# МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Известия высших учебных заведений

## **РАДИОФИЗИКА**

## ежемесячный научно-технический журнал

Издаётся с апреля 1958 г.

Том XLVIII №2	Нижний Новгород	2005
	Содержание	
Майорова Е.К., Хайкин В. Б ными полосковыми фокальни	. Характеристики радиотелескопов с многоэлем	ент- 95
Фролов В. Л., Сергеев Е. Н., следования эффектов, наблю, ных радиоволн в магнитоакт	Тиде Б., Шорохова Е.А. Экспериментальные дающихся при нелинейном взаимодействии двух м ивной плазме	е ис- мощ- 110
Куликов Ю.Ю., Рыскин В. I новые наблюдения изменчиво 2003 годов	., Красильников А. А., Кукин Л. М. Микро ости озона в стратосфере высоких широт зимой 2	эвол- 2002– 134
Бичуцкая Т.И., Макаров Г.И плазменным сфероидом с пол	I. Поле дипольного источника, окружённого ма постью	ылым 142
Кондратьев И. Г., Смирнов А зотропных метаматериалов.	А.И. Некоторые особенности электродинамики	ани-
Бочков Г. Н., Горохов К. В., Д мах биспектрального пика тр	<b>Цубков А.А.</b> О «естественной» и «технической» с ригармонического колебания	фор- 159

УДК 520.272.2

## ХАРАКТЕРИСТИКИ РАДИОТЕЛЕСКОПОВ С МНОГОЭЛЕМЕНТНЫМИ ПОЛОСКОВЫМИ ФОКАЛЬНЫМИ РЕШЁТКАМИ

Е.К. Майорова, В.Б. Хайкин

Специальная астрофизическая обсерватория РАН, пос. Нижний Архыз, Карачаево-Черкесская республика, Россия

В работе рассчитываются диаграммы направленности и энергетические характеристики радиотелескопов в режиме многолучевого приёма с использованием различных модификаций полосковых фокальных решёток. Предлагается «террасная» конструкция фокальной решётки для облучения несимметричного вторичного зеркала РАТАН-600 и симметричных зеркал — параболоидов вращения. Рассматривается оптимизация конструкции такой решётки. Рассчитываются характеристики планарной фокальной решётки круговой поляризации миллиметрового диапазона длин волн. Рассматриваются некоторые применения многолучевых полосковых фокальных решёток.

#### ВВЕДЕНИЕ

Многолучевой режим работы радиотелескопа можно реализовать, расположив в его фокальной плоскости матрицу первичных облучателей с приёмниками. Такая многоэлементная приёмная решётка в фокусе рефлекторного радиотелескопа позволяет существенно расширить его поле зрения, повысить интегральную чувствительность, ускорить процесс формирования изображений протяжённых источников, снизить влияние атмосферы.

Приёмные решётки в виде матричных радиометров применялись на 12- и 90-метровом радиотелескопах в Национальной радиоастрономической Обсерватории (NRAO) [1, 2], на 64-метровом радиотелескопе в Парксе (Австралия) успешно работает 9-лучевая приёмная решётка на длине волны 21 см [3], 32-элементная фокальная решётка в диапазоне 85÷115 ГГц используется на 14-метровом радиотелескопе в университете Массачусетса (FCRAO) [4]. С 2002 года 117-элементная болометрическая решётка на длине волны 1,2 мм (MAMBO-2) работает на 30-метровом радиотелескопе в Испании [5]. На РАТАН-600 был опробован вариант 8-элементной линейной фазированной антенной решётки на длине волны 6 см [6]. В настоящее время на РАТАН-600 проводятся наблюдения с помощью 4-канального матричного радиометра MARS-2 на длине волны 1 см [7].

Элементами всех вышеперечисленных фокальных решёток являются волноводные рупоры, обладающие высокой эффективностью облучения радиотелескопа. К недостаткам таких решёток можно отнести значительные, порядка нескольких длин волн  $\lambda$ , продольные и поперечные размеры излучающих элементов. Даже в случае компактного псевдоскалярного рупора его поперечный размер составляет не менее 1,5 $\lambda$ . Альтернативой рупорной решётки является многоэлементная фокальная решётка с использованием различных модификаций полосковых излучателей.

Наряду с высокой технологичностью полосковые излучатели обладают рядом достоинств по сравнению с волноводными. Они имеют меньшие размеры и очень низкий уровень боковых лепестков диаграммы направленности. Полосковый излучатель может принимать излучение различной поляризации, при этом легко достигается высокая симметричность диаграммы направленности в *E*- и *H*-плоскостях. Взаимная развязка соседних полосковых излучателей достигает —30 дБ и выше, обеспечивается низкий входной коэффициент стоячей волны по направлению. Использование современных керамических композитных материалов позволяет снизить потери

в подложке полосковых излучателей до десятых долей децибела и дополнительно уменьшить размеры излучателя подбором подложки с более высокой диэлектрической проницаемостью. Наконец, в некоторых типах полосковых излучателей, таких, как логарифмическая спираль, устраняется их основной недостаток — узкополосность.

В работах [8, 9] нами предложено использовать горизонтально ориентированные полосковые излучатели для построения многоэлементной фокальной решётки. В настоящей работе рассматривается вопрос оптимизации конструкции многоэлементной фокальной решётки применительно к РАТАН-600 и параболоиду вращения, проводится расчёт диаграмм направленности радиотелескопов в режиме многолучевого приёма с использованием таких решёток.

## 1. МНОГОЭЛЕМЕНТНАЯ ПОЛОСКОВАЯ ПРИЁМНАЯ РЕШЁТКА В ФОКУСЕ РАТАН-600

В зависимости от режима наблюдений антенна радиотелескопа РАТАН-600 представляет собой двух- или трёхзеркальную фокусирующую систему. В режиме двухзеркальной фокусирующей системы работает Северный сектор кругового отражателя РАТАН-600, представляющий собой вырезку из эллиптического конуса, в фокусе которого располагается вторичное зеркало. Южный сектор кругового отражателя в сочетании с плоским перископическим зеркалом и вторичным зеркалом образуют трёхзеркальную фокусирующую систему, подобную системе Крауса. Конструкция радиотелескопа РАТАН-600 и геометрия её антенной системы подробно описаны в работе [10].

В качестве вторичного зеркала используется несимметричный параболический цилиндр с горизонтальной образующей. Сечения вторичного зеркала в вертикальной и горизонтальной плоскостях показаны на рис. 1. На фокальной линии зеркала (ось x на рис. 16) располагаются первичные облучатели. Такая конструкция вторичного зеркала удобна для осуществления многолучевого режима работы радиотелескопа с одномерной линейной решёткой, элементы которой располагаются вдоль фокальной линии вторичного зеркала. Количество элементов решётки будет определяться размерами безаберрационной зоны в фокальной области и плотностью заполнения решётки. В случае, когда с помощью многолучевого режима решается задача повышения интегральной чувствительности радиотелескопа, стремятся достичь как можно большего числа независимых приёмных элементов за счёт более плотного их расположения, вплоть до  $\lambda_s/2$ , где  $\lambda_s$  — длина волны в подложке полоскового элемента, обратно пропорциональная  $\sqrt{\varepsilon}$ ,  $\varepsilon > 1$  диэлектрическая проницаемость материала подложки. Однако слишком плотное расположение



Рис. 1. Сечения вторичного зеркала в вертикальной (*a*) и горизонтальной (*б*) плоскостях: 1 — параболическое зеркало, 2 — первичный облучатель

элементов приводит к снижению чувствительности каждого элемента. Кроме того, шум в соседних приёмных каналах становится частично коррелированным. Поэтому шаг решётки ограничивается сверху теоремой отсчётов, а снизу — геометрической конструкцией излучателей и допустимой взаимной связью между ними.

Размер безаберрационной зоны радиотелескопа РАТАН-600 в режиме двухзеркальной фокусирующей системы зависит от угла места (высоты) наблюдаемого источника. Новый расчёт диаграммы направленности РАТАН-600 с учётом дифракционных эффектов [11], а также её экспериментальные исследования [12] позволили уточнить так называемые аберрационные кривые радиотелескопа — зависимости максимума диаграммы направленности от поперечного смещения первичного облучателя из фокуса. На основании этих расчётов можно констатировать, что в режиме двухзеркальной фокусирующей системы максимальный размер безаберрационой зоны составляет  $\pm 40\lambda$  при наблюдениях источников с высотами, близкими к 90°. Безаберрационной мы называем зону, где падение интенсивности сигнала не превышает 20 % относительно сигнала, принимаемого в фокусе антенны. С уменьшением высоты источника безаберрационная зона быстро сужается. Уже для высоты  $H=80^\circ$  безаберрационная зона составляет  $\pm 10\lambda$ , а на низких высотах уменьшается до  $\pm 2,5\lambda$ . Таким образом, использование линейной решётки, расположенной вдоль фокальной линии вторичного зеркала, даёт наибольший эффект при наблюдениях источников вблизи зенита; число полосковых излучателей такой решётки на предельно короткой волне с  $\lambda = 10$  мм может достигать 160 элементов. На высотах  $H < 80^{\circ}$  число эффективно работающих элементов решётки составляет от 40 до 10. Характеристики одномерной приёмной решётки в различных режимах работы РАТАН-600 рассмотрены в [13].

В режиме трёхзеркальной фокусирующей системы «Юг+Плоский» главное зеркало сфокусировано на нулевую высоту, управление лучом диаграммы направленности осуществляется путём изменения угла наклона элементов плоского отражателя. Размеры безаберрационной зоны в этом режиме во всём диапазоне высот наблюдаемых источников постоянны и равны размеру безаберрационной зоны в режиме двухзеркальной фокусирующей системы при  $H = 0^{\circ}$ . Число элементов линейной полосковой решётки на длине волны 10 мм может быть не более 10. Однако, как будет показано ниже, в этом режиме возможно использование двух- и трёхмерных фокальных решёток.

Для оценки возможности использования плоской (двумерной) антенной решётки в фокальной области РАТАН-600 были проведены расчёты диаграммы направленности радиотелескопа при смещении первичного облучателя из фокуса в вертикальной плоскости zy, проходящей через фокус F (рис. 1*a*). Облучатель перемещался по кругу радиуса  $\Delta f$ , центр которого совмещён с фокусом F (рис. 2*a*). В каждом из рассматриваемых положений максимум диаграммы направленности первичного облучателя составлял с горизонтом угол  $\theta = 50^{\circ}$ . В этом случае обеспечивается оптимальное облучение вторичного зеркала. Расчёт диаграммы направленности проводился апертурным методом исходя из распределений поля в раскрывах главного и плоского зеркал. Эти распределения рассчитывались в приближении дифракции Френеля исходя из распределения поля в раскрыве вторичного зеркала. Расчёт распределения поля в раскрыве вторичного зеркала проводился в приближении геометрической оптики с учётом геометрии зеркала и диаграммы направленности первичных облучателей [14]. Подробное описание методики расчёта диаграммы направленности приведено в работах [11, 15].

На рис. 26 показаны центральные вертикальные сечения диаграммы направленности, так называемые вертикальные диаграммы направленности, на длине волны 10 мм в режиме трёхзеркальной фокусирующей системы «Юг+Плоский» в диапазоне высот  $0\div90^{\circ}$  при смещении первичного облучателя из фокуса на  $\Delta f = 5$  мм и помещении его в точки  $1\div9$  (рис. 2a). На рис. 26, e, e, d, e показаны вертикальные диаграммы направленности в режиме двухзеркальной фокусирующей системы для высот  $H = 0, 10^{\circ}, 30^{\circ}, 50^{\circ}, 85^{\circ}$ . Точки 2 и 6 соответствуют смещению облучателя



вдоль направления  $\theta = 50^{\circ}$ , точки 4 и 8 — смещению перпендикулярно этому направлению. Поскольку диаграммы направленности при смещении облучателя в точки 2, 3, 4 и 5 симметричны диаграммам при смещении облучателя в точки 6, 7, 8 и 9 соответственно, на рис. 26, 6, г, д, е приведены только первые.

Из кривых, приведённых на рис. 2, видно, что использование двумерной планарной решётки во всём диапазоне высот возможно лишь в режиме «Юг+Плоский». Строго говоря, в этом режиме с увеличением высоты источника происходит незначительное уширение диаграммы направлен-

Е. К. Майорова, В. Б. Хайкин



Рис. 3. Схема «террасного» расположения первичных излучателей в вертикальной плоскости вторичного зеркала РАТАН-600 (*a*) и примеры «террасной» конструкции многоэлементной фокальной решётки с микрополосковыми излучателями (*б*): 1 — параболическое зеркало, 2 — линейки первичных излучателей

ности за счёт уменьшения вертикального раскрыва плоского зеркала, однако отклонение луча при смещении облучателя из фокуса не зависит от высоты. В режиме двухзеркальной фокусирующей системы с увеличением высоты H резко уменьшается отклонение луча диаграммы направленности и происходит уменьшение её максимума практически при всех смещениях облучателя (за исключением направления  $\theta = 50^{\circ}$ ) тем более значительное, чем больше H. Использование планарной решётки в этом режиме возможно лишь на высотах  $H < 10^{\circ}$ . В принципе, использование двумерной планарной решётки во всём диапазоне высот возможно ещё в режиме «радио-Шмидт телескоп» [16, 17], который может быть реализован на базе фокусирующей системы «Юг+Плоский».

Остановимся на режиме трёхзеркальной фокусирующей системы «Юг+Плоский». Из кривых, приведённых на рис. 2*б*, видно, что с точки зрения получения максимального сигнала наиболее оптимальными являются расположения элементов решётки вдоль оси *y* и вдоль линии, перпендикулярной направлению  $\theta = 50^{\circ}$ . Максимумы излучения отдельных элементов при этом должны составлять с горизонтом угол 50°. В действительности максимумы излучения элементов перпендикулярны плоскости решётки, так что при расположении излучателей вдоль оси *y* практически вся энергия будет уходить мимо поверхности вторичного зеркала. Самым оптимальным является расположение излучателей решётки в плоскости, перпендикулярной направлению  $\theta = 50^{\circ}$ . Как показали расчёты, отклонение от этого направления не должно превышать ±5°.

Рассмотрим трёхмерную решётку, составленную из линеек полосковых излучателей. Линейки параллельны фокальной линии вторичного зеркала и сдвинуты друг относительно друга в вертикальной плоскости на величину h, расстояние между излучателями в линейках задаётся параметром l. Назовём такую конструкцию решётки «террасной». Схема «террасного» расположения первичных излучателей в вертикальном сечении вторичного зеркала показана на рис. 3a (угол  $\theta = 50^{\circ}$ ). Плоская решётка является частным случаем «террасной» решётки при h = 0. Примеры «террасной» конструкции приёмной решётки с микрополосковыми излучателями и приёмниками на микрочипах (MMIC) показаны на рис. 36. Такая конструкция не только проще в реализации, но и оказывается более оптимальной по энергетическим характеристикам. В ней заметно снижается взаимное влияние элементов соседних линеек излучателей по сравнению с плоской решёткой [9].

На рис. 4 показаны зависимости максимума диаграммы направленности  $F_{\text{max}}$  от расстояния h для различных значений l. Видно, что для заданного значения l существует оптимальное значе-

ние  $h = h_{\text{opt}}$ , при котором величина  $F_{\text{max}}$  максимальна. Поскольку  $h_{\text{opt}} \neq 0$  при различных l, можно утверждать, что расположение излучателей в одной плоскости не является оптимальным для несимметричной конструкции вторичного зеркала. Как видно из рис. 4, для реализуемых на практике расстояний между элементами решётки  $l = (0,6\div0,7) \lambda$  ( $6\div7$  мм для длины волны 10 мм) оптимальный сдвиг линеек в решётке равен  $h = (0,3\div0,4) \lambda$  ( $3\div4$  мм). Пока удаётся реализовать сдвиг между линейками  $4\div5$  мм при расстояниях между элементами  $7\div8$  мм [9].

На рис. 5*а* приведены вертикальные диаграммы направленности радиотелескопа РАТАН-600 в режиме многолучевого приёма на длине волны 10 мм при размещении в его фокальной области приёмной решётки «террасной» конструкции с параметрами l = 7 мм, h = 3 мм, на рис. 56 — вертикальные диаграммы направленности при использовании планарной решётки в фокальной об-



Рис. 4. Зависимости максимума диаграммы направленности радиотелескопа РАТАН-600 в режиме «Юг+Плоский» с «террасной» решёткой в фокальной области от параметров решётки l и h. Кривая 1 соответствует l = 6 мм, 2 - l = 7 мм, 3 - l = 8 мм, 4 - l = 9 мм

ласти (l = 7 мм, h = 0 мм). Хорошо видно, что при использовании решётки «террасной» конструкции снижение максимумов отдельных лучей меньше, чем для плоской решётки. При одних и тех же расстояниях между элементами и их количестве (N = 7) падение интенсивности сигнала в крайних элементах плоской решётки составляет около 40 %, в то време как для «террасной» решётки — не более 15 %. Таким образом, число линеек в полосковой решётке «террасной» конструкции на длине волны 10 мм может достигать 7, в то время как в планарной решётке — не более 5.

В режиме трёхзеркальной фокусирующей системы независимо от высоты наблюдаемого источника и в режиме двухзеркальной фокусирующей системы на высотах меньше 10° в каждой из линеек можно разместить не более 10 элементов. Таким образом, общее число элементов полосковой приёмной решётки, с помощью которой можно осуществить многолучевой режим наблюдений на РАТАН-600, составит 70 при «террасной» конструкции и не более 50 — при планарной.



Рис. 5 Вертикальные диаграммы направленности радиотелескопа РАТАН-600 в режиме «Юг+Плоский» на длине волны 10 мм при размещении в его фокальной области приёмной решётки «террасной» (*a*) и плоской (*б*) конструкции

Е. К. Майорова, В. Б. Хайкин

На рис. 6 показаны изофоты двумерной многолучевой диаграммы направленности РАТАН-600 в режиме «Юг+Плоский» на длине волны 10 мм при размещении в фокальной области вторичного зеркала решётки «террасной» конструкции. Показаны диаграммы направленности крайних и центрального элементов решётки с размерами 7 × 10 элементов.

В режиме «радио-Шмидт телескоп», где безаберрационная зона существенно больше за счёт придания перископическому зеркалу необходимой кривизны, компенсирующей квадратичную ошибку главного зеркала в форме кругового цилиндра [16], количество элементов в трёхмерной решётке может достигать 1 000. Недостатком этого режима является сокращение горизонтальной апертуры в  $2\div3$  раза по сравнению со стандартными режимами наблюдений (до  $100\div150$  м).

В заключение отметим, что результаты, полученные для РАТАН-600, могут быть распространены на более общий случай радиотелескопов с несимметричным облучением, для которых «террасная» конструкция фокальной решётки также будет предпочтительнее.



Рис. 6. Изофоты двумерной многолучевой диаграммы направленности РАТАН-600 при использовании решётки «террасной» конструкции в фокальной области вторичного зеркала на длине волны 10 мм. Показаны диаграммы направленности крайних и центрального (с нулевым смещением) элементов решётки с размерами 7×10 элементов. Цифры соответствуют максимуму диаграммы направленности, δ — склонение, α — прямое восхождение

## 2. МНОГОЭЛЕМЕНТНАЯ ПРИЁМНАЯ РЕШЁТКА В ФОКАЛЬНОЙ ОБЛАСТИ ПАРАБОЛОИДА

Для создания многолучевого режима работы параболического радиотелескопа в его фокальной плоскости размещают матрицу первичных облучателей. Из фокусирующих свойств параболоида вращения следует, что оптимальным является такое размещение облучателей, при котором их фазовые центры лежат в одной плоскости. Такие фокальные решётки применяются в радиоастрономии главным образом в волноводном исполнении. Построение плоской решётки с горизонтально ориентированными полосковыми излучателями сопряжено с рядом технических сложностей [9], поэтому сначала рассмотрим возможность построения приёмной полосковой решётки «террасной» конструкции применительно к параболоидам, а затем вернёмся к построению плоской приёмной решётки.

На рис. 7 приведены примеры «террасного» построения решётки, которые учитывают осевую симметрию параболоида. В качестве элементов решётки используются круглые полосковые излучатели, позволяющие принимать падающую волну круговой поляризации. Показано расположение излучателей в одном из радиальных сечений параболоида — плоскости, проходящей через радиус круга, каковым является раскрыв параболоида, и его ось симметрии, и в фронтальном сечении — плоскости, перпендикулярной оси параболоида. При такой конструкции излучатели располагаются на кольцах, сдвинутых друг относительно друга в глубину на величину *h*. Показано расположение как чётного, так и нечётного количества излучателей в радиальном сечении параболоида.



Рис. 7. Схема «террасного» построения круговой решётки в фокальной области параболоида в радиальном (*a*) и фронтальном (*б*) сечениях: 1— параболоид, 2— первичные излучатели

Для расчёта диаграммы направленности параболической антенны воспользуемся формулой

$$F(\theta,\delta) = \int_{0}^{2\pi} \int_{0}^{R_0} E(R/R_0) \exp[j\beta R\sin\theta\cos(\delta-\varphi) + j\beta\Phi] R \,\mathrm{d}R \,\mathrm{d}\varphi,\tag{1}$$

где  $\Phi = \rho_{\rm cm} - \rho = \sqrt{(\rho \cos \psi + \Delta y)^2 + (\rho \sin \psi - \Delta x)^2}$ ,  $\theta$  и  $\delta$  — координаты источника,  $\Delta x$  — смещение облучателя из фокуса по оси x,  $\Delta y$  — смещение облучателя из фокуса по оси y,  $\beta = 2\pi/\lambda$  (рис. 8). Учитывая осевую симметрию параболоида, ограничимся рассмотрением диаграммы направленности в одном из его радиальных сечений xy, при  $\delta = 0$ . Расчёт диаграммы направленности проводился методом численного интегрирования. Распределение амплитуды поля на раскрыве зеркала задавалось законом  $E(R/R_0) = 1 - (R/R_0)^2$ , где  $R_0$  — радиус раскрыва зеркала.

Е. К. Майорова, В. Б. Хайкин

На рис. 9 показаны диаграммы направленности параболической антенны с диаметром D = 2 м и отношением f/D = 0,4 (см. рис. 8) на длине волны  $\lambda = 10$  мм. В фокальной области антенны размещены полосковые излучатели, образующие «террасную» решётку в её круговом варианте. Показаны диаграммы направленности в радиальных сечениях, N — число элементов решётки в каждом из радиальых сечений. Диаграммы направленности рассчитывались для значений h = 3,1 мм и l = 5,3 мм, являющихся наиболее оптимальными. Положение решётки как жёсткой конструкции относительно фокуса параболоида оптимизировалось в каждом из рассматриваемых случаев таким образом, чтобы при заданных h и l аберрации были минимальны.



Как видно из рис. 9, использование «террасной» конструкции решётки в фокусе параболоида не только возможно, но в ряде случаев позволяет получить преимущества перед обычной плоской конструкцией. Так, при N = 3, 4 достигается одинаковый уровень сигнала во всех лучах диаграммы направленности параболоида, чего нельзя добиться при плоской конструкции решётки.

Кроме осесимметричного построения решётки, возможна её прямоугольная конструкция, показанная на рис. 10. В плоскости xy линейки излучателей сдвинуты на расстояние h, и положение излучателей в этой плоскости такое же, как на рис. 7*a*. Диаграммы направленности в этом сечении совпадают с диаграммами осесимметричной решётки в её радиальных сечениях (рис. 9): для нечётного количества элементов N — пол-

ностью, для чётного — с точностью до нескольких процентов. Вид многолучевой диаграммы направленности параболоида в плоскости *yz* показан на рис. 11. Максимумы диаграмм отдельных лучей в этой плоскости монотонно уменьшаются по мере удаления излучателей от фокуса радиотелескопа.

Таким образом, как показали расчёты, «террасная» конструкция решётки вполне применима для параболоидов и в некоторых случаях имеет определённые преимущества перед плоской решёткой. Осесимметричные круговые конструкции, показанные на рис. 7, могут быть использованы в фокальной области параболических зеркал в сантиметровом диапазоне длин волн вплоть до 1 см. На более коротких волнах, в миллиметровом диапазоне, построение решётки «террасной» конструкции проблематично, т. к. необходимо обеспечить очень маленькие расстояния *h* между линейками излучателей.

Сложность построения плоской решётки с полосковыми излучателями обусловлена трудностями расположения приёмника вблизи излучателя, иначе говоря, сложностью эффективной запитки излучателя при торцевом расположении приёмников под плоскостью приёмной решётки. Применение микроболометров в радиоастрономии делает эту проблему разрешимой, по крайней мере, в миллиметровом диапазоне длин волн, где болометрические приёмники по ряду параметров, таких, как полоса приёма и чувствительность, превосходят другие известные типы приёмников радиоизлучения. Хотя традиционно болометры применяются на радиотелескопах с рупорными облучателями, использование полосковых излучателей в некоторых случаях, например при наблюдениях Солнца, имеет ряд существенных преимуществ из-за высокой технологичности, широкой частотной полосы и простоты поляризационных измерений.



Рис. 9. Диаграмма направленности параболоида в радиальном сечении на длине волны 10 мм при расположении в его фокальной области круговой решётки «террасной» конструкции; N — число элементов в радиальном сечении

На рис. 12 приведён пример сверхширокополосной (с относительной шириной до 30 %) микроболометрической решётки с логарифмическими плоскими спиральными излучателями волн круговой поляризации для исследования вспышек на Солнце [18]. Микроболометр расположен на вставке между спиральными рукавами. Расчёт характеристик параболической антенны с приёмной решёткой такой конструкции проводился с помощью программного пакета для моделирования электродинамических характеристик рефлекторов GRASP8-SE в приближении геометрической и физической оптики. Рассчитывалась диаграмма направленности круговой поляризации двухзеркального рефлектора типа Кассегрена; диаграмма направленности облучателя задавалась гауссовой кривой со спаданием на краях зеркала до уровня -10 дБ. На рис. 13 приведены диаграммы направленности для излучения круговой поляризации 8-метрового радиотелескопа

Е. К. Майорова, В. Б. Хайкин



Рис. 10. Схема «террасного» построения прямоугольной решётки в фокальной области параболоида: 1 — параболоид, 2 — первичные излучатели



Рис. 11. Диаграмма направленности параболоида на длине волны 10 мм в плоскости *yz* при расположении в его фокальной области прямоугольной решётки «террасной» конструкции



Рис. 12. Сверхпирокополосная микроболометрическая решётка с логарифмическими плоскими спиральными излучателями волн круговой поляризации

с диаметром вторичного зеркала 80 см на длине волны 3 мм при поперечном смещении облучателя из фокуса. Диаграммы направленности рассчитаны относительно изотропного излучателя, что позволяет оценить и коэффициент усиления данного радиотелескопа при осевом/внеосевом облучении. Предварительно было найдено оптимальное с точки зрения минимизации аберраций и построения эффективного и компактного полоскового излучателя соотношение фокусов гиперболы ( $F_3/F_2 = 2$ ), для которого и проводился расчёт диаграммы направленности.



Рис. 13. Диаграмма направленности для излучения круговой поляризации 8-метрового параболоида с вторичным зеркалом диаметра 80 см на длине волны 3 мм при поперечных смещениях облучателя из фокуса

106

Многоэлементная решётка в фокусе радиотелескопа может быть использована для широкого круга радиоастрономических задач. Применение фокальных решёток актуально при высокочувствительных обзорах на существующих и будущих радиотелескопах, на радиотелескопе PATAH-600 — прежде всего, при исследовании анизотропии микроволнового фона на субградусных масштабах [19]. Двумерные и трёхмерные фокальные решётки в фокусе PATAH-600 позволят расширить его поле зрения в вертикальной плоскости и тем самым сократить время проведения обзоров заданной области неба. С помощью максимально плотно «упакованной» полосковой фокальной решётки можно существенно увеличить интегральную чувствительность радиотелескопа, расширить поле зрения и эффективно бороться с атмосферными флуктуациями. Эффективность использования фокальной решётки для снижения влияния атмосферы достигается как значительно возрастающим объёмом регистрируемой информации в периоды «хорошей» атмосферы, так и дополнительными возможностями чистки атмосферных помех с помощью пар пространственно-разнесённых лучей в периоды «плохой» атмосферы.

С увеличением интегральной чувствительности по яркостной температуре в многолучевом режиме на РАТАН-600 возможен поиск эффекта Сюняева—Зельдовича даже при сокращённой апертуре антенны. В случае реализации средней флуктуационной чувствительности одного приёмного канала на уровне 5÷10 мК (что достижимо сегодня с «тёплыми» малошумящими усилителями на базе MMIC-технологий) интегральная чувствительность радиотелескопа с многоэлементной фокальной решёткой возрастёт более чем на порядок. Поиск спектрально-пространственных флуктуаций [20] — одно из наиболее перспективных направлений исследований вторичной анизотропии космического фона с помощью многоэлементной фокальной решётки на РАТАН-600 на длине волны 1 см и на параболических радиотелескопах в миллиметровом диапазоне длин волн (3÷8 мм).

Использование многоэлементной приёмной фокальной решётки существенно повысит эффективность РАТАН-600 и других радиотелескопов при исследовании быстропеременных космических объектов, таких, как пульсары и Солнце. Широкое поле зрения с высоким пространственным и временным разрешением даст принципиально новые возможности при исследовании вспышек, микровсплесков и других быстрых, но достаточно редких событий на Солнце. В случае телескопов с параболическим зеркалом можно говорить о возможности построения моментального многопиксельного радиоизображения Солнца. Пространственное разрешение, достигаемое при использовании фокальной решётки, может быть выше ширины одиночного луча по половинной мощности как за счёт повышения суммарного отношения сигнал/шум, так и за счёт возможности одновременного анализа сигнала от источника в различных пространственно-разнесённых каналах. Соответствующая методика наблюдений вспышек на Солнце и уточнения их координат была предложена в [21].

Ещё одно возможное применение полосковых фокальных решёток — голографический контроль поверхности радиотелескопа. Так, приёмная решётка размером 8×8 элементов в несколько раз сократит время, необходимое для измерения радиоголограммы по сильному космическому источнику или сигналу спутника в условиях атмосферных помех и термических деформаций поверхности радиотелескопа, что позволит существенно повысить точность его отражающей поверхности.

### 4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведённые исследования показали, что решётки с микрополосковыми излучателями могут эффективно использоваться для реализации многолучевого режима работы радиотелескопов

различной конструкции. Для радиотелескопа РАТАН-600 возможно использование одномерной, дву- и трёхмерных фокальных решёток. Одномерные решётки в виде линейки полосковых излучателей, расположенных вдоль фокальной линии вторичного зеркала, наиболее эффективны при наблюдениях околозенитных источников, а также в режиме «радио-Шмидт телескоп» с сокращённой апертурой. Число элементов такой решётки на длине волны 10 мм может достигать 160. Дву- и трёхмерный варианты решёток могут быть реализованы в режиме трёхзеркальной фокусирующей системы РАТАН-600 (режим «Юг+Плоский») на высотах от 0 до 90° и в режиме двухзеркальной фокусирующей системы при  $H < 10^\circ$ .

Рассмотрена возможность неплоского расположения полосковых излучателей в фокальной области радиотелескопов. Предложена «террасная» конструкция фокальной решётки. Проведены расчёты диаграммы направленности радиотелескопа РАТАН-600 в многолучевом режиме при расположении в фокальной области вторичного зеркала решёток плоской и «террасной» конструкций. Расчёты показали, что использование решёток «террасной» конструкции, элементами которой служат горизонтально ориентированные полосковые излучатели, более эффективно по энергетическим характеристикам по сравнению с плоской решёткой. Максимальное число элементов в такой решётке на длине волны 10 мм может достигать 70. Использование её в режиме «радио-Шмидт телескоп» позволит увеличить количество элементов до 1 000 [17].

Результаты расчётов, выполненных в настоящей работе, были использованы при проектировании и изготовлении действующего макета «террасной» решётки [9]. Такие многоэлементные приёмные решётки могут быть применены и на других радиотелескопах с несимметричным облучением.

Для радиотелескопов, зеркала которых представляют собой параболоиды вращения, решётки «террасной» конструкции также применимы. Осесимметричные конструкции таких решёток с числом элементов  $8 \times 8$  могут быть использованы в фокальной области параболических зеркал в диапазоне до 30 ГГц. При числе элементов  $3 \times 3$  и  $4 \times 4$  они имеют преимущество перед планарными решётками, поскольку «террасное» расположение элементов позволяет получить многолучевую диаграмму направленности с одинаковым уровнем сигнала во всех лучах. При большем числе элементов традиционная плоская решётка в фокусе параболоида более эффективна. Для рассмотренного в работе случая плоской микроболометрической решётки миллиметрового диапазона длин волн с числом элементов  $15 \times 15$  получены удовлетворительные антенные характеристики радиотелескопа.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Payne J. M. // Rec. Sci. Instrum. 1988. V. 59, No. 9. P. 1911
- 2. Sutton E. C. // Astrophys. J. Lett. 1984. V. 283, No. 2. P. 41.
- 3. Bird T. // IEEE Antennas and Propagation Society Symp., Seattle, June 1994.
- Erickson N. K., Goldsmith P. F., Novak G., et al. // IEEE Trans. Microwave Theory Tech. 1992. V. 40. P. 1.
- Kreysa E., Gemund H. P., Gromke J., et al. // Infrared Physics and Technology. 1999. V.40. P. 191.
- Pinchuk G. A., Majorova E. K., Berlizev I. V., et al. // ASP. Conf. Series. 1995. V.75. Proc. NRAO Workshop.
- Berlin A. B., Timofeeva G. M., Nizhelskij N. A., et al. // Astron. and Astrophys. Trans. 2000. V. 19, No. 3–4. P. 558.
- Khaikin V. B., Majorova E. K., Shifman R. G., et al. // Proc. 2nd ESA Workshop on Millimetre Wave Technology and Applications, Espoo, Finland, 1998. P. 351.

- Khaikin V. B., Majorova E. K., Parnes M. D., et al. // Proc. Intern. Conf. "Perspective on Radio Astronomy: Technologies for Large Antenna Arrays", Dwingeloo, the Netherlands, 12–14 April 1999. P. 171.
- Хайкин С. Э., Кайдановский Н. Л., Парийский Ю. Н., Есепкина Н. А. // Изв. ГАО. 1972. № 188. С.3.
- 11. Majorova E. K. // Bull. Spec. Astrophys. Obs. 2002. No. 53. P. 78.
- 12. Majorova E. K., Trushkin S. A. // Bull. Spec. Astrophys. Obs. 2002. No. 54. P. 89.
- 13. Majorova E. K., Khaikin B. V. // Bull. Spec. Astrophys. Obs. 2000. No. 50. P. 91.
- 14. Коржавин А. Н. // Астрофиз. исслед. (Изв. САО). 1979. № 11. С. 170.
- Есепкина Н. А., Бахвалов Н. С., Васильев Б. А. и др. // Астрофиз. исслед. (Изв САО). 1979. № 11. С. 182.
- 16. Majorova E. K., Khaikin V. B. // Astrofiz. Issled. (Izv. SAO). 1999. No. 48. P. 133.
- 17. Майорова Е. К., Хайкин В. Б. // Изв. вузов. Радиофизика. 2000. Т. 43, № 3. С. 185.
- Khaikin V. B., Luukanen A. // Proc. 3d ESA Workshop on Millimetre Wave Technology and Applications, Espoo, Finland, May 2003. P. 419.
- Parijskij Yu. N., Kopylov A. I., Soboleva N. S., et al. // NATO ASI Series. 1998. V. 511. "Dark Ages" of the Universe. P. 433.
- 20. Дубрович В. К. // Письма в Астрон. журн. 1977. Т. 3. С. 243.
- 21. Herrmann R., Magun A., Costa J., et al. // Solar Physics. 1992. V. 142. P. 157.

Поступила в редакцию 25 ноября 2003 г.; принята в печать 1 ноября 2004 г.

