МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Известия высших учебных заведений

РАДИОФИЗИКА

ежемесячный научно-технический журнал

Издаётся с апреля 1958 г.

Том XLVIII № 12 Нижний Новгород 2005

Содержание

Фролов В. Л., Недзвецкий Д. И., Сергеев Е. Н., Шорохова Е. А., Штуббе П. О свойствах тепловой узкополосной компоненты в спектре искусственного радиоизлучения ионосферы 1013

Костылев В. И., Петров В. М. Обобщённая автокорреляционная функция полезного сигнала радиолокационной системы с синтезированием апертуры космического передатчика 1033

Блудов Ю. В., Кириченко А. Я., Когут А. Е., Кутузов В. В., Солодовник В. А. Колебания шепчущей галереи в бочкообразном диэлектрическом резонаторе 1041

Иванченко М. В., Осипов Г. В., Шалфеев В. Д. Управление синхронной динамикой хаотических берстов в ансамблях нейроноподобных элементов 1049

Волкова И. В., Ивлев Д. Н., Орлов И. Я. Влияние мощной внеполосной помехи на выходное отношение сигнал/шум радиоприёмного устройства в режиме блокирования 1056

Брюханов Ю. А. Эффекты квантования в цифровых рекурсивных фильтрах первого порядка с представлением чисел в дополнительном коде и округлением после сложения 1067

Уткин С. Г. Ускоренная супердиффузия частиц 1077

Андронова И. А. Комментарий к статье И. А. Андроновой «Влияние когерентности излучения на эффекты поляризационной невзаимности волоконных кольцевых интерферометров» (Изв. вузов. Радиофизика. 2004. Т. 47, № 10–11. С. 982) 1083

Содержание тома 48 журнала «Известия высших учебных заведений. Радиофизика» за 2005 год 1084

Именной указатель тома 48 журнала «Известия высших учебных заведений. Радиофизика» за 2005 год 1092

УДК 533.951+537.868

О СВОЙСТВАХ ТЕПЛОВОЙ УЗКОПОЛОСНОЙ КОМПОНЕНТЫ В СПЕКТРЕ ИСКУССТВЕННОГО РАДИОИЗЛУЧЕНИЯ ИОНОСФЕРЫ

В. Л. Фролов[1], *Д. И. Недзвецкий*[1], *Е. Н. Сергеев*[1], *Е. А. Шорохова*[1], *П. Штуббе*[2]

[1] Научно-исследовательский радиофизический институт, г. Нижний Новгород, Россия;
[2] Max-Plank Institut für Aeronomie, Katlenburg-Lindau, Germany

В работе представлены результаты экспериментальных исследований свойств тепловой узкополосной компоненты искусственного радиоизлучения ионосферы (NC_{th}), наблюдающейся в узкой области частот между частотой волны накачки и главным спектральным максимумом излучения (DM). Рассмотрены спектральные и динамические характеристики компоненты NC_{th}, проанализирована зависимость её свойств от частоты и мощности волны накачки, а также угла излучения пучка мощных радиоволн относительно зенита в плоскости геомагнитного меридиана. Доказано, что генерация NC_{th} определяется развитием тепловой (резонансной) параметрической неустойчивости вблизи уровня верхнегибридного резонанса для мощной радиоволны. Приведены новые экспериментальные данные, касающиеся свойств основной тепловой компоненты DM в спектре искусственного радиоизлучения ионосферы, которая использовалась нами в большинстве измерений в качестве опорной.

ВВЕДЕНИЕ

Искусственное радиоизлучение ионосферы (ИРИ), возбуждаемое мощными радиоволнами О-поляризации вблизи уровня их отражения в F-области ионосферы, интенсивно исследуется уже более 30 лет, начиная с момента обнаружения [1, 2]. Это излучение появляется в результате различных процессов взаимодействия электромагнитных волн и высокочастотных плазменных колебаний с низкочастотной плазменной турбулентностью, среди которых определяющую роль играют искусственные мелкомасштабные неоднородности концентрации плазмы с размерами $l_\perp \leq 30\div50$ м в ортогональном к силовым линиям геомагнитного поля направлении. Взаимосвязь и взаимовлияние различных плазменных процессов при генерации ИРИ в магнитоактивной плазме обусловливают его широкие диагностические возможности при изучении свойств как искусственной, так и естественной плазменной турбулентности. При этом, естественно, необходимо знать механизмы генерации используемых для диагностики компонент излучения и зависимость этих механизмов от широкого круга ионосферных параметров.

Согласно исследованиям, выполненным в средних [3–9] и полярных [1, 10–14] широтах, ИРИ в своём стационарном состоянии, которое обычно достигается через несколько секунд (десятков секунд) после начала воздействия, представляет собой композицию более десяти отдельных спектральных структур (компонент излучения), что свидетельствует о многообразии плазменных процессов, одновременно протекающих в возмущённой области (ВО) ионосферы. Обзор полученных в этих экспериментах результатов можно найти, например, в [15–17]. Начальная классификация основных компонент ИРИ была дана в [1, 3, 10], позднее были введены и другие обнаруженные компоненты излучения, наиболее полный перечень которых с рассмотрением их основных свойств можно найти в подробном обзоре [16]. К основным компонентам ИРИ, которые наиболее часто фигурируют в различных исследованиях, относятся: 1) главный спектральный максимум излучения (DM, down-shifted maximum), частота f_{DM} которого смещена вниз от частоты волны накачки (ВН) на величину $\Delta f^- \approx 9\div18$ кГц [1, 3, 5, 10, 16]; 2) широкополосное излучение в области отрицательных отстроек (BC, broad continuum), которое обнаруживается на частотах ниже f_{DM} в области отстроек вплоть до $\Delta f^- \approx 60\div120$ кГц [3, 4, 16]; 3) максимум в области

положительных отстроек $\Delta f^+ \approx 7 \div 12$ кГц (UM, up-shifted maximum), расположенный в спектре ИРИ приблизительно симметрично с DM относительно частоты волны накачки [10, 16]; 4) широкополосное излучение в области положительных отстроек $\Delta f^+ \approx 15 \div 150$ кГц (BUM, broad up-shifted maximum), генерация которого наблюдается, когда частота $f_{\rm BH}$ волны накачки близка или немного выше частоты гармоники гирорезонанса в области взаимодействия мощной радиоволны с плазмой (в условиях выполняемых на стенде «Сура» измерений гирочастота электронов $f_{\rm ce} \approx 1{,}3 \div 1{,}35$ МГц) [4, 7, 10, 16–18]; 5) стрикционная узкополосная компонента излучения ($\rm NC_p$, ponderomotive narrow continuum), наблюдаемая на отстройках до $\Delta f^- \approx 30 \div 50$ кГц на стадии развития стрикционной параметрической неустойчивости [8, 9, 16]; 6) широкополосное подобное BUM излучение, которое обнаруживается в областях частот между гирогармониками (BUS, broad up-shifted structure) [19]. В силу сложившейся традиции и во избежание возможной терминологической путаницы мы будем использовать в статье введённые выше англоязычные названия компонент излучения. Генерация различных компонент в спектре ИРИ существенно зависит от частоты и мощности ВН, а также от ионосферных условий. В частности, выполненные исследования [4, 5, 7, 11, 13, 15–18] показали, что вид спектра ИРИ кардинальным образом изменяется в узкой области частот ВН, когда $f_{\rm BH} \approx n f_{\rm ce}$, где n — номер гирогармоники. Одним из наиболее важных гирогармонических свойств ИРИ, которое часто используется в различного рода экспериментах, является подавление генерации DM в очень узкой полосе частот в несколько килогерц и меньше, если $f_{\rm BH} \approx n f_{\rm ce}$. Это свойство DM позволяет быстро и с высокой точностью определять частоту гирогармонического резонанса непосредственно во время измерений. В последние годы были выполнены детальные исследования динамических и спектральных характеристик основных компонент ИРИ (DM, BC, BUM, $\rm NC_p$, UM и BUS) и развиты их эмпирические модели [4–8, 15–19]. Для некоторых компонент излучения предложены теоретические модели генерации, обзор которых можно найти в [16].

В первых работах, посвящённых рассмотрению свойств ИРИ [1, 10], была введена компонента Continuum как излучение без выделенных структур, наблюдающееся в основном на частотах ниже частоты ВН, интенсивность которого, как правило, экспоненциально спадает с ростом отстройки Δf^-. В дальнейшем, после более детального изучения спектральных и эволюционных характеристик этой компоненты [3, 4, 12, 13] произошло её разделение на три компоненты: $\rm NC_p$ (fast narrow continuum по классификации [16]), свойства которой были детально исследованы в [8, 9, 20], $\rm NC_{th}$ (thermal narrow continuum, или slow narrow continuum по классификации [16]) и BC, свойства которой подробно рассматривались в [3, 4, 16, 17]. Ниже мы рассмотрим свойства наименее исследованной до настоящего времени тепловой узкополосной компоненты $\rm NC_{th}$, генерация которой наблюдается в узкой области отстроек $\Delta f^- \leq 7$ кГц между частотами $f_{\rm DM}$ и $f_{\rm BH}$. Малость отстройки от частоты ВН обусловливает определённые трудности в измерении характеристик $\rm NC_{th}$ вследствие большого влияния на приёмную аппаратуру принимаемого одновременно с искусственным радиоизлучением ионосферы сигнала мощной радиоволны, отношение интенсивностей которых составляет $70 \div 110$ дБ. Поскольку на основании уже выполненных исследований [8] имеется достаточно оснований считать, что $\rm NC_{th}$ относится к классу тепловых компонент ИРИ, на протяжении всей работы проводится сопоставление полученных характеристик $\rm NC_{th}$ со свойствами DM как наиболее полно изученной к настоящему моменту тепловой компоненты излучения, генерация которой безусловно определяется развитием тепловой (резонансной) параметрической неустойчивости [21–24]. Важно также, что для компоненты DM в большей степени по сравнению с другими компонентами ИРИ развиты теоретические модели. Всё это существенно при использовании DM в качестве базовой (опорной) компоненты излучения, с которой удобно сравнивать свойства других компонент ИРИ. Следует отметить, что в работе уделено большое внимание полученным нами в последних измерениях данным о свойствах

компоненты DM, позволяющим детализировать её эмпирическую модель. Возможный механизм генерации NC_{th} обсуждается в заключительной части работы.

1. РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ СВОЙСТВ ТЕПЛОВОЙ УЗКОПОЛОСНОЙ КОМПОНЕНТЫ ИРИ

1.1. Основные характеристики NC_{th}

В стационарных спектрах ИРИ (см. рис. 1, на котором приведена интенсивность искусственного радиоизлучения ионосферы I в децибелах относительно 1 мВт) компонента NC_{th} обнаруживается в узком диапазоне частот между f_{BH} и высокочастотным краем DM, т. е. в полосе $\Delta f^- \leq$ ≤ 7 кГц, как излучение с быстро уменьшающейся с ростом Δf^- интенсивностью. Зависимость интенсивности излучения от Δf^- часто носит экспоненциальный характер с темпом уменьшения 2÷4 дБ/кГц. В спокойных геомагнитных условиях пороговая мощность излучения волны накачки, при которой начинается генерация этой компоненты (с учётом линейного поглощения мощной радиоволны в нижней ионосфере), составляет $P_{эфф} \approx 0{,}1 \div 0{,}3$ МВт, что, как отмечалось ещё в [10], может быть даже несколько меньше, чем мощность ВН, при которой в спектре ИРИ начинает проявляться компонента DM. Согласно результатам [3] генерация этих обеих компонент имеет место ещё в отсутствие видимого аномального ослабления отражённого от ионосферы сигнала мощной радиоволны. Многочисленные исследования зависимости спектральной интенсивности компонент DM (для частоты пика) и NC_{th} (для $\Delta f^- \approx 4$ кГц) от мощности ВН, выполненные на стенде «Сура», показывают, что эти зависимости могут быть представлены в степенном виде со средним значением показателя степени $\langle\alpha\rangle \approx 0{,}5 \div 0{,}7$ для DM и 0,4÷0,6 для NC_{th}. Как и для DM (см. [3, 5]), зависимость интенсивности компоненты NC_{th} от мощности ВН имеет гистерезисный характер, когда излучение на ветви уменьшения мощности ВН после воздействия на ионосферу волной большой мощности оказывается более интенсивным, чем на ветви увеличения мощности ВН. Здесь и ниже для контроля за NC_{th} мы выбираем спектральную интенсивность излучения при отстройке $\Delta f^- \approx 4$ кГц, которая находится приблизительно в середине частотного диапазона возможной регистрации указанной компоненты. Для таких отстроек, с одной стороны, удаётся избежать сильного влияния на результаты измерений интенсивной ВН, а с другой — вклада компоненты DM излучения.

На рис. 2 в зависимости от частоты ВН показаны усреднённые стационарные интенсивности компонент DM и NC_{th}, которые устанавливаются обычно через несколько десятков секунд после начала воздействия. Зависимости построены по данным измерений, выполненных в 1996–1999 годах в условиях спокойной вечерней ионосферы, когда частота ВН была достаточно близка к критической частоте слоя F_2 ионосферы и находилась вне областей гирогармонических резонансов. Все результаты представленных здесь измерений интенсивностей ИРИ приведены к полосе приёма 300 Гц и выражены в децибелах относительно 1 мВт (дБм). Из рис. 2 хорошо видно, что максимальная интенсивность обеих компонент излучения наблюдается в области частот $f_{BH} \approx 5 \div 7$ МГц. Для более высоких частот ВН интенсивность компонент DM и NC_{th} быстро уменьшается с ростом f_{BH} с темпом порядка 1 дБ на 100 кГц. Ещё более резко (с темпом 2÷3 дБ на 100 кГц) интенсивность этих компонент уменьшается при уменьшении f_{BH} в области $f_{BH} \leq$ ≤ 5 МГц, причём более быстро уменьшается интенсивность компоненты DM, так что уже при $f_{BH} \approx 4{,}3$ МГц стационарные интенсивности компонент DM и NC_{th} почти сравниваются. Такой характер изменения интенсивностей приводит к тому, что при $f_{BH} \leq 4$ МГц на стационарной стадии развития ИРИ компонента DM часто может и не обнаруживаться на фоне NC_{th}, как это отмечалось, например, в [10, 12]. Заметим, что быстрое уменьшение стационарного уровня DM

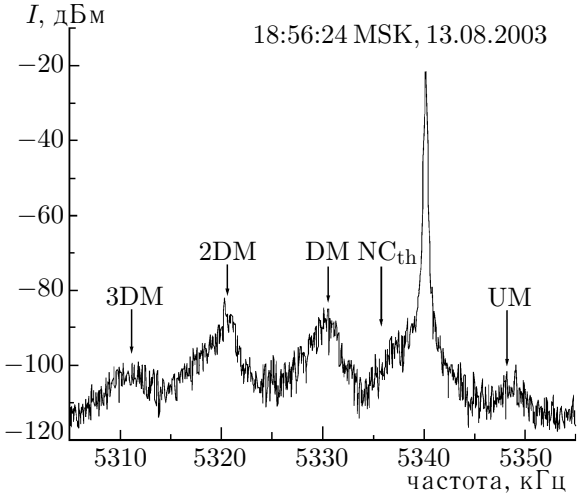


Рис. 1

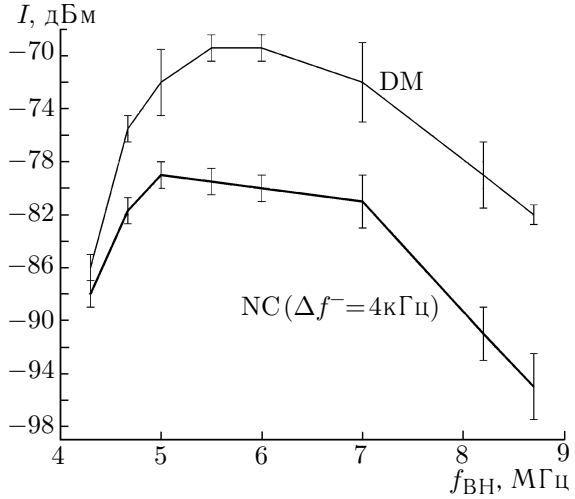


Рис. 2

в области $f_{\text{ВН}} \leq 5{,}5$ МГц в значительной степени определяется всё более возрастающим падением интенсивности излучения при переходе от стадии максимального развития компоненты DM к стационару (overshoot-эффект). Предполагается, что это уменьшение определяется влиянием мелкомасштабных искусственных ионосферных неоднородностей на генерацию излучения и на его ослабление при выходе из возмущённой области за счёт эффекта аномального ослабления [25, 26]. Overshoