_s(\sqrt{z/k}) \gg 1$ [2], для среднего значения модифицированного комплексного поля с учётом (5), (6) получаем следующее простое выражение:

$$\overline{E}_M(z) \approx k\rho_{\text{кор}}^2/z, \quad (7)$$

где $\rho_{\text{кор}} = \sqrt{z/k}/[D_s(\sqrt{z/k})]^{1/(p-2)}$ — характерный пространственный масштаб дифракционной составляющей комплексного поля принимаемого сигнала [2].

Используя соотношения (1) и (5)–(7), можно убедиться, что в режиме насыщенных мерцаний ($D_s(\sqrt{z/k}) \gg 1$) уже при сравнительно небольшом пространственном разнесении точек наблюдения ($|\boldsymbol{\rho}_1 - \boldsymbol{\rho}_2| > \rho_{\text{кор}}$) для функции пространственной когерентности модифицированного комплексного поля справедливо следующее простое выражение:

$$\overline{E_M(\boldsymbol{\rho}_1, z)E_M^*(\boldsymbol{\rho}_2, z)} \approx \overline{E}_M(z)\overline{E}_M^*(z) \approx (k\rho_{\text{кор}}^2/z)^2. \quad (8)$$

Соотношения (7), (8) свидетельствуют, что модифицированное комплексное поле $E_M(\boldsymbol{\rho}, z)$, отличающееся от истинного поля принимаемого сигнала $E(\boldsymbol{\rho}, z)$ лишь отсутствием в нём флуктуационного набега фазы волны на экране над точкой приёма (см. (4)), обладает свойствами детерминированного комплексного поля при дифракции плоской волны на отверстии с характерным масштабом $\rho = \rho_{\text{кор}}$.

2. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ФЛУКТУАЦИЙ ФАЗЫ

Обратимся теперь к исходному соотношению (1) для текущего значения комплексного поля $E(\rho, z)$. Без ограничения общности нашей задачи положим $\rho = 0$. Тогда комплексная амплитуда во френгоферовой зоне ($k\rho_{\text{кор}}^2/z \ll 1$) может быть представлена в следующем виде (ср. [4], стр. 83):

$$E(\rho, z) \approx \frac{k}{2\pi z} \int_{-\sqrt{z/k}}^{\sqrt{z/k}} d\rho_1 \exp[is(\rho_1)]. \quad (9)$$

Для простоты и бóльшей наглядности результата от соотношения (9) перейдём к его приближённому выражению в дискретном виде:

$$E(z) \approx \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \exp(is_k) \equiv \frac{1}{N} \left[\left(\sum_{k=1}^N \cos s_k \right) + i \left(\sum_{k=1}^N \sin s_k \right) \right]. \quad (10)$$

Здесь приняты следующие обозначения: $N = z/(k\rho_{\text{кор}}^2)$ — число лучей (дискретных компонент) в точке приёма от отдельных некоррелированных двумерных неоднородностей комплексного поля волны на экране с характерным масштабом $\rho_{\text{кор}}$, s_k — флукуационный набег фазы волны для k -й компоненты поля на экране. В дальнейшем будем предполагать, как это обычно принято для случая сильного фазового экрана, что все величины s_k имеют нормальное распределение со средними значениями $\bar{s}_k = 0$ и дисперсиями $\bar{s}_k^2 = \sigma_s^2 \gg 1$ [4].

Введём понятие модифицированного комплексного поля (ср. (4)):

$$\begin{aligned} E_M(z) = A_M \exp(i\varphi_M) = \exp(-is_1) E(z) &= \frac{1}{N} \left[1 + \sum_{k=2}^N \exp[i(s_k - s_1)] \right] = \\ &= \frac{1}{N} \left[1 + \sum_{k=2}^N \cos(s_k - s_1) + i \sum_{k=2}^N \sin(s_k - s_1) \right]. \end{aligned} \quad (11)$$

Из соотношения (11) следует, что амплитуда $A_M = |E_M(z)|$ модифицированной компоненты поля $E_M(z)$ равна амплитуде $A = |E(z)|$ комплексного поля принимаемого сигнала, а фаза $\varphi_M = \arctg[\text{Im } E_M(z)/\text{Re } E_M(z)]$ в рамках только что сделанных предположений относительно статистических свойств величины s_k равна нулю (см. приложение). Соответственно, фаза φ комплексного поля принимаемого сигнала (см. (3) и (11)) равна s_1 , т. е. совпадает с фазой комплексного поля на выходе экрана¹.

С учётом указанных выше статистических свойств величин s_k и соотношения (10) среднее поле принимаемого сигнала равно

$$\bar{E} = \overline{A \exp(i\varphi)} \approx \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \overline{\exp(is_k)} \approx 0. \quad (12)$$

Соответственно, функция пространственной когерентности принимаемого излучения равна

$$\overline{E_1 E_2^*} = \overline{A_1 A_2 \exp[i(\varphi_1 - \varphi_2)]} \approx \frac{1}{N^2} \sum_{k=1}^N \sum_{m=1}^N \overline{\exp[i(s_k - s_m)]} \approx 0. \quad (13)$$

¹ В отличие от фазы модифицированного комплексного поля, прямое определение фазы φ принимаемого сигнала из соотношения (10) невозможно, поскольку функция $\arctg[\text{Im } E(z)/\text{Re } E(z)]$ в нашем случае не определена.

Следовательно, флуктуации амплитуды и фазы (точнее, косинуса и синуса фазы) принимаемого излучения некоррелированы, как некоррелированы флуктуации амплитуды и разности фаз в точках, разнесённых на расстояние $|\rho| = |\rho_1 - \rho_2| > \rho_{\text{кор}}$.

Итак, резюмируя, можно сказать, что фаза комплексного поля принимаемого излучения в точке наблюдения, расположенной в зоне насыщенных мерцаний за турбулентным фазовым экраном, определяется статистическими свойствами фазы волны на экране. В нашем случае она имеет нормальное распределение с нулевым средним значением ($\overline{\varphi} = 0$) и дисперсией $\overline{\varphi^2} = \sigma_\varphi^2 \gg 1$. Соответственно, разность фаз комплексных полей в пространственно-разнесённых точках $\Delta\varphi_{12} = \varphi_1 - \varphi_2$ также нормально распределена с нулевым средним значением ($\overline{\Delta\varphi_{12}} = 0$) и дисперсией $(\overline{\Delta\varphi_{12}})^2 = D_\varphi(\rho)$. При этом амплитудные и фазовые флуктуации принимаемого излучения в режиме насыщенных мерцаний некоррелированы как при одиночном приёме, так и при пространственном разнесении точек наблюдения на расстояние $|\rho| = |\rho_1 - \rho_2| > \rho_{\text{кор}}$.

3. СТРУКТУРНАЯ ФУНКЦИЯ ФАЗОВЫХ ФЛУКТУАЦИЙ

Учитывая полученный в разделе 2 результат и то обстоятельство, что в режиме насыщенных мерцаний флуктуации амплитуды принимаемого сигнала распределены по закону Релея со средним значением $\overline{A} = \sqrt{\pi/4} A_0$ [3, 4], из соотношений (1)–(3) легко получить следующие равенства для среднего поля и функции пространственной когерентности принимаемого излучения:

$$\overline{E} = A_0 \exp(-\overline{s^2}/2) \approx \sqrt{\pi/4} A_0 \exp(-\overline{\varphi^2}/2), \quad (14)$$

$$\overline{E_1 E_2^*} = A_0^2 \exp[-D_s(\rho)/2] \approx \frac{\pi}{4} A_0^2 \exp[-D_\varphi(\rho)/2]. \quad (15)$$

Из соотношений (14), (15) следует, что средний квадрат фазовых флуктуаций принимаемого излучения за сильным фазовым экраном ($\overline{s^2} \gg 1$) в зоне насыщенных мерцаний практически равен среднему квадрату флуктуаций фазы волны на экране:

$$\overline{\varphi^2} \approx \overline{s^2} - 0,25 \approx \overline{s^2}. \quad (16)$$

Соответственно, структурная функция фазовых флуктуаций принимаемого излучения при пространственном разнесении точек наблюдения на расстояние $|\rho| > \rho_{\text{кор}}$ в зоне насыщенных мерцаний ($D_s(\sqrt{z/k}) \gg 1$, $D_s(\rho_{\text{кор}}) \approx 1$ [2]) незначительно отличается от структурной функции фазовых флуктуаций на экране:

$$D_\varphi(\rho) \approx D_s(\rho) - 0,5 \approx D_s(\rho). \quad (17)$$

Учитывая последнее равенство, а также соответствующие результаты расчётов структурной функции фазовых флуктуаций в [2], в режиме насыщенных мерцаний для структурной функции флуктуаций фазы излучения, принимаемого за турбулентным фазовым экраном, можно записать следующее приближённое равенство:

$$D_\varphi(\rho) \approx \begin{cases} D_s(\rho), & \rho > \rho_{\text{кор}}; \\ -\frac{1}{2} D_s(\rho) \ln[D_s(\rho)], & \rho < \rho_{\text{кор}}. \end{cases} \quad (18)$$

Таким образом, можно констатировать, что структурная функция флуктуаций фазы в дифракционной компоненте рассеянного поля, которая формирует насыщенные мерцания принимаемого излучения [2, 6], практически совпадает со структурной функцией фазовых флуктуаций на экране.

С учётом известной аналогии между методами параболического уравнения и рефракционного рассеяния радиоволн в случайно-неоднородных средах [7] следует ожидать, что полученные выше результаты для фазовых флуктуаций радиоволн за сильным турбулентным фазовым экраном будут справедливы и для флуктуаций фазы первоначально плоской волны в зоне насыщенных мерцаний в статистически однородной протяжённой среде с крупномасштабными случайными неоднородностями показателя преломления.

4. ФАЗОВЫЕ ФЛУКТУАЦИИ ВОЛНЫ В ТОЛСТОМ СЛОЕ

В зоне насыщенных мерцаний комплексное поле $E(\boldsymbol{\rho}, z)$ излучения, прошедшего толстый слой с крупномасштабными неоднородностями, имеет нормальное распределение амплитуды с нулевым средним значением [4, 8]. Соответственно, коэффициент пространственной корреляции флуктуаций амплитуды $A(\boldsymbol{\rho}, z)$ этого поля равен [8, 9]

$$R_A(\rho) \approx R_0^2, \quad (19)$$

где R_0 — коэффициент пространственной корреляции флуктуаций комплексного поля. В случае дифракции плоской волны в толстом слое, как и при дифракции её на фазовом экране (см. (15)), коэффициент корреляции равен [4, 7]

$$R_0 = \overline{E_1 E_2^*} = \exp[-D_s(\rho)/2], \quad (20)$$

а структурная функция фазовых флуктуаций $D_s(\rho)$, в свою очередь, равна [4, 7]

$$D_s(\rho) \approx 2\overline{s^2} [1 - R_s(\rho)]. \quad (21)$$

Здесь $\overline{s^2}$ — средний квадрат флуктуаций фазы волны в плоскости наблюдения, рассчитываемый в геометрикооптическом приближении [4, 7], $R_s(\rho)$ — коэффициент фазовых флуктуаций волны [4, 7].

В случае изотропного и дифференцируемого случайного поля фазы $s(\rho)$ в слое с учётом того обстоятельства, что в зоне насыщенных мерцаний $\overline{s^2} \gg 1$, поскольку $\overline{E} = \exp[-\overline{s^2}/2] \approx 0$ [4, 7], из соотношений (19)–(21) находим (ср. [4])

$$R_A(\rho) \approx \exp[-\overline{s^2} |R_s''(0)| \rho^2] \equiv \exp[-(\rho/l_E)^2], \quad (22)$$

где $l_E = l/\sqrt{\overline{s^2}}$; $l = [|R_s''(0)|]^{-1/2}$ — характерный масштаб флуктуаций фазы волны в случайно-неоднородной среде.

Итак, характерный масштаб пространственной корреляции флуктуаций амплитуды $A(\boldsymbol{\rho}, z)$ при распространении плоской волны вдоль оси z в статистически однородной среде с крупномасштабными неоднородностями диэлектрической проницаемости $\varepsilon_1(\boldsymbol{\rho}, z)$, как при дифракции её на фазовом экране, в зоне насыщенных мерцаний равен $l_E = l/\sqrt{\overline{s^2}}$. При этом комплексное поле $E(\boldsymbol{\rho}, z)$ в среде удовлетворяет параболическому уравнению [4]

$$2ik \frac{\partial E(\boldsymbol{\rho}, z)}{\partial z} + \Delta_{\perp} E(\boldsymbol{\rho}, z) + k^2 \varepsilon_1(\boldsymbol{\rho}, z) E(\boldsymbol{\rho}, z) = 0 \quad (23)$$

с граничным условием $E(\boldsymbol{\rho}, 0) \equiv 1$; здесь Δ_{\perp} — лапласиан по поперечной координате $\boldsymbol{\rho}$.

Решение уравнения (23) будем искать в виде (ср. (3))

$$E(\boldsymbol{\rho}, z) = A(\boldsymbol{\rho}, z) \exp[is(\boldsymbol{\rho}, z)]. \quad (24)$$

Здесь фаза комплексного поля в плоскости наблюдения $\varphi(\boldsymbol{\rho}, z)$ (см. (3)) принята равной фазе волны $s(\boldsymbol{\rho}, z)$, рассчитанной в геометрикооптическом приближении [4]:

$$s(\boldsymbol{\rho}, z) = \frac{k}{2} \int_0^z \varepsilon_1(\boldsymbol{\rho}, z') dz'. \quad (25)$$

Подставляя соотношение (24) в (23), с учётом (25) получаем следующее уравнение:

$$\Delta_{\perp} A - (\nabla_{\perp} s)^2 A + 2ik \frac{\partial A}{\partial z} + iA (\Delta_{\perp} s) + 2i (\nabla_{\perp} A \nabla_{\perp} s) = 0. \quad (26)$$

Первые два слагаемых в (26) приблизительно равны по величине и противоположны по знаку, поскольку в зоне насыщенных мерцаний (см. выше) $\Delta_{\perp} A \sim A/l_E^2$, а $(\nabla_{\perp} s)^2 \sim 1/l_E^2$. В результате уравнение (26) после умножения его на A сводится к известному выражению для закона сохранения энергии в приближении параболического уравнения [4]:

$$k \frac{\partial}{\partial z} (A^2) + \nabla_{\perp} (A^2 \nabla_{\perp} s) = 0. \quad (27)$$

Таким образом, можно считать, что выражение (24) является решением параболического уравнения (23) в зоне насыщенных мерцаний в случае дифракции плоской волны в статистически однородной среде с крупномасштабными неоднородностями. При этом фаза комплексного поля излучения в плоскости наблюдения $\varphi(\boldsymbol{\rho}, z)$ совпадает с фазой волны $s(\boldsymbol{\rho}, z)$, рассчитываемой в геометрикооптическом приближении. Другими словами, для случая дифракции плоской волны в толстом слое с крупномасштабными неоднородностями в зоне насыщенных мерцаний при расчётах статистических характеристик фазы комплексного поля принимаемого излучения $\varphi(\boldsymbol{\rho}, z)$ можно не учитывать дифракционные эффекты, а непосредственно использовать геометрикооптическое приближение (25) для фазы волны. Этот вывод находится в хорошем согласии с высказанной ещё много лет назад в работе [10] гипотезой о несущественной роли дифракционных эффектов при расчётах флуктуаций фазы волны в зоне насыщенных мерцаний принимаемого излучения при распространении его в случайно-неоднородной среде с крупномасштабными неоднородностями показателя преломления.

Работа выполнена в рамках проекта РФФИ 03-02-17303.

ПРИЛОЖЕНИЕ. РАСЧЁТ ФАЗЫ φ_M МОДИФИЦИРОВАННОГО КОМПЛЕКСНОГО ПОЛЯ E_M

Из соотношения (11) имеем

$$\varphi_M = \operatorname{arctg} \left\{ \frac{\operatorname{Im} E_M(z)}{\operatorname{Re} E_M(z)} \right\} = \operatorname{arctg} \left[\frac{\sum_{k=2}^N \sin(s_k - s_1)}{1 + \sum_{k=2}^N \cos(s_k - s_1)} \right]. \quad (\text{П.1})$$

Числитель в соотношении (П.1) можно записать в следующем виде:

$$\begin{aligned}
\sum_{k=2}^N \sin(s_k - s_1) &\equiv N \frac{1}{N} \left[\frac{\sum_{k=2}^N \{\exp[i(s_k - s_1)] - \exp[-i(s_k - s_1)]\}}{2i} \right] = \\
&= \frac{N}{2i} \left\{ \exp(-is_1) \left[\frac{1}{N} \sum_{k=2}^N \exp(is_k) \right] - \exp(is_1) \left[\frac{1}{N} \sum_{k=2}^N \exp(-is_k) \right] \right\} \approx \\
&\approx N \exp(-\overline{s^2}/2) \left[\frac{\exp(-is_1) - \exp(is_1)}{2i} \right] \equiv -N \exp(-\overline{s^2}/2) \sin(s_1). \quad (\text{П.2})
\end{aligned}$$

Знаменатель в соотношении (П.1), соответственно, будет иметь вид

$$1 + \sum_{k=2}^N \cos(s_k - s_1) \approx 1 + N \exp(-\overline{s^2}/2) \cos(s_1). \quad (\text{П.3})$$

При выводе соотношений (П.2), (П.3) учтено, что все величины s_k имеют нормальное распределение с нулевым средним значением и дисперсией, равной среднему значению квадрата флуктуаций фазы волны на экране $\overline{s^2}$.

Подставляя (П.2) и (П.3) в (П.1), получаем

$$\varphi_M \approx \text{arctg} \left[\frac{-N \exp(-\overline{s^2}/2) \sin(s_1)}{1 + N \exp(-\overline{s^2}/2) \cos(s_1)} \right]. \quad (\text{П.4})$$

Из соотношения (П.4) следует, что при

$$F = N \exp(-\overline{s^2}/2) \ll 1, \quad (\text{П.5})$$

фазу φ_M модифицированного комплексного поля E_M можно считать равной нулю.

В режиме насыщенных флуктуаций (см. (7), (10))

$$N = \frac{z}{k \rho_{\text{кор}}^2} \approx \frac{z}{k} \frac{[D_s(\sqrt{z/k})]^{2/(p-2)}}{z/k} = [D_s(\sqrt{z/k})]^{2/(p-2)}. \quad (\text{П.6})$$

При колмогоровском спектре турбулентности ($p = 11/3$) $N \approx D_s(\sqrt{z/k})$, и соотношение (П.5) принимает вид:

$$F = \left[D_s \left(\sqrt{\frac{z}{k}} \right) \right] \exp(-\overline{s^2}/2) \approx \exp \left\{ -\frac{D_s(l_0)}{4} + \ln \left[D_s \left(\sqrt{\frac{z}{k}} \right) \right] \right\}. \quad (\text{П.7})$$

При выводе (П.7) учтено, что $\overline{s^2} = 2D_s(\infty) \approx 2D_s(l_0)$, где $D_s(l_0)$ — значение структурной функции фазовых флуктуаций на внешнем масштабе l_0 неоднородностей экрана [4]. Обычно $l_0 > \sqrt{z/k}$ и, соответственно, $D_s(l_0) > D_s(\sqrt{z/k})$. Тогда учитывая, что в режиме насыщенных мерцаний $D_s(\sqrt{z/k}) \gg 1$ [2], имеем $D_s(l_0) \gg \ln[D_s(\sqrt{z/k})]$, а следовательно (см. (П.7)), необходимое условие (П.5) выполнено.

Таким образом, в зоне насыщенных мерцаний за турбулентным фазовым экраном фаза φ_M модифицированного комплексного поля E_M равна нулю.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Яковлев О. И. Космическая радиофизика. М.: Научная книга, 1998.
2. Алимов В. А., Рахлин А. В. // Изв. вузов. Радиофизика. 2005 (в печати).
3. Денисов Н. Г. // Изв. вузов. Радиофизика. 1961. Т. 4, № 4. С. 630.
4. Рытов С. М., Кравцов Ю. А., Татарский В. И. Введение в статистическую радиофизику. Т. 2. М.: Наука, 1978.
5. Левин Б. Р. Теоретические основы статистической радиотехники. Т. 1. М.: Сов. радио, 1974.
6. Gochelashvily K. S., Shishov V. I. // Optica Acta. 1991. V. 18, No. 4. P. 313.
7. Алимов В. А. // Изв. вузов. Радиофизика. 1995. Т. 38, № 11. С. 1118.
8. Прохоров А. М., Бункин Ф. В., Гочелашвили К. С., Шишов В. И. // УФН. 1974. Т. 114, № 3. С. 415.
9. Ахманов С. А., Дьяков Ю. Е., Чиркин А. С. Введение в статистическую радиофизику и оптику. М.: Наука, 1981.
10. Барабаненков Ю. Н., Кравцов Ю. А., Рытов С. М., Татарский В. И. // УФН. 1970. Т. 102, № 1. С. 3.

Поступила в редакцию 22 марта 2004 г.; принята в печать 13 октября 2004 г.

**PHASE FLUCTUATIONS OF RADIO WAVES
IN THE SATURATED-SCINTILLATION REGIME**

V. A. Alimov and A. V. Rakhlin

We consider the problem of phase fluctuations of radio waves behind a strong phase screen and in a thick layer. It is shown that the phase-fluctuation distribution of the received radiation at an observation point located in the saturated-scintillation area behind a turbulent phase screen is almost identical to the normal distribution of phase fluctuations of the wave on the screen. Amplitude and phase fluctuations of the received radiation are uncorrelated both for single-point and space-diversity reception if, in the latter case, the distance between the observation points exceeds the spatial scale of the diffraction component of the complex field of the received signal. Expressions for the mean square and the structure function of phase fluctuations of radio waves behind a turbulent phase screen in the saturated-scintillation regime are obtained. It is shown that the structure function of phase fluctuations in the diffraction component of the scattered field, which is exactly the function that forms saturated scintillations of the received radiation, almost coincides with the structure function of phase fluctuations on the screen. It is also shown that the diffraction effects can be neglected and the geometric-optical approximation should be used when calculating statistical characteristics of phase fluctuations of a plane wave in the saturated-scintillation area in a thick layer with large-scale refractive-index inhomogeneities.

УДК 550.388.2

РЕЗУЛЬТАТЫ СРАВНЕНИЯ НАБЛЮДЕНИЙ ШУМАНОВСКОГО РЕЗОНАНСА С МОДЕЛЬЮ ОДНОГО МИРОВОГО ГРОЗОВОГО ЦЕНТРА

*Е. И. Яцевич*¹, *А. В. Швец*¹, *Л. М. Рабинович*¹, *А. П. Николаенко*¹,
*Г. Г. Беляев*², *А. Ю. Щекотов*²

¹ Институт радиофизики и электроники им. А. Я. Усикова НАН Украины, г. Харьков, Украина

² Институт земного магнетизма, ионосферы и распространения радиоволн РАН,
г. Троицк Московской обл., Россия

Проведена обработка непрерывных двухгодичных записей сигналов шумановского резонанса. Получены оценки суточных и сезонных изменений интегрального уровня активности в мировых грозных центрах. Выполнены расчёты поля в модели грозовой активности, сосредоточенной в малой круговой области (модель одного источника). Проведено сравнение экспериментальных и модельных данных, определено положение максимума мировой грозовой активности. Показано, что для более точной интерпретации данных эксперимента кроме одного источника необходимо ввести фоновое излучение, которое остаётся примерно постоянным в течение суток и приблизительно равно интенсивности компактного источника.

ВВЕДЕНИЕ

Основным источником естественного шума в области частот шумановского резонанса ($4 \div 40$ Гц) является радиоизлучение гроз. Как было показано ещё в первых экспериментальных работах [1], вариации амплитуд шумановского резонанса отражают суточные и сезонные изменения мировой грозовой активности. Поэтому измерение шумановского резонанса в одном или нескольких пунктах наблюдения стало удобным инструментом изучения мировой грозовой активности [2–5].

При изучении шумановского резонанса обычно ведутся измерения вертикальной электрической (E_r) и горизонтальной магнитной (H_φ) компонент поля, т. к. только эти компоненты распространяются в диапазоне частот до 1 кГц.

Известно, что грозовая активность на Земле сосредоточена в основном в приэкваториальной зоне, где особенно активны три континентальных мировых грозовых центра, расположенных в Азии, Африке и Южной Америке. Пространственное распределение гроз в течение суток изменяется, следуя за перемещением вечернего терминатора, при этом максимум активности приходится приблизительно на 16 часов местного времени. Так, например, для наблюдателя, находящегося в Европе, максимум активности гроз в Азии будет наблюдаться в утренние часы, африканский грозовой центр будет наиболее активен днём, а южноамериканский — вечером. Пространственное распределение гроз зависит и от времени года. В результате перераспределения гроз (в течение суток, в течение года) изменяется среднее расстояние между приёмником и источником, а также направление прихода радиоволн, что вызывает периодические изменения в амплитуде сигнала, пиковых частотах и добротности отдельных резонансных модов.

Интенсивность сигнала в диапазоне шумановского резонанса зависит не только от интенсивности источников, но и от свойств резонатора Земля—ионосфера. Анизотропия ионосферы, возникающая под влиянием геомагнитного поля, геомагнитные возмущения, различного вида неоднородности ионосферы (полярная неоднородность, граница день—ночь) — всё это влияет на принимаемый радиосигнал. В данной работе резонатор Земля—ионосфера будет предполагаться

однородным и изотропным. Анизотропия и неоднородности, как было показано в работе [6], мало влияют на интенсивность поля, поэтому мы пренебрегаем их влиянием. Геомагнитные возмущения часто связаны с появлением мощных периодических пульсаций на частотах ниже шумановского резонанса. Такие возмущения легко обнаруживаются на первом этапе обработки данных, поскольку они вызывают подъём в низкочастотной области спектров, и такие спектры отбраковываются, как и спектры, искажённые локальными помехами, связанными с погодой, близкими грозами и т. д. Процедура отбраковки записей подробно описана в работе [7].

Суточные и сезонные вариации грозовой активности принято интерпретировать с помощью вариаций интенсивностей компонент поля.

В работе приведены средние за месяц суточные вариации интенсивностей компонент магнитного поля H_x и H_y , полученные в результате двухгодичных непрерывных наблюдений шумановского резонанса. Здесь H_x и H_y — ортогональные составляющие (запад—восток, север—юг) горизонтального магнитного поля. Интенсивность компоненты мы будем определять как интеграл от энергетического спектра в полосе частот от 5 до 22 Гц, охватывающей первые три мода шумановского резонанса.

Проведено сравнение экспериментальных данных с моделью одного источника, перемещающегося вдоль экватора в направлении движения терминатора. Модельные расчёты выполнялись для широкого диапазона параметров, описывающих как суточные, так и сезонные перемещения источника. Показано, что наблюдаемые вариации интенсивности сигнала удовлетворительно интерпретируются. Для более точного описания интенсивности кроме вариаций амплитуды одного источника в модель необходимо также ввести дополнительное фоновое излучение.

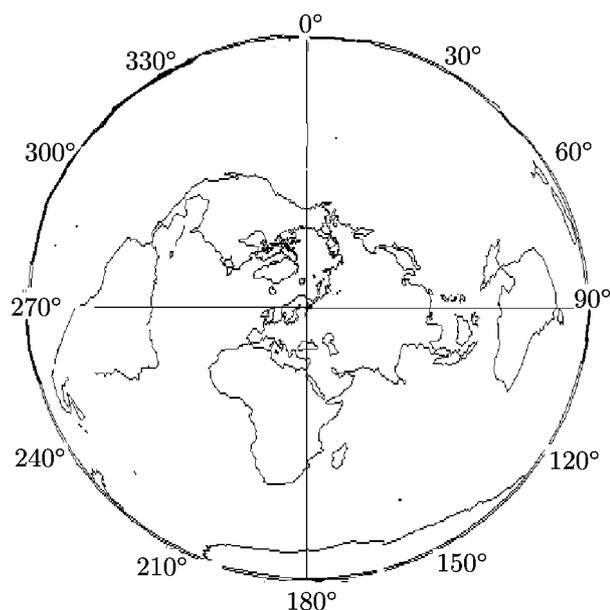


Рис. 1. Проекция Земного шара с центром в Лехте (64° с. ш., 34° в. д.). Овалами показано среднее положение трёх мировых грозowych центров

1. ОПИСАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТА

Непрерывные измерения шумановского резонанса проводятся на станции Лехта (64° с. ш., 34° в. д.) Санкт-Петербургского филиала ИЗМИРАН с августа 1999 года. Географическое положение станции показано на рис. 1. Здесь пункт наблюдения находится в центре круговой проекции Земного шара, на границе которой указаны значения географического азимута. Такая проекция искажает размеры континентов, но наглядно показывает направление на мировые грозowych центры (среднее положение трёх мировых грозowych экваториальных центров схематически отмечено на карте). Как видно, азимуты азиатского, африканского и южноамериканского центров мировой грозовой активности приблизительно равны 90° , 180° и 270° .

Блок-схема и описание приёмно-анализирующего комплекса приведены в работе [8]. Система работает круглосуточно в реальном масштабе времени и для каждых 5 минут (а до августа 2000 года — для каждых 10 минут) записывает средние за 5 минут (за 10 минут) энергетические

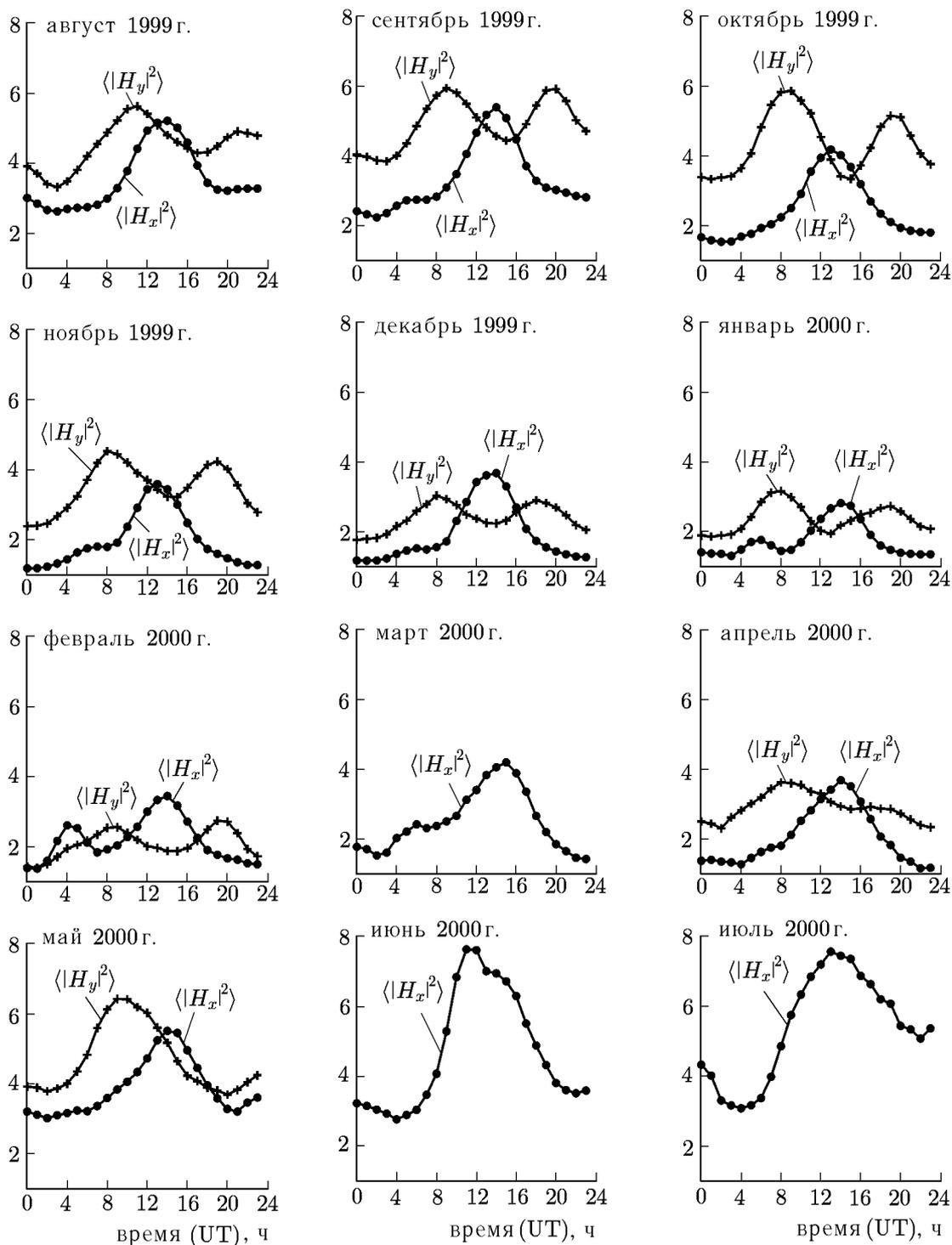


Рис. 2а. Средние за месяц суточные вариации интенсивностей $\langle |H_x|^2 \rangle$ и $\langle |H_y|^2 \rangle$ (в относительных единицах) с августа 1999 года по июль 2000 года

спектры трёх компонент поля $|E_r|^2$, $|H_x|^2$ и $|H_y|^2$.

На рис. 2 представлены средние за месяц суточные вариации интенсивностей магнитных компонент поля, полученные в течение двух лет наблюдения (с августа 1999 года по июль 2001 года). Суточные вариации для каждого месяца получались следующим образом.

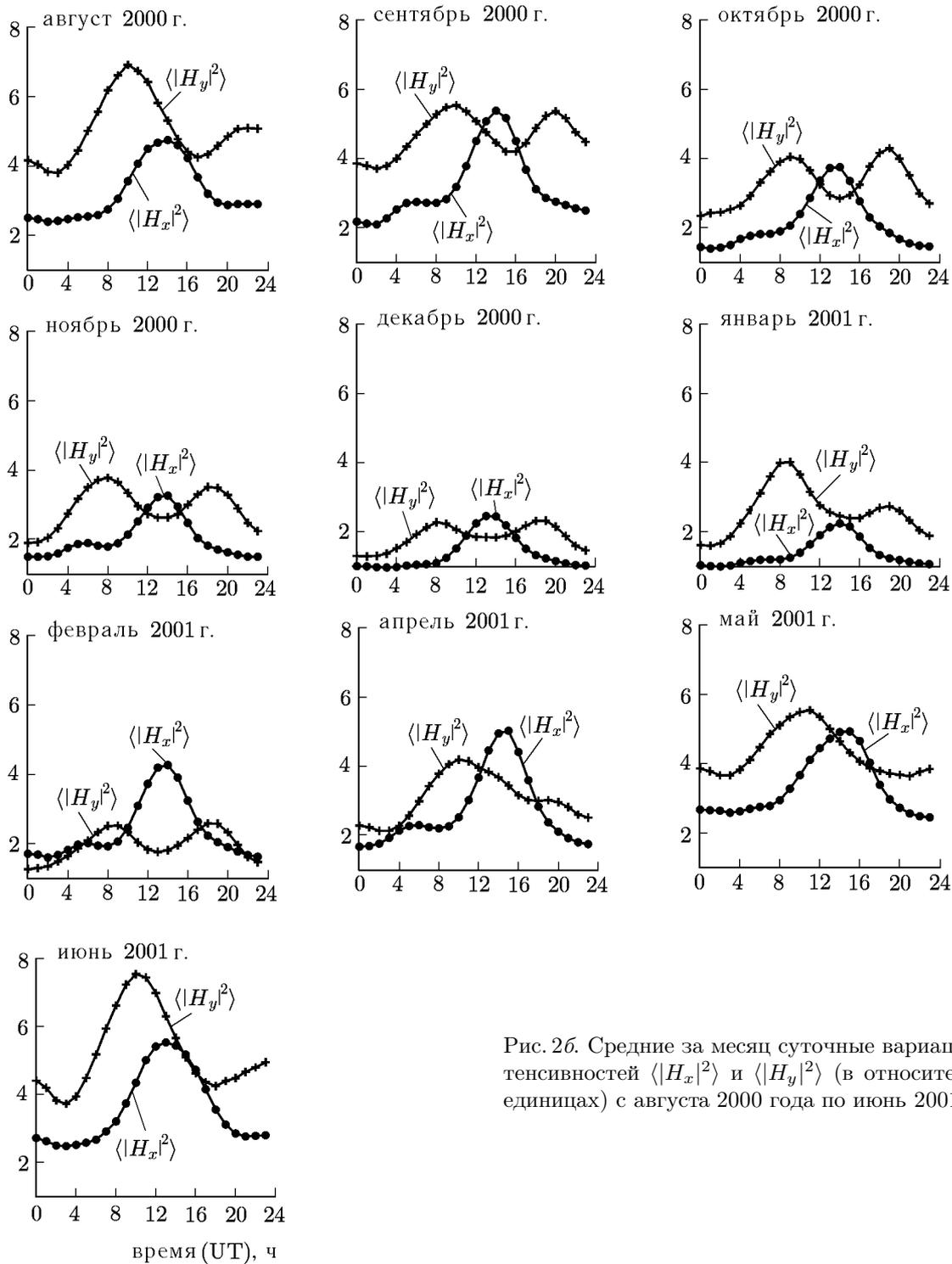


Рис. 26. Средние за месяц суточные вариации интенсивностей $\langle |H_x|^2 \rangle$ и $\langle |H_y|^2 \rangle$ (в относительных единицах) с августа 2000 года по июнь 2001 года

1) Сначала из всех 5-минутных (10-минутных) записей каждого дня текущего месяца отбраковывались записи спектров, искажённые помехами. Встречались помехи двух типов: широкополосные, искажающие резонансную структуру спектров, и мощные узкополосные. Причиной этих помех могут быть близкие разряды молний, геомагнитные возмущения, импульсные поме-

хи, возникающие в силовой сети, вибрационные помехи и т. п. Для каждого дня наблюдения неискажённые 5-минутные спектры, относящиеся к одному часу суток, усреднялись.

2) Для каждого часа суток подсчитывались интенсивности компонент H_x и H_y по следующим формулам: $\langle |H_x(T)|^2 \rangle = \int_5^{22} \langle |H_x(f, T)|^2 \rangle df$, $\langle |H_y(T)|^2 \rangle = \int_5^{22} \langle |H_y(f, T)|^2 \rangle df$, где T обозначает час суток, f — частота в герцах.

3) Суточные вариации усреднялись по всем дням текущего месяца.

4) Полученные экспериментальные зависимости сглаживались по трём соседним точкам методом скользящего среднего.

На рис. 2а представлены средние за месяц суточные вариации, полученные в течение первого года наблюдения, а на рис. 2б — данные второго года наблюдений. Месяц и год наблюдений приведены на каждом графике. По горизонтальной оси отложено мировое время (по Гринвичу), интенсивность компонент H_x и H_y приведена в относительных единицах. К сожалению, часть данных отсутствует из-за отказов аппаратуры: отсутствуют данные за март и июль 2001 года, нет данных по компоненте H_y за март, июнь и июль 2000 года.

На большинстве графиков рис. 2 видны чётко выраженные суточные вариации поля. Надо подчеркнуть, что такие регулярные изменения «проступают» из экспериментальных данных только после их усреднения: запись отдельного дня может существенно отличаться от кривых, показанных на рис. 2. Такие отличия вполне естественны, поскольку грозовая активность представляет собой случайный процесс, и регулярные изменения можно наблюдать только после статистической обработки экспериментальных данных.

Из сопоставления графиков на рис. 2а и б видно, что суточные вариации горизонтального магнитного поля в течение года не остаются неизменными. С другой стороны, графики разных лет, относящиеся к одному и тому же месяцу, оказываются весьма похожими. Такое поведение отражает как суточное движение гроз вокруг Земли, так и сезонный дрейф мировой грозовой активности к северу летом и к югу зимой [9, 10].

Как можно видеть из рис. 2, суточные вариации интенсивностей компонент H_x (запад—восток) и H_y (север—юг) существенно различаются. Зависимости интенсивности компоненты H_x имеют один максимум в течение дня, который наблюдается около 14 часов по Гринвичу, суточные зависимости интенсивности компоненты H_y имеют два максимума, которые приходятся на 8 и 20 часов. Именно такие изменения можно ожидать, исходя из геометрических соображений, климатологических [9] и оптических [10] данных.

В послеполуденное время по Гринвичу, когда максимальная активность гроз наблюдается в Африке, мы видим пик интенсивности компоненты поля запад—восток. Источник находится на юге от наблюдателя, поэтому магнитное поле радиоволн будет ориентировано по линии запад—восток. В утренние часы по Гринвичу активность будет максимальна в азиатском грозовом центре. Тогда в пункте наблюдения максимальной будет компонента H_y , ориентированная вдоль линии север—юг, а компонента H_x будет мала. Вечером по Гринвичу мировые грозы переместят-

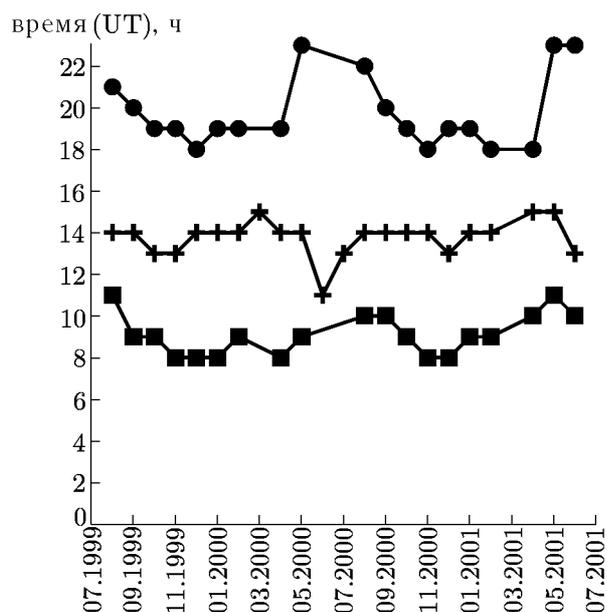


Рис. 3. Сезонные вариации времени максимальной активности трёх мировых грозовых центров

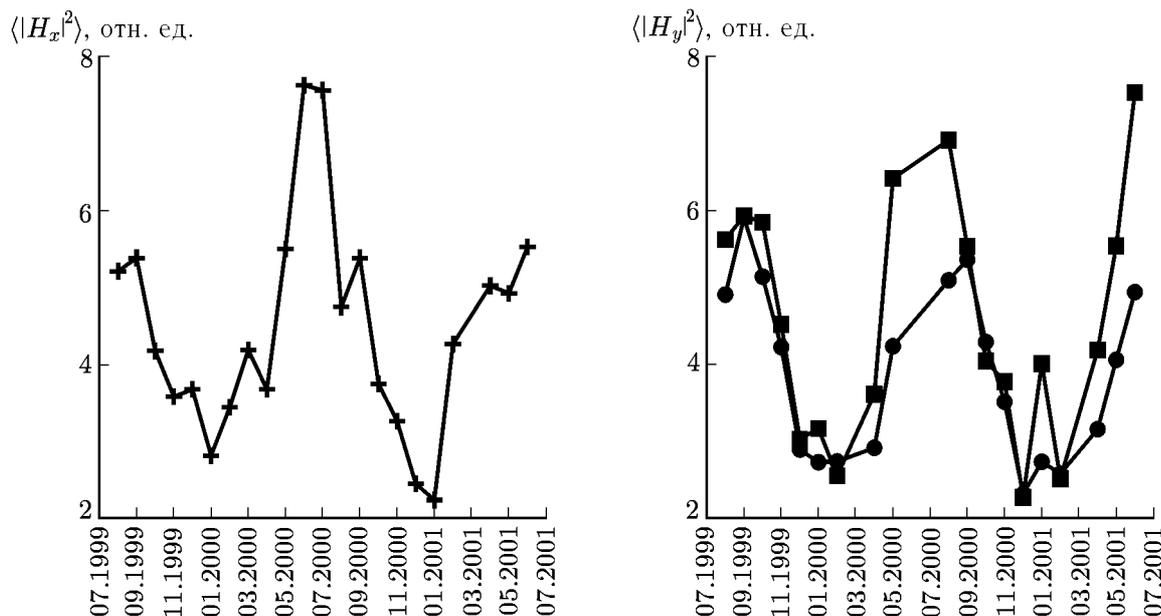


Рис. 4. Динамика грозовой активности в трёх мировых грозовых центрах

ся в бассейн Амазонки и в Карибское море, тогда компонента H_y снова будет максимальной.

Таким образом, результаты мониторинга шумановского резонанса подтверждают наличие трёх мировых грозовых центров, один из которых (Африка) регистрируется по компоненте H_x , а два других (Азия и Южная Америка) — по компоненте H_y магнитного поля.

Время и значения максимумов интенсивности компонент магнитного поля для всех месяцев наблюдения приведены на рис. 3 и 4. Квадратиками отмечены параметры первого максимума интенсивности компоненты H_y (азиатские грозы), крестики соответствуют максимуму интенсивности компоненты H_x (африканские грозы), а кружочки — второму максимуму компоненты H_y (южноамериканские грозы).

Рис. 3 демонстрирует сезонные вариации времени трёх максимумов интенсивности компонент магнитного поля. По оси абсцисс отложены месяц и год наблюдения, а по оси ординат — время максимума активности каждого из грозовых центров (по Гринвичу). Можно видеть, что максимум активности азиатского грозового центра приходится на 9 ± 2 часа, африканского — на 14 ± 3 часа, южноамериканского — на 20 ± 3 часа.

На рис. 4 показаны вариации значений трёх максимумов интенсивности компонент магнитного поля в относительных единицах. Можно заметить, что все три кривые имеют сходный характер: с сентября по январь максимумы интенсивностей почти монотонно убывают, а с января по сентябрь возрастают. Величина максимума интенсивности компоненты H_x , обусловленного африканскими грозами, за рассмотренный период времени изменялась от 2,2 до 7,8 относительных единиц. Величина первого максимума интенсивности компоненты H_y (азиатские грозы) изменялась от 2,2 до 7,0 относительных единиц, а величина второго максимума (американские грозы) — от 2,2 до 6,0.

Значения первого максимума интенсивности компоненты H_y пропорциональны уровню активности азиатского грозового центра, второго максимума — южноамериканского грозового центра, а значения единственного максимума интенсивности компоненты H_x пропорциональны активности африканского грозового центра. Отсюда следует, что уровень грозовой активности в юго-восточной Азии почти всегда выше, чем в Америке. Такое заключение противоречит данным оптических наблюдений [10] и климатологическим данным, в соответствии с которыми наиболее

сильные грозы наблюдаются в Африке, а активность гроз в Азии самая низкая. Однако наш вывод основан на непрерывном мониторинге электромагнитного излучения глобальных гроз, тогда как указанные выше данные получены по сериям наблюдений, содержащим пропуски. Кроме того, азиатский и американский центры регистрируются одним и тем же каналом системы сбора данных, поэтому мы считаем, что рис. 4 отражает истинное соотношение их интенсивности. Мы вернёмся к обсуждению этого вопроса ниже.

2. ОПИСАНИЕ МОДЕЛИ

Существуют различные модели мировой грозовой активности, среди которых наиболее простой является модель одного источника. Модель строится следующим образом. Предполагается, что в любое время суток вся грозовая активность сосредоточена в некоторой приэкваториальной области. Положение этой области, называемой в дальнейшем очагом (или просто источником), зависит от времени суток и от сезона. Максимум грозовой активности наблюдается, как правило, после полудня, но до наступления вечера. Поэтому предполагается, что область, где сосредоточена грозовая активность, в течение дня движется по экватору, находясь где-то между точкой полудня и вечерним терминатором. Время между точкой полудня и вечерним терминатором называют долгой центра источника, измеренной в часах (см. рис. 1). В первые часы суток очаг движется по Тихому океану, затем в 7÷10 часов по Гринвичу проходит по Азии, а в 13÷15 часов — по Африке. Пройдя около 19÷21 часа Южную Америку, очаг гроз вновь попадает в Тихий океан.

Способы моделирования очага гроз разнообразны: в некоторых работах в качестве очага использовался точечный источник, в других — одномерно распределённый по дистанции источник. Есть работы и с применением двумерного источника [6]. В данной работе используется модель источника, в которой случайные взаимно независимые грозовые разряды равномерно распределены внутри круговой области радиуса A (т. е. области, вырезаемой на сфере конической поверхностью с углом раскрытия $2A$). Использование двумерного распределённого источника позволяет учитывать разброс углов прихода радиоволн от отдельных молний.

Вывод формул для вычисления энергетических спектров электромагнитного поля, возбуждаемого в сферической полости между Землёй и ионосферой распределённым источником, подробно описан в работе [6]. Формулы получены в сферической системе координат, связанной с центром Земли. Ось $\theta = 0$ направлена на Северный полюс. Вычисления проведены при следующих предположениях:

- 1) Резонатор Земля—ионосфера является однородным и изотропным.
- 2) Электромагнитные импульсы от случайных молний, суперпозиция которых образует резонансный сигнал, представляют собой пуассоновский процесс. Это означает, что энергетический спектр сигнала является суммой энергетических спектров отдельных импульсов.
- 3) Амплитуда отдельных молний не зависит от их координат.

Формулы для энергетических спектров компонент магнитного поля имеют вид

$$\langle |H_x|^2 \rangle = 2L \langle M_k^2 \rangle \langle |h_k^2| \cos^2 \psi_k \rangle, \quad (1)$$

$$\langle |H_y|^2 \rangle = 2L \langle M_k^2 \rangle \langle |h_k^2| \sin^2 \psi_k \rangle. \quad (2)$$

Угловые скобки в выражениях (1), (2) означают усреднение по ансамблю, L — плотность пуассоновского процесса (число молний в секунду), M_k и ψ_k — амплитуда и азимут k -го элементарного источника,

$$h_k(f) = \frac{\pi J dS_k(f)}{ac(b-a)} \frac{P_\nu^1(-\cos \gamma_k)}{\sin(\pi\nu)}$$

— спектр полной горизонтальной магнитной компоненты поля, создаваемого элементарным точечным вертикальным источником с токовым моментом $J dS_k(f)$, γ_k — угловое расстояние от наблюдателя до k -го источника, $P_\nu^1(-\cos \gamma_k)$ — функция Лежандра, a — радиус Земли, b — радиус нижней границы ионосферы, c — скорость света в вакууме, f — частота. Для вычисления постоянной распространения $\nu(f)$ используется эмпирическая зависимость

$$\nu = \frac{f[\Gamma\Pi] - 2}{6} - i \frac{f[\Gamma\Pi]}{70}.$$

В нашем случае случайные взаимно независимые грозовые разряды равномерно распределены внутри круговой области радиуса A , т. е. функция распределения элементарных источников имеет вид

$$W(\rho, \psi) = \frac{1}{N} \begin{cases} 1, & \rho \leq A; \\ 0, & \rho > A; \\ 0, & \rho = 0, \end{cases} \quad (3)$$

где $N = 2\pi(1 - \cos A)$ — нормировка функции распределения, ρ — угловое расстояние от центра круговой области до элементарного источника, ψ — азимут элементарного источника в сферической системе координат, связанной с центром источника. Здесь и далее углы измерены в радианах. Наличие «выколотой» точки при $\rho = 0$ позволяет не учитывать случай, когда точка наблюдения и элементарный источник совпадают. Это существенно для магнитной компоненты поля, т. к. магнитное поле имеет неинтегрируемую особенность в точке, совпадающей с положением источника.

Пусть γ_0 — угловое расстояние от наблюдателя до центра источника радиуса A , а ψ_0 — азимут центра источника. Используя свойства рассматриваемого источника, можно переписать формулы (1), (2) следующим образом:

$$\langle |H_x(\gamma_0, \psi_0)|^2 \rangle = L \langle M^2 \rangle \frac{1}{2\pi N} \int_{\gamma_0 - A}^{\gamma_0 + A} (\beta + \cos(2\psi_0) \sin \beta) |H^0(\gamma)|^2 \sin(\gamma) d\gamma, \quad (4)$$

$$\langle |H_y(\gamma_0, \psi_0)|^2 \rangle = L \langle M^2 \rangle \frac{1}{2\pi N} \int_{\gamma_0 - A}^{\gamma_0 + A} (\beta - \cos(2\psi_0) \sin \beta) |H^0(\gamma)|^2 \sin(\gamma) d\gamma. \quad (5)$$

Здесь β получено в результате перехода от двукратного интеграла к однократному и имеет вид

$$\beta = \begin{cases} 2 \arccos \frac{\cos(A) - \cos(\gamma_0) \cos(\gamma)}{\sin(\gamma_0) \sin(\gamma)}, & \gamma_0 \geq A; \\ 2\pi, & \gamma_0 < A; \\ 0, & \gamma = \gamma_0. \end{cases} \quad (6)$$

Можно показать (см. (4)–(6)), что в случае, когда угловой размер области много меньше углового расстояния до наблюдателя, занятой грозовыми разрядами, много меньше расстояния до наблюдателя, равномерное распределение в круге приблизительно соответствует параболическому распределению по дистанции.

Основными параметрами модели являются:

1) Долгота центра источника T_L , измеренная в часах. Параметр T_L должен выбираться в пределах от 14 до 18 часов мирового времени, т. е. между вечерним терминатором и полднем.

2) Геоширота центра источника θ_s . Предполагается, что источник находится в приэкваториальной зоне [10], а его центр лежит в полосе от 30° с. ш. до 30° ю. ш.

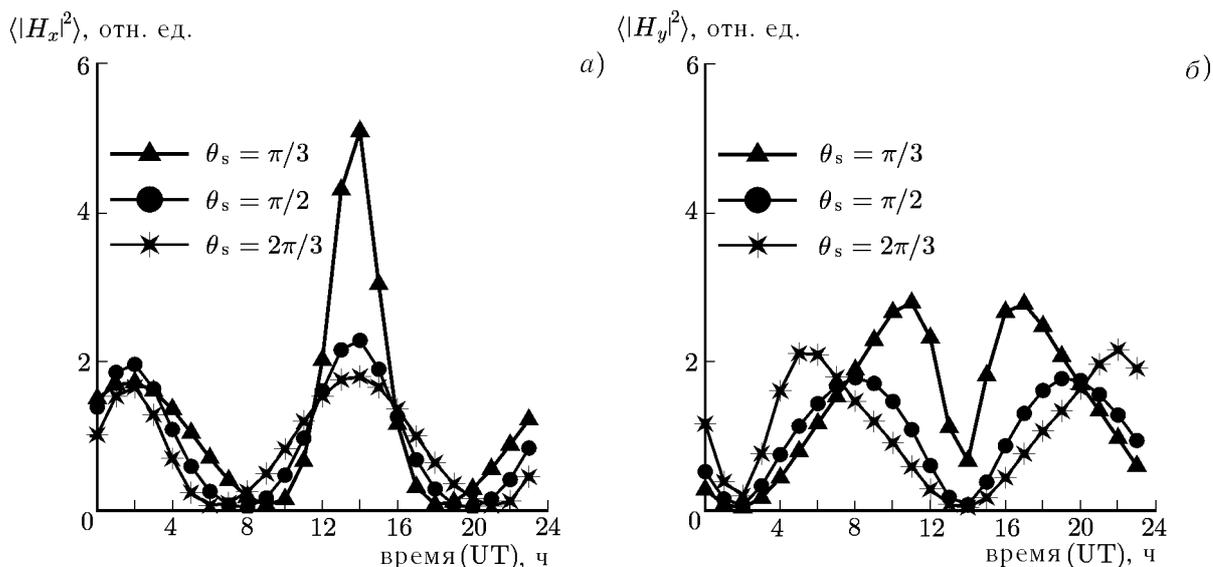


Рис. 5. Суточные вариации интенсивности магнитных компонент поля, построенные для трёх положений центра очага

3) Угловой размер очага A изменялся от $\pi/12$ до $\pi/4$. Угловое расстояние, равное $\pi/12$, соответствует ширине одного часового пояса.

4) Интенсивность очага характеризует квадрат средней амплитуды молнии $\langle M^2 \rangle$ и плотность пуассоновского процесса L .

Координаты наблюдателя выбраны согласно эксперименту: $\theta_o = 26^\circ$, $\varphi_o = 34^\circ$.

Модельные суточные вариации интенсивности магнитных компонент получались следующим образом:

1) На первом шаге для каждого часа суток (T) подсчитывается долготная координата центра источника: $\varphi_s = (T - TL)\pi/12$.

2) По координатам источника ($\varphi_s(T)$, θ_s) и координатам наблюдателя (φ_o , θ_o) определяется угловое расстояние γ_0 между наблюдателем и центром источника, а также азимут центра источника ψ_0 .

3) По формулам (4), (5) строятся энергетические спектры компонент H_x и H_y магнитного поля в полосе частот $5 \div 22$ Гц.

4) Для каждого часа суток подсчитываются интенсивности компонент H_x и H_y .

На рис. 5а и б показаны примеры модельных вариаций интенсивностей $\langle |H_x(T)|^2 \rangle$ и $\langle |H_y(T)|^2 \rangle$ соответственно. Три кривые на каждом из рисунков соответствуют трём различным трассам движения центра грозового очага: центр очага движется по экватору ($\theta_s = \pi/2$), смещён от экватора на 30° в южное полушарие ($\theta_s = 2\pi/3$) и смещён от экватора на 30° в северное полушарие ($\theta_s = \pi/3$). Расчёты выполнены при $T_L = 16$ часов, $A = \pi/12$.

Модельные интенсивности $\langle |H_x(T)|^2 \rangle$ и $\langle |H_y(T)|^2 \rangle$ зависят только от трёх величин: расстояния между наблюдателем и очагом в момент времени T , направления прихода сигнала и ширины очага. На рис. 6 для трёх рассмотренных выше значений θ_s построены графики функций $\cos^2[\psi_0(T)]$ и $\sin^2[\psi_0(T)]$, где ψ_0 — азимут центра источника, а независимая переменная T — час суток. На рис. 7а приведена зависимость расстояния между наблюдателем и центром очага от времени суток T , где расстояние $\gamma_0 a$ дано в мегаметрах. На рис. 7б показано изменение интенсивности полной горизонтальной компоненты H_φ магнитного поля в зависимости от расстояния.

Наибольшее количество гроз наблюдается на экваторе, поэтому сначала рассмотрим случай, когда центр очага движется по экватору ($\theta_s = \pi/2$). Как видно, интенсивности обеих магнит-

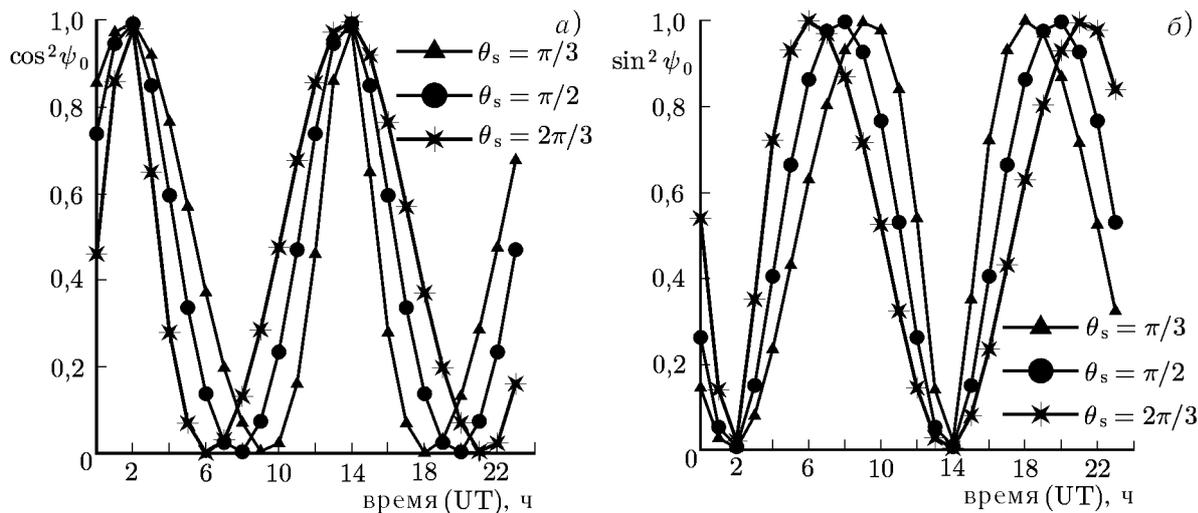


Рис. 6. Суточные зависимости $\cos^2[\psi_0(T)]$ и $\sin^2[\psi_0(T)]$, построенные для трёх положений центра очага

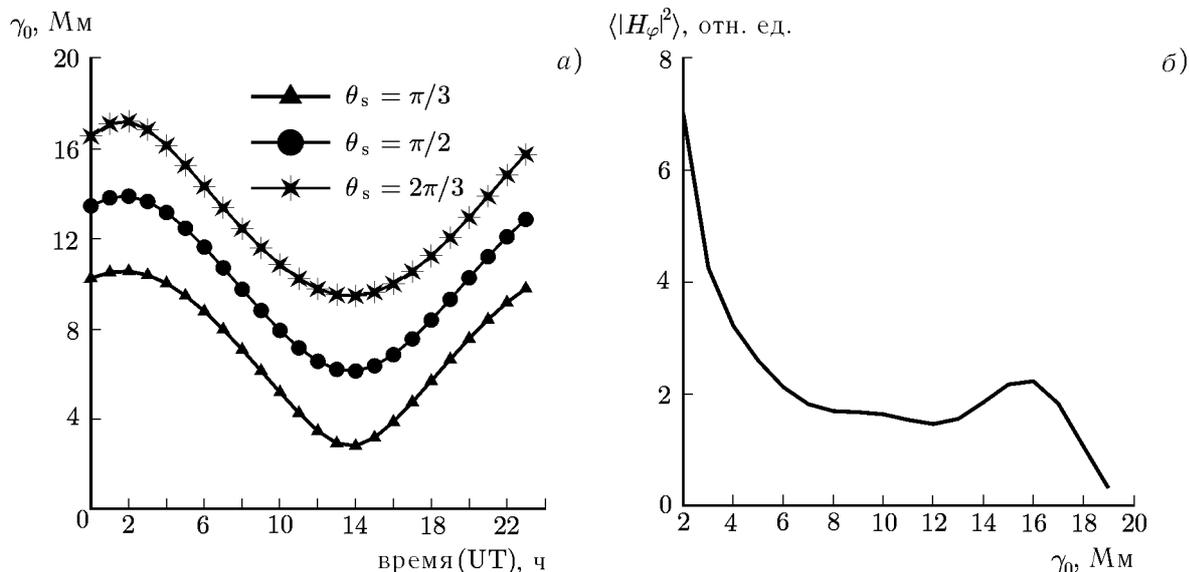


Рис. 7. Изменение расстояния между приёмником и центром источника (а) и зависимость интенсивности полной горизонтальной компоненты H_φ магнитного поля от расстояния (б)

ных компонент имеют по два локальных максимума. Максимумы интенсивности компоненты H_x приходятся на 2 и 14 часов мирового времени, а интенсивность компоненты H_y максимальна в 8 и 20 часов. Модельные зависимости станут понятны при сравнении рис. 5–7. Как видно на рис. 7а, в течение суток расстояние между наблюдателем и центром источника колеблется в пределах от 7 до 13 Мм. На рис. 7б показано, что в пределах от 7 до 13 Мм вариации интенсивности полной горизонтальной компоненты H_φ магнитного поля незначительны: отношение максимального и минимального значений интенсивности составляет около 1,3. Очевидно, что поведение зависимостей $\langle |H_x(T)|^2 \rangle$ и $\langle |H_y(T)|^2 \rangle$ определяется в основном поведением функций $\cos^2[\psi_0(T)]$ и $\sin^2[\psi_0(T)]$. Положение максимумов (а также минимумов) зависимости $\langle |H_x(T)|^2 \rangle$ на временной оси совпадает с положением максимумов (минимумов) функции $\cos^2[\psi_0(T)]$. Аналогично положе-

ние максимумов (минимумов) зависимости $\langle |H_y(T)|^2 \rangle$ совпадает с положением максимумов (минимумов) $\sin^2[\psi_0(T)]$. Соотношения между максимумами интенсивности компонент магнитного поля зависят от расстояния между наблюдателем и центром очага. Значения двух максимумов интенсивности $\langle |H_y(T)|^2 \rangle$ одинаковы, т. к. в 8 и 20 часов центр очага отстоит от наблюдателя на одно расстояние (10 Мм). Максимумы $\langle |H_x(T)|^2 \rangle$ отличаются, т. к. в 2 часа расстояние от наблюдателя до центра равно 13 Мм, а в 14 часов это расстояние равно 7 Мм.

Рассмотрим положение центра очага в 2 часа и 14 часов мирового времени, т. е. при максимуме $\langle |H_x(T)|^2 \rangle$, и положение центра очага в 8 и 20 часов, при максимуме $\langle |H_y(T)|^2 \rangle$. В 2 часа азимут $\psi_0 = 0$, а это значит (см. карту на рис. 1), что в это время центр очага находится в Тихом океане. В 8 часов ($\psi_0 = \pi/2$) центр очага лежит в Азии, в 14 часов ($\psi_0 = \pi$) центр находится в Африке, в 20 часов ($\psi_0 = 3\pi/2$) — в Южной Америке. Таким образом, при данном выборе параметров θ_s и T_L три максимума модельных интенсивностей (оба максимума $\langle |H_y(T)|^2 \rangle$ и второй максимум $\langle |H_x(T)|^2 \rangle$) соответствуют трём мировым грозovým центрам, а один максимум (первый максимум $\langle |H_x(T)|^2 \rangle$) соответствует Тихому океану. Напомним, что интенсивность очага оставалась постоянной, поэтому три необходимых максимума получились благодаря удачному расположению наблюдателя относительно трёх мировых грозových центров.

Как было показано на этом примере, расположение центра очага играет главную роль в данной модели. Центр очага задаётся двумя параметрами — θ_s и T_L . Изменение параметра T_L приводит лишь к параллельному переносу графиков вдоль часовой оси. Рассмотрим, как характеристики модельных вариаций зависят от выбора θ_s .

Характеристики модельных интенсивностей, полученные для различных трасс движения очага, отличаются, т. к. при изменении θ_s изменяются функции $\gamma_0(T)$ и $\psi_0(T)$. Как видно из рис. 5 и 6, при изменении θ_s поведение зависимостей $\langle |H_x(T)|^2 \rangle$ и $\langle |H_y(T)|^2 \rangle$ по-прежнему определяется функциями $\cos^2[\psi_0(T)]$ и $\sin^2[\psi_0(T)]$. Долготные координаты φ_s , для которых выполняется равенство $\cos^2[\psi_0(T)] = 1$, остаются постоянными, поэтому положение максимума $\langle |H_x(T)|^2 \rangle$ устойчиво к движению источника в меридиональном направлении. Этот факт можно использовать для определения по $\langle |H_x(T)|^2 \rangle$ положения грозového очага относительно локального времени. Координаты φ_s , для которых $\sin^2[\psi_0(T)] = 1$, сдвигаются, поэтому положение максимумов $\langle |H_y(T)|^2 \rangle$ для источников в северном и южном полушарии значительно отличаются.

Относительно третьего параметра модели — радиуса источника — можно отметить следующее: увеличение ширины источника уменьшает отношения $\max \langle |H_x(T)|^2 \rangle / \min \langle |H_x(T)|^2 \rangle$, $\max \langle |H_y(T)|^2 \rangle / \min \langle |H_y(T)|^2 \rangle$ и значения максимумов интенсивностей, но на положение максимумов и на соотношения между максимумами заметного влияния не оказывает.

Перед сравнением модели и эксперимента отметим слабые места рассматриваемой модели. Во-первых, функция $\langle |H_x(T)|^2 \rangle$ имеет два локальных максимума. Первый максимум соответствует положению очага в Тихом океане, величина этого максимума сравнима со значениями трёх максимумов, отвечающих трём мировым грозovým центрам. В действительности же известно, что интенсивность гроз над океаном значительно ниже (по некоторым оценкам (см. [10]) — в 10 раз) интенсивности гроз в мировых грозových центрах. Во-вторых, в случае, когда $\theta_s \neq \pi/2$, модельные интенсивности компонент магнитного поля могут принимать максимальные значения в моменты времени, когда центр очага не соответствует ни одному из трёх мировых грозových центров (хотя и находится достаточно близко).

Можно попытаться избавиться от этих недостатков введением функции $M(T, \theta_s, \varphi_s)$, т. е. сделать параметр M зависящим от координат центра источника и от времени суток. К сожалению, для корректного введения данной функции пока не накоплено достаточно знаний, и привлечение этой функции может привести к ещё большим ошибкам.

3. РЕЗУЛЬТАТЫ СРАВНЕНИЯ ЭКСПЕРИМЕНТА И МОДЕЛИ

Сравним положение трёх максимумов в суточных вариациях модельных и экспериментальных интенсивностей компонент магнитного поля. На рис. 3 было показано, что время максимума в суточной зависимости интенсивности компоненты H_x , как правило, приходится на 14 часов мирового времени. Положение этого максимума наиболее стабильно по сравнению с максимумами интенсивности компоненты H_y : отклонение от 14 часов превышает один час лишь для одного месяца наблюдения. На том же рисунке видим, что время утреннего (азиатского) максимума интенсивности H_y лежит в интервале от 8 до 11 часов мирового времени, а время вечернего (американского) максимума — от 18 до 23 часов. Если в модели положить $T_L = 16$, то (см. рис. 8) второй максимум интенсивности компоненты H_x достигается в 14 часов для любых $\theta_s \in [\pi/3, 2\pi/3]$, время первого максимума интенсивности компоненты H_y лежит в интервале от 6 до 10 часов мирового времени, а время второго максимума — в интервале от 18 до 22 часов. Таким образом, получаем достаточно хорошее соответствие между моделью и экспериментом.

Сравним теперь сезонные вариации положений максимумов. Сезонный дрейф источников в модели задаём, полагая меридиональную координату центра источника функцией месяца:

$$\theta_s(n) = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{6} \cos \left[(n - 1) \frac{\pi}{6} \right], \quad (7)$$

где n — номер месяца. Указанная зависимость получена из современных представлений о сезонном дрейфе мировой грозовой активности: известно, что зимой грозы сдвигаются в южное полушарие, а летом — в северное. В нашей модели крайние положения очага приходятся на январь ($\theta_s = 2\pi/3$) и июль ($\theta_s = \pi/3$). Результаты сравнения модельных и экспериментальных данных приведены на рис. 8. Сплошные кривые получены в результате моделирования, квадратиками отмечены часы первого максимума интенсивности компоненты H_y (время максимальной активности азиатских гроз), крестики соответствуют максимуму интенсивности компоненты H_x (время максимальной активности гроз в Африке), а кружочки — второму максимуму интенсивности

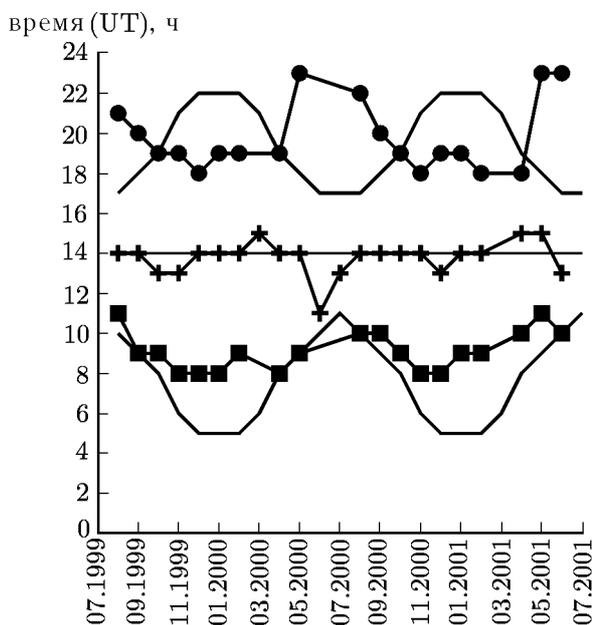


Рис. 8. Сравнение сезонных вариаций положений максимумов интенсивностей компонент магнитного поля

компоненты H_y (время максимальной активности американских гроз).

Как видим, модельная и экспериментальная кривые, соответствующие азиатскому грозовому центру, имеют сходный вид. Заметим, что сходство станет ещё лучше, если к модельным данным добавить 1 час и уменьшить размах модельной кривой. Это преобразование легко осуществить в рамках модели: достаточно выбрать для азиатского центра $T_L = 17$ и уменьшить дрейф источников (формула (7)). С физической точки зрения это можно объяснить тем, что время максимальной активности в азиатском центре приходится на 17, а не на 16 часов местного времени, а сезонный дрейф источников происходит в интервале, меньшем, чем $[\pi/3, 2\pi/3]$.

Сравним сезонные зависимости для американского грозового центра. Можно заметить, что экспериментальные и модельные зависимости изменяются в противофазе. Это связано с тем, что в сезонном дрейфе источников в Америке присутствует также дрейф с востока на запад,

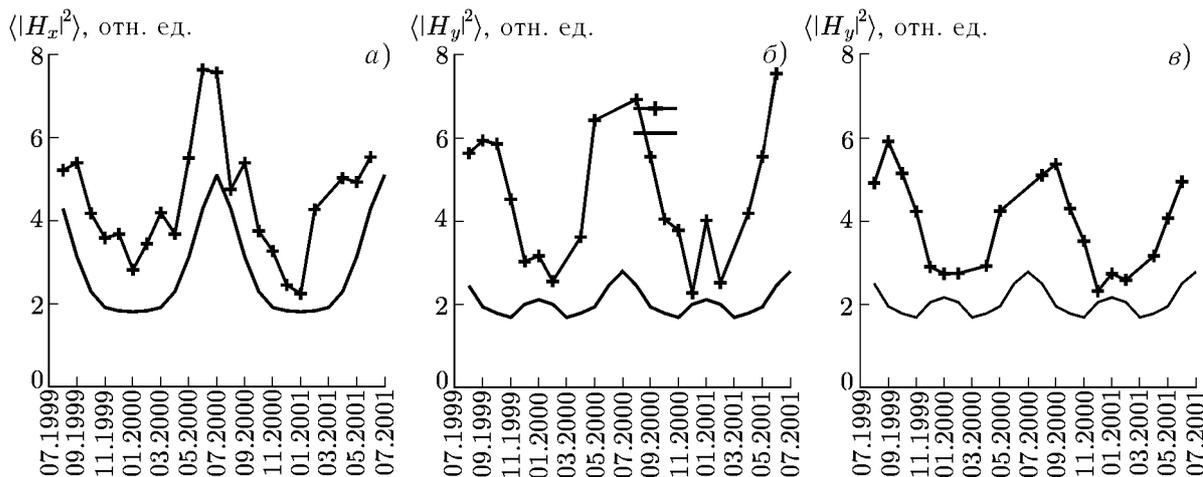


Рис. 9. Сезонные вариации значений максимума интенсивности компоненты H_x магнитного поля (а), первого (б) и второго (в) максимумов интенсивности компоненты H_y . Крестики соответствуют экспериментальным данным, сплошные линии — модели

соответствующий переходу из южного полушария в северное, а модель это обстоятельство не учитывает.

На рис. 9 приведены сезонные вариации значений максимумов интенсивности различных компонент магнитного поля. И хотя в модели не учитываются сезонные изменения интенсивности гроз (вариации вызваны изменением γ_0 и ψ_0), между экспериментальными и модельными кривыми заметно некоторое подобие. Наилучшее согласие между экспериментом и моделью наблюдается для африканского грозового центра.

Сравнение модели и эксперимента показало, что модель одного источника не объясняет всех особенностей экспериментальных зависимостей. Перечислим различия между модельными и экспериментальными суточными вариациями интенсивностей:

1) Экспериментальные зависимости интенсивности компонент H_x и H_y «приподняты» по сравнению с модельными, причём зависимость для H_y приподнята больше, чем для H_x (см. рис. 10).

2) Модельные отношения $\max \langle |H_x(T)|^2 \rangle / \min \langle |H_x(T)|^2 \rangle$ и $\max \langle |H_y(T)|^2 \rangle / \min \langle |H_y(T)|^2 \rangle$ оказываются выше, чем в эксперименте. Отношения максимума интенсивности к минимуму в экспериментальных зависимостях не превышают 3, в то время как в модели это отношение, по крайней мере, в два раза больше.

Несовпадающие характеристики указывают на необходимость введения в модель дополнительного слагаемого — «пьедестала», которое должно учитывать грозовую активность, не входящую в подвижный очаг. Можно предположить, что основной вклад в дополнительное слагаемое вносят ночные грозы трёх мировых грозовых центров (см. [8]). Но можно также предположить, что постоянная составляющая в интенсивности сверхнизкочастотного радиошума обусловлена наличием некогерентной составляющей сигнала, доля которой достигает примерно того же уровня, что и сигнал от подвижного мирового грозового центра. К выводу о наличии некогерентной составляющей сигнала подобного уровня приводят измерения поляризации полного горизонтального вектора магнитного поля [11]. Под мерой когерентности мы понимаем

$$M_{xy}(f) = \frac{\langle H_x(f)H_y^*(f) \rangle}{\sqrt{\langle |H_x|^2 \rangle \langle |H_y|^2 \rangle}}.$$

По измерениям энергетических спектров поля дополнительное слагаемое для компоненты H_x составляет примерно половину измеряемого сигнала, а для компоненты H_y — сравнимо с сигналом.

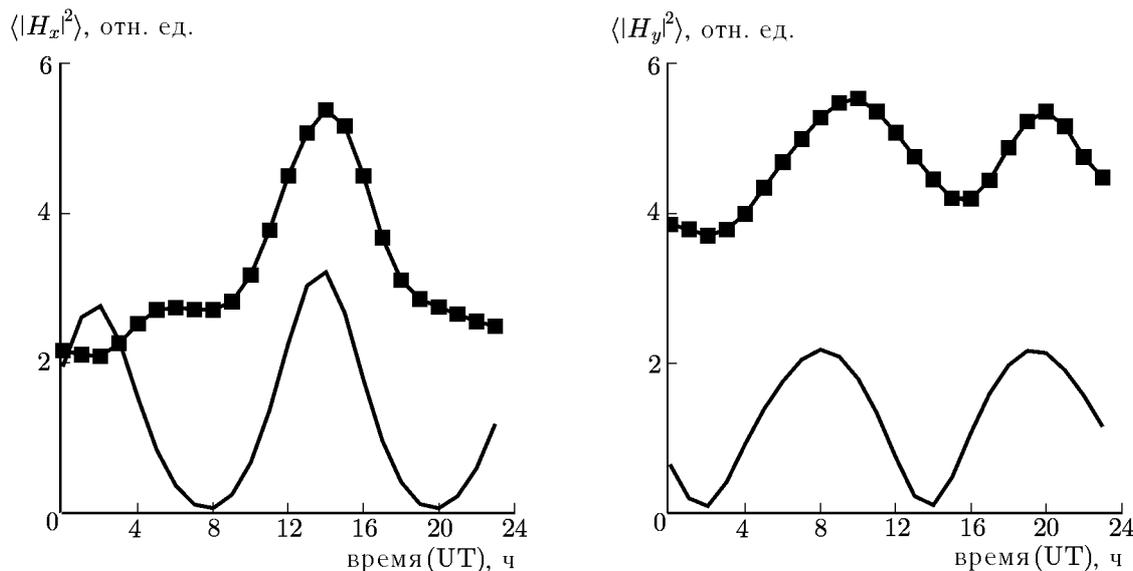


Рис. 10. Сопоставление экспериментальных (точки) и модельных (сплошные кривые) суточных вариаций интенсивностей $\langle |H_x|^2 \rangle$ и $\langle |H_y|^2 \rangle$

Подобные измерения проводились в ноябре 1993 года в Германии [12]. Полученные в них суточные вариации интенсивности компонент магнитного поля во многом похожи на приведённые в настоящей работе. Интенсивность компоненты запад—восток также имеет один максимум (африканские грозы), а интенсивность компоненты север—юг — два максимума (азиатские и американские грозы). В записях интенсивности поля также имеется «пьедестал» примерно той же интенсивности, что и в наших измерениях. Отличие состоит в том, что по измерениям [12] интенсивность гроз в Америке больше, чем в Азии и Африке. К сожалению, эти наблюдения были краткими (в работе [12] приведены результаты лишь для одного дня наблюдений), что не позволяет с достоверностью судить о соотношении интенсивностей гроз в мировых грозовых центрах.

При введении в модель «пьедестала» разница между максимумами, вызванная изменением расстояния от наблюдателя до грозового центра или изменениями ширины источника, уменьшается. Поэтому большая амплитуда азиатских гроз по сравнению с американскими может быть также связана с влиянием «пьедестала», особенно если предположить, что амплитуда некогерентного сигнала зависит от времени.

Так или иначе, измерения шумановского резонанса указывают на более значительную роль азиатских гроз, чем это следует из оптических наблюдений из космоса или из климатологических данных [10]. Для окончательного подтверждения такого вывода необходимо обработать долгосрочные данные по плотности потока энергии (вектор Умова—Пойнтинга), поскольку краткосрочные результаты также показывали более высокую грозовую активность в Азии [8]. Такая обработка планируется в будущем.

Необходимо отметить, что применялась самая простая модель, более точная интерпретация экспериментальных данных предполагает использование более сложных моделей источников возбуждения и полости Земля—ионосфера, в частности учитывающих неоднородность и гиротропию нижней ионосферы.

ВЫВОДЫ

Перечислим основные результаты работы.

1) Проведена обработка непрерывных двухгодичных записей сигналов шумановского резонанса. Результаты мониторинга подтверждают наличие трёх мировых грозных центров, один из которых (Африка) регистрируется по компоненте H_x , а два других (Азия и Америка) по компоненте H_y .

2) Получены данные о сезонных изменениях активности в мировых грозных центрах: времена максимальной активности и относительные пиковые значения.

3) Проведено сравнение экспериментальных данных с моделью одного источника. Сравнение показало, что суточные вариации интенсивностей компонент магнитного поля лучше всего описываются источником, расположенным на 16 часах местного времени. Для описания изменения полного поля в течение дня необходимо предполагать, что интенсивность гроз падает над акваторией Тихого океана.

4) Модель позволяет также описать сезонное перемещение гроз к северу и югу, причём сравнение с экспериментом указывает на необходимость ввести сезонный дрейф в направлении запад—восток для американских гроз, что легко объясняется географическим расположением Северной и Южной Америки.

5) Для более точной интерпретации вариаций интенсивности кроме гроз, сосредоточенных в компактной области, необходимо рассмотреть фоновое излучение, остающееся примерно постоянным в течение суток.

Авторы выражают свою признательность В. Б. Разказовскому за обсуждение работы и сделанные им полезные замечания и предложения. Настоящая работа выполнена частично при поддержке Научно-технического центра Украины (грант № 2070).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Balsler M., Wagner C. A. // J. Geophys. Res. 1962. V. 67. P. 619.
2. Fullekrug M., Fraser-Smith A. C. // Geophys. Res. Lett. 1997. V. 24. P. 2411.
3. Satori G., Zieger B. // Geophys. Res. Lett. 1999. V. 26. P. 1365.
4. Jones D. L. // ELF-VLF Radio Wave Propagation / Ed. by J. A. Holtet. Dordrecht: D. Reidel Publishing Company, 1974. P. 207.
5. Williams E. R. // Science. 1992. V. 256. P. 1184.
6. Nickolaenko A. P., Hayakawa M. Resonances in the Earth-ionosphere cavity. Kluwer Academic Publishers, 2002.
7. Николаенко А. П., Швец А. В., Яцевич Е. И. // Радиофизика и электроника. 2001. Т. 6, № 1. С. 71.
8. Беляев Г. Г., Николаенко А. П., Швец А. В., Щекотов А. Ю. // Радиофизика и электроника. 1999. Т. 4, № 1. С. 63.
9. Справочник по геофизике. М.: Наука, 1965. 571 с.
10. Christian H. J., Blaceslee R. J., Voccipio D. J., et al. // J. Geophys. Res. 2003. V. 108, No. D1. P. 4005, doi:10.1029/2002JD002347.
11. Николаенко А. П., Рабинович Л. М., Швец А. В., Щекотов А. Ю. // Радиофизика и электроника. 2002. Т. 7, № 3. С. 498.
12. Fullekrug M. // J. Atmos. Terr. Phys. 1995. V. 57, No. 5. P. 479.

Поступила в редакцию 9 апреля 2004 г.; принята в печать 28 октября 2004 г.

**RESULTS OF COMPARING SCHUMANN-RESONANCE OBSERVATIONS
WITH A MODEL OF THE SINGLE WORLD THUNDERSTORM CENTER**

*E. I. Yatsevich, A. V. Shvets, L. M. Rabinowich, A. P. Nickolaenko,
G. G. Belyaev, and A. Yu. Schekotov*

The results of two-year monitoring of the Schumann-resonance signals are processed and the diurnal and seasonal variations of activity in the world thunderstorm centers are estimated. We calculate the field in the model of activity localized in a small circular area (the model of a single source). Comparison between the experimental and model data allowed us to find the position of maximum of the world thunderstorm activity. It is shown that a more exact interpretation of the experimental data is achieved if additional background radiation, which remains approximately constant during the day and is approximately equal to the intensity of the compact source, is included into the model.

УДК 550.388.2

ИОНОСФЕРНОЕ ВОЗМУЩЕНИЕ В БЛИЖНЕЙ ЗОНЕ ЭПИЦЕНТРА ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЯ НА ОСТРОВЕ ХОККАЙДО 25 СЕНТЯБРЯ 2003 ГОДА

Э. Л. Афраймович, Э. И. Астафьева, В. В. Кирюшкин

Институт солнечно-земной физики СО РАН, г. Иркутск, Россия

С помощью предложенного авторами метода пространственно-временной обработки распределения вариаций полного электронного содержания, полученных по данным станций навигационной системы GPS, расположенных в ближней зоне землетрясения вблизи о. Хоккайдо 25 сентября 2003 года (магнитуда 8,3 балла), определены координаты источника, время «включения» и скорость распространения ионосферного возмущения, вызванного землетрясением. Указанные параметры хорошо согласуются с «истинными» координатами эпицентра и временем толчка (сейсмические данные), а также с результатами, полученными ранее при анализе ионосферных возмущений во время сильных землетрясений.

ВВЕДЕНИЕ

Исследованию ионосферного отклика на возмущения, возникающие при импульсном воздействии на земную атмосферу, посвящено множество работ. Научный интерес к проблеме обусловлен тем, что такие события можно трактовать как активные эксперименты в атмосфере Земли и использовать их для решения целого ряда задач физики ионосферы, ионосферного распространения радиоволн, физики атмосферных волн и т. д. Эти исследования имеют также и важный прикладной аспект, поскольку позволяют обосновать надёжные сигнальные признаки техногенных воздействий (несанкционированных взрывов и подземных ядерных испытаний), что необходимо для построения эффективной глобальной радиофизической системы обнаружения и локализации этих воздействий. Природным источником импульсного воздействия на атмосферу являются крупные землетрясения [1–11]. В качестве контролируемого источника рассматриваются мощные промышленные взрывы [1, 12–21].

Во многих случаях значительная доля энергии исходного атмосферного возмущения сосредоточена в акустической ударной волне. В литературе для обозначения ионосферного отклика на ударную волну используют термины, отличающиеся различной физической интерпретацией, в том числе термин ударно-акустическая волна [22, 23]. В нашей работе для удобства обозначения мы будем использовать этот термин наравне с более общим термином ионосферное возмущение.

Для детектирования ударно-акустической волны используются различные методы дистанционной диагностики ионосферы: вертикальное и наклонное коротковолновое зондирование [16–18], измерения фарадеевского вращения плоскости поляризации сигнала при трансionoсферном зондировании УКВ радиосигналами геостационарных спутников [24] и GPS-зондирование ионосферы [4, 5, 20].

Общим недостатком упомянутых методов при определении скорости V распространения ударно-акустической волны является необходимость знания момента импульсного воздействия t_0 ; при этом скорость V_a вычисляется по задержке отклика на ударно-акустическую волну относительно момента t_0 в предположении постоянства скорости V вдоль трассы распространения, что в общем случае не соответствует действительности.

В настоящее время основные параметры, характеризующие ионосферный отклик ударно-акустической волны во временной области (форма, амплитуда, период), исследованы достаточно

Э. Л. Афраймович, Э. И. Астафьева, В. В. Кирюшкин

299

широко. Следующим шагом является детальное исследование пространственно-временных характеристик ударно-акустической волны: измерение скорости и направления распространения, исследование формы и динамики распространения фронта волны и на этой основе определение местоположения и момента воздействия импульсного источника ионосферного возмущения. Это необходимо также для того, чтобы отличать ударно-акустические волны, возникающие при техногенных воздействиях, от ионосферных возмущений естественного происхождения, таких, как эффекты магнитных бурь, погодные фронты, тропосферная турбулентность, струйные течения, солнечный терминатор.

Методы анализа вариаций полного электронного содержания (ПЭС), измеренных при транс-ионосферном зондировании двухчастотными навигационными GPS-сигналами, оказались весьма продуктивными для решения поставленной задачи.

В работах [6, 7] был разработан метод определения параметров ударно-акустической волны (включая фазовую скорость, угловые характеристики волнового вектора, направление на источник и расстояние до него) с помощью элементарной трёхкомпонентной GPS-решётки, расположенной в дальней зоне источника (в приближении плоского фронта возмущения). В отличие от известных радиофизических методов, этот метод даёт оценку параметров ударно-акустической волны без априорных сведений о месте и моменте импульсного воздействия.

Однако методы [6, 7] применимы только тогда, когда фронт волны возмущения в пределах анализируемой области распределения ПЭС мало отличается от плоского, что оказывается неприемлемым для совместного анализа данных далеко разнесённых станций GPS (в том числе и в обсуждаемом эксперименте). В связи с этим актуальна задача определения характеристик ударно-акустической волны, зафиксированной в ближней зоне точечного источника, т. е. когда сферичностью фронта волны пренебречь нельзя [8].

Дальнейшее развитие метода GPS-детектирования ударно-акустической волны основано на использовании концепции фазированной антенной решётки. В основу положен предложенный в работе [25] принцип когерентной обработки вариаций ПЭС в ионосфере, измеренных одновременно для всей совокупности приходящих на спутник лучей, на всех выбранных для анализа станциях сети GPS, составляющих неэквидистантную фазированную антенную решётку. Когерентная обработка полученных вариаций ПЭС использует известные алгоритмы фазированной антенной решётки. Комплексная характеристика фазированной антенной решётки выбирается в соответствии с пространственно-временными свойствами анализируемого возмущения.

Целью настоящей работы является изложение основанного на концепции фазированной антенной решётки метода пространственно-временной обработки распределения вариаций полного электронного содержания в приближении сферического фронта волны возмущения и определение характеристик ионосферного отклика на главный толчок землетрясения с магнитудой $M = 8,3$, которое произошло 25 сентября 2003 года в 19:50:07 (19,83528) UT в 60 км юго-восточнее острова Хоккайдо.

В разделе 1 представлены общие сведения об эксперименте. Описание первичной обработки данных станций сети GPS дано в разделе 2. Изложение метода и полученные результаты приводятся в разделе 3. Раздел 4 посвящён обсуждению результатов эксперимента.

1. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ЭКСПЕРИМЕНТА

Эпицентр землетрясения ($\Phi_e = 41,8^\circ$ с. ш., $\Lambda_e = 143,85^\circ$ в. д.) находился на глубине $27 \div 33$ км под водой между Курильской и Японской впадинами (рис. 1). В районе эпицентра будущего землетрясения было зарегистрировано 10 форшоков с магнитудами $3,9 \div 5,7$. Землетрясение сопровождалось цунами по всему побережью Японских островов. В следующие после основного

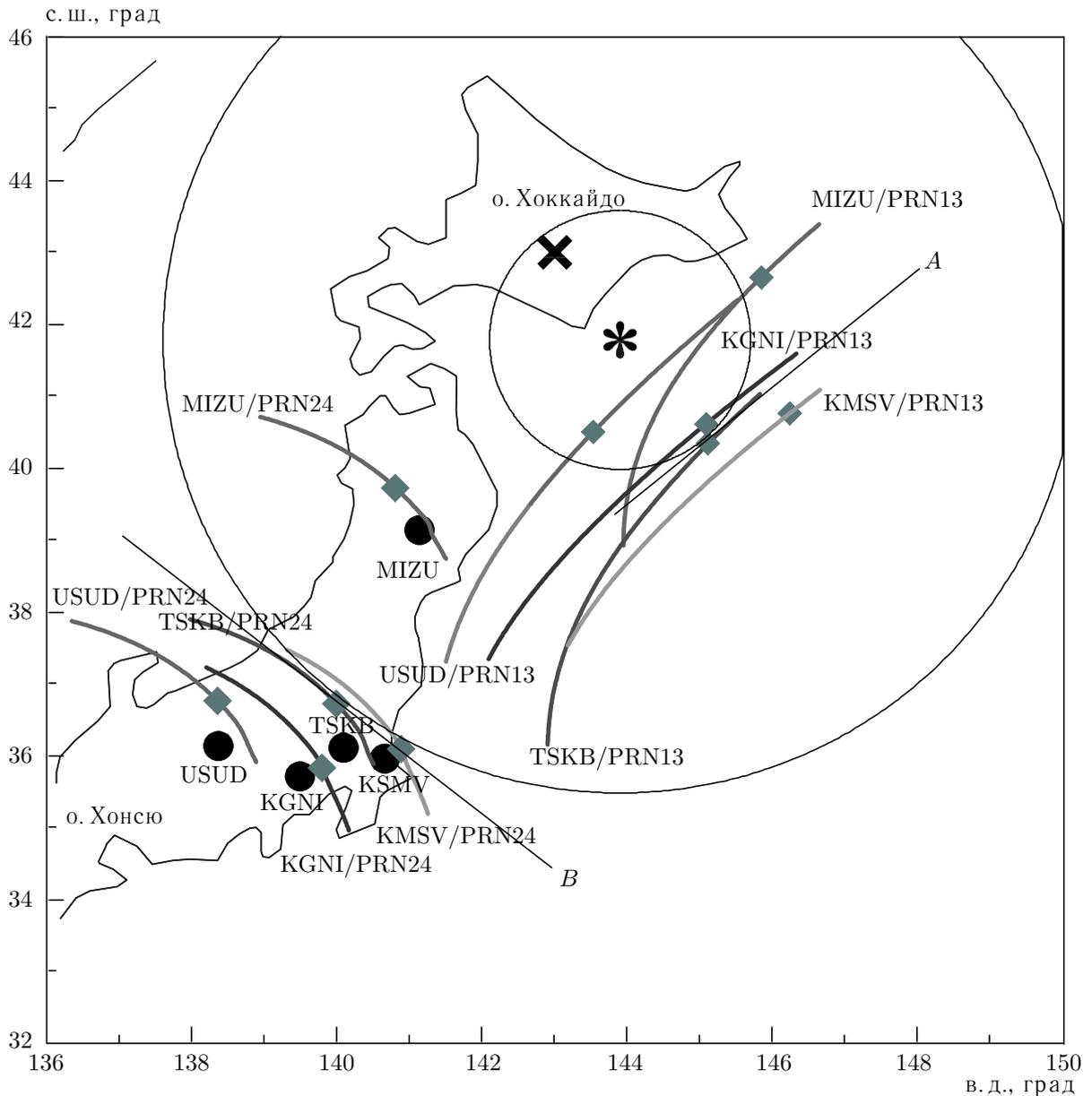


Рис. 1. Геометрия эксперимента. Чёрными кружками отмечено положение GPS-станций, тонкими линиями — траектории подионосферных точек; ромбиками обозначено положение подионосферных точек в моменты t_{\min} максимального отклонения ПЭС. Соответствующие цифровые данные приведены в табл. 2. Звёздочкой отмечено положение эпицентра землетрясения, крестом — вычисленное положение источника при минимальной невязке σ . Отрезками *A* и *B* на окружностях, соответствующих положению сферического фронта возмущения в моменты времени 20,067 UT и 20,3 UT, отмечены фрагменты плоского волнового фронта

землетрясения 5 дней было зафиксировано больше 100 толчков с магнитудой от 3,8 до 7,4. Приведённые сведения представлены на сайте [26].

Уровень геомагнитной возмущённости (индекс D_{st} лежал в пределах от 0 до 21 нТл, K_p — от 3 до 5) оказался вполне умеренным, что позволило надёжно идентифицировать ударно-акустическую волну. Данные по геомагнитным индексам D_{st} и K_p получены по электронному адресу [27].

Данные GPS с 30-секундным разрешением в стандартном формате RINEX [28], используе-

мые в данном исследовании, представлены для свободного использования на сайте [29]. Измерения проводились по 10 лучам, образованным GPS-приёмниками станций глобальной сети USUD, MIZU, TSKB, KGNI, KSMV и спутниками GPS с номерами PRN13 и PRN24.

Геометрия эксперимента представлена на рис. 1. Звёздочкой отмечено положение эпицентра землетрясения. Тёмными кружками отмечено положение станций GPS. Масштаб осей координат выбран из соображений примерного равенства линейных размеров по широте и долготе.

2. ПЕРВИЧНАЯ ОБРАБОТКА ДАННЫХ GPS

Исходными данными для формирования пространственно-временного распределения ионосферных откликов на ударно-акустическую волну являются временные ряды высокочастотных вариаций ПЭС $dI(t)$ и соответствующие им ряды азимута $\alpha_s(t)$ и угла места $\theta_s(t)$ луча зрения на спутник GPS. Временные ряды $dI(t)$ отфильтрованы методом удаления линейного тренда с временным окном 5 минут из исходных рядов значений «наклонного» ПЭС $I(t)$. Полное электронное содержание восстанавливается по фазовым задержкам, которые приобретают двухчастотные навигационные сигналы GPS при их распространении вдоль луча приёмник—спутник.

Соответствующая методика восстановления вариаций ПЭС подробно описана [6–8, 30, 31] и в настоящей работе не рассматривается. Использование 5-минутного временного окна при удалении тренда обусловлено периодом ионосферного возмущения, вызванного ударно-акустической волной при запусках ракет, землетрясениях и промышленных взрывах, который по данным различных источников [4–7, 20] находится в пределах $200 \div 500$ с.

Ряды $dI(t)$, а также соответствующие им ряды значений $\theta_s(t)$ и $\alpha_s(t)$ рассчитываются с помощью разработанной в ИСЗФ СО РАН программы CONVTEC, преобразующей полученные по сети Интернет стандартные для системы GPS RINEX-файлы.

Соответствующие временные зависимости исходных рядов $I_i(t)$ для станции USUD и спутника PRN13 (USUD/PRN13) и MIZU/PRN24 представлены на рис. 2а и ж соответственно. Отфильтрованные зависимости $dI_i(t)$ для всех 10 лучей даны на рис. 2 б–е, з–м.

Из рис. 2 видно, что на фоне медленных изменений ПЭС уверенно выделяются быстрые колебания N-образной формы с характерным периодом ΔT около 500 с, обусловленные распространением ударно-акустической волны. Амплитуда колебаний порядка 0,1 TECU (total electron content units, 1 TECU = 10^{16} м⁻²) существенно превышает интенсивность фоновых флуктуаций ПЭС вне отклика, которые оказались достаточно слабыми в условиях ночной ионосферы (06:00 LT) [32].

Вариации $dI_i(t)$ для лучей, относящихся к одному спутнику GPS, хорошо коррелированы и сдвинуты относительно друг друга по временной оси. Однако форма отклика (особенно для различных спутников PRN13 и PRN24) отличается, что обусловлено спецификой ближней зоны источника и ракурсным эффектом, связанным с различными геометрическими соотношениями между волновым вектором возмущения и направлением на спутник GPS на различных расстояниях от эпицентра [6–9, 31].

С учётом высокого (больше единицы) отношения сигнал/шум можно зафиксировать моменты времени t_{\min} основного минимума $dI(t)$ для каждого луча. На рис. 2 этот момент отмечен на отфильтрованной зависимости отклика $dI(t)$ для ближайшей к эпицентру подыоносферной точки MIZU/PRN13 (см. рис. 1 и 2б).

Параметры зафиксированных ионосферных откликов на ударно-акустическую волну лежат в следующих пределах: амплитуда A меняется от 0,1 до 0,25 TECU, период возмущения ΔT — от 360 до 800 с (см. табл. 1). Эти результаты хорошо согласуются с данными других авторов [4–9, 11, 20], что говорит об устойчивости сигнальных признаков ионосферного возмущения, вызванного землетрясением.

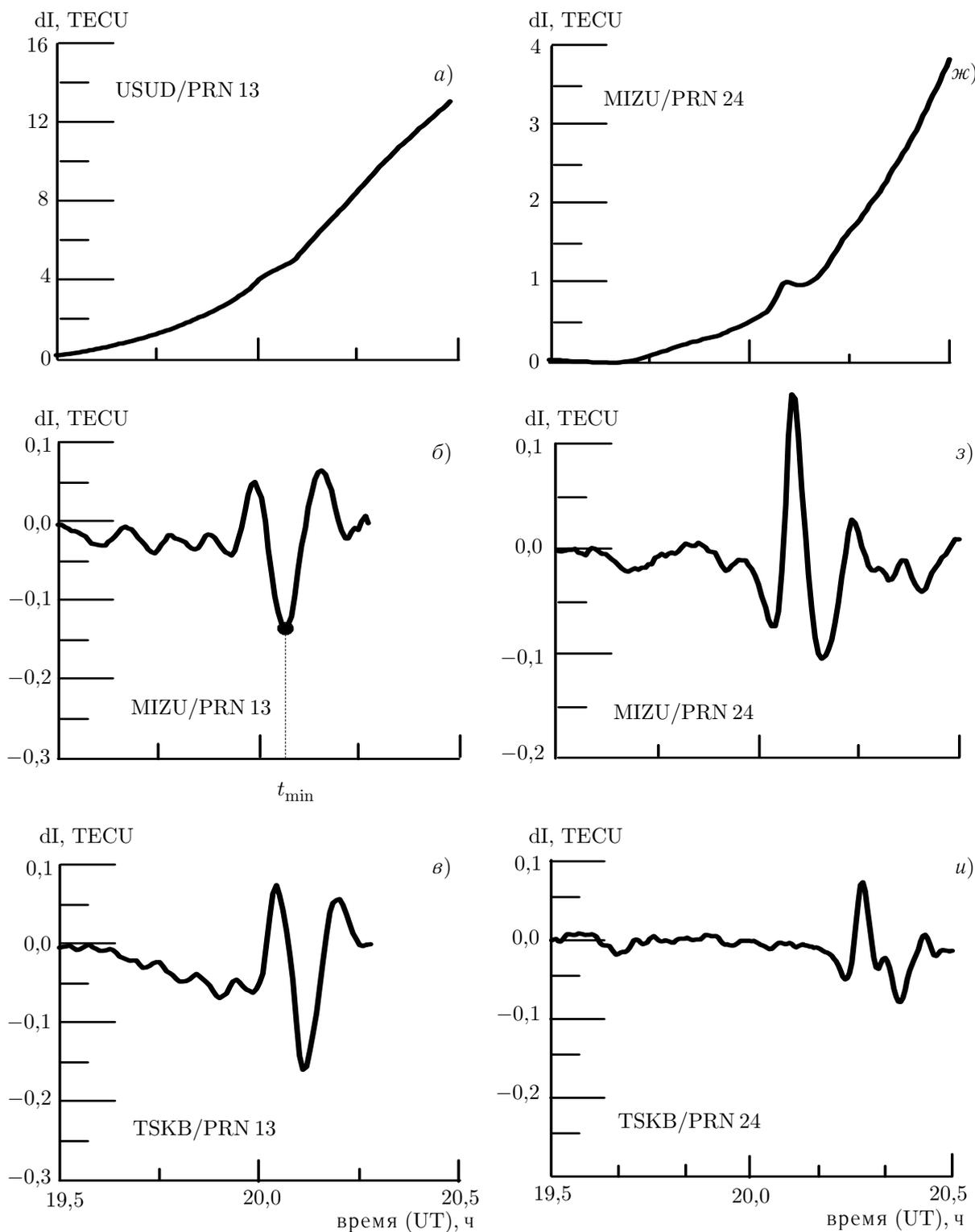


Рис. 2. Временные зависимости исходных рядов «наклонного» ПЭС $I_i(t)$ для станции USUD и спутника PRN13 (а) и станции MIZU и спутника PRN24 (ж). Отфильтрованные зависимости $dI_i(t)$ для всех 10 лучей приведены на панелях б-е и з-м. На панели б отмечен момент времени t_{\min} основного минимума возмущения ПЭС $dI(t)$ для ближайшей к эпицентру подыоносферной точки (станция MIZU, спутник PRN13). Чёрным треугольником на временной оси отмечен момент главного толчка 19:50:07 UT

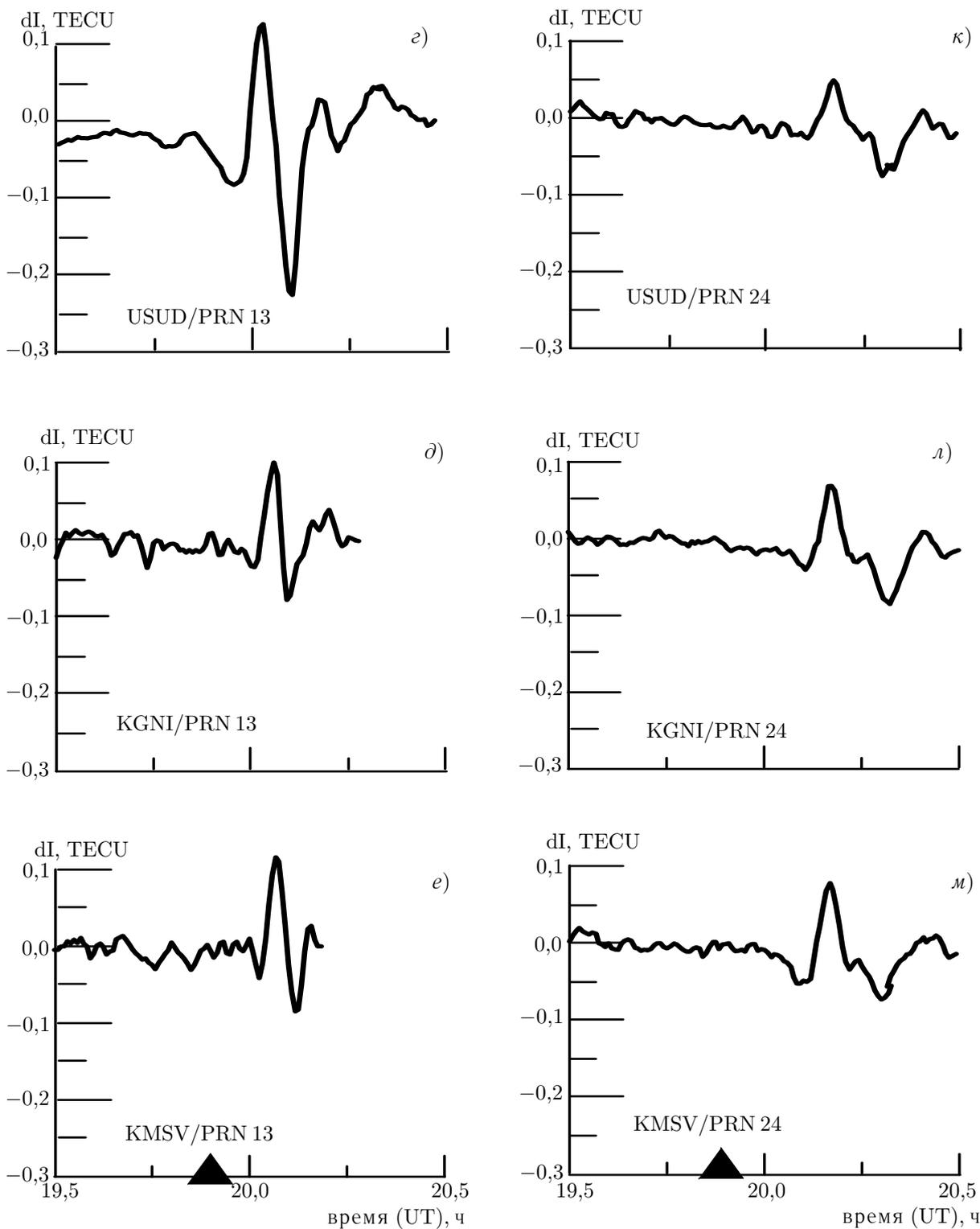


Рис. 2 (продолжение)

Отклик ПЭС в нашем случае (аналогично данным целого ряда работ, см. [4–9, 20]) представляет собой волновой пакет, для которого период несущей (заполнения пакета) близок к длительности огибающей, так что разделение несущей и огибающей представляет большие трудности. Такое разделение необходимо для определения групповой и фазовой скоростей волнового пакета.

В то же время можно отметить, что для одного и того же спутника GPS форма отклика при увеличении расстояния от эпицентра до подионосферной точки меняется незначительно (рис. 2). В первом приближении можно считать, что ионосферное возмущение перемещается в пределах выбранной геометрии приёмных станций системы GPS без изменения формы, так что групповая скорость распространения ионосферного возмущения совпадает с фазовой. Тем не менее во избежание недоразумений ниже мы будем использовать термин скорость распространения ионосферного возмущения не уточняя, фазовая это скорость или групповая.

Для устранения неопределённости локализации ионосферного отклика на ударно-акустическую волну, вызванной интегральным характером ПЭС, будем считать, что значение ПЭС формируется в точке пересечения луча зрения на спутник GPS с плоскостью на высоте h_d максимума ионизации области F_2 , которая вносит основной вклад в ПЭС.

При выборе h_d следует учесть, что уменьшение с высотой концентрации электронов выше главного максимума слоя F_2 происходит существенно медленнее, чем ниже максимума. Поскольку распределение концентрации с высотой является, по существу, «весовой функцией» отклика ПЭС на волновое возмущение [6–9, 31], в качестве h_d имеет смысл использовать величину, превышающую истинную высоту максимума слоя h_{F2} более чем на 100 км. Высота максимума h_{F2} меняется в достаточно широком диапазоне (250÷350 км) в зависимости от времени суток и ряда геофизических факторов, которые при необходимости могут быть учтены при использовании соответствующих дополнительных экспериментальных данных и современных моделей ионосферы. Ниже во всех расчётах мы принимали $h_d = 400$ км, что наиболее соответствует ночным условиям эксперимента (около 06:00 LT).

В первом приближении можно считать, что именно на этой высоте расположены воображаемые детекторы, регистрирующие ионосферный отклик на ударно-акустическую волну в вариациях ПЭС. «Горизонтальный размер» области детектирования, который можно оценить из скорости перемещения подионосферной точки на высоте 400 км вследствие движения спутника GPS (скорость движения порядка 20÷50 м/с) и периода ударно-акустической волны (порядка 500 с) не превышает 10÷30 км, что существенно меньше «вертикального размера», сравнимого с характерной высотой положения главного максимума ионосферы h_{F2} (порядка 100 км). Соответствующая скорость перемещения системы отсчёта на порядок меньше скорости перемещения ударно-акустической волны (см. ниже), поэтому поправка на такое перемещение в дальнейших расчётах не учитывается, хотя алгоритмы такого учёта разработаны и используются при определении скорости перемещения ионосферных возмущений со скоростями порядка 100 м/с [31].

Поскольку расстояние между элементами GPS-решётки (от десятков до нескольких сотен километров) много меньше расстояния до спутника GPS (более 20 000 км), геометрия решётки подионосферных точек на высоте h_d подобна геометрии решётки на земной поверхности.

Географические координаты подионосферной точки (Φ , Λ) определяются как координаты проекции на поверхность Земли точки пересечения луча зрения на спутник с плоскостью на высоте h_d . Название полученной подионосферной точки соответствует лучу приёмник—спутник. Траектории подионосферных точек приведены на рис. 1 тонкими линиями.

Вычислив координаты подионосферной точки для моментов t_{\min} , определим пространственное положение ионосферного отклика ударно-акустической волны. При этом положение каждого луча на спутник GPS определяется значениями $\theta_s(t)$ и $\alpha_s(t)$ для моментов времени t_{\min} .

Определив моменты времени $t_{\min i}$ для каждого ряда $dI_i(t)$ и соответствующие координаты (Φ_i , Λ_i) подионосферных точек, получаем пространственно-временное распределение ионосферных откликов на ударно-акустическую волну (рис. 1, 2).

Значения $t_{\min i}$, Φ_i и Λ_i для каждого луча приёмник—спутник GPS, для которого зафиксированы ионосферные отклики, приведены в табл. 1.

Таблица 1. Основные параметры ионосферных откликов при землетрясении на острове Хоккайдо 25.09.2003

	станция/ спутник	t_{\min} (UT), ч	Φ_i , град с. ш.	Λ_i , град в. д.	ΔT , с	Δt , ч	V_a , м/с
1	MIZU/PRN13	20,067	42,654	145,847	600	0,232	428
2	USUD/PRN13	20,100	40,498	143,528	510	0,265	352
3	KSMV/PRN13	20,117	40,763	146,244	360	0,282	376
4	TSKB/PRN13	20,108	40,337	145,112	570	0,273	364
5	KGNI/PRN13	20,092	40,613	145,088	510	0,257	374
6	MIZU/PRN24	20,158	39,723	140,804	417	0,323	398
7	USUD/PRN24	20,300	36,759	138,349	871	0,465	483
8	KGNI/PRN24	20,325	35,832	139,795	838	0,490	467
9	TSKB/PRN24	20,308	36,724	139,986	838	0,473	431
10	KSMV/PRN24	20,300	36,099	140,884	748	0,465	455

Для удобства дальнейших расчётов широта и долгота подыоносферных точек пересчитываются в горизонтальные декартовы координаты (x_i, y_i) топоцентрической системы координат, в которой начало совпадает с одной из подыоносферных точек — опорной точкой $O(x_0, y_0)$. В этом приближении воображаемые детекторы расположены на горизонтальной плоскости; ошибка такого приближения растёт при увеличении расстояния между станциями GPS.

За опорную точку принимаем положение ионосферного отклика на ударно-акустическую волну с минимальным временем t_{\min} . Для рассматриваемого события это подыоносферная точка MIZU/PRN13 с временем $t_{\min 0} = 20,067$ UT. Тогда временной ряд ПЭС с удалённым трендом $dI_0(t)$ для GPS-станции MIZU и спутника PRN13 также будем считать опорным.

3. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ИОНОСФЕРНОГО ВОЗМУЩЕНИЯ В БЛИЖНЕЙ ЗОНЕ ИСТОЧНИКА

Оценим расположение зафиксированных ионосферных откликов на ударно-акустическую волну по отношению к границе дальней зоны источника ионосферного возмущения. Соотношение для радиуса дальней зоны R_0 источника ионосферного возмущения и линейного размера D области распределения ионосферных откликов на ударно-акустическую волну при интервале синфазности $\Delta\varphi = \pi/4$ имеет вид

$$R_0 = 4D^2/\lambda, \quad (1)$$

где λ — длина волны ионосферного возмущения.

Сдвиг фаз $\Delta\varphi = \pi/4$ сигналов, зафиксированных в разных подыоносферных точках, в пределах которого эти сигналы будем считать синфазными, а фронт волны — плоским, соответствует временному интервалу $\Delta T/8$. Для среднего периода ионосферного возмущения, вызванного ударно-акустической волной, $\Delta T = 300$ с [4–9, 20] этот интервал составляет около 30 с, что находится в пределах временной погрешности метода, определяемой стандартными GPS-измерениями с 30-секундным усреднением.

Для землетрясения 25 сентября 2003 года у острова Хоккайдо с учётом средних значений $D = 500$ км и $\lambda = V\Delta T = 200$ км (см. ниже) граница дальней зоны источника ионосферного возмущения определяется радиусом $R_0 = 5000$ км. Горизонтальное удаление откликов от эпицентра землетрясения $\rho_{hi} = 200 \div 800$ км, т.е. $\rho_{hi} < R_0$, а сам эпицентр лежит внутри области распределения подыоносферных точек (см. рис. 1). Следовательно, ионосферные отклики на

ударно-акустическую волну для всех, в том числе наиболее удалённых, подыоносферных точек (рис. 1) зафиксированы в ближней зоне эпицентра землетрясения.

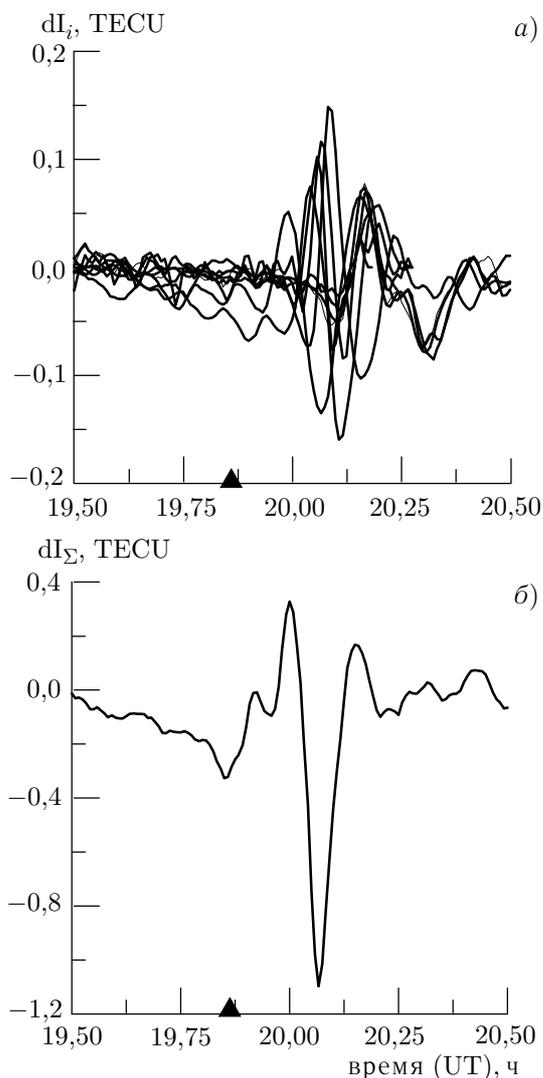


Рис. 3. Для сравнения на панели *а* на одной временной шкале нанесены отфильтрованные зависимости $dI_i(t)$ для всех 10 лучей, представленных на рис. 2б–е; з–м. Полный сигнал пространственной сборки $dI_\Sigma(t)$ показан на панели *б*. Закрашенным треугольником на временной оси отмечен момент главного толчка 19:50:07 UT

вые шумовые колебания некоррелированы (см. рис. 2б–е; з–м), отношение сигнал/шум в полном сигнале пространственной сборки возрастает не менее чем в \sqrt{P} раз. Рис. 3 иллюстрирует этот эффект для рассмотренного землетрясения. Полный сигнал пространственной сборки $dI_\Sigma(t)$ представлен на рис. 3б.

Время сдвига суммируемых рядов будет определяться разностью радиальных удалений точек регистрации ионосферного возмущения (подыоносферных точек) от источника акустического воздействия (эпицентра землетрясения), а также радиальной скоростью распространения возму-

Используем упрощённую модель, в которой эпицентральный излучатель ударно-акустической волны при землетрясении подменяется точечным источником, расположенным на высоте h_s в ионосфере. При $h_s = 0$ он совпадает с эпицентром землетрясения [1]. Фронт ударно-акустической волны представляет собой полусферу, распространяющуюся над поверхностью Земли с постоянной скоростью. Возможные рефракционные эффекты, возникающие при распространении акустического возмущения от источника до подыоносферной точки, в первом приближении игнорируем (см. ниже).

Кроме того, не учитываем преобразование амплитуды отклика ПЭС на прохождение ударно-акустической волны, которое определяется пространственным затуханием её амплитуды, ракурсными соотношениями между волновым вектором возмущения, направлением на спутник и ориентацией вектора магнитного поля (см. раздел 4 и [31]).

При этих условиях алгоритм пространственно-временной обработки сводится к суммированию предварительно сфазированных рядов $dI_i(t)$ к опорному ряду $dI_0(t)$, в результате чего получаем полный сигнал пространственной сборки рядов ПЭС с удалённым трендом $dI_\Sigma(t)$ (см. рис. 3):

$$dI_\Sigma(t) = dI_0(t) + \sum_{i=1}^{P-1} dI_i(t - \Delta\tau_i), \quad (2)$$

где $\Delta\tau_i = t_{\max i} - t_{\max 0}$ — время сдвига i -го ряда $dI_i(t)$ относительно опорного ряда $dI_0(t)$, P — количество суммируемых рядов.

Вследствие того, что «полезные» колебания ПЭС, обусловленные распространением ударно-акустической волны, в каждом суммируемом ряде хорошо коррелированы между собой, а фоновые шумовые колебания некоррелированы (см. рис. 2б–е; з–м), отношение сигнал/шум в полном сигнале пространственной сборки возрастает не менее чем в \sqrt{P} раз.

Рис. 3 иллюстрирует этот эффект для рассмотренного землетрясения. Полный сигнал пространственной сборки $dI_\Sigma(t)$ представлен на рис. 3б.

Время сдвига суммируемых рядов будет определяться разностью радиальных удалений точек регистрации ионосферного возмущения (подыоносферных точек) от источника акустического воздействия (эпицентра землетрясения), а также радиальной скоростью распространения возму-

щения:

$$\Delta\tau_i = \Delta\rho_i/V_r, \tag{3}$$

где $\Delta\rho_i = \rho_i - \rho_0$ — разность радиальных удалений i -й и опорной подыоносферных точек от источника ионосферного возмущения, V_r — радиальная фазовая скорость ионосферного возмущения.

В свою очередь, выражение для радиального удаления i -й подыоносферной точки от источника ионосферного возмущения имеет вид

$$\rho_i = \sqrt{(x_i - x_s)^2 + (y_i - y_s)^2 + (h_d - h_s)^2}, \tag{4}$$

где (x_i, y_i) — координаты i -й подыоносферной точки в топоцентрической системе координат, h_d — высота, на которой происходит регистрация ионосферного возмущения, (x_s, y_s) — координаты источника ионосферного возмущения, h_s — предполагаемая высота источника.

С учётом того, что началом выбранной топоцентрической системы координат является проекция опорной подыоносферной точки на поверхность Земли (т. е. $x_0 = 0, y_0 = 0$), выражение для радиального удаления опорной подыоносферной точки от источника ионосферного возмущения принимает вид

$$\rho_0 = \sqrt{x_s^2 + y_s^2 + (h_d - h_s)^2}. \tag{5}$$

Принимая во внимание (4) и (5), запишем выражение (3) в виде

$$\Delta\tau_i = \frac{\sqrt{(x_i - x_s)^2 + (y_i - y_s)^2 + (h_d - h_s)^2} - \sqrt{x_s^2 + y_s^2 + (h_d - h_s)^2}}{V_r}, \tag{6}$$

где $i = 1, 2, 3, \dots, P$.

Тогда для всей совокупности точек регистрации ионосферного возмущения получаем систему из $P - 1$ уравнений:

$$\begin{aligned} \Delta\tau_1 &= \frac{\sqrt{(x_1 - x_s)^2 + (y_1 - y_s)^2 + (h_d - h_s)^2} - \sqrt{x_s^2 + y_s^2 + (h_d - h_s)^2}}{V_r}, \\ \Delta\tau_2 &= \frac{\sqrt{(x_2 - x_s)^2 + (y_2 - y_s)^2 + (h_d - h_s)^2} - \sqrt{x_s^2 + y_s^2 + (h_d - h_s)^2}}{V_r}, \\ &\dots \\ \Delta\tau_P &= \frac{\sqrt{(x_P - x_s)^2 + (y_P - y_s)^2 + (h_d - h_s)^2} - \sqrt{x_s^2 + y_s^2 + (h_d - h_s)^2}}{V_r}. \end{aligned} \tag{7}$$

Таблица 2. Координаты эпицентра Φ_s, Λ_s и время главного толчка землетрясения; координаты источника, время t_s и запаздывание включения источника ионосферного возмущения δt , радиальная V_r и вертикальная V_v скорости перемещения ионосферного возмущения для различных высот h_s

h_s , км	δh , км	Φ_s , град с. ш.	Λ_s , град в. д.	t_s (UT), ч	δt , с	V_r , м/с	V_v , м/с	σ , км
0	400	42,6	143,80	20,000	594	700	673	6,8
100	300	42,8	143,80	19,989	554	700	541	6,9
200	200	43,0	143,60	19,950	414	650	483	6,5
300	100	43,0	143,00	19,907	259	600	386	6,2
400	0	43,2	143,60	19,842	25	550	—	6,0
—	—	41,8	143,85	19,835	—	—	—	—

Приближённое решение системы (7) ищется численно из условия минимума среднего квадрата временных невязок ϵ левых и правых частей уравнений. Невязку удобно оценить так же, как среднеквадратичное отклонение σ разности между положением подыоносферных точек для моментов времени $t_{\min i}$ и положением этих точек, вычисленным для итоговых координат источника и скорости.

В табл. 2 приведены вычисленные по формулам (3)–(7) координаты Φ_s и Λ_s , моменты времени t_s и запаздывания включения δt источника ионосферного возмущения относительно момента времени t_0 главного толчка, а также радиальная V_r и вертикальная V_v скорости перемещения ионосферного возмущения и пространственная невязка σ для различных высот h_s .

4. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Об обнаружении методом GPS-просвечивания ионосферных возмущений, предположительно генерируемых вертикальным смещением земной поверхности непосредственно в эпицентральной зоне землетрясения, сообщается в работе [4]. Результаты настоящей работы подтверждают это предположение. Однако конкретный механизм формирования самого возмущения всё ещё не ясен.

Подход к решению этой проблемы содержится уже в ранних работах и состоит в подмене эпицентрального излучателя наземным точечным источником скорости или взрывом. В частности, замена зоны землетрясения точечным источником оказывается плодотворной при описании долгопериодных внутренних гравитационных волн на очень большом (тысячи километров) удалении от эпицентра [1]. Визуальное сходство ионосферных возмущений на небольших расстояниях от эпицентра землетрясения (сотни километров) с возмущениями от наземных взрывов обсуждается в целом ряде работ [4–9, 20, 21].

Следует заметить, что визуально похожими являются также ионосферные возмущения, генерируемые промышленными наземными и подземными ядерными взрывами. Однако механизмы генерации возмущений при этом принципиально различаются [19]. Источником излучения при подземном ядерном испытании является, как и при землетрясении, взволнованная взрывом земная поверхность. Интенсивность и спектральный состав генерируемого акустического сигнала обнаруживают сильную (в отличие от наземного взрыва) зависимость от зенитного угла и целиком определяются формой, размерами и характеристиками движения земной поверхности в эпицентральной зоне подземного взрыва.

В работах [6, 7] дано обоснование модели, согласно которой ударно-акустическая волна генерируется вследствие поршнеподобного движения земли во время землетрясения. Однако эта модель неприменима для подводных землетрясений, подобных обсуждаемому землетрясению вблизи острова Хоккайдо 25 сентября 2003 года. Таким образом, в будущем необходима разработка более совершенной модели, учитывающей особенности преобразования тектонической энергии при подводных землетрясениях в соответствующее акустическое возмущение, регистрируемое при GPS-просвечивании ионосферы.

Общепринятой считается модель ионосферного возмущения при землетрясении, в которой источником возмущения является не сам эпицентр, а область ионосферы над эпицентром [2, 3, 19]. Согласно модели [2, 3] волновое акустическое возмущение проникает на ионосферные высоты только в узком секторе зенитных углов (меньше 20°). Остальные волны захватываются в акустический волновод и не достигают ионосферных высот. Наш эксперимент вполне согласуется с такой моделью.

Геометрия эксперимента в вертикальной плоскости представлена на рис. 4а. Здесь δh и ρ — высотное и радиальное удаление детектора ионосферного возмущения от вторичного источника, локализованного на высоте h_s (обозначено жирными точками). Предполагается, что детектор

ионосферного возмущения локализован в окрестности главного максимума электронной концентрации на высоте 400 км (обозначен на оси ординат закрашенным ромбом). Стрелками обозначены волновые векторы ионосферного возмущения, распространяющегося от вторичного источника до детектора с радиальной скоростью V_r , и акустического возмущения, распространяющегося от эпицентра землетрясения до вторичного источника в ионосфере с вертикальной скоростью V_v .

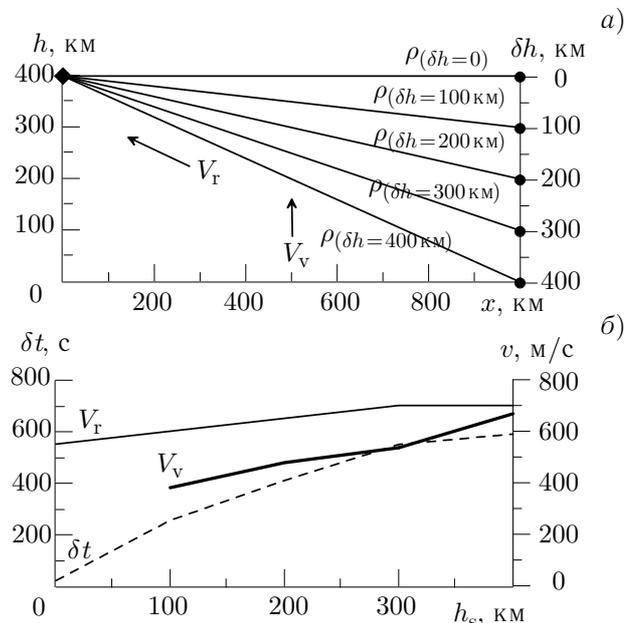


Рис. 4. (а) Геометрия эксперимента в вертикальной плоскости, где δh и ρ — высотное и радиальное удаление детектора от вторичного источника ионосферного возмущения (обозначены жирными точками), и (б) зависимости времени запаздывания включения источника δt (пунктирная кривая), радиальной скорости V_r распространения ионосферного возмущения (тонкая кривая) и вертикальной скорости V_v (жирная кривая) от высоты h_s локализации вторичного источника

Как можно заметить, полученные таким образом значения скорости в среднем в 1,5 раза меньше, чем определённые с использованием формул (3)–(7). Это различие легко объяснить тем, что длина пути L определяется вдоль земной поверхности, а детектирование производится в области главного максимума электронной концентрации на высоте 400 км, в результате чего в нашем случае путь удлинится в 1,5 раза. Это согласуется с тем, что источником возмущения является не сам подземный толчок, а вторичный источник, расположенный на высоте h_s в ионосфере, который «включается» позже, чем происходит толчок.

Как можно убедиться, результаты определения координат источника ионосферного возмущения ($\Phi_s = 43,0^\circ$ с. ш., $\Lambda_s = 143,0^\circ$ в. д.) методом пространственно-временной обработки хорошо согласуются с координатами эпицентра землетрясения ($\Phi_e = 41,8^\circ$ с. ш., $\Lambda_e = 143,85^\circ$ в. д.). Точность определения положения источника ионосферного возмущения этим методом составляет около 60 км.

Отличие полученных значений от «истинных» (определённых по сейсмическим данным) можно объяснить тем, что в формулах (3)–(7) используется приближение плоской земной поверхно-

а) На рис. 4б данные табл. 2 приведены в виде графика зависимости времени запаздывания включения источника δt (пунктир), радиальной скорости V_r (тонкая кривая) и вертикальной скорости V_v (жирная кривая) от высоты h_s .

б) Полученные нами оценки скорости V_r близки к скорости звука C на высоте порядка 400 км [24]. Таким образом, принятая выше высота $h_d = 400$ км, на которой расположен воображаемый детектор ионосферного возмущения, вполне согласуется с зависимостью $C(h)$.

Скорость распространения $V = 700$ м/с, определённая методом (3)–(7), немного меньше оценок, представленных в [6, 7]. В этих работах фазовая скорость ударно-акустической волны, измеренная с помощью GPS-решёток в дальней зоне эпицентров землетрясений в Турции 17 августа и 12 ноября 1999 года составила $V = 1173$ и 1157 м/с соответственно.

Интересно сравнить результаты пространственно-временной обработки (3)–(7) с оценками средней скорости распространения ударно-акустической волны V_a , определяемой по запаздыванию $\Delta t = t_{\min} - t_0$ и известному пути L между эпицентром землетрясения и подионосферной точкой. Длина пути L определяется по дуге большого круга. Соответствующие данные представлены в табл. 1.

сти, которое на расстояниях порядка 500 км даёт соответствующее отклонение.

Наличие зонального и меридионального ветров на ионосферных высотах приводит к смещению и деформации волнового фронта и, соответственно, к появлению зависимости интенсивности акустической волны от направления распространения. При этом решающую роль играет градиент скорости ветра. Это может объяснить смещение горизонтального положения вторичного источника возмущения в ионосфере относительно эпицентра землетрясения.

Учёт этого обстоятельства возможен в рамках лучевой теории. Однако проведение соответствующего модельного расчёта имеет смысл при анализе экспериментальных данных, полученных для массива подионосферных точек, окружающих источник акустической волны. В нашей ситуации, когда число анализируемых подионосферных точек слишком мало, а неопределённость параметров самого акустического излучателя слишком велика, решение подобной громоздкой задачи явилось бы явным превышением точности.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

С помощью разработанного авторами метода пространственно-временной обработки распределения вариаций полного электронного содержания, полученных по данным станций GPS, расположенных в ближней зоне землетрясения вблизи острова Хоккайдо 25 сентября 2003 года (магнитуда 8,3 балла), определены координаты эпицентра, время главного толчка и скорость распространения ионосферного возмущения, вызванного землетрясением. Указанные параметры хорошо согласуются с «истинными» координатами эпицентра и временем толчка (сейсмические данные), а также с результатами, полученными ранее при анализе ионосферных возмущений во время сильных землетрясений 17 августа и 12 ноября 1999 года в Турции, 4 июня 2000 года на Южной Суматре и 13 января 2001 года вблизи побережья Центральной Америки.

Полученные в работе результаты доказывают эффективность использования предложенных методов при определении пространственно-временных характеристик ионосферного возмущения, зафиксированного в ближней зоне источника, и ещё раз подтверждают звуковую природу ионосферного возмущения при землетрясении [4–7, 9, 11].

С целью более детального исследования пространственного затухания волны, дисперсионных свойств атмосферы, определения фазовой и групповой скоростей волнового пакета ионосферного возмущения представляет большой интерес использование предложенного метода для большего количества станций GPS.

Авторы благодарны В. В. Евстафьеву за интерес к работе и полезную дискуссию и С. В. Воейкову за помощь при первичной обработке данных. Эта работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (гранты № 03–05–64100 и 03–05–64627), интеграционного проекта СО РАН № 181, а также Совета при Президенте Российской Федерации по государственной поддержке ведущих научных школ (грант № НШ–272.2003.5). Мы благодарим сотрудников «Scripps Orbit and Permanent Array Center» (SOPAC) за предоставление использованных в настоящей статье первичных данных глобальной сети наземных двухчастотных приёмников GPS.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Row R. V. // J. Geophys. Res. 1967. V. 72. P. 1599.
2. Павлов В. А. // Изв. вузов. Радиофизика. 1979. Т. 22. С. 18.
3. Павлов В. А. // Геомагнетизм и аэронавигация. 1986. Т. 26, №. 5. С. 807.
4. Calais E., Minster J. B. // Geophys. Res. Lett. 1995. V. 22. P. 1045.

5. Calais E., Minster J. B., Hofton M. A., Hedlin M. A. H. // *Geophys. J. Int.* 1998. V. 132. P. 191.
6. Афраймович Э. Л., Косогоров Е. А., Плотников А. В., Уралов А. М. // *Физика Земли.* 2001. № 67. С. 16.
7. Afraimovich E. L., Perevalova N. P., Plotnikov A. V., Uralov A. M. // *Annales Geophysicae.* 2001. V. 19. P. 395.
8. Афраймович Э. Л., Кирюшкин В. В., Перевалова Н. П. // *Радиотехника и электроника.* 2002. Т. 47, № 7. С. 822.
9. Ахмедов Р. Р., Куницын В. Е. // *Вестник Московского университета. Серия 3. Физика. Астрономия.* 2003. № 3. С. 38.
10. Calais E., Haase J. S., Minster J. B. // *Geophys. Res. Lett.* 2003. V. 30, No. 12. P. 1628. DOI 10.1029/2003GL017708.
11. Ахмедов Р. Р., Куницын В. Е. // *Геомagnetизм и астрономия.* 2004. Т. 44, № 1. С. 1.
12. Афраймович Э. Л., Варшавский И. И., Вугмейстер Б. О. и др. // *Геомagnetизм и астрономия.* 1984. Т. 24. С. 322.
13. Афраймович Э. Л., Абрамов В. Г., Варшавский И. И. и др. // *Изв. АН СССР. Физика Земли.* 1985. № 11. С. 99.
14. Афраймович Э. Л., Вугмейстер Б. О., Гохберг М. Б. и др. // *Изв. АН СССР. Физика Земли.* 1985. № 11. С. 32.
15. Альперович Л. С., Пономарёв Е. А., Федорович Г. В. // *Изв. АН СССР. Физика Земли.* 1985. № 11. С. 9.
16. Дробжев В. И., Калиев М. З., Нагорский П. М. и др. // *Изв. АН СССР. Физика Земли.* 1985. № 11. С. 61.
17. Дробжев В. И., Железняков Е. В., Идрисов И. К. и др. // *Изв. вузов Радиофизика.* 1987. Т. 30. С. 1436.
18. Blanc E., Jacobson A. R. // *Radio Sci.* 1989. V. 24. P. 739.
19. Rudenko G. V., Uralov A. M. // *J. Atmos. Terr. Phys.* 1995. V. 57. P. 225.
20. Fitzgerald T. J. // *J. Atmos. Solar-Terr. Phys.* 1997. V. 59. P. 829.
21. Андреева Е. С., Гохберг М. Б., Куницын В. Е. и др. // *Космические исследования.* 2001. Т. 39, № 1. С. 13.
22. Нагорский П. М., Таращук Ю. Е. // *Изв. вузов. Физика.* 1992. Т. 35, № 9. С. 110.
23. Нагорский П. М. // *Изв. вузов. Радиофизика.* 1999. Т. 42. С. 36.
24. Li Y. Q., Jacobson A. R., Carlos R. C., Massey R. S., Taranenko Y. N., Wu G. // *Geophys. Res. Lett.* 1994. V. 21. P. 2737.
25. Afraimovich E. L. // *Radio Sci.* 2000. V. 35, No. 6. P. 1417.
26. <http://www.neic.cr.usgs.gov>.
27. <http://www.wdc.rl.ac.uk/cgi-bin/wdcc1/secure/wdcdata>.
28. Gurtner W. RINEX: The Receiver Independent Exchange Format Version 2. 1993. <http://igscb.jpl.nasa.gov:80/igscb/data/format/rinex2.txt>.
29. <http://sopac.ucsd.edu/cgi-bin/dbDataByDate.cgi>.
30. Hofmann-Wellenhof B., Lichtenegger H., Collins J. *Global Positioning System: Theory and Practice.* New York, Wien: Springer-Verlag, 1992. 327 p.
31. Afraimovich E. L., Palamartchouk K. S., Perevalova N. P. // *J. Atmos. Solar-Terr. Phys.* 1998. V. 60. P. 1205.
32. Афраймович Э. Л., Косогоров Е. А., Лесюта О. С., Ушаков И. И. // *Изв. вузов. Радиофизика.* 2001. Т. 44, № 10. С. 828.

Поступила в редакцию 27 мая 2004 г.; принята в печать 7 октября 2004 г.

**IONOSPHERIC DISTURBANCE IN THE NEAR-FIELD AREA OF THE
EPICENTER OF THE SEPTEMBER 25, 2003 HOKKAIDO EARTHQUAKE***É. L. Afraimovich, É. I. Astafieva, and V. V. Kiryushkin*

A method which we developed for spatio-temporal data processing is employed to yield the source coordinates of the September 25, 2003 Hokkaido earthquake (magnitude 8.3), the switch-on time, and the propagation velocity of the earthquake-induced ionospheric disturbance. Distribution of total electron content (TEC) variations obtained from the GPS stations located in the near-field area of the earthquake epicenter is used for the data analysis. Parameters calculated in this paper are in good agreement with the real location of the earthquake epicenter, the real shock time (seismic data), and the results obtained earlier for ionospheric disturbances due to strong earthquakes.

УДК 621.371.24

ПОЛЯРИЗАЦИОННЫЕ ЭФФЕКТЫ ПРИ РАССЕЯНИИ МИКРОВОЛНОВОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В ЛЕТНЕЙ ОБЛАЧНОЙ АТМОСФЕРЕ

А. В. Троицкий, А. В. Востоков, А. М. Ошарин

Научно-исследовательский радиофизический институт, г. Нижний Новгород, Россия

Приведены результаты спектральных исследований поляризации теплового микроволнового излучения летней облачной атмосферы на частотах 37 и 94 ГГц. Обнаружена значительная поляризация микроволнового излучения летних облаков, которая интерпретируется как результат рассеяния теплового излучения атмосферы на обводнённых кристаллах, находящихся в слое таяния (область нулевой изотермы). Интерпретация наблюдательных данных осуществлялась на основе модели переноса поляризованного излучения в облаках смешанного типа, содержащих обводнённые кристаллы различной формы и жидкокапельную воду, с учётом всех кратностей рассеяния.

ВВЕДЕНИЕ

Явление поляризации теплового микроволнового излучения облачной атмосферы (без осадков) было обнаружено в [1], где оно интерпретируется как результат рассеяния микроволнового излучения на ледяных кристаллах различной формы и ориентации в зимних кристаллических и смешанных облаках. Поляризацию теплового микроволнового излучения атмосферы вследствие эффектов рассеяния могут обеспечить как сферические частицы (из-за угломестной анизотропии излучения системы атмосфера–земная поверхность), так и ориентированные плоские (дендриты, пластины и т. п.) или продолговатые (столбики, иглы и т. д.) ледяные облачные кристаллы [1, 2]. Ориентация плоских кристаллов и игл в горизонтальной плоскости может происходить под действием гравитации и конвективных движений воздуха [3–5]. В то же время важно подчеркнуть, что эффекты поляризации возникают при рассеянии теплового микроволнового излучения на частицах любой формы и ориентации, включая случай хаотически ориентированных кристаллов [6]. Выполненные экспериментальные исследования [1, 2] свидетельствуют о том, что сам эффект является не уникальным, а характерным явлением, по крайней мере, для зимней атмосферы, когда и проводились исследования в [1, 2]. Вопрос о поляризации микроволнового излучения облачной атмосферы в летних условиях, когда облака находятся преимущественно при положительных температурах и кристаллы либо отсутствуют, либо содержатся в незначительных количествах, оставался открытым.

В настоящей работе выполнены спектральные исследования поляризации теплового микроволнового излучения летней облачной атмосферы на длинах волн 3 и 8 мм, свидетельствующие о наличии значительной поляризации микроволнового излучения летних облаков. Дана интерпретация наблюдательных данных на основе модели переноса излучения в облаках смешанного типа, содержащих обводнённые ледяные кристаллы в слое таяния (область нулевой изотермы).

1. АППАРАТУРА И МЕТОДИКА ИЗМЕРЕНИЙ

Экспериментальные исследования поляризации теплового микроволнового излучения атмосферы проводились с помощью поляризационных радиометров (поляриметров), работающих в

диапазоне длин волн 3 и 8 мм на частотах 94 и 38 ГГц соответственно. Поляриметры принимали микроволновое излучение атмосферы на двух ортогональных поляризациях. Приём излучения осуществлялся рупорными антеннами с шириной диаграммы направленности по уровню половинной мощности, равной 6° . Несοосность осей диаграмм направленности не превышала 3° . Разделение поляризаций осуществлялось с помощью переключателя поляризаций, основанного на эффекте Фарадея. Развязка между поляризационными каналами в полосе приёма поляриметров с шириной 4 ГГц составляла не менее 20 дБ. Таким образом, поляриметры позволяли регистрировать интенсивность излучения на каждой из поляризаций (первый параметр Стокса) и разность интенсивностей на ортогональных поляризациях (второй параметр Стокса, или поляризационный контраст). Флуктуационная чувствительность поляриметров составляла 0,1 К на длине волны 3 мм и 0,05 К на длине волны 8 мм при постоянной времени интегрирования 1 с. В экспериментах время интегрирования обычно составляло 20 с, что позволяло измерять поляризационные контрасты в несколько сотых долей градуса.

Калибровка принимаемого микроволнового излучения атмосферы в масштабе яркостных температур T_b осуществлялась с помощью двух источников неполяризованного излучения — ясной атмосферы и абсолютно чёрного тела, находившегося в дальней зоне антенны на расстоянии около 1 метра при температуре окружающего воздуха T_0 . Яркостная температура ясной атмосферы T_b рассчитывалась по данным аэрологического зондирования или по результатам статистической экстраполяции приземных значений температуры T_0 , влажности f_0 и давления P_0 . В качестве опорного уровня нулевого поляризационного контраста $\Delta T_b = 0$ бралось радиоизлучение ясной атмосферы или излучение чёрного тела в дальней зоне. По этим же эталонам осуществлялось выравнивание полных коэффициентов передачи поляризационных каналов с точностью не хуже 0,1 %. Высокая идентичность поляризационных каналов необходима для устранения трансформации амплитудных вариаций яркостной температуры в вариацию поляризационного контраста из-за разного коэффициента усиления в каналах. Выравнивание коэффициентов передачи осуществлялось в цифровом виде на персональном компьютере. Аналитически процесс измерений описан в [1]. Точность абсолютных измерений яркостных температур на обеих частотах составила порядка 2 К. Точность измерений поляризационных контрастов оценивается приблизительно в 0,05 К на длине волны $\lambda = 3$ мм и 0,02 К на $\lambda = 8$ мм и обусловлена в основном флуктуационной ошибкой, т. к. систематическая ошибка калибровки при разностных измерениях (а поляризационные измерения являются таковыми) практически полностью устраняется.

Интегральное водосодержание W облаков определялось из измерений полного вертикального атмосферного поглощения τ на длине волны 8 мм, которое является суммой поглощения в кислороде τ_{O_2} , водяном паре τ_{H_2O} и каплях воды τ_w :

$$W = \frac{\tau(\lambda) - [\tau_{O_2}(\lambda) + \tau_{H_2O}(\lambda)]}{\psi(\lambda, T_{обл})} = \frac{\tau_w(\lambda)}{\psi(\lambda, T_{обл})}, \quad (1)$$

где ψ — удельный коэффициент поглощения в жидких облачных каплях, $T_{обл}$ — эффективная температура облака. Полное вертикальное поглощение $\tau(\lambda)$ определяется непосредственно из измеренных значений яркостной температуры при длине волны $\lambda = 8$ мм в направлении зенитного угла θ :

$$T_b = T_{эфф} [1 - \exp(-\tau(\lambda)/\cos \theta)]. \quad (2)$$

где $T_{эфф}$ — эффективная температура атмосферы.

Поглощение в кислороде τ_{O_2} , водяном паре τ_{H_2O} и температура облака $T_{обл}$ рассчитывались с помощью статистической экстраполяции приземных значений T_0 , f_0 и P_0 .

2. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ИХ ИНТЕРПРЕТАЦИЯ

Исследование поляризации теплового микроволнового излучения летней облачной атмосферы проводилось в мае–сентябре 2003 года в г. Нижний Новгород с помощью поляриметрических радиометров на длинах волн 3 и 8 мм при зенитных углах 45° и 65° . Регистрировалось излучение атмосферы при прохождении облачности через диаграмму направленности антенны, фиксированную как по азимуту, так и по углу места. Измерялись яркостные температуры микроволнового излучения на двух ортогональных поляризациях — вертикальной T_{bv} и горизонтальной T_{bh} (первый параметр Стокса) — и их разность $\Delta T_b = T_{bv} - T_{bh}$ (второй параметр Стокса). Выполненные поляриметрические исследования выявили значительную поляризацию теплового микроволнового излучения летней облачной атмосферы во всём наблюдаемом интервале приземных температур от 10 до 32°C .

На рис. 1–3 приведены примеры регистрации второго параметра Стокса микроволнового излучения ΔT_b на длинах волн 3 и 8 мм при зенитном угле $\theta = 65^\circ$ и результаты синхронного определения интегрального водосодержания W облаков из радиометрических измерений на длине волны 8 мм.

Поляризация излучения ΔT_b на обеих частотах носит нерегулярный характер. Имеет место как вертикальная ($\Delta T_b > 0$), так и горизонтальная ($\Delta T_b < 0$) поляризация излучения. Характерные величины второго параметра Стокса микроволнового излучения ΔT_b составили от десятых долей до нескольких ($3\div 4$) кельвинов при зенитном угле $\theta = 65^\circ$, что даже несколько превосходит аналогичные значения для зимней атмосферы. Качественно характер поляризации при угле $\theta = 45^\circ$ не отличается от случая $\theta = 65^\circ$, но амплитуда изменения ΔT_b в среднем в $2\div 3$ раза меньше, что соответствует теоретическим представлениям об угловом спектре поляризации микроволнового излучения облачной атмосферы.

Существенной особенностью поляризации микроволнового излучения летней облачной атмосферы является не только неожиданно большие величины поляризационного контраста ΔT_b , но также два имеющих место феномена.

Во-первых, во многих случаях величина поляризационного контраста ΔT_b на длине волны 8 мм превосходит или одного порядка с аналогичными синхронно наблюдаемыми величинами на длине волны 3 мм (рис. 1, 2).

Во-вторых, часто имеет место устойчивый эффект разной поляризации излучения на длинах волн 3 и 8 мм (рис. 3).

Оба эти эффекта наблюдаются для облаков как с большим, так и с малым интегральным водосодержанием W . Случай большого водосодержания с $W \geq 0,4$ кг/м² объясняется разным поглощением τ_w в облаке в коротковолновой и длинноволновой областях спектра: на длине волны 3 мм поглощение в капельной фракции в $4\div 5$ раз больше, чем на $\lambda = 8$ мм. Для $W = 0,4$ кг/м² поглощение на $\lambda = 3$ мм и $\theta = 65^\circ$ больше единицы, а на $\lambda = 8$ мм — только около 0,3. Вследствие этого уменьшение поляризации из-за поглощения в коротковолновой области происходит более эффективно по сравнению с длинноволновой. С другой стороны, увеличение атмосферного поглощения ведёт к уменьшению степени анизотропии падающего на рассеивающий слой теплового излучения система атмосфера–поверхность и, как следствие, к уменьшению поляризации рассеянного излучения (в изотропной атмосфере поляризационные эффекты вообще отсутствуют). Уменьшение степени анизотропии излучения с ростом водосодержания W происходит на $\lambda = 3$ мм более интенсивно, чем на $\lambda = 8$ мм. Оба эти фактора приводят к тому, что величина поляризации на длине волны 8 мм может превышать аналогичное значение на длине волны 3 мм, что и наблюдается в экспериментах. В то же время наблюдаемый поляризационный эффект для случая малого водосодержания ($W < 0,3$ кг/м²), когда поглощение мало, противоречит экспериментальным

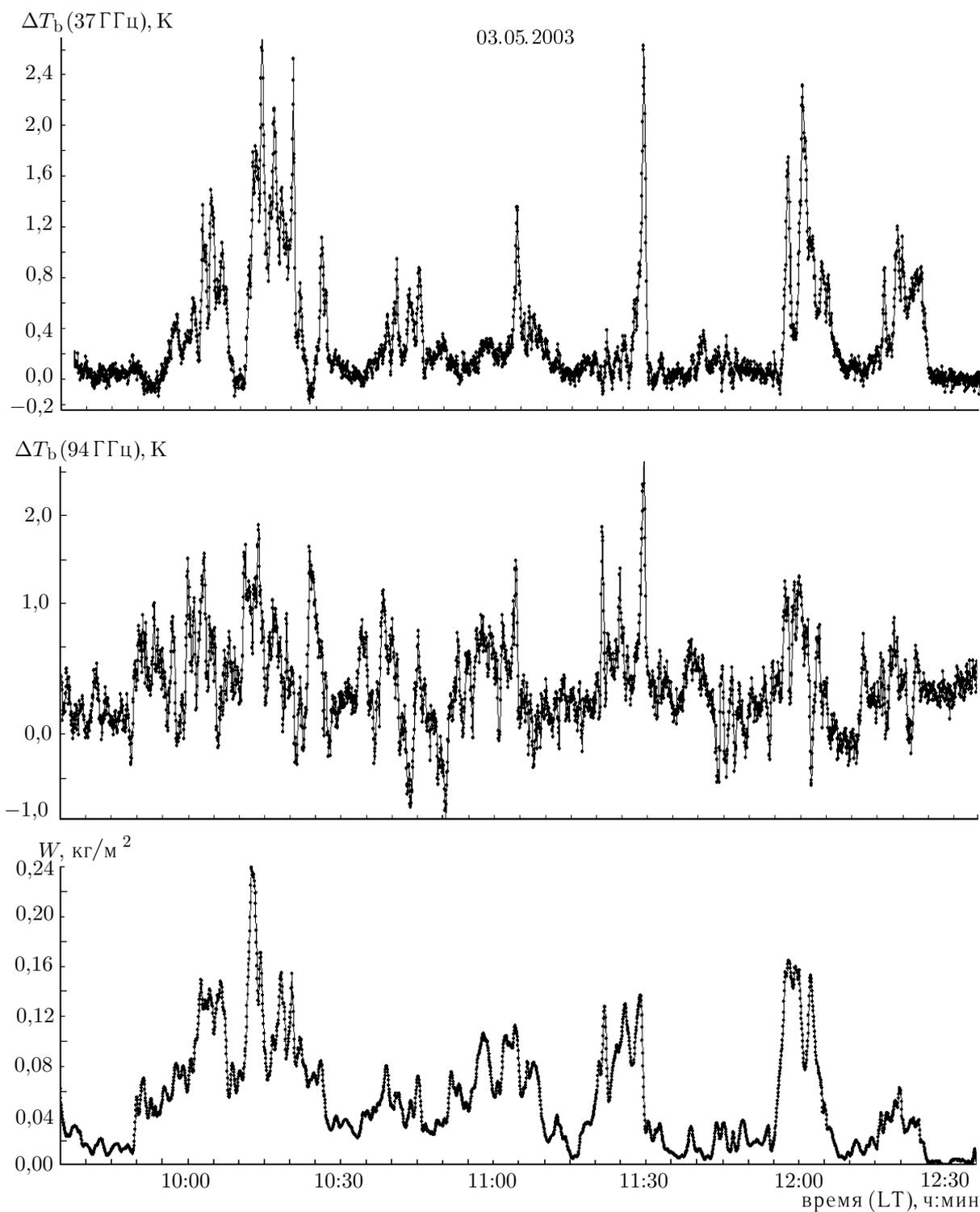


Рис. 1

и теоретическим результатам, полученным в [2, 7] для зимней атмосферы. Результаты [2, 7] свидетельствуют о том, что величина поляризации излучения ΔT_b в случае малого водосодержания в коротковолновой области ($\lambda = 3 \text{ мм}$) в $4 \div 6$ раз (в зависимости от размеров кристаллов) превосходит аналогичное значение в длинноволновой области ($\lambda = 8 \text{ мм}$). Как величина, так и спектр-

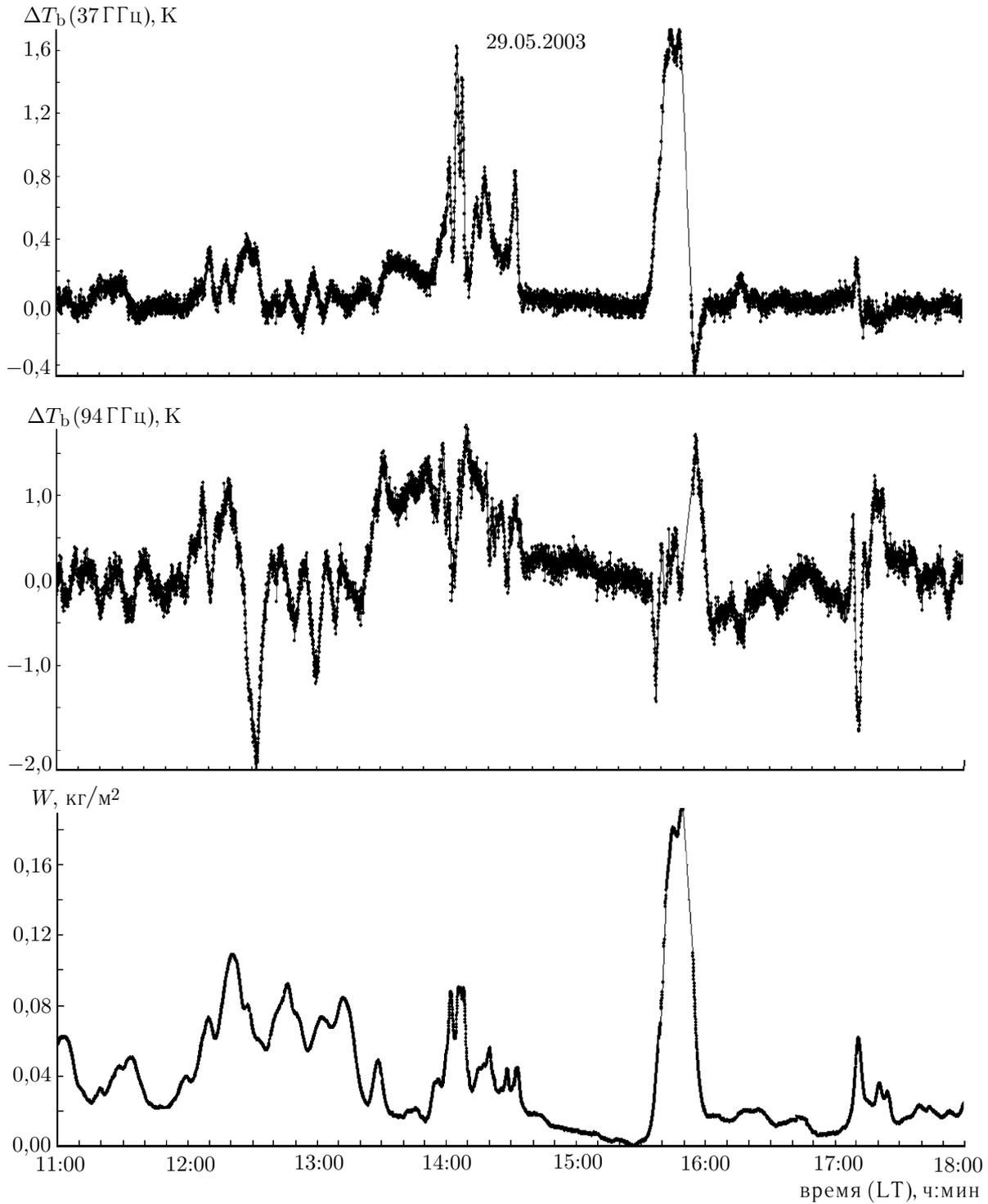


Рис. 2

ральные характеристики наблюдаемых поляризационных эффектов в летней облачной атмосфере не могут быть объяснены рассеянием теплового микроволнового излучения атмосферы на ледяных облачных кристаллах. По всей видимости, основной вклад в поляризацию теплового микроволнового излучения летней облачной атмосферы вносят эффекты рассеяния излучения на

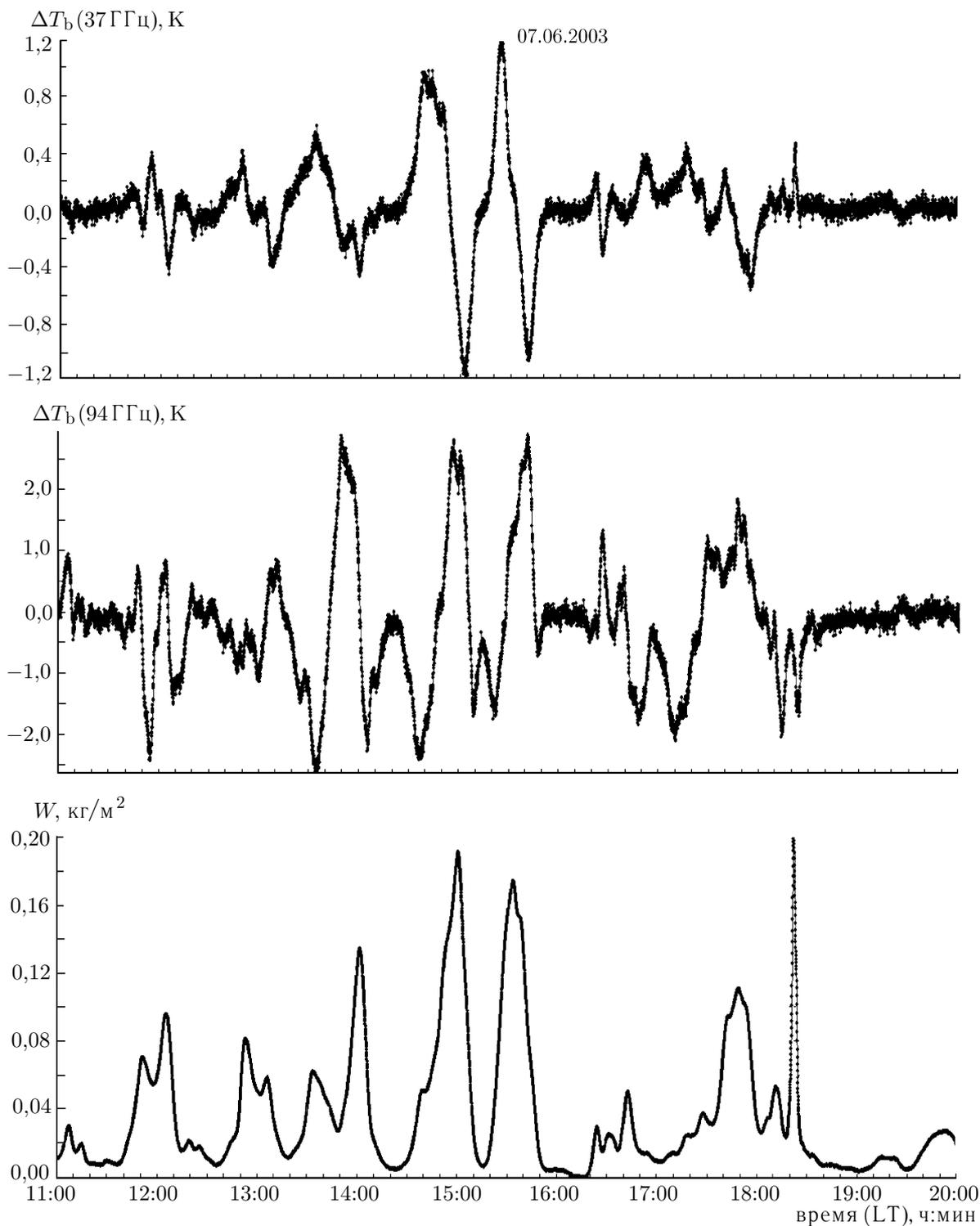


Рис. 3

обводнённых ледяных кристаллах, находящихся в так называемом слое таяния. Слой таяния располагается в районе нулевой изотермы и имеет вертикальные размеры в несколько сотен метров. В летних условиях нулевая изотерма располагается на высотах в несколько (2÷4) километров. Рассеяние микроволнового излучения на обводнённых кристаллических частицах и связанная

с ним поляризация излучения существенно отличаются от рассеяния на сухих кристаллических частицах. Это отличие заключается в том, что длина волны излучения в обводнённом кристалле из-за большой диэлектрической проницаемости становится значительно меньше его размера даже при длине волны падающего излучения 8 мм. В силу этого обстоятельства при рассеянии и поляризации микроволнового излучения значительную роль начинают играть интерференционные эффекты. Кроме того, начинает сказываться собственное излучение обводнённых кристаллов (для сухих кристаллов собственное излучение пренебрежимо мало). Всё вышесказанное может приводить к эффектам превышения величины второго параметра Стокса излучения на $\lambda = 8$ мм по сравнению со случаем $\lambda = 3$ мм при малом водосодержании (слабом поглощении).

3. ПЕРЕНОС ПОЛЯРИЗОВАННОГО МИКРОВОЛНОВОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В СЛОЕ ТАЯНИЯ

Рассмотрим задачу переноса поляризованного микроволнового излучения в облачной атмосфере, содержащей так называемый слой таяния, возникающий в районе нулевой изотермы и имеющий вертикальные размеры в несколько сотен метров. Слой таяния, содержащий в каждом элементе объёма тающие ледяные кристаллы и капли воды, аппроксимируется однородным изотермическим плоскопараллельным слоем, расположенным в неоднородной атмосфере. Высотные распределения (профили) термодинамических параметров атмосферы вне слоя задаются в соответствии с их среднелетними значениями [8]. Поверхность Земли отвечает излучению абсолютно чёрного тела с температурой T_s . Поскольку собственное излучение ясной атмосферы в микроволновом диапазоне не поляризовано, все поляризационные характеристики облачной атмосферы определяются рассеивающими свойствами частиц, находящихся внутри слоя таяния. Распространение излучения в плоскопараллельном слое, содержащем рассеивающие частицы, описывается векторным уравнением переноса для четырёхкомпонентного вектора модифицированных параметров Стокса $\mathbf{I} = (I_v, I_h, U, V)^T$, где индекс T обозначает транспонирование [9]:

$$\cos(\theta) \frac{d\mathbf{I}(\theta, \phi, z)}{dz} = -\mathbf{k}_{\text{ext}}(\theta, \phi)\mathbf{I}(\theta, \phi, z) + \int_0^{2\pi} d\phi' \int_0^\pi d\theta' \sin(\theta') \mathbf{P}(\theta, \phi; \theta', \phi') \mathbf{I}(\theta', \phi', z) + \mathbf{J}(\theta, \phi, z). \quad (3)$$

Здесь $0 \leq \theta \leq \pi$ и $0 \leq \phi \leq 2\pi$ — зенитный и азимутальный углы соответственно, z — вертикальная координата (высота). Граничные условия задачи запишем, полагая $0 \leq \theta \leq \pi/2$. При $z = z_2$ (верхняя граница слоя таяния)

$$I_\alpha(\pi - \theta, z_2) = \frac{k_B}{\lambda^2} \left[\sec(\theta) \int_{z_2}^\infty dz T(z) k(z) \exp\left(-\sec(\theta) \int_{z_2}^z k(z') dz'\right) \right], \quad (4)$$

при $z = z_1$ (нижняя граница слоя таяния)

$$I_\alpha(\theta, z_1) = \frac{k_B}{\lambda^2} \left[T_s \exp\left(-\sec(\theta) \int_0^{z_1} k(z) dz\right) + \sec(\theta) \int_0^{z_1} dz T(z) k(z) \exp\left(-\sec(\theta) \int_z^{z_1} k(z') dz'\right) \right], \quad (5)$$

где индекс α принимает значения v или h. Третья и четвёртая компоненты вектора модифицированных параметров Стокса в граничных условиях (4) и (5) равны нулю. В (3)–(5) $\mathbf{k}_{\text{ext}}(\theta, \phi)$ — суммарная матрица ослабления излучения, обусловленного облачными частицами и атмосферой, $\mathbf{P}(\theta, \phi; \theta', \phi')$ — фазовая матрица, описывающая вклад однократного рассеяния на частицах

элементарного объёма облачной среды из направления (θ', ϕ') в направление (θ, ϕ) , $\mathbf{J}(\theta, \phi, z)$ — вектор источника собственного теплового электромагнитного излучения облачных частиц и окружающей среды, $T(z)$ — высотное распределение термодинамической температуры в атмосфере, $k(z) = k_{\text{O}_2}(z) + k_{\text{H}_2\text{O}}(z)$ — суммарный коэффициент поглощения в ясной атмосфере, обусловленный атмосферным кислородом и водяным паром, k_{B} — постоянная Больцмана. Выражение (4) описывает интенсивность нисходящего излучения надоблачной атмосферы, а выражение (5) — интенсивность излучения поверхности, ослабленную подоблачным слоем атмосферы, и интенсивность восходящего излучения подоблачного атмосферного слоя. В нулевом приближении предполагалось, что выше слоя таяния находится чистая атмосфера, т.е. влияние облачного слоя, расположенного выше слоя таяния, не учитывалось. Это позволило выявить и описать эффекты, связанные исключительно со слоем таяния.

Элементы матрицы ослабления и фазовой матрицы полностью определяются комплексными амплитудами рассеяния $f_{\alpha\beta}(\theta, \phi; \theta', \phi')$, образующими матрицу 2×2 и описывающими рассеяние волны с поляризацией β , падающей с направления (θ', ϕ') , в направление (θ, ϕ) и поляризацию α (здесь индексы α, β принимают значения v или h). Составляющая $\mathbf{k}_{\text{ext iw}}(\theta, \phi)$ суммарной матрицы ослабления, обусловленная фракцией тающих ледяных кристаллов и капель воды, выражается через элементы матрицы комплексных амплитуд рассеяния вперёд следующим образом [10]:

$$\mathbf{k}_{\text{ext iw}}(\theta, \phi) = \lambda \begin{bmatrix} 2 \operatorname{Im} \langle f_{\text{vv}} \rangle & 0 & \operatorname{Im} \langle f_{\text{vh}} \rangle & -\operatorname{Re} \langle f_{\text{vh}} \rangle \\ 0 & 2 \operatorname{Im} \langle f_{\text{hh}} \rangle & \operatorname{Im} \langle f_{\text{hv}} \rangle & \operatorname{Re} \langle f_{\text{hv}} \rangle \\ 2 \operatorname{Im} \langle f_{\text{hv}} \rangle & 2 \operatorname{Im} \langle f_{\text{vh}} \rangle & \operatorname{Im} \langle f_{\text{vv}} + f_{\text{hh}} \rangle & \operatorname{Re} \langle f_{\text{vv}} - f_{\text{hh}} \rangle \\ 2 \operatorname{Re} \langle f_{\text{hv}} \rangle & -2 \operatorname{Re} \langle f_{\text{vh}} \rangle & \operatorname{Re} \langle f_{\text{vv}} - f_{\text{hh}} \rangle & \operatorname{Im} \langle f_{\text{vv}} + f_{\text{hh}} \rangle \end{bmatrix}. \quad (6)$$

Здесь $f_{\alpha\beta} = f_{\alpha\beta}(\theta, \phi; \theta, \phi)$, а угловые скобки означают статистическое усреднение по пространственной ориентации тающих ледяных частиц и их распределению по размерам. Для характеристики мелкокапельной фракции облаков использовалось предположение, что спектр размеров капель не содержит крупнодисперсную фракцию с размерами частиц более 100 мкм. Это предположение позволяет полагать капли сферическими, рассматривать мелкокапельную составляющую облака в рэлеевском приближении и считать, что ослабление излучения в ней определяется в основном поглощением, а рассеяние пренебрежимо мало. В этом случае составляющая $\mathbf{k}_{\text{ext w}}(\theta, \phi)$ матрицы ослабления, обусловленная мелкокапельной фракцией, сводится к диагональной матрице:

$$\mathbf{k}_{\text{ext w}}(\theta, \phi) = \mathbf{k}_{\text{abs w}} = \operatorname{diag}(k_{\text{abs w}}, k_{\text{abs w}}, k_{\text{abs w}}, k_{\text{abs w}}),$$

где коэффициент поглощения мелких облачных капель $k_{\text{abs w}}$ не зависит от их распределения по размерам и может быть представлен в следующем виде [11]:

$$k_{\text{abs w}} = \frac{6\pi w}{\lambda \rho} \operatorname{Im} \frac{\varepsilon_{\text{w}} - 1}{\varepsilon_{\text{w}} + 2}, \quad (7)$$

где ρ и ε_{w} — плотность и комплексная диэлектрическая проницаемость воды соответственно [12], w — водность облака.

Фазовая матрица выражается через билинейные комбинации элементов матрицы комплексных амплитуд $f_{\alpha\beta}(\theta, \phi; \theta', \phi')$:

$$\mathbf{P}(\theta, \phi; \theta', \phi') = \begin{bmatrix} \langle |f_{\text{vv}}|^2 \rangle & \langle |f_{\text{vh}}|^2 \rangle & \operatorname{Re} \langle f_{\text{vv}} f_{\text{vh}}^* \rangle & -\operatorname{Im} \langle f_{\text{vv}} f_{\text{vh}}^* \rangle \\ \langle |f_{\text{hv}}|^2 \rangle & \langle |f_{\text{hh}}|^2 \rangle & \operatorname{Re} \langle f_{\text{hv}} f_{\text{hh}}^* \rangle & -\operatorname{Im} \langle f_{\text{hv}} f_{\text{hh}}^* \rangle \\ 2 \operatorname{Re} \langle f_{\text{vv}} f_{\text{hv}}^* \rangle & 2 \operatorname{Re} \langle f_{\text{vh}} f_{\text{hh}}^* \rangle & \operatorname{Re} \langle f_{\text{vv}} f_{\text{hh}}^* + f_{\text{vh}} f_{\text{hv}}^* \rangle & -\operatorname{Im} \langle f_{\text{vv}} f_{\text{hh}}^* - f_{\text{vh}} f_{\text{hv}}^* \rangle \\ 2 \operatorname{Im} \langle f_{\text{hv}} f_{\text{hv}}^* \rangle & 2 \operatorname{Im} \langle f_{\text{vh}} f_{\text{hh}}^* \rangle & \operatorname{Im} \langle f_{\text{vv}} f_{\text{hh}}^* + f_{\text{vh}} f_{\text{hv}}^* \rangle & \operatorname{Re} \langle f_{\text{vv}} f_{\text{hh}}^* - f_{\text{vh}} f_{\text{hv}}^* \rangle \end{bmatrix}. \quad (8)$$

Вектор источника собственного теплового излучения среды в микроволновом диапазоне, где выполняется приближение Рэлея—Джинса, имеет вид $\mathbf{J}(\theta, \phi, z) = (k_B/\lambda^2) \mathbf{k}_{\text{abs}}(\theta_b, \phi_b)T(z)$. Согласно [13, 14] излучение в направлении (θ, ϕ) определяется поглощением в обратном направлении $(\theta_b, \phi_b) = (\pi - \theta, \pi + \phi)$, причём компоненты вектора поглощения частиц и атмосферных газов $\mathbf{k}_{\text{abs}}(\theta_b, \phi_b) = [\mathbf{k}_{\text{abs}1}(\theta_b, \phi_b), \mathbf{k}_{\text{abs}2}(\theta_b, \phi_b), \mathbf{k}_{\text{abs}3}(\theta_b, \phi_b), \mathbf{k}_{\text{abs}4}(\theta_b, \phi_b)]^T$ выражаются через элементы матрицы ослабления и фазовой матрицы облачной среды следующим образом:

$$k_{\text{abs}1}(\theta, \phi) = k_{\text{ext}11}(\theta, \phi) - \int_0^{2\pi} d\phi' \int_0^\pi d\theta' \sin(\theta') [P_{11}(\theta', \phi'; \theta, \phi) + P_{21}(\theta', \phi'; \theta, \phi)], \tag{9}$$

$$k_{\text{abs}2}(\theta, \phi) = k_{\text{ext}22}(\theta, \phi) - \int_0^{2\pi} d\phi' \int_0^\pi d\theta' \sin(\theta') [P_{12}(\theta', \phi'; \theta, \phi) + P_{22}(\theta', \phi'; \theta, \phi)], \tag{10}$$

$$k_{\text{abs}3}(\theta, \phi) = -2 \left\{ k_{\text{ext}13}(\theta, \phi) + k_{\text{ext}23}(\theta, \phi) - \int_0^{2\pi} d\phi' \int_0^\pi d\theta' \sin(\theta') [P_{13}(\theta', \phi'; \theta, \phi) + P_{23}(\theta', \phi'; \theta, \phi)] \right\}, \tag{11}$$

$$k_{\text{abs}4}(\theta, \phi) = 2 \left\{ k_{\text{ext}14}(\theta, \phi) + k_{\text{ext}24}(\theta, \phi) - \int_0^{2\pi} d\phi' \int_0^\pi d\theta' \sin(\theta') [P_{14}(\theta', \phi'; \theta, \phi) + P_{24}(\theta', \phi'; \theta, \phi)] \right\}. \tag{12}$$

В рамках принятой модели ограничимся рассмотрением тающих ледяных кристаллов двух типов — сферических и пластинчатых — и аппроксимируем форму последних сплюснутыми сфероидами, ось симметрии которых расположена вертикально. Это отвечает простейшему случаю азимутально-симметричной задачи, т. к. излучение атмосферы также не зависит от азимутального угла. В условиях азимутальной симметрии третья и четвёртая компоненты вектора Стокса равны нулю ($U = V = 0$), а оставшиеся две (I_v и I_h) не зависят от азимутального угла ϕ [9]. Последнее обстоятельство позволяет выполнить интегрирование по ϕ' в (3) и перейти к двухкомпонентному уравнению переноса излучения относительно компонент I_v и I_h вектора модифицированных параметров Стокса:

$$\cos(\theta) \frac{dI_\alpha(\theta, z)}{dz} = -k_{\text{ext}\alpha}(\theta)I_\alpha(\theta, z) + \sum_{\beta=v,h} \int_0^\pi d\phi' \sin(\theta') Q_{\alpha\beta}(\theta, \theta') I_\beta(\theta', z) + \frac{k_B}{\lambda^2} k_{\text{abs}\alpha}(\theta)T, \tag{13}$$

где α принимает значения v или h , λ — длина волны теплового излучения, T — средняя температура облачного слоя, $Q_{\alpha\beta}(\theta, \theta') = \int_0^{2\pi} d\phi' P_{\alpha\beta}(\theta, \phi; \theta', \phi')$, $P_{vv} = P_{11}$, $P_{vh} = P_{12}$, $P_{hv} = P_{21}$, $P_{hh} = P_{22}$, $k_{\text{ext}\alpha}(\theta) = 2\lambda \text{Im} \langle f_{\alpha\alpha}(\theta, \theta) \rangle$, $k_{\text{abs}\alpha}(\theta) = k_{\text{ext}\alpha}(\theta) - \sum_{\beta=v,h} \int_0^\pi d\theta' \sin(\theta') Q_{\beta\alpha}(\theta', \theta)$.

Система уравнений (13) является основной для анализа теплового микроволнового излучения облачной атмосферы, содержащей слой таяния. Она решалась методом дискретных ординат Гаусса [9] с учётом всех кратностей рассеяния. Характеристики взаимодействия излучения с тающими ледяными частицами сферической и пластинчатой формы вычислялись методом T-матрицы [15].

Подчеркнём, что принятая модель не предполагает никаких ограничений на параметры дифракции крупных обводнённых облачных кристаллов и позволяет корректно описать излучение и рассеяние той части их распределения по размерам $n(D)$, которая соответствует режиму резонансного рассеяния ($\pi D |\varepsilon|/\lambda \sim 1$). Диэлектрическая проницаемость тающих ледяных кристаллов сферической и пластинчатой формы задавалась в соответствии с формулой Винера [9, 16]. Обозначив объёмную долю льда, воды и воздуха в тающей частице льда как f_i , f_w и f_a , а плотности этих компонент как ρ_i , ρ_w и ρ_a соответственно, для определения эффективной диэлектрической проницаемости тающей частицы ε_p имеем следующее соотношение:

$$\frac{\varepsilon_p - 1}{\varepsilon_p + u} = f_i \frac{\varepsilon_i - 1}{\varepsilon_i + u} + f_w \frac{\varepsilon_w - 1}{\varepsilon_w + u} + f_a \frac{\varepsilon_a - 1}{\varepsilon_a + u}, \quad (14)$$

где ε_i , ε_w и ε_a — диэлектрические проницаемости льда, воды и воздуха соответственно, u — так называемый параметр формы. Для сферических включений, хаотически распределённых внутри среды, $u = 2$. Для включений, форма которых отличается от сферической, $u > 2$.

Объёмные доли компонент смеси и их плотности в (14) связаны следующими соотношениями [9]:

$$f_i + f_w + f_a = 1, \quad (15)$$

$$\rho_i f_i + \rho_w f_w + \rho_a f_a = \rho_p. \quad (16)$$

Измеряемые яркостные температуры T_{bv} и T_{bh} на поверхности Земли определяются по формуле

$$\Delta T_{b\alpha} = \frac{\lambda^2}{k_B} I_\alpha \exp \left[-\sec(\theta) \int_0^{z_1} k(z) dz \right] + \sec(\theta) \int_0^{z_1} dz k(z) T(z) \exp \left[-\sec(\theta) \int_0^z k(z') dz' \right], \quad (17)$$

где α принимает значение v либо h , а измеряемый поляризационный контраст ΔT_b , соответственно, равен

$$\Delta T_b = \frac{\lambda^2}{k_B} (I_v - I_h) \exp \left[-\sec(\theta) \int_0^{z_1} k(z) dz \right], \quad (18)$$

где I_v и I_h — интенсивности нисходящего излучения облака на его нижней границе, полученные из решения уравнения переноса (13).

4. ПОЛЯРИЗАЦИОННЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ТЕПЛООВОГО МИКРОВОЛНОВОГО ИЗЛУЧЕНИЯ ЛЕТНЕЙ ОБЛАЧНОЙ АТМОСФЕРЫ ПРИ НАЛИЧИИ СЛОЯ ТАЯНИЯ

Прежде всего кратко остановимся на микрофизической модели слоя таяния, который использовался в расчётах. Плоскопараллельный слой таяния содержит в каждом элементе объёма переохлаждённые капли воды и тающие ледяные кристаллы. Толщина слоя таяния $\Delta z = 300$ м, высота нижней границы $z_1 = 3$ км. Средняя термодинамическая температура слоя таяния 0°C . Распределение тающих облачных кристаллов по размерам выбиралось в виде

$$n(D) = A \exp(-D/\langle D \rangle), \quad (19)$$

которое лучше всего соответствовало полученным экспериментальным данным [7]. В (19) D — диаметр сферы в случае тающих кристаллов сферической формы или длина максимальной оси

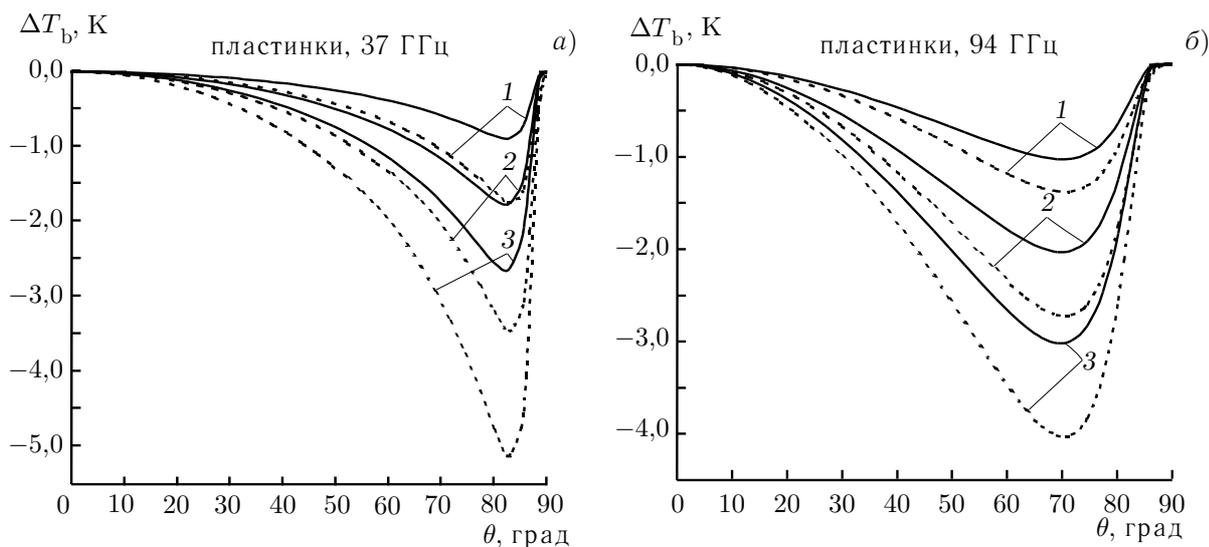


Рис. 4

сфероида в случае тающих пластинчатых кристаллов, $n(D) dD$ — число частиц в интервале размеров $(D, D + dD)$, $\langle D \rangle$ — средний размер тающих кристаллов, A — постоянная, которая выражается через удельную лёдность w_i облачной среды и средний размер $\langle D \rangle$ частиц. В расчётах тающие пластинчатые кристаллы аппроксимировались сплюснутыми сфероидами с соотношением главных осей $d[\text{мкм}] = 2,02 (D[\text{мкм}])^{0,449}$, где D и d — длины большой и малой осей сфероида соответственно [17].

На рис. 4 представлен угловой спектр второго параметра Стокса (разности яркостных температур на вертикальной и горизонтальной поляризациях $\Delta T_b = T_{bv} - T_{bh}$) теплового микроволнового излучения слоя таяния, содержащего тающие пластинчатые частицы с удельным содержанием воды $f_w = 3\%$ (сплошные линии) и $f_w = 5\%$ (штриховые линии). Средний размер тающих кристаллов в распределении $\langle D \rangle = 300$ мкм. Кривые 1 соответствуют водности тающих кристаллов $0,05 \text{ г/м}^3$, 2 — водности тающих кристаллов $0,1 \text{ г/м}^3$, 3 — водности тающих кристаллов $0,15 \text{ г/м}^3$; водность капельной фракции составляла $0,5 \text{ г/м}^3$.

На рис. 5 представлены результаты аналогичных расчётов для слоя таяния, содержащего обводнённые сферические частицы. Интересно отметить, что в этом случае максимальные абсолютные значения поляризационного контраста на частоте 37 ГГц превышают соответствующие значения на частоте 94 ГГц. Однако при угле наблюдения $\theta = 65^\circ$ поляризационные контрасты на указанных частотах хотя и сопоставимы по величине, но на частоте 37 ГГц они меньше, чем на частоте 94 ГГц в силу более резкой угловой зависимости поляризации на низкой частоте.

Таким образом, модель рассеяния теплового микроволнового излучения в слое таяния качественно объясняет наблюдаемые поляризационные эффекты в летней облачной атмосфере. Однако наблюдаемое в эксперименте явление разной поляризации не находит своего объяснения в рамках модели слоя таяния. На эмпирическом уровне можно предложить две модели, позволяющие объяснить наблюдаемый феномен. Первая предполагает, что облако содержит два сорта частиц — малые, с размером менее 200 мкм, хаотически ориентированные и большие, с размером более 300 мкм, горизонтально ориентированные. Количество первых значительно больше числа вторых. На частоте 94 ГГц поляризация определяется малыми хаотически ориентированными кристаллами, и излучение будет преимущественно вертикально поляризованным [6]. Большие горизонтально ориентированные кристаллы определяют поляризацию на частоте 37 ГГц, где излучение будет в основном горизонтально поляризовано.

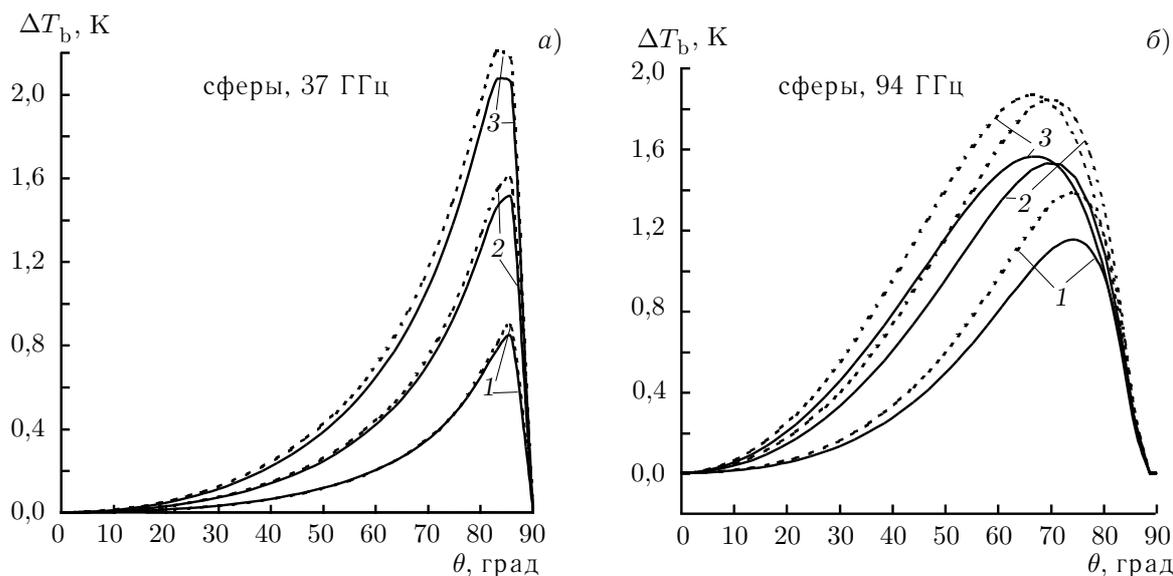


Рис. 5

Вторая гипотеза заключается в том, что направление анизотропии излучения системы атмосфера—поверхность на частотах 37 и 94 ГГц может быть разным в силу разного поглощения в атмосфере, если не выполняется приближение плоскостойкой облачной атмосферы. Это приводит к разной поляризации на частотах 37 и 94 ГГц.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Экспериментально обнаружена поляризация теплового микроволнового излучения летней облачной атмосферы, обусловленная эффектами рассеяния излучения на обводнённых ледяных кристаллах, находящихся в слое таяния (область нулевой изотермы).

2. Наблюдаемые абсолютные значения второго параметра Стокса микроволнового излучения и их спектральные соотношения удовлетворительно интерпретируются на основе модели переноса поляризованного излучения в облаках смешанного типа, содержащих обводнённые кристаллы различной формы, с учётом всех кратностей рассеяния.

3. Устойчиво наблюдаемые эффекты разной поляризации излучения в длинноволновой и коротковолновой частях миллиметрового диапазона длин волн не находят своего объяснения в рамках развитой модели переноса поляризованного микроволнового излучения в плоскостойкой облачной атмосфере.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 03-02-16694).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Троицкий А. В., Ошарин А. М. // Изв. вузов. Радиофизика. 2000. Т. 43, № 5. С. 395.
2. Троицкий А. В., Ошарин А. М. // Изв. вузов. Радиофизика. 2001. Т. 44, № 12. С. 1016.
3. Troitsky A. V., Osharin A. M., Chirkov B. I. // Abst. Int. Radiation Symposium. St. Petersburg, Russia, July 24–29, 2000. P. 75.
4. Облака и облачная атмосфера. Справочник. Ленинград: Гидрометеиздат, 1989.
5. Мучник В. М. Физика грозы. Ленинград: Гидрометеиздат, 1974.

6. Троицкий А. В., Ошарин А. М. // Второй региональный семинар «Распространение микроволн в природных средах»: Препринт № 480 НИРФИ. Нижний Новгород, 2003. С. 15.
7. Troitsky A. V., Osharin A. M., Korolev A. V., Strapp J. K. // J. Atmos. Sci. 2003. V. 60. P. 1608.
8. U. S. Standard Atmosphere. Washington: Printed Government Office, 1966.
9. Tsang L., Kong J. A., Shin R. T. Theory of microwave remote sensing. New York: Wiley, 1985.
10. Rothman L. S., Rinsland C. P., Goldman A., et. al. // J. Quant. Spectrosc. Radiative Transfer. 1998. V. 60, No. 5. P. 665.
11. Загорин Г. К., Кутуза Б. Г. // Радиотехника. 1998. № 10. С. 21.
12. Manabe T., Liebe H. J., Hufford G. A. // 12th Int. Conf. Infrared and Millimetre Waves, Lake Buena Vista (Orlando), Fla, Dec. 14–18, 1987. Conf. Dig. New York, 1987.
13. Tsang L., Ding K.-H. // IEEE Trans. Geosci. Remote Sensing. 1991. V. 29. P. 242.
14. Tsang L. // J. Electromagnetic Waves and Applications. 1991. V. 5, No. 1. P. 41.
15. Light Scattering by Nonspherical Particles. Theory, Measurements, and Application. / Ed. by M. I. Mishchenko, J. W. Hovenier, L. D. Travis. Academic Press, 2000.
16. Борен К., Хафмен Д. Поглощение и рассеяние света малыми частицами. М.: Мир, 1986. 660 с.
17. Auer A. H., Veal D. L. // J. Atmos. Sci. 1970. V. 27. P. 422.

Поступила в редакцию 15 июля 2004 г.; принята в печать 7 октября 2004 г.

POLARIZATION EFFECTS DUE TO SCATTERING OF MICROWAVE RADIATION IN THE SUMMER CLOUDY ATMOSPHERE

A. V. Troitsky, A. V. Vostokov, and A. M. Osharin

We present the results of the spectral analysis of polarization of the thermal microwave emission from the summer cloudy atmosphere at 37 and 94 GHz. A significant polarization of the microwave emission from summer clouds is revealed, which is attributed to scattering of the thermal emission from the atmosphere by melted ice crystals in the melting layer. Based on a model of polarized radiation transfer in the mixed clouds containing melted ice crystals and supercooled water drops, we interpret the experimental data with allowance for all orders of scattering.

УДК 537.87

ВЛИЯНИЕ ДИСПЕРСИИ ДИЭЛЕКТРИКА НА ЭНЕРГИЮ ИЗЛУЧЕНИЯ ЗАРЯДА, ДВИЖУЩЕГОСЯ В ВАКУУМНОМ КАНАЛЕ

А. В. Гюхтин

Научно-исследовательский институт радиофизики Санкт-Петербургского госуниверситета,
г. Санкт-Петербург, Россия

Исследуется излучение точечной заряженной частицы, которая движется по оси вакуумного канала в диэлектрике, обладающем резонансной частотной дисперсией. Показано, в частности, что максимум спектральной плотности энергии излучения с ростом радиуса канала смещается от резонансной частоты к более низким частотам. Полученные результаты сравниваются с соответствующими результатами для случая недиспергирующего диэлектрика. Отмечено, что при достаточно высокой скорости движения заряда потери энергии на излучение в диспергирующем диэлектрике обычно значительно меньше, чем в диэлектрике без дисперсии.

Проблемам излучения заряженных частиц, движущихся в каналах и волноведущих структурах, посвящено значительное количество публикаций (см., например, [1–6]). Это направление остаётся актуальным и в настоящее время, в частности, в связи с задачей генерации излучения в ускорителях, использующих метод кильватерного поля [4–6]. Следует, однако, отметить, что в работах по данной тематике не рассматривалось влияние конкретных дисперсионных характеристик среды на процесс излучения. Между тем исследование соответствующих задач для безграничных сред показало, что характерная для многих диэлектриков дисперсия резонансного типа играет важную роль в процессе формирования излучения Вавилова–Черенкова [7, 8]. Очевидно, можно ожидать значительного влияния подобной дисперсии и в случае, когда заряженные частицы движутся в вакуумных каналах.

В настоящей работе рассматривается такой случай, когда диэлектрическая проницаемость среды имеет вид

$$\varepsilon = 1 + \frac{\omega_L^2}{\omega_0^2 - \omega^2} = \frac{\omega_0^2 \varepsilon_0 - \omega^2}{\omega_0^2 - \omega^2}, \quad (1)$$

где ω_0 и ω_L — резонансная и ленгмюровская частоты соответственно, а $\varepsilon_0 = 1 + \omega_L^2/\omega_0^2$ — диэлектрическая проницаемость среды при постоянном поле. Формула (1) описывает резонансную частотную дисперсию при пренебрежимо малой проводимости. Отметим, что излучение движущегося заряда в безграничной среде с такой дисперсией исследовалось в работах [7, 8].

Пусть точечный заряд q движется с постоянной скоростью v по оси цилиндрического вакуумного канала радиуса a в безграничной непоглощающей среде. При таких условиях спектральная плотность энергии излучения, приходящейся на единицу длины пути заряда, определяется следующим выражением [1]

$$\frac{dW}{d\omega} = \frac{q^2}{c^2} \mu \omega \left(1 - \frac{1}{n^2 \beta^2} \right) |F(\omega)|^2, \quad (2)$$

где

$$F(\omega) = 2v\varepsilon (\pi a \kappa \omega)^{-1} \left[\gamma \kappa I_1(ka) H_0^{(1)}(sa) - \varepsilon I_0(ka) H_1^{(1)}(sa) \right]^{-1}. \quad (3)$$

Здесь $H_0^{(1)}(sa)$ и $H_1^{(1)}(sa)$ — функции Ханкеля, $I_0(ka)$ и $I_1(ka)$ — модифицированные функции Бесселя, $\gamma^{-1} = \sqrt{1 - \beta^2}$, $\kappa = \sqrt{n^2 \beta^2 - 1}$, $k = \omega v^{-1} \gamma^{-1}$, $s = \omega v^{-1} \kappa$, $\beta = v/c$, $n = \sqrt{\varepsilon \mu}$, ε и μ — диэлектрическая и магнитная проницаемости среды соответственно, c — скорость света в вакууме. Полная энергия излучения определяется интегралом $W = \int_{n\beta > 1} (dW/d\omega) d\omega$, где интегрирование

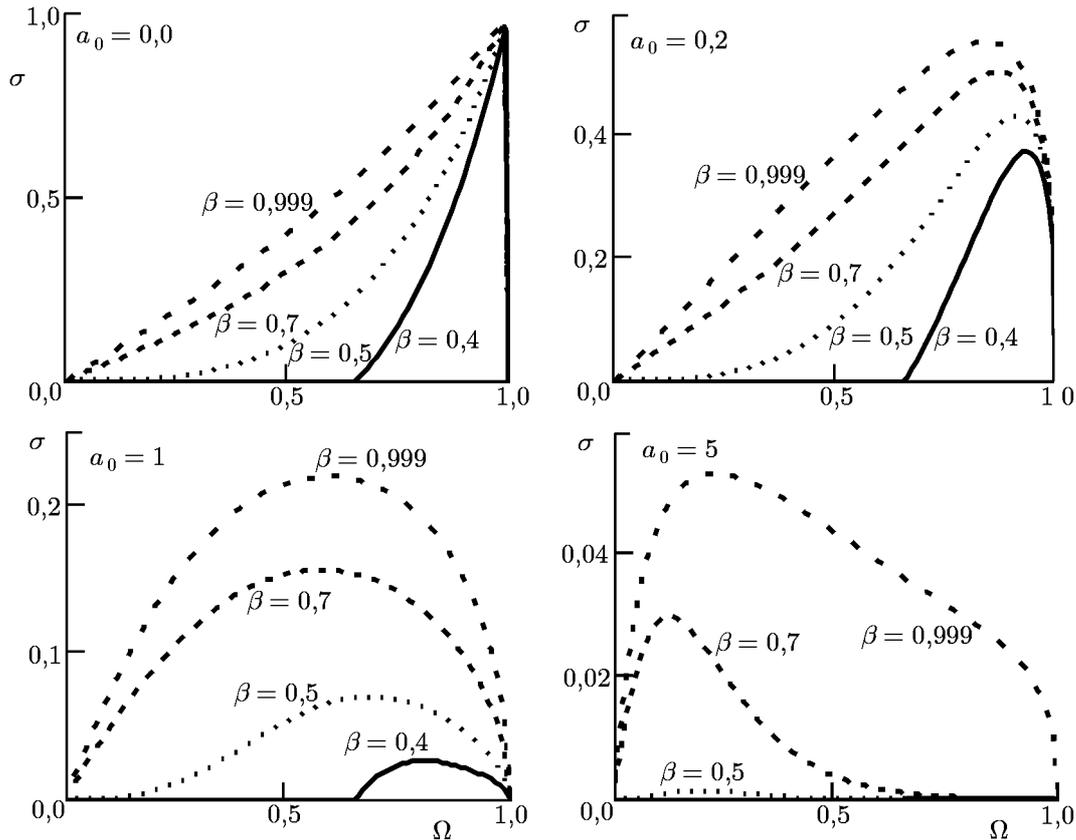


Рис. 1

проводится по части положительной полуоси, которая «вырезается» неравенством, указанным под знаком интеграла. Нетрудно видеть, что влияние канала на спектральную плотность энергии описывается множителем $|F(\omega)|^2$, обращающимся в единицу при $a = 0$.

Положим, что ϵ определяется выражением (1), а $\mu = 1$. Тогда частоты излучаемых волн в соответствии с условием $\epsilon(\omega)\beta^2 > 1$ будут лежать в пределах $\omega_c < \omega < \omega_0$, где

$$\omega_c = \begin{cases} \omega_0 \sqrt{(1 - \epsilon_0\beta^2)(1 - \beta^2)^{-1}}, & \epsilon_0\beta^2 < 1; \\ 0, & \epsilon_0\beta^2 > 1. \end{cases} \quad (4)$$

На рис. 1 показаны характерные зависимости безразмерной спектральной плотности энергии $\sigma = c^2 q^{-2} \omega_0^{-1} (dW/d\omega)$ от безразмерной частоты $\Omega = \omega/\omega_0$ для случая $\epsilon_0 = 4$ при четырёх разных безразмерных радиусах канала $a_0 = a\omega_0/c$ (эта величина приведена на рисунках). Скорость движения заряда β указана около каждой кривой.

Сравнивая графики для различных a_0 , видим, что увеличение диаметра канала приводит к двум эффектам. Во-первых, максимум спектрального распределения энергии смещается в сторону более низких частот: если для случая сплошной среды¹ ($a_0 = 0$) он достигается на верхней границе диапазона излучаемых частот ($\Omega_{\max} = 1$), то при $a_0 \gg 1$ он близок к нижней границе этого диапазона ($\Omega_{\max} \approx \omega_c/\omega_0$). Во-вторых, с ростом диаметра канала уменьшается максимальное значение функции $\sigma(\Omega)$, причём этот эффект существенен даже для относительно тонких каналов (ср. случаи $a_0 = 0$ и $a_0 = 0,2$). Увеличение скорости движения заряда приводит к росту спектральной плотности энергии излучения во всём диапазоне излучаемых частот. Подчёркнём,

¹ Результаты для этого случая совпадают с приведёнными в работах [7, 8].

что при увеличении скорости β от 0 до $\varepsilon_0^{-1/2}$ этот диапазон расширяется, а при дальнейшем росте β он остаётся постоянным.

Интересно сравнить поведение спектральной плотности энергии излучения в среде с дисперсией и в недиспергирующей среде с проницаемостью $\varepsilon = \varepsilon_0$. Первое отличие здесь очевидно: в недиспергирующем диэлектрике излучение генерируется лишь при условии $\beta > \varepsilon_0^{-1/2}$, в то время как в диэлектрике с проницаемостью вида (1) оно имеется при любой скорости β . Следует, правда, заметить, что модель среды (1), строго говоря, не справедлива в окрестности резонансной частоты, где при учёте диссипации электромагнитной энергии в среде комплексная диэлектрическая проницаемость всегда оказывается конечной. Фактически, излучение имеет место при условии $\beta > \beta_{\min} = 1/\sqrt{(\text{Re } \varepsilon)_{\max}}$, причём в средах со слабым поглощением $(\text{Re } \varepsilon)_{\max} \gg \varepsilon_0$.

Второе отличие связано с характером спектра излучения: в недиспергирующей среде он простирается до бесконечности (хотя и является быстро убывающей функцией на достаточно высоких частотах [1]), а в среде с проницаемостью вида (1) он всегда ограничен частотой ω_0 . На рис. 2 сплошные кривые соответствуют функции $\sigma(\Omega)$, а пунктирная и штрих-пунктирная кривые — аналогичной безразмерной функции $\sigma_0(\Omega)$ для случая недиспергирующей среды. Принято, что $\varepsilon_0 = 4$, $a_0 = 1$, значения β указаны около каждой кривой. Как видим, при относительно небольшом превышении скорости движения заряда над величиной $c/\sqrt{\varepsilon_0}$, представляющей собой скорость света в недиспергирующей среде, учёт дисперсии может приводить в зависимости от частоты как к повышению, так и к понижению спектральной плотности энергии излучения (случай $\beta = 0,6$). Если же $\beta \approx 1$, то влияние дисперсии на низких частотах незначительно, а на достаточно высоких частотах $\sigma(\Omega)$ существенно меньше, чем $\sigma_0(\Omega)$.

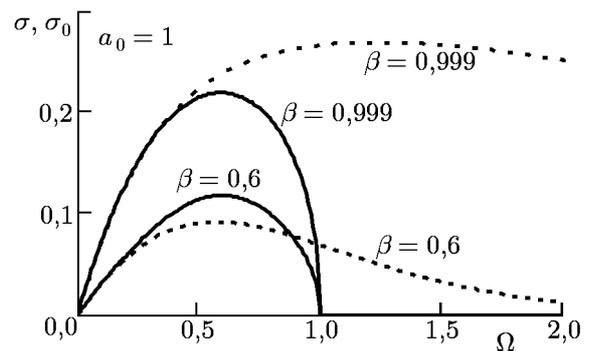


Рис. 2

Рис. 3а показывает зависимость безразмерной энергии излучения $\Sigma = c^2 q^{-2} \omega_0^{-2} W$ от скорости движения заряда при различных радиусах канала. Как и ранее, принято, что $\varepsilon_0 = 4$, а значения a_0 указаны около каждой кривой. Как видим, полная энергия излучения является монотонно возрастающей функцией скорости и монотонно убывающей функцией радиуса канала.

Сравним энергию излучения Σ в диэлектрике с диэлектрической проницаемостью вида (1) с энергией излучения Σ_0 в недиспергирующем диэлектрике с проницаемостью $\varepsilon = \varepsilon_0 = \text{const}$ (предполагается, что $\beta > 1/\sqrt{\varepsilon_0}$). Отношение Σ_0/Σ обращается в бесконечность при стремлении радиуса канала к нулю, поскольку потери энергии на излучение Вавилова—Черенкова в безграничной недиспергирующей среде бесконечны, а в безграничной среде с дисперсией типа (1) — конечны. В случае $a_0 \neq 0$ величина Σ_0 конечна, но обычно (хотя и не всегда) существенно превышает Σ . На рис. 3б показаны зависимости от β энергии излучения в случае диспергирующей среды с $\varepsilon_0 = 4$ (сплошные кривые) и в случае недиспергирующей среды с проницаемостью $\varepsilon = 4$ (пунктирная и штрих-пунктирная кривые). При этом взяты два значения радиуса канала ($a_0 = 0,5$ и $a_0 = 2$) и использован логарифмический масштаб по оси ординат. Как видим, при $a_0 = 0,5$ величина Σ_0 может быть во много десятков раз больше, чем Σ . Для меньших радиусов канала отношение Σ_0/Σ будет ещё более значительным. В случае $a_0 = 2$ это отношение не столь велико, но при ультрарелятивистской скорости движения заряда оно также много больше 1.

В заключение подчеркнём, что полученные результаты свидетельствуют о значительном влиянии резонансной частотной дисперсии на характеристики излучения заряженных частиц, дви-

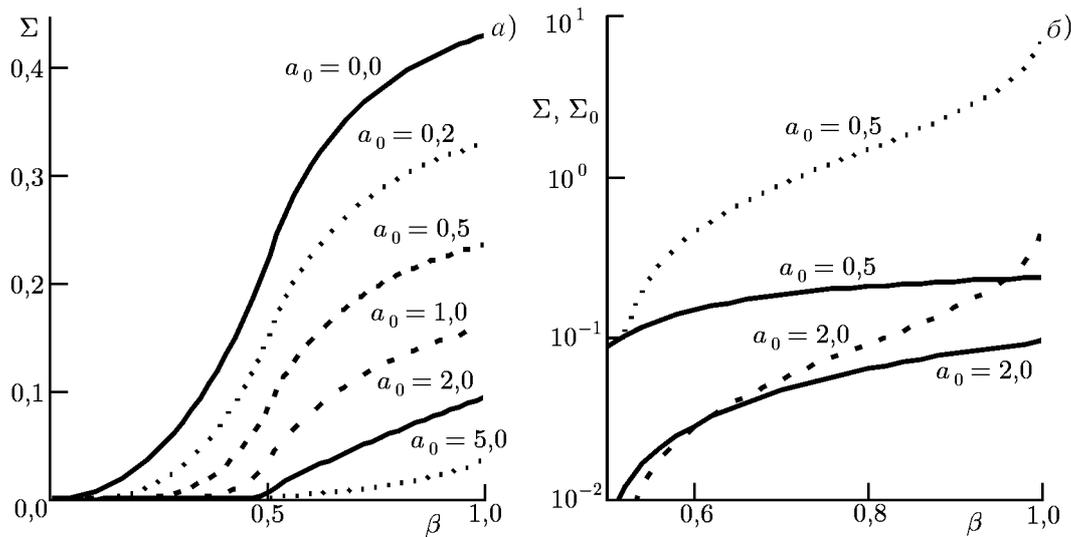


Рис. 3

жущихся в вакуумных каналах.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Болотовский Б. М. // УФН. 1961. Т. 75, № 2. С. 295.
2. Зрелов В. П. Излучение Вавилова—Черенкова и его применение в физике высоких энергий. Часть 1. М., 1968. 276 с.
3. Цытович В. Н. // Изв. вузов. Радиофизика. 1986. Т. 29, № 5. С. 597.
4. Gai W., Schoessow P., Cole B., et al. // Phys. Rev. Lett. 1988. V. 61, No. 24. P. 2756.
5. Power J. G., Conde M. E., Gai W., et al. // Phys. Rev. Special Topics — Accelerators and Beams. 2000. V. 3. Article no. 101302.
6. Варданян А. С., Оксюзян Г. Г. // ЖТФ. 2002. Т. 72, вып. 4. С. 76.
7. Afanasiev G. N., Kartavenko V. G. // J. Phys. D. 1998. V. 31. P. 2760.
8. Afanasiev G. N., Kartavenko V. G., Magar E. N. // Physica B. 1999. V. 269. P. 95.

Поступила в редакцию 4 февраля 2004 г.; принята в печать 25 октября 2004 г.

EFFECT OF DIELECTRIC DISPERSION ON THE ENERGY OF RADIATION OF A POINT CHARGE MOVING IN A VACUUM CHANNEL

A. V. Tyukhtin

We study the radiation from a charged particle moving along the axis of a vacuum channel in a dielectric with resonance frequency dispersion. In particular, it is shown that the maximum of the spectral density of the radiated energy shifts from a resonant frequency towards lower frequencies with increasing channel radius. The obtained results are compared with the corresponding results for the case of a nondispersive dielectric. It is noted that for the sufficiently high velocity of the charge, the radiated energy in a dispersive dielectric is usually much less than that in a nondispersive dielectric.

УДК 621.396.67.01

ЭФФЕКТИВНОЕ ВЫЧИСЛЕНИЕ ФУНКЦИИ ГРИНА ПЕРИОДИЧЕСКОЙ РЕШЁТКИ ИЗ ЛИСТКОВ МАГНИТНОГО ТОКА, РАСПОЛОЖЕННЫХ НА ПОВЕРХНОСТИ МЕТАЛЛИЧЕСКОГО ЦИЛИНДРА

А. Е. Свеженцев

Институт радиофизики и электроники им. А. Я. Усикова НАНУ, г. Харьков, Украина

В статье предлагается эффективный способ вычисления функции Грина решётки из идентичных листков магнитного тока, периодически расположенных на поверхности круглого металлического цилиндра. Суть подхода заключается в том, что путём улучшения сходимости в представлении для функции Грина удалось выделить особенность поля на источнике в явном виде. Как следствие, оставшаяся часть функции Грина может быть эффективно вычислена с помощью ЭВМ. Представлены численные результаты, характеризующие поведение функции Грина.

ВВЕДЕНИЕ

Функция Грина решётки из листков магнитного тока, расположенных на поверхности металлического цилиндра, представляет интерес в теории определённого класса конформных антенн [1, 2], апертуры которых расположены на цилиндрической поверхности. В настоящее время такие антенны переживают очередной бум в связи с бурным развитием мобильной и космической связи, а также других приложений. В антеннах указанного класса апертура может возбуждаться, например, прямоугольным волноводом, расположенным внутри кругового полого металлического цилиндра [1, 2]. В этом случае, исходя из принципа эквивалентности [3], апертура может моделироваться двумя листками противоположно направленных поверхностных магнитных токов, расположенных вблизи апертуры по обе стороны от неё [4]. Тогда может быть сформулировано интегральное уравнение для магнитного поверхностного тока на апертуре. В таком интегральном уравнении функция Грина для листка магнитного тока играет ключевую роль.

Проблема возбуждения кругового металлического цилиндра сторонними магнитными токами является классической в теории дифракции и рассмотрена в основополагающих учебниках и монографиях [5]. Традиционным подходом в решении этой задачи является использование представления функции Грина в виде обратного преобразования Фурье (ОПФ) [5]:

$$G_{ps}(r, \varphi - \varphi', z - z') = \frac{1}{4\pi^2} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \exp[-in(\varphi - \varphi')] \int_{-\infty}^{+\infty} \chi_{nps}(r, h) \exp[-ih(z - z')] dh, \quad (1)$$

где G_{ps} — компонента тензора пространственной функции Грина, χ_{nps} — компоненты спектральной функции Грина, h — постоянная распространения, n — азимутальный индекс, индексы p и s обозначают продольную (z) или азимутальную (φ) компоненты, i — мнимая единица, (z, φ) и (z', φ') — координаты точки наблюдения и точки источника соответственно. Зависимость от времени предполагается в виде $\exp(i\omega t)$. Для ряда приложений, в том числе и для рассмотренного в данной статье, характерен случай, когда магнитные токи расположены на цилиндрической поверхности $r = \text{const}$. Тогда представление (1) является непригодным для прямых вычислений ввиду чрезвычайно слабого убывания спектральной функции Грина. А в случае, когда точка наблюдения совпадает с точкой источника, интеграл и ряд в (1) расходятся.

А. Е. Свеженцев

331

В данной работе представление для функции Грина (1) не только обобщено на случай решётки из синфазных листов магнитного тока, расположенных на металлической цилиндрической поверхности, но и преобразовано к принципиально новому выражению, состоящему из двух слагаемых. Первое является аналитическим выражением, описывающим сингулярное поведение поля на источнике, второе представляет собой ОПФ типа (1), в котором сходимость интеграла и ряда достаточна для эффективного вычисления на ЭВМ. Отметим, что в этой статье интегрирование в (1) проводится по действительной оси постоянной распространения h .

Ранее сингулярность для функции Грина была выделена для одиночного листа электрического тока, расположенного на металлическом круговом цилиндре с круговой диэлектрической подложкой [6].

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

На рис. 1 показан круглый полый металлический цилиндр радиуса r_0 , на поверхности которого находится периодическая решётка из расположенных в азимутальном направлении N листов магнитного тока с одинаковой поверхностной плотностью $\mathbf{J}(r_0, \varphi, z)$. Каждый листок тока задан на ограниченной цилиндрической поверхности S . При повороте структуры на угол $\varphi = 2\pi/N$ она переходит сама в себя. Задача состоит в нахождении выражений для компонент магнитного поля через токи с помощью функций Грина. Продольные компоненты поля представим в виде ОПФ с учётом введённой симметрии по азимуту φ в виде (зависимость от времени опускаем)

$$E_z(r, \varphi, z) = \frac{1}{4\pi^2 N} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} e_{nz}(r, h) \exp(-ihz) \exp(-inN\varphi) dh,$$

$$H_z(r, \varphi, z) = \frac{1}{4\pi^2 N} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} h_{nz}(r, h) \exp(-ihz) \exp(-inN\varphi) dh, \tag{2}$$

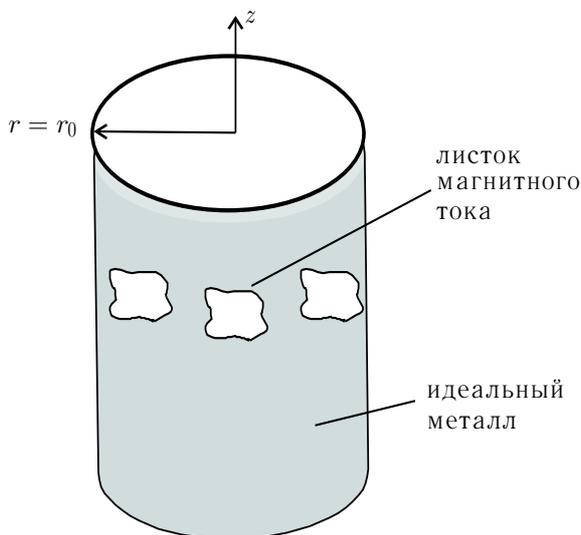


Рис. 1. Периодическая решётка из листов магнитного тока, расположенных на поверхности круглого металлического цилиндра

где $e_{nz}(r, h)$ и $h_{nz}(r, h)$ — спектральные продольные компоненты электрического и магнитного полей.

Спектральные продольные компоненты поля находятся как решения двумерных уравнений Гельмгольца:

$$(\Delta_{\perp} + \tilde{k}_0^2) e_{nz} = 0,$$

$$(\Delta_{\perp} + \tilde{k}_0^2) h_{nz} = 0, \tag{3}$$

где Δ_{\perp} — двумерный оператор Лапласа относительно координат z и φ , $\tilde{k}_0^2 = k_0^2 - h^2$, $k_0^2 = \omega^2 \epsilon_0 \mu_0$, k_0 — волновое число в свободном пространстве, $\epsilon_0 = 10^{-9}/(36\pi)$ Ф/м и $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м — диэлектрическая и магнитная проницаемости вакуума (все физические величины приведены в СИ).

Решения уравнений (3) с учётом выполнения условия излучения имеют вид

$$e_{nz}(r, h) = B_n \gamma_n(r, h), \quad h_{nz}(r, h) = \bar{B}_n \gamma_n(r, h),$$

где

$$\gamma_n(r, h) = \frac{H_{nN}^{(2)}(\tilde{k}_0 r)}{H_{nN}^{(2)}(\tilde{k}_0 r_0)}, \quad x_0^2 = (k_0 r_0)^2 (1 - \bar{h}^2), \quad \bar{h} = h/k_0, \quad (4)$$

B_n и \bar{B}_n — неизвестные коэффициенты, \bar{h} — нормированная постоянная распространения, $H_n^{(2)}$ — функция Ханкеля второго рода. Коэффициенты B_n и \bar{B}_n находятся после удовлетворения граничным условиям на поверхности с магнитными токами при $r = r_0 + 0$:

$$e_{n\varphi}(h) = -j_{nz}(h), \quad e_{nz}(h) = j_{n\varphi}(h), \quad (5)$$

где $j_{ns}(h)$ — прямое преобразование Фурье от поверхностных магнитных токов $J_s(\varphi, z)$. Физический смысл условий (5) состоит в том, что тангенциальное электрическое поле испытывает скачок на листке магнитного тока, обращаясь в нуль на поверхности идеального металла. В (5) азимутальная компонента электрического поля известным образом выражается через продольные компоненты. В результате спектральные компоненты магнитного поля на поверхности $r = r_0$ могут быть записаны в виде

$$h_{nz}(r_0, h) = \chi_{nzz}(r_0, h) j_{nz} + \chi_{nz\varphi}(r_0, h) j_{n\varphi} = g_{nz}^J(r_0, h) j_z + ih g_{nz}^\sigma(r_0, h) \left[\frac{inN}{r_0} j_{n\varphi} + ih j_{nz} \right],$$

$$h_{n\varphi}(r_0, h) = \chi_{n\varphi z}(r_0, h) j_{nz} + \chi_{n\varphi\varphi}(r_0, h) j_{n\varphi} = g_{n\varphi}^J(r_0, h) j_{n\varphi} + \frac{in}{r_0} g_{n\varphi}^\sigma(r_0, h) \left[\frac{inN}{r_0} j_{n\varphi} + ih j_{nz} \right], \quad (6)$$

где χ_{nps} и g_{ns}^J , g_{ns}^σ — спектральные функции Грина в стандартной форме и в форме так называемых смешанных потенциалов соответственно. Индексы J и σ соответствуют токовым и зарядовым источникам. Формулы для спектральных функций Грина приведены в приложении 1. Трансформируя (6) из спектральной области в пространственную, получим выражения полей через токи, используя функции Грина:

$$H_z(r_0, \varphi, z) = \iint_{z' \varphi'} J_z(\varphi', z') G_z^J(r_0, z - z', \varphi - \varphi') dS' + \frac{\partial}{\partial z} \iint_{z' \varphi'} \nabla'_t \mathbf{J}(\varphi', z') G_z^\sigma(r_0, z - z', \varphi - \varphi') dS',$$

$$H_\varphi(r_0, \varphi, z) = \iint_{z' \varphi'} J_\varphi(\varphi', z') G_\varphi^J(r_0, z - z', \varphi - \varphi') dS' +$$

$$+ \frac{1}{r_0} \frac{\partial}{\partial \varphi} \iint_{z' \varphi'} \nabla'_t \mathbf{J}(\varphi', z') G_\varphi^\sigma(r_0, z - z', \varphi - \varphi') dS', \quad (7)$$

где

$$dS' = r_0 dz' d\varphi', \quad \nabla'_t(r_0) = \mathbf{i}_\varphi \frac{1}{r_0} \frac{\partial}{\partial \varphi'} + \mathbf{i}_z \frac{\partial}{\partial z'},$$

G_s^J и G_s^σ — компоненты функции Грина в виде смешанных потенциалов:

$$G_s^J(r_0, \varphi - \varphi', z - z') = \frac{1}{4\pi^2 N} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \exp[-inN(\varphi - \varphi')] \int_{-\infty}^{+\infty} g_{ns}^J(r_0, h) \exp[-ih(z - z')] dh,$$

$$G_s^\sigma(r_0, \varphi - \varphi', z - z') = \frac{1}{4\pi^2 N} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \exp[-inN(\varphi - \varphi')] \int_{-\infty}^{+\infty} g_{ns}^\sigma(r_0, h) \exp[-ih(z - z')] dh, \quad (8)$$

Выражения (7) записаны в форме смешанных потенциалов в пространственной области. Первые слагаемые описывают вклад тока, вторые — его производной, т. е. заряда. Ключевой проблемой при использовании (7) является вычисление функций Грина (8). Важно отметить, что прямое вычисление (8), как это было отмечено выше, не представляется возможным ввиду чрезвычайно слабого убывания спектральной функции Грина с ростом величин h и n . Более того, ряд и интеграл в (8) расходятся, если точка наблюдения совпадает с точкой источника. В следующих разделах мы рассмотрим пути эффективного вычисления (8).

2. АСИМПТОТИЧЕСКОЕ ПОВЕДЕНИЕ СПЕКТРАЛЬНЫХ ФУНКЦИЙ ГРИНА ПРИ БОЛЬШИХ ЗНАЧЕНИЯХ h И n

Используя (4) и формулу (П.1.1) из приложения 1, можно показать, что спектральные функции Грина, введённые в форме смешанных потенциалов, являются чётными функциями h и n . Тогда область интегрирования в (8) можно свести к интервалу $(0, \infty)$, а ряд — к суммированию от 0 до ∞ . Рассмотрим асимптотическое поведение спектральной функции Грина при больших значениях h и n . Из (4) следует, что в случае $h \rightarrow \infty$ аргументы цилиндрических функций становятся мнимыми, и в этом случае цилиндрические функции сводятся к модифицированным цилиндрическим функциям. Известно, что модифицированные цилиндрические функции имеют различные асимптотические представления, которые справедливы для разных соотношений между порядком и аргументом. Нас интересует такое асимптотическое представление, которое бы эффективно работало как для больших порядков, так и для больших аргументов цилиндрической функции. Необходимые представления для модифицированных цилиндрических функций были найдены в [7]. Они приведены в приложении 2. Подставляя формулы (П.2.1) в (П.1.1), получим главный член асимптотического представления для спектральной функции Грина:

$$g_{ns}^{\text{ASJ}}(r_0, \bar{h}) = \frac{A_s^J f_n(\bar{h})}{\sqrt{(nN)^2 + (k_0 r_0)^2 \bar{h}^2}}, \quad g_{ns}^{\text{AS}\sigma}(r_0, \bar{h}) = \frac{A_s^\sigma f_n(\bar{h})}{\sqrt{(nN)^2 + (k_0 r_0)^2 \bar{h}^2}}, \quad (9)$$

где $A_z^J = A_\varphi^J = 1/w_0$, $A_z^\sigma = A_\varphi^\sigma = 1/(k_0^2 w_0)$, $f_{n>0}(\bar{h}) = 1$, $f_0(\bar{h}) = 1 - \exp(-k_0 t \bar{h})$, $w_0 = \sqrt{\mu_0/\varepsilon_0}$ — волновое сопротивление свободного пространства.

Для использования (9) при $n = 0$ была введена дополнительная функция $f_n(\bar{h})$, компенсирующая сингулярность при $\bar{h} = 0$. Значение $k_0 t$ является произвольным, но обязательно положительным, чтобы обеспечить убывание экспоненты $\exp(-k_0 t \bar{h})$ с ростом \bar{h} . Вид (9) свидетельствует о медленном убывании спектральной функции Грина, что, как будет показано ниже, приводит к наличию особенности на источнике в пространственной области. Анализ показал, что полученная асимптотическая формула (9) работает не только в случае $n \rightarrow \infty$ и $\bar{h} \rightarrow \infty$, но и при фиксированном n и $\bar{h} \rightarrow \infty$, а также при фиксированном \bar{h} и $n \rightarrow \infty$. Было установлено, что в двух последних случаях главные члены асимптотических представлений, полученные при использовании хорошо известных аппроксимаций для цилиндрических функций, совпадают с (9). В следующем параграфе асимптотическое поведение спектральной функции Грина будет использовано для выделения особенности функции Грина на источнике.

3. ВЫЧИСЛЕНИЕ ФУНКЦИИ ГРИНА В ПРОСТРАНСТВЕННОЙ ОБЛАСТИ

Преобразуем подынтегральное выражение в (8) путём вычитания и прибавления слагаемого, описывающего асимптотическое поведение спектральной функции Грина (9). В приложении 3 показано, что ОПФ от функции (9) вычисляется в явном виде $G_s^{\text{AS}\alpha}(r_0, z - z', \varphi - \varphi')$ и включает сингулярную часть

$$G_s^{\text{SING}\alpha}(r_0, z - z', \varphi - \varphi') = \frac{-ik_0 A_s^\alpha}{4\pi N \sqrt{(\varphi - \varphi')^2 + [(z - z')/r_0]^2}}, \quad (10)$$

где индекс α равен J либо σ .

Отметим, что функция Грина (10) пропорциональна статической части хорошо известной функции Грина свободного пространства, приведённой в цилиндрической системе координат. Таким образом, каждая компонента функции Грина в пространственной области может быть записана в виде суммы асимптотической и численной частей:

$$G_s^\alpha(r_0, z - z', \varphi - \varphi') = G_s^{\text{AS}\alpha}(r_0, z - z', \varphi - \varphi') + G_s^{\text{NUM}\alpha}(r_0, z - z', \varphi - \varphi'), \quad (11)$$

где

$$G_s^{\text{NUM}\alpha}(r_0, z - z', \varphi - \varphi') = \frac{k_0}{2\pi^2} \sum_{n=0}^{\infty} \tau_n \cos[nN(\varphi - \varphi')] \int_0^{\infty} \bar{g}_{ns}^\alpha(r_0, h) \cos[\bar{h}k_0(z - z')] d\bar{h}, \quad (12)$$

$$\bar{g}_{ns}^J(r_0, \bar{h}) = g_{ns}^J(r_0, \bar{h}) - g_{ns}^{\text{AS}J}(r_0, \bar{h}), \quad \bar{g}_{ns}^\sigma(r_0, \bar{h}) = g_{ns}^\sigma(r_0, \bar{h}) - g_{ns}^{\text{AS}\sigma}(r_0, \bar{h}),$$

$$\tau_n = \begin{cases} 1, & n = 0; \\ 2, & n \geq 1. \end{cases}$$

Следовательно, проблема вычисления функции Грина с помощью выражения (8), в котором согласно (9) спектральная функция Грина убывает как $O(h^{-1}, n^{-1})$, сведена к вычислению ОПФ от функции, убывающей, как минимум, как $O(h^{-2}, n^{-2})$, что является достаточным для вычисления на ЭВМ. Отметим, что из четырёх спектральных функций Грина, введённых в (6), нам необходимо вычислять только две, поскольку $g_{nz}^J(r_0, h) = k_0^2 g_{nz}^\sigma(r_0, h) = k_0^2 g_{n\varphi}^\sigma(r_0, h)$.

В качестве примера численной реализации предложенного алгоритма рассмотрим результаты расчёта компоненты функции Грина G_z^J , порождаемой продольной (вдоль оси z) компонентой магнитного тока. Прежде всего, отметим, что были проведены многочисленные тесты, подтверждающие правильность полученного асимптотического поведения спектральных функций Грина в виде (10). Для удобства численного анализа, исходя из формул (11) и (П.3.5), полная функция Грина G_z^J может быть представлена в виде

$$G_z^J = G_z^{\text{SING}J} + \tilde{G}_z^J, \quad (13)$$

где

$$\tilde{G}_z^J = G_z^{\text{NUM}J} + \hat{G}_z^{\text{AS}J}. \quad (14)$$

Таким образом, функция Грина (14) включает в себя все члены, кроме сингулярного, определённого в аналитической форме формулой (10).

Рассмотрим вначале случай $N = 1$, т.е. когда решётка состоит из одного листка магнитного тока. На рис. 2 и 3 показана мнимая часть функции Грина \tilde{G}_z^J в области источника и на

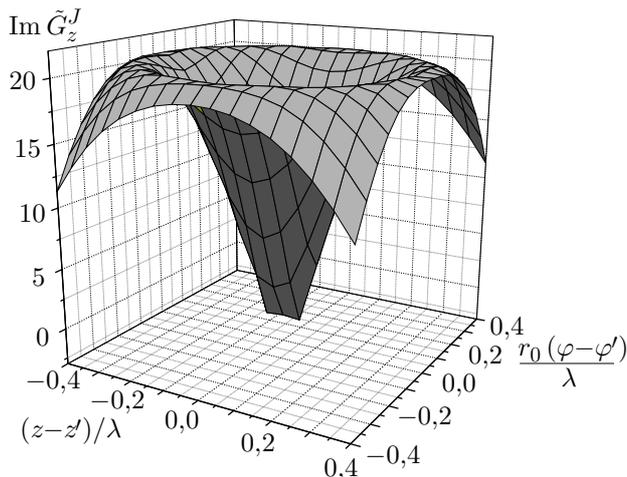


Рис. 2. Зависимость мнимой части функции Грина \tilde{G}_z^J от параметров $(z - z')/\lambda$ и $r_0(\varphi - \varphi')/\lambda$ для решётки из одного листка тока в окрестности источника ($r_0 = 0,15$ м, $\lambda = 0,12$ м)

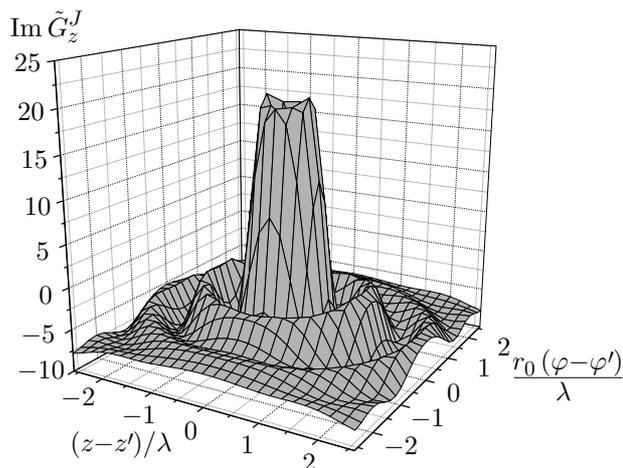


Рис. 3. Зависимость мнимой части функции Грина \tilde{G}_z^J от параметров $(z - z')/\lambda$ и $r_0(\varphi - \varphi')/\lambda$ для решётки из одного листка тока в пределах нескольких длин волн от источника ($r_0 = 0,1$ м, $\lambda = 0,12$ м)

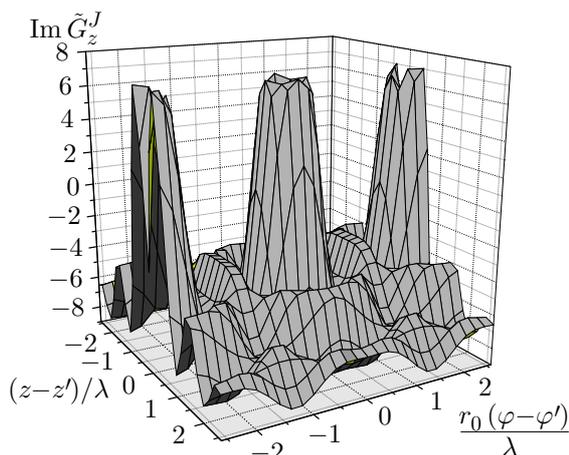


Рис. 4. Зависимость мнимой части функции Грина \tilde{G}_z^J от параметров $(z - z')/\lambda$ и $r_0(\varphi - \varphi')/\lambda$ в случае решётки из двух листков магнитного тока ($r_0 = 0,1$ м, $\lambda = 0,12$ м)

расстоянии нескольких длин волн от источника соответственно. Для удобства построения цилиндрические координаты z и φ развёрнуты на плоскости и нормированы на длину волны в виде $(z - z')/\lambda$, $r_0(\varphi - \varphi')/\lambda$, где $\lambda = 2\pi/k_0$ — длина волны в свободном пространстве. В области источника мнимая часть функции Грина \tilde{G}_z^J имеет максимум (рис. 2), оставаясь конечной величиной. Отметим, что действительная часть функции Грина ведёт себя сходным образом. Из рис. 3 видно, что функция Грина описывает пространственную волну, расходящуюся от источника. Под пространственной волной понимается волновой процесс вида $A(g) \exp(-ik_0g)$, где g — расстояние от источника по криволинейной поверхности. Амплитуда этой волны убывает при удалении от источника. На рис. 4 мнимая часть функции Грина \tilde{G}_z^J приведена в случае решётки из двух листков магнитного тока. Этот случай соответствует ситуации, когда на поверхности цилиндра расположены два источника, от которых расходятся две пространственные волны. Как было указано выше, функция Грина является периодической функцией в зависимости от координаты φ . Число членов ряда (12) выбирается в виде $M = [k_0r_0] + 30$, где квадратные скобки обозначают целую часть числа. Интеграл Фурье в (12) вычислялся с точностью 10^{-4} . Время счёта графика функции Грина на рис. 3 (52×52 точек) составляет 2,5 минуты на компьютере Пентиум-4 с тактовой частотой процессора 1,7 ГГц.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, в статье предложен и реализован эффективный подход для расчёта функции Грина решётки из идентичных листков магнитного тока, расположенных на поверхности кругового металлического цилиндра. Отметим, что случай одиночного листка магнитного тока также включается в рассмотренное решение. Сутью подхода является вычитание асимптотического поведения спектральной функции Грина в спектральной области и добавление обратного преобразования Фурье от этой функции в пространственной области в явном виде. Как следствие, мы получаем функцию Грина в виде двух слагаемых. Первое описывает особенность поля на источнике в явном виде, а второе может быть эффективно вычислено с помощью ЭВМ. Приведены численные результаты, подтверждающие работоспособность предложенного алгоритма. Полученная функция Грина может быть использована в задачах об излучении апертур, расположенных на цилиндрической поверхности. Следует ожидать, что этот метод будет таким же эффективным, как и аналогичный подход, развитый для решения задачи о микрополосковом цилиндрическом металлическом излучателе, расположенном на металлическом круговом цилиндре с круговой диэлектрической подложкой [8].

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

В этом приложении приведены выражения для спектральных функций Грина в традиционной форме и форме смешанных потенциалов, а именно для $\chi_{nps}(r_0, h)$ и $g_{ns}^J(r_0, h)$, $g_{ns}^\sigma(r_0, h)$ соответственно:

$$\begin{aligned} \chi_{nzz}(r_0, h) &= \frac{ix_0}{\gamma'_n(r_0)w_0k_0r_0}, & \chi_{nz\varphi}(r_0, h) &= \chi_{n\varphi z}(r_0, h) = -\frac{inN\bar{h}}{w_0x_0\gamma'_n(r_0)}, \\ \chi_{n\varphi\varphi}(r_0, h) &= \frac{i(nN\bar{h})^2k_0r_0}{w_0x_0^3\gamma'_n(r_0)} - \frac{ik_0r_0}{x_0w_0}\gamma'_n(r_0); \\ g_{nz}^J(r_0, h) &= -\frac{\bar{h}(k_0r_0)}{nN}\chi_{nz\varphi}(r_0, h) + \chi_{nzz}(r_0, h) = \frac{ik_0r_0}{x_0\gamma'_n(r_0)w_0}, \\ k_0^2g_{n\varphi}^\sigma(r_0, h) &= k_0^2g_{nz}^\sigma(r_0, h) = -\frac{k_0r_0}{nN\bar{h}}\chi_{nz\varphi}(r_0, h) = \frac{ik_0r_0}{x_0\gamma'_n(r_0)w_0}, \\ g_{n\varphi}^J(r_0, h) &= -\frac{nN}{\bar{h}(k_0r_0)}\chi_{n\varphi z}(r_0, h) + \chi_{n\varphi\varphi}(r_0, h). \end{aligned} \quad (\text{П.1.1})$$

ПРИЛОЖЕНИЕ 2. ВЫВОД АСИМПТОТИЧЕСКОГО ВЫРАЖЕНИЯ ДЛЯ СПЕКТРАЛЬНОЙ ФУНКЦИИ ГРИНА

Когда $n \rightarrow \infty$ и $\bar{h} \rightarrow \infty$, аргумент цилиндрических функций может быть записан в виде

$$x_0 \approx -iqz_0, \quad z_0 = k_0r_0\bar{h}/q,$$

где $q = nN$. Тогда функция $H_q^{(2)}$ от аргумента x_0 может быть выражена через функции Макдональда $K_q(qz_0)$. Используем главные члены асимптотических представлений этих функций и их производных при больших значениях индекса q [7]:

$$K_q(qz) \approx \sqrt{\frac{\pi}{2q}} \frac{\exp(-\eta q)}{(1+z^2)^{1/4}}, \quad K'_q(qz) \approx -\sqrt{\frac{\pi}{2q}} \frac{(1+z^2)^{1/4} \exp(-\eta q)}{z},$$

$$\eta = \sqrt{1+z^2} + \ln \frac{z}{1+\sqrt{1+z^2}}. \tag{П.2.1}$$

Учитывая (4), подставим формулы (П.2.1) в выражения (П.1.1) и получим асимптотическое представление для спектральной функции Грина (9).

ПРИЛОЖЕНИЕ 3. ОБРАТНОЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ФУРЬЕ ОТ АСИМПТОТЫ СПЕКТРАЛЬНОЙ ФУНКЦИИ ГРИНА

Используя формулы из [9]

$$\int_0^\infty \frac{[\exp(-a\bar{h}) - \exp(-d\bar{h})]}{\bar{h}} \cos(b\bar{h}) d\bar{h} = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{b^2 + d^2}{b^2 + a^2} \right), \tag{П.3.1}$$

$$\int_0^\infty \frac{\cos(b\bar{h})}{\sqrt{n^2 + \bar{h}^2}} d\bar{h} = K_0(bn), \tag{П.3.2}$$

можно вычислить интеграл по h в (8). Более того, следующая формула [10]

$$\sum_{n=1}^\infty \cos(n\alpha) K_0(nx) = \frac{\pi}{2\sqrt{x^2 + \alpha^2}} + \frac{1}{2} [C + \ln(x/4\pi)] + \frac{\pi}{2} \Omega(\alpha, x) \tag{П.3.3}$$

где

$$\Omega(\alpha, x) = \sum_{k=1}^\infty \left[\frac{1}{\sqrt{(2k\pi - \alpha)^2 + x^2}} + \frac{1}{\sqrt{(2k\pi + \alpha)^2 + x^2}} - \frac{1}{k\pi} \right], \tag{П.3.4}$$

позволяет просуммировать результат интегрирования (П.3.2) в явной форме. Тогда мы получим асимптотическую часть функции Грина в пространственной области в виде

$$G_s^{AS\alpha}(r_0, z - z', \varphi - \varphi') = G_s^{SING\alpha}(r_0, z - z', \varphi - \varphi') + \hat{G}_s^{AS\alpha}(r_0, z - z', \varphi - \varphi'), \tag{П.3.5}$$

где

$$\hat{G}_s^{AS\alpha}(r_0, z - z', \varphi - \varphi') = \frac{-ik_0 A_s^\alpha}{4\pi N} \Omega[N(\varphi - \varphi'), N\beta] - \frac{ik_0 A_s^\alpha}{8\pi^2 N} \ln[k_0^2 (z - z')^2 + (k_0 t)^2],$$

$G_s^{SING\alpha}(r_0, z - z', \varphi - \varphi')$ определена в (10), индекс α равен J либо σ , и $\beta = (z - z')/r_0$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Bertuch Th., v. Winterfeld Chr. // Proc. 2nd European Workshop on Conformal Antennas, The Hague, April 2001. P. 65.
2. Thors B., Josefsson L. // Proc. 2nd European Workshop on Conformal Antennas, The Hague, April 2001. P. 69.
3. Schelkunoff S. A. // Bell Syst. Tech. J. 1936. V. 15. P. 92.
4. Villegas F. J., Rahmat-Sami Y., Jackson D. R. // IEEE Trans. Anten. Propag. 2003. V. 51, No. 9. P. 2369.
5. Марков Г. Т., Чаплин А. Ф. Возбуждение электромагнитных волн. М.: Радио и связь, 1983. 296 с.
6. Svezhentsev A. Y., Vandenbosch G. A. E. // J. Electromag. Waves and Appl. 2002. V. 16, No. 6. P. 813.
7. Абрамовиц М., Стиган И. // Справочник по специальным функциям. М.: Наука, 1979.
8. Svezhentsev A. Y., Vandenbosch G. // Proc. XXVIIth General Assemble of the URSI, Maastricht, 17–24 August 2002.
9. Прудников А. П., Брычков Ю. А., Маричев О. И. Интегралы и ряды. Элементарные функции. М.: Наука, 1981. 797 с.
10. Прудников А. П., Брычков Ю. А., Маричев О. И. Интегралы и ряды. Специальные функции. М.: Наука, 1983. 752 с.

Поступила в редакцию 4 марта 2003 г.; принята в печать 26 апреля 2005 г.

**EFFICIENT EVALUATION OF THE GREEN'S FUNCTION FOR AN ARRAY OF
MAGNETIC-CURRENT SHEETS PERIODICALLY LOCATED ON THE SURFACE
OF A METAL CYLINDER**

A. Ye. Svezhentsev

We propose an effective method for calculating the Green's function of an array of identical magnetic-current sheets periodically located on the surface of a circular metal cylinder. The idea of our approach consists is based on explicit isolation of the field singularity at the source by improving the convergence in the Green's function representation. As a result, the remaining part of the Green's function admits efficient numerical evaluation. We present the numerical results illustrating the behavior of the Green's function.

УДК 530.1

ВЕКТОРНЫЕ ВОЛНОВЫЕ ПУЧКИ. ИЗМЕНЕНИЕ ПОЛЯРИЗАЦИИ ПУЧКОВ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН ПРИ ОТРАЖЕНИИ ОТ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ПЛАСТИНЫ

С. Н. Власов, Е. В. Копосова

Институт прикладной физики РАН, г. Нижний Новгород, Россия

Рассматриваются векторные пучки электромагнитных волн и изменение их поляризации при прохождении через плоскопараллельную диэлектрическую пластину. Изучение ведётся на основе строгого решения уравнений электромагнитного поля. Найдены структуры прошедшего и отражённого полей. В случае сравнительно узких пучков (с шириной порядка длины волны) определены коэффициенты отражения как для случая нормального падения, так и в случае падения на пластину пучка под углом Брюстера.

Во многих областях физических исследований предметом изучения являются пучки электромагнитных и упругих волн [1–3]. Наиболее часто они описываются в скалярном приближении.

Применение волновых пучков в экстремальных условиях, например для вывода излучения в мощных СВЧ приборах, требует более точного знания структуры полей, которые, как правило, являются векторными. Современные средства вычислительной техники позволяют более подробно изучить поведение волновых пучков. Одной из простейших задач теории векторных пучков является задача о прохождении пучка электромагнитных волн через диэлектрическую пластину. Сравнительная простота задачи обусловлена тем, что электромагнитные волны описываются двумя скалярными функциями в отличие от упругих волн, при описании которых необходимо использовать все три компоненты вектора смещения. В данной работе обсуждается изменение поляризации пучка электромагнитных волн при его прохождении через пластину. При исследовании мы считаем известными коэффициенты

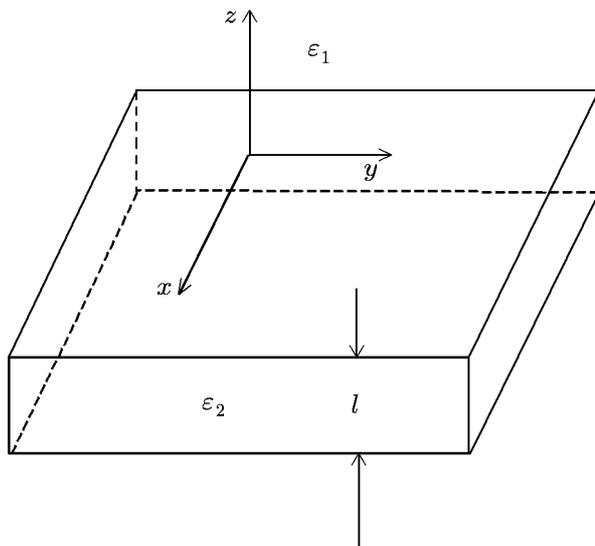


Рис. 1. Диэлектрическая пластина

отражения и прохождения плоских волн различных поляризаций через границу двух диэлектриков в отличие от книги [4], где исследование начинается с постановки условия непрерывности тангенциальных компонент полей на границе.

Рассмотрим диэлектрическую пластину с толщиной l , диэлектрической проницаемостью ε_2 и магнитной проницаемостью $\mu = 1$ (рис. 1). Пластина находится в среде с проницаемостью ε_1 . Пусть ось z перпендикулярна плоскости пластины, а оси x и y лежат в её плоскости. Для описания распространения пучков электромагнитных волн через пластину мы введём плоские волны двух поляризаций.

Один тип волны, у которого вектор электрического поля лежит в плоскости падения (р-

поляризация), мы будем описывать, используя магнитное поле, которое представим в виде

$$\mathbf{H}_{\parallel} = B_{\chi_x \chi_y} \left(-\mathbf{x}_0 \frac{\chi_y}{\sqrt{\chi_x^2 + \chi_y^2}} + \mathbf{y}_0 \frac{\chi_x}{\sqrt{\chi_x^2 + \chi_y^2}} \right) \exp(-i\varphi), \quad (1)$$

где $k = \omega/c$ — волновое число в вакууме (в среде волновое число составляет $k_0 = k \sqrt{\varepsilon_1}$), ω — круговая частота, c — скорость света, χ_x и χ_y — проекции волнового вектора на оси x и y соответственно, $k_z = \sqrt{k^2 \varepsilon_1 - \chi_x^2 - \chi_y^2}$, \mathbf{x}_0 , \mathbf{y}_0 и \mathbf{z}_0 — орты системы координат, $B_{\chi_x \chi_y}$ — комплексная скалярная амплитуда волны, $\varphi = \chi_x x + \chi_y y + k_z z$. Электрическое поле такой волны описывается выражением

$$\mathbf{E}_{\parallel} = -\frac{i}{k\varepsilon_1} \operatorname{rot} \mathbf{H}_{\parallel} = \frac{B_{\chi_x \chi_y}}{k\varepsilon_1} \left(\mathbf{x}_0 \frac{\chi_x}{\sqrt{\chi_x^2 + \chi_y^2}} k_z + \mathbf{y}_0 \frac{\chi_y}{\sqrt{\chi_x^2 + \chi_y^2}} k_z - \mathbf{z}_0 \sqrt{\chi_x^2 + \chi_y^2} \right) \exp(-i\varphi). \quad (2)$$

Средний поток энергии такой волны может быть записан в виде

$$\mathbf{P}_{\parallel} = \frac{c}{8\pi} [\mathbf{E}_{\parallel} \mathbf{H}_{\parallel}^*] = \frac{c |B_{\chi_x \chi_y}|^2}{8\pi \sqrt{\varepsilon_1}} \left(\mathbf{x}_0 \frac{\chi_x}{k \sqrt{\varepsilon_1}} + \mathbf{y}_0 \frac{\chi_y}{k \sqrt{\varepsilon_1}} + \mathbf{z}_0 \frac{k_z}{k \sqrt{\varepsilon_1}} \right), \quad (3)$$

где индекс звёздочка обозначает комплексное сопряжение. Вектор электрического поля \mathbf{E} этого типа волн имеет продольную компоненту E_z . Коэффициенты отражения R_{\parallel} и прохождения T_{\parallel} этой волны (по магнитному полю) для границы имеют вид [5]

$$R_{\parallel} = R_{\parallel 12} = \frac{n_2 \cos \theta_i - n_1 \cos \theta_t}{n_2 \cos \theta_i + n_1 \cos \theta_t}, \quad T_{\parallel} = T_{\parallel 12} = \frac{2n_2 \cos \theta_i}{n_2 \cos \theta_i + n_1 \cos \theta_t}, \quad (4)$$

где $n_2 = \sqrt{\varepsilon_2}$, $n_1 = \sqrt{\varepsilon_1}$, $\sin \theta_i = \sqrt{\chi_x^2 + \chi_y^2} / (kn_1)$, $\sin \theta_t = (n_1/n_2) \sin \theta_i$, $\cos \theta_i = \sqrt{1 - \sin^2 \theta_i}$, $\cos \theta_t = \sqrt{1 - \sin^2 \theta_t}$. Далее мы будем рассматривать только такие волновые пучки, у которых углы θ_i и θ_t действительные. Для волн с такой поляризацией существует угол Брюстера, при падении волны под которым коэффициент отражения обращается в нуль.

Электрическое и магнитное поля волны другого типа (s-поляризации) могут быть записаны в виде

$$\mathbf{E}_{\perp} = A_{\chi_x \chi_y} \left(\mathbf{x}_0 \frac{\chi_y}{\sqrt{\chi_x^2 + \chi_y^2}} - \mathbf{y}_0 \frac{\chi_x}{\sqrt{\chi_x^2 + \chi_y^2}} \right) \exp(-i\varphi), \quad (5)$$

$$\mathbf{H}_{\perp} = \frac{i}{k} \operatorname{rot} \mathbf{E} = \frac{A_{\chi_x \chi_y}}{k} \left(\mathbf{x}_0 \frac{\chi_x}{\sqrt{\chi_x^2 + \chi_y^2}} k_z + \mathbf{y}_0 \frac{\chi_y}{\sqrt{\chi_x^2 + \chi_y^2}} k_z - \mathbf{z}_0 \sqrt{\chi_x^2 + \chi_y^2} \right) \exp(-i\varphi). \quad (6)$$

Средний поток энергии этой волны может быть записан в виде

$$\mathbf{P}_{\perp} = \frac{c}{8\pi} [\mathbf{E}_{\perp} \mathbf{H}_{\perp}^*] = \frac{c |A_{\chi_x \chi_y}|^2 \sqrt{\varepsilon_1}}{8\pi} \left(\mathbf{x}_0 \frac{\chi_x}{k \sqrt{\varepsilon_1}} + \mathbf{y}_0 \frac{\chi_y}{k \sqrt{\varepsilon_1}} + \mathbf{z}_0 \frac{k_z}{k \sqrt{\varepsilon_1}} \right). \quad (7)$$

Коэффициенты отражения и прохождения волн этого типа (по электрическому полю) для границы диэлектриков имеют вид

$$R_{\perp} = R_{\perp 12} = \frac{n_1 \cos \theta_i - n_2 \cos \theta_t}{n_1 \cos \theta_i + n_2 \cos \theta_t}, \quad T_{\perp} = T_{\perp 12} = \frac{2n_1 \cos \theta_i}{n_1 \cos \theta_i + n_2 \cos \theta_t}. \quad (8)$$

В случае диэлектрической пластины коэффициенты отражения и прохождения волн первого и второго типов могут быть записаны следующим образом:

$$r_{\parallel} = \frac{R_{\parallel 12} + R_{\parallel 21} \exp(-2i\beta)}{1 + R_{\parallel 12} R_{\parallel 21} \exp(-2i\beta)}, \quad t_{\parallel} = \frac{T_{\parallel 12} T_{\parallel 21} \exp(-i\beta)}{1 + R_{\parallel 12} R_{\parallel 21} \exp(-2i\beta)} \quad (9)$$

— для магнитного поля р-поляризации, и

$$r_{\perp} = \frac{R_{\perp 12} + R_{\perp 21} \exp(-2i\beta)}{1 + R_{\perp 12} R_{\perp 21} \exp(-2i\beta)}, \quad t_{\perp} = \frac{T_{\perp 12} T_{\perp 21} \exp(-i\beta)}{1 + R_{\perp 12} R_{\perp 21} \exp(-2i\beta)} \quad (10)$$

— для электрического поля s-поляризации. В (9), (10) $\beta = kn_2 l \cos \theta_t$, $R_{\perp 21}$, $R_{\parallel 21}$, $T_{\perp 21}$ и $T_{\parallel 21}$ — коэффициенты отражения и прохождения волн второго типа по магнитному полю и второго типа по электрическому полю при падении на границу пластины изнутри неё. Для их определения необходимо в формулах (4), (8) поменять местами индексы 1, 2 и i, t.

Пусть на диэлектрическую пластину падает пучок электромагнитных волн, который мы представим в виде интеграла Фурье по поперечным волновым числам и запишем как сумму двух пучков различной поляризации:

$$\mathbf{E}_i = \mathbf{E}_{\perp i} + \mathbf{E}_{\parallel i},$$

где электрические поля

$$\mathbf{E}_{\perp i} = \iint A_{\chi_x \chi_y} \left(\mathbf{x}_0 \frac{\chi_y}{\sqrt{\chi_x^2 + \chi_y^2}} - \mathbf{y}_0 \frac{\chi_x}{\sqrt{\chi_x^2 + \chi_y^2}} \right) \exp(-i\varphi) d\chi_x d\chi_y,$$

$$\mathbf{E}_{\parallel i} = \iint \frac{B_{\chi_x \chi_y}}{k\varepsilon_1} \left(\mathbf{x}_0 \frac{\chi_x}{\sqrt{\chi_x^2 + \chi_y^2}} k_z + \mathbf{y}_0 \frac{\chi_y}{\sqrt{\chi_x^2 + \chi_y^2}} k_z - \mathbf{z}_0 \sqrt{\chi_x^2 + \chi_y^2} \right) \exp(-i\varphi) d\chi_x d\chi_y.$$

Магнитные поля представляются, соответственно, как

$$\mathbf{H}_{\perp i} = \iint \frac{A_{\chi_x \chi_y}}{k} \left(\mathbf{x}_0 \frac{\chi_x}{\sqrt{\chi_x^2 + \chi_y^2}} k_z + \mathbf{y}_0 \frac{\chi_y}{\sqrt{\chi_x^2 + \chi_y^2}} k_z - \mathbf{z}_0 \sqrt{\chi_x^2 + \chi_y^2} \right) \exp(-i\varphi) d\chi_x d\chi_y,$$

$$\mathbf{H}_{\parallel i} = \iint B_{\chi_x \chi_y} \left(-\mathbf{x}_0 \frac{\chi_y}{\sqrt{\chi_x^2 + \chi_y^2}} + \mathbf{y}_0 \frac{\chi_x}{\sqrt{\chi_x^2 + \chi_y^2}} \right) \exp(-i\varphi) d\chi_x d\chi_y.$$

Магнитное поле волн р-поляризации в прошедшем ($\mathbf{H}_{\parallel t}$) и отражённом ($\mathbf{H}_{\parallel r}$) пучках представим в виде

$$\mathbf{H}_{\parallel t} = \iint t_{\parallel} B_{\chi_x \chi_y} \left(-\mathbf{x}_0 \frac{\chi_y}{\sqrt{\chi_x^2 + \chi_y^2}} + \mathbf{y}_0 \frac{\chi_x}{\sqrt{\chi_x^2 + \chi_y^2}} \right) \exp(-i\varphi_t) d\chi_x d\chi_y,$$

$$\mathbf{H}_{\parallel r} = \iint r_{\parallel} B_{\chi_x \chi_y} \left(-\mathbf{x}_0 \frac{\chi_y}{\sqrt{\chi_x^2 + \chi_y^2}} + \mathbf{y}_0 \frac{\chi_x}{\sqrt{\chi_x^2 + \chi_y^2}} \right) \exp(-i\varphi_r) d\chi_x d\chi_y,$$

где $\varphi_t = \chi_x x + \chi_y y + (z - l) \sqrt{k^2 \varepsilon_1 - \chi_x^2 - \chi_y^2}$, $\varphi_r = \chi_x x + \chi_y y - z \sqrt{k^2 \varepsilon_1 - \chi_x^2 - \chi_y^2}$.

Электрические поля прошедшего и отражённого пучков этого типа волн запишем в следующем виде

$$\mathbf{E}_{\parallel t} = \iint t_{\parallel} \frac{B_{\chi_x \chi_y}}{k\varepsilon_1} \left(\mathbf{x}_0 \frac{\chi_x}{\sqrt{\chi_x^2 + \chi_y^2}} k_z + \mathbf{y}_0 \frac{\chi_y}{\sqrt{\chi_x^2 + \chi_y^2}} k_z - \mathbf{z}_0 \sqrt{\chi_x^2 + \chi_y^2} \right) \exp(-i\varphi_t) d\chi_x d\chi_y, \quad (11)$$

$$\mathbf{E}_{\parallel r} = \iint r_{\parallel} \frac{B_{\chi_x \chi_y}}{k\varepsilon_1} \left(-\mathbf{x}_0 \frac{\chi_x}{\sqrt{\chi_x^2 + \chi_y^2}} k_z - \mathbf{y}_0 \frac{\chi_y}{\sqrt{\chi_x^2 + \chi_y^2}} k_z - \mathbf{z}_0 \sqrt{\chi_x^2 + \chi_y^2} \right) \exp(-i\varphi_r) d\chi_x d\chi_y. \quad (12)$$

Для волн s-поляризации соответствующие формулы имеют вид

$$\mathbf{E}_{\perp t} = \iint t_{\perp} A_{\chi_x \chi_y} \left(\mathbf{x}_0 \frac{\chi_y}{\sqrt{\chi_x^2 + \chi_y^2}} - \mathbf{y}_0 \frac{\chi_x}{\sqrt{\chi_x^2 + \chi_y^2}} \right) \exp(-i\varphi_t), \quad (13)$$

$$\mathbf{E}_{\perp r} = \iint r_{\perp} A_{\chi_x \chi_y} \left(\mathbf{x}_0 \frac{\chi_y}{\sqrt{\chi_x^2 + \chi_y^2}} - \mathbf{y}_0 \frac{\chi_x}{\sqrt{\chi_x^2 + \chi_y^2}} \right) \exp(-i\varphi_r), \quad (14)$$

$$\mathbf{H}_{\perp t} = \iint t_{\perp} \frac{A_{\chi_x \chi_y}}{k} \left(\mathbf{x}_0 \frac{\chi_x}{\sqrt{\chi_x^2 + \chi_y^2}} k_z + \mathbf{y}_0 \frac{\chi_y}{\sqrt{\chi_x^2 + \chi_y^2}} k_z - \mathbf{z}_0 \sqrt{\chi_x^2 + \chi_y^2} \right) \exp(-i\varphi_t) d\chi_x d\chi_y,$$

$$\mathbf{H}_{\perp r} = \iint r_{\perp} \frac{A_{\chi_x \chi_y}}{k} \left(-\mathbf{x}_0 \frac{\chi_x}{\sqrt{\chi_x^2 + \chi_y^2}} k_z - \mathbf{y}_0 \frac{\chi_y}{\sqrt{\chi_x^2 + \chi_y^2}} k_z - \mathbf{z}_0 \sqrt{\chi_x^2 + \chi_y^2} \right) \exp(-i\varphi_r) d\chi_x d\chi_y.$$

В качестве независимых переменных можно использовать как величины $A_{\chi_x \chi_y}$, $B_{\chi_x \chi_y}$, так и величины $E_{\chi_x \chi_y x}$, $E_{\chi_x \chi_y y}$, которые для каждой отдельно взятой плоской волны выражаются друг через друга:

$$\begin{aligned} E_{\chi_x \chi_y x} &= B_{\chi_x \chi_y} \frac{k_z}{k\varepsilon_1} \frac{\chi_x}{\sqrt{\chi_x^2 + \chi_y^2}} + A_{\chi_x \chi_y} \frac{\chi_y}{\sqrt{\chi_x^2 + \chi_y^2}}, \\ E_{\chi_x \chi_y y} &= B_{\chi_x \chi_y} \frac{k_z}{k\varepsilon_1} \frac{\chi_y}{\sqrt{\chi_x^2 + \chi_y^2}} - A_{\chi_x \chi_y} \frac{\chi_x}{\sqrt{\chi_x^2 + \chi_y^2}}; \\ A_{\chi_x \chi_y} &= E_{\chi_x \chi_y x} \frac{\chi_y}{\sqrt{\chi_x^2 + \chi_y^2}} - E_{\chi_x \chi_y y} \frac{\chi_x}{\sqrt{\chi_x^2 + \chi_y^2}}, \\ B_{\chi_x \chi_y} &= \frac{k\varepsilon_1}{k_z} \left(E_{\chi_x \chi_y x} \frac{\chi_x}{\sqrt{\chi_x^2 + \chi_y^2}} + E_{\chi_x \chi_y y} \frac{\chi_y}{\sqrt{\chi_x^2 + \chi_y^2}} \right), \end{aligned}$$

либо величины $H_{\chi_x \chi_y x}$, $H_{\chi_x \chi_y y}$, выражения для которых через $A_{\chi_x \chi_y}$, $B_{\chi_x \chi_y}$, а также их связь с $E_{\chi_x \chi_y x}$, $E_{\chi_x \chi_y y}$ имеют вид

$$H_{\chi_x \chi_y x} = -B_{\chi_x \chi_y} \frac{\chi_y}{\sqrt{\chi_x^2 + \chi_y^2}} + A_{\chi_x \chi_y} \frac{k_z}{k} \frac{\chi_x}{\sqrt{\chi_x^2 + \chi_y^2}},$$

$$H_{\chi_x \chi_y y} = B_{\chi_x \chi_y} \frac{\chi_x}{\sqrt{\chi_x^2 + \chi_y^2}} + A_{\chi_x \chi_y} \frac{k_z}{k} \frac{\chi_y}{\sqrt{\chi_x^2 + \chi_y^2}} ;$$

$$H_{\chi_x \chi_y x} = -E_{\chi_x \chi_y x} \frac{\chi_x \chi_y}{kk_z} - E_{\chi_x \chi_y y} \frac{(\chi_y^2 + k_z^2)}{kk_z}, \quad H_{\chi_x \chi_y y} = E_{\chi_x \chi_y x} \frac{(\chi_x^2 + k_z^2)}{kk_z} + E_{\chi_x \chi_y y} \frac{\chi_x \chi_y}{kk_z}.$$

Продольные компоненты $E_{\chi_x \chi_y z}$ и $H_{\chi_x \chi_y z}$ однозначно определяются либо через одну, либо через другую пару независимых переменных:

$$E_{\chi_x \chi_y z} = -B_{\chi_x \chi_y} \frac{\sqrt{\chi_x^2 + \chi_y^2}}{k\varepsilon_1}, \quad H_{\chi_x \chi_y z} = -A_{\chi_x \chi_y} \frac{\sqrt{\chi_x^2 + \chi_y^2}}{k};$$

$$E_{\chi_x \chi_y z} = -E_{\chi_x \chi_y x} \frac{\chi_x}{k_z} - E_{\chi_x \chi_y y} \frac{\chi_y}{k_z}, \quad H_{\chi_x \chi_y z} = -E_{\chi_x \chi_y x} \frac{\chi_y}{k} + E_{\chi_x \chi_y y} \frac{\chi_x}{k}.$$

Соотношения (2), (5) показывают, что возможно существование различных падающих пучков с поляризацией, близкой к линейной. Рассмотрим некоторые предельные случаи таких пучков.

Можно найти структуру пучка с линейной поляризацией электрического поля в плоскости, перпендикулярной направлению распространения. В этом пучке $E_y = 0$. Это условие связывает амплитуды волн $A_{\chi_x \chi_y}$ и $B_{\chi_x \chi_y}$. Компоненты спектра электрического и магнитного полей такого пучка описываются следующими выражениями:

$$\mathbf{E} = \bar{B}_{\chi_x \chi_y} (\mathbf{x}_0 k_z - \mathbf{z}_0 \chi_x) \frac{\sqrt{\chi_x^2 + \chi_y^2}}{k\varepsilon_1} \exp(-i\varphi),$$

$$\mathbf{H} = \bar{B}_{\chi_x \chi_y} [-\mathbf{x}_0 \chi_x \chi_y + \mathbf{y}_0 (k_z^2 + \chi_x^2) - \mathbf{z}_0 \chi_y k_z] \frac{\sqrt{\chi_x^2 + \chi_y^2}}{k^2 \varepsilon_1} \exp(-i\varphi),$$

где $\bar{B}_{\chi_x \chi_y} = B_{\chi_x \chi_y} / \chi_x$. В таком пучке магнитное поле не является линейно поляризованным. Условно назовём такой пучок пучком первого типа.

Можно также найти структуру пучка с линейной поляризацией магнитного поля, в котором $H_x = 0$. В этом пучке в отличие от предыдущего электрическое поле обладает не только компонентой E_x , но имеет не равную нулю компоненту E_y , т. е. в таком пучке электрическое поле не является линейно поляризованным, хотя компонента E_x оказывается преобладающей. Компоненты спектра электрического и магнитного полей такого пучка описываются следующими выражениями:

$$\mathbf{E} = \bar{B}_{\chi_x \chi_y} [\mathbf{x}_0 (k_z^2 + \chi_y^2) - \mathbf{y}_0 \chi_x \chi_y - \mathbf{z}_0 \chi_x k_z] \frac{\sqrt{\chi_x^2 + \chi_y^2}}{kk_z \varepsilon_1} \exp(-i\varphi),$$

$$\mathbf{H} = \bar{B}_{\chi_x \chi_y} (\mathbf{y}_0 k_z - \mathbf{z}_0 \chi_y) \frac{\sqrt{\chi_x^2 + \chi_y^2}}{k_z} \exp(-i\varphi).$$

Условно назовём такой пучок пучком второго типа. Возможны комбинации приведённых выше пучков, в которых отличны от нуля все шесть компонент полей \mathbf{E} и \mathbf{H} .

Отсутствие одной из поперечных компонент в падающем пучке позволяет сравнительно просто исследовать изменение поляризации при прохождении пучка через плоскопараллельную пластинку¹.

Пусть гауссов пучок линейно поляризован по x , т. е. его спектр определяется выражением:

$$\mathbf{E} = \left(\mathbf{x}_0 - \mathbf{z}_0 \frac{\chi_x}{k_z} \right) \exp\left(-\frac{\chi_x^2 + \chi_y^2}{2k_0^2} \right) \exp(-i\varphi).$$

Тогда пространственная структура компоненты E_x поля пучка имеет вид

$$E_x \propto \exp\left(-k_0^2 \frac{x^2 + y^2}{2} \right) \approx \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{2/k_0^2} \right) \approx \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{2a^2} \right)$$

с характерным пространственным масштабом $a = 1/k_0$.

Приведём сначала результаты, относящиеся к случаю нормального падения. Пусть линейно поляризованный по электрическому полю пучок имеет плоский фазовый фронт на передней грани пластины. Для плоской волны имеет место периодическое изменение отражённого поля при изменении безразмерной толщины пластины nl/λ , где $n = \sqrt{\varepsilon_2/\varepsilon_1}$, $\lambda = 2\pi/k$. В случае падения пучка отражённое поле меняется квазипериодически. При этом в случае линейно поляризованного падающего пучка с $E_y = 0$ в отражённом пучке появляется компонента E_y поля, отсутствовавшая в исходном пучке. На рис. 2 показано изменение максимальных (по поперечному сечению) значений E_{xm} и E_{ym} компонент E_x и E_y отражённого поля при $n = 2,5$, $a/\lambda = 1$. При почти резонансной пластине уменьшаются обе компоненты поля, E_x и E_y .

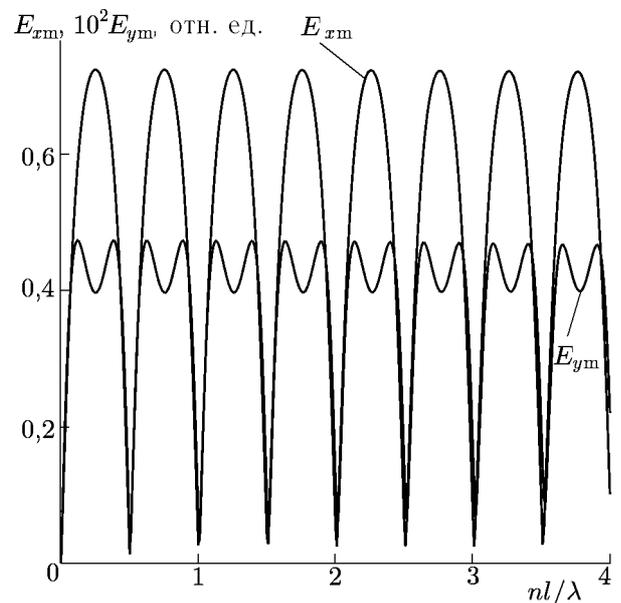


Рис. 2. Зависимость максимальной (по поперечному сечению) амплитуды электрического поля в отражённом пучке от безразмерной толщины пластины ($a/\lambda = 1$, $n = 2,5$)

Структура поля отражённого от пластины пучка в пространственном и спектральном представлениях при относительном показателе преломления $n = \sqrt{\varepsilon_2/\varepsilon_1} = 2,5$ и $a/\lambda = 10$ ($k_0^2 \sim \sim 0,01k^2$) показаны на рис. 3 для двух значений безразмерной оптической толщины пластины $nl/\lambda = 0,25$ и $nl/\lambda = 0,5$, соответствующих максимуму и минимуму отражения. Максимум поля (для каждой структуры свой) соответствует чёрному, минимум — белому фону согласно шкале, приведённой под рис. 3. Качественно структуры полей для максимумов и минимумов отражения аналогичны приведённой в широком интервале $a/\lambda = 1 \div 10$ и $nl/\lambda = 0 \div 10$. Конкретные значения минимума и максимума амплитуды полей для каждой структуры при $a/\lambda = 1$, $nl/\lambda = 10,0192$,

¹ Отметим, что поляризация отражённой от пластинки волны отлична от поляризации падающей волны. При падении плоской волны с произвольной линейной поляризацией (пусть отличны от нуля компоненты E_x и E_z) плотность потока энергии вдоль оси z (по нормали к пластине) определяется выражением $P_z = cE_x H_y^*/(8\pi)$. Оказывается нецелесообразным введение в отражённой волне понятия плотности потока энергии кросс-поляризованной компоненты $P_z = -cE_y H_x^*/(8\pi)$, поскольку при некоторых углах падения и некоторых поляризациях величина P_z в отражённой волне может быть отрицательной.

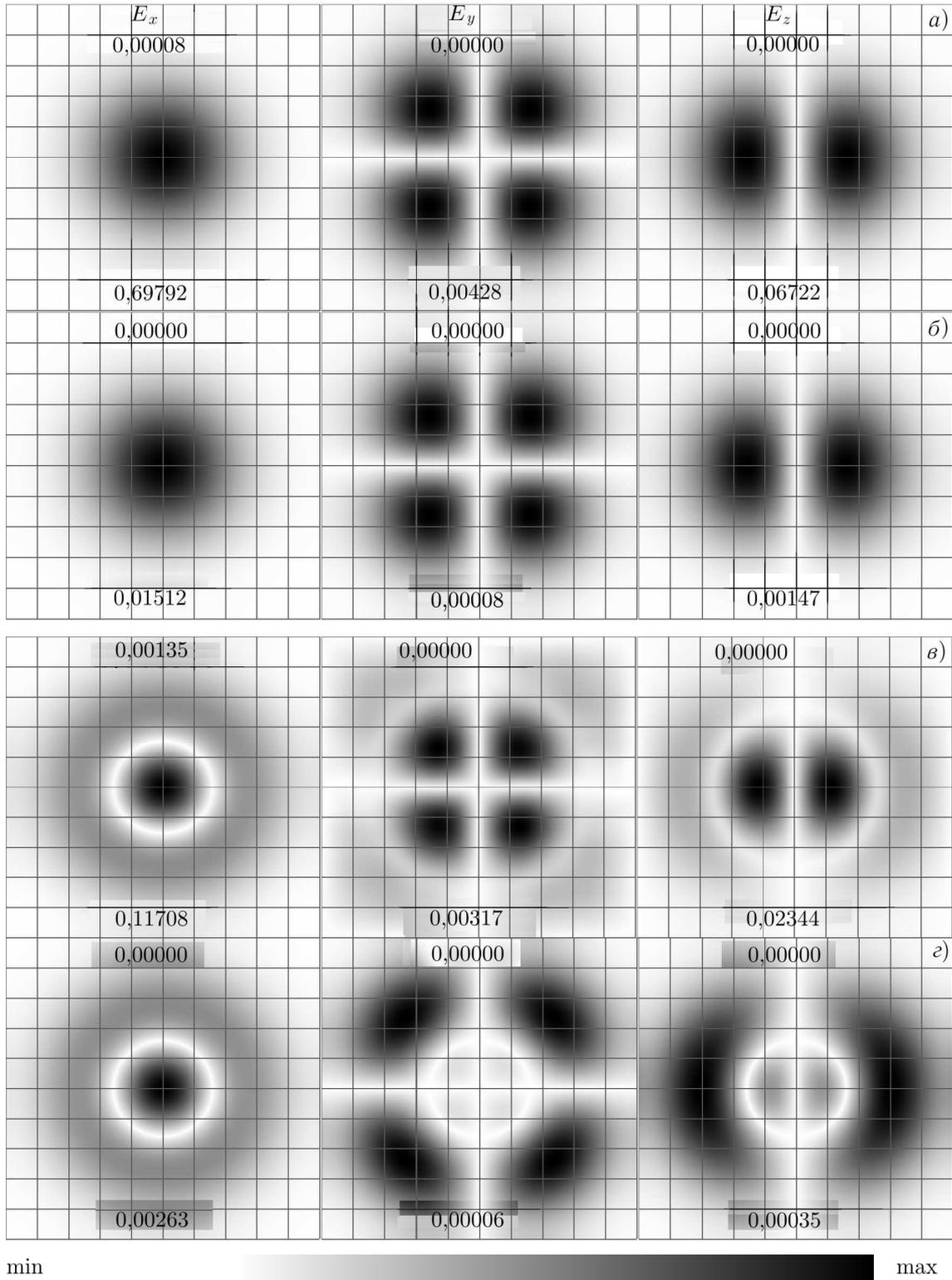


Рис. 3. Характерные структуры распределения в пространственном (а, в) и спектральном (б, г) представлении компонент E_x , E_y , E_z электрического поля отражённого от пластины линейно поляризованного по x гауссова пучка для двух значений толщины пластины: в максимуме (а, б) и минимуме (в, г) коэффициента отражения

где минимум отражения становится ощутимее, нанесены цифрами непосредственно на рис. 3. Величины нормированы на максимальную амплитуду поля падающего пучка в пространственном представлении, которая в расчёте полагалась равной 1. Максимальная величина спектральных

Таблица 1

$(nl/\lambda)_m$	$(nl/\lambda)_m$, [6]	P_{gm}	P_{gm} [6]
5,01007	5,01015	0,00442	0,00449
5,51103	5,01117	0,00530	0,00543
6,01198	6,01218	0,00625	0,00646
6,51292	6,01320	0,00726	0,00758
7,01385	7,01421	0,00833	0,00879
7,51477	7,01529	0,00945	0,01009
8,01568	8,01624	0,01063	0,01148
8,51657	8,01726	0,01186	0,01296
9,01746	9,01827	0,01314	0,01453
9,51833	9,01929	0,01446	0,01619
10,0192	10,0203	0,01582	0,01794

компонент падающего пучка при конкретных условиях расчёта составляла 0,02094. Как видно из рис. 3, в минимуме отражения и пространственная, и спектральная структура отличаются от структуры в максимуме. Структура в максимуме отражения аналогична структуре прошедшего пучка.

Аналогичное поведение обнаруживает падающий пучок, имеющий только компоненты H_y и H_z магнитного поля. В отражённом и прошедшем пучках возникает компонента H_x .

В [6] уже отмечалось, что вследствие конечной ширины пучка имеется отличие параметра nl/λ , при котором достигается минимум отражения, от значений $nl/\lambda = q/2$, где q — целое положительное число. В последнем случае при паде-

нии плоской волны коэффициент отражения равен нулю. Величины nl/λ , при которых достигается минимум отражения, при малой ширине пучка $a/\lambda = 1$, приведены в табл. 1.

В первом столбце табл. 1 приведено значение $(nl/\lambda)_m$, найденное в этой работе, во втором — вычисленное по формуле $(nl/\lambda)_m = (q/2) [1 + \lambda^2 / (8\pi^2 n^2 a^2)]$, следующей из [6], в которой не учитывалась разница коэффициентов отражения для различных поляризаций (не учитывался векторный характер электромагнитного поля). В следующих столбцах табл. 1 приведены минимальные плотности потока энергии отражённого поля P_{gm} , полученные в результате численных расчётов и по формуле $P_{gm} = r_0^2 l^2 / [(1 - r_0^2) nka^2]^2$ работы [6]. В последней формуле $r_0 = (n - 1) / (n + 1)$, в ней также исправлены опечатки [6]. Из этого сравнения следует, что теория [6] даёт прекрасную точность при не слишком малой ширине пучка. Следует отметить, что эффект резонансного уменьшения коэффициента отражения при узком пучке и широкой пластине «замазывается».

Коэффициенты отражения пучков первого и второго типов, рассмотренных выше, отличаются. На рис. 4 приведены зависимости плотности потока энергии отражённого поля для пучков первого и второго типов в точке минимума отражения от ширины пучка. Как видно, отличие зависимостей мало, но отражение пучка, у которого $H_x = 0$, несколько больше. Следует отметить, что минимальные коэффициенты отражения с ростом ширины пучка быстро спадают и при ширине пучка в несколько длин волн стремятся к нулю, так что картина рассеяния становится неотличимой от соответствующей квазиоптике.

Представляет интерес плотность потока энергии отражённого поля в случае падения под углом Брюстера пучка с вектором электрического поля в плоскости падения, когда коэффициент отражения плоской волны равняется нулю. На рис. 5 приведены зависимости плотности потока энергии отражённого поля от толщины пластинки для двух значений ширины пучка. Имеют место два эффекта: отличие коэффициента отражения от нуля и колебания коэффициента отражения вследствие интерференции волн, отражённых от разных границ пластины.

Таким образом, влияние векторности полей проявляется лишь при чрезвычайно узких пучках. При ширинах пучков, превышающих несколько длин волн, их можно не принимать во внимание.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (гранты № 03-02-17293 и 02-02-17089), Совета по поддержке ведущих научных школ (грант НШ-

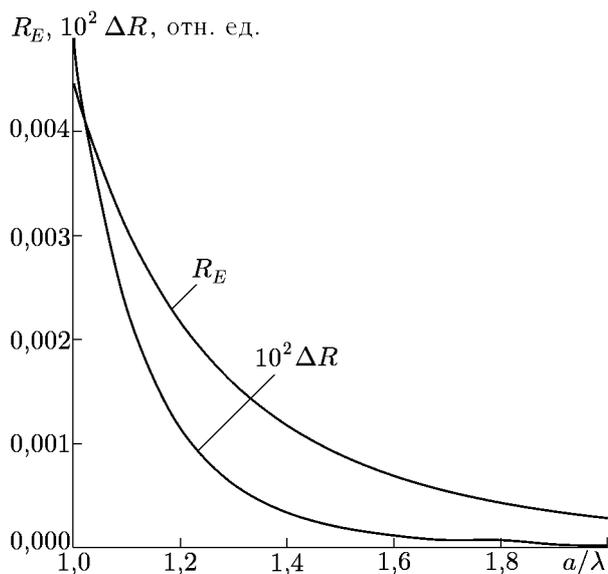


Рис. 4. Зависимость минимальной плотности потока энергии отражённого поля от ширины пучка при $n = 2,5$ и $nl/\lambda \approx 5$: R_E — поток энергии отражённого пучка первого типа ($E_y = 0$); ΔR — разность потоков энергии отражённых пучков первого и второго ($H_x = 0$) типов

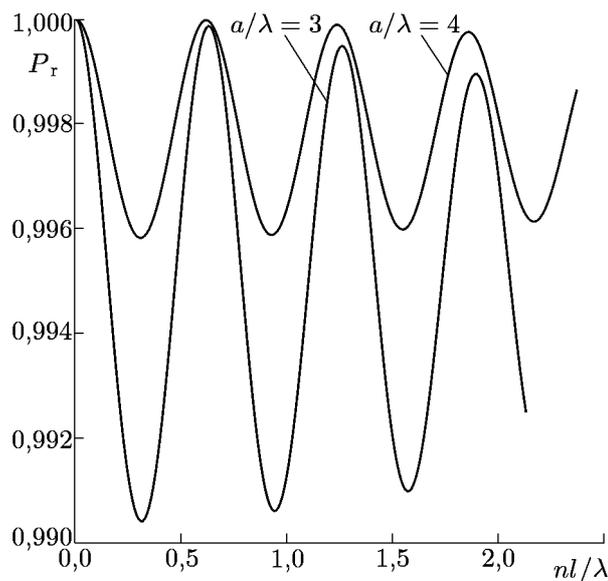


Рис. 5. Зависимость нормированной плотности потока энергии отражённого поля от толщины пластинки для различной ширины пучка при $n = 1,45$

1637.2003.2) и INTAS (проект No. 01–2173).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Вайнштейн Л. А. Электромагнитные волны. М.: Радио и связь, 1988. 440 с.
2. Власов С. Н., Таланов В. И. Самофокусировка волн. Н. Новгород: Изд-во ИПФ РАН, 1997. 217 с.
3. Ваганов Р. Б., Каценеленбаум Б. З. Основы теории дифракции. М.: Наука, 1982. 273 с.
4. Бреховских Л. М. Волны в слоистых средах. М.: Наука, 1973. 343 с.
5. Борн М., Вольф Э. Основы оптики. М.: Наука, 1970. 855 с.
6. Smirnova E. I. // Int. J. Infrared and Millimeter Waves. 2001. V. 22, No. 6. P. 835.

Поступила в редакцию 11 июня 2004 г.; принята в печать 1 сентября 2004 г.

VECTOR WAVE BEAMS. CHANGE OF POLARIZATION OF AN ELECTROMAGNETIC WAVE BEAM UPON REFLECTION FROM A DIELECTRIC PLATE

S. N. Vlasov and E. V. Kuposova

We consider vector beams of electromagnetic waves and analyze change of their polarization upon passage through a plane-parallel dielectric plate. The analysis is based on the rigorous solution strict decision of the equations of an electromagnetic field. The structure of transmitted and reflected fields is revealed. The coefficient of reflection of a relative narrow beam (with width about the wavelength) is found for the cases of both normal and Brewster-angle incidence of the beam onto the plate.

УДК 539.21

ВЛИЯНИЕ ДИССИПАТИВНЫХ ПРОЦЕССОВ НА РАСПРОСТРАНЕНИЕ ЭКСИТОНОВ И ПЛАЗМОНОВ В СЛОИСТО-ПЕРИОДИЧЕСКИХ СТРУКТУРАХ

О. В. Шрамкова

Институт радиофизики и электроники им. А. Я. Усикова НАНУ, г. Харьков, Украина

Исследовано распространение электромагнитных волн в безграничной периодической структуре полупроводник—диэлектрик. Рассматривается область частот, для которой в слое диэлектрика распространяются оптические фононы. Показано, что плазменные и экситонные волны имеют специфическую зонную структуру спектра. Исследовано влияние диссипации на фазовую скорость распространения данных типов волн. Установлено, что в рассматриваемой слоисто-периодической структуре возможно существование медленных волн с фазовой скоростью порядка 10^8 см/с.

ВВЕДЕНИЕ

Получение структур с малыми фазовыми скоростями электромагнитных волн представляет интерес в связи с возможностью их практического применения для разработки усиливающих и генерирующих полупроводниковых приборов. Существование таких волн возможно в периодических средах, диэлектрические проницаемости слоёв которых обладают частотной дисперсией. Для периодической структуры полное решение волнового уравнения записывается в виде суммы пространственных гармоник. Фазовую скорость n -й гармоники можно записать в следующем виде [1]:

$$v_{ph n} = \omega \left[\left(\bar{k} + \frac{2\pi n}{d} \right)^2 + k_x^2 \right]^{-1/2},$$

где \bar{k} — усреднённое поперечное волновое число, d — период структуры, k_x — продольное волновое число. Таким образом, фазовая скорость n -й гармоники может быть очень мала, но для достаточного замедления номер гармоники должен быть порядка нескольких тысяч. Гармоники такого порядка, во-первых, имеют очень малую амплитуду, а во-вторых, незначительные диссипативные процессы приведут к полному затуханию гармоники.

Влияние диссипативных процессов существенно сказывается на дисперсии волн. В работах [2, 3] показано, что учёт частоты столкновений приводит к изменению дисперсионных зависимостей и возникновению минимальной фазовой скорости волны. Чем выше частота столкновений в среде, тем больше минимальная фазовая скорость. Вследствие этого материалы, обладающие малым затуханием, представляют большой интерес.

В работе [4] было показано, что в диэлектрической сверхрешётке, образованной слоями двух диэлектриков, в одном из которых возможно распространение экситонных колебаний, а во втором слое потери не учитываются, замедление волн составляет примерно 10^{-4} по сравнению со скоростью света в вакууме. В расчётах использовались экспериментально полученные параметры, на которые ссылались В. М. Агранович и В. Л. Гинзбург в работе [5].

Для создания активных приборов необходимо иметь активную среду, например полупроводник, в котором пренебрегать процессами диссипации нельзя. В данной работе будет рассмотрено влияние диссипации на распространение электромагнитных волн в полупроводниковой сверхрешётке. Один из слоёв сверхрешётки является диэлектриком с малыми потерями, в котором

возможно возникновение экситонных колебаний (оптических фононов), а второй слой — полупроводник с относительно большой частотой столкновений.

1. ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Рассмотрим безграничную периодическую структуру, образованную повторением слоя диэлектрика с толщиной d_1 и проницаемостью ε_1 и слоя полупроводника с толщиной d_2 и диэлектрической проницаемостью ε_2 . Предполагается, что в диэлектрике возможно распространение экситонных колебаний (оптических фононов). Расположим оси декартовой системы координат так, чтобы ось x была параллельна границам слоёв, а ось z перпендикулярна им. Для решения задачи воспользуемся уравнениями Максвелла, уравнением непрерывности и уравнением движения заряженных носителей. Будем предполагать, что структура однородна в направлениях осей x и y , поэтому исключим из уравнений зависимость от координаты y , положив $\partial/\partial y = 0$. В таком случае уравнения Максвелла распадаются на уравнения для волн двух поляризаций. В работе рассматривается поляризация с компонентами E_x , E_z электрического и H_y магнитного полей. Граничные условия состоят в непрерывности тангенциальной компоненты электрического поля и нормальной компоненты индукции. Используя метод матрицы преобразования, связывающей поля в начале и конце периода, и теорему Флоке, получим дисперсионное уравнение для исследуемой структуры [1]:

$$\cos(\bar{k}d) = \cos(k_{z1}d_1) \cos(k_{z2}d_2) - \frac{1}{2} \left(\frac{\varepsilon_1 k_{z2}}{\varepsilon_2 k_{z1}} + \frac{\varepsilon_2 k_{z1}}{\varepsilon_1 k_{z2}} \right) \sin(k_{z1}d_1) \sin(k_{z2}d_2), \quad (1)$$

где $k_{z1} = \sqrt{\varepsilon_1 \omega^2/c^2 - k_x^2}$ и $k_{z2} = \sqrt{\varepsilon_2 \omega^2/c^2 - k_x^2}$ — поперечные волновые числа слоёв,

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_{01} - \frac{\omega_N^2}{\omega^2 - \omega_T^2 + i\nu_1 \omega}, \quad (2)$$

$$\varepsilon_2 = \varepsilon_{02} - \frac{\omega_{02}^2}{\omega^2 + i\nu_2 \omega} \quad (3)$$

— их диэлектрические проницаемости, ε_{01} и ε_{02} — диэлектрические постоянные решётки, $\omega_N = \omega_T \sqrt{s}$, где $s \geq 0$ — сила осциллятора [5, 6], характеризующая степень полярности возбуждения, ω_T — частота полярного оптического фонона, или так называемая плазменная частота экситона, ν_1 — эффективная частота затухания колебаний в диэлектрическом слое, ν_2 — частота столкновений в слое полупроводника, $d = d_1 + d_2$ — период структуры, \bar{k} — блоховское волновое число, т. е. усреднённое волновое число вместо поперечных волновых чисел k_{z1} и k_{z2} отдельных слоёв.

В дальнейшем для объяснения процессов, происходящих в структуре, нам понадобятся выражения для электрической индукции внутри слоёв, которые удобно представить следующим образом:

$$D_{z1}(z) = A_1 [\cos(k_{z1}z) + iA_2 \sin(k_{z1}z)], \quad D_{z2}(z) = A_1 [B_1 \cos(k_{z2}z) + iB_2 \sin(k_{z2}z)], \quad (4)$$

где A_1 , A_2 , B_1 и B_2 — постоянные (см. приложение). Из уравнений Максвелла получаем

$$\begin{aligned} E_{x1}(z) &= -i \frac{k_{z1}}{k_x} \frac{1}{\varepsilon_1} A_1 [\sin(k_{z1}z) - iA_2 \cos(k_{z1}z)], \\ E_{x2}(z) &= -i \frac{k_{z2}}{k_x} \frac{1}{\varepsilon_2} A_1 [B_1 \sin(k_{z2}z) - iB_2 \cos(k_{z2}z)]. \end{aligned} \quad (5)$$

При аналитическом рассмотрении дисперсионного соотношения (1) будем пренебрегать запаздыванием и предположим, что

$$k_x^2 \gg \frac{\omega^2}{c^2} |\varepsilon_1|, \quad k_x^2 \gg \frac{\omega^2}{c^2} |\varepsilon_2| \quad (6)$$

и $\nu_1 = 0, \nu_2 = 0$. Тогда $k_{z1} = k_{z2} = \pm i k_x$, и соотношение (1) может быть переписано в следующем виде:

$$\frac{(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)^2}{2\varepsilon_1\varepsilon_2} = \frac{\cos(\bar{k}d) - \text{ch}[(d_1 - d_2)k_x]}{\text{sh}(k_x d_1)\text{sh}(k_x d_2)}. \quad (7)$$

Можно видеть, что правая часть уравнения (7) не зависит от частоты и отрицательна при всех значениях продольного волнового числа. Левая часть уравнения (7) не зависит от волновых чисел и для того, чтобы дисперсионное соотношение имело решение, должна быть меньше нуля. Это возможно в случае, когда диэлектрическая проницаемость одного из слоёв становится отрицательной. Если диэлектрические проницаемости первого и второго слоёв одновременно отрицательны, то уравнение (7) решений не имеет.

Выделим ряд характерных частот:

$$\omega_1 = \omega_T$$

— частота поперечного экситона ($\varepsilon_1 = \infty$),

$$\omega_2 = \omega_T \left(\frac{\omega_N^2}{\omega_T^2 \varepsilon_{01}} + 1 \right)^{1/2}$$

— частота продольного экситона ($\varepsilon_1 = 0$),

$$\omega_3 = \omega_{02} / \sqrt{\varepsilon_{02}}$$

— плазменная частота ($\varepsilon_2 = 0$),

$$\omega_4 = \sqrt{\frac{\Omega + \sqrt{\Omega^2 - 4\omega_{02}^2 \omega_T^2 (\varepsilon_{01} + \varepsilon_{02})}}{2(\varepsilon_{01} + \varepsilon_{02})}}, \quad \omega_5 = \sqrt{\frac{\Omega - \sqrt{\Omega^2 - 4\omega_{02}^2 \omega_T^2 (\varepsilon_{01} + \varepsilon_{02})}}{2(\varepsilon_{01} + \varepsilon_{02})}},$$

— гибридные частоты ($\varepsilon_1 + \varepsilon_2 = 0$), $\Omega = (\varepsilon_{01} + \varepsilon_{02}) \omega_T^2 + \omega_{02}^2 + \omega_N^2$.

На рис. 1 представлено численное решение уравнения (1) для случая $\nu_1 = 0, \nu_2 = 0$ и выделены характерные частоты. Расчёты выполнялись для периодической структуры со следующими параметрами диэлектрического слоя: $\varepsilon_{01} = 3, \omega_T = 10^{13} \text{ с}^{-1}, \omega_N = 2 \cdot 10^{12} \text{ с}^{-1}, d_1 = 0,0023 \text{ см}$, и полупроводникового слоя: $\varepsilon_{02} = 17,8, \omega_{02} = 2,9 \cdot 10^{13} \text{ с}^{-1}, d_2 = 0,0005 \text{ см}$. Кружками на рис. 1 отмечены кривые, соответствующие $\bar{k}d = 0$, а крестиками — $\bar{k}d = \pi$. Зоны пропускания отмечены штриховкой.

Анализ формулы (2) показывает, что в области частот $\omega_1 < \omega < \omega_2$ справедливо неравенство $\varepsilon_1(\omega) < 0$. Разность между частотами ω_1 и ω_2 пропорциональна степени полярности колебаний, т. е. величине s [6]. Внутри указанной области может распространяться поверхностный экситон, поле которого спадает по экспоненте по обе стороны от каждой границы структуры. Вне этой области $\varepsilon_1(\omega) > 0$, и волна в слоях диэлектрика распространяется как по волноводу. При анализе формулы (3) видно, что в диапазоне частот $0 < \omega < \omega_3$ диэлектрическая проницаемость второго слоя $\varepsilon_2(\omega) < 0$, и внутри этого частотного интервала распространяется поверхностный плазмон, поле которого также экспоненциально спадает от границ структуры. Выше частоты ω_3 $\varepsilon_2(\omega) > 0$, и волны в полупроводниковых слоях являются объёмными. Следует отметить, что при выборе

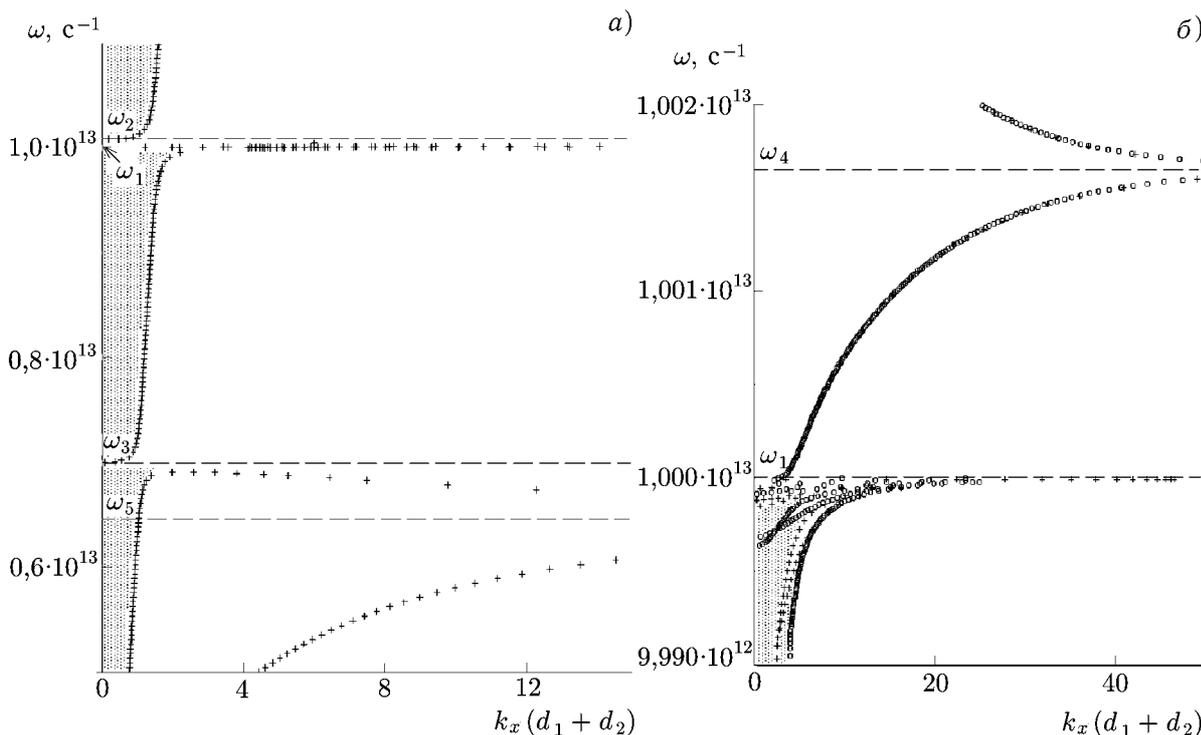


Рис. 1. Дисперсионные зависимости оптических фононов и плазменных волн в периодической структуре

параметров структуры таким образом, что $\omega_1 < \omega_2 < \omega_3$ или $\omega_1 < \omega_3 < \omega_2$, существует область частот, в которой $\epsilon_1(\omega) < 0$ и $\epsilon_2(\omega) < 0$. В этом частотном интервале волны не распространяются.

Частота ω_4 попадает в диапазон частот, соответствующий $\epsilon_1(\omega) < 0$, следовательно, ω_4 можно считать частотой поверхностного экситона; ω_5 принадлежит диапазону, соответствующему $\epsilon_2(\omega) < 0$, и ω_5 — частота поверхностного плазмона. При приближении к частотам ω_1 , ω_4 и ω_5 дисперсионные кривые стремятся к асимптотикам $\omega = \omega_1$, $\omega = \omega_4$ и $\omega = \omega_5$ соответственно, а продольное волновое число k_x стремится к бесконечности.

Если $\omega \leq \omega_1$, то в спектре возникает особенность, связанная с тем, что $\epsilon_1 \rightarrow \infty$. Дело в том, что на частоте $\omega = \omega_1$ компонента ϵ_1 имеет разрыв второго рода. В этом случае не выполняется неравенство (6) и k_{z1} оказывается действительным, а поле волны имеет волноводный характер в диэлектрических слоях. При $\omega \rightarrow \omega_1$ имеем $k_{z1} \rightarrow \omega \sqrt{\epsilon_1} / c$ и, следовательно, $k_{z1}d_1 \rightarrow \infty$. В этом случае дисперсионное уравнение (1) можно переписать в следующем виде:

$$\cos(\bar{k}d) = \cos\left(\frac{\omega}{c} \sqrt{\epsilon_1} d_1\right) \cos(k_{z2}d_2) - \frac{1}{2} \frac{k_{z2}}{\epsilon_2} \frac{c}{\omega} \sqrt{\epsilon_1} \sin\left(\frac{\omega}{c} \sqrt{\epsilon_1} d_1\right) \sin(k_{z2}d_2). \tag{8}$$

Поскольку $\epsilon_1 \rightarrow \infty$, то тригонометрические функции в данном уравнении быстро осциллируют. В результате образуются многочисленные зоны пропускания и непропускания, ширины которых при приближении к резонансной частоте ω_1 стремятся к нулю. На рис. 1б можно видеть большое число зон пропускания, возникающих вблизи частоты ω_1 .

В диапазоне частот $\omega_1 < \omega < \omega_2$ образуются две зоны пропускания, которые асимптотически стремятся к $\omega = \omega_4$. Следует отметить, что в верхней зоне групповая скорость отрицательна,

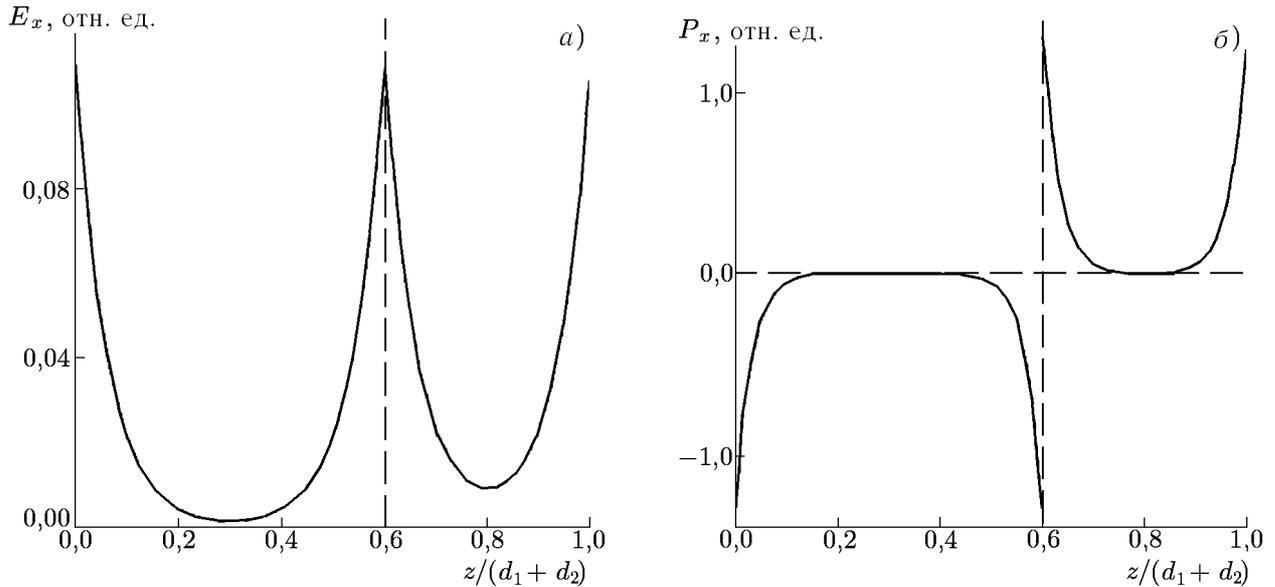


Рис. 2. Распределение компоненты E_x электрического поля (а) и компоненты P_x потока энергии (б) для нижней зоны пропускания при $\varepsilon_{01} = 3$, $\omega_T = 10^{13}$ с $^{-1}$, $\omega_N = 2 \cdot 10^{12}$ с $^{-1}$, $d_1 = 0,0015$ см, $\varepsilon_{02} = 17,8$, $\omega_{02} = 2,9 \cdot 10^{13}$ с $^{-1}$, $d_2 = 0,001$ см

а в нижней — положительна. Направление групповой скорости зависит от направления потока энергии. Выражения для потока энергии имеют вид

$$P_{x1} = \frac{\omega}{4\pi} |E_{x1}|^2 \frac{k_x}{|k_{z1}|^2} \operatorname{Re} \varepsilon_1, \quad P_{x2} = \frac{\omega}{4\pi} |E_{x2}|^2 \frac{k_x}{|k_{z2}|^2} \operatorname{Re} \varepsilon_2,$$

$$P_{z1} = \frac{\omega}{4\pi} \frac{|E_{x1}|^2}{|k_{z1}|^2} \operatorname{Re} (k_{z1}^* \varepsilon_1), \quad P_{z2} = \frac{\omega}{4\pi} \frac{|E_{x2}|^2}{|k_{z2}|^2} \operatorname{Re} (k_{z2}^* \varepsilon_2), \quad (9)$$

где индекс звёздочка обозначает комплексное сопряжение.

Поскольку в рассматриваемом частотном диапазоне $\varepsilon_1 < 0$, то $P_{x1} < 0$; $k_{z1}^2 < 0$, следовательно, $P_{z1} = 0$. Для второго слоя $\varepsilon_2 > 0$, т. е. $P_{x2} > 0$, а $P_{z2} = 0$, т. к. при $k_x^2 > \varepsilon_2 \omega^2 / c^2$ справедливо неравенство $k_{z2}^2 < 0$. Следовательно, поток энергии в слоях полупроводника направлен вдоль оси x , а в слоях диэлектрика — в отрицательном направлении оси x . Таким образом, в нижней зоне пропускания основная энергия переносится в слоях полупроводника, а в верхней — в слоях диэлектрика.

На рис. 2 представлено распределение компонент E_x поля и P_x потока энергии для нижней зоны пропускания ($\omega \rightarrow \omega_4$, $k_x^2 > \varepsilon_2 \omega^2 / c^2$). Можно видеть, что поле экспоненциально спадает от границ структуры (рис. 2а). Поток энергии в первом слое (диэлектрик) направлен в отрицательном направлении оси x , а во втором (полупроводник) — в положительном направлении (рис. 2б). Отношение суммарной энергии, запасённой в первом слое, к энергии, запасённой во втором, $P_{x\text{int}1} / P_{x\text{int}2} = 0,95$, т. е. основная энергия переносится в слоях полупроводника.

2. ВЛИЯНИЕ ДИССИПАТИВНЫХ ПОТЕРЬ

В рамках используемой модели свяжем диссипацию с затуханием электромагнитных полей в слоях и представим продольное волновое число как комплексную величину, т. е. $k_x = k'_x + ik''_x$ [4, 7, 8].

На рис. 3 изображены дисперсионные зависимости с учётом столкновений в диэлектрическом и полупроводниковом слоях для диапазона частот $\omega_1 < \omega < \omega_2$. Предполагается, что $\nu_1 = 10^9 \text{ с}^{-1}$, $\nu_2 = 10^{10} \text{ с}^{-1}$, $\bar{k}d = 0$, а остальные параметры совпадают с используемыми при расчёте рис. 1. Крестиками отмечены зависимости частоты от действительной части k'_x продольного волнового числа (кривые 1, 2), а кружками — зависимости ω от мнимой части k''_x (кривые 1', 2'). Можно видеть, что при учёте потерь в слоях продольное волновое число k_x принимает конечные значения вблизи асимптот $\omega = \omega_1$, $\omega = \omega_4$, $\omega = \omega_5$. Это означает, что на этих частотах фазовая скорость волн $v_{ph} = \omega/k_x$ имеет минимальные значения. Наименьшая скорость достигается в окрестности частоты ω_4 , т. к. эта частота близка к ω_1 , а следовательно, $\varepsilon_1 \rightarrow -\infty$ и $\varepsilon_2 \rightarrow \infty$. В этом случае через слои полупроводника и диэлектрика проходит максимальный поток энергии.

Сравнивая рис. 3 с рис. 1б, видим, что дисперсионные кривые с положительной (кривая 1) и отрицательной (кривая 2) групповыми скоростями сохранили свой вид. Затухание определяется кривыми 1' и 2' соответственно. Так, затухание для кривой 1 положительно и мало в области частот $\omega \approx 1,001 \cdot 10^{13} \div 1,0015 \cdot 10^{13} \text{ с}^{-1}$, где оно составляет $k''_x/k'_x \approx 0,1$. Выше этой области затухание возрастает, в точке окончания кривой 1 оно составляет $k''_x/k'_x \approx 0,4$. Для кривой 2 затухание отрицательно, в точке начала кривой (при $\omega \approx \omega_4$) оно равно $k''_x/k'_x \approx -0,4$, а по мере возрастания частоты затухание уменьшается.

Оценим величину $k_{x \max}$. Для упрощения будем предполагать, что $\nu_2 = 0$ и $\bar{k}d = 0$. Поскольку максимальное значение продольное волновое число принимает вблизи частоты ω_4 , рассмотрим область вблизи этой асимптоты, т. е. $\omega \approx \omega_4$ и $k_x \gg \omega_4 \sqrt{\varepsilon_1}/c$, $k_x \gg \omega_4 \sqrt{\varepsilon_2}/c$. Учитывая последние неравенства, получим

$$k_{z1} \approx k_{z2} \approx ik_x \approx ik'_x - k''_x.$$

В этом случае уравнение (1) принимает вид

$$\cos(\bar{k}d) = \text{ch}(k_x d_1) \text{ch}(k_x d_2) + \frac{1}{2} \left(\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} + \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \right) \text{sh}(k_x d_1) \text{sh}(k_x d_2). \tag{10}$$

Для больших значений k_x справедливы соотношения $\text{ch}(k_x d) \approx \text{sh}(k_x d) \approx \exp(k_x d)/2$, и при $\omega_4 \gg \gg \omega_T$

$$k'_x = \frac{1}{d} \ln \left[\frac{8\omega_{02}^4}{\omega_4 \omega_N^2 \nu_1} \frac{\varepsilon_{01}^2}{(\varepsilon_{01} + \varepsilon_{02})^2} \right], \quad k''_x = \frac{1}{d} \arctg \frac{\omega_{02}^2}{\omega_4 \nu_1}. \tag{11}$$

Из (11) видно, что при $\nu_1 \rightarrow 0$ $k'_x d \rightarrow \infty$, а $k''_x d \rightarrow \pi/2$. В рассматриваемом случае поперечные волновые числа слоёв оказываются комплексными и $\text{Re } k_{z1} = \text{Re } k_{z2} = k'_x$, т. е. волновые процессы в слоях определяются мнимой частью продольного волнового числа, поэтому при $\nu_1 \neq 0, \nu_2 \neq 0$ набег фазы на периоде составляет приблизительно $\pi/2$. В результате волна, прошедшая период структуры и отражённая от границы периода, находится в противофазе с волной, падающей на период: происходит гашение волн и образование запрещённой зоны.

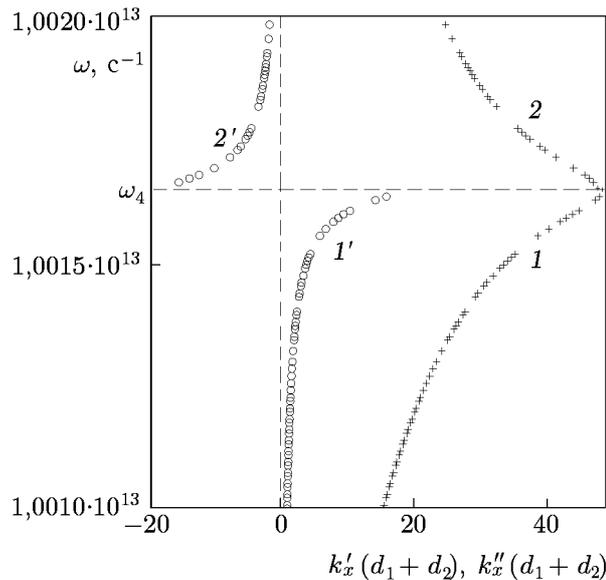


Рис. 3. Дисперсионные кривые оптических фононов с учётом пространственного затухания

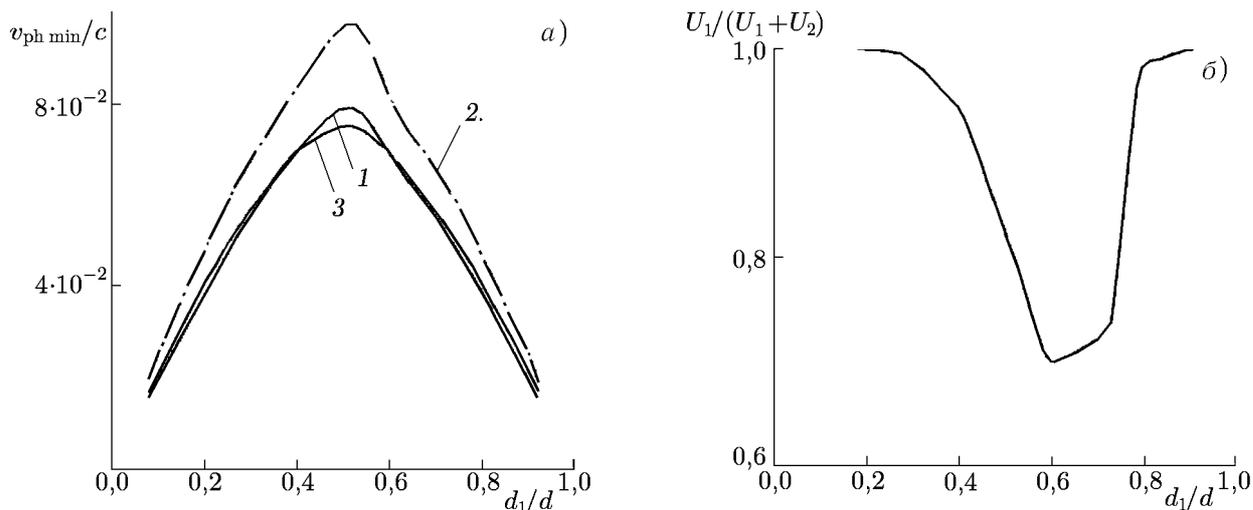


Рис. 4. Зависимость минимальной фазовой скорости (а) и относительной энергии, запасённой в первом слое, (б) от отношения d_1/d при $\nu_1 = 10^9 \text{ с}^{-1}$, $\nu_2 = 10^{10} \text{ с}^{-1}$. Кривая 1 соответствует $\varepsilon_{01} = 3$, $\varepsilon_{02} = 17,8$; 2 — $\varepsilon_{01} = 7,3$, $\varepsilon_{02} = 17,8$; 3 — $\varepsilon_{01} = 3$, $\varepsilon_{02} = 10$

На рис. 4а приведены зависимости минимальной фазовой скорости от отношения d_1/d . Кривые 1–3 соответствуют различным значениям диэлектрических проницаемостей слоёв. Можно видеть, что при изменении ε_1 и ε_2 фазовые скорости меняются незначительно. Все кривые симметричны относительно вертикальной прямой $d_1/d = 0,5$. Это объясняется тем, что в точках минимума фазовой скорости глубина проникновения волны мала по сравнению с толщинами слоёв, а следовательно, размеры слоёв существенной роли не играют. Симметрию кривых на рис. 4а можно объяснить симметрией правой части уравнения (7) относительно индексов 1 и 2. Наименьшие значения фазовой скорости соответствуют ситуациям, когда толщина одного из слоёв структуры (полупроводникового или диэлектрического) стремится к нулю. На рис. 4б приведена зависимость $U_1/(U_1+U_2)$, где U_1 и U_2 — плотность энергии в первом и во втором слое соответственно, от отношения d_1/d . Параметры, выбранные для расчёта кривой на рис. 4б, соответствуют тем, которые были взяты при получении кривой 1 на рис. 4а. При сравнении рис. 4а и б видно, что минимумы фазовой скорости соответствуют максимуму энергии, запасённой в первом слое, в котором частота диссипации относительно мала, а максимум кривой на рис. 4а — минимуму энергии в этом слое.

На рис. 5а приведены зависимости минимальной фазовой скорости $v_{ph \min}$ от частоты столкновений в полупроводниковых слоях для случая, когда $\nu_1 = 10^9 \text{ с}^{-1}$ (кривая 1) и $\nu_1 = 10^{10} \text{ с}^{-1}$ (кривая 2). Зависимость $U_1/(U_1+U_2)$ от ν_2 при $\nu_1 = 10^{10} \text{ с}^{-1}$ изображена на рис. 5б. Видно, что минимум на рис. 5а соответствует максимуму энергии, переносимой в диэлектрических слоях. Таким образом, для достижения минимальной фазовой скорости необходимо добиться такого распределения полей в слоях, чтобы в слое с наибольшими потерями запасённая энергия была минимальна.

3. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе рассмотрено распространение плазменных и экситонных волн в периодической полупроводниковой структуре, образованной слоями полупроводника и диэлектрика, диэлектрические проницаемости которых обладают частотной дисперсией. Аналитически и численно исследованы дисперсионные зависимости электромагнитных волн в данной структуре. Показано, что вблизи

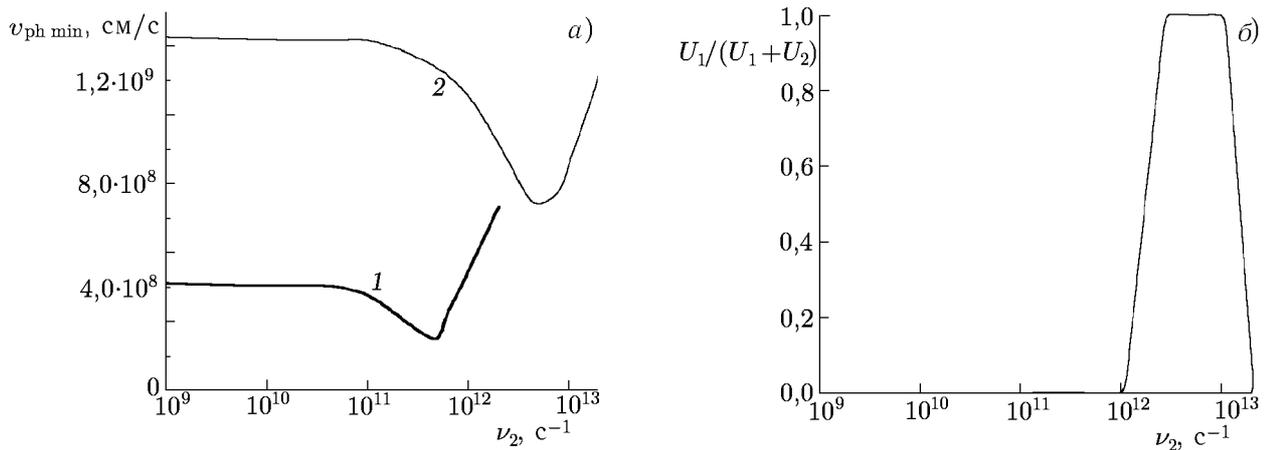


Рис. 5. Зависимость минимальной фазовой скорости (а) и относительной энергии, запасённой в диэлектрическом слое, (б) от частоты столкновений в полупроводниковом слое. Кривая на рис. 5б соответствует зависимости 2 на рис. 5а

частоты поперечного экситона волновое число в слоях диэлектрика становится большим по абсолютной величине. В результате возникают многочисленные зоны пропускания, ширина которых стремится к нулю вблизи частоты $\omega = \omega_1$. В частотном диапазоне, соответствующем поверхностному экситону, образуются две зоны пропускания, асимптотически стремящиеся к гибридной частоте $\omega = \omega_4$. В работе показано, что при учёте диссипативных процессов продольное волновое число принимает максимальное значение вблизи асимптот. Наименьшего значения минимальная фазовая скорость волны достигает на частоте $\omega = \omega_4$. Численные расчёты показывают, что замедление оптического фонона составляет примерно 10^{-2} по сравнению со скоростью света. Получены зависимости минимальной фазовой скорости от толщины слоёв и частоты столкновений в полупроводнике. Показано, что фазовая скорость принимает наименьшее значение в том случае, когда в слое с наибольшими потерями (полупроводниковый слой) запасается минимальная энергия.

Автор выражает благодарность профессору А. А. Булгакову за полезные обсуждения полученных результатов.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Выражения для констант полей:

$$A_2 = -i \frac{\exp(i\bar{k}d) - \cos(k_{z1}d_1) \cos(k_{z2}d_2) + \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1} \frac{k_{z1}}{k_{z2}} \sin(k_{z1}d_1) \sin(k_{z2}d_2)}{\sin(k_{z1}d_1) \cos(k_{z2}d_2) + \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1} \frac{k_{z1}}{k_{z2}} \cos(k_{z1}d_1) \sin(k_{z2}d_2)},$$

$$B_1 = \cos(k_{z1}d_1) \cos(k_{z2}d_1) + \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1} \frac{k_{z1}}{k_{z2}} \sin(k_{z1}d_1) \sin(k_{z2}d_1) + \\ + iA_2 \left[\sin(k_{z1}d_1) \cos(k_{z2}d_1) - \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1} \frac{k_{z1}}{k_{z2}} \cos(k_{z1}d_1) \sin(k_{z2}d_1) \right],$$

$$B_2 = i \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \frac{k_{z1}}{k_{z2}} \sin(k_{z1}d_1) \cos(k_{z2}d_1) - i \cos(k_{z1}d_1) \sin(k_{z2}d_1) + \\ + A_2 \left[\sin(k_{z1}d_1) \sin(k_{z2}d_1) + \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \frac{k_{z1}}{k_{z2}} \cos(k_{z1}d_1) \cos(k_{z2}d_1) \right].$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Басс Ф. Г., Булгаков А. А., Тетервов А. П. Высоочастотные свойства полупроводников со сверхрешётками. М.: Наука, 1989. 288 с.
2. Alfano K. R. // J. Opt. Soc. Amer. 1970. V. 60, No. 1. P. 66.
3. Kovner G. R., Alexander K. W., Veil K. J., et al. // Phys. Rev. B. 1976. V. 14, No. 4. P. 1458.
4. Булгаков А. А., Ерёмченко З. Е. // Опт. и спектр. 1989. Т. 66, № 5. С. 1094.
5. Агранович В. М., Гинзбург В. Л. Кристаллооптика с учётом пространственной дисперсии и теория экситонов. М.: Наука, 1979. 432 с.
6. Дмитрук Н. Л., Литовченко В. Г., Стрижевский В. Л. Поверхностные поляритоны в полупроводниках и диэлектриках. Киев: Наук. думка, 1989. 376 с.
7. Булгаков А. А., Шрамкова О. В. // ЖТФ. 2003. Т. 73, № 3. С. 87.
8. Шрамкова О. В. // ЖТФ. 2004. Т. 74, № 2. С. 92.

Поступила в редакцию 26 марта 2004 г.; принята в печать 24 мая 2004 г.

INFLUENCE OF DISSIPATIVE PROCESSES ON THE PROPAGATION OF EXCITONS AND PLASMONS IN LAYERED PERIODIC STRUCTURES

O. V. Shramkova

We study propagation of electromagnetic waves in an unbounded limited periodic semiconductor–dielectric structure. The frequency range for which optical phonons propagate in the dielectric layer is considered. It is shown that the plasma and exciton waves have a specific band structure of the spectrum. The influence of dissipation on the phase velocity of propagation of the waves of these types is studied. It is established slow waves with the phase velocity of about 10^8 cm/s can exist in the considered layered-periodic structure.

УДК 519.217:517.977.57

АЛГОРИТМ ВИТЕРБИ ДЛЯ МОДЕЛЕЙ СКРЫТЫХ МАРКОВСКИХ ПРОЦЕССОВ С НЕИЗВЕСТНЫМ МОМЕНТОМ ПОЯВЛЕНИЯ СКАЧКА ПАРАМЕТРОВ

А. В. Королёв, А. М. Силаев

Нижегородский госуниверситет им. Н. И. Лобачевского, г. Нижний Новгород, Россия

На основе методов теории оптимальной нелинейной фильтрации марковских процессов построен алгоритм Витерби для нахождения оптимальных оценок последовательности скрытых состояний в модели дискретнозначных марковских процессов, обобщённой на случай скачкообразно изменяющихся параметров с неизвестным моментом появления скачка. Приведены результаты численного моделирования работы алгоритма.

ВВЕДЕНИЕ

Модели скрытых марковских процессов широко используются в системах распознавания образов, речи, оптического распознавания символов и в других задачах цифровой обработки сигналов [1–5]. Большой практический интерес вызывают различные обобщения скрытых марковских процессов.

В стандартных (необобщённых) скрытых марковских моделях предполагается, что распределение наблюдаемой величины y_k зависит от ненаблюдаемого (скрытого) состояния x_k из набора N значений: $x_k \in \{X_1, X_2, \dots, X_N\}$. Элементы x_k образуют марковскую цепь со стационарной матрицей переходов $a_{ij} \equiv P(x_k = X_j | x_{k-1} = X_i)$ и начальным распределением $P(x_0)$. Формально можно записать

$$P(x_k | x_0^{k-1}) = P(x_k | x_{k-1}),$$

тогда совместная вероятность может быть записана в виде

$$P(x_0^T) = P(x_0) \prod_{k=1}^T P(x_k | x_{k-1}).$$

Условная вероятность распределения наблюдаемой величины y_k статистически связана только с текущим состоянием системы x_k :

$$P(y_k | y_1^{k-1}, y_{k+1}^T, x_1^T) |_{x_k = X_j} = P(y_k | x_k) |_{x_k = X_j} = b_j(y_k).$$

Описанную модель можно представить графически в виде, показанном на рис. 1.

Для таких систем наибольший практический интерес вызывают задачи восстановления последовательности скрытых состояний $\{\hat{x}_k, k = 1, 2, \dots, T\}$ и оценки параметров модели $\hat{a}_{ij}, \hat{b}_j(y_k)$. В работах [6, 7] детально изложены способы решения этих задач. Алгоритм Витерби является одним из способов восстановления последовательности скрытых состояний.

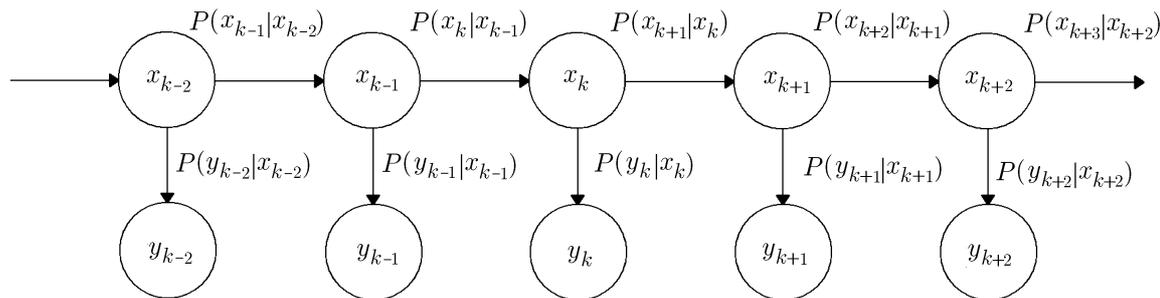


Рис. 1. Графическое представление зависимостей между состояниями и наблюдениями в модели скрытых марковских процессов

В предположении статистической независимости наблюдений в разные моменты времени и марковости последовательности состояний справедлива форма представления апостериорной вероятности марковского процесса x_k в виде произведения вероятностей:

$$P(x_0^T | y_1^T) = P(x_0) \prod_{k=1}^T P(y_k | x_k) P(x_k | x_{k-1}) / P(y_1^T). \quad (1)$$

В результате оценку максимального правдоподобия

$$\hat{x}_0^T = \arg \max_{x_0^T} P(x_0^T | y_1^T) = \arg \max_{x_0^T} P(x_0^T, y_1^T) \quad (2)$$

последовательности x_0 можно находить рекуррентно, вычисляя сначала функции

$$\delta_0(x_1) = \max_{x_0} [P(x_1 | x_0) P(x_0)], \quad \delta_k(x_{k+1}) = \max_{x_k} [P(x_{k+1} | x_k) P(y_k | x_k) \delta_{k-1}(x_k)] \quad (3)$$

и запоминая аргументы максимумов:

$$\Psi_0(x_1) = \arg \max_{x_0} [P(x_1 | x_0) P(x_0)], \quad \Psi_k(x_{k+1}) = \arg \max_{x_k} [P(x_{k+1} | x_k) P(y_k | x_k) \delta_{k-1}(x_k)],$$

где $k = 1, 2, \dots, T-1$. Затем находится оценка последнего значения последовательности:

$$\hat{x}_T = \arg \max_{x_T} [P(y_T | x_T) \delta_{T-1}(x_T)], \quad (4)$$

и в обратном порядке (времени) восстанавливаются оценки предыдущих значений:

$$\hat{x}_k = \Psi_k(\hat{x}_{k+1}), \quad (5)$$

где $k = T-1, T-2, \dots, 0$.

В настоящей работе рассматривается обобщение описанной процедуры на случай возможных скачкообразных изменений параметров модели в случайный момент времени.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Опишем обобщённую модель. Пусть в дискретном времени на интервале $k = 1, 2, \dots, T$ последовательность наблюдений $\{y_k\}$ статистически связана с последовательностью скрытых состояний $\{x_k\}$ следующими условными вероятностями:

$$b_j(k, Y_m) = \begin{cases} b_j^0(k, Y_m) \equiv P^0(y_k = Y_m | x_k = X_j), & 1 \leq k \leq \tau; \\ b_j^1(k, Y_m) \equiv P^1(y_k = Y_m | x_k = X_j), & \tau < k \leq T, \end{cases} \quad (6)$$

где $P^0(y_k = Y_m | x_k = X_j)$, $P^1(y_k = Y_m | x_k = X_j)$ — известные условные вероятности наблюдений, Y_m — наблюдаемая дискретная величина из набора M значений, X_j — скрытое состояние из набора N значений, τ — неизвестный момент времени, при котором происходит скачкообразное изменение параметров модели, $m = 1, 2, \dots, M$, $j = 1, 2, \dots, N$.

Пусть марковская последовательность скрытых состояний описывается вероятностью переходов следующего вида при $k = 1, 2, \dots, T$:

$$a_{ij}(k) = \begin{cases} a_{ij}^0(k) \equiv P^0(x_k = X_j | x_{k-1} = X_i), & 1 \leq k \leq \tau; \\ a_{ij}^1(k) \equiv P^1(x_k = X_j | x_{k-1} = X_i), & \tau < k \leq T, \end{cases} \tag{7}$$

где i и j принимают значения $1, 2, \dots, N$, и вероятностью начальных состояний при $k = 0$:

$$P(x_0 = X_j) = \begin{cases} \pi_j^0 \equiv P^0(x_0 = X_j), & \tau \geq 0; \\ \pi_j^1 \equiv P^1(x_0 = X_j), & \tau < 0. \end{cases} \tag{8}$$

Здесь $P^0(x_k = X_j | x_{k-1} = X_i)$, $P^1(x_k = X_j | x_{k-1} = X_i)$, $P^0(x_0 = X_j)$, $P^1(x_0 = X_j)$ — известные величины. Графически описанную модель при $k = \tau$ можно представить в виде, показанном на рис. 2.

Задача состоит в том, чтобы по данным реализации наблюдений $\{y_k\}$, где $k = 1, 2, \dots, T$, отыскать оценку состояний процесса $\{x_k\}$, которая удовлетворяет критерию максимального правдоподобия (2). Предполагается, что известны последовательность наблюдений $y_1^T = \{y_k\}$, параметры модели $a_{ij}^0(k)$, $a_{ij}^1(k)$, $b_j^0(k, Y_m)$, $b_j^1(k, Y_m)$, π_j^0 , π_j^1 и априорная вероятность момента появления скачка $P_\tau(\tau)$.

2. ВЫВОД УРАВНЕНИЙ АЛГОРИТМА ВИТЕРБИ ДЛЯ МОДЕЛИ СО СКАЧКООБРАЗНЫМ ИЗМЕНЕНИЕМ ПАРАМЕТРОВ

Введём вспомогательный случайный процесс

$$\theta_k = \begin{cases} 0, & k \leq \tau; \\ 1, & k > \tau, \end{cases} \tag{9}$$

имеющий смысл индикатора появления скачка к моменту времени k . С учётом уравнений модели (7)–(9) апостериорную вероятность совокупности $\{x_0^T, \theta_0^T\}$ по аналогии с разложением (1) можно представить в виде

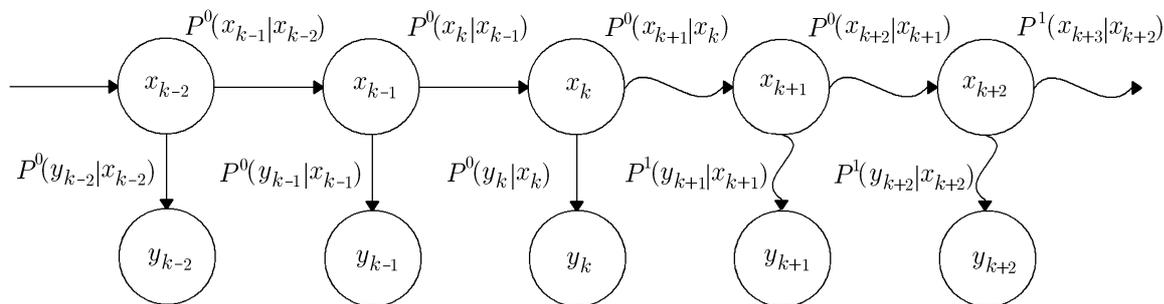


Рис. 2. Графическое представление зависимостей между состояниями и наблюдениями в модели скрытых марковских процессов с обобщением на случай скачкообразного изменения параметров. В момент $k = \tau$ происходит скачкообразное изменение условных вероятностей наблюдений и условных вероятностей переходов между состояниями

$$P(x_0^T, \theta_0^T | y_1^T) = P(\theta_0)P(x_0 | \theta_0) \prod_{k=1}^T [P(y_k | x_k, \theta_k)P(x_k | x_{k-1}, \theta_k)P(\theta_k | \theta_{k-1})] / P(y_1^T), \quad (10)$$

где условные вероятности определяются параметрами модели:

$$P(y_k = Y_m | x_k = X_j, \theta_k = l) = b_j^l(k, Y_m), \quad P(x_k = X_j | x_{k-1} = X_i, \theta_k = l) = a_{ij}^l(k),$$

$$P(\theta_0) = P(\tau \geq 0) = \sum_{\tau=0}^{\infty} P_{\tau}(\tau) = p_0, \quad P(\theta_k = 1 | \theta_{k-1} = 1) = 1, \quad P(\theta_k = 0 | \theta_{k-1} = 1) = 0,$$

$$P(\theta_k = 0 | \theta_{k-1} = 0) = P(\tau \geq k | \tau \geq k-1) = \frac{\sum_{\tau=k}^{\infty} P_{\tau}(\tau)}{\sum_{\tau=k-1}^{\infty} P_{\tau}(\tau)} = 1 - \nu(k-1),$$

$$P(\theta_k = 1 | \theta_{k-1} = 0) = P(\tau < k | \tau \geq k-1) = \frac{P_{\tau}(k-1)}{\sum_{\tau=k-1}^{\infty} P_{\tau}(\tau)} \equiv \nu(k-1),$$

где $k = 1, 2, \dots, T$, индексы i и j принимают значения $1, 2, \dots, N$. В (12) введена функция $\nu(k) = P(\tau = k | \tau \geq k)$, которая имеет смысл априорной вероятности появления скачка параметров в момент времени k при условии, что до этого он не произошёл [4, 5]. Функция $\nu(k)$ выражается через априорную вероятность момента появления скачка следующим образом: $\nu(k) = P_{\tau}(k) / \sum_{\tau=k}^{\infty} P_{\tau}(\tau)$.

Суммируя (11) по всем возможным распределениям θ_0^T , получим

$$P(x_0^T | y_1^T) = \sum_{\theta_T=0}^1 \sum_{\theta_{T-1}=0}^1 \dots \sum_{\theta_0=0}^1 P(\theta_0)P(x_0 | \theta_0) \times$$

$$\times \prod_{k=1}^T [P(y_k | x_k, \theta_k)P(x_k | x_{k-1}, \theta_k)P(\theta_k | \theta_{k-1})] / P(y_1^T). \quad (11)$$

Максимально правдоподобную оценку $\hat{x}_0^T = \arg \max_{x_0^T} P(x_0^T | y_1^T)$ можно вычислить следующим образом. Сначала для фиксированных значений совокупности $\{x_1, \theta_1\}$ вычисляем значения условных максимумов $\delta_0(x_1, \theta_1)$ и аргументов максимумов $\Psi_0(x_1, \theta_1)$, используя обозначения (3):

$$\delta_0(x_1, \theta_1) = \max_{x_0} \left\{ \sum_{\theta_0=0}^1 [P(x_1 | x_0, \theta_1)P(x_0 | \theta_0)P(\theta_1 | \theta_0)P(\theta_0)] \right\},$$

$$\Psi_0(x_1, \theta_1) = \arg \max_{x_0} \left\{ \sum_{\theta_0=0}^1 [P(x_1 | x_0, \theta_1)P(x_0 | \theta_0)P(\theta_1 | \theta_0)P(\theta_0)] \right\}. \quad (12)$$

Затем рекуррентно в прямом времени находим функции

$$\delta_k(x_{k+1}, \theta_{k+1}) = \max_{x_k} \left\{ \sum_{\theta_k=0}^1 [P(x_{k+1} | x_k, \theta_{k+1})P(y_k | x_k, \theta_k)P(\theta_{k+1} | \theta_k)\delta_{k-1}(x_k, \theta_k)] \right\},$$

$$\Psi_k(x_{k+1}, \theta_{k+1}) = \arg \max_{x_k} \left\{ \sum_{\theta_k=0}^1 [P(x_{k+1} | x_k, \theta_{k+1}) P(y_k | x_k, \theta_k) P(\theta_{k+1} | \theta_k) \delta_{k-1}(x_k, \theta_k)] \right\}, \quad (13)$$

где $k = 1, 2, \dots, T-1$. В конечный момент времени $k = T$ вычисляем максимально правдоподобную оценку

$$\hat{x}_T = \arg \max_{x_T} \left[\sum_{\theta_T=0}^1 P(y_T | x_T, \theta_T) \delta_{T-1}(x_T, \theta_T) \right]. \quad (14)$$

Затем рекуррентно в обратном времени восстанавливаем все предыдущие оценки, последовательно вычисляя

$$\hat{x}_k = \arg \max_{x_k} \left\{ \sum_{\theta_{k+1}=0}^1 \sum_{\theta_k=0}^1 [P(y_{k+1} | \hat{x}_{k+1}, \theta_{k+1}) \times \right. \\ \left. \times P(\hat{x}_{k+1} | x_k, \theta_{k+1}) P(y_k | x_k, \theta_k) P(\theta_{k+1} | \theta_k) \delta_{k-1}(x_k, \theta_k)] \right\}, \quad (15)$$

где $k = T-1, T-2, \dots, 0$.

Полученная таким образом последовательность $\{\hat{x}_0, \hat{x}_1, \dots, \hat{x}_T\} = \hat{x}_0^T$ является искомой максимально правдоподобной оценкой последовательности x_0^T с учётом наблюдений y_0^T . Отметим, что никаких приближений при нахождении уравнений (14)–(17) не делалось, т. е. уравнения алгоритма являются точными. Но результаты моделирования показывают, что на практике во многих случаях без потери точности можно немного упростить вычисления на последнем этапе алгоритма, используя вместо (17) рекуррентные формулы

$$\hat{\theta}_{k+1} = \arg \max_{\theta_{k+1}} \delta_k(\hat{x}_{k+1}, \theta_{k+1}), \quad \hat{x}_k = \Psi_k(\hat{x}_{k+1}, \hat{\theta}_{k+1}), \quad (16)$$

где $k = T-1, T-2, \dots, 0$.

Подставляя формулы (12) в выражения (14)–(17), можно получить для рассматриваемой модели более подробную форму уравнений алгоритма:

$$\begin{aligned} \delta_0(x_1 = X_j, \theta_1 = 0) &= \max_i [a_{ij}^0(1) \pi_i^0(1 - \nu(0)) p_0], \\ \Psi_0(x_1 = X_j, \theta_1 = 0) &= \arg \max_i [a_{ij}^0(1) \pi_i^0(1 - \nu(0)) p_0], \\ \delta_0(x_1 = X_j, \theta_1 = 1) &= \max_i [a_{ij}^1(1) (\nu(0) p_0 \pi_i^0 + p_1 \pi_i^1)], \\ \Psi_0(x_1 = X_j, \theta_1 = 1) &= \arg \max_i [a_{ij}^1(1) (\nu(0) p_0 \pi_i^0 + p_1 \pi_i^1)], \end{aligned} \quad (17)$$

$$\delta_k(x_{k+1} = X_j, \theta_{k+1} = 0) = \max_i [a_{ij}^0(k+1) b_i^0(k, y_k) (1 - \nu(k)) \delta_{k-1}(x_k = X_i, \theta_k = 0)],$$

$$\Psi_k(x_{k+1} = X_j, \theta_{k+1} = 0) = \arg \max_i [a_{ij}^0(k+1) b_i^0(k, y_k) (1 - \nu(k)) \delta_{k-1}(x_k = X_i, \theta_k = 0)],$$

$$\begin{aligned} \delta_k(x_{k+1} = X_j, \theta_{k+1} = 1) &= \max_i [a_{ij}^1(k+1) (b_i^0(k, y_k) \nu(k) \delta_{k-1}(x_k = X_i, \theta_k = 0) + \\ &+ b_i^1(k, y_k) \delta_{k-1}(x_k = X_i, \theta_k = 1))], \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Psi_k(x_{k+1} = X_j, \theta_{k+1} = 1) &= \arg \max_i [a_{ij}^1(k+1) (b_i^0(k, y_k) \nu(k) \delta_{k-1}(x_k = X_i, \theta_k = 0) + \\ &+ b_i^1(k, y_k) \delta_{k-1}(x_k = X_i, \theta_k = 1))], \end{aligned} \quad (18)$$

где $k = 1, 2, \dots, T - 1$. Оценка состояния в конечный момент времени находится следующим образом:

$$\hat{x}_T = X_{\hat{j}_T}, \tag{19}$$

где

$$\hat{j}_T = \arg \max_j [b_j^0(T, y_T)\delta_{T-1}(x_T = X_j, \theta_T = 0) + b_j^1(T, y_T)\delta_{T-1}(x_T = X_j, \theta_T = 1)].$$

Затем рекуррентно в обратном времени восстанавливаем максимально правдоподобные оценки:

$$\hat{x}_k = X_{\hat{j}_k},$$

$$\hat{j}_k = \arg \max_j \left\{ b_{\hat{j}_{k+1}}^1(k+1, y_{k+1})a_{j\hat{j}_{k+1}}^1(k+1)b_j^1(k, y_k)\delta_{k-1}(x_k = X_j, \theta_k = 1) + [b_{\hat{j}_{k+1}}^1(k+1, y_{k+1}) \times \right. \\ \left. \times a_{j\hat{j}_{k+1}}^1(k+1)\nu(k) + b_{\hat{j}_{k+1}}^0(k+1, y_{k+1})a_{j\hat{j}_{k+1}}^0(k+1)(1 - \nu(k))] b_j^0(k, y_k)\delta_{k-1}(x_k = X_j, \theta_k = 0) \right\}, \tag{20}$$

где $k = T - 1, T - 2, \dots, 0$.

Вместо последнего выражения в соответствии с (18) можно использовать упрощённый вариант рекуррентных вычислений в обратном времени по формуле

$$\hat{j}_k = \begin{cases} \Psi_k(x_{k+1} = \hat{x}_{k+1}, \theta_{k+1} = 1), & \delta_k(x_{k+1} = \hat{x}_{k+1}, \theta_{k+1} = 1) \geq \delta_k(x_{k+1} = \hat{x}_{k+1}, \theta_{k+1} = 0); \\ \Psi_k(x_{k+1} = \hat{x}_{k+1}, \theta_{k+1} = 0), & \delta_k(x_{k+1} = \hat{x}_{k+1}, \theta_{k+1} = 1) < \delta_k(x_{k+1} = \hat{x}_{k+1}, \theta_{k+1} = 0), \end{cases}$$

где $k = T - 1, T - 2, \dots, 0$.

В итоге мы получили алгоритм Витерби для нахождения оптимальных оценок последовательности состояний модели дискретнозначных марковских процессов, обобщённых на случай скачкообразно изменяющихся параметров с неизвестным временем скачка, по критерию максимального правдоподобия.

3. РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ

При численном моделировании формировались реализации процессов x_k, y_k в интервале времени $k = 1, 2, \dots, 300$. По данным реализации наблюдений $\{y_k\}$ производилась оценка последовательности скрытых состояний. Параметры системы до и после скачка и априорная вероятность момента появления скачка $P_\tau(\tau)$ предполагались известными.

При моделировании выбирались следующие параметры системы: число возможных скрытых состояний $N = 2$, число различных дискретных значений наблюдений $M = 4$. Для определённости можно считать, что скрытый процесс x_k принимает значения из множества $\{1, 2\}$, а наблюдаемый процесс y_k принимает значения из множества $\{1, 2, 3, 4\}$. При этом условные вероятности

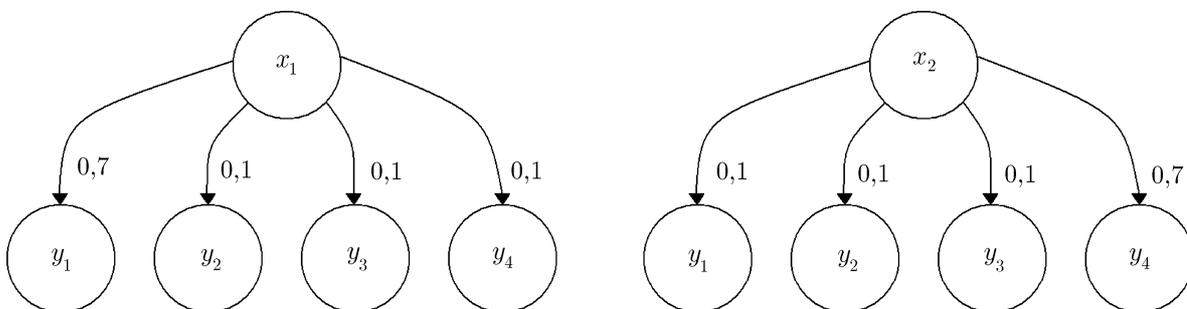


Рис. 3. Графическое представление вероятностей наблюдений y_1, y_2, y_3, y_4 в зависимости от текущего состояния модели

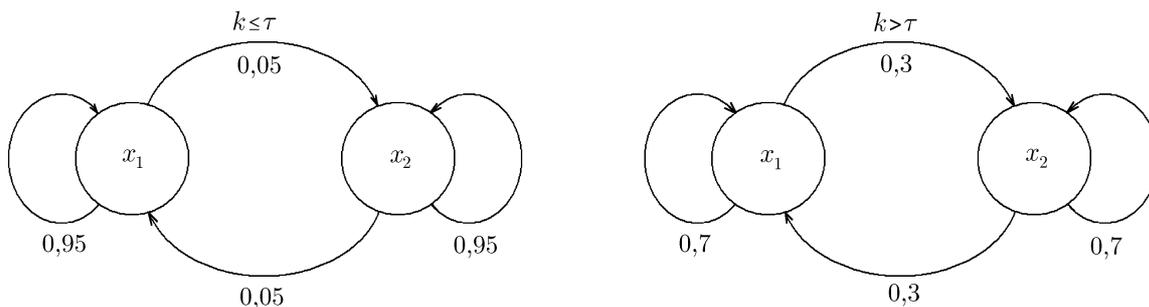


Рис. 4. Графическое представление вероятностей переходов между состояниями модели до и после скачка параметров

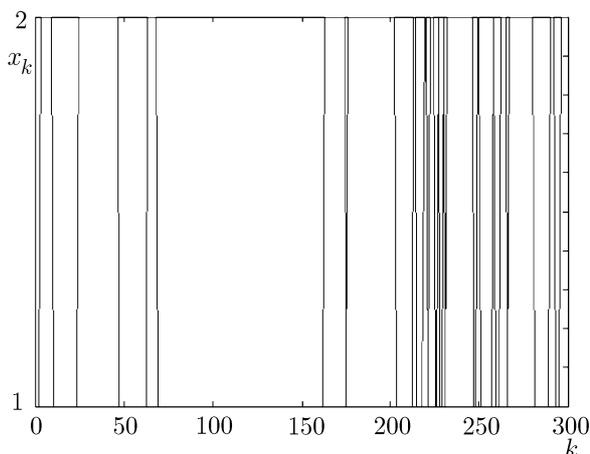


Рис. 5. Случайная последовательность скрытых состояний модели

наблюдений до и после скачка выбирались одинаковыми и задавались элементами матрицы $b_{jm} = b_j(k, Y_m)$:

$$b = \begin{pmatrix} 0,7 & 0,1 & 0,1 & 0,1 \\ 0,1 & 0,1 & 0,1 & 0,7 \end{pmatrix}.$$

Таким образом, предполагалось, что при нахождении скрытого марковского процесса в первом состоянии $x_k = 1$ с вероятностью 0,7 реализовывалось первое состояние наблюдаемого процесса $y_k = 1$, а другие возможные значения из множества $\{2, 3, 4\}$ наблюдались с вероятностями 0,1. Если модель находилась в состоянии $x_k = 2$, то с вероятностью 0,7 наблюдалось значение $y_k = 4$, а другие значения наблюдений $\{1, 2, 3\}$ — с вероятностями 0,1. На рис. 3 представлена графическая схема, иллюстрирующая зависимость наблюдений y_k от процесса x_k .

Условные вероятности переходов $a_{ij}(k)$ между скрытыми состояниями процесса x_k изменялись в момент скачка τ

$$a = \begin{cases} a^0 = \begin{bmatrix} 0,95 & 0,05 \\ 0,05 & 0,95 \end{bmatrix}, & 1 \leq k \leq \tau; \\ a^1 = \begin{bmatrix} 0,70 & 0,30 \\ 0,30 & 0,70 \end{bmatrix}, & \tau < k \leq T. \end{cases}$$

Таким образом, при $1 \leq k \leq \tau$ вероятность остаться в состоянии $x_k = 1$ была равна 0,95, а вероятность перехода из состояния $x_k = 1$ в состояние $x_{k+1} = 2$ выбиралась равной 0,05. В момент времени $k = \tau$ вероятность перехода между состояниями скачкообразно изменялась, так что при $\tau < k \leq T$ вероятности остаться в прежнем состоянии были равны 0,7, а вероятности сменить текущее состояние были равны 0,3. На рис. 4 представлена схема для вероятностей переходов процесса x_k между состояниями до и после скачка параметров.

Скачок параметров происходил в момент времени $\tau = 200$. Априорная вероятность появления скачка выбиралась равномерной на всём временном интервале $0 \leq \tau \leq T$: $P_\tau(\tau) = 1/T$, где $T = 300$. Моделирование проводилось при условии, что алгоритму «не известны» ни момент

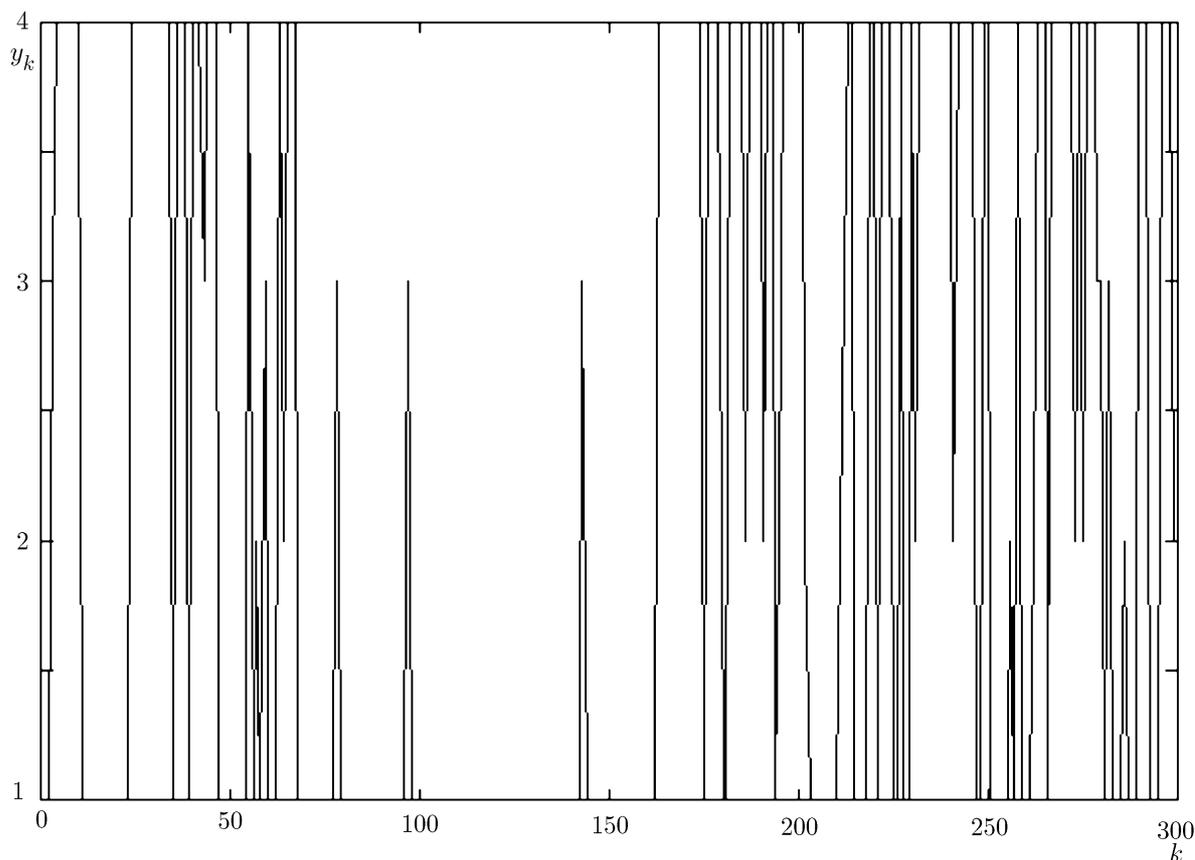


Рис. 6. Случайная последовательность наблюдений, статистически связанная с последовательностью скрытых состояний x_k матрицей \mathbf{b}

скачка параметров, ни последовательность скрытых состояний. Затем согласно значениям матрицы \mathbf{a} генерировалась случайная последовательность скрытых состояний $\{x_k\}$, где $k = 1, 2, \dots, T$, представленная на рис. 5.

Согласно выбранным значениям матрицы \mathbf{b} с учётом реализации $\{x_k\}$ формировалась случайная последовательность наблюдений $\{y_k\}$, представленная на рис. 6.

С помощью разработанного алгоритма вычислялись оценки последовательности скрытых состояний, оптимальные по критерию максимального правдоподобия. Для оценки качества работы алгоритма полученные оценки сравнивались с исходной последовательностью скрытых состояний. На рис. 7 представлен график ошибок оценок состояний. Ненулевые значения на этом графике соответствуют ошибочным решениям. В данном случае для последовательности из 300 состояний получено 17 ошибок, т. е. вероятность ошибок в среднем была равна 6 %. Как видно из рис. 7, алгоритм позволяет более точно оценивать состояния процесса x_k в случае, когда частота переключений между различными состояниями

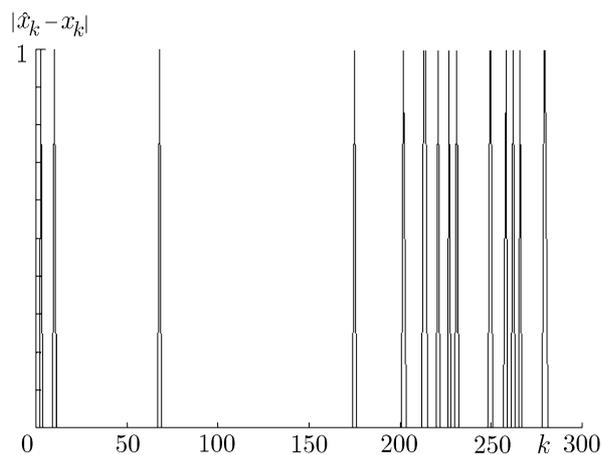


Рис. 7. График ошибок оценок состояний $|\hat{x}_k - x_k|$

модели невелика. Дальнейшее исследование показало, что точность оценки процесса x_k улучшается с ростом точности наблюдений (с уменьшением разброса значений в матрице условных вероятностей наблюдений \mathbf{b}).

В целом результаты проведённого математического моделирования показали, что полученный в настоящей работе алгоритм Витерби для моделей скрытых марковских процессов с неизвестным временем скачка параметров характеризуется высокой точностью оценки, хорошим быстродействием и может быть рекомендован для применения в практических задачах.

Работа выполнена при поддержке Совета при Президенте Российской Федерации по государственной поддержке ведущих научных школ (грант НШ-1729.2003.2).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Стратонович Р. Л. Условные марковские процессы и их применение к теории оптимального управления. М.: Изд-во МГУ, 1966.
2. Липцер Р. Ш., Ширяев А. Н. Статистика случайных процессов. М.: Наука, 1974.
3. Тихонов В. И., Кульман Н. К. Нелинейная фильтрация и квазикогерентный приём сигналов. М.: Сов. радио, 1975.
4. Силаев А. М. // Автоматика и телемеханика. 1997. № 10. С. 58.
5. Королёв А. В., Силаев А. М. // Изв. вузов. Радиофизика. 2002. Т. 45, № 3. С. 254.
6. MacDonald I. L., Zucchini W. Hidden Markov and Other Models for Discrete-Valued Time Series. CRC Press, 1997.
7. Rabiner L. // Proc. IEEE. 1989. V. 77. P. 257.

Поступила в редакцию 1 июля 2004 г.; принята в печать 25 апреля 2005 г.

THE VITERBI ALGORITHM FOR MODELS OF HIDDEN MARKOV PROCESSES WITH UNKNOWN MOMENT OF APPEARANCE OF PARAMETER JUMPS

A. V. Korolev and A. M. Silaev

Based on methods of optimal nonlinear filtering of the random Markov processes, we develop the Viterbi algorithm for optimal estimation of a sequence of hidden states in the model of discrete-value Markov processes generalized to the case of jump-like changing parameters with unknown time of the jump appearance. The results of numerical simulation of the algorithm performance are given.