## CHARACTERISTICS OF RADIO TELESCOPES WITH MULTIELEMENT MICROSTRIP FOCAL ARRAYS

E. K. Majorova and V. B. Khaikin

We calculate beam patterns and power characteristics of radio telescopes in the multibeam mode with the use of different types of microstrip focal arrays. A "terrace" design of focal array for illumination of the offset secondary mirror of RATAN-600 and a symmetric parabolic dish is proposed. Ways of optimization of this type of array are considered. Characteristics of a radio telescope with a millimeterwave planar circular polarized focal array are calculated. Some applications of multibeam microstrip focal arrays are considered. УДК 533.951+537.868

## ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ЭФФЕКТОВ, НАБЛЮДАЮЩИХСЯ ПРИ НЕЛИНЕЙНОМ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ ДВУХ МОЩНЫХ РАДИОВОЛН В МАГНИТОАКТИВНОЙ ПЛАЗМЕ

B. Л. Фролов<sup>1</sup>, Е. Н. Сергеев<sup>1</sup>, Б. Тиде<sup>2</sup>, Е. А. Шорохова<sup>1</sup>

 $^1$ Научно-исследовательский радиофизический институт, г. Нижний Новгород, Россия; $^2$ Swedish Institude of Space Physics, Uppsala, Sweden

Представлены результаты экспериментов по воздействию двумя мощными ( $P_{i\phi\phi} \approx 20 \text{ MBr}$ ) электромагнитными волнами О-поляризации на плазму F-области ионосферы Земли. Эксперименты проводились на стенде «Сура» (НИРФИ, Нижний Новгород) 23-27 мая 1993 года на частотах волн накачки вблизи 4-й, 5-й и 6-й гармоник гирочастоты электронов. Диагностика ионосферных возмущений осуществлялась с помощью измерения стационарных спектральных характеристик искусственного радиоизлучения ионосферной плазмы. Определены особенности изменения спектральных характеристик отдельных компонент искусственного радиоизлучения ионосферы во время одновременного нагрева ионосферной плазмы двумя радиоволнами по сравнению со случаем воздействия монохроматической волной. Обнаружен эффект «перехвата» генерации BUM-компоненты (broad up-shifted maximum) мощной радиоволной более высокой частоты с сильным подавлением BUM от более низкочастотной волны накачки. Показано, что наблюдаемые при двухчастотном нагреве ионосферы эффекты имеют выраженные гирогармонические свойства, т. е. зависят как от отстройки частот мощных радиоволн относительно гармоники гирочастоты электронов, так и от номера гирогармоники. Также установлено, что изменение свойств мелкомасштабных искусственных неоднородностей плотности плазмы, возбуждаемых мощными радиоволнами, не является причиной изменения свойств компонент DM (downshifted maximum) и BUM при двухчастотном воздействии на ионосферную плазму. Обсуждаются направления дальнейшего развития такого рода исследований.

## ВВЕДЕНИЕ

В экспериментах по изучению взаимодействия мощных коротких радиоволн с плазмой ионосферы Земли используется, как правило, монохроматическая волна накачки (ВН). Лишь в некоторых экспериментах модификация ионосферы осуществлялась более сложными сигналами. Среди таких экспериментов, в первую очередь, следует отметить измерения на нагревном стенде в Аресибо (Пуэрто-Рико, США) [1], в которых при двухчастотном нагреве с разностной частотой мощных радиоволн  $\Delta f = 0 \div 7$  кГц в спектре некогерентного рассеяния был обнаружен сигнал на арифметически средней частоте  $(f_1+f_2)/2$  и наблюдалось ослабление генерации нормальных распадных мод, являющихся продуктом развития стрикционной параметрической неустойчивости. Позднее генерация искусственного радиоизлучения ионосферы (ИРИ) на арифметически средней частоте наблюдалась в экспериментах на стенде в Тромсё [2] и на стенде «Сура» (НИРФИ, Нижний Новгород) [3, 4]. В экспериментах на стенде в Аресибо с двухчастотным нагревом плазмы F-области ионосферы в отражённом от ионосферы сигнале мощных радиоволн были также обнаружены боковые гармоники, отстоящие от несущих на разностную частоту  $f_1 - f_2$  [5]. Здесь также можно указать на выполненные на стенде «Зимёнки» (НИРФИ, Нижний Новгород) эксперименты [6, 7] по воздействию на ионосферную плазму некогерентным (шумовым) сигналом с полосой излучения от килогерца до нескольких сотен килогерц, позволившие установить зависимость свойств стрикционной и тепловой параметрических неустойчивостей от полосы излучения ВН. В частности, было показано, что расширение полосы излучения вплоть до 200 кГц не приводило к изменению аномального ослабления пробных волн, зондирующих возмущённую

110

область ионосферы. Это, в свою очередь, может свидетельствовать о сохранении условий генерации тепловой (резонансной) параметрической неустойчивости и уровня возбуждаемых при этом мелкомасштабных искусственных ионосферных неоднородностей [8–10]. Следует отметить, что все перечисленные выше эксперименты были выполнены на частотах волн накачки, не совпадающих с гармониками гирочастоты электронов.

Особое место в измерениях с использованием нескольких волн накачки занимают эксперименты с дополнительным нагревом ионосферной плазмы [11–13], когда разность частот мощных радиоволн превышает 200÷300 кГц, и области их резонансного взаимодействия с плазмой оказываются разнесёнными по высоте, что исключает непосредственное взаимодействие развивающихся в этих областях высокочастотных компонент (плазменные колебания) искусственной ионосферной турбулентности (ИИТ).

Интерес к экспериментам с одновременным излучением нескольких волн накачки обусловлен открывающимися при этом новыми возможностями более детального исследования особенностей нелинейного взаимодействия мощных радиоволн с плазмой, на основе которых возможно развитие новых методов диагностики возбуждаемой турбулентности. В качестве примера здесь можно указать случай, когда разностная частота двух волн совпадает с одной из собственных частот колебаний плазмы, и наблюдается развитие параметрической неустойчивости [14].

В настоящей работе рассматриваются результаты экспериментов по нагреву плазмы F-области ионосферы двумя мощными волнами О-поляризации, выполненных на нагревном стенде «Сура» в мае 1993 года по инициативе и при непосредственном участии Л. М. Ерухимова. Их отличительной особенностью является то, что частоты излучения выбирались близкими к гармонике гирочастоты электронов, когда при достаточно небольших (порядка 100÷200 кГц) вариациях частоты ВН наблюдаются значительные изменения условий взаимодействия волн с магнитоактивной плазмой, сопровождающиеся резкими изменениями свойств ИИТ [4, 11, 15–21]. В рассматриваемых в настоящей работе исследованиях диагностика возбуждаемых в плазме возмущений осуществлялась с помощью ИРИ, которое является продуктом переизлучения электромагнитных волн при взаимодействии высокочастотной и низкочастотной компонент плазменной турбулентности, генерируемых в области резонансного взаимодействия мощной радиоволны с плазмой. Привлекательностью использования искусственного радиоизлучения ионосферы для диагностики ИИТ является также то, что для приёма ИРИ используются достаточно простые антенны и типовые радиотехнические устройства (радиоприёмники, спектроанализаторы, регистрирующие устройства и т. д.), и здесь не требуется каких-либо специальных радиотехнических средств (как, например, мощного радара в методе некогерентного рассеяния).

В работе рассматриваются результаты нескольких циклов измерений в окрестности 4-й, 5-й и 6-й гармоник гирочастоты электронов при различных соотношениях частот мощных радиоволн и гармоники гирорезонанса. Следует признать, что первая попытка классификации полученных экспериментальных данных [22], предпринятая сразу после выполнения измерений, оказалась малоконструктивной. Это было связано со сложностью интерпретации полученных результатов и трудностью выделения ключевых параметров, определяющих свойства наблюдаемых явлений. Для решения этой задачи потребовались последующие 10 лет интенсивных исследований, во время которых были детально изучены свойства ИИТ и основных компонент ИРИ как вблизи гармоник гирорезонанса, так и далеко от них [4, 11, 15–20]. Только после этого стали проясняться подходы к описанию полученных результатов и определению наиболее важных параметров наблюдаемых эффектов. Хотя, как сегодня стало ясно, полученные в 1993 году экспериментальные данные из-за своей ограниченности не позволяют построить замкнутую эмпирическую модель наблюдаемых явлений, они имеют важное значение для понимания их природы и определения направлений дальнейших исследований.

В первой части работы дано описание схемы выполненных на стенде «Сура» измерений по двухчастотному нагреву ионосферной плазмы и приведена характеристика выполненных циклов измерений. Для удобства последующего анализа полученных результатов во второй части кратко перечислены основные свойства ИРИ, на основе которых строится диагностика ИИТ. В третьей части дано феноменологическое описание свойств наблюдаемых эффектов по каждому циклу измерений. В четвёртой части обобщены результаты выполненных экспериментов и определены основные характеристики наблюдаемых явлений. В заключительной части работы подведены итоги выполненных экспериментов и сформулированы задачи дальнейших исследований с использованием многочастотного нагрева ионосферной плазмы.

## 1. ПОСТАНОВКА ЭКСПЕРИМЕНТОВ

Обсуждаемые в настоящей работе эксперименты были выполнены 23, 26 и 27 мая 1993 года на нагревном стенде «Сура» (НИРФИ), расположенном в ста километрах к востоку от Нижнего Новгорода. Измерения проводились в дневные и предвечерние часы с использованием двух модулей стенда, каждый из которых был настроен на свою частоту и излучал волны О-поляризации с максимальной возможной эффективной мощностью  $P_{эф\phi} \approx 20\div25$  МВт (значение  $P_{эф\phi}$  несколько возрастает с ростом частоты излучаемой волны из-за увеличения коэффициента усиления передающей антенны стенда). Исходя из ионосферных условий, наибольшее число циклов измерений было выполнено, когда частоты мощных радиоволн были близки к четвёртой гармонике гирочастоты электронов  $4f_{ce}$  ( $f_{ce} \approx 1,3\div1,35$  МГц — гирочастота электронов в условиях измерений). Был выполнен только один полный цикл измерений с проходом через пятую гармонику гирочастоты; для частоты волны накачки  $f_{BH} \approx 6f_{ce}$  удалось получить лишь фрагментальные данные из-за недостаточно высоких критических частот слоя  $F_2$  ионосферы, когда при отражении ВН вблизи его максимума имело место быстрое изменение значения  $6f_{ce}$  в области взаимодействия ВН с плазмой вследствие значительных вариаций высоты отражения мощной радиоволны.

Программа экспериментов была организована следующим образом. Одна из волн накачки  $(BH_1)$  в течение цикла измерений излучалась на постоянной частоте  $f_1$ , которая, как правило, выбиралась на 10÷40 кГц выше гармоники гирочастоты электронов, и в спектре индуцированного с её помощью ИРИ хорошо обнаруживались DM (downshifted maximum) и BUM (broad upshifted maximum) — компоненты излучения, которые в основном использовались нами для диагностики ИИТ. Некоторые полученные в работе результаты будут также касаться свойств компонент NC (narrow continuum), BC (broad continuum) и UM (upshifted maximum). Во избежание возможной терминологической путаницы мы будем использовать в статье достаточно общепринятые сегодня англоязычные обозначения компонент ИРИ. Частота  $f_2$  второй волны накачки (BH<sub>2</sub>) изменялась в диапазоне до ±(100÷150) кГц относительно частоты первой волны. Из-за достаточно малой расстройки  $\Delta f = f_1 - f_2$  области резонансного взаимодействия мощных радиоволн с плазмой, имеющие протяжённость по высоте  $1\div5$  км, в большей или меньшей степени (в зависимости от  $\Delta f$ и величины градиента электронной концентрации плазмы) перекрывались по высоте. Этим рассматриваемые здесь эксперименты принципиально отличаются от отмеченных ранее измерений по схеме с дополнительным нагревом [11–13], в которых за счёт выбора частот излучаемых волн области их резонансного взаимодействия с плазмой оказываются разнесёнными в пространстве. Схема излучения мощных радиоволн выбиралась таким образом, чтобы в каждом сеансе измерений на выбранной паре частот имелись периоды времени с длительностью 15÷20 с, когда каждая ВН излучалась при отсутствии другой волны или обе волны излучались одновременно. Пример временной диаграммы излучения мощных радиоволн представлен на рис. 1. Как правило, BH<sub>1</sub> излучалась в течение приблизительно 1 мин, после чего следовала пауза 2÷3 мин; BH<sub>2</sub> излу-

чалась практически постоянно за исключением интервала времени с длительностью около 20 с в середине периода излучения первой волны, чем достигалось поддержание достаточно высокого уровня искусственных низкочастотных плазменных возмущений. Это обеспечивало быстрое (за время меньше 10 с) установление стационарных уровней мелкомасштабной ИИТ и ИРИ, при которых были получены все рассматриваемые в настоящей работе результаты, но не позволяло изучать динамические свойства наблюдаемых явлений. Спустя приблизительно 20 с после прекращения излучения BH<sub>1</sub> и завершения измерений при излучении только второй волны накачки выполнялась перестройка её частоты на новое значение; во время этой перестройки BH<sub>2</sub> продолжала излучаться. Длительность перестройки частоты достигала 1÷2 мин, после чего сначала в течение примерно 20 с излучалась только BH<sub>2</sub>, затем к ней подключалась BH<sub>1</sub> и т. д. Вне периода перестройки частоты BH<sub>2</sub> с помощью спектроанализатора HP 3585A проводилась регистрация установившихся (стационарных) спектров ИРИ. Как правило, в каждой фазе измерений регистрировались 1-2 стационарных спектра в полосе частот 200 кГц с полосой приёмника 300 Гц и временем сканирования 4,6 с. Следует отметить, что точность определения спектральной интенсивности ИРИ составляла порядка 1 дБ, если не было сильных вариаций интенсивности, которые в отдельных случаях могли достигать 3 дБ.



Рис. 1. Временна́я диаграмма излучения мощных радиоволн ( $BH_1$  и  $BH_2$  на частотах  $f_1$  и  $f_2$  соответственно). Временны́е интервалы перестройки частоты  $BH_2$  заштрихованы. Нижний уровень каждой диаграммы соответствует отсутствию излучения данной волны

Важно заметить, что при такой схеме эксперимента мы, к сожалению, не могли провести сравнительных измерений интенсивности ИРИ для случаев, когда излучались или две мощные волны на разных частотах, или одна волна, но с той же эффективной мощностью. Это было обусловлено следующими причинами. Поскольку мы использовали максимальные мощности излучения для каждой из ВН, то двойную мощность излучения на одной частоте можно было бы получить или при когерентном сложении волн половинной мощности от двух модулей стенда, или при некогерентном сложении их мощностей.

В первом случае происходило бы сужение вдвое ширины диаграммы направленности излучения в северо-южном направлении, что повлияло бы на характеристики ИРИ ввиду их зависимости от угла излучения мощной радиоволны по отношению к линиям геомагнитного поля [23]. Поэтому такое измерение не может служить в качестве калибровки. С другой стороны, некогерентное сложение мощностей излучения двух модулей стенда по принятой на стенде «Сура» схеме есть не что иное, как излучение двух некогерентных волн с расстройкой по частоте около 100 Гц. Но в наших экспериментах эффекты, возникающие при двухчастотном нагреве ионосферы, как раз и являются предметом исследований и, следовательно, такая схема измерений также не может служить в качестве калибровки. Остаётся вариант калибровки, когда измерения проводятся при половинной мощности излучения каждого модуля стенда, а калибровка выполняется при работе одного модуля на полной мощности. Однако при измерениях в случае половинной мощности ВН из-за достаточно высокого поглощения радиоволн в нижней ионосфере в дневных условиях её эффективная мощность излучения с учётом линейного поглощения на пути распространения до точки отражения не превышала бы 3÷5 MBт, что в некоторых случаях является неприемлемым, т. к. интенсивность ИРИ (особенно для BUM) в этом случае оказывается низкой и к тому же может испытывать сильные вариации [11]. Такие калибровочные измерения необходимо проводить в вечернее время суток в отсутствие сильного линейного поглощения волн в нижней ионосфере,

№ цикла	Дата	Время (LT), ч:мин	$f_1$ , кГц	$f_2$ , кГц	$nf_{ m ce}$	h, км
1	26.05.1993	17:01-17:25	5435	$5400 \div 5460$	$5395 \div 5410 \ (n=4)$	190
2-1	26.05.1993	17:28-17:45	5420	$5415 \div 5385$	$5400\ (n=4)$	190
2-2	26.05.1993	17:45-17:55	5420	$5380 \div 5355$	$5380 \div 5390 \ (n=4)$	195
3-1	26.05.1993	18:02-18:54	5400	$5405 \div 5465$	$5395\ (n=4)$	190
3-2	26.05.1993	18:54 - 19:05	5400	$5465 \div 5500$	$5385 \div 5400 \ (n=4)$	190
4	23.05.1993	12:20-14:00	6695	$6595 \div 6845$	$6665 \div 6690 \ (n=5)$	210
5-1	27.05.1993	11:40-11:51	7810	$7800 \div 7770$	$7800 \div 7840 \ (n=6)$	270
5-2	27.05.1993	11:51-12:18	7 760	7770÷7690	$7850\ (n=6)$	260
5-3	27.05.1993	12:18-13:21	7900	$7910{\div}7980$	$7890 \div 7910 \ (n=6)$	245

Таблица 1

что планируется сделать нами в будущих экспериментах с нагревом плазмы двумя BH. Следует, однако, отметить, что и в этом случае здесь ещё останутся вопросы, связанные с возможной зависимостью характера наблюдаемых явлений от мощности BH, требующие своего дополнительного исследования.

Хотя обе ВН, по существу, являются равноправными, мы часто будем использовать для их обозначения разные наименования — диагностическая волна (ДВ) и подогревная волна (ПВ), подразумевая, что генерируемое диагностической волной ИРИ является более информативным и в большей степени может использоваться для изучения природы наблюдаемых явлений, чем излучение от подогревной волны, которая главным образом служит для создания сторонних (дополнительных) возмущений, влияющих на свойства ИИТ, диагносцируемые ДВ. Именно для диагностической волны в большинстве случаев выбиралась постоянная частота  $f_{\Pi B}$ , лежащая несколько выше гирогармоники, когда имеет место интенсивная генерация DM и BUM, используемых нами для диагностики ИИТ, а частота ПВ  $f_{\Pi B}$  изменялась в некотором диапазоне, охватывающем область частот как выше, так и ниже значений  $f_{\text{ДВ}}$  и  $nf_{\text{ce}}$ . В том случае, когда было необходимо проводить анализ характеристик ИРИ относительно обеих частот ВН (например, когда их частоты были близки), удобнее использовать термин мощная волна более высокой/низкой частоты, сохраняя тем самым их равнозначность в смысле воздействия на параметры ИИТ и диагностики создаваемых возмущений. Однако такая терминология для всей работы в целом показалась нам не совсем удачной, т.к. при этом в ходе изменения частот излучаемых волн во время сеанса наблюдений пришлось бы их переобозначать, что вносило бы дополнительную путаницу.

В табл. 1 для каждого цикла наблюдений приведены сведения о дате и времени проведения измерений, частотах ВН, гармонике гирочастоты электронов и высоте h области резонансного взаимодействия мощного радиоизлучения с плазмой. Как отмечалось выше, наибольшее число измерений было выполнено в окрестности частоты  $4f_{ce}$ , и лишь по одному циклу измерений было проведено вблизи частот  $5f_{ce}$  и  $6f_{ce}$ . Разбиение циклов 2, 3 и 5 на подциклы обусловлено или изменением гирочастоты электронов во время измерений из-за изменения высоты отражения мощной радиоволны, или взаимозаменой диагностической и подогревной волн при обработке экспериментальных данных с целью расширения области значений наиболее важных параметров исследуемых зависимостей.

В работе для удобства изложения введены обозначения  $\Delta f = f_{\text{ДB}} - f_{\text{ПB}}$  — расстройка частот диагностической и подогревной волн, и  $\delta f_{\text{ДВ},\text{ПВ}} = f_{\text{ДВ},\text{ПВ}} - nf_{\text{се}}$  — отстройка частоты ДВ (ПВ) от частоты гирогармоники  $nf_{\text{се}}$ . Как показала обработка экспериментальных данных, пара параметров ( $\Delta f$ ,  $\delta f$ ) является ключевой, во многом определяющей свойства наблюдаемых явлений. Основываясь на этих определениях и учитывая близость частот излучаемых мощных

В. Л. Фролов, Е. Н. Сергеев, Б. Тиде, Е. А. Шорохова

радиоволн, легко получить уравнение, связывающее эти параметры:  $\delta f_{\text{ДB}} = \delta f_{\text{\PiB}} + \Delta f$ , или  $f_{\text{ДB}} - \delta f_{\text{ДB}} = f_{\Pi\text{B}} - \delta f_{\Pi\text{B}}$ . Как видно из табл. 1, выполненные измерения охватывают широкую и, как будет ясно дальше, наиболее существенную область изменения параметров: расстройка частот  $|\Delta f| \leq 100 \div 150 \text{ к}\Gamma$ ц, отстройка частот от гармоники гирочастоты  $|\delta f_{\text{ДB},\Pi\text{B}}| \leq 60 \div 100 \text{ к}\Gamma$ ц.

В заключение отметим, что состояние ионосферной плазмы контролировалось с помощью автоматической ионосферной станции «Базис», расположенной в непосредственной близости от нагревного стенда и работавшей в 15-минутном режиме съёма ионограмм.

## 2. КРАТКАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ДИАГНОСТИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ИРИ, ИСПОЛЬЗУЕМЫХ ПРИ ОБРАБОТКЕ И ИНТЕРПРЕТАЦИИ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ

Приведём характеристики ИРИ, на основе которых строится диагностика турбулентности, возбуждаемой в *F*-области ионосферы при воздействии на неё мощными радиоволнами О-поляризации. Как отмечено выше, в рассматриваемой работе для диагностики ИИТ используются главным образом две компоненты излучения: DM (downshifted maximum) и BUM (broad upshifted maximum), которые наиболее полно отражают свойства ИРИ в условиях гирогармонического нагрева ионосферной плазмы.

DM — регулярно наблюдаемая и наиболее интенсивная структура излучения, обнаруживающаяся в спектре ИРИ в виде узкополосного максимума на отрицательных относительно частоты ВН отстройках:  $f_{\rm DM} - f_{\rm BH} = \Delta f_{\rm DM} \approx -(9 \div 18)$  кГц,  $\Delta f_{\rm DM} \propto f_{\rm BH}$ . Кроме DM в спектре ИРИ часто наблюдаются вторые и даже третьи кратные максимумы (DM-2, DM-3), смещённые относительно друг друга на  $\Delta f_{\rm DM}$ . Свойства этой компоненты ИРИ подробно исследованы в [4, 11, 15–20, 24]; в [16] рассмотрена модель генерации DM, которая включает взаимодействие электромагнитной, верхнегибридной и нижнегибридной волн. В этой модели определяющую роль играют мелкомасштабные искусственные ионосферные неоднородности (МИИН), на которых происходит трансформация электромагнитной волны в верхнегибридную плазменную и, наоборот, верхнегибридной плазменной волны в электромагнитную. Такое влияние МИИН является основой для развития методов их диагностики с помощью DM [25–27]. Важнейшим свойством компоненты DM является практически полное подавление её генерации в узкой области частот BH, когда  $f_{\rm BH}$ совпадает с гармоникой электронной циклотронной частоты в области взаимодействия мощной волны с плазмой, т.е. при  $f_{\rm BH} \approx n f_{\rm ce}$ . Это определяется свойствами дисперсионных характеристик верхнегибридных и бериштейновских плазменных колебаний [28], обуславливающих срыв генерации тепловой (резонансной) параметрической неустойчивости и, как следствие, подавление генерации МИИН. По измерениям [16] подавление DM при  $f_{\rm BH} \approx n f_{\rm ce}$  наблюдается в узкой полосе частот от нескольких килогерц при  $f_{\rm BH} \approx 4 f_{\rm ce}$  до нескольких сотен герц при  $f_{\rm BH} \approx 7 f_{\rm ce}$ . Это свойство DM служит удобным методом нахождения гармоники гирочастоты в области взаимодействия ВН с плазмой, что широко используется в наших измерениях. Отметим, что, если во время измерений изменение частоты ВН происходит с шагом 5÷10 кГц, то попасть точно в резонанс достаточно трудно. В такой ситуации, как следует из результатов [4, 15–20], совместный анализ интенсивностей и спектральных форм DM и BUM может дать дополнительную информацию о соотношении частоты ВН и гармоники гирочастоты.

ВUМ — широкополосное излучение, наблюдающееся в области положительных отстроек от частоты ВН с  $\Delta f_{\rm BUM} \approx 15 \div 150$  кГц, которое генерируется, когда частота ВН находится в дианазоне  $\delta f = f_{\rm BH} - n f_{\rm ce} \approx -20 \div + 150$  кГц. Свойства ВUМ детально исследовались в [4, 11, 15, 17–20, 29]. В [19] было установлено, что ВUМ является суперпозицией двух различных компонент: ВUМ-1 и ВUМ-2. Первая из этих компонент генерируется, когда  $|f_{\rm BH} - n f_{\rm ce}| \leq 20$  кГц и имеет

место подавление генерации МИИН и DM; она характеризуется достаточно слабой зависимостью частоты смещения спектрального максимума интенсивности излучения относительно частоты ВН  $\Delta f_{\rm BUM}$  от отстройки  $\delta f$ . До настоящего времени для этой компоненты ИРИ не предложено каких-либо теоретических моделей, объясняющих её природу. В недавно выполненных на стенде «Сура» исследованиях [23] было установлено, что генерация BUM-1 происходит только тогда, когда ВН достигает уровня плазменного резонанса, и, следовательно, ленгмюровские волны должны играть здесь определяющую роль. Компонента BUM-2 обнаруживается при  $f_{\rm BH} > n f_{\rm ce}$ . Она характеризуется линейной зависимостью смещения частоты спектрального максимума интенсивности излучения  $\Delta f_{\rm BUM}$  от отстройки  $\delta f$ ; наибольшая интенсивность излучения наблюдается при  $\delta f \approx 40$  кГц, при этом в спектре BUM-2 может проявляться структура кратных максимумов. Считается, что компонента BUM-2 образуется в области верхне-гибридного резонанса, и что механизм её генерации определяется четырёхволновым взаимодействием, в котором участвуют два кванта электромагнитной волны и по одному кванту верхнегибридной и бериштейновской волн; трансформация верхнегибридной волны в электромагнитную и даёт излучение BUM-2 [30]. Также следует заметить, что, как было показано в экспериментах с дополнительным подогревом [29], на генерацию BUM, возможно, могут оказывать влияние сверхтепловые электроны, ускоренные в областях с сильной высокочастотной плазменной турбулентностью, возбуждаемой вблизи уровня резонансного взаимодействия мощного радиоизлучения с плазмой. Заметим, что механизм генерации BUM, отличный от рассмотренного выше и связанный с циклотронной неустойчивостью сверхтепловых электронов, был предложен в [31].

Как теперь стало ясно, для корректной интерпретации наблюдаемых при двухчастотном нагреве ионосферы результатов важное значение имеет знание зависимости интенсивности DM и BUM от мощности BH. К сожалению, в ходе рассматриваемых в работе экспериментов эти зависимости не измерялись. Брать же такого рода данные из опубликованных работ не представляется возможным, поскольку, например, для BUM такие измерения носили единичный характер и выполнялись в основном только вблизи 4-й гармоники гирочастоты электронов, а зависимость интенсивности DM от мощности BH при  $f_{\rm BH} \approx n f_{\rm ce}$  вообще не исследовалась. Кроме того, в разных публикациях (см., например, [4, 11, 16, 18, 32]) можно найти достаточно большой разброс значений показателя степени  $\alpha$  при степенной аппроксимации зависимости интенсивности излучения от мощности BH:  $\alpha \approx 0 \div 2$  для DM и  $\alpha \approx 1 \div 2$  для BUM-2, что может указывать на его сильную зависимость от условий проведения измерений. Соотношение же интенсивностей BUM-1 и BUM-2 вообще можно оценить только исходя из данных единственной публикации [19], где для обеих компонент  $\alpha \approx 1$ . Однако в этой работе измерения проводились только при двух уровнях мощности ВН P<sub>эфф</sub> = 20 и 150 MBт, используя различные диаграммы направленности излучающей антенны стенда «Сура» для каждого из них. Отметим, что во время нагревной кампании в мае 1993 года, когда проводились рассматриваемые в настоящей работе эксперименты с двойной накачкой, измерения зависимости интенсивности DM и BUM от мощности BH выполнялись только 21 мая, но, что существенно, в условиях ночной ионосферы [11, 18]. При этом были получены значения  $\alpha \approx 1.4$  для обеих (DM и BUM) компонент излучения.

Как видно из рассмотренных выше свойств DM и BUM, совместное использование этих компонент излучения для диагностики искусственной ионосферной турбулентности даёт возможность достаточно полно характеризовать свойства её высокочастотной и низкочастотной составляющих, возбуждаемых при выполнении условия гирогармонического резонанса, когда  $f_{\rm BH} \approx n f_{\rm ce}$ . Помимо этих двух компонент мы в некоторых случаях будем использовать результаты измерений характеристик BC (broad continuum) — широкополосного излучения, наблюдаемого на частотах ниже частоты DM, свойства которого рассмотрены в [4, 11, 15, 20, 33], и NC (narrow continuum) узкополосной компоненты ИРИ, обнаруживающейся на малых отрицательных отстройках отно-

В. Л. Фролов, Е. Н. Сергеев, Б. Тиде, Е. А. Шорохова

сительно частоты BH [3, 34–36]. Также некоторые замечания будут сделаны относительно свойств UM (upshifted maximum) — узкополосного максимума излучения, расположенного в области положительных отстроек  $\Delta f \approx 10$  кГц практически симметрично с DM относительно частоты BH [4, 24, 37].

#### 3. АНАЛИЗ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ

Из проведённых 5-ти циклов измерений мы подробно будем рассматривать только результаты 1-го, выполненного на частотах в окрестности  $4f_{ce}$ , и 4-го, выполненного вблизи частоты  $5f_{ce}$ , поскольку они наиболее полно и всесторонне характеризуют картину наблюдаемых явлений, которая с незначительными вариациями повторяется и в остальных циклах, результаты которых представлены в работе лишь в кратком изложении.

#### 3.1. Результаты 1-го цикла измерений

В этом цикле измерений (см. табл. 1) первая ВН (будем считать её диагностической волной) излучалась на фиксированной частоте  $f_{\text{ДB}} = 5\,435$  кГц, которая на протяжении измерений была приблизительно на 25÷40 кГц выше значения 4fce в области её взаимодействия с плазмой. При этом в спектре ИРИ наблюдалась генерация широкополосной мощной BUM-компоненты, которая, следуя [19], должна быть отнесена к BUM-2. Частота второй (подогревной) волны возрастала от сеанса к сеансу от 5 400 до 5 460 к $\Gamma$ ц с шагом 5 к $\Gamma$ ц, охватывая область расстроек  $\Delta f$  от 35 до -25 кГц; это соответствовало диапазону отстроек от 4-й гармоники гирорезонанса  $\delta f_{\Pi B}$  от -5 до 60 кГц. Таким образом, во время этого цикла измерений частота подогревной волны была вначале ниже  $f_{\text{ДВ}}$  на 35 кГц и при этом немного ниже  $4f_{\text{ce}}$ , потом она прошла через гармонику гирорезонанса, сравнялась с  $f_{\text{ДB}}$ , а затем превысила частоту диагностической волны на 25 кГц. На рис. 2 на шести панелях для шести выбранных частот ПВ, наиболее полно характеризующих динамику свойств наблюдаемых явлений, показаны спектры интенсивности ИРИ во время излучения только ПВ (пунктирные линии с индексом  $I_{\Pi B}$ ), только ДВ (тонкие линии  $I_{\Delta B}$ , которые построены со сдвигом 10 дБ относительно истинных значений, чтобы избежать наложения графиков на рисунке) и в случае одновременного излучения обеих волн (жирные линии  $I_{\Sigma}$ , построенные со сдвигом 20 дБ). Отметим, что два наиболее интенсивных узких пика на спектрах принимаемого сигнала отвечают частотам мощных радиоволн, более слабые пики — это или боковые гармоники, возникающие при двухчастотной модификации ионосферы и смещённые относительно несущих и друг друга на разностную частоту волн накачки (причина их появления нами при выполнении измерений не исследовалась), или интерференционные помехи от коротковолновых радиостанций.

Для частоты  $f_{\Pi B} = 5\,400$  кГц (см. рис. 2*a*), которая с точностью до нескольких килогерц совпадала с  $4f_{ce}$ , о чём свидетельствует сильное подавление  $DM_{\Pi B}$ , спектр интенсивности компоненты  $BUM_{\Sigma}$  полностью повторяет спектр  $BUM_{AB}$ , не испытывая какого-либо влияния со стороны ПВ. В то же время здесь имеет место значительное, на 6 дБ, увеличение интенсивности компоненты  $DM_{\Sigma}$  по сравнению с интенсивностью  $DM_{AB}$ . Последнее является достаточно неожиданным результатом, поскольку при  $f_{\Pi B} \approx 4f_{ce}$ , согласно существующим представлениям о развитиии тепловой (резонансной) параметрической неустойчивости, дополнительной интенсивной генерации МИИН при включении подогревной волны происходить не должно. Из этого можно заключить, что здесь проявляется какой-то иной (не через мелкомасштабные ионосферные неоднородности) механизм влияния подогревной волны на генерацию  $DM_{AB}$ , который при этом не оказывает воздействия на генерацию  $BUM_{AB}$ .

В. Л. Фролов, Е. Н. Сергеев, Б. Тиде, Е. А. Шорохова



Рис. 2. Примеры спектров ИРИ, полученных при измерениях вблизи четвёртой гармоники гирочастоты электронов, когда частота диагностической волны (ДВ) была постоянной во время сеанса измерений ( $f_{\rm ДB} = 5\,435\,{\rm k\Gamma u}$ ), оставаясь приблизительно на  $20\div40\,{\rm k\Gamma u}$  выше значения  $4f_{\rm ce}$  в области её взаимодействия с плазмой, а частота подогревной волны (ПВ) возрастала от сеанса к сеансу от  $5\,400$  до  $5\,460\,{\rm k\Gamma u}$  с шагом 5 кГu. Спектры ИРИ при излучении только ПВ показаны пунктирными линиями (нижние кривые), только ДВ — тонкими линиями (средние кривые, которые построены со сдвигом интенсивности излучения на 10 дБ относительно истинных значений), при излучении обеих волн — жирными линиями (верхние кривые с индексом  $I_{\Sigma}$ , построенные со сдвигом 20 дБ); интенсивность излучения приведена в децибелах относительно 1 мВт (дБм)

В. Л. Фролов, Е. Н. Сергеев, Б. Тиде, Е. А. Шорохова

С ростом частоты ПВ до 5415÷5425 кГц, т.е. для расстроек  $\Delta f = 20\div10$  кГц (рис. 26 и в), в спектре генерируемого излучения появляется компонента BUM<sub>ПВ</sub>, которую следует согласно [19] отнести к BUM-1, однако положение BUM<sub>Σ</sub> при двухчастотном нагреве по-прежнему определяется компонентой BUM<sub>дВ</sub>, генерируемой волной накачки более высокой частоты. Здесь мы наблюдаем усиление интенсивности BUM<sub>Σ</sub> до 5÷7 дБ по сравнению с уровнем BUM<sub>дВ</sub> с одновременным подавление BUM от подогревной волны на 5÷10 дБ. При этом по измерениям для  $f_{\Pi B} = 5415$  кГц имеет место уменьшение интенсивности DM<sub>Σ</sub> по сравнению с DM<sub>дВ</sub> приблизительно на 3 дБ.

На рис. 2г представлены результаты измерений спектров ИРИ, когда частота подогревной волны была на 10 кГц выше  $f_{\text{ДB}}$ . Здесь хорошо видно, что положение компоненты  $\text{BUM}_{\Sigma}$  теперь уже в большей степени определяется положением  $\text{BUM}_{\Pi B}$ , хотя спектр  $\text{BUM}_{\Sigma}$  частично захватывает также и область частот генерации  $\text{BUM}_{\text{ДB}}$ . Здесь интенсивность  $\text{BUM}_{\Sigma}$  в максимуме излучения выше интенсивности  $\text{BUM}_{\Pi B}$  на 4 дБ. К сожалению, в этом сеансе нагрева из-за совпадения частот диагностической и подогревной волн с частотами DM интенсивность  $\text{DM}_{\Sigma}$  определить было нельзя.

При ещё большей расстройке частот (см. рис.  $2\partial$  для  $f_{\Pi B} = 5\,455$  кГц,  $\Delta f = -20$  кГц) положение BUM<sub> $\Sigma$ </sub> определяется в основном BUM<sub> $\Pi B$ </sub>, хотя максимум интенсивности BUM<sub> $\Sigma$ </sub> сдвинут на 12 кГц в сторону меньших частот. Полученные в этом сеансе нагрева результаты не позволяют однозначно судить, является ли слабый максимум BUM<sub> $\Sigma$ </sub> остатком максимума BUM<sub>ДB</sub> (как это имеет место для более высокой частоты ПВ, см. рис. 2e) или это усиление компоненты UM, которая наблюдается в спектре ИРИ от диагностической волны. В любом случае ослабление BUM от более низкочастотной BH (от ДВ) здесь составляет не меньше  $8\div10$  дБ. Для этой частоты ПВ наблюдается ослабление интенсивности DM<sub> $\Sigma$ </sub> относительно DM<sub> $ДB</sub> и DM<sub><math>\Pi B$ </sub> на 7 и 5 дБ соответственно.</sub></sub>

Наконец, для  $f_{\Pi B} = 5\,460$  кГц ( $\Delta f = -25$  кГц, см. рис. 2e) наиболее интенсивный максимум ВUM<sub> $\Sigma$ </sub> располагается практически посредине между максимумами компонент BUM<sub>ДB</sub> и BUM<sub> $\Pi B$ </sub>, хотя дополнительные более слабые максимумы можно также видеть и на частотах, соответствующих максимумам BUM от одиночных BH. В этом сеансе ослабление интенсивности DM<sub> $\Sigma$ </sub> относительно DM<sub>dB</sub> и DM<sub> $\Pi B$ </sub> составляет 5 и 2 dE соответственно.</sub>

Результаты рассмотренных выше измерений представлены на рис. 3. Относительное изменение интенсивности  $\text{BUM}_{\Sigma}$  по сравнению с  $\text{BUM}_{\text{ДB}}$  (для  $\Delta f > 0$ ) и с  $\text{BUM}_{\text{ПB}}$  (для  $\Delta f < 0$ ) показано на рис. 3a, относительное изменение интенсивности  $DM_{\Sigma}$  по сравнению с  $DM_{\Pi B}$  и с  $DM_{\Pi B}$  – на рис. 36. На рис. 36 показано изменение величины  $f_{\text{ДB}} - 5 f_{\text{ce}}$  во время измерений; видно, что гармоника гирочастоты электронов была достаточно стабильной, изменяясь в пределах ±5 кГц около значения 5 405 кГц. Из данных, представленных на рис. За, можно заключить, что, когда частота ПВ была немного ниже частоты ДВ ( $\Delta f \approx 5 \div 25$  кГц при  $\delta f_{\Pi B} \approx 5 \div 20$  кГц), имело место наибольшее (до 5 $\div$ 7 дБ) усиление интенсивности ВUM<sub> $\Sigma$ </sub> по отношению к BUM от одиночной (диагностической) волны накачки; усиление падало с ростом  $\Delta f$  (с уменьшением частоты ПВ) и исчезало при  $\Delta f \approx 35$  кГц, что соответствовало условию подогрева при  $f_{\Pi B} \approx 4 f_{ce}$ . Высокий уровень усиления BUM<sub> $\Sigma$ </sub> порядка 4÷5 дБ наблюдался и по отношению к BUM<sub> $\Pi B$ </sub> для  $\Delta f \approx$  $\approx -(10 \div 20)$  кГц ( $\delta f \approx 40 \div 50$  кГц), когда частота ПВ была выше  $f_{\text{ДВ}}$ . Ясно, что такое поведение интенсивности  $BUM_{\Sigma}$  по сравнению с  $BUM_{AB}$  и с  $BUM_{\Pi B}$ , когда от более высокочастотной BH наблюдается усиление  $BUM_{\Sigma}$  до 5÷7 дБ, а от более низкочастотной — ослабление более чем на 10÷15 дБ, не может быть объяснено в рамках изменения суммарной мощности нагрева ионосферы и, без сомнения, является следствием нелинейного взаимодействия двух мощных радиоволн в магнитоактивной плазме.

К сожалению, как указывалось выше, из-за высокого уровня комбинационных и интерфе-

2005



ренционных помех лишь небольшое число измерений этого цикла может быть использовано для анализа поведения DM. По ним можно заключить (см. рис. 36), что усиление DM<sub>ДB</sub> наблюдалось только в узкой области расстроек  $\Delta f \approx 30 \div 35$  кГц, т.е. когда частота ПВ была близка к  $4f_{ce}$ . В остальных случаях имело место ослабление интенсивности DM как от ДВ, так и от ПВ, причём ослабление всегда было меньше для DM от более высокочастотной волны накачки. Большее ослабление DM в спектре ИРИ для более низкой частоты ВН при двухчастотном воздействии, как и ослабление BUM от более низкочастотной BH, подтверждается и в других измерениях, являясь характерным свойством изучаемого явления. В то же время, как следует из природы аномального ослабления радиоволн в возмущённой области ионосферы и измерений его величины [38], при  $f \approx f_{\rm BH}$  большее поглощение испытывают пробные волны более высокой частоты вследствие их более глубокого приникновения в возмущённую область с развитыми мелкомасштабными неоднородностями и поэтому более эффективной их трансформацией в плазменные колебания. Таким образом, результаты измерений опять ставят вопрос о существовании других причин ослабления DM и BUM при двухчастотном нагреве ионосферной плазмы, кроме учёта влияния аномального ослабления (МИИН) на интенсивность выходящего из возмущённой области ионосферы излучения. Заметим, что ослабление компоненты DM сопровождалось более сильным уменьшением интенсивности её низкочастотного края; при этом имело место обужение

В. Л. Фролов, Е. Н. Сергеев, Б. Тиде, Е. А. Шорохова

спектра DM и эффективное приближение частоты его максимума к частоте BH. Такое поведение спектра DM полностью соответствует изменению его формы в экспериментах с одиночной волной накачки при приближении её частоты к гармонике гирорезонанса [16], что объясняется уменьшением эффективности генерации DM-компоненты.

Суммируя полученные в этом сеансе результаты, можно сделать следующие выводы:

1) если наблюдается генерация BUM для каждой из двух одиночных волн накачки, то положение BUM<sub>Σ</sub> в спектре ИРИ при не слишком больших расстройках частот мощных радиоволн (здесь  $\Delta f \leq 20 \text{ к}\Gamma \text{ц}$ ) определяется положением BUM от более высокочастотной BH с подавлением BUM от более низкочастотной мощной волны. При этом, когда  $f_{\Pi B} \approx f_{\mathcal{A}B} (|\Delta f| \leq 5 \div 10 \text{ к}\Gamma \text{ц})$ , полоса частот BUM<sub>Σ</sub> включает в себя оба одиночных BUM, а при достаточно больших  $\Delta f$  (здесь больше  $20 \div 30 \text{ к}\Gamma \text{ц}$ ) максимум интенсивности BUM<sub>Σ</sub> может определяться положением BUM от более высокочастотной BH или располагаться между максимумами излучения BUM для одиночных BH;

2) в случае, когда частота подогревной волны была близка к  $4f_{ce}$ , изменений в форме и интенсивности BUM либо совсем не наблюдалось, что может быть следствием точного совпадения  $f_{\Pi B}$  с гармоникой гирочастоты электронов, либо имело место небольшое усиление интенсивности BUM, когда частота BH, возможно, не совсем точно была равна  $4f_{ce}$ . Это может свидетельствовать о том, что возбуждение верхнегибридных плазменных колебаний и МИИН может играть определённую роль в процессах, приводящих к усилению излучения в области BUM;

3) в условиях, когда частоты обеих волн накачки превышали  $4f_{ce}$ , наибольшее увеличение интенсивности  $BUM_{\Sigma}$  (до 5÷7 дБ) по отношению к BUM от более высокочастотной BH наблюдалось при небольших ( $|\Delta f| \le 20 \div 25 \text{ к}\Gamma \eta$ ) расстройках частот мощных радиоволн. С увеличением отстройки от гармоники гирорезонанса усиление  $BUM_{\Sigma}$  уменьшалось;

4) за исключением случая  $f_{\Pi B} \approx 4 f_{ce}$ , когда наблюдалось значительное (порядка 6 дБ) усиление интенсивности  $DM_{\Sigma}$  по отношению к интенсивности DM от более высокочастотной BH, интенсивность DM при излучении двух мощных радиоволн была всегда меньше интенсивностей DM от одиночных волн накачки, причём ослабление максимума DM от более низкочастотной BH всегда было на 2÷3 дБ больше, чем для DM от более высокочастотной BH. Этот экспериментальный факт по уже ранее отмеченным причинам также не может быть интерпретирован только в рамках учёта влияния МИИН, возбуждаемых при двухчастотном воздействии на плазму *F*-области ионосферы, на свойства генерируемой при этом ионосферной турбулентности.

#### 3.2. Краткий обзор результатов других циклов измерений в окрестности $4f_{\rm ce}$

В сеансе 2-1 (см. табл. 1) диагностическая волна излучалась на частоте 5 420 кГц при  $4f_{ce} \approx 5400$  кГц, частота подогревной волны изменялась с шагом 5 кГц в диапазоне от 5415 до 5385 кГц, т.е. уходила вниз от  $f_{\text{дB}}$  через область гирогармонического резонанса. Здесь, как и для сеанса 1, положение ВUM<sub>Σ</sub> определялось ВUM от более высокочастотной волны накачки с подавлением ВUM от более низкочастотной волны. При  $f_{\text{дB}} - f_{\Pi\text{B}} \approx 5$  кГц компонента ВUM<sub>Σ</sub> захватывала области BUM от одиночных волн накачки, когда её низкочастотный край определялся областью среза (cut-off) для BUM от BH более низкой частоты, а частота максимума интенсивности определялась BUM от BH более высокой частоты; здесь же имело место наибольшее усиление интенсивности BUM<sub>Σ</sub> (до 5÷6 дБ) по сравнению с BUM от одиночных волн накачки. При  $|f_{\Pi\text{B}} - 4f_{ce}| \leq 5$  кГц влияние подогревной волны на характеристики BUM не обнаруживалось.

В сеансе 2-2 диагностическая волна излучалась на частоте 5420 кГц при  $4f_{ce} \approx 5380$  кГц, частота подогревной волны изменялась с шагом 5 кГц в диапазоне от 5380 до 5355 кГц, т.е. ухо-

дила вниз от гирогармонического резонанса. Здесь и при  $f_{\Pi B} \approx 4f_{ce}$  наблюдалось усиление BUM<sub>Σ</sub> и DM<sub>Σ</sub> приблизительно на 3 дБ по сравнению с одиночной диагностической волной при подавлении BUM от более низкочастотной подогревной волны более чем на 12 дБ. При смещении частоты  $f_{\Pi B}$  вниз от резонанса усиление BUM<sub>Σ</sub> относительно BUM от одиночной ДВ постепенно уменьшалось по величине и сменялось ослаблением при  $f_{\Pi B} \leq 5\,370$  кГц (для  $\Delta f \geq 50$  кГц и  $\delta f \leq -10$  кГц). В то же время с уменьшением частоты  $f_{\Pi B}$  (с увеличением  $\Delta f$ ) наблюдался рост усиления DM<sub>Σ</sub> относительно DM<sub>ДB</sub> от 3 до 6 дБ с одновременным ослаблением интенсивности DM<sub>ПВ</sub> приблизительно на 4 дБ. Такая противоположная динамика интенсивности компонент DM<sub>ПВ</sub> и DM<sub>ДB</sub>, несмотря на близость частот мощных радиоволн, является характерным их поведением при двухчастотном гирогармоническом нагреве ионосферной плазмы и, как отмечалось выше, не может быть объяснена только влиянием MИИН (см. также ниже выводы из анализа данных сеанса 3-1).

В сеансе 3-1 подогревная волна излучалась на фиксированной частоте 5 400 кГц при  $4f_{ce} \approx 5390 \div 5395$  кГц (т. е.  $f_{\Pi B}$  была немного, на 5÷10 кГц, выше гирогармоники); частота диагностической волны изменялась с шагом 5 кГц в диапазоне от 5405 до 5470 кГц, т. е. уходила вверх от  $f_{\Pi B}$  ( $\Delta f = 5 \div 70$  кГц) и от гармоники гирорезонанса. Как и в предыдущих случаях, положение ВUM<sub>Σ</sub> определялось BUM от BH более высокой частоты (здесь — диагностической волны). Максимальное усиление BUM<sub>Σ</sub> составляло 4÷5 дБ и наблюдалось при  $f_{\text{ДB}} = 5440 \div 5460$  кГц (для  $\Delta f = 40 \div 60$  кГц), т. е. когда заведомо имела место генерация компоненты BUM-2 от ДВ. При этом на фоне шумов радиоэфира компонента BUM<sub>ДB</sub> могла уже и не обнаруживаться в спектре излучения от одиночной BH. Подавление BUM<sub>ΠB</sub> при  $\Delta f \leq 60$  кГц ещё превышало 10 дБ. При бо́льших расстройках  $\Delta f$  при двойной накачке компонента BUM<sub>ΠB</sub> уже обнаруживалась в спектре ИРИ с ослаблением порядка 7 дБ, величина которого при дальнейшем росте  $\Delta f$  уменьшалась. В области  $\Delta f \geq 40$  кГц не наблюдается каких-либо изменений DM<sub>Σ</sub> по сравнению с DM<sub>дB</sub>, в то же время здесь с ростом  $\Delta f$  происходит некоторое увеличение ослабления DM<sub>ΠB</sub> приблизительно от 1 до 3 дБ.

В сеансе 3-2 диагностическая волна излучалась на частоте 5400 кГц при  $4f_{\rm ce} \approx 5395$  кГц, частота подогревной волны изменялась с шагом 5 кГц в диапазоне 5465÷5500 кГц, т.е. здесь проводились измерения при больши́х отрицательных расстройках  $\Delta f$ . Эти эксперименты показали, что в случае включения подогревной волны при  $\Delta f \ge -(90 \div 100)$  кГц исчезает наблюдаемое при меньших значениях  $\Delta f$  подавление компонент  $\mathrm{DM}_{\mathrm{AB}}$  и  $\mathrm{BUM}_{\mathrm{AB}}$  (последнюю здесь следует отнести к BUM-1). В этой области расстроек интенсивность DM<sub>ПВ</sub> также остаётся практически неизменной. Отсюда можно заключить, что область сильного взаимодействия двух мощных радиоволн О-поляризации в магнитоактивной плазме при  $f_{\text{ДВ},\Pi\text{B}} \approx 4 f_{\text{ce}}$  ограничивается интервалом их расстроек  $\Delta f \leq 80$  кГц (этот вывод подтверждается также результатами измерений вблизи  $5f_{\rm ce}$ , подробно рассматриваемых ниже в разделе 3.3). Размер этой области по высоте оказывается заведомо меньше, чем область, занятая МИИН. Последнее ещё раз убедительно демонстрирует, что наблюдаемые при двухчастотном нагреве ионосферной плазмы эффекты имеют специфические особенности, отражающие характер нелинейного взаимодействия двух мощных электромагнитных волн в магнитоактивной плазме, и, как уже неоднократно указывалось, не могут целиком определяться влиянием МИИН на свойства развивающейся при этом ионосферной турбулентности.

#### 3.3. Результаты 4-го цикла измерений в окрестности $5f_{ m ce}$

В этом цикле измерений диагностическая волна излучалась на частоте 6 695 кГц, а частота подогревной волны изменялась в диапазоне от 6 595 до 6 845 кГц с шагом 10÷15 кГц вдали от гармоники гирорезонанса и с шагом 2÷5 кГц при  $f_{\Pi B} \approx 5 f_{ce}$ . Во время этого достаточно

В. Л. Фролов, Е. Н. Сергеев, Б. Тиде, Е. А. Шорохова





Рис. 4. Примеры спектров ИРИ, полученных при измерениях вблизи пятой гармоники гирочастоты электронов, когда частота подогревной волны была ниже частоты диагностической волны ( $f_{\Pi B} < f_{{\rm d} {\rm B}} = 6\,695$  кГп). Спектр ИРИ от подогревной волны на рис. 4*a* не приводится. Здесь, а также на рис. 5 и 6 спектры построены с использованием тех же обозначений, что и на рис. 2

длительного цикла измерений значение  $5f_{ce}$  несколько изменялось (см. рис. 7*e*) и составляло порядка 6675 кГц ( $\delta f_{\text{ДB}} \approx 20$  кГц), когда частота ПВ была меньше  $5f_{ce}$ , порядка 6665 кГц ( $\delta f_{\text{ДB}} \approx 30$  кГц), когда  $f_{\text{ПB}} \approx 5f_{ce}$ , и 6685÷6690 кГц ( $\delta f_{\text{ДB}} \approx 5\div10$  кГц), когда  $f_{\text{ПB}} > 5f_{ce}$ . Таким образом, в этом цикле измерений ПВ излучалась в области расстроек  $\Delta f$  от -160 кГц до 100 кГц; при этом частота ДВ оставалась немного выше  $5f_{ce}$ , а частота ПВ проходила через гармонику гирорезонанса. Для более детального рассмотрения результатов выполненных в этом цикле измерений на рис. 4, 5 и 6 приведены спектры ИРИ отдельно для случаев  $f_{\text{ПB}} < f_{\text{ДB}}$ ,  $f_{\text{ПB}} \approx f_{\text{ДB}}$  и  $f_{\text{ПB}} > f_{\text{ДB}}$ .

а) Случай  $f_{\Pi B} < f_{\mathcal{A}B}$  (рис. 4). При  $\Delta f = 100$  кГц (см. рис. 4*a*) влияние подогревной волны на свойства ИРИ от диагностической волны не обнаруживается. С ростом частоты ПВ (с уменьшением  $\Delta f$  от 100 до 45 кГц) и, соответственно, с её приближением к  $5f_{ce}$  (см. рис. 4*a*–*b*) наблюдается увеличение ослабления ВUM<sub>Σ</sub> и некоторое сужение его спектра по сравнению с ВUM от одиноч-





Рис. 5. Примеры спектров ИРИ, полученных в измерениях вблизи пятой гармоники гирочастоты электронов, когда частота подогревной волны была близка к частоте диагностической волны  $(f_{\Pi B} \approx f_{\rm ZB} = 6\,695~{\rm k}\Gamma{\rm q})$ 

ной ДВ. В этой же области частот с ростом  $f_{\Pi B}$  наблюдается увеличение ослабления компоненты  $DM_{\Sigma}$  по сравнению с  $DM_{\Pi B}$  приблизительно с 1 до 5 дБ при практически постоянном ослаблении относительно  $DM_{\Pi B}$  (порядка 4÷5 дБ). При частотах  $f_{\Pi B} = 6\,665$  и 6675 кГц, которые достаточно близки к частоте  $5f_{ce}$  (см. рис. 4e и d), форма спектра  $BUM_{\Sigma}$  резко отличается от  $BUM_{\rm AB}$ : вместо наблюдаемого от одиночной BH широкополосного BUM с экспоненциальным спадом интенсивности излучения  $BUM_{\Sigma}$  представляет собой узкий максимум на частоте  $\Delta f_{BUM} \approx$  $\approx 17$  кГц, интенсивность которого на 3÷5 дБ меньше максимальной интенсивности  $BUM_{\Delta B}$  (к сожалению, наличие мощных комбинационных пиков в спектре ИРИ в области  $BUM_{\Sigma}$ , смещённых на разностную частоту относительно  $f_{\Delta B}$ , не даёт возможности проследить в деталях изменение формы спектра BUM, который, по некоторым признакам, может содержать также и второй максимум на частоте  $\Delta f_{BUM} \approx 25$  кГц). Для этих частот подогревной волны интенсивность  $DM_{\Sigma}$  в области  $DM_{\Lambda B}$  остаётся при двойной накачке практически неизменной, в то время как ослабление излучения в области  $DM_{\Pi B}$  сохраняется, как и раньше, на уровне 5÷6 дБ.





Рис. 6. Примеры спектров ИРИ, полученных в измерениях вблизи пятой гармоники гирочастоты электронов, когда частота подогревной волны была выше частоты диагностической волны ( $f_{\Pi B} > f_{\Pi B} = 6.695 \text{ к}\Gamma \text{ц}$ ). Спектр ИРИ от подогревной волны на рис. 6г,  $\partial$  не приводится

6) Случай  $f_{\Pi B} \approx f_{AB}$  (рис. 5). На рис. 5a (см. также рис. 4d) видно, что, как и для измерений в окрестности  $4f_{ce}$ , положение BUM<sub> $\Sigma$ </sub> определяется BUM от более высокочастотной BH (здесь — BUM<sub>AB</sub>) с подавлением BUM от более низкочастотной BH на 5÷10 дБ. Измерения, представленные на рис. 5d, были получены, когда разность частот  $f_{AB}$  и  $f_{\Pi B}$  составляла всего 2 кГц. В этом случае BUM<sub> $\Sigma$ </sub> включает в себя и BUM<sub>AB</sub>, и BUM<sub> $\Pi B$ </sub>. Однако ситуация кардинально изменяется, когда разность частот увеличивается до 4 кГц (см. рис. 5e, а также рис. 5e и d): теперь чётко видно, что начиная с этого момента положение BUM<sub> $\Sigma$ </sub> определяется уже компонентой BUM<sub> $\Pi B$ </sub>, т. е. происходит «перехват» генерации BUM более высокочастотной BH. <sup>1</sup> Заметим,

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Во время эксперимента в последнем цикле измерений (см. рис. 5*д*) произошёл небольшой сбой программы, и одиночная волна накачки вместо частоты 6715 кГц вначале излучалась на частоте 6713 кГц. Однако здесь этот сбой не повлиял на результаты измерений.





Рис. 7. Результаты обработки представленных на рис. 4–6 данных: относительное изменение интенсивности ВUM<sub>Σ</sub> по сравнению с ВUM<sub>ДВ</sub> (для  $\Delta f > 0$ ) и с ВUM<sub>ПВ</sub> (для  $\Delta f < 0$ ) (*a*) и относительное изменение интенсивности DM<sub>Σ</sub> по сравнению с DM<sub>ДВ</sub> и с DM<sub>ПВ</sub> ( $\delta$ ), а также вариации величины  $\delta f_{\text{ДВ}} = f_{\text{ДВ}} - 5f_{\text{се}}$  во время представленного на рис. 4–6 цикла измерений ( $\epsilon$ )

что для  $\Delta f \approx -30 \div 0$  кГц имеет место лишь небольшое, порядка 2 дБ, усиление BUM<sub>Σ</sub> по сравнению с BUM<sub>ПВ</sub>. В области  $|\Delta f| \leq 20$  кГц для тех частот BH, для которых удалось определить интенсивность DM, наблюдаются сильные вариации (от 4 до -11 дБ) относительной интенсивности DM<sub>Σ</sub>/DM<sub>ДВ</sub> для частот, отвечающих DM<sub>ДВ</sub>, и в несколько меньшем интервале, от 0 до -7 дБ, вариации DM<sub>Σ</sub>/DM<sub>ПВ</sub> для частот, соответствующих DM<sub>ПВ</sub>. Это показывает, насколько сильно могут изменяться условия взаимодействия двух волн даже при небольшом (на несколько килогерц) изменении расстройки их частот. Последнее может служить косвенным доказательством того, что не увеличение вдвое мощности нагрева ионосферной плазмы при двухчастотной накачке является причиной наблюдаемых явлений.

в) Случай  $f_{\Pi B} > f_{AB}$  (рис. 6). На рис. 6a-e хорошо видно, что с ростом  $f_{\Pi B}$  спектр компоненты ВUM<sub>Σ</sub> практически полностью повторяет BUM<sub>ΠB</sub> при сильном (более  $10 \div 18$  дБ) подавлении интенсивности излучения в области BUM<sub>AB</sub>. Только для  $f_{\Pi B} \ge 6795$  кГц (т. е. начиная с  $\Delta f = -100$  кГц) начинает обнаруживаться излучение в области BUM<sub>AB</sub> с ослаблением порядка 9 дБ, которое при  $\Delta f = -150$  кГц уменьшается до 6 дБ. В этом диапазоне частот подогревной волны интенсивность DM<sub>ПB</sub> при двойной накачке остаётся практически неизменной при значительном ослаблении интенсивности DM<sub>AB</sub> (от более низкочастотной BH), составляющем 5÷10 дБ, которое уменьшается с ростом частоты ПВ.

На рис. 7 показаны относительные изменения интенсивности  $\text{BUM}_{\Sigma}$  по сравнению с  $\text{BUM}_{\text{ДB}}$ (для  $\Delta f > 0$ ) и с  $\text{BUM}_{\Pi\text{B}}$  (для  $\Delta f < 0$ ) (рис. 7*a*) и относительные изменения интенсивности  $\text{DM}_{\Sigma}$ 

В. Л. Фролов, Е. Н. Сергеев, Б. Тиде, Е. А. Шорохова

по сравнению с  $DM_{AB}$  и с  $DM_{\Pi B}$  (рис. 76) для рассмотренных выше измерений. На рис. 76 показано изменение величины  $\delta f_{AB} = f_{AB} - 5f_{ce}$  во время этого цикла измерений. Из данных, представленных на рис. 7*a*, видно, что:

1) когда частота подогревной волны ниже частоты диагностической волны ( $\Delta f > 0$ ) и ниже  $5f_{ce}$ , имеет место ослабление интенсивности  $BUM_{\Sigma}$  по отношению к  $BUM_{AB}$  от одиночной волны накачки (AB) с максимумом ослабления порядка 9 дБ при  $\Delta f \approx 50$  кГц;

2) при небольших отрицательных отстройках  $\Delta f = f_{\text{ДB}} - f_{\text{ПB}} \approx -(10 \div 40)$  кГц, когда обе частоты мощных радиоволн выше гирогармоники, обнаруживается небольшое (порядка  $2 \div 3$  дБ) усиление BUM<sub>Σ</sub> по отношению к BUM<sub>ПВ</sub>;

3) при  $\Delta f > 50$  кГц изменение интенсивности  $\text{BUM}_{\Sigma}$  по отношению к  $\text{BUM}_{\Pi B}$  не происходит, но с ростом  $\Delta f$  имеет место постепенное уменьшение ослабления  $\text{BUM}_{\Pi B}$ .

Более сложная зависимость от  $\Delta f$  наблюдается для DM. Здесь в области  $|\Delta f| \leq 20$  кГц имеют место сильные вариации интенсивности  $I_{\text{DM}_{\Sigma}}$  относительно DM от обеих одиночных волн накачки. В области  $\Delta f > 0$  усиление в области DM<sub>дB</sub> практически совпадает с областью наибольшего ослабления для DM<sub>ПB</sub> при  $\Delta f \approx 20$  кГц, а в области  $\Delta f < -30$  кГц интенсивность DM<sub>ПB</sub> остаётся без изменений, в то время как ослабление в области DM<sub>дB</sub> составляет 5÷10 дБ, уменьшаясь с ростом величины расстройки. Как уже отмечалось выше, при использовании схемы двухчастотного нагрева ионосферной плазмы всегда наблюдается более высокое ослабление DM от более низкочастотной волны накачки, что нельзя объяснить в рамках влияния МИИН на ослабление выходящего из возмущённой области ионосферы излучения, когда, наоборот, более высокочастотные волны испытывают большее поглощение за счёт более длинного пути их распространения в области резонансного рассеяния [38].

На рис. 76 представлены также результаты измерения относительной интенсивности компоненты UM (upshifted maximum) —  $I_{\rm UM_{\Sigma}}/I_{\rm UM_{AB}}$ , показывающие её достаточно хорошую корреляцию с поведением  $I_{\rm DM_{\Sigma}}/I_{\rm DM_{AB}}$  в области  $\Delta f > 0$  со сдвигом по частоте на 10÷20 кГц в сторону меньших  $\Delta f$  (так же, как это отмечалось в [37] относительно несовпадения минимумов интенсивности DM и UM при прохождении через гирогармонику) и прямо противоположное поведение в области  $\Delta f < 0$ , где ослабление UM при двойной накачке растёт с ростом величины отрицательной расстройки  $\Delta f$  на фоне уменьшения ослабления компоненты DM<sub>AB</sub>. Эти данные являются дополнительным свидетельством того, что, несмотря на определённую схожесть характеристик компонент DM и UM (узкие максимумы, расположенные приблизительно симметрично относительно частоты BH, близкие времена развития), имеются также определённые различия в механизмах генерации DM и UM, как это уже ранее отмечалось в [4, 24, 39].

#### 3.4. Результаты измерений в окрестности $6f_{ce}$

Эти результаты относятся к пятому циклу измерений. В его первой части (цикл 5-1)  $f_{\text{ДB}} = 7810 \text{ к}\Gamma$ ц, а частота подогревной волны изменялась в диапазоне  $7800 \div 7770 \text{ к}\Gamma$ ц. Особенностью этих измерений являлось постепенное увеличение значения  $6f_{ce}$  от  $7800 \text{ до} 7840 \text{ к}\Gamma$ ц во время их проведения, поэтому, за исключением первого сеанса, частоты  $f_{\text{ДB}}$  и  $f_{\Pi B}$  были заметно ниже, чем  $6f_{ce}$ . При этом интенсивность и форма спектров DM и BC, относящихся к излучению от подогревной волны, не показывали каких-либо заметных изменений при переходе от одночастотного нагрева к двухчастотному, в то время как интенсивность DM от ДВ (от более высокочастотной BH) испытала ослабление до 5 дБ. В первом сеансе измерений, когда  $f_{\text{ДB}}$  была порядка  $6f_{ce}$ , наблюдалось сильное (порядка 8 дБ) ослабление интенсивности BUM<sub>Σ</sub> по отношению к BUM от одиночной диагностической волны.

Во второй части измерений (цикл 5-2)  $f_{\rm ДB}=7\,760$  кГц, а  $f_{\rm \Pi B}$  изменялась в диапазоне от

7770 до 7690 кГц при  $6f_{ce} \approx 7850$  кГц, т.е. обе частоты ВН находились более чем на 80 кГц ниже гармоники гирорезонанса. В таких условиях при двухчастотном воздействии наблюдалось приблизительно одинаковое ослабление интенсивностей компонент DM от обеих волн на  $2\div4$  дБ по сравнению с излучением одночастотных ВН. Здесь в спектре ИРИ также наблюдалось увеличиние глубины провалов между DM и частотой волны накачки, что может свидетельствовать об уменьшении интенсивности NC при двухчастотном нагреве ионосферы.

В третьей части измерений (цикл 5-3) частота диагностической волны изменялась в диапазоне от 7910 до 7980 кГц; частота  $f_{\Pi B} = 7900$  кГц была порядка или несколько ниже гирогармоники  $6f_{ce} \approx 7890 \div 7935$  кГц, частота которой непрерывно увеличивалась во время проведения измерений, так что на протяжении всего цикла измерений отстройка частоты ДВ относительно гирогармоники  $\delta f_{{\rm ДB}}$  изменялась слабо, оставаясь в пределах  $20 \div 45$  кГц. В этих измерениях форма спектра ВUM<sub>Σ</sub> полностью соответствовала ВUM<sub>ДВ</sub> с небольшим (порядка 1÷3 дБ) ослаблением. Необходимо также отметить, что, когда частота  $f_{\Pi B}$  была на 35 кГц ниже  $6f_{ce}$  и в спектре ИРИ наблюдалась генерация сильного широкополосного ВС [4, 11, 15], никаких особенностей в характеристиках ВUM<sub>Σ</sub> не обнаруживалось. Было также показано, что даже при  $f_{\Pi B} \approx 6f_{ce}$  для  $\Delta f = 20$  кГц имело место наибольшее в этих измерениях ослабление DM<sub>ДB</sub> (порядка 7 дБ), которое уменьшалось до 3÷4 дБ при увеличении расстройки  $\Delta f$  до 30 кГц, и уже не наблюдалось каких-либо изменений интенсивности DM<sub>дB</sub> при  $\Delta f \geq 60$  кГц. В то же время на фоне уменьшения ослабления DM<sub>дB</sub> с ростом  $\Delta f$  при двойной накачке имело место увеличение ослабления DM<sub>ΠB</sub> (DM от более низкочастотной волны накачки) от приблизительно 2 дБ для  $\Delta f = 10\div 30$  кГц до  $4\div 5$  дБ для  $\Delta f = 50\div 70$  кГц.

Из этих результатов, а также из рассмотренных выше экспериментальных данных, касающихся зависимости свойств наблюдаемых эффектов от близости частот мощных радиоволн к гармонике гирочастоты электронов  $nf_{ce}$ , ясно, что такое различное поведение интенсивности  $DM_{\Sigma}$  относительно  $DM_{\rm ДB}$  и  $DM_{\rm \Pi B}$  при достаточно близких частотах мощных радиоволн не может быть объяснено только влиянием на их генерацию изменяющейся спектральной интенсивности МИИН и должно рассматриваться как результат проявления свойств нелинейного взаимодействия двух мощных радиоволн при генерации ионосферной турбулентности в F-области ионосферы.

## 4. ОБОБЩЁННЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ НАБЛЮДАЕМЫХ ЯВЛЕНИЙ

Основываясь на рассмотренных в предыдущем разделе результатах экспериментальных исследований, можно выделить некоторые общие закономерности и различия в характере явлений, наблюдаемых при двухчастотном нагреве плазмы *F*-области ионосферы в окрестности различных гармоник гирочастоты электронов.

1. При нагреве ионосферы двумя мощными радиоволнами, частоты которых превышают гармонику гирочастоты, положение  ${\rm BUM}_{\Sigma}$  определяется положением BUM от более высокочастотной волны накачки с одновременным сильным подавлением генерации BUM от более низкочастотной волны. Такой «перехват» генерации BUM более высокочастотной волной накачки может наблюдаться уже при разности частот волн накачки  $\Delta f$ , равной нескольким килогерцам. Подавление BUM от более низкочастотной BH заведомо превышает 10 дБ при  $\Delta f \approx -50$  кГц, уменьшаясь приблизительно до 9 дБ при  $\Delta f \approx -100$  кГц и до 6 дБ при  $\Delta f \approx -150$  кГц. Заметим, что полоса частот, где наблюдается такое подавление генерации BUM, сравнима с шириной области генерации плазменных колебаний при взаимодействии мощной радиоволны с плазмой  $f_{\rm BH} - f_{\rm Brp} \approx 150 \div 200$  кГц при работе около 4-й и 5-й гармоник гирочастоты электронов ( $f_{\rm Brp} = \sqrt{f_{\rm BH}^2 - f_{\rm ce}^2}$  — верхнегибридная частота).

2. Для определения существа наблюдаемых явлений принципиальное значение имеют результаты измерений в случае, когда частота ПВ практически совпадала с гармоникой гирочастоты электронов  $nf_{ce}$ . Как указывалось выше, в разделе 2, при гирогармоническом нагреве имеет место подавление генерации тепловой (резонансной) параметрической неустойчивости в достаточно узкой области частот воли накачки  $(1 \div 5 \kappa \Gamma \mu \, \text{для} \, n = 4 \div 6)$  и, как следствие этого, подавление генерации мелкомасштабных ионосферных неоднородностей и таких компонент ИРИ, как DM и ВС. Поскольку в рассмотренных в работе измерениях шаг перестройки частоты, как правило, составлял 5÷10 кГц, точно попасть в резонанс было практически невозможно. Поэтому следует иметь в виду, что представленные в работе результаты более относятся к случаю, когда  $|\delta f| < \delta f$  $\leq 5$  кГц, чем когда выполняется точное равенство  $\delta f=0$ . Результаты выполненных исследований показали, что характер влияния подогрева при  $f_{\Pi B} \approx n f_{ce}$  сильно зависел от номера гирогармоники *n*: при *n* = 4 — отсутствие влияния на BUM или небольшое его усиление вместе с усилением DM, при n = 5 — небольшое (порядка 3 дБ) ослабление максимальной интенсивности BUM при резком сужении его спектра до узкополосного максимума при отсутствии изменения интенсивности в области DM, при n = 6 — сильное (порядка 7 дБ) уменьшение интенсивности BUM (характеристики DM из-за высокого уровня помех здесь не были определены). Как отмечалось ранее, особенности такого гирогармонического воздействия при двухчастотной накачке не могут быть связаны с увеличением вдвое мощности нагрева ионосферной плазмы и вызванным этим изменением интенсивности МИИН, и нужно искать иные причины, определяющие свойства возбуждаемой ионосферной турбулентности.

3. Усиление BUM от более высокочастотной BH, достигающее 5÷7 дБ, имело место в экспериментах с частотой волн накачки вблизи  $4f_{ce}$ , когда частоты обеих BH были выше гирогармоники, а величина расстройки их частот  $|\Delta f|$  не превышала  $20\div30$  кГц. Отметим, что при  $f_{BH} \approx 5f_{ce}$  усиление BUM составляло только около  $2\div3$  дБ; полученные же результаты измерений вблизи  $6f_{ce}$  явно недостаточны, чтобы делать здесь какие-либо определённые выводы. В том случае, когда частота подогревной волны была ниже  $nf_{ce}$  или значительно превышала частоту диагностической волны ( $\Delta f \leq -50$  кГц), имело место ослабление BUM<sub>дВ</sub> при использовании режима двухчастотной накачки, которое достигало 10 дБ. Важно отметить, что полоса расстроек частот взаимодействующих волн, где наблюдается усиление BUM от более высокочастотной BH, оказывается в несколько раз уже полосы частот, где наблюдается ослабление BUM от более низкочастотной волны.

4. Усиление интенсивности DM от диагностической волны до 3÷6 дБ имело место и в том случае, когда частота подогревной волны была близка к гармонике гирорезонанса, и, согласно существующим представлениям о взаимодействии мощной радиоволны с магнитоактивной плазмой, её действие не могло приводить к значительному усилению мелкомасштабных ионосферных неоднородностей, которые оказывают определяющее влияние на генерацию DM. К сожалению, при малых расстройках  $\Delta f \leq 10 \div 20$  кГц взаимные интерференционные помехи от мощных радиоволн не позволяют исследовать характер воздействия двухчастотной накачки на характеристики излучения в области DM. Для бо́льших расстроек можно утверждать, что по измерениям вблизи  $4f_{ce}$  (см. рис. 3) ослабление излучения в области DM от более низкочастотной BH всегда было на 2÷3 дБ больше, чем для DM от более высокочастотной BH, для которой оно составляло 2÷5 дБ. Более сложная картина наблюдалась в экспериментах вблизи 5 f<sub>ce</sub> (см. рис. 7). Здесь для  $\Delta f \approx 40 \div 60$  кГц компонента DM от диагностической волны показывает максимум ослабления порядка 5 $\div$ 7 дБ, когда частота подогревной волны была на 20 $\div$ 40 кГц ниже 5 $f_{ce}$  и находилась в области частот, где наблюдается усиление генерации ВС. Для  $\Delta f \approx -20 \div + 10$  кГц, когда частоты диагностической и подогревной волн были близки и лежали выше  $5f_{\rm ce}$ , имели место сильные вариации интенсивности излучения в обеих областях DM от 4 до -10 дБ. Наконец, при

В. Л. Фролов, Е. Н. Сергеев, Б. Тиде, Е. А. Шорохова
$\Delta f < -20$  кГц не наблюдалось изменения интенсивности DM для более высокочастотной BH, в то время как для низкочастотной BH ослабление составляло 5÷10 дБ, уменьшаясь с удалением частот волн накачки друг от друга. Ясно, что такое различие поведения компонент DM от диагностической и подогревной волн при достаточно малых величинах расстройки их частот, как и усиление DM<sub>дВ</sub> при подогреве с  $f_{\Pi B} \approx n f_{ce}$ , не может быть объяснено влиянием на интенсивность DM только изменения характеристик МИИН при увеличенной вдвое мощности двухчастотного нагрева плазмы, и нужно искать иные причины, определяющие природу наблюдаемых эффектов. Здесь необходимо иметь в виду, что при дополнительном нагреве *F*-области ионосферы волнами X-поляризации также наблюдались особенности генерации ИИТ и ИРИ, которые не связаны с изменениями интенсивности МИИН [40].

5. Рассматриваемые в настоящей работе экспериментальные данные были получены в условиях, когда частоты диагностической и подогревной волн были достаточно близки к гармоникам гирочастоты электронов  $nf_{ce}$ , где генерация ИИТ обладает рядом специфических свойств. Однако тенденция изменения наблюдаемых здесь эффектов при увеличении отстройки от гармоники гирорезонанса позволяет с достаточной степенью уверенности полагать, что при двухчастотном нагреве ионосферы вдали от  $nf_{ce}$ , при  $|\delta f| \ge 200$  кГц, наблюдаемые изменения ИРИ (например, интенсивности DM) будут в основном определяться изменением характеристик мелкомасштабных ионосферных неоднородностей (их спектром и интенсивностью, как в экспериментах [12, 13, 41]). Поэтому особенности рассматриваемых в настоящей работе эффектов должны быть непосредственно связаны с проявлением гирогармонических свойств взаимодействия двух мощных радиоволн с магнитоактивной плазмой при расстройке  $|\Delta f| \le 80\div150$  кГц, когда пространственные области их резонансного взаимодействия с плазмой перекрываются по высоте, и учёт этих свойств должен лежать в основе интерпретации наблюдаемых явлений.

#### 5. ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЕ ЗАМЕЧАНИЯ

В работе рассмотрены результаты экспериментальных исследований по воздействию на F-область ионосферы двумя мощными радиоволнами О-поляризации с расстройкой частоты  $|\Delta f| \leq 150$  кГц, так что имело место пространственное перекрытие областей их резонансного взаимодействия с плазмой. Особенностью выполненных исследований явилось также то, что частоты мощных радиоволн выбирались близкими к гармонике гирочастоты электронов  $nf_{ce}$  (n = 4, 5 и 6). Это позволило изучить свойства наблюдаемых явлений в областях с сильной зависимостью свойств ИИТ от частоты волны накачки и выполнить сравнительные исследования для различных номеров гирогармоник. Для диагностики искусственной ионосферной турбулентности использовалось искусственное радиоизлучение ионосферы, DM- и BUM-компоненты которого достаточно адекватно отражают свойства как высокочастотной (ленгмюровские, верхнегибридные и бернштейновские плазменные колебания), так и низкочастотной (МИИН) составляющих турбулентности.

Полученные результаты однозначно свидетельствуют о том, что наблюдаемые явления (в первую очередь, вариации интенсивностей компонент DM и BUM при изменении частот мощных радиоволн) обладают ярко выраженными гирогармоническими свойствами, когда величина и знак изменения интенсивности сигналов ИРИ определяются величиной и знаком отстройки частот волн накачки от гирогармоники, причём сами эффекты зависят от её номера *n*. Из полученных результатов двухчастотного нагрева ионосферной плазмы отметим значительное (до 7 дБ) усиление интенсивности BUM от более высокочастотной волны накачки в достаточно узкой частотной полосе с сильным (больше 10 дБ) и более широкополосным ослаблением интенсивности BUM от более низкочастотной волны накачки, а также различное поведение интенсивностей DM

В. Л. Фролов, Е. Н. Сергеев, Б. Тиде, Е. А. Шорохова

от низкочастотной и высокочастотной мощных радиоволн. Было также установлено, что «перехват» генерации BUM в случае двухчастотного нагрева при переходе частоты одной BH через другую происходит уже при разности частот мощных радиоволн всего в несколько килогерц. Все эти результаты прямо свидетельствуют, что ионосферная турбулентность, возбуждаемая при двухчастотном нагреве *F*-области ионосферы, не является результатом простой суперпозиции плазменных возмущений от двух независимых волн накачки, а определяется свойствами их нелинейного взаимодействия в магнитоактивной плазме.

Рассмотренные в настоящей работе результаты экспериментов с двухчастотным нагревом ионосферы показали сложность и многоплановость наблюдаемых явлений, которым сегодня нет теоретического объяснения. Известные нам теоретические работы, касающиеся интерпретации наблюдающихся в такого рода экспериментах эффектов, интерпретируют либо результаты измерений с помощью станции некогерентного рассеяния в Аресибо сигналов плазменной линии на арифметически средней частоте [5, 42–44], либо генерацию боковых гармоник [4, 45, 46]. В обоих случаях рассматривается генерация плазменной турбулентности за счёт развития стрикционной параметрической неустойчивости без учёта влияния гирогармонических эффектов. В нашем случае мы имеем дело с развитием неустойчивостей, имеющих тепловую природу [8–10], для которых замагниченность плазмы и гирогармонические свойства развивающейся ионосферной турбулентности играют определяющую роль. Рассмотрение возникающих при этом особенностей взаимодействия двух мощных радиоволн на основе экспериментальных исследований и является целью настоящей работы.

Представленные в настоящей работе результаты относятся к измерениям 1993 года, когда многие свойства взаимодействия мощной радиоволны с плазмой и генерации ИРИ при  $f_{\rm BH} \approx$  $\approx n f_{\rm ce}$ , а также возможности использования ИРИ для диагностики искусственной ионосферной турбулентности были ещё до конца не изучены, а сами эксперименты были лишь первой нашей попыткой проведения такого рода исследований. Это определило неполноту полученных экспериментальных данных и, следовательно, невозможность построения на их основе завершённой эмпирической модели наблюдаемых явлений. Сегодня ясна степень ограниченности выполненных измерений, и можно наметить направления дальнейших экспериментальных исследований. В первую очередь, для определения величины наблюдаемых эффектов необходимо выполнить калибровочные измерения, постановка которых подробно обсуждалась во второй части работы. Предстоит выполнить новые, более детальные сравнительные измерения свойств наблюдаемых эффектов для различных номеров гирогармоник, при различной мощности ВН, обращая более пристальное внимание на то, какая компонента BUM диагносцируется и какие эффекты наблюдаются, когда частота BH точно совпадает с  $n f_{ce}$ . Необходимо выполнить эксперименты на частотах вдали от гирогармоник с использованием для диагностики таких компонент ИРИ, как DM, BC и BUS (broad upshifted structure). Также для прояснения сути наблюдаемых явлений важно измерить динамические характеристики этих эффектов и их характерные времена, изучить природу эффектов последействия, которые наверняка здесь имеют место и оказывают своё влияние на динамику развивающихся процессов, и определить, имеется ли зависимость свойств наблюдаемых явлений от порядка включения мощных радиоволн.

Авторы выражают признательность В. О. Рапопорту и Н. С. Беллюстину за обсуждение представленных в работе результатов и сделанные полезные замечания. Работа была выполнена при поддержке РФФИ (гранты № 02–02–17475, 03–02–06876, 04–02–17544), CRDF (грант № RPO–1334) и INTAS (грант № 03–51–5583).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Showem R. L., Duncan L. M., Cragin B. L. // Geophys. Res. Lett. 1978. V. 5. P. 187.

В. Л. Фролов, Е. Н. Сергеев, Б. Тиде, Е. А. Шорохова

- 2. Stubbe P., Kopka H., Rietveld M. T., et al. // J. Atmosph. Terr. Phys. 1985. V. 47. P. 1151.
- Waldenvik M. Dynamics of Electromagnetic Radiation from an HF Perturbed Space Plasma: Doctoral Thesis. IRF Scientific Report No. 216 Uppsala, Sweden, May 1994.
- 4. Leyser T. B. // Space Sci. Rev. 2001. V. 98. P. 223.
- 5. Ganguly S., Gordon W. E. // Geophys. Res. Lett. 1986. V. 13. P. 503.
- 6. Фролов В. Л. // Изв. вузов. Радиофизика. 1979. Т. 22. С. 1534.
- 7. Метелёв С. А., Фролов В. Л. // Всесоюзный симпозиум «Эффекты искусственного воздействия мощным радиоизлучением на ионосферу Земли»: Тезисы докл. Суздаль, 1983. С. 60.
- 8. Васьков В. В., Гуревич А. В. // ЖЭТФ. 1975. Т. 69. С. 176.
- 9. Грач С. М., Караштин Н. А., Митяков Н. А. и др. // Физика плазмы. 1978. Т. 4. С. 1321.
- 10. Грач С. М., Караштин Н. А., Митяков Н. А. и др. // Физика плазмы. 1978. Т. 4. С. 1330.
- 11. Фролов В. Л. Искусственная плазменная турбулентность верхней ионосферы, возбуждаемая мощным КВ радиоизлучением наземных передатчиков. Результаты экспериментальных исследований: Дис. ... д. ф.-м. н. Н. Новгород, 1995.
- 12. Bernhardt P. A., Wagner L. S., Goldstain J. A., et al. // Phys. Rev. Lett. 1994. V. 72. P. 2879.
- Трахтенгерц В. Ю., Рапопорт В. О., Ермакова Е. Н. и др. // Геомагнетизм и аэрономия. 1995. Т. 35, № 6. С. 117.
- 14. Stansfield B. L., Nodwell R., Meyer J. // Phys. Rev. Lett. 1971. V. 26. P. 1219.
- 15. Leyser T. B., Thide B., Waldenvik M., et al. // J. Geophys. Res. 1993. V. 98. P. 17597.
- 16. Leyser T. B., Thide B., Waldenvik M., et al. // J. Geophys. Res. 1994. V. 99. P. 19555.
- 17. Stubbe P., Stocker A. J., Honary F., et al. // J. Geophys. Res. 1994. V. 99. P. 6233.
- Фролов В. Л., Грач С. М., Ерухимов Л. М. и др. // Изв. вузов. Радиофизика. 1996. Т. 39. С. 352.
- 19. Frolov V. L., Erukhimov L. M., Kagan L. M., et al. // Phys. Rev. Lett. 1998. V. 81. P. 1630.
- 20. Frolov V. L., Sergeev E. N., Ermakova E. N., et al. // Geophys. Res. Lett. 2001. V. 28. P. 3103.
- 21. Ponomarenko P. V., Leyser T. B., Thide B. // J. Geophys. Res. 1999. V. 104. P. 10081.
- Erukhimov L. M., Thide B., Frolov V. L., et al. // IV Suzdal URSI Symposium on Artificial Modification of the Ionosphere: Abstracts. August 15–20, 1994, Uppsala, Sweden. P. 64
- 23. Фролов В. Л., Недзвецкий Д. И., Комраков Г. П. // Изв. вузов. Радиофизика. 2005 (в печати).
- 24. Stubbe P., Kopka H., Thide B., Derblom H. // J. Geophys. Res. 1984. V. 89. P. 7523.
- Фролов В. Л., Бойко Г. Н., Метелёв С. А., Сергеев Е. Н. // Изв. вузов. Радиофизика. 1994. Т. 37. С. 909.
- 26. Сергеев Е. Н., Грач С. М., Комраков Г. П. и др. // Изв. вузов. Радиофизика. 1999. Т. 42. С. 619.
- 27. Сергеев Е. Н., Грач С. М., Комраков Г. П. и др. // Изв. вузов. Радиофизика. 1999. Т. 42. С. 810.
- 28. Грач С. М., Тиде Б., Лейзер Т. // Изв. вузов. Радиофизика. 1994. Т. 37. С. 617.
- Фролов В. Л., Ерухимов Л. М., Комраков Г. П. и др. // Изв. вузов. Радиофизика. 1997. Т. 40. С. 561.
- 30. Huang J., Kuo S. P. // J. Geophys. Res. 1994. V. 99. P. 19569.
- 31. Грач С. М. // Изв. вузов. Радиофизика. 1999. Т. 42. С. 651.
- 32. Wagner L. S., Bernhardt P. A., Goldstein J. A., et al. // J. Geophys. Res. 1999. V. 104. P. 2573.
- 33. Грач С. М. // Изв. вузов. Радиофизика. 1985. T. 28. C. 684.
- 34. Фролов В. Л., Комраков Г. П., Сергеев Е. Н. и др. // Изв. вузов. Радиофизика. 1997. Т. 40. С. 1091.
- Frolov V. L., Sergeev E. N., Komrakov G. P., et al. // J. Geophys. Res. 2004. V. 109. P. A07304. doi:10.1029/2001JA005063.

В. Л. Фролов, Е. Н. Сергеев, Б. Тиде, Е. А. Шорохова

- 36. Сергеев Е. Н., Грач С. М., Котов П. В. // Изв. вузов. Радиофизика. 2004. Т. 47. С. 209.
- 37. Сергеев Е. Н., Фролов В. Л., Комраков Г. П. и др. // Труды XX Всероссийской конференции по распространению радиоволн. Н. Новгород, 2–4 июля 2002 г. С. 315.
- Беликович В. В., Бенедиктов Е. А., Гетманцев Г. Г. и др. // Изв. вузов. Радиофизика. 1975. Т. 18. С. 516.
- 39. Frolov V. L., Kagan L. M., Sergeev E. N. // Изв. вузов. Радиофизика. 1999. Т. 42. С. 635.
- 40. Frolov V. L., Kagan L. M., Sergeev E. N., et al. // J. Geophys. Res. 1999. V. 104. P. 12695.
- 41. Фролов В. Л., Сергеев Е. Н., Штуббе П. // Изв. вузов. Радиофизика. 2002. Т. 45. С. 121.
- 42. Cragin B. L., Fejer J. A., Showen R. L. // Geophys. Res. Lett. 1978. V. 5. P. 183.
- 43. Fejer J. A., Cragin B. L., Showen R. L. // J. Plasma Phys. 1978. V. 19. P. 355.
- 44. Milovich J. L., Fried B. D., Morales G. J. // Phys. Fluids. 1984. V. 27, No. 7. P. 1647.
- 45. Huang Z. H., Fejer J. A. // Radio Sci. 1987. V. 22. P. 663.
- 46. Huang Z. H., Gordon W. E., Noble S. T., Duncan L. M. // Radio Sci. 1991. V. 26. P. 1219.

Поступила в редакцию 29 декабря 2003 г.; принята в печать 7 октября 2004 г.

## EXPERIMENTAL STUDIES OF THE EFFECTS OBSERVED DURING THE NONLINEAR INTERACTION OF TWO HIGH-POWER RADIO WAVES IN A MAGNETOPLASMA

V. L. Frolov, E. N. Sergeev, B. Thidé, and E. A. Shorokhova

We present the results of experiments on modification of the ionospheric F region by two highpower ( $P_{\rm eff} \approx 20 \,{\rm MW}$ ) O-mode electromagnetic waves. The experiments were performed at the "Sura" heating facility of the Radiophysical Research Institute (Nizhny Novgorod, Russia) in May 23–27, 1993 at the pump frequencies near the 4th, 5th, or 6th harmonics of the electron gyrofrequency. Ionospheric perturbations were diagnosed by measuring the stationary spectral characteristics of the stimulated electromagnetic emission of the ionospheric plasma. We determine the features of variation in the spectral characteristics of particular components of the stimulated electromagnetic emission of the ionosphere during the simultaneous heating of the ionospheric plasma by two radio waves in comparison with the case of a monochromatic pump wave. We have found the effect of enhanced generation of the component corresponding to the broad up-shifted maximum (BUM) by the highpower radio wave with a higher frequency. This is accompanied by strong suppression of the BUM induced by the lower-frequency pump wave. It is shown that the effects observed during the twofrequency heating of the ionosphere have well pronounced gyroharmonic properties, i.e., depend on both the electron-gyroharmonic number and the frequency detuning of high-power radio waves from a harmonic of the electron gyrofrequency. We have also revealed that a change in the properties of artificial small-scale ionospheric irregularities (striations) induced by high-power radio waves is not the cause of a change in the properties of the down-shifted maximum and the BUM during the twofrequency modification of the ionospheric plasma. Ways for the further development of these studies are discussed.

УДК 551.510.534:550.388.8

# МИКРОВОЛНОВЫЕ НАБЛЮДЕНИЯ ИЗМЕНЧИВОСТИ ОЗОНА В СТРАТОСФЕРЕ ВЫСОКИХ ШИРОТ ЗИМОЙ 2002-2003 ГОДОВ

Ю. Ю. Куликов, В. Г. Рыскин, А. А. Красильников, Л. М. Кукин

Институт прикладной физики РАН, г. Нижний Новгород, Россия

На основе результатов длительных микроволновых наблюдений атмосферного озона в полярных пиротах выполнен анализ его изменчивости в интервале высот от 20 до 60 км в течение зимнего сезона 2002-2003 годов. Отмечены особенности вертикальной структуры озонового слоя во время зимних аномальных стратосферных потеплений различного характера. Исследована взаимосвязь между изменениями содержания озона и температуры в полярной стратосфере. Обнаружена положительная корреляция этих величин до 30 км (диапазон давлений 30÷10 гПа) и отрицательная выше 50 км (приблизительно 0,5÷0,1 гПа).

## введение

В последнее время наибольшая активность в исследованиях изменчивости озона в полярной стратосфере приходится на зимне-весенний период. Это обстоятельство обусловлено, прежде всего, обнаружением процессов химического разрушения озона в конце зимы-начале весны, которые связаны с активацией хлорных соединений на аэрозольных частицах полярных стратосферных облаков [1]. Эти облака образуются в течение зимы главным образом во внутренней, холодной части полярного стратосферного вихря и являются резервуаром хлорных составляющих. Наибольший интерес в изучении гетерохимических процессов потерь озона представляет область максимума озонового слоя (интервал высот от 16 до 20 км). Однако зимний полярный циклон имеет значительную вертикальную протяжённость и нередко достигает высот стратопаузы [2, 3]. В этой связи следует упомянуть, что во время проведения исследований в рамках программ SOLVE I и SOLVE II полярные стратосферные облака обнаруживались не только в нижней стратосфере, но и значительно выше, в интервале высот 25÷27 км [4, 5]. По-видимому, именно с ними связаны обнаруженное зимой 1999-2000 годов низкое содержание озона внутри полярного вихря на высотах более 20 км [6]. Поэтому мы продолжили изучение вертикальной структуры озонового слоя в зимней стратосфере высоких широт и в период с ноября 2002 года по начало марта 2003 года провели длительные измерения в районе Кольского полуострова на загородном полигоне Полярного геофизического института (г. Апатиты, 67° с. ш., 35° в. д.). Наши наблюдения совпали по времени с проведением работ по международным программам изучения озонового слоя VINTERSOL и SOLVE II.

#### 1. АППАРАТУРА И МЕТОДИКА ИЗМЕРЕНИЙ

Измерение количества озона в средней атмосфере осуществлялось с помощью методики микроволнового дистанционного пассивного зондирования с поверхности Земли. Информация о содержании озона содержится в измеряемом спектре нисходящего радиоизлучения атмосферы в окрестности одной из линий вращательного спектра молекулы озона. С помощью процедуры инверсии наблюдаемых спектров можно получить данные о вертикальном распределении озона в атмосфере. Высотный профиль озона был задан параметрической моделью, выбор параметров которой осуществлялся методом наименьших квадратов отклонений рассчитанного по модели

134

Ю. Ю. Куликов, В. Г. Рыскин, А. А. Красильников, Л. М. Кукин

и измеренного спектров [7]. В расчётах были использованы как зональные среднемесячные вертикальные профили давления и температуры [8], так и данные температурного зондирования для места наблюдения [9–11]. Спектральные измерения выполнялись с помощью неохлаждаемого спектрорадиометра, настроенного на резонансную частоту вращательного перехода озона  $(4_{0,4}-4_{1,3})$ , равную 101736,8 МГц. Однополосная температура шума приёмника со смесителем на диоде с барьером Шоттки составляла около 3500 К. Данный прибор имел в своём составе многоканальный анализатор спектра, частотное разрешение которого варьировалось от 1 МГц в центре линии до 20 МГц в её крыле; полная полоса анализа частот составляла 155 МГц. Калибровка интенсивности линий озона осуществлялась с помощью одной из двух методик, которые основаны на приёме либо излучения «тёплой» и «холодной» эталонных нагрузок, либо собственного теплового излучения атмосферы под различными зенитными углами (так называемые «атмосферные разрезы»). Весь процесс измерений и калибровки выполнялся автоматически с помощью персонального компьютера с соответствующим программным обеспечением. Применяемая методика измерений и параметры аппаратуры позволяли исследовать изменчивость озонового слоя в интервале высот от 20 до 60 км с временны́м разрешением порядка 1 часа и точностью не хуже 20 %. Результаты микроволновых наблюдений приведены на рис. 1 и 2.

## 2. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ

На рис. 1 изображена временная зависимость среднесуточной концентрации озона на высотах от 25 до 60 км, построенная по данным микроволнового зондирования в Апатитах. Рисунок содержит также данные о температуре на уровнях давления 20 гПа  $(T_{20})$ , 10 гПа  $(T_{10})$ , 2 гПа  $(T_2)$ , 0,5 гПа (T<sub>0.5</sub>) и 0,1 гПа (T<sub>0.1</sub>) для региона наблюдения, любезно предоставленные М. Д. Голдбергом из NOAA [10, 11]. Следует отметить, что стратосфера зимнего сезона 2002-2003 годов характеризовалась очень низкими температурами в ноябре-декабре 2002 года. Полярный вихрь циклонического типа, сформировавшийся стратосфере в это время, был достаточно интенсивен. В течение зимы было зарегистрировано два мощных тепловых возмущения. В конце декабря на высотах более 30 км наблюдалось потепление минорного типа, а в третьей декаде января мажорное потепление, которое охватывало область средней и нижней стратосферы. Во время микроволнового зондирования с конца ноября 2002 года до середины февраля 2003 года в нижней части стратосферы Кольского полуострова зарегистрировано пониженное содержание озона. В ноябре-декабре 2002 года и в январе 2003 года, за исключением периода с 23 по 30 января, средняя концентрация озона на высоте 25 км составила  $(2,00 \pm 0,16) \cdot 10^{12}$  см<sup>-3</sup>, а с 1 февраля по 6 марта 2003 года —  $(2.25 \pm 0.18) \cdot 10^{12}$  см<sup>-3</sup> (см. нижние панели на рис. 1 и 2). Для сравнения, зимой 1999-2000 годов во время проведения кампании SOLVE I эта величина составляла  $(2,35\pm0,11)\cdot10^{12}$ ,  $(2,94\pm0,48)\cdot10^{12}$  и  $(3,25\pm0,64)\cdot10^{12}$  см<sup>-3</sup> для января, февраля и марта соответственно [6]. В отдельные дни ноября и декабря концентрация озона на высоте 25 км составляла менее  $2 \cdot 10^{12}$  см<sup>-3</sup>, а температура на уровне давления 20 гПа опускалась ниже 195 К. Такие низкие концентрации озона были зарегистрированы нами лишь в декабре 1987 года [4, 12]. Надо отметить, что в зимнем сезоне 2002-2003 годов бо́льшую часть наблюдаемого времени воздушные массы над Северной Европой располагались внутри стратосферного полярного вихря (рис. 2), который был достаточно интенсивен в широком диапазоне высот, особенно в последние два месяца 2002 года [13]. Рисунок 2 иллюстрирует временные зависимости концентрации озона и температуры на высотах около 25 км, полученные во время одновременных измерений в Апатитах, в Соданкюла (Sodankyla, Финляндия) и на станции Ню Олесунн (Ny Alesund, Шпицберген) в зимнем сезоне 2002-2003 годов. Измерения содержания озона на зарубежных станциях выполнялись



Рис. 1. Временна́я зависимость концентрации озона N (сплошная линия) и температуры T (штриховая линия) в стратосфере Кольского полуострова (г. Апатиты, 67° с. ш., 35° в. д.) зимой 2002-2003 годов на высотах 60 км (a), 50 км (b), 40 км (e), 30 км (e) и 25 км (d)

Ю. Ю. Куликов, В. Г. Рыскин, А. А. Красильников, Л. М. Кукин



Рис. 2. Вариации концентрации озона (сплошная линия) на высоте 25 км и температуры (штриховая линия) на трёх полярных станциях зимой 2002-2003 годов: (*a*) на станции Ню Олесунн (79° с. ш., 12° в. д.), (*б*) в Соданкюла (67° с. ш., 27° в. д.) и (*в*) в Апатитах (67° с. ш., 35° в. д.)

с помощью баллонных электрохимических озонозондов типа ECC-6. На рис. 2 заштрихованные области указывают периоды времени, когда пункты наблюдения оказывались за пределами по-

Ю. Ю. Куликов, В. Г. Рыскин, А. А. Красильников, Л. М. Кукин

лярного вихря. В третьей декаде января 2003 года в результате усиления волновой активности вихрь частично разрушился и сместился из района Северной Скандинавии и Кольского полуострова. В это время здесь наблюдалось мажорное стратосферное потепление (рост температуры на уровне 20 гПа составил около 40°). Потепление в северной части Европы сопровождалось увеличением концентрации озона на высоте 25 км более чем в два раза — приблизительно с  $2 \cdot 10^{12}$  до  $(4 \div 5) \cdot 10^{12}$  см<sup>-3</sup>. В то же время на Шпицбергене рост концентрации озона на высоте 25 км составил лишь около 40 %. Следует подчеркнуть, что в Апатитах реакция озона на январское мажорное потепление, которое наблюдалось в основном в нижней части стратосферы, была отмечена вплоть до высот порядка 40 км (см. рис. 1). Даже на этой высоте по микроволновым данным концентрация озона во время температурного возмущения увеличилась в среднем на 35 %.

Во второй половине февраля нами снова были зарегистрированы заметные вариации содержания озона на высотах 25÷30 км. И в этом случае рост концентрации озона с 12 по 14 февраля и с 21 по 26 февраля (см. рис. 2) совпал с усилением волновой активности, в результате чего циклонический вихрь развалился на две части, и в конце февраля Апатиты оказались за пределами вихря. Наибольшее увеличение концентрации озона в это время произошло на станции Ню Олесунн, которая более продолжительное время оказалась за границами полярного циклона. В этих условиях обычно наблюдается интенсивный воздухообмен между регионами высоких и умеренных широт. Данные траекторного анализа указывают, что отмеченная изменчивость стратосферного озона во время деформаций вихря была обусловлена вторжением в полярные области воздушных масс извне. Результаты микроволновых наблюдений подтвердили отмеченный ранее факт увеличения содержания озона во время разрушения зимнего циркумполярного вихря и последующего развития потепления в стратосфере [6].

Рассмотрим отдельно поведение стратосферного озона во время минорного потепления в конце декабря 2002 года. Согласно данным анализа ECMWF [14] потепление начало развиваться в верхней части стратосферы (уровень давления порядка 1 гПа) и, опускаясь, достигло уровня 20 гПа (см. рис. 1). На резкое изменение теплового фона указывают лидарные наблюдения высотного температурного профиля на севере Норвегии. По этим измерениям 30 декабря 2002 года на уровне 2 гПа (высота около 40 км) была зарегистрирована максимальная температура +31 °C. В нижней стратосфере (высоты 20÷25 км) температурное распределение не было возмущено, и полярный вихрь оставался стабильным. Результаты микроволновых и баллонных измерений, приведённые на рис. 2, показали, что в интервале высот 25÷30 км вариации озона в это время были минимальны. Однако на высотах более 40 км (см. рис. 1) произошло значительное (почти вдвое) увеличение концентрации озона в январе по сравнению с декабрьскими значениями, а также отмечены значительные колебания его содержания до середины февраля. Рост концентрации озона, по-видимому, был связан с развитием потепления в средней и верхней стратосфере. На наш взгляд, этот рост обусловлен меридиональной циркуляцией, которая обеспечила перенос озона из умеренных широт в верхнюю часть стратосферы полярного региона. Нисходящий поток, связанный с вертикальной составляющей этой циркуляции, по-видимому, вызвал здесь значительные температурные возмущения и отмеченные нами колебания содержания озона. Данные сайта [13], содержащие карты положения высотного вихря, указывают, что в это время на высотах средней и верхней стратосферы наблюдались сильные деформации вихря и даже частичное его разрушение, которые вызваны активизацией планетарных волн с волновыми числами N = 1 и 2 (см. базу данных [15]).

Обратимся к результатам микроволнового зондирования нижней части стратосферы, которые представлены на рис. 2. Эти результаты свидетельствуют, что с середины ноября 2002 года до середины февраля 2003 года, за исключением периода с 23 по 30 января, когда Апатиты располагались вне полярного циклонического вихря, во внутренней части вихря наблюдалось постепенное

Ю. Ю. Куликов, В. Г. Рыскин, А. А. Красильников, Л. М. Кукин

уменьшение концентрации озона на высоте 25 км в среднем с  $2 \cdot 10^{12}$  см<sup>-3</sup> до  $1.5 \cdot 10^{12}$  см<sup>-3</sup>. Аналогичное поведение концентрации озона было зарегистрировано и на двух зарубежных станциях. Следует сказать, что согласно данным, полученным во время эксперимента POAM III и приведённым на сайте [13], в течение декабря, первой половины января и в начале февраля на уровне. соответствующем потенциальной температуре 500 К, во внутренней части вихря систематически наблюдались полярные стратосферные облака. Напомним, что в это время все три пункта наблюдения находились внутри вихря, а температура стратосферы над ними опускалась ниже порога образования полярных стратосферных облаков І-го типа. Вероятно, обнаруженное нами уменьшение концентрации озона обусловлено химическими потерями во внутренней части полярного стратосферного вихря. В то же время на высотах 30 км и выше падение содержания озона наблюдалось лишь в ноябре и декабре. По результатам микроволновых измерений уменьшение концентрации озона составило 20 % на высоте 30 км, 28 % — на 40 км, 35 % — на 50 км и 50 % на 60 км. Следует сказать, что в этот период температура на уровне давления 10 гПа (высота около 30 км) также была довольно низкой. Однако интенсивное минорное потепление, зарегистрированное здесь в конце декабря, привело к росту температуры. Согласно картам полярной завихренности [13] весь январь 2003 года стратосфера над Апатитами выше 30 км (область потенциальных температур более 850 K) располагалась за пределами циклонического вихря, а озон на этих высотах по нашим данным характеризовался значениями, превышающими модельные.

По результатам измерений зимой 2002-2003 годов был проведён анализ взаимосвязи концентрации озона и температуры в зимней полярной стратосфере. Ранее отмечалась положительная корреляция между изменениями этих величин в нижней части стратосферы [6]. В зимнем сезоне 2002-2003 годов эта связь оказалась наиболее высокой за все предыдущие годы наблюдений в районе Кольского полуострова. Например, коэффициент корреляции концентрации озона на высоте 25 км и температуры на уровне 30 гПа  $R[N(25 \text{ км})/T_{30}]$  был равен 0,79,  $R[N(25 \text{ км})/T_{20}] = 0,66$  и  $R[N(30 \text{ км})/T_{10}] = 0,58$ . Все результаты получены для выборки из 72 измерений с уровнем значимости не хуже 1 %. Характерно, что на уровне 40 км концентрация озона и температура оказались практически не коррелированными, а выше наблюдалась их антикорреляция — коэффициенты корреляции  $R[N(50 \text{ км})/T_{0,5}] = -0,31$  и  $R[N(60 \text{ км})/T_{0,1}] = -0,49$ .

## 3. ВЫВОДЫ И РЕЗУЛЬТАТЫ

Зимний сезон 2002-2003 годов был характерен тем, что время стабильного существования зимнего циркумполярного вихря оказалось более продолжительным, чем в предыдущие четыре года. Лишь на короткое время район наблюдений (Апатиты) оказывался за пределами этого циклона. В результате в декабре и в первой половине января нами было отмечено крайне малое содержание озона в интервале высот 20÷40 км, которое оказалось на 40÷50 % ниже среднезональных и среднеклиматических значений [16].

Вторым по значимости результатом этого исследования является обнаружение положительного отклика озона на разные по характеру стратосферные потепления. По данным микроволнового зондирования внезапный рост температуры в конце декабря, который произошёл в верхних слоях стратосферы (уровни давления от 1 до 10 гПа), оказал влияние на озоновый слой выше 40 км (увеличение концентрации озона более чем вдвое). Вариации концентрации озона на высотах 20÷30 км в этот период были минимальны. Напротив, потепление мажорного типа в третьей декаде января охватывало нижнюю часть стратосферы (уровни давления от 50 до 20 гПа). В результате как микроволновые средства наблюдения, так и баллонные озонозонды зарегистрировали увеличение концентрации озона на высотах 20÷30 км. Более того, данные микроволнового зондирования указали на рост содержания озона вплоть до высоты 40 км, которая недоступна контактным методам. Эти результаты были получены благодаря возможности методики дистанционного микроволнового зондирования исследовать вертикальную структуру озонового слоя в интервале высот 20÷60 км.

И, наконец, нами впервые исследована взаимосвязь между изменениями содержания озона и температуры в широком интервале высот полярной стратосферы. Обнаружена положительная корреляция этих величин до 30 км (барические уровни  $30\div10$  гПа) и отрицательная выше 50 км (барические уровни  $0.5\div0.1$  гПа).

В заключение следует подчеркнуть, что данные наших наблюдений в Арктике свидетельствуют о возникновении областей низкой концентрации озона на высотах от 20 до 60 км в зимней полярной стратосфере. Как правило, регионы, находящиеся внутри границ арктического вихря, характеризуются пониженным содержанием озона в стратосфере по сравнению с внешними областями. Особенностью поведения озона в зимней стратосфере высоких широт является сильная межгодовая изменчивость величины его убыли, которая в значительной степени зависит от температурного режима атмосферы.

Авторы выражают благодарность руководству Полярного геофизического института КНЦ РАН за помощь в организации наблюдений, а также М. Д. Голдбергу из NOAA, любезно предоставившему данные восстановления температурного профиля, полученные с помощью инструмента AMSU. Авторы признательны Российскому фонду фундаментальных исследований, благодаря финансовой поддержке которого была выполнена данная работа (гранты № 01–02–16540, 03–05–64311 и 04–02–16946).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- WMO, Scientific Assessment of Ozone Depletion: 1998. Global Ozone Research and Monitoring Project. Report No. 44. 1999.
- 2. Webb W. L. Structure of the stratosphere and mesosphere. New York and London: Academic Press, 1966.
- 3. http://www-solve2.larc.nasa.gov.
- Krasilnikov A. A., Kukin L. M., Kulikov Y. Y., Ryskin V. G. // Proc. of 26 Annual Seminar "Physics of Auroral Phenomena", Apatity, 2003. P. 235.
- 5. http://cloud1.arc.nasa.gov/solveII.
- Куликов Ю. Ю., Красильников А. А., Рыскин В. Г. // Изв. АН. Физика атмосферы и океана. 2002. Т. 38, № 2. С. 182.
- 7. De la Noe J., Baudry A., Perault M., et al. // Planet. Space Sci. 1983. V. 31, No. 7. P. 737.
- 8. Barnett J. J., Corney M. // Handbook for MAP. 1985. V. 16. P. 47.
- 9. http://orbit-net.nesdis.noaa.gov/crad/st/amsuclimate.
- Goldberg M. D. // 10th Intern. TOVS Study Conference, Boulder, Colorado, 27 January– 2 February. 1999. P. 215.
- 11. Goldberg M. D., Crosby D. S., Zhou L. // J. Appl. Meteor. 2001. V. 40. P. 70.
- 12. Борисов О. Н., Кузнецов И. В., Кукин Л. М. и др. // Труды Всесоюзн. симпозиума по атмосферному озону. Суздаль, октябрь 1988 г. М.: Гидрометеоиздат, 1990. С. 64.
- 13. http://wvms.nrl.navy.mil/POAM/solve2.

140

- 14. The Northern Hemisphere Stratosphere in the 2002/03 Winter // Preliminary results from the first phase of VINTERSOL. 2003.
- 15. http:// hyperion.gsfc.nasa.gov/Data\_services/met/ann\_data.html.
- 16. Keating G. M., Pitts M. C., Young D. F. // Handbook for MAP. 1989. V. 31. P. 1.

Ю. Ю. Куликов, В. Г. Рыскин, А. А. Красильников, Л. М. Кукин

Поступила в редакцию 26 января 2004 г.; принята в печать 30 июня 2004 г.

# MICROWAVE OBSERVATIONS OF OZONE VARIABILITY IN THE HIGH-LATITUDE STRATOSPHERE IN WINTER OF 2002–2003

Yu. Yu. Kulikov, V. G. Ryskin, A. A. Krasil'nikov, and L. M. Koukin

Based on the results of long-term microwave observations, we analyze atmospheric-ozone variability in the polar latitudes at altitudes 20 - 60 km during the winter of 2002-2003. Features of the vertical structure of the ozone layer during winter anomalous stratospheric warming of various nature are pointed out. Interrelation between the ozone-content and temperature variations in the polar stratosphere is studied. These quantities are found to have the positive correlation at up to 30 km (pressure range 30-10 gPa) and the negative correlation above 50 km (approximately 0.5-0.1 gPa).

## УДК 537.876

# ПОЛЕ ДИПОЛЬНОГО ИСТОЧНИКА, ОКРУЖЁННОГО МАЛЫМ ПЛАЗМЕННЫМ СФЕРОИДОМ С ПОЛОСТЬЮ

Т. И. Бичуцкая, Г. И. Макаров

Санкт-Петербургский университет, Институт радиофизики, г. Санкт-Петербург, Россия

Построено и исследовано решение граничной задачи о поле электрического диполя, расположенного в малом плазменном сфероиде с вакуумной полостью. Изучено влияние полости переменного размера на усиление поля в вакууме при изменении кривизны поверхности плазменного сфероида. Проведено сравнение с влиянием аналогичной полости в сфере, заполненной плазмой.

Данная работа продолжает цикл работ [1–12] по исследованию воздействия малого плазменного окружения дипольного источника на его излучение в вакуум с целью изучения возможности усиления излучения из малого плазменного объёма. Исследования проводились для плазменных объёмов различной формы — от цилиндра (кругового или эллиптического) до сферы и сфероида (вытянутого или сплюснутого). Были выявлены особенности влияния формы плазменной оболочки и проведены некоторые оценки влияния образующейся в плазме вокруг излучателя обеднённой ионной оболочки [13, 14], которая моделируется вакуумным слоем. Наличие сплошного изотропного [1–6] малого плазменного окружения источника приводит к усилению поля в вакууме на один-два порядка по сравнению с полем в отсутствие плазменного окружения при том же подводимом токе на единственной резонансной частоте, определяемой формой плазменной оболочки. Наличие магнитного поля [7–10] или учёт обеднённой ионной оболочки [11, 12], образующейся вокруг излучателя в плазме, приводит к расщеплению резонансной частоты на две и может усиливать этот эффект.



В данной работе изучается влияние обеднённой ионной оболочки на поле в волновой зоне излучателя, окружённого плазменным сфероидом малого электрического размера:  $k_{\rm p}a \ll 1$ , где  $k_{\rm p} = \omega_{\rm p}/c, \omega_{\rm p}$  — круговая плазменная частота электронов, a — большая полуось сфероида, c — скорость света в вакууме.

Рассматривается поле излучения электрического диполя, помещённого в центр малого вытянутого плазменного сфероида с большой и малой полуосями a и b (рис. 1) и эксцентриситетом e. Диполь ориентирован вдоль оси вращения сфероида. Образующаяся вокруг излучателя обеднённая ионная оболочка имеет вид малого вакуумного сфероида с полуосями  $a_1$ ,  $b_1$  и с тем же эксцентриситетом e. Модель внутренней полости с резкой границей является упрощённой, пренебрегающей влиянием области с относительной диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon = 0$ , ко-

торое мы предполагаем рассмотреть в дальнейшем. Расстояние между фокусами внутреннего сфероида  $2d_1$  будем полагать меняющимся от минимального, определяемого длиной излучателя,

Т. И. Бичуцкая, Г. И. Макаров

до почти совпадающего с расстоянием 2d между фокусами внешнего плазменного сфероида. Форма каждого сфероида при неизменном положении излучателя также будет меняться от сильно вытянутой (иглы) до сферы и затем от сферы до сильно сплюснутой (почти диска).

Решение граничной задачи строится с помощью строгих сфероидальных функций, и уже в полученном решении используется наличие малого параметра — электрического размера сфероида, что позволяет получить динамические поправки к электростатике. В результате учитываются не только тепловые потери в плазменной среде, но и отсутствующие в электростатике потери на излучение, вносящие весомый вклад в резонансное усиление поля.

Решение уравнений Максвелла внутри вытянутого сфероида с расстоянием между фокусами  $2d_1$ , заполненного средой с относительной диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon_1$ , в сфероидальной системе координат  $\xi$ ,  $\eta$ ,  $\varphi$ , в которой  $1 \leq \xi < \infty$ ,  $-1 \leq \eta \leq 1$ , представляется с помощью разложения по сфероидальным функциям [15] для тангенциальных компонент поля:

$$H_{\varphi} = \sum_{l} S_{1l}(\bar{d}_{1\varepsilon_{1}}, \eta) \left[ A_{l} \operatorname{he}_{1l}(\bar{d}_{1\varepsilon_{1}}, \xi) + R_{l}^{1} \operatorname{je}_{1l}(\bar{d}_{1\varepsilon_{1}}, \xi) \right],$$
$$E_{\eta} = -\frac{i\bar{d}_{1}}{(\bar{d}_{1\varepsilon_{1}})^{2} \sqrt{\xi^{2} - \eta^{2}}} \sum_{l} S_{1l}(\bar{d}_{1\varepsilon_{1}}, \eta) \left[ A_{l} \operatorname{\dot{he}}_{1l}(\bar{d}_{1\varepsilon_{1}}, \xi) + R_{l}^{1} \operatorname{\dot{je}}_{1l}(\bar{d}_{1\varepsilon_{1}}, \xi) \right]. \tag{1}$$

В (1) и всюду дальше компонента магнитного поля  $H_{\varphi}$  умножена на импеданс свободного пространства  $Z_0 = \sqrt{\mu_0/\varepsilon_0}, S_{1l}(\bar{d}_{1\varepsilon_1}, \eta)$  — угловая сфероидальная функция первого рода,  $je_{1l}(\bar{d}_{1\varepsilon_1}, \xi)$  радиальная сфероидальная функция первого рода,  $he_{1l}(\bar{d}_{1\varepsilon_1}, \xi)$  связана с радиальными сфероидальными функциями первого и второго рода соотношением  $he_{1l}(\bar{d}_{1\varepsilon_1}, \xi) = je_{1l}(\bar{d}_{1\varepsilon_1}, \xi) +$  $+i ne_{1l}(\bar{d}_{1\varepsilon_1}, \xi), 2\bar{d}_{1\varepsilon_1} = 2\bar{d}_1 \sqrt{\varepsilon_1}$  — безразмерное расстояние между фокусами внутреннего сфероида, заполненного средой с диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon_1, \bar{d}_1 = kd_1, he_{1l}(\bar{d}_{1\varepsilon_1}, \xi) \equiv$  $\equiv d[\sqrt{\xi^2 - 1} he_{1l}(\bar{d}_{1\varepsilon_1}, \xi)]/d\xi, je_{1l}(\bar{d}_{1\varepsilon_1}, \xi) \equiv d[\sqrt{\xi^2 - 1} je_{1l}(\bar{d}_{1\varepsilon_1}, \xi)]/d\xi.$ 

В области между внутренним сфероидом с межфокусным расстоянием  $2d_1$  и внешним с расстоянием между фокусами 2d, заполненной плазменной средой с диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon$ , решение имеет вид

$$H_{\varphi} = H_{\varphi}^{(1)} + H_{\varphi}^{(2)}, \qquad E_{\eta} = E_{\eta}^{(1)} + E_{\eta}^{(2)},$$

$$H_{\varphi}^{(1)} = \sum_{l} S_{1l}(\bar{d}_{1\varepsilon}, \eta) D_{l}^{1} \operatorname{he}_{1l}(\bar{d}_{1\varepsilon}, \xi), \qquad H_{\varphi}^{(2)} = \sum_{l} S_{1l}(\bar{d}_{\varepsilon}, \eta) R_{l}^{1} \operatorname{je}_{1l}(\bar{d}_{\varepsilon}, \xi),$$

$$E_{\eta}^{(1)} = -\frac{i\bar{d}_{1}}{(\bar{d}_{1\varepsilon})^{2} \sqrt{\xi^{2} - \eta^{2}}} \sum_{l} S_{1l}(\bar{d}_{1\varepsilon}, \eta) D_{l}^{1} \operatorname{he}_{1l}(\bar{d}_{1\varepsilon}, \xi),$$

$$E_{\eta}^{(2)} = -\frac{i\bar{d}}{(\bar{d}_{\varepsilon})^{2} \sqrt{\xi^{2} - \eta^{2}}} \sum_{l} S_{1l}(\bar{d}_{\varepsilon}, \eta) R_{l}^{1} \operatorname{je}_{1l}(\bar{d}_{\varepsilon}, \xi). \qquad (2)$$

Наконец, для внешней области с диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon_3$  решение имеет вид

$$H_{\varphi} = \sum_{l} S_{1l}(\bar{d}_{\varepsilon_{3}}, \eta) D_{l} \operatorname{he}_{1l}(\bar{d}_{\varepsilon_{3}}, \xi),$$
$$E_{\eta} = -\frac{i\bar{d}}{(\bar{d}_{\varepsilon_{3}})^{2} \sqrt{\xi^{2} - \eta^{2}}} \sum_{l} S_{1l}(\bar{d}_{\varepsilon_{3}}, \eta) D_{l} \operatorname{\dot{he}}_{1l}(\bar{d}_{\varepsilon_{3}}, \xi).$$
(3)

В выражениях (1)–(3)  $\bar{d}_{\varepsilon} = \bar{d}\sqrt{\varepsilon}, \ \bar{d}_{\varepsilon_3} = \bar{d}\sqrt{\varepsilon_3}, \ \bar{d} = kd, \ A_l$  — коэффициенты возбуждения поля источника в безграничном пространстве,  $R_l^1$  и  $D_l^1$  — коэффициенты отражения и прохождения

Т. И. Бичуцкая, Г. И. Макаров 143

соответственно для границы раздела внутреннего вакуума и плазменной оболочки,  $R_l$  и  $D_l$  – коэффициенты отражения и прохождения соответственно для границы раздела плазменной оболочки и внешнего вакуума.

Коэффициенты возбуждения  $A_l$  электромагнитного поля (1) источника, расположенного в центре сфероида, имеют вид

$$A_{l} = \frac{Gk \sqrt{\varepsilon_{1}} 2l (l+1)}{\Lambda_{1l} \bar{d}_{1\varepsilon_{1}} \sqrt{\xi_{0}^{2} - 1}} \operatorname{je}_{1l}(\bar{d}_{1\varepsilon_{1}}, \xi_{0}), \qquad G = \frac{iZ_{0}}{4\pi} I\ell k \sqrt{\varepsilon_{1}}, \qquad \Lambda_{1l} = \int_{-1}^{+1} S_{1l}^{2}(\bar{d}_{1\varepsilon_{1}}, \eta) \,\mathrm{d}\eta$$

где  $\xi_0$  — радиальная координата источника, I — ток на входе излучателя,  $\ell$  — его эффективная длина, не превышающая длину оси вращения внутреннего сфероида и удовлетворяющая условию  $k\ell \sqrt{\varepsilon_1} \ll 1$ . В квазистатическом приближении  $(\bar{d}_1 \sqrt{|\varepsilon_1|} \ll 1)$ , как и в [6], согласно [15] среди коэффициентов  $A_l$  можно выделить главные, соответствующие индексу l = 1, так что в разложениях (1) можно ограничиться одной сфероидальной волной с l = 1.

Записывая условие непрерывности тангенциальных компонент поля на поверхностях сфероидов  $\xi = \xi_1$  с межфокусным расстоянием  $2d_1$  и  $\xi = \xi_a$  с межфокусным расстоянием 2d и используя для сфероидальных функций (2) теорему сложения [16], позволяющую переразложить решение по системе сфероидальных функций, связанных с внутренним сфероидом, для границы  $\xi = \xi_1$  и по системе функций, связанных с внешним сфероидом, для границы  $\xi = \xi_a$ , а также разложение угловых сфероидальных функций в плазменной среде по угловым функциям вакуумной среды:

$$S_{1l}(\bar{d}_{\varepsilon},\eta) = \sum_{n=1}^{\infty} B_{1n} S_{1n}(\bar{d}_{\varepsilon_3},\eta), \qquad B_{1n} = \frac{1}{\Lambda_{1n}} \int_{-1}^{+1} S_{1l}(\bar{d}_{\varepsilon},\eta) S_{1n}(\bar{d}_{\varepsilon_3},\eta) \,\mathrm{d}\eta,$$

получим бесконечную систему алгебраических уравнений. В приближении квазистатики в разложении угловых функций согласно [15] можно с точностью до слагаемых порядка  $O[|\bar{d}_{\varepsilon}|^2]$  и  $O[(\bar{d}_{\varepsilon_3})^2]$  ограничиться первым членом разложения с коэффициентом  $B_{11} \approx 1$ ; аналогичную погрешность даёт использование первого члена разложения в теореме сложения [16].

Тогда система уравнений, описывающая граничные условия, может быть усечена до четырёх алгебраических уравнений. Два из них записываются для поверхности сфероида  $\xi = \xi_1$  с фокусным расстоянием  $2d_1$ , разделяющей внутренний вакуум и плазменную оболочку:

$$A_{1} \operatorname{he}_{11}(\bar{d}_{1\varepsilon_{1}},\xi_{1}) + R_{1}^{1} \operatorname{je}_{11}(\bar{d}_{1\varepsilon_{1}},\xi_{1}) = B_{11} \left[ D_{1}^{1} \operatorname{he}_{11}(\bar{d}_{1\varepsilon},\xi_{1}) + R_{1} \operatorname{je}_{11}(\bar{d}_{1\varepsilon},\xi_{1}) \right],$$
  

$$A_{1} \operatorname{\dot{he}}_{11}(\bar{d}_{1\varepsilon_{1}},\xi_{1}) + R_{1}^{1} \operatorname{\dot{je}}_{11}(\bar{d}_{1\varepsilon_{1}},\xi_{1}) = B_{11} \frac{\varepsilon_{1}}{\varepsilon} \left[ D_{1}^{1} \operatorname{\dot{he}}_{11}(\bar{d}_{1\varepsilon},\xi_{1}) + R_{1} \operatorname{\dot{je}}_{11}(\bar{d}_{1\varepsilon},\xi_{1}) \right], \qquad (4)$$

два — для поверхности сфероида  $\xi = \xi_a$  с фокусным расстоянием 2*d*, разделяющей плазменную оболочку и внешний вакуум:

$$B_{11} \left[ D_1^{1} \operatorname{he}_{11}(\bar{d}_{\varepsilon}, \xi_{\mathbf{a}}) + R_1 \operatorname{je}_{11}(\bar{d}_{\varepsilon}, \xi_{\mathbf{a}}) \right] = D \operatorname{he}_{11}(\bar{d}_{\varepsilon_3}, \xi_{\mathbf{a}}),$$
  
$$B_{11} \frac{\varepsilon_3}{\varepsilon} \left[ D_1^{1} \operatorname{\dot{he}}_{11}(\bar{d}_{\varepsilon}, \xi_{\mathbf{a}}) + R_1 \operatorname{\dot{je}}_{11}(\bar{d}_{\varepsilon}, \xi_{\mathbf{a}}) \right] = D \operatorname{\dot{he}}_{11}(\bar{d}_{\varepsilon_3}, \xi_{\mathbf{a}}), \tag{5}$$

где  $\bar{d}_{1\varepsilon} = \bar{d}_1 \sqrt{\varepsilon}$ . Из системы уравнений (4), (5) определяется коэффициент прохождения D электромагнитного поля во внешнюю среду:

$$D = \frac{\operatorname{he}_{11}(\bar{d}_{1\varepsilon_1},\xi)}{\operatorname{he}_{11}(\bar{d}_{\varepsilon},\xi_{\mathrm{a}})} \hat{\alpha}^2 \frac{[\tilde{Y} - \tilde{Z}_{1\varepsilon_1}][\tilde{Y} - \tilde{Z}_{\varepsilon}]}{\varepsilon_1 \varepsilon \Delta} + \mathcal{O}(\bar{d}^2), \tag{6}$$

Т. И. Бичуцкая, Г. И. Макаров

где

$$\begin{split} \Delta &= \left\lfloor \frac{\tilde{Z}_{1\varepsilon}}{\varepsilon} - \frac{\tilde{Y}}{\varepsilon_1} \right\rfloor \left\lfloor \frac{\tilde{Y}}{\varepsilon} - \frac{\tilde{Z}_{\varepsilon_3}}{\varepsilon_3} \right\rfloor - \alpha \hat{\alpha}^2 \left( \frac{1}{\varepsilon} - \frac{1}{\varepsilon_1} \right) \tilde{Y} \left\lfloor \frac{\tilde{Z}_{\varepsilon}}{\varepsilon} - \frac{\tilde{Z}_{\varepsilon_3}}{\varepsilon_3} \right\rfloor, \\ \tilde{Y} &= \dot{j} e_{11}(\bar{d}_{1\varepsilon_1}, \xi_1) / j e_{11}(\bar{d}_{1\varepsilon_1}, \xi_1), \\ \tilde{Z}_{\varepsilon} &= \dot{h} e_{11}(\bar{d}_{\varepsilon}, \xi_{a}) / h e_{11}(\bar{d}_{\varepsilon}, \xi_{a}), \qquad \tilde{Z}_{1\varepsilon_1} = \dot{h} e_{11}(\bar{d}_{1\varepsilon_1}, \xi_1) / h e_{11}(\bar{d}_{1\varepsilon_1}, \xi_1) \\ \tilde{Z}_{1\varepsilon} &= \dot{h} e_{11}(\bar{d}_{1\varepsilon}, \xi_1) / h e_{11}(\bar{d}_{1\varepsilon}, \xi_1), \qquad \tilde{Z}_{\varepsilon_3} = \dot{h} e_{11}(\bar{d}_{\varepsilon_3}, \xi_{a}) / h e_{11}(\bar{d}_{\varepsilon_3}, \xi_{a}) \\ \alpha &= d_1/d, \qquad \hat{\alpha}^2 = h e_{11}(\bar{d}_{\varepsilon}, \xi_{a}) / h e_{11}(\bar{d}_{1\varepsilon}, \xi_1). \end{split}$$

В (6) опущен множитель  $iI\ell kZ_0/(4\pi)$  и можно положить  $\xi_1 = \xi_a$ , поскольку равны эксцентриситеты внутреннего и внешнего сфероидов. Учитывая следующие представления вытянутых сфероидальных функций [15] при малом электрическом размере сфероида:

$$je_{11}(\bar{h},\xi) = \frac{\bar{h}}{3}\sqrt{\xi^2 - 1} \left[1 + O\left(|\bar{h}^2| (\xi + \sqrt{\xi^2 - 1})^2\right)\right],$$
  

$$he_{11}(\bar{h},\xi) = -\frac{3}{2\bar{h}^2}\frac{\psi(\xi)}{\sqrt{\xi^2 - 1}} \frac{\psi(\xi)}{\xi} \left[1 + O\left(|\bar{h}^2| (\xi + \sqrt{\xi^2 - 1})^2\right)\right],$$
  

$$\psi(\xi) = \xi^2 - \xi (\xi^2 - 1) \operatorname{arcth} \xi,$$
(7)

где для внутреннего сфероида  $\bar{h} = \bar{d}_{1\varepsilon_1}$ , для плазменной оболочки  $\bar{h} = \bar{d}_{1\varepsilon}$ ,  $\bar{d}_{\varepsilon}$  и для внешнего сфероида  $\bar{h} = \bar{d}_{\varepsilon_3}$ , получим коэффициент прохождения для вытянутого сфероида с полостью:

$$D = \frac{\varepsilon_3}{\varepsilon_1} \frac{1 + \mathcal{O}(\vec{d}_M^2 \left(\xi + \sqrt{\xi^2 - 1}\right)^2)}{\left[\psi + \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon} \left(1 - \psi\right)\right] \left[\psi + \frac{\varepsilon}{\varepsilon_3} \left(1 - \psi\right)\right] + \alpha^3 \psi \left(1 - \psi\right) \left(1 - \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon}\right) \left(1 - \frac{\varepsilon}{\varepsilon_3}\right)} , \tag{8}$$

где  $\bar{d}_{\rm M} = \max(|\bar{d}_{1\varepsilon_1}|, |\bar{d}_{\varepsilon}|, |\bar{d}_{1\varepsilon}|, |\bar{d}_{\varepsilon_3}|)$ . В случае сплюснутого плазменного сфероида с вакуумной полостью с тем же источником, направленным по оси вращения, решение граничной задачи, построенное в сплюснутых сфероидальных координатах с помощью сплюснутых угловых и радиальных функций, приводит к аналогичному (8) выражению для коэффициента прохождения  $\tilde{D}$ , в котором следует заменить функцию  $\psi(\xi)$  на функцию

$$\tilde{\psi}(\xi) = -\xi^2 + \xi \, (\xi^2 + 1) \operatorname{arcctg} \xi.$$

Подставим коэффициент прохождения (8) в компоненты поля во внешней вакуумной среде (3) и перейдём к компонентам полей в сферической системе координат r,  $\theta$ ,  $\varphi$  в волновой зоне источника. В результате получим

$$E_r = \frac{2i}{kr} \frac{\exp(ikr)}{r} D\cos\theta, \qquad E_\theta = \frac{\exp(ikr)}{r} D\sin\theta, \qquad H_\varphi = \frac{\exp(ikr)}{r} D\sin\theta,$$

где Dимеет значение (8) в случае вытянутого сфероида и аналогичное значение с заменой  $\psi$ на  $\tilde{\psi}$  в случае сплюснутого сфероида.

Оценку резонансной величины поля в вакууме можно получить, если учесть в (6) потери на излучение, связанные с вещественной поправкой к вытянутым сфероидальным функциям (7):

$$\operatorname{Re}[\operatorname{he}_{11}(\bar{h},\xi)] = \operatorname{Re}\left\{\frac{3}{2\bar{h}^2\sqrt{\xi^2 - 1}} \frac{\psi(\xi)}{\xi} \Gamma\left[1 + O\left(\bar{h}^2\left(\xi + \sqrt{\xi^2 - 1}\right)^2\right)\right]\right\},\$$

Т. И. Бичуцкая, Г. И. Макаров

2005

где

$$\Gamma = \frac{2}{9} \bar{h}^3 \frac{\xi}{\psi(\xi)} \, (\xi^2 - 1).$$

Выпишем в соответствии с (6) все необходимые в дальнейшем соотношения между сфероидальными функциями и их производными:

$$Z_{1\varepsilon_{1}} = -\frac{\xi}{\xi^{2}-1} \frac{\frac{2-\psi}{\psi} - i\alpha^{3}\Gamma}{1+i\alpha^{3}\Gamma}, \qquad Z_{1\varepsilon} = -\frac{\xi}{\xi^{2}-1} \frac{\frac{2-\psi}{\psi} - i\alpha^{3}\operatorname{Re}(\varepsilon^{3/2})\Gamma}{1+i\alpha^{3}\operatorname{Re}(\varepsilon^{3/2})\Gamma}, \qquad Z_{\varepsilon_{3}} = -\frac{\xi}{\xi^{2}-1} \frac{\frac{2-\psi}{\psi} - i\Gamma}{1+i\Gamma}, \qquad (9)$$
$$\hat{\alpha}^{2} = \alpha^{2} \frac{1+i\operatorname{Re}(\varepsilon^{3/2})\Gamma}{1+i\alpha^{3}\operatorname{Re}(\varepsilon^{3/2})\Gamma}, \qquad \frac{\operatorname{he}_{11}(\bar{d}_{\varepsilon_{3}},\xi)}{\operatorname{he}_{11}(\bar{d}_{\varepsilon_{3}},\xi)} = \frac{1}{\alpha^{2}} \frac{1+i\alpha^{3}\Gamma}{1+i\Gamma}, \qquad (9)$$

где  $\Gamma = 2\vec{d}^3\xi \left(\xi^2 - 1\right)/(9\psi(\xi)), \ Z_{\varepsilon} = [\mathrm{d}\operatorname{he}_{11}(\bar{d}_{\varepsilon},\xi)/\mathrm{d}\xi]/\mathrm{he}_{11}(\bar{d}_{\varepsilon},\xi).$ 

Коэффициент прохождения (6) с учётом поправок в выражениях (9) для случая вытянутого сфероида принимает вид

$$D = \frac{1 + \mathcal{O}\left(\bar{d}_{\mathcal{M}}^{2}(\xi + \sqrt{\xi^{2} - 1})^{2}\right)}{\left[\psi + \varepsilon\left(1 - \psi\right)\right] + \alpha^{3}\psi\left(1 - \psi\right)\left(1 - \varepsilon\right)\left(1 - \frac{1}{\varepsilon}\right) - i\tilde{\Delta}},$$

где

$$\tilde{\Delta} = \Gamma \left(1 - \alpha^3\right) \left(1 - \frac{1}{\varepsilon}\right) \psi \left[1 - \psi \left(1 - \varepsilon\right)\right].$$
(10)

Для коэффициента прохождения в случае сплюснутого сфероида в (10) следует функцию  $\psi(\xi)$  заменить на функцию  $\tilde{\psi}(\xi)$  и  $\Gamma$  на  $\tilde{\Gamma} = 2\bar{d}^3\xi \,(\xi^2 + 1)/(9\tilde{\psi}(\xi))$ .

Анализ выражения (10) показывает, что коэффициенты прохождения для вытянутого и сплюснутого сфероидов содержат два геометрических параметра:  $\psi(\xi)$  (или  $\tilde{\psi}(\xi)$ ) и  $\alpha$ . Изменение одного из них,  $\psi(\xi)$ , в случае вытянутого сфероида, когда  $\xi = 1/\sqrt{1-b^2/a^2}$ , и  $\tilde{\psi}(\xi)$  в случае сплюснутого сфероида, когда  $\xi = 1/\sqrt{a^2/b^2 - 1}$ , зависящего от отношения малой *b* и большой *a* полуосей сфероида, меняет кривизну его поверхности. Изменение второго параметра,  $\alpha$ , равного отношению больших (или малых) полуосей внутреннего и внешнего сфероидов, меняет коэффициент «заполнения» плазменного сфероида вакуумом. При a = b ( $\psi = \tilde{\psi} = 2/3$ ) выражение (10) становится равным коэффициенту прохождения в случае сферы, заполненной плазмой, с полостью. При  $\alpha = 0$  коэффициент прохождения (10) не переходит в соответствующее выражение для сплошного плазменного сфероида [6], и этот случай, требующий подобно [12] отдельного рассмотрения, здесь опущен. Таким образом, область допустимых значений  $\alpha$  в (10) ограничена снизу некоторым малым значением  $\alpha_0$ , близким к нулю.

Изучим резонансные свойства (10) при изменении геометрических параметров e и  $\alpha$ . Коэффициент прохождения (10) в случае малых потерь на излучение ( $\Gamma \ll 1$ ) для плазмы с диэлектрической проницаемостью  $|\text{Re }\varepsilon| \gg \text{Im }\varepsilon$  имеет максимальное значение при условии

$$\operatorname{Re}\varepsilon + (1 - \alpha^3)\psi(1 - \psi)(\operatorname{Re}\varepsilon - 1)^2 = 0$$
(11)

Т. И. Бичуцкая, Г. И. Макаров

для вытянутого сфероида и при аналогичном условии для сплюснутого сфероида с заменой  $\psi$  на  $\tilde{\psi}$ . Учитывая, что  $\operatorname{Re}\varepsilon \approx 1 - \omega_{\mathrm{p}}^2/\omega^2$  для холодной однородной плазмы с частотой столкновений  $\nu \ll \omega$ , из (11) получаем для вытянутого сфероида резонансные частоты в виде

$$\frac{\omega^2}{\omega_{\rm p}^2} = \frac{1}{2} \left( 1 \pm \sqrt{1 - 4\psi^*} \right),\tag{12}$$

где  $\psi^* = \psi (1 - \psi) (1 - \alpha^3)$ . Аналогичные резонансные частоты для сплюснутого сфероида имеют вид (12) с заменой  $\psi^*$  на  $\tilde{\psi}^* = \tilde{\psi} (1 - \tilde{\psi}) (1 - \alpha^3)$ . Выражения (12) для каждого из сфероидов образуют две ветви при изменении одного из параметров, b/a или  $\alpha$ . Мы будем рассматривать ветви выражения (12) в зависимости от формы сфероида b/a при фиксированной «заполненности» его вакуумом  $\alpha$ .

Общие черты такой зависимости следующие. При непрерывном изменении формы сфероида от сильно вытянутого ( $\psi \approx 1$ ,  $\psi^* \approx 0$ ) до сильно сплюснутого ( $\tilde{\psi} \approx 0$ ,  $\tilde{\psi}^* \approx 0$ ) резонансная частота (12) меняется от точки выхода (резонансной частоты при b/a = 0 для вытянутого сфероида) до совпадающей с ней точки входа (резонансной частоты при b/a = 0 для сплюснутого сфероида), равной  $\omega^{(1)} \approx 0$  для низкочастотной ветви и  $\omega^{(2)} \approx \omega_{\rm p}$  — для высокочастотной. Для формы сплюснутого сфероида, отвечающей  $\tilde{\psi} = 1/2$ , резонансная частота (12) принимает экстремальные значения

$$\left(\frac{\omega}{\omega_{\rm p}}\right)_{\rm extr}^{(1)} = \sqrt{\frac{1-\alpha\sqrt{\alpha}}{2}} , \qquad \left(\frac{\omega}{\omega_{\rm p}}\right)_{\rm extr}^{(2)} = \sqrt{\frac{1+\alpha\sqrt{\alpha}}{2}} , \qquad (13)$$

которые с ростом «заполненности»  $\alpha$  сфероида вакуумом стремятся к точкам входа (или выхода) своих ветвей, т. е. кривые зависимости (12) от формы сфероида b/a становятся более пологими. Аналогичная зависимость резонансных частот от отношения b/a для сплошного плазменного сфероида [6] имеет монотонно возрастающий характер.

Сопоставим теперь резонансные частоты (12) с некоторыми частными случаями, изученными ранее [5, 6].

При b = a  $(e = 0, \psi = \tilde{\psi} = 2/3)$  частоты (12) становятся равными резонансным частотам сферы, заполненной плазмой, с полостью:

$$\frac{\omega^2}{\omega_{\rm p}^2} = \frac{1}{2} \left( 1 \pm \frac{1}{3} \sqrt{1 + 8\alpha^3} \right). \tag{14}$$

При малом относительном размере вакуумной полости  $\alpha^3 \ll 1$  выражения (12) принимают вид

$$(\omega^2/\omega_{\rm p}^2)^{(1)} \approx 1 - \psi, \qquad (\omega^2/\omega_{\rm p}^2)^{(2)} \approx \psi \qquad (15)$$

в случае вытянутого сфероида и сводятся к тем  $0,0^{-1}$ же выражениям (15) с заменой  $\psi$  на  $\tilde{\psi}$  в случае сплюснутого сфероида в отличие от одной ветви резонансных частот для сплошного плазменного сфероида [6] или эллиптического плазменного цилиндра [5].



Более подробно положение резонансных частот (12) в зависимости от b/a для вытянутого сфероида и от обратного параметра a/b для сплюснутого сфероида при фиксированном  $\alpha$  пред-

сфероида и от ооратного параметра a/b для сплюснутого сфероида при фиксированном  $\alpha$  представлено на рис. 2. Коэффициент «заполненности»  $\alpha$  плазменного сфероида вакуумом на рис. 2

Т. И. Бичуцкая, Г. И. Макаров

равен 0,2 и 0,8 для тонких кривых, толстой кривой изображена резонансная частота для сплошного плазменного сфероида ( $\alpha = 0$ ). Результаты расчётов иллюстрируют расщепление резонансной частоты при наличии вакуумной полости и её смещение к предельным значениям  $\omega^{(1)} = 0$  и  $\omega^{(2)} = \omega_{\rm p}$  по мере того, как вакуумная полость занимает всё больший объём ( $\alpha = 0.8$ ). Для малого вакуумного «заполнения» ( $\alpha = 0.2$ ) резонансные частоты описываются формулой (15) и имеют хорошо выраженный экстремум для сплюснутой формы сфероида.

Оценим теперь модуль коэффициента прохождения (10), который при резонансном условии (11) с учётом тепловых потерь в плазме в главном (нулевом) приближении по малому параметру  $\bar{d}$  имеет вид

$$|D| = \frac{1}{\psi^* \left(1 - \frac{1}{\operatorname{Re}\varepsilon}\right)} \frac{1}{\left|\operatorname{Im}\varepsilon \left(1 + \frac{1}{\operatorname{Re}\varepsilon}\right) - \Gamma\left(\frac{\operatorname{Re}(\varepsilon)\psi}{1 - \psi} + 1\right)\right|},$$
(16)

где  $\operatorname{Re} \varepsilon = 1 - \omega_{\mathrm{p}}^2/\omega^2$ ,  $\operatorname{Im} \varepsilon = \nu_{\mathrm{p}}\omega_{\mathrm{p}}^3/\omega^3$ ,  $\nu_{\mathrm{p}} = \nu/\omega_{\mathrm{p}}$ ,  $\nu$  — эффективная частота соударений электронов. Аналитическая зависимость коэффициента прохождения (16) от формы сфероида *е* и параметра  $\alpha$  из-за наличия радикалов в (12) представляется довольно сложной, за исключением некоторой ограниченной области значений *е* и  $\alpha$ , которую мы рассмотрим.

Так, для e = 0 (a = b,  $\psi = 2/3$ ) (16) становится равным коэффициенту прохождения для сферы, заполненной плазмой, с полостью, и для малой «заполненности»  $\alpha$  вакуумом имеет вид

$$|D^{(1)}| = \frac{2}{\nu_{\rm p}\sqrt{3}\left(1+4\alpha^3\right) + \frac{\bar{a}_{\rm p}^{32}\sqrt{3}}{27}\left(1-\alpha^3\right)}, \qquad |D^{(2)}| = \frac{\sqrt{2}}{\nu_{\rm p}\sqrt{3}\left(1+\frac{11}{2}\alpha^3\right) + \frac{\bar{a}_{\rm p}^{32}\sqrt{3}}{27}4\alpha^3}, \quad (17)$$

где  $\bar{a}_{\rm p} = \omega_{\rm p} a/c$ . Выражения (17) превышают резонансный коэффициент прохождения [4]

$$|D_{\rm s}| = \frac{1}{\nu_{\rm p} \sqrt{3} + \frac{\bar{a}_{\rm p}^3 2 \sqrt{3}}{27}} \tag{18}$$

для сферы, заполненной плазмой, примерно в 2 и в 2  $\sqrt{2}$  раза соответственно при равных малых слагаемых в (18).

Теперь оценим (16) в области малых b/a, для которых в случае сплошного сплюснутого плазменного сфероида [6] (высокочастотный резонанс) имело место существенное превышение резонансного коэффициента прохождения над (18). В нашей задаче для сплюснутого плазменного сфероида с полостью резонансные частоты (12) при малых b/a ( $e \approx 1$ ,  $\tilde{\psi} \ll 1$ ) определяются как

$$\omega^{(1)}/\omega_{\rm p} \approx \sqrt{\tilde{\psi}^*} , \qquad \omega^{(2)}/\omega_{\rm p} \approx \sqrt{1-\tilde{\psi}^*} ,$$

и коэффициент прохождения (16) имеет вид

148

$$|D^{(1)}| \approx \frac{\sqrt{\tilde{\psi}^*}}{\nu_{\rm p} + \frac{2}{9}\bar{a}_{\rm p}^3 \frac{b}{a}\tilde{\psi}^{*2}(\tilde{\psi} + \alpha^3)} , \qquad |D^{(2)}| \approx \frac{\tilde{\psi}^*}{\nu_{\rm p} + \frac{2}{9}\bar{a}_{\rm p}^3 \frac{b}{a}(1 - \alpha^3)} . \tag{19}$$

Аналогичные выражения справедливы и для сильно вытянутого сфероида. Для  $a/b \gg 1$  функция  $\tilde{\psi}^* \ll 1$ , и коэффициенты (19) для сильно сплюснутого сфероида с полостью оказываются меньше, чем без полости, и меньше, чем для сферы без полости (18). Таким образом, наличие

Т. И. Бичуцкая, Г. И. Макаров

полости в плазменном сфероиде (как и в эллиптическом цилиндре) приводит к одинаково малому резонансному коэффициенту прохождения как для сильно вытянутого, так и для сильно сплюснутого сфероида в отличие от сфероида без полости.

Оценка резонансного коэффициента прохождения на экстремальной частоте (13), характерной для сплюснутого сфероида, даёт

$$|D^{(1,2)}| = \frac{\sqrt{1-\alpha^3}}{2\sqrt{2}\alpha^{3/2}} \frac{\sqrt{1\pm\alpha^{3/2}}}{\nu_{\rm p} + \frac{1}{18}\bar{a}_{\rm p}^3 \frac{b}{a}(1-\alpha^3)(1\mp\alpha^{3/2})} \,. \tag{20}$$

С уменьшением «заполненности»  $\alpha$  сфероида вакуумом величина (20) существенно превышает резонансный коэффициент прохождения (17) для сферы с полостью, так что наличие полости в сплюснутом сфероиде приводит к заметному увеличению резонансного поля излучения по сравнению со случаем сферы с полостью.

Более подробно зависимость резонансного коэффициента прохождения (16) от формы сфероида b/a и его «заполненности»  $\alpha$  вакуумом можно проследить на рис. 3, где при  $\nu_{\rm p} = \bar{a}_{\rm p}^3 = 0.01$ изображены рассчитанные по (16) модули низкочастотных  $|D^{(1)}|$  (сплошные тонкие кривые) и высокочастотных  $|D^{(2)}|$  (пунктирные кривые) резонансных коэффициентов прохождения в зависимости от параметра b/a для вытянутого сфероида и в зависимости от обратного параметра a/b — для сплюснутого сфероида. Для сравнения на рис. 3 сплошной толстой кривой изображён резонансный коэффициент прохождения для сплошного плазменного сфероида [6]. Кривые нормированы на величину резонансного коэффициента прохождения (18) для сферы, заполненной плазмой, величина которого превышает еди-



ницу на один-два порядка (в зависимости от величины малых потерь). Результаты представлены для двух значений коэффициента «заполнения» сфероида вакуумом:  $\alpha = 0,2$  и  $\alpha = 0,8$ . Расчёты показывают, что резонансные коэффициенты прохождения как для сильно вытянутого, так и для сильно сплюснутого сфероидов с полостью малы, и характерные для сплюснутой формы сфероида экстремальные значения резонансного коэффициента прохождения возрастают с ростом толщины плазменного слоя (с уменьшением  $\alpha$ ), как и в (20). Некоторое отклонение положения экстремума (16) от a/b = 2 связано с различной зависимостью исследуемых функций (13) и (16) от a/b.

Таким образом, наличие вакуумной полости в плазменном сфероиде приводит к тому, что при некотором её размере резонансное поле излучения из сплюснутого сфероида при  $a/b \approx 2$  намного превышает резонансное поле излучения из сферы с полостью, и для сильно сплюснутого сфероида становится таким же малым, как и для сильно вытянутого. В случае эллиптического плазменного цилиндра с полостью заметного превышения резонансного поля излучения по сравнению с двухслойным круговым цилиндром не наблюдалось.

Рассмотрим, как влияет на входной импеданс излучателя Z [17] наличие границ раздела плазменного сфероида с внутренним и внешним вакуумом. Отметим, что в случае окружения источника сферой с произвольной вещественной диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon$  вклад границ

Т. И. Бичуцкая, Г. И. Макаров

приводит к заметному увеличению реактивной части импеданса по сравнению с вещественной [8]:  $Im(Z)/Re(Z) \approx 1/\bar{a}_p^3$ . На резонансной частоте при заполнении сферы плазмой с малыми потерями это отношение, имеющее малую величину  $O(\nu_p)$ , уменьшается на два порядка.

Как показывают вычисления коэффициента отражения от границы сфероида [6], заполненного средой с диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon$ , вклад наличия границ во входной импеданс источника имеет вид

$$Z \approx -Z_{\rm pl} + \frac{1}{[\varepsilon + \psi (1 - \varepsilon)]^2} + \frac{i}{\Gamma} \; \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon} \; \frac{1 - \psi}{\varepsilon + \psi (1 - \varepsilon)} \; ,$$

где  $Z_{\rm pl}$  — импеданс источника, расположенного в безграничной плазме. Для произвольного вещественного  $\varepsilon$  отношение Im (Z)/Re(Z) велико и имеет порядок O(1/ $\Gamma$ ), где для вытянутого сфероида  $\Gamma = (2\bar{a}_{\rm p}^3 b^2 \omega^3)/(9\psi a^2 \omega_{\rm p}^3)$ , а для сплюснутого  $\tilde{\Gamma} = (2\bar{a}_{\rm p}^3 b \omega^3)/(9\bar{\psi}a \omega_{\rm p}^3)$ . На резонансной частоте  $\omega/\omega_{\rm p} = \sqrt{1-\psi}$  при заполнении сфероида плазмой с потерями этот вклад выглядит следующим образом:

$$Z \approx \frac{1}{\Gamma\left[\nu_{\rm p} \left(\frac{\omega_{\rm p}}{\omega}\right)^3 + \Gamma \frac{\psi}{(1-\psi)^2}\right]} \left\{ \frac{1}{2(1-\psi)} + i\left(\frac{1-\psi}{\psi}\right)^2 \left[\nu_{\rm p} \left(\frac{\omega_{\rm p}}{\omega}\right)^3 + \Gamma \frac{\psi(1-2\psi)}{(1-\psi)^3}\right] \right\},$$

и отражает то же малое соотношение между реактивной и активной его частями Im (Z)/Re (Z) =  $O(\nu_p)$ , что и для сферы, заполненной плазмой. Кроме того, для сфероида, форма которого не сильно сплюснута ( $\psi > 1/2$ ), реактивная часть импеданса может быть скомпенсирована подходящим выбором параметров  $\nu_p$  и  $\Gamma$ , как и для сплошной сферы, заполненной плазмой.

Вклад в импеданс границ плазменного сфероида с полостью имеет более сложный вид:

$$Z \approx \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon} \frac{1 - \psi}{\psi} (1 - \alpha^3) \left[ \frac{1 - \varepsilon}{\varepsilon} \frac{2\Delta_0 - \frac{1 - \psi}{\psi} \left(1 - \frac{1}{\varepsilon}\right)^2 (1 - \alpha^3)}{\Delta_0^2} - \frac{i}{\Gamma \varepsilon \alpha^3} \frac{1 + \varepsilon \frac{1 - \psi}{\psi}}{\Delta_0} \right],$$

где

$$\Delta_0 = \left(\frac{1}{\varepsilon} + \frac{1-\psi}{\psi}\right) \left(1 + \frac{1}{\varepsilon} \frac{1-\psi}{\psi}\right) - \alpha^3 \frac{1-\psi}{\psi} \left(\frac{1}{\varepsilon} - 1\right)^2.$$

Отношение Im (Z)/Re (Z) при отсутствии резонанса велико (порядка O[1/( $\Gamma \alpha^3$ )]) и существенно превышает соответствующее выражение для плазменного сфероида без полости. На резонансной частоте  $\omega/\omega_{\rm p} = \sqrt{1 \mp \sqrt{1 - 4\psi^*}/2}$ этот вклад имеет вид

$$Z \approx \frac{1-\psi}{\Gamma \Delta_{00} \alpha^3 \psi} \left[ \frac{\operatorname{Re}\varepsilon + (\operatorname{Re}\varepsilon)^2 \frac{1-\psi}{\psi}}{1+\operatorname{Re}\varepsilon} + i \frac{\operatorname{Im}\varepsilon \left(1+(\operatorname{Re}\varepsilon)^2 \frac{1-\psi}{\psi}\right) - 2\Gamma \operatorname{Re}\left(\varepsilon\right) (1-\operatorname{Re}\varepsilon)^2 (1+\alpha^3)}{(\operatorname{Re}\varepsilon)^2 - 1} \right],$$

где

$$\Delta_{00} = \operatorname{Im}\left(\varepsilon\right) \frac{1-\psi}{\psi} - \Gamma \operatorname{Re}\left(\varepsilon\right) \frac{\operatorname{Re}\varepsilon + \frac{1-\psi}{\psi}}{1+\operatorname{Re}\varepsilon} , \quad \operatorname{Re}\varepsilon = 1 - \frac{1}{2\psi^*} \pm \frac{1}{2\psi^*} \sqrt{1-4\psi^*} , \quad \operatorname{Im}\varepsilon = \nu_{\mathrm{p}}\left(\frac{\omega_{\mathrm{p}}}{\omega}\right)^3.$$

Его реактивная часть, по-прежнему на порядок меньшая активной, в отличие от случая сплошного плазменного сфероида не может быть скомпенсирована ни при каких параметрах  $\nu_{\rm p}$  и Г

 $({\rm Re}\,\varepsilon < 0)$  и имеет характерное для двухслойного резонатора изменение знака реактивной части импеданса на противоположный в случае перехода от низкочастотной к высокочастотной ветви резонанса, когда меняется знак у выражения  ${\rm Re}\,\varepsilon + 1$ .

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 01–02–17084а).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Пистолькорс А.А., Зимина В.И. // Вопросы радиоэлектроники. Сер. общ.-техн. 1964. Т. 12, вып. 1. С. 3.
- Акиндинов В. В., Ерёмин С. М., Киселёв С. И. и др. // Радиотехника и электроника. 1978. Т. 23, № 9. С. 1807.
- Бичуцкая Т.И., Макаров Г.И. // Вестн. С.-Пб. ун-та. Сер. 4. Физика, химия. 1999. Вып. 2 (№ 11). С. 68.
- Новиков В. В., Соловьёв В. Ю. // Вестн. С.-Пб. ун-та. Сер. 4. Физика, химия. 1996. Вып. 4 (№ 25). С. 27.
- 5. Бичуцкая Т.И., Макаров Г.И. // Радиотехника и электроника. 2004. Т. 49, № 8. С. 973.
- 6. Бичуцкая Т.И., Макаров Г.И. // Изв. вузов. Радиофизика. 2003. Т. 46, № 12. С. 1052.
- 7. Бичуцкая Т.И., Макаров Г.И. // Радиотехника и электроника. 2001. Т. 46, № 9. С. 1126.
- 8. Бичуцкая Т. И., Макаров Г. И. // Изв. вузов. Радиофизика. 2001. Т. 44, № 8. С. 669.
- Бичуцкая Т.И., Макаров Г.И. // Вестн. С.-Пб. ун-та. Сер. 4. Физика, химия. 2001. Вып. 3 (№ 11). С. 90.
- 10. Бичуцкая Т.И., Макаров Г.И. // Радиотехника и электроника. 2002. Т. 47, № 9. С. 1059.
- 11. Messiaen A. M., Vandenplas P. E. // Electron. Lett. 1967. V. 3, No. 1. P. 26.
- 12. Бичуцкая Т.И., Макаров Г.И. // Изв. вузов. Радиофизика. 2002. Т. 45, № 7. С. 558.
- 13. Ратклифф Дж. Введение в физику ионосферы и магнитосферы. М.: Мир, 1975.
- 14. Whale H. A. // J. Geophys. Res. 1964. V. 69, No. 3. P. 447.
- 15. Морс Ф. М., Фешбах Г. Методы теоретической физики. Т. 2. М.: Изд-во иностр. лит., 1960.
- 16. Иванов Е.А. Дифракция электромагнитных волн на двух телах. Минск, 1968.
- 17. Ковнер М. С., Лапидус В. А., Лупанов Г. А. // Изв. вузов. Радиофизика. 1971. Т. 14, № 1. С. 28.

Поступила в редакцию 12 января 2004 г.; принята в печать 5 ноября 2004 г.

## FIELD OF AN ELECTRIC DIPOLE SURROUNDED BY A SMALL PLASMA SPHEROID WITH A CAVITY

T. I. Bichutskaya and G. I. Makarov

We obtain and analyze a solution of the boundary-value problem of the field of an electric dipole centered in a vacuum cavity inside a small plasma spheroid. The results are compared with the case of a sphere with similar cavity. УДК 537.8

# НЕКОТОРЫЕ ОСОБЕННОСТИ ЭЛЕКТРОДИНАМИКИ АНИЗОТРОПНЫХ МЕТАМАТЕРИАЛОВ

И. Г. Кондратьев, А. И. Смирнов

Институт прикладной физики РАН, г. Нижний Новгород, Россия

Исследованы особенности распространения электромагнитных волновых полей в анизотропных метаматериалах, представляющих собой решётки из так называемых щелевых кольцевых резонаторов, вкрапленных в непроводящую основу. Показано, что в таких метаматериалах при отрицательных значениях отдельных компонент тензора эффективной магнитной проницаемости могут существовать сильно замедленные волны. Их наличие позволяет объяснить экспериментально наблюдаемый эффект просветления закритических волноводов при заполнении искусственной анизотропной средой из щелевых кольцевых резонаторов.

1. В последние годы бурно развивается технология создания искусственных материалов с недостижимыми для встречающихся в природе естественных сред электродинамическими параметрами. В СВЧ диапазоне эти метаматериалы представляют собой решётки (с малым по сравнению с длиной волны электромагнитного излучения периодом) из резонансных металлических элементов, вкрапленных в непроводящую основу. Используя в качестве таких элементов тонкие металлические проволочки (см. рис. 1*a*), можно реализовать искусственную среду с отрицательной эффективной диэлектрической проницаемостью [1], а при помощи щелевых кольцевых резонаторов (см. рис. 16) — среду с отрицательной эффективной магнитной проницаемостью [2]. Располагая особым образом проволочки и щелевые кольцевые резонаторы, авторы [3] синтезировали метаматериалы, у которых и магнитная, и диэлектрическая проницаемости одновременно отрицательны (см. рис. 16). Плоские электромагнитные волны, распространяющиеся в таких средах, являются (в отличие от обычных сред) обратными, т. к. вектор электрического поля, вектор магнитного поля и волновой вектор образуют не правую, а левую тройку, что, в свою очередь, приводит к другому необычному свойству — отрицательной рефракции. Для обозначения этих метаматериалов в литературе чаще всего употребляются термины «левые» среды (left-handed media) или среды с отрицательной рефракцией. Электродинамика «левых» сред обсуждалась сравнительно давно в работе [4], в которой были предсказаны такие своеобразные явления, как отрицательное давление света, обращённые эффекты Доплера и Вавилова—Черенкова, однако только сейчас появилась возможность наблюдать их экспериментально. Данное обстоятельство



Рис. 1. Элементарные ячейки для сред с отрицательной эффективной диэлектрической (*a*) и магнитной (*б*) проницаемостью и для «левых» сред (*в*)

И. Г. Кондратьев, А. И. Смирнов



Рис. 2

вызвало колоссальный интерес к исследованиям «левых» метаматериалов, стимулированный, в частности, рядом возможных практических применений, которые вытекают, например, из концепции так называемой совершенной линзы [5], позволяющей достигать разрешения, значительно превосходящего стандартный дифракционный предел [6].

Качественные частотные зависимости диэлектрической ( $\varepsilon_{\text{eff}}(\omega)$ ) и магнитной ( $\mu_{\text{eff}}(\omega)$ ) проницаемостей для описанных выше метаматериалов в случае, когда электрическое поле **E** параллельно проволочкам, а магнитное поле **H** перпендикулярно к плоскости щелевых кольцевых резонаторов, приведены на рис. 2*a*, *б* (см. [1, 2]).

Очевидно, что искусственная среда, набранная из параллельных друг другу элементов, изображённых на рис. 1, будет анизотропной. Изотропии можно достичь, последовательно располагая элементарные ячейки во взаимно перпендикулярных плоскостях, как это показано на рис. 3a-6 на примере «магнитной» среды из щелевых кольцевых резонаторов. Сейчас основные усилия и экспериментаторов, и теоретиков направлены на изучение явлений в изотропной «левой» среде. При этом остаётся в стороне целый ряд интересных и важных эффектов, связанных с анизотропией. О некоторых из них речь пойдёт в данной работе.

2. Рассмотрим два конкретных случая искусственных «магнитных» сред, набранных из представленных на рис. 3a и  $\delta$  элементарных ячеек. Как следует из основополагающей работы [2], в длинноволновом пределе эти среды описываются скалярной диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon \approx 1$  и диагональным тензором магнитной проницаемости  $\hat{\mu}$  с компонентами  $\mu_{xx} = \mu_{\text{eff}}, \mu_{yy} = 1, \mu_{zz} = 1$  (для элемента среды на рис. 3a) и  $\mu_{xx} = \mu_{yy} = \mu_{\text{eff}}, \mu_{zz} = 1$  (для элемента среды на рис. 3a) и  $\mu_{xx} = \mu_{yy} = \mu_{\text{eff}}, \mu_{zz} = 1$  (для элемента среды на рис. 3a) и  $\mu_{xx} = \mu_{yy} = \mu_{\text{eff}}, \mu_{zz} = 1$  (для элемента среды на рис. 3a) и  $\mu_{xx} = \mu_{yy} = \mu_{\text{eff}}, \mu_{zz} = 1$  (для элемента среды на рис. 3a) и  $\mu_{xx} = \mu_{yy} = \mu_{eff}, \mu_{zz} = 1$  (для элемента среды на рис. 3a) и  $\mu_{xx} = \mu_{yy} = \mu_{eff}, \mu_{zz} = 1$  (для элемента среды на рис. 3a) и  $\mu_{xz} = \mu_{yy} = \mu_{zz} \approx 1$  (для элемента среды на рис. 3a) и  $\varepsilon \approx 1, \mu_{zz} \approx 1$  (для элемента среды, не приводя к принципиальным изменениям вытекающих из неё результатов. Отметим также, что выбор  $\varepsilon \approx 1, \mu_{yy} = \mu_{zz} \approx 1$  (для элемента среды на рис. 3a) и  $\varepsilon \approx 1, \mu_{zz} \approx 1$  (для элемента среды на рис. 3b) не принципиален, важно только, чтобы и  $\varepsilon$ , и соответствующие компоненты тензора  $\hat{\mu}$  были положительны. Непосредственно из уравнений Максвелла (или с помощью принципа перестановочной двойственности и известных выражений для диэлектрических кристаллов) нетрудно получить дисперсионные соотношения для обыкновенной и необыкновенной плоских монохроматических волн в искусственных «магнитных» средах, набранных из представленных на рис. 3a и  $\delta$  элементарных ячеек.

Для среды 1 ( $\mu_{xx} = \mu_{\text{eff}}, \mu_{yy} = 1, \mu_{zz} = 1$ ): обыкновенная волна (вектор магнитного поля **H** перпендикулярен плоскости, образованной волновым вектором **k** и осью x) удовлетворяет дисперсионному соотношению

$$k^{2} = k_{x}^{2} + k_{y}^{2} + k_{z}^{2} = k_{0}^{2} = \omega^{2}/c^{2},$$
(1a)

И. Г. Кондратьев, А. И. Смирнов



Рис. 3. «Магнитные» среды, набранные из щелевых кольцевых резонаторов: одноосные магнитные среды (*a*, *б*) и изотропная среда (*b*)

где  $k_0$  — волновое число в свободном пространстве,  $\omega$  — несущая частота, c — скорость света в вакууме, а необыкновенная волна (вектор **H** лежит в плоскости, образованной волновым вектором **k** и осью x) — соотношению

$$k_x^2 \mu_{\rm eff} + k_y^2 + k_z^2 = k_0^2 \mu_{\rm eff}.$$
 (16)

Для среды 2 ( $\mu_{xx} = \mu_{yy} = \mu_{\text{eff}}, \mu_{zz} = 1$ ): обыкновенная волна (вектор **H** перпендикулярен плоскости, образованной волновым вектором **k** и выделенной осью z) удовлетворяет дисперсионному соотношению

$$k^{2} = k_{x}^{2} + k_{y}^{2} + k_{z}^{2} = k_{0}^{2}\mu_{\text{eff}},$$
(2a)

необыкновенная волна (вектор **H** лежит в плоскости, образованной волновым вектором **k** и осью z) — соотношению

$$(k_x^2 + k_y^2)\,\mu_{\text{eff}} + k_z^2 = k_0^2 \mu_{\text{eff}}.$$
(26)

Основной интерес представляет частотный диапазон, отвечающий отрицательным значениям  $\mu_{\text{eff}}$  (см. рис. 26). При  $\mu_{\text{eff}} < 0$  обыкновенные волны в первом случае ведут себя согласно (1а) как в вакууме, а во втором согласно (2а) являются нераспространяющимися. Поэтому всё дальнейшее рассмотрение будет относиться только к необыкновенным волнам.

Приведём следующие непосредственно из (16) и (26) выражения для показателей преломления необыкновенных волн в «магнитных» средах 1 и 2:

$$n^{2}(\beta) = \frac{1}{\mu_{\text{eff}}^{-1} \sin^{2}\beta + \cos^{2}\beta} , \qquad (3a)$$

$$n^{2}(\alpha) = \frac{1}{\mu_{\text{eff}}^{-1} \cos^{2} \alpha + \sin^{2} \alpha} , \qquad (36)$$

где угол  $\beta$  отсчитывается от оси x ( $k_x = k_0 \cos \beta$ ), а угол  $\alpha$  — от оси z ( $k_z = k_0 \cos \alpha$ ) соответственно.

Наглядное представление о поведении плоских волн в анизотропной среде дают поверхности волновых векторов (или изочастоты)  $f(k_x, k_y, k_z, \omega = \text{const}) = 0$ . Согласно выражениям (16) и (26) сечения этих поверхностей плоскостью  $k_y = 0$  для сред 1 и 2 выглядят совершенно одинаково, т. к.  $\beta = \pi/2 - \alpha$ , и являются разомкнутыми кривыми, асимптотически стремящимися к прямым (см. рис. 4). Предельный угол  $\alpha$  определяется из формулы tg<sup>2</sup>  $\alpha = -\mu_{\text{eff}}^{-1}$ . Сами же поверхности волновых векторов получаются путём вращения изображённой на рис. 4 кривой вокруг оси  $k_x$ в случае среды 1 и вокруг оси  $k_z$  в случае среды 2 (см. рис. 5*a* и *б* соответственно).

И. Г. Кондратьев, А. И. Смирнов

Область углов, прилегающих к асимптотическому значению  $\alpha$ , отвечает квазимагнитостатике или, точнее, квазимагнитостатическому резонансу. Действительно, записывая магнитное поле как  $\mathbf{H} = -\nabla \varphi^{\mathrm{m}}$  и используя уравнение div  $\mathbf{B} = 0$ , приходим для необыкновенной плоской волны с перпендикулярным оси y волновым вектором  $\mathbf{k}$  к уравнению асимптоты:  $k_z^2 = -\mu_{\mathrm{eff}} k_x^2$ .



Рис. 4. Сечение поверхности волновых векторов плоскостью  $k_y = 0$  для необыкновенных волн в искусственных магнитных средах 1 и 2

$$H_x = -\frac{k_z}{k_0 \mu_{\text{eff}}} \sin(k_x x) \exp(i\omega t - ik_z z)$$

для  $\mathbf{k}_1 = k_x \mathbf{x}_0 + k_z \mathbf{z}_0$ ,  $\mathbf{k}_2 = k_x \mathbf{x}_0 - k_z \mathbf{z}_0$  имеем

3. При описании распространения электромагнитного излучения в волноводных линиях передач помимо однородных плоских волн представляется интересным рассмотреть и неоднородные. В случае «магнитной» среды 1 можно выделить две характерные неоднородные плоские волны, которые являются суперпозицией однородных необыкновенных плоских волн с перпендикулярными к оси *y* волновыми векторами: 1)  $\mathbf{k}_{1,2} = \pm k_x \mathbf{x}_0 + k_z \mathbf{z}_0$ , 2)  $\mathbf{k}_{1,2} = k_x \mathbf{x}_0 \pm k_z \mathbf{z}_0$ . Нетрудно получить следующие выражения для компонент электрического и магнитного полей в этих неоднородных волнах. Для  $\mathbf{k}_1 = k_x \mathbf{x}_0 + k_z \mathbf{z}_0$ ,  $\mathbf{k}_2 = -k_x \mathbf{x}_0 + k_z \mathbf{z}_0$  имеем

$$E_y = \sin(k_x x) \exp(i\omega t - ik_z z),$$
  
$$H_z = i \, \frac{k_x}{k_0} \cos(k_x x) \exp(i\omega t - ik_z z); \tag{4}$$

$$E_y = \sin(k_x x) \exp(i\omega t - ik_x x),$$

$$H_z = \frac{k_x}{k_0} \sin(k_z z) \exp(i\omega t - ik_x x), \qquad H_x = -i \frac{k_z}{k_0 \mu_{\text{eff}}} \cos(k_z z) \exp(i\omega t - ik_x x), \qquad (5)$$



Рис. 5. Поверхности волновых векторов для необыкновенных вол<br/>н в искусственных магнитных средах 1 и2

И. Г. Кондратьев, А. И. Смирнов

где  $\mathbf{x}_0$  и  $\mathbf{z}_0$  — орты осей x и z соответственно.

Обратим внимание на то, что неоднородная волна (4) распространяется в направлении, недоступном для составляющих её однородных плоских волн. Кроме того, в ней средний по времени вектор Пойнтинга  $\mathbf{S} = c \operatorname{Re}[\mathbf{EH}^*]/(8\pi)$  противоположен направлению фазовой скорости:  $\mathbf{S} = -\mathbf{z}_0 S$ ; другими словами, волна (4) является обратной.

Опираясь на соотношения (4) и (5), рассмотрим в качестве конкретного примера основные моды  $TE_{10}$  соответствующих прямоугольных волноводов, заполненных магнитной средой 1.

Первый вариант (соотношения (4)). Пусть волновод ориентирован вдоль оси z и имеет размер a по оси x и b по оси y (a > b). Полагая в (4)  $k_z = h$  и  $k_x = \kappa = \pi/a$ , находим компоненты поля:

$$E_y = \sin(\pi x/a) \exp(i\omega t - ihz)$$

$$H_x = -\frac{h}{k_0 \mu_{\text{eff}}} \sin(\pi x/a) \exp(i\omega t - ihz), \qquad H_z = i \frac{\pi}{ak_0} \cos(\pi x/a) \exp(i\omega t - ihz), \tag{6}$$

и дисперсионное уравнение:

$$h = \sqrt{\mu_{\text{eff}} \left(k_0^2 - \pi^2/a^2\right)}.$$
(7)

Согласно (7) мода является распространяющейся только при условии, что поперечное волновое число  $\kappa = \pi/a$  больше волнового числа в вакууме:  $\kappa > k_0$ , или, другими словами, частота  $\omega$ меньше критической частоты  $\omega_c = c\pi/a$  незаполненного (вакуумного) волновода:  $\omega < \omega_c$  (напомним, что речь идёт об области отрицательных значений  $\mu_{\text{eff}}$ ). Более того, поскольку поверхность волновых векторов разомкнута (см. рис. 4), характерный поперечный масштаб  $a = \pi/k_x$  может быть, в принципе, достаточно малым, т. е. заполнение магнитной анизотропной средой 1 с  $\mu_{xx} =$  $= \mu_{\text{eff}} < 0, \ \mu_{yy} = 1, \ \mu_{zz} = 1$  приводит к «просветлению» сильно закритических волноводов, у которых  $\kappa \gg k_0$ , или  $\omega \ll \omega_c$ . Эта необычная мода является обратной; её постоянная распространения меняется в широких пределах — от весьма малых значений до достаточно больших по сравнению с  $k_0$ , а следовательно, она может быть как быстрой, так и существенно замедленной по сравнению с распространением в вакууме.

Обратим внимание на ещё одно обстоятельство. Перепишем дисперсионное уравнение для моды незаполненного волновода  $h = \sqrt{k_0^2 - \kappa^2}$  следующим образом:

$$h = k_0 \sqrt{1 - \frac{\kappa^2}{k_0^2}} = k_0 \sqrt{1 - \frac{\omega_c^2}{\omega^2}} = k_0 \sqrt{\varepsilon_{\text{eff}}} , \qquad (8)$$



где  $\varepsilon_{\rm eff} = 1 - \omega_{\rm c}^2/\omega^2$ . Из (8) видно, что волновод подобен плазменной среде, причём роль плазменной частоты  $\omega_{\rm p}$  играет критическая частота волновода  $\omega_{\rm c}$ . Дисперсионное соотношение (7) для моды волновода с заполнением, в свою очередь, принимает вид

Рис. 6. Волновод, заполненный щелевыми кольцевыми резонаторами

$$h = k_0 \sqrt{\mu_{\text{eff}} \varepsilon_{\text{eff}}} , \qquad (9)$$

где  $\varepsilon_{\rm eff} = 1 - \pi^2/(k_0^2 a^2)$ . На основании (9) формально можно сделать утверждение о том, что закритический волновод, заполненный магнитной анизотропной средой 1 с отрицательным значением  $\mu_{\rm eff}$ , эквивалентен «левой» среде. Именно эффектом «левой» среды авторы [8] объясняли экспериментально обнаруженный ими эффект прохождения электромагнитных волн через закритический квадратный волновод, внутри которого располагаются щелевые кольцевые резонаторы

И. Г. Кондратьев, А. И. Смирнов

(см. рис. 6). Однако, как следует из проведённого выше рассмотрения, это объяснение, несмотря на всю его кажущуюся привлекательность, не имеет под собой никаких физических оснований — структура поля волны TE-типа в волноводе и волны TEM-типа в «левой» среде кардинально отличаются друг от друга. Реально наблюдающееся в эксперименте «просветление» закритического волновода обусловлено только анизотропией заполняющей среды из щелевых кольцевых резонаторов [9]. В этом, кстати, дополнительно убеждает и рассмотренный ниже вариант волновода, ориентированного вдоль оси x.

Второй вариант (соотношения (5)). Пусть волновод ориентирован вдоль оси x и имеет размер: a по оси z и b по оси y (a > b). Полагая в (5)  $k_x = h$  и  $k_z = \kappa = \pi/a$ , находим для основной моды компоненты поля:

$$E_y = \sin(\pi z/a) \exp(i\omega t - ihx)$$

$$H_z = \frac{h}{k_0} \sin(\pi z/a) \exp(i\omega t - ihx), \qquad H_x = -i \ \frac{\pi}{k_0 a \mu_{\text{eff}}} \ \cos(\pi z/a) \exp(i\omega t - ihx), \tag{10}$$

и дисперсионное уравнение:

$$h = \sqrt{k_0^2 - \pi^2 / (\mu_{\text{eff}} a^2)} . \tag{11}$$

Согласно (11) при  $\mu_{\text{eff}} < 0$  мода (10) при любых размерах волновода *a* будет распространяющейся, причём она является прямой ( $\mathbf{S} = \mathbf{x}_0 S$ ) и медленной (постоянная распространения  $h > k_0$ и меняется в довольно широких пределах). Так же, как и в первом варианте, при заполнении закритического волновода щелевыми кольцевыми резонаторами, ориентированными перпендикулярно его оси, наблюдается эффект «просветления», и опять-таки он обусловлен анизотропией заполнения и никоим образом (даже чисто формально, см. (11)) не связан с «левыми» средами.

Заметим, что полученные выше результаты сравнительно легко обобщаются на двумерные решётки из щелевых кольцевых резонаторов, которые характеризуются диагональным тензором магнитной проницаемости с компонентами  $\mu_{xx} = \mu_{yy} = \mu_{\text{eff}} < 0$ ,  $\mu_{zz} = 1$ . Не вдаваясь в подробности, приведём основные физические выводы:

1) для первого варианта (волновода, ориентированного вдоль оси z) рассмотренная  $TE_{10}$ -мода остаётся без изменений, но в отличие от одномерных решёток (см. рис. 3a) через волновод будет проходить и  $TE_{01}$ -волна, если размер  $b < \pi/k_0$ ;

2) во втором варианте (волновод ориентирован вдоль оси x) для двумерных решёток (см. рис. 36) волна  $TE_{01}$  не распространяется в отличие от одномерных решёток, где обе волны ( $TE_{10}$  и  $TE_{01}$ ) являются распространяющимися.

Резюмируя, можно утверждать, что описанные выше искусственные анизотропные «магнитные» метаматериалы с отрицательными значениями отдельных компонент тензора эффективной магнитной проницаемости обладают целым рядом интересных и важных электродинамических свойств. Они, несомненно, найдут применение при создании различных функциональных элементов микроволновой техники, например согласующих устройств, линий задержки, фильтров [10].

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № 05–02–16357) и Совета по грантам Президента Российской Федерации для поддержки ведущих научных школ (грант № НШ–1639.2003.2).

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Pendry J. B., Holden A. J., Stewart W. J. // Phys. Rev. Lett. 1996. V. 76. P. 4773.
- Pendry J. B., Holden A. J., Robbins D. J., Stewart W. J. // IEEE Trans. Microwave Theory Tech. 1999. V. 47. P. 2075.
- Smith D. R., Padilla W. J., Vier D. C., Nemat-Nasser S. C., Schultz S. // Phys. Rev. Lett. 2000.
   V. 84. P. 4184.

И. Г. Кондратьев, А. И. Смирнов

- 4. Веселаго В. Г. // УФН. 1967. Т. 92. С. 517.
- 5. Pendry J. B. // Phys. Rev. Lett. 2000. V. 85. P. 3966.
- Luo C., Johnson S. G., Joannopoulos J. D., Pendry J. B. // Phys. Rev. B. 2002. V. 65. Article no. 201104.
- 7. Marques R., Medina F., Rafii-El-Idrissi R. // Phys. Rev. B. 2002. V. 65. Article no. 144 440.
- 8. Marques R., Martel J., Mesa F., Medina F. // Phys. Rev. Lett. 2002. V. 89. Article no. 183 901.
- 9. Kondratyev I. G., Smirnov A. I. // Phys. Rev. Lett. 2003. V. 91. Article no. 249401.
- 10. Schurig D., Smith D. R. // Appl. Phys. Lett. 2003. V. 82. P. 2215.

Поступила в редакцию 10 февраля 2004 г.; принята в печать 2 июня 2004 г.

# SOME FEATURES OF THE ELECTRODYNAMICS OF ANISOTROPIC METAMATERIALS

I. G. Kondrat'ev and A. I. Smirnov

We study the features of propagation of electromagnetic wave fields in anisotropic metamaterials composed of lattices of the so-called split-ring resonators embedded in a dielectric substrate. It is shown that strongly slowed-down waves can exist in such metamaterials if some components of the tensor of effective magnetic permeability are negative. The presence of such waves explains the experimentally observed effect of wave propagation through a cutoff waveguide filled with an artificial medium composed of split-ring resonators. УДК 537.86:519.21

# О «ЕСТЕСТВЕННОЙ» И «ТЕХНИЧЕСКОЙ» ФОРМАХ БИСПЕКТРАЛЬНОГО ПИКА ТРИГАРМОНИЧЕСКОГО КОЛЕБАНИЯ

Г. Н. Бочков, К. В. Горохов, А. А. Дубков

Нижегородский госуниверситет им. Н.И.Лобачевского, г. Нижний Новгород, Россия

В работе исследуются физические пределы стабильности и фазового синхронизма тригармонического колебания (триплета), которые характеризуются формой его биспектрального «пика», подобно тому, как контур спектральной линии характеризует стабильность одиночного квазигармонического колебания. Триплет является стандартным (тестовым) сигналом для радиофизических приборов нового поколения — биспектральных анализаторов, а также элементарной составляющей высокоинформативных биспектральных сигналов. Решается задача о «естественной» и «технической» формах биспектрального пика. Введены биспектральные аналоги естественного и технического уширения спектральных линий автоколебаний с физически обусловленными флуктуациями частот составляющих. Показано, что эти характеристики, в принципе, могут одновременно наблюдаться и измеряться. Найдены универсальные формы трёхмерных биспектральных пиков для предельно медленных и предельно быстрых флуктуаций, экспоненциально коррелированных флуктуаций и 1/f-флуктуаций частот. Проанализирован эффект сверхлокализации биспектрального пика. Найденные формы пиков и эффективные площади их сечений характеризуют предельно достижимую разрешающую способность биспектраньных сигральных сигников и информационную ёмкость синтезируемых биспектральных структур.

## ВВЕДЕНИЕ

Историю исследований формы спектральных линий автоколебаний, близких к синусоидальным, открыли работы [1–3] (подробная библиография содержится в [4]). В них по аналогии с оптикой были введены широко используемые в настоящее время понятия естественной и технической ширины спектральной линии, подчёркивающие происхождение уширения (размытости) линии. Чрезвычайно узкая линия, отвечающая естественным (тепловым) флуктуациям частоты автоколебания, обычно маскируется значительно превосходящим её ширину техническим размытием. Последнее обычно связывается с медленным случайным дрейфом параметров автоколебательной системы.

Полиспектральный анализ (анализ спектров высших порядков — многомерных Фурье образов корреляций высших порядков) в физике и технике становится адекватным методом получения принципиально новой информации о нелинейно-фазовых свойствах объектов и сред в задачах нелинейной шумовой спектроскопии, диагностики, идентификации, нелинейной фильтрации и прогнозирования [5–10]. Он существенно дополняет возможности спектрально-корреляционного анализа.

Синтез высокостабильных эталонных и на их основе сложных высокоинформативных полиспектральных сигналов (т. е. сигналов с заданными структурами спектров высших порядков), предложенный авторами [11], открывает путь к получению и передаче информации с использованием таких сигналов. На основе идеи соединения полиспектрального анализа и полиспектрального синтеза и её реализации становится возможным преодоление фундаментальных ограничений традиционных спектрально-корреляционных методов получения и передачи информации [12, 13].

Данная работа посвящена решению задачи о «естественной» и «технической» формах элементарной структуры простейшего из полиспектров — спектра 3-го порядка (биспектра). Этой структурой является биспектральный «пик» тригармонического колебания (триплета). Биспектральный «пик» идеального триплета имеет бесконечно узкую дельтаобразную форму и нулевую

Г. Н. Бочков, К. В. Горохов, А. А. Дубков

площадь сечения. Задача анализа и измерения параметров биспектрального пика реального триплета столь же фундаментальна, как и задача о форме и ширине спектральной линии. Знание формы и эффективной площади сечения биспектра триплета позволяет оценивать возможности разрешения близких пиков в прецизионных биспектральных диагностических системах и предельную достижимую информационную ёмкость синтезируемых биспектральных структур.

В разделе 1 на основе анализа способов генерации биспектрального триплета обосновывается используемая модель реального триплета с флуктуациями частот составляющих. Даётся математическое определение объекта исследования — формы биспектрального пика триплета. Обсуждаются способы вычисления и свойства биспектрального пика при наиболее общих предположениях о свойствах флуктуаций мгновенных частот. Остальные разделы посвящены исследованию формы биспектрального пика триплета с пропорциональными частотами. Для этой модели анализ представляет самостоятельный интерес и не сводится к анализу форм спектральных линий. В разделе 2 исследуются универсальные формы биспектральных пиков для предельно медленных и предельно быстрых флуктуаций частот. Для предельно медленных (технических) флуктуаций анализируется сверхлокализация биспектрального пика на определённой линии биспектральной плоскости — «линии дрейфа». Вводятся биспектральные аналоги естественного и технического уширения спектральных линий автоколебаний. Показывается, что при наличии квазистатически медленных технических частотных флуктуаций в биспектральной плоскости возможно непосредственное наблюдение и измерение естественного уширения линии. В разделе 3 условия реализуемости сверхлокализации биспектрального пика исследуются в рамках наиболее реалистичных моделей частотных флуктуаций в автоколебательных системах (экспоненциально коррелированных флуктуаций и 1/*f*-флуктуаций).

# 1. ЭЛЕМЕНТАРНЫЙ БИСПЕКТРАЛЬНЫЙ СИГНАЛ И ФОРМА ЕГО БИСПЕКТРА ПРИ ЧАСТОТНЫХ ФЛУКТУАЦИЯХ

### 1.1. По аналогии со спектром мощности

$$S_2(f) = \lim_{T \to \infty} S_2(T; f) = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{T} \langle X_T(f), X_T(-f) \rangle,$$
(1a)

биспектр случайного процесса x(t) с ограниченной средней мощностью можно определить соотношением [10]

$$S_3(f_1, f_2) = \lim_{T \to \infty} S_3(T; f_1, f_2) = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{T} \langle X_T(f_1), X_T(f_2), X_T(-f_1 - f_2) \rangle,$$
(16)

где  $X_T(f) = \int_{-T/2}^{+T/2} x(\tau) \exp(-i 2\pi f \tau) d\tau$ ,  $\langle \dots, \dots, \dots \rangle$  — кумулянтные скобки Малахова [9], которые являются удобной формой записи кумулянтов случайных величин, фигурирующих в качестве аргументов кумулянтных скобок. Для стационарных случайных процессов формулы (1), как показано в [10], эквивалентны широко известным определениям спектра мощности и биспектра через преобразования Фурье корреляционных функций 2-го и 3-го порядков. Формулы (1) являются практической основой для вычисления спектров и биспектров. Величины  $S_2(T; f)$ ,  $S_3(T; f_1, f_2)$  представляют собой средние выборочные спектр и биспектр соответственно и имеют смысл истинных спектра и биспектра, сглаженных с характерным масштабом  $\Pi = T^{-1}$ . Из (16) с учётом свойств симметрии кумулянтных скобок нетрудно получить свойства симметрии биспектра [6–9], из которых, в частности, следует, что биспектр полностью определяется своими значениями в области частот  $f_1 > f_2 > 0$ .

Учитывая, что кумулянты описывают статистические взаимосвязи между случайными величинами, из сравнения (1a) и (1б) приходим к следующему заключению. В то время как спектральная плотность  $S_2(f)$  характеризует мощность отдельной частотной компоненты случайного процесса, биспектр  $S_3(f_1, f_2)$  описывает трёхчастотное взаимодействие, т. е. статистическую связь между тремя составляющими, частоты  $f_1, f_2, f_3$  которых удовлетворяют соотношению  $f_1 + f_2 + f_3 = 0$ .

Поэтому, подобно тому, как элементарную спектральную структуру представляет одночастотный сигнал — монохроматическое колебание, элементарный биспектральный сигнал образует тригармоническое колебание [6]

$$x(t) = \sum_{k=1}^{3} 2A_k \cos[\Phi_k(t)] = \sum_{k=1}^{3} 2A_k \cos(2\pi F_k t + \varphi_k)$$
(2)

с жёсткой связью полных фаз составляющих:  $\Phi_1(t) + \Phi_2(t) + \Phi_3(t) = \Psi$ , где  $\Psi$  — заданная постоянная. Это обеспечивается тем, что частоты  $F_1$ ,  $F_2$  и  $F_3$  гармонически связаны, а случайные фазы  $\varphi_1$ ,  $\varphi_2$  и  $\varphi_3$  имеют квадратичную связь:

$$F_1 + F_2 + F_3 = 0, \qquad \varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 = \Psi.$$
 (3)

Для определённости далее полагаем начальные фазы  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  статистически независимыми и равномерно распределёнными в интервале  $[0, 2\pi)$ . Спектр мощности данного процесса состоит из трёх бесконечно узких линий, расположенных на частотах  $F_1$ ,  $F_2$ ,  $F_3$ :

$$S_2(f) = \sum_{k=1}^{3} A_k^2 \delta(f - |F_k|), \qquad (4a)$$

где f > 0, а биспектр в рассматриваемой области частот представляет собой пик, помещённый в точку  $(F_1, F_2)$ :

$$S_3(f_1, f_2) = B_0 \delta(f_1 - F_1) \,\delta(f_2 - F_2), \tag{46}$$

где  $0 < f_2 \leq f_1, 0 < F_2 \leq F_1$ . Здесь и далее  $B_0 = (1 + \delta_{F_1F_2}) A_1 A_2 A_3 \exp(i\Psi), \delta(x)$  — дельтафункция Дирака,  $\delta_{xy} = \{1, x = y; 0, x \neq y\}$  — символ Кронекера.

Ясно, что идеальный биспектральный триплет является удобной математической абстракцией и физически нереализуем подобно идеальному монохроматическому сигналу. Тем не менее, важные с принципиальной точки зрения модели автоколебательных систем для генерации идеальных элементарных спектральных сигналов и особенности их «функционирования» давно известны и хорошо изучены, чего нельзя сказать о методах генерации элементарных биспектральных сигналов.

На рис. 1 представлены два способа формирования биспектрального триплета, использующие в качестве задающих обычные генераторы монохроматических сигналов.

Первый способ генерации триплета (см. рис. 1*a*) основан на перемножении колебаний от двух независимых генераторов и последующем суммировании сигнала на выходе смесителя с сигналами от генераторов. При этом учитывается только составляющая на суммарной частоте, т. к. наличие сигнала на разностной частоте не влияет на характеристики рассматриваемого триплета, и при необходимости эта составляющая может быть либо отфильтрована, либо подавлена за счёт реализации квадратурного смесителя.

Г. Н. Бочков, К. В. Горохов, А. А. Дубков 161



Рис. 1. Два способа формирования биспектрального триплета: (a) синтезатор триплета с двумя независимыми составляющими и (b) синтезатор триплета с пропорциональными частотами составляющих. Здесь  $\Gamma_k$  — генератор колебания на частоте  $F_k$ , × — смеситель (перемножитель),  $\Sigma$  — сумматор,  $\lambda_k f$  — преобразователь частоты входного сигнала в  $\lambda_k$  раз ( $|\lambda_3| = \lambda_1 + \lambda_2$ )

Второй способ заключается в формировании составляющих триплета посредством преобразований частоты  $F_0$  гармонического колебания одного задающего генератора (см. рис. 16).

Оба упомянутых способа предполагают сначала независимую генерацию одного или двух опорных монохроматических сигналов, а затем синтез тригармонического колебания с использованием некоторого нелинейного преобразования. Фактически, именно это нелинейное преобразование и обеспечивает требуемые связанности частот и фаз (3) синтезируемого триплета.

Анализ статистических характеристик сигналов реальных генераторных систем, как известно, требует решения двух относительно независимых задач.

Первая, физическая задача, предполагает построение стохастической модели системы, адекватно описывающей возмущение шумами динамических параметров (таких, как мгновенные амплитуды, фазы и частоты колебаний) идеальной автоколебательной системы. Ясно, что корректный учёт шумов, обусловленных протекающими в системе и вокруг неё физическими процессами, невозможен в рамках идеальной (математической) модели системы и требует конкретизации механизма реализации автоколебаний в системе. Вследствие шумов, присущих любым реальным генераторам сигналов, динамические параметры автоколебательной системы приобретают характер случайных процессов. Цель решения первой задачи заключается в установлении статистических свойств этих случайных процессов.

Цель второй, статистической задачи, состоит в пересчёте уже известных статистических свойств амплитуд, фаз и частот автоколебаний в статистические свойства собственно автоколебаний (в такие, например, их статистические характеристики, как спектр мощности и спектры высших порядков). В этой задаче используются готовые результаты решения первой задачи без обращения к флуктуационным моделям автоколебательных систем.

В настоящей работе решается задача о форме биспектрального пика триплета, формируемого посредством нелинейного синтеза из сигналов одночастотных генераторов. Будем учитывать лишь немонохроматичность сигналов задающих генераторов и пренебрегать погрешностями в работе нелинейных преобразователей (например, собственными шумами и неидеальностями характеристик смесителя, сумматоров и преобразователей частоты в схемах на рис. 1). Вследствие шумов, присущих любым реальным генераторам гармонических сигналов, составляющие триплета (2) будут квазигармоническими, а их амплитуды, фазы и частоты в общем случае будут иметь флуктуационные компоненты. Флуктуации амплитуд, как известно [4], не приводят к уширению спектральных линий, а отвечают за наличие «пьедесталов» у них. Поэтому при анализе формы и ширины биспектрального пика (так же, как при исследовании спектральных линий) достаточно ограничиться моделью колебания с флуктуирующими частотами составляющих:

$$x(t) = \sum_{k=1}^{3} 2A_k \cos[2\pi F_k t + \Delta \varphi_k(0; t) + \varphi_k].$$
 (5)

Г. Н. Бочков, К. В. Горохов, А. А. Дубков

Здесь

$$\Delta \varphi_k(t;\tau) \equiv 2\pi \int_t^{t+\tau} \nu_k(\xi) \,\mathrm{d}\xi,\tag{6}$$

 $\nu_k(t)$  — флуктуации мгновенных (динамических) частот составляющих ( $\langle \nu_k \rangle = 0$ ), удовлетворяющие соотношению гармонической связанности:

$$\nu_1(t) + \nu_2(t) + \nu_3(t) = 0. \tag{7}$$

В силу определения (6) и соотношения (7) между величинами  $\nu_k(t)$  справедливы следующие свойства флуктуационных приращений фаз:

$$\Delta\varphi_k(t;\tau) = -\Delta\varphi_k(t+\tau;-\tau), \qquad \Delta\varphi_1(t;\tau) + \Delta\varphi_2(t;\tau) + \Delta\varphi_3(t;\tau) = 0.$$
(8)

Нетрудно видеть, что для данной модели триплета все его статистические характеристики определяются статистическими свойствами флуктуаций мгновенных частот  $\nu_k(t)$ , которые, в свою очередь, однозначно связаны с флуктуациями частот задающих генераторов. Так, для схемы на рис.  $1a \nu_1(t)$  и  $\nu_2(t) - ф$ луктуации мгновенных частот генераторов  $\Gamma_1$  и  $\Gamma_2$  соответственно, а для схемы на рис.  $16 \nu_k(t) = \lambda_k \nu_0(t)$ , где  $\nu_0(t) - ф$ луктуации частоты задающего генератора  $\Gamma_0$ .

Физические модели флуктуаций частот обычных одночастотных генераторов достаточно хорошо известны [4]. Поэтому при выборе конкретных моделей флуктуаций частот задающих генераторов анализ формы биспектра триплета (5) сводится лишь ко второй из вышеупомянутых задач — статистической: пересчёту статистики динамических параметров (мгновенных частот) в биспектральные свойства триплета.

Далее в данной части работы дадим математическое определение объекта исследования — формы биспектрального пика триплета (5) (в сравнении с формами спектральных линий), рассмотрим способы вычисления и свойства биспектрального пика триплета при наиболее общих предположениях о свойствах флуктуаций мгновенных частот.

**1.2.** Получим наиболее общие выражения, определяющие формы спектральных линий и биспектрального пика триплета (5). На основании определений (1а), (1б), независимости начальных фаз  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  и соотношений (3), (8) нетрудно найти средние выборочные спектр мощности и биспектр:

$$S_{2}(T;f) = \frac{1}{T} \sum_{k=1}^{3} A_{k}^{2} \int_{-T/2}^{T/2} dt_{1} \int_{-T/2}^{T/2} dt_{2} \exp[-i2\pi f (t_{1} - t_{2})] \times 2\operatorname{Re}\left\{\exp[i2\pi F_{k} (t_{1} - t_{2})] \left\langle\exp[i\Delta\varphi_{k}(t_{2};t_{1} - t_{2})]\right\rangle\right\}, \quad (9a)$$

$$S_{3}(T; f_{1}, f_{2}) = \frac{A_{1}A_{2}A_{3}}{T} \int_{-T/2}^{T/2} dt_{1} \int_{-T/2}^{T/2} dt_{2} \int_{-T/2}^{T/2} dt_{3} \left\{ \exp\left[-i 2\pi \left(f_{1}t_{1} + f_{2}t_{2} + f_{3}t_{3}\right)\right] \right\}_{6}^{f_{1}, f_{2}, f_{3}} \times 2 \operatorname{Re} \left\{ \exp\left[i \left(\Psi + 2\pi \sum_{k=1}^{3} F_{k}t_{k}\right)\right] \left\langle \exp\left[i \Delta\varphi_{21}(t_{2}; t_{3} - t_{2}, t_{1} - t_{3})\right] \right\rangle \right\}.$$
(96)

Г. Н. Бочков, К. В. Горохов, А. А. Дубков

Здесь и далее  $f_3 = -f_1 - f_2$ ,  $\{\ldots\}_N^{x,y,z}$  — состоящие из N слагаемых скобки симметризации внутреннего выражения по переменным, указанным в качестве верхнего индекса. В соотношении (96)

- .

$$\Delta\varphi_{21}(t_2; t_3 - t_2, t_1 - t_3) \equiv 2\pi \left[ \int_{t_3}^{t_1} \nu_1(t) \, \mathrm{d}t - \int_{t_2}^{t_3} \nu_2(t) \, \mathrm{d}t \right] = \Delta\varphi_1(t_3; t_1 - t_3) - \Delta\varphi_2(t_2; t_3 - t_2) = \Delta\varphi_1(t_3; t_1 - t_3) + \Delta\varphi_2(t_3; t_2 - t_3) \quad (10)$$

— разность приращений фаз на смежных интервалах времени, или приращение фаз 2-го порядка (в отличие от приращений фаз 1-го порядка (6)). Вследствие (8) справедливы следующие соотношения между различными приращениями фаз 2-го порядка:

$$\Delta\varphi_{21}(t_2; t_3 - t_2, t_1 - t_3) = \Delta\varphi_{12}(t_1; t_3 - t_1, t_2 - t_3) = \Delta\varphi_{31}(t_3; t_2 - t_3, t_1 - t_2) = \Delta\varphi_{13}(t_1; t_2 - t_1, t_3 - t_2) = \Delta\varphi_{32}(t_3; t_1 - t_3, t_2 - t_1) = \Delta\varphi_{23}(t_2; t_1 - t_2, t_3 - t_1).$$
(11)

Выполняя в (9а) замену переменных интегрирования  $(t = t_2, \tau = t_1 - t_2)$ , нормированную форму спектральной линии вблизи частоты  $F_k$  при достаточно малых уширениях, позволяющих пренебречь взаимным перекрыванием спектральных линий, можно записать в виде

$$P_{k}(f) \equiv \lim_{T \to \infty} \frac{S_{2}(T; f + F_{k})}{A_{k}^{2}} = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{T} \int_{-T}^{T} d\tau \exp(-i2\pi f\tau) \int_{-T/2 - \min\{0,\tau\}}^{T/2 - \max\{0,\tau\}} dt \langle \exp[i\Delta\varphi_{k}(t;\tau)] \rangle.$$
(12a)

Аналогично, пренебрегая в (9б) взаимным перекрыванием 12-ти биспектральных пиков и выполняя замену переменных интегрирования ( $t = t_3$ ,  $\tau_1 = t_1 - t_3$ ,  $\tau_2 = t_2 - t_3$ ), для нормированной формы биспектрального пика в окрестности точки ( $F_1$ ,  $F_2$ ) получаем соотношение

$$B(f_{1}, f_{2}) \equiv \lim_{T \to \infty} \frac{S_{3}(T; f_{1} + F_{1}, f_{2} + F_{2})}{B_{0}} = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{T} \int_{-T}^{T} d\tau_{1} \exp(-i 2\pi f_{1}\tau_{1}) \int_{-T + \max\{0, \tau_{1}\}}^{T + \min\{0, \tau_{1}\}} d\tau_{2} \exp(-i 2\pi f_{2}\tau_{2}) \times \int_{-T + \max\{0, \tau_{1}, \tau_{2}\}}^{T/2 - \max\{0, \tau_{1}, \tau_{2}\}} dt \langle \exp[i \Delta \varphi_{21}(t + \tau_{2}; -\tau_{2}, \tau_{1})] \rangle.$$
(126)

Таким образом, сопоставляя (12a) и (12б), видим, что в отличие от спектральных линий, формы которых определяются статистическими свойствами приращения фаз 1-го порядка, форма биспектрального пика зависит от статистических характеристик приращения фаз 2-го порядка.

Нетрудно установить, что определённые в (12) функции удовлетворяют соотношениям нормировки

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \mathrm{d}f \, P_k(f) = 1, \qquad \int_{-\infty}^{+\infty} \mathrm{d}f_1 \int_{-\infty}^{+\infty} \mathrm{d}f_2 \, B(f_1, f_2) = 1. \tag{13}$$

**1.3.** Ограничимся в дальнейшем рассмотрением случая стационарных флуктуаций частот  $\nu_k(t)$ , когда статистические характеристики приращений  $\Delta \varphi_k(t;\tau)$  и  $\Delta \varphi_{kl}(t;\tau_2,\tau_1)$  не зависят от

164 Г. Н. Бочков, К. В. Горохов, А. А. Дубков

текущего времени t. Тогда из (12) находим

$$P_k(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} d\tau \exp(-i\,2\pi f\tau) \langle \exp[i\,\Delta\varphi_k(0;\tau)] \rangle, \qquad (14a)$$

$$B(f_1, f_2) = \int_{-\infty}^{+\infty} d\tau_1 \int_{-\infty}^{+\infty} d\tau_2 \exp[-i\,2\pi\,(f_1\tau_1 + f_2\tau_2)] \,\langle \exp[i\,\Delta\varphi_{21}(0; -\tau_2, \tau_1)] \rangle.$$
(146)

Используя свойства симметрии (8) приращений фаз  $\Delta \varphi_k(t;\tau)$ , а также независимость их статистических характеристик от текущего времени t, нетрудно показать, что форма спектральной линии (14a)

$$P_k(f) = 2 \operatorname{Re} \int_0^\infty d\tau \exp(-i 2\pi f \tau) \left\langle \exp[i \,\Delta \varphi_k(0;\tau)] \right\rangle$$
(15)

полностью определяется значениями функции  $\langle \exp[i\Delta\varphi_k(0;\tau)] \rangle$  в области  $\tau > 0$ .

Разобьём область интегрирования в (14б) прямыми  $au_1 = 0, au_2 = 0$  и  $au_1 = au_2$  на шесть частей:

 $\Lambda_{21} = \{ (\tau_1, \tau_2) \mid \tau_1 \ge \tau_2 \ge 0 \}, \qquad \Lambda_{12} = \{ (\tau_1, \tau_2) \mid \tau_2 \ge \tau_1 \ge 0 \}, \qquad \Lambda_{32} = \{ (\tau_1, \tau_2) \mid \tau_1 \le 0, \tau_2 \ge 0 \},$   $\Lambda_{23} = \{ (\tau_1, \tau_2) \mid 0 \ge \tau_2 \ge \tau_1 \}, \qquad \Lambda_{13} = \{ (\tau_1, \tau_2) \mid 0 \ge \tau_1 \ge \tau_2 \}, \qquad \Lambda_{31} = \{ (\tau_1, \tau_2) \mid \tau_2 \le 0, \tau_1 \ge 0 \}.$ 

Используя свойства приращений фаз второго порядка (11) и стационарность флуктуаций, получаем следующий способ вычисления формы биспектрального пика:

$$B(f_1, f_2) = \{B_{21}(f_1, f_2) + B_{32}(f_2, f_3)\}_3^{1,2,3},$$
(16a)

где

$$B_{nm}(f_m, f_n) \equiv \iint_{\Lambda_{21}} d\tau_1 d\tau_2 \exp\left[-i 2\pi \left(f_m \tau_1 + f_n \tau_2\right)\right] \left\langle \exp\left[i \Delta \varphi_{nm}(0; -\tau_2, \tau_1)\right] \right\rangle =$$
$$= \iint_{\Lambda_{nm}} d\tau_1 d\tau_2 \exp\left[-i 2\pi \left(f_1 \tau_1 + f_2 \tau_2\right)\right] \left\langle \exp\left[i \Delta \varphi_{21}(0; -\tau_2, \tau_1)\right] \right\rangle. \quad (166)$$

Таким образом, форма биспектрального пика полностью определяется значениями шести различных функций  $\langle \exp[i\Delta\varphi_{nm}(0;-\tau_2,\tau_1)] \rangle$  при  $\tau_1 > \tau_2 > 0$ .

Для важного частного случая, когда  $\nu_k(t)$ , а следовательно,  $\Delta \varphi_k(0; \tau)$  и  $\Delta \varphi_{21}(0; \tau_2, \tau_1)$  являются гауссовыми случайными величинами, из (15) и (146) имеем

$$P_k(f) = 2 \int_0^\infty \mathrm{d}\tau \cos(2\pi f\tau) \exp[-\eta_k(\tau)], \qquad (17a)$$

$$B(f_1, f_2) = \int_{-\infty}^{+\infty} d\tau_1 \int_{-\infty}^{+\infty} d\tau_2 \exp[-i 2\pi \left(f_1 \tau_1 - f_2 \tau_2\right)] \exp[-\eta_{21}(\tau_2, \tau_1)].$$
(176)

В (17) для удобства введены функции

$$\eta_k(\tau) \equiv \frac{1}{2} \langle [\Delta \varphi_k(0;\tau)]^2 \rangle, \qquad \eta_{21}(\tau_2,\tau_1) \equiv \frac{1}{2} \langle [\Delta \varphi_{21}(0;\tau_2,\tau_1)]^2 \rangle.$$
(18)

Г. Н. Бочков, К. В. Горохов, А. А. Дубков
Выразив приращения фаз 1-го и 2-го порядков в (18) через частоты  $\nu_k$ , величины  $\eta_k(\tau)$  и  $\eta_{21}(\tau_2, \tau_1)$  можно выразить через корреляционные функции  $K_{nm}(\tau) = \langle \nu_n(0)\nu_m(\tau) \rangle$  или соответствующие им спектральные плотности  $S_{nm}(f)$  флуктуаций мгновенных частот. При этом удобно ввести в рассмотрение вспомогательные функции

$$\rho_{nm}(\tau) \equiv (2\pi)^2 \int_0^{\tau} d\xi \, K_{nm}(\xi) \, (\tau - \xi) = (2\pi\tau)^2 \int_{-\infty}^{+\infty} df \, S_{nm}(f) \, \frac{\exp(i\pi f\tau) \operatorname{sinc}(\pi f\tau) - 1}{2i\pi f\tau} = \\ = (2\pi\tau)^2 \left[ \int_0^{\infty} df \operatorname{Re}\{S_{nm}(f)\} \operatorname{sinc}^2(\pi f\tau) + \int_0^{\infty} df \operatorname{Im}\{S_{nm}(f)\} \, \frac{\operatorname{sinc}(2\pi f\tau) - 1}{\pi f\tau} \right], \quad (19)$$

где sinc(x) = sin(x)/x. Поскольку вследствие стационарности флуктуаций  $\nu_k(\tau)$  и (7) для корреляционных функций  $K_{nm}(\tau)$  справедливы соотношения  $K_{nm}(\tau) = K_{mn}(-\tau), K_{n1}(\tau) + K_{n2}(\tau) + K_{n3}(\tau) = 0$ , функции (19) также обладают подобными свойствами:

 $\rho_{nm}(\tau) = \rho_{mn}(-\tau), \qquad \rho_{n1}(\tau) + \rho_{n2}(\tau) + \rho_{n3}(\tau) = 0, \tag{20}$ 

а для функций (18) можно получить следующие представления:

$$\eta_k(\tau) = \rho_{kk}(\tau), \qquad \eta_{21}(\tau_2, \tau_1) = -\rho_{23}(\tau_2) - \rho_{31}(\tau_1) - \rho_{21}(\tau_1 + \tau_2). \tag{21}$$

Заметим, что, как следует из определения (10) величины  $\Delta \varphi_{21}(t; \tau_2, \tau_1)$ , форма биспектрального пика (14б) зависит не только от статистических свойств фазовых приращений  $\Delta \varphi_k(t; \tau)$  по отдельности (как для спектральных линий), но и от их совместных статистических характеристик. Более того, именно при наличии статистической связанности фазовых «уходов» или, что то же самое, статистической зависимости флуктуаций частот  $\nu_k(t)$  решение задачи об определении формы биспектрального пика не сводится к задаче о форме спектральной линии. В противоположном случае независимых флуктуаций частот  $\nu_1(\tau)$  и  $\nu_2(\tau)$  из (14б) с учётом (10) и (14а) имеем

$$B(f_1, f_2) = \int_{-\infty}^{+\infty} d\tau_1 \int_{-\infty}^{+\infty} d\tau_2 \exp[-i2\pi (f_1\tau_1 + f_2\tau_2)] \langle \exp[i\Delta\varphi_1(0;\tau_1)] \rangle \langle \exp[i\Delta\varphi_2(0;\tau_2)] \rangle = P_1(f_1)P_2(f_2). \quad (22)$$

Этот случай соответствует способу генерации триплета, представленному на рис. 1*а*. Как видим, при таком способе формирования триплета форма его биспектрального пика полностью определяется формами спектральных линий колебаний двух независимых генераторов.

# 2. ТРИГАРМОНИЧЕСКОЕ КОЛЕБАНИЕ С ПРОПОРЦИОНАЛЬНЫМИ ЧАСТОТАМИ И УНИВЕРСАЛЬНЫЕ ФОРМЫ ЕГО БИСПЕКТРАЛЬНОГО ПИКА

**2.1.** Более интересным для анализа является способ формирования биспектрального триплета, который реализуется, например, при синтезе информационных биспектральных сигналов [11– 13] и соответствует рис. 16. Для данной модели

$$\nu_k(t) = \lambda_k \nu_0(t), \qquad \Delta \varphi_k(t;\tau) = \lambda_k \Delta \varphi_0(t;\tau), \qquad \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = 0, \tag{23}$$

Г. Н. Бочков, К. В. Горохов, А. А. Дубков

где  $k = 1, 2, 3, \nu_0(t)$  — флуктуации частоты задающего генератора, а флуктуации мгновенных частот  $\nu_k(t)$  дополнительно к соотношению гармонической связанности (7) ограничены соотношениями пропорциональности:

$$\nu_2(t) = \gamma \nu_1(t), \qquad \nu_3(t) = -(1+\gamma) \nu_1(t), \qquad \gamma = \lambda_2/\lambda_1 \le 1.$$
 (24)

Исходя из этого, можно предположить, что в области  $\{(f_1, f_2) \mid 0 \leq f_2 \leq f_1\}$  биспектральной плоскости биспектр триплета должен быть целиком сосредоточен на линии

$$f_2 = \gamma f_1. \tag{25}$$

Покажем, что это справедливо только в предельном случае сколь угодно медленных флуктуаций частоты  $\nu_0(t)$ . В этом квазистатическом приближении  $\Delta \varphi_k(0;\tau) = 2\pi \nu_k \tau$ ,  $\Delta \varphi_{21}(0;-\tau_2,\tau_1) = 2\pi (\nu_1 \tau_1 + \nu_2 \tau_2)$ , и с учётом известных представлений плотности вероятности случайной величины  $\nu_k$  и совместной плотности вероятности величин  $\nu_1$  и  $\nu_2$ 

$$W_{\nu_{k}}(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} d\tau \exp(-i\,2\pi x\tau) \langle \exp(i\,2\pi\nu_{k}\tau) \rangle,$$
$$W_{\nu_{1},\nu_{2}}(x_{1},x_{2}) = \int_{-\infty}^{+\infty} d\tau_{1} \int_{-\infty}^{+\infty} d\tau_{2} \exp[-i\,2\pi\,(x_{1}\tau_{1}+x_{2}\tau_{2})] \langle \exp[i\,2\pi\,(\nu_{1}\tau_{1}+\nu_{2}\tau_{2})] \rangle$$

из (14а), (14б) получаем

$$P_k(f) = W_{\nu_k}(f), \qquad B(f_1, f_2) = W_{\nu_1 \nu_2}(f_1, f_2).$$
(26)

Формулы (26) справедливы в квазистатическом приближении для произвольного способа формирования биспектрального триплета. Таким образом, в этом предельном случае формы спектральных линий и биспектрального пика совпадают с формами соответствующих вероятностных распределений частот. Особенностью триплета с пропорциональными частотами является то, что вследствие квазистатического дрейфа частот спектральные линии уширяются пропорционально друг другу:

$$P_2(f) = \gamma^{-1} P_1(f/\gamma), \qquad P_3(f) = (1+\gamma)^{-1} P_1(-f/(1+\gamma)),$$
 (27a)

а биспектр «размывается» в биспектральной плоскости лишь вдоль линии (25) (в дальнейшем — линии дрейфа):

$$B(f_1, f_2) = W_{\nu_1}(f_1)\,\delta(\gamma f_1 - f_2) = P_1(f_1)\,\delta(\gamma f_1 - f_2).$$
(276)

Качественно это представлено на рис. 2.

Отметим принципиальную важность полученного результата. Действительно, медленные изменения частот автоколебаний (их дрейф) обычно связывают с медленными изменениями параметров генераторов вследствие «технических» причин (таких, как флуктуации температуры, старение элементов и др.) и характеризуют термином «технические флуктуации частоты». Как хорошо известно, именно технические флуктуации определяют ширину спектральных линий автоколебаний и, следовательно, предельные возможности их использования при решении прикладных задач. В то же время с применением биспектрального подхода и характеризуемого выражением (276) эффекта сверхлокализации биспектра на линии дрейфа появляется возможность преодоления ограничений традиционных методов разрешения сигналов и повышения их предельной информационной ёмкости.



Рис. 2. Технические формы спектральной линии (*a*) и биспектрального пика (*б*) триплета с пропорциональными частотами в пределе квазистатических флуктуаций частот составляющих

Поэтому целью дальнейшего рассмотрения будет анализ того, насколько установленный эффект сверхлокализации биспектрального пика триплета с пропорциональными частотами проявляется при других, менее идеализированных статистических моделях флуктуаций частот.

**2.2.** Для количественного определения параметров локализации биспектрального пика, по аналогии с эквивалентной шириной спектральной линии [4]

$$\Pi_{2k} \equiv \frac{1}{P_k(0)} \int_{-\infty}^{+\infty} \mathrm{d}f \, P_k(f) = \frac{1}{P_k(0)} = \left[ \int_{-\infty}^{+\infty} \mathrm{d}\tau \, \langle \exp[i\,\Delta\varphi_k(0;\tau)] \rangle \right]^{-1} \tag{28a}$$

определим эквивалентную площадь сечения биспектрального пика соотношением

$$\Pi_{3}^{2} \equiv \frac{1}{|B(0,0)|} \left| \int_{-\infty}^{+\infty} \mathrm{d}f_{1} \int_{-\infty}^{+\infty} \mathrm{d}f_{2} B(f_{1}, f_{2}) \right| = \frac{1}{|B(0,0)|} = \\ = \left| \int_{-\infty}^{+\infty} \mathrm{d}\tau_{1} \int_{-\infty}^{+\infty} \mathrm{d}\tau_{2} \left\langle \exp[i \Delta \varphi_{21}(0; \tau_{2}, \tau_{1})] \right\rangle \right|^{-1}, \quad (286)$$

а его эквивалентные протяжённости поперёк  $(\Pi_{3n})$  и вдоль  $(\Pi_{3d})$  линии дрейфа как

$$\Pi_{3n} \equiv \frac{\Pi_3^2}{\Pi_{3d}} = \left[ \sqrt{1+\gamma^2} \left| \int_{-\infty}^{+\infty} \mathrm{d}f \, B(f,\gamma f) \right| \right]^{-1} = \left[ \sqrt{1+\gamma^2} \left| \int_{-\infty}^{+\infty} \mathrm{d}\tau \, \langle \exp[i \, \Delta\varphi_{21}(0;\tau,\gamma\tau)] \rangle \right| \right]^{-1}, \quad (28B)$$

$$\Pi_{3d} \equiv \frac{1}{|B(0,0)|} \sqrt{1+\gamma^2} \left| \int_{-\infty}^{+\infty} df B(f,\gamma f) \right| = \frac{1}{|B(0,0)|} \sqrt{1+\gamma^2} \left| \int_{-\infty}^{+\infty} d\tau \left\langle \exp[i \Delta \varphi_{21}(0;\tau,\gamma\tau)] \right\rangle \right|.$$
(28r)

Г. Н. Бочков, К. В. Горохов, А. А. Дубков

В определениях (28) предполагается, что максимумы спектральных линий и биспектрального пика лежат в началах координат (центрированных относительно средних частот  $F_k$ ).

Для случая, когда  $\nu_0(t)$  является гауссовым случайным процессом, учтём, что для триплета с пропорциональными частотами в силу (23) справедливы соотношения

$$K_{nm}(\tau) = \lambda_n \lambda_m K_{00}(\tau), \qquad \rho_{nm}(\tau) = \lambda_n \lambda_m \rho_{00}(\tau), \qquad (29)$$

и из формул (21) найдём

$$\eta_k(\tau) = \lambda_k^2 \eta_0(\tau), \qquad \eta_{21}(\tau_2, \tau_1) = (1+\gamma) \,\eta_1(\tau_1) + \gamma \,(1+\gamma) \,\eta_1(\tau_2) - \gamma \eta_1(\tau_1 + \tau_2). \tag{30}$$

В этой ситуации форма биспектрального пика описывается вещественной центрально-симметричной функцией, а формулы (28а)–(28в) с учётом (17) принимают вид

$$\Pi_{2k}^{-1} = 2 \int_{0}^{\infty} \mathrm{d}\tau \exp[-\eta_k(\tau)],$$
(31a)

$$\Pi_3^{-2} = 2 \int_{-\infty}^{+\infty} d\tau_1 \int_{-\infty}^{\tau_1} d\tau_2 \exp[-\eta_{21}(\tau_2, \tau_1)], \qquad (316)$$

$$\Pi_{3n}^{-1} = 2 \sqrt{1 + \gamma^2} \int_{0}^{\infty} d\tau \exp[-\eta_{21}(\tau, \gamma\tau)].$$
(31b)

Как следует из (31в), уширение биспектрального пика поперёк линии дрейфа  $\Pi_{3n}$  определяется дисперсией приращения  $\Delta \varphi_{21}(0; \tau, \gamma \tau)$ . Для того, чтобы это уширение наблюдалось ( $\Pi_{3n} > 0$ ), необходим неограниченный рост дисперсии приращения при  $\tau \to \infty$ :  $\eta_{21}(\tau, \gamma \tau) \to \infty$ .

**2.3.** Рассмотрим теперь противоположный предельный случай. Будем считать  $\nu_0(t)$  сколь угодно быстрым негауссовым стационарным случайным процессом с кумулянтными функциями [14]

$$\langle \nu_0(t_1), \nu_0(t_2), \dots, \nu_0(t_n) \rangle = D_{0n} \int_{-\infty}^{+\infty} d\tau \, \delta(\tau) \delta(\tau + t_2 - t_1) \dots \delta(\tau + t_n - t_1)$$
(32)

и характеристическим функционалом

$$\Omega_0[u(\tau)] \equiv \left\langle \exp\left\{ i \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \mathrm{d}\tau \, u(\tau) \nu_0(\tau) \right\} \right\rangle = \exp\left\{ \sum_{n=2}^{\infty} \frac{i^n D_{0n}}{n!} \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \mathrm{d}\tau \, u^n(\tau) \right\},\tag{33}$$

где  $D_{0n}$  — величина спектра *n*-го порядка флуктуаций частоты  $\nu_0(t)$ .

Нетрудно установить взаимосвязь между (33) и характеристическими функциями фазовых приращений:

$$\left\langle \exp[is\,\Delta\varphi_k(0;\tau)]\right\rangle = \left\langle \exp\left\{is\,2\pi\int_0^\tau \mathrm{d}\xi\,\nu_k(\xi)\right\}\right\rangle = \Omega_0[s2\pi\lambda_k\Delta_0(\tau,\xi)] = \\ = \exp\left\{\tau\sum_{n=2}^\infty \frac{(is2\pi\lambda_k)^n}{n!}\,D_{0n}\right\},\qquad(34a)$$

Г. Н. Бочков, К. В. Горохов, А. А. Дубков

$$\langle \exp[is\,\Delta\varphi_{21}(0;-\tau_{2},\tau_{1})] \rangle = \left\langle \exp\left\{is\,2\pi\left(\lambda_{1}\int_{0}^{\tau_{1}}\mathrm{d}\xi\,\nu_{0}(\xi)+\lambda_{2}\int_{0}^{\tau_{2}}\mathrm{d}\xi\,\nu_{0}(\xi)\right)\right\}\right\} \right\rangle = \\ = \Omega_{0}[2\pi s\,(\lambda_{1}\Delta_{0}(\tau_{1},\xi)+\lambda_{2}\Delta_{0}(\tau_{2},\xi))] = \Omega_{0}[2\pi s\,(\lambda_{1}\Delta_{\tau_{2}}(\tau_{1}-\tau_{2},\xi)-\lambda_{3}\Delta_{0}(\tau_{2},\xi))] = \\ = \exp\left\{\sum_{n=2}^{\infty}\frac{(is\,2\pi)^{n}}{n!}\left[(\tau_{1}-\tau_{2})\,\lambda_{1}^{n}+\tau_{2}\,(-\lambda_{3})^{n}\right]D_{0n}\right\}, \qquad (346)$$

где  $\tau_1 \geq \tau_2 \geq 0$ . Отсюда для кумулянтов и кумулянтных коэффициентов фазовых приращений первого порядка имеем соответственно ( $\tau > 0$ )

$$\chi_{kn}(\tau) \equiv \left\langle \underbrace{\Delta\varphi_k(0;\tau), \ldots, \Delta\varphi_k(0;\tau)}_{n} \right\rangle = \tau \left(2\pi\lambda_k\right)^n D_{0n}, \qquad \kappa_{kn}(\tau) \equiv \frac{\chi_{kn}}{\chi_{k2}^{n/2}} = \tau^{1-n/2} C_{0n}, \qquad (35)$$

где  $C_{0n} \equiv D_{0n}/D_{02}^{n/2}$  — когерентность *n*-го порядка частотных флуктуаций.

Отметим, что в традиционной теории формы спектральной линии [4] анализ случая «белых» частотных флуктуаций производится в предположении гауссовости фазовых приращений  $\Delta \varphi_k(0;\tau)$ , которое основано на утверждениях центральной предельной теоремы. Действительно, как видно из (35),  $\kappa_{kn} \to 0$  при  $\tau \to \infty$  для n > 2 и, следовательно, распределения фазовых приращений  $\Delta \varphi_k(0;\tau)$  с ростом временного интервала  $\tau$  приближаются к гауссовым. Однако, как следует из формулы (15), форма спектральной линии определяется фазовыми приращениями не только на больших, но и на сколь угодно малых интервалах времени. Причём, как показывает (35), на малых временах  $\tau$  распределения величин  $\Delta \varphi_k(0;\tau)$  в общем случае могут существенно отклоняться от гауссовых.

Подставляя функции (34a) и (34б) при пробном параметре *s* = 1 в формулы (15), (16a), (166), в результате несложных вычислений находим

$$P_k(f) = \frac{1}{\pi} \operatorname{Re} \left[ \frac{1}{\pi D_k + i \left( f - \delta_k \right)} \right] = \frac{D_k}{(\pi D_k)^2 + (f - \delta_k)^2} , \qquad (36a)$$

$$B(f_1, f_2) = \frac{1}{(2\pi)^2} \left\{ \frac{1}{[\pi D_1 + i(f_1 - \delta_1)] [\pi D_2 - i(f_2 - \delta_2)]} \right\}_6^{1,2,3} = \frac{1}{2\pi^2} \left\{ \frac{\pi^2 D_1 D_2 + (f_1 - \delta_1) (f_2 - \delta_2)}{[(\pi D_1)^2 + (f_1 - \delta_1)^2] [(\pi D_2)^2 + (f_2 - \delta_2)^2]} \right\}_3^{1,2,3}; \quad (366)$$

где

$$D_{k} = \frac{1}{2\pi^{2}} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} (2\pi\lambda_{k})^{2n}}{(2n)!} D_{0(2n)}, \quad \delta_{k} = \frac{1}{2\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n} (2\pi\lambda_{k})^{2n+1}}{(2n+1)!} D_{0(2n+1)}, \quad k = 1, 2, 3.$$
(37)

Результат (36а) для формы спектральной линии демонстрирует универсальность хорошо известной [4] лоренцевой, или «естественной», формы линии, которая формируется в результате естественных тепловых флуктуаций в генераторе. По этой же причине впервые полученную в данной работе форму биспектрального пика (36б) можно назвать «естественной» формой биспектрального пика триплета с пропорциональными частотами.

Отметим, что при умножении частоты задающего генератора ( $\lambda_k > 1$ ) вклад негауссовых слагаемых  $D_{0n}$  (n > 2) в параметры (37), определяющие форму спектральных линий (36а) и биспектрального пика (36б), возрастает. Наоборот, при делении частоты ( $\lambda_k < 1$ ) влияние негауссовости флуктуаций частоты задающего генератора на параметры спектральных линий и биспектрального пика уменьшается и при достаточно больших коэффициентах деления  $\lambda_k^{-1}$  может быть пренебрежимо малым.

В гауссовом приближении  $D_k = \lambda_k^2 D_{02}$  и  $\delta_k = 0$ , т. е. центры спектральных линий триплета совпадают с ожидаемыми значениями частот  $F_k$ . При этом оказывается, что в данном приближении форма биспектрального пика (366) может быть выражена через формы спектральных линий. Действительно, с помощью несложного преобразования (366) получаем

$$B(f_1, f_2) = \frac{1}{(2\pi)^2} \left\{ \left[ \frac{\lambda_1}{\pi D_1 + if_1} + \frac{\lambda_2}{\pi D_2 - if_2} \right] \frac{1}{\pi (\lambda_2 D_1 + \lambda_1 D_2) + i (\lambda_2 f_1 - \lambda_1 f_2)} \right\}_6^{1,2,3} = \frac{1}{2\pi^2} \operatorname{Re} \left\{ \frac{1}{\pi D_1 + if_1} \frac{\lambda_1}{\pi (\lambda_2 D_1 + \lambda_1 D_2) + i (\lambda_2 f_1 - \lambda_1 f_2)} \right\}_6^{1,2,3}.$$
 (38)

Учитывая равенство  $\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = 0$  (см. (23)), гармоническую связанность частот:  $f_1 + f_2 + f_3 = 0$ , и соотношения  $D_2 = \gamma^2 D_1$ ,  $D_3 = (1 + \gamma)^2 D_1$ , легко доказать инвариантность выражений  $\lambda_2 D_1 + \lambda_1 D_2$  и  $\lambda_2 f_1 - \lambda_1 f_2$  относительно циклической перестановки индексов. Используя это свойство, соотношение (38) можно привести в виду

$$B(f_1, f_2) = \frac{\lambda_2 D_1 + \lambda_1 D_2}{[\pi (\lambda_2 D_1 + \lambda_1 D_2)]^2 + (\lambda_2 f_1 - \lambda_1 f_2)^2} \sum_{k=1}^3 \frac{\lambda_k D_k}{(\pi D_k)^2 + f_k^2}$$

и в соответствии с (36a) выразить форму биспектрального пика через формы спектральных линий:

$$B(f_1, f_2) = \frac{\gamma (1+\gamma) D_1}{[\pi \gamma (1+\gamma) D_1]^2 + (f_2 - \gamma f_1)^2} [P_1(f_1) + \gamma P_2(f_2) - (1+\gamma) P_3(-f_1 - f_2)].$$
(39)

Для полиспектров (36а) и (39) нетрудно найти параметры локализации (28):

$$\Pi_{2k} = \pi^2 D_k,\tag{40a}$$

$$\Pi_3^2 = 2 \frac{\Pi_{21} \Pi_{22} \Pi_{23}}{\Pi_{21} + \Pi_{22} + \Pi_{23}} = \frac{\gamma^2 (1+\gamma)^2}{\gamma^2 + \gamma + 1} \Pi_{21}^2, \tag{406}$$

$$\Pi_{3n} = \frac{\gamma \Pi_{21} + \Pi_{22}}{\sqrt{1 + \gamma^2}} = \sqrt{\frac{\Pi_{21} \Pi_{22} \Pi_{23}}{\Pi_{21} + \Pi_{22}}} = \frac{\gamma (1 + \gamma)}{\sqrt{1 + \gamma^2}} \Pi_{21}, \tag{40B}$$

$$\Pi_{3d} = 2 \frac{\sqrt{(\Pi_{21} + \Pi_{22})\Pi_{21}\Pi_{22}\Pi_{23}}}{\Pi_{21} + \Pi_{22} + \Pi_{23}} = \frac{\gamma (1+\gamma) \sqrt{1+\gamma^2}}{\gamma^2 + \gamma + 1} \Pi_{21}.$$
(40r)

Заметим, что в рассматриваемом случае ширины спектральных линий связаны друг с другом через квадрат отношения частот:  $\Pi_{2k}/\Pi_{2m} = (F_k/F_m)^2$ . Графическое представление формы биспектрального пика (39) для различного соотношения частот  $\gamma$  приведено на рис. 3.

**2.4.** Анализ случаев предельно медленных (квазистатических) и предельно быстрых (дельтакоррелированных) флуктуаций частоты в спектральной теории проводится по-отдельности, и соответствующие им формы спектральных линий отражают наиболее общие, не зависящие от статистики флуктуаций результаты [4].



Рис. 3. «Естественная» форма биспектрального пика триплета с пропорциональными частотами в зависимости от соотношения частот  $\gamma$ : рельефы и топограммы при  $\gamma = 1$  (*a*, *b*),  $\gamma = 0,7$  (*b*, *c*) и  $\gamma = 0,5$  (*d*, *e*);  $\Pi_{21}$  — спектральная ширина среднечастотной компоненты триплета. На топограммах линии равного уровня для  $B(f_1, f_2) > 0$  проведены с шагом 0,05, а для  $B(f_1, f_2) < 0$  — с шагом 0,005; контуры  $B(f_1, f_2) = 0$  показаны жирными линиями; штриховые линии — «линии дрейфа»

Г. Н. Бочков, К. В. Горохов, А. А. Дубков

Качественно новым в биспектральной теории является то, что при анализе формы биспектрального пика становится целесообразным анализ совместного случая, когда флуктуирующая частота имеет как быструю («естественную») компоненту  $\nu_0^n$ , так и квазистатическую («техническую») составляющую  $\nu_0^t$ :  $\nu_0 = \nu_0^n + \nu_0^t$ . В этой ситуации спектральные линии и биспектральный пик триплета при фиксированных технических компонентах  $\nu_k^t = \lambda_k \nu_0^t$  описываются естественными формами (36a), (366) в смещённых координатах  $f_k^t = f_k - \nu_k^t$ , где  $f_k$  — координаты, центрированные относительно средних частот  $F_k$ . Считая для простоты анализа естественную компоненту флуктуаций гауссовой (т. е.  $D_k = \lambda_k^2 D_{02}$  и  $\delta_k = 0$ ) и статистически независимой от технической компоненты, переходя в формах (36a) и (39) (отмеченных в (41a), (416) верхним индексом n) к центрированным координатам  $f_k^t$  и усредняя по техническим флуктуациям, находим формы спектральных линий и биспектрального пика:

$$P_k(f) = \langle P_k^{\mathbf{n}}(f - \nu_k^{\mathbf{t}}) \rangle_{\nu_k^{\mathbf{t}}},\tag{41a}$$

$$B(f_1, f_2) = \langle B^n(f_1 - \nu_1^t, f_2 - \nu_2^t) \rangle_{\nu_1^t, \nu_2^t} = = \frac{\gamma (1 + \gamma) D_1}{[\pi \gamma (1 + \gamma) D_1]^2 + (f_2 - \gamma f_1)^2} [P_1(f_1) + \gamma P_2(f_2) - (1 + \gamma) P_3(-f_1 - f_2)].$$
(416)

В обычном для практики случае, когда естественное уширение спектральных линий триплета мало по сравнению с размытием за счёт дрейфа, для эффективных протяжённостей (286)–(28г) биспектрального пика с помощью соотношения (416) нетрудно получить

$$\Pi_3^2 = \frac{\gamma \left(1+\gamma\right) \Pi_{21}^n}{\Pi_{21}^{-1} + \gamma \Pi_{22}^{-1} - (1+\gamma) \Pi_{23}^{-1}} \approx \gamma \left(1+\gamma\right) \Pi_{21}^n \Pi_{21}^t, \tag{42a}$$

$$\Pi_{3d} = \frac{\sqrt{1+\gamma^2}}{\Pi_{21}^{-1} + \gamma \Pi_{22}^{-1} - (1+\gamma) \Pi_{23}^{-1}} \approx \sqrt{1+\gamma^2} \ \Pi_{21}^{t}, \tag{426}$$

$$\Pi_{3n} = \Pi_{3n}^{n} = \frac{\gamma \left(1 + \gamma\right)}{\sqrt{1 + \gamma^{2}}} \Pi_{21}^{n}, \qquad (42B)$$

где  $\Pi_{2k}^{\rm n}$  и  $\Pi_{3{\rm n}}^{\rm n}$  — естественные протяжённости, определяемые формулами (40a), (40b), а  $\Pi_{2k}^{\rm t}==W_{\nu_k^{\rm t}}^{-1}(0)$ — техническая ширина спектральной линии.

Таким образом, в данном случае форма биспектрального пика триплета представляет собой узкий «хребет», вытянутый вдоль линии дрейфа. Его форма и ширина вдоль линии дрейфа характеризуют технические флуктуации, а поперёк — естественные флуктуации.

Отметим, что соотношение (416) описывает, фактически, биспектральный способ наблюдения «слабых» естественных флуктуаций частоты при наличии «мощных» флуктуаций, вызванных техническим дрейфом фазы задающего генератора, и определения спектральной плотности  $D_k$  (или естественной ширины  $\Pi_{2k}^n$ ) на основе измерения спектра и биспектра триплета с пропорциональными частотами. Очевидно, что практическая ценность и условия применимости этого метода определяются тем, насколько для реальных естественных флуктуаций справедливо описание в виде белого гауссового шума, а для технических флуктуаций «работает» квазистатическое приближение.

# 3. ФОРМЫ БИСПЕКТРАЛЬНОГО ПИКА ТРИГАРМОНИЧЕСКОГО КОЛЕБАНИЯ С ПРОПОРЦИОНАЛЬНЫМИ ЧАСТОТАМИ ПРИ ГАУССОВЫХ ФЛУКТУАЦИЯХ

**3.1.** Рассмотрение промежуточных случаев (по скорости флуктуаций) проведём в предположении гауссовости флуктуаций частоты  $\nu_0(t)$ . При этом для построения форм спектральных линий (17а) и биспектрального пика (17б), а также для расчёта их протяжённостей (31а)–(31в) на основании соотношений (30) достаточно определить вид одной из функций  $\eta_k(\tau)$  (например,  $\eta_1(\tau)$ ). В свою очередь, в силу (19) и (21), эти функции однозначно определяются видом корреляционных функций (спектров мощности) частотных флуктуаций.

Если флуктуации обладают конечным временем корреляции

$$\tau_{\rm c} = (2\pi\,\Delta f)^{-1} = \frac{1}{K_k(0)} \int_0^\infty \mathrm{d}\tau \, K_k(\tau) = \frac{S_k(0)}{2\,\langle\nu_k^2\rangle} \tag{43}$$

и, следовательно, конечной шириной спектра  $\Delta f$ , соотношение мощности и степени медленности (скорости) флуктуаций частоты, следуя работе [4], можно характеризовать безразмерной величиной — индексом модуляции

$$m_k = (2\pi)^2 \langle \nu_k^2 \rangle \tau_c^2 = \frac{\langle \nu_k^2 \rangle}{(\Delta f)^2} = \frac{\pi S_k(0)}{\Delta f} .$$

$$\tag{44}$$

Случай  $m_k \to \infty$  сколь угодно больших и медленных флуктуаций соответствует первому из рассмотренных выше предельных случаев — квазистатике. Случай  $m_k = 0$  предельно слабых и быстрых флуктуаций реализуется при естественных тепловых флуктуациях.

**3.2.** Пусть флуктуации частоты  $\nu_k(t)$  обладают функцией корреляции и спектром мощности вида

$$K_k(\tau) = \langle \nu_k^2 \rangle \exp(-b|\tau|), \qquad S_k(f) = \frac{2 \langle \nu_k^2 \rangle}{b} \frac{1}{1 + (2\pi f/b)^2}.$$
(45)

Тогда, поскольку  $\tau_{\rm c}=b^{-1}$  и  $m_k=(2\pi)^2\,\langle\nu_k^2\rangle/b^2=(2\pi)^2\,\lambda_k^2\,\langle\nu_0^2\rangle/b^2,$  имеем

$$\eta_1(t) = |x| - m_1 \left[1 - \exp(-|x|/m_1)\right], \qquad x = m_1 bt = 2\pi \sqrt{\langle \nu_1^2 \rangle m_1 t}. \tag{46}$$

Результаты расчётов формы биспектрального пика в зависимости от индекса модуляции представлены на рис. 4. С ростом индекса модуляции форма спектральной линии, как известно [4], меняется от резонансной при  $m_1 = 0$  до гауссовой при  $m_1 = \infty$ . При этом биспектральный пик приобретает всё более выраженную локализацию вдоль линии дрейфа (см. рис. 4). Количественно это демонстрирует рис. 5, на котором представлены рассчитанные зависимости протяжённостей биспектрального пика поперёк ( $\Pi_{3n}$ ) и вдоль ( $\Pi_{3d}$ ) линии дрейфа от индекса модуляции.

Исследуем аналитически локализацию биспектрального пика в пределе  $m_1 \to \infty$ . Путём разложения в ряд экспоненты в (46) можно получить представления функций (18) в виде рядов по степеням  $1/m_1^{1/2}$ :

$$\eta_1(\tau) = 2\pi^2 \langle \nu_1^2 \rangle \tau^2 - \frac{4}{3} \pi^3 \langle \nu_1^2 \rangle^{3/2} \tau^3 m_1^{-1/2} + \dots , \qquad (47a)$$

где  $\tau > 0$ ,

$$\eta_{21}(\tau_2,\tau_1) = 2\pi^2 \langle \nu_1^2 \rangle (\tau_1 - \gamma \tau_2)^2 - \frac{4}{3} \pi^3 \langle \nu_1^2 \rangle^{3/2} [\tau_1^3 + \gamma^2 \tau_2^3 - 3\gamma \tau_1 \tau_2 (\tau_1 + \tau_2)] m_1^{-1/2} + \dots, \quad (476)$$

Г. Н. Бочков, К. В. Горохов, А. А. Дубков



Рис. 4. Форма биспектрального пика триплета с пропорциональными частотами при  $\gamma = 1$  и экспоненциально коррелированных частотных флуктуациях в зависимости от индекса модуляции  $m_1$ : рельефы и топограммы при  $m_1 = 0,1$  ( $a, \delta$ ),  $m_1 = 1$  (b, c) и  $m_1 = 10$  (d, c);  $\Pi_{21}$  — спектральная ширина среднечастотной компоненты триплета. На топограммах линии равного уровня для  $B(f_1, f_2) > 0$  проведены с шагом 0,05, для  $B(f_1, f_2) < 0$  — с шагом 0,005; контуры  $B(f_1, f_2) = 0$ показаны жирными линиями

Г. Н. Бочков, К. В. Горохов, А. А. Дубков



Рис. 5. Относительные протяжённости биспектрального пика триплета с пропорциональными частотами вдоль ( $\Pi_{3d}/\Pi_{21}$ ) и поперёк ( $\Pi_{3n}/\Pi_{21}$ ) линии дрейфа при экспоненциально коррелированных частотных флуктуациях в зависимости от индекса модуляции  $m_1$  и соотношения частот  $\gamma$ ;  $\Pi_{21}$  — спектральная ширина среднечастотной компоненты триплета

где  $\tau_k > 0, k = 1, 2$ . Подстановка в (17а) и (17б) этих соотношений при учёте только первых слагаемых даёт квазистатическую гауссову форму спектральной линии:

$$P_1(f) = \frac{1}{\sqrt{2\pi \langle \nu_1^2 \rangle}} \exp\left(\frac{-f^2}{2 \langle \nu_1^2 \rangle}\right).$$

и квазистатическую форму биспектрального пика (27б) с нулевой протяжённостью  $\Pi_{3n}$  поперёк линии дрейфа. Отсюда для рассматриваемой модели находим ( $m_1 \rightarrow \infty$ )

$$\Pi_{21} \approx \sqrt{2\pi \left\langle \nu_1^2 \right\rangle}, \qquad \Pi_{3d} \approx \sqrt{1 + \gamma^2} \ \Pi_{21}.$$
 (48a)

Чтобы получить асимптотическую зависимость протяжённости  $\Pi_{3,n}$  от индекса модуляции, при вычислении по формуле (31в) в соотношении (47б) учтём также и второе слагаемое. Поскольку в данном приближении ( $m_1 \rightarrow \infty$ )

$$\eta_{21}(\tau,\gamma\tau) \approx \frac{1}{3} \left( 2\pi\tau \sqrt{\langle \nu_1^2 \rangle} \right)^3 \gamma^2 (1+\gamma) m_1^{-1/2},$$
  
$$\eta_{21}(-\gamma\tau,\tau) \approx 2\pi \left\langle \nu_1^2 \right\rangle (1+\gamma^2)^2 \tau^2 - \frac{4}{3} \pi^3 \left\langle \nu_1^2 \right\rangle^{3/2} (1+3\gamma^2-3\gamma^3+2\gamma^4+\gamma^5) \tau^3 m_1^{-1/2},$$

. 2

где  $\tau \ge 0$ , то

$$\Pi_{3n} \approx \frac{1}{\Gamma(4/3)} \sqrt{\frac{\pi/2}{1+\gamma^2}} \sqrt[3]{\frac{\gamma^2 (1+\gamma)}{3}} m_1^{-1/6} \Pi_{21}$$
(486)

**3.3.** Медленные технические флуктуации частоты автогенераторов обычно имеют фликкерный характер, т. е. спектр мощности вида

$$S_k(f) = \frac{\alpha_k}{f^\beta} = f_{0k} \, (f_{0k}/f)^\beta.$$
(49)

Здесь, исходя из соображений размерности, соотношением  $\alpha_k = f_{0k}^{\beta+1}$  введена характерная частота  $f_{0k}$ , которую удобно использовать вместо константы  $\alpha_k$ .

Для случая стационарных фликкерных флуктуаций частоты  $\beta < 1$ , и согласно [4]

$$\eta_k(t) = a_\beta |2\pi f_{0k}t|^{\beta+1}, \qquad a_\beta = \frac{\pi}{\Gamma(\beta+2)\cos(\pi\beta/2)}.$$
 (50)

Для ширины линии (31a) и протяжённостей биспектрального пика (31б), (31в) можно получить из (30) и (50) следующие точные соотношения, справедливые для любых  $\beta < 1$ :

$$\Pi_{2k} = \frac{a_{\beta}^{1/(1+\beta)}}{\Gamma\left(\frac{2+\beta}{1+\beta}\right)} \pi f_{0k},\tag{51a}$$

Г. Н. Бочков, К. В. Горохов, А. А. Дубков



Рис. 6. Нормированная «техническая» форма биспектрального пика триплета (рельеф и топограмма) с пропорциональными частотами (γ = α<sub>2</sub>/α<sub>1</sub> = 0,7) при фликкерных флуктуациях частоты с показателем β = 0,99

$$\Pi_{3}^{2} = \Pi_{3d}\Pi_{3n} = \left(2\pi f_{0k}a_{\beta}^{1/(1+\beta)}\right)^{2} \frac{1}{b_{\beta\gamma}},$$

$$b_{\beta\gamma} = \int_{-\infty}^{+\infty} dx_{1} \int_{-\infty}^{+\infty} dx_{2} \exp[-(1+\gamma)|x_{1}|^{\beta+1} - \gamma(1+\gamma)|x_{2}|^{\beta+1} + \gamma|x_{1} + x_{2}|^{\beta+1}], \quad (516)$$

$$\Pi_{3n} = \frac{a_{\beta\gamma}^{1/(1+\beta)}}{\Gamma\left(\frac{2+\beta}{1+\beta}\right)\sqrt{1+\gamma^{2}}} \pi f_{01}, \quad a_{\beta\gamma} = a_{\beta}\gamma(1+\gamma)[\gamma^{\beta} + 1 - (1+\gamma)^{\beta}]. \quad (51B)$$

Как видно из (51), ширина спектральной линии ( $\Pi_{21}$ ) и протяжённость биспектрального пика вдоль линии дрейфа ( $\Pi_{3d}$ ) неограниченно возрастают при  $\beta \to 1 - 0$ , а протяжённость биспектрального пика поперёк линии дрейфа ( $\Pi_{3n}$ ) остаётся конечной вплоть до  $\beta = 1$ .

Используя (50) и (30), в (176) можно приближённо вычислить двойной интеграл в пределе  $\beta \rightarrow 1 - 0$  и получить для нормированного биспектра следующую приближённую формулу:

$$\frac{B(f_1, f_2)}{B(0, 0)} \approx \exp\left\{-\sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{\Pi_{21}}{f_{01}} \left[\frac{f_1^2}{\Pi_{21}^2} + \frac{(f_2 - \gamma f_1)^2}{(1 + \gamma^2)\Pi_{3n}^2}\right]\right\}.$$
(52)

Как видно из рис. 6, в отличие от «естественной» формы пика (см. рис. 3), его «техническая» форма имеет существенно различные протяжённости вдоль и поперёк линии дрейфа  $f_2 = \gamma f_1$ .

#### 4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Исследована форма биспектрального пика — элементарной структуры спектра 3-го порядка, являющегося фурье-образом корреляционной функции соответствующего порядка. Подобно

Г. Н. Бочков, К. В. Горохов, А. А. Дубков 177

тому, как контур спектральной линии отражает стабильность квазимонохроматического колебания, форма биспектрального пика характеризует физические пределы стабильности и фазового синхронизма биспектральной тройки квазимонохроматических колебаний — триплета.

В работе проанализирована модель реального стабильного триплета с физически обусловленными флуктуациями частот составляющих. Дано математическое определение объекта исследования — формы биспектрального пика триплета. Рассмотрены способы вычисления и свойства биспектрального пика триплета при наиболее общих предположениях о свойствах флуктуаций мгновенных частот.

Для триплета с пропорциональными частотами найдены универсальные формы трёхмерных биспектральных пиков для случаев предельно медленных и предельно быстрых флуктуаций частот. Рассчитаны параметры пиков в наиболее реалистичных моделях флуктуаций частот в автоколебательных системах: экспоненциально коррелированных флуктуаций и 1/f-флуктуаций. Введены биспектральные аналоги естественного и технического уширения спектральных линий автоколебаний. Установлено, что при наличии «мощных» квазистатически медленных технических частотных флуктуаций в биспектральной плоскости возможно непосредственное наблюдение и измерение естественного уширения линии.

Обнаружен и проанализирован эффект сверхлокализации биспектрального пика. Рассчитанные параметры локализации пика определяют потенциальную разрешающую способность биспектранализаторов, а также предельные возможности уплотнения информационных сигналов в биспектральном пространстве.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № 02–02–17517) и программ «Научные школы России» (№ 1729.2003.2) и «Университеты России» (УР.01.01.020).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Понтрягин Л. С., Андронов А. А., Витт А. А. // ЖЭТФ. 1933. Т. 3. С. 165.
- 2. Берштейн И.Л. // ЖТФ. 1941. Т. 11. С. 305.
- 3. Горелик Г.С. // ЖЭТФ. 1950. Т. 20. С. 351.
- 4. Малахов А. Н. Флуктуации в автоколебательных системах. М.: Наука, 1968.
- 5. Александров Е.Б., Голубев Ю.М., Ломакин А.В., Носкин В.А. // УФН. 1983. Т. 140, № 4. С. 547.
- 6. Никиас Х. Л., Рагувер М. Р. // ТИИЭР. 1987. Т. 75, № 7. С. 5.
- Nikias C. L., Petropulu A. P. Higher-Order Spectral Analysis: A Nonlinear Signal Processing Framework. Prentice-Hall. Inc., 1993.
- 8. Nikias C. L., Mendel J. M. // IEEE Signal Processing. 1993. V. 10, No. 3. P. 10.
- Малахов А. Н. Кумулянтный анализ случайных негауссовых процессов и их преобразований. М.: Сов. радио, 1978.
- 10. Дубков А. А., Малахов А. Н. // Изв. вузов. Радиофизика. 1978. Т. 21, № 1. С. 81.
- 11. Бочков Г. Н., Горохов К. В. // Письма в ЖТФ. 1995. Т. 21, № 16. С. 27.
- 12. Бочков Г. Н., Горохов К. В., Дубков А. А. и др. // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 1996. Т. 4, № 6. С. 54.
- 13. Бочков Г. Н., Горохов К. В. // Изв. вузов. Радиофизика. 1997. Т. 40, № 11. С. 1388.
- 14. Бочков Г. Н., Дубков А. А. // Изв. вузов. Радиофизика. 1981. Т. 24, № 12. С. 1484.

Поступила в редакцию 5 декабря 2003 г.; принята в печать 14 сентября 2004 г.

Г. Н. Бочков, К. В. Горохов, А. А. Дубков

# "NATURAL" AND "TECHNICAL" SHAPES OF BISPECTRAL PEAK OF TRIHARMONIC OSCILLATION

### G. N. Bochkov, K. V. Gorokhov, and A. A. Dubkov

We study physical limits of stability and phase synchronism of triharmonic oscillation (triplet) characterized by the shape of its bispectral "peak" by analogy with the spectral-line profile characterizing the stability of a single quasi-harmonic oscillation. The triplet is the standard (test) signal for new-generation radiophysical devices, i.e., bispectral analyzers, as well as elementary component of highly informative bispectral signals. The problem of "natural" and "technical" shapes of bispectral peak is analyzed. Bispectral analogs of the natural and technical broadening of spectral lines of self-oscillations with physically determined fluctuations of the component frequencies are proposed. It is shown that these characteristics can be observed and measured simultaneously. Universal shapes of three-dimensional bispectral peaks for extremely slow and extremely fast fluctuations, exponentially correlated fluctuations, and 1/f frequency fluctuations are found. The phenomenon of bispectral-peak superlocalization is analyzed. The obtained peak shapes and their effective cross-sectional areas characterize the ultimate attainable resolution of bispectral analyzers and informative capacity of the synthesized bispectral structures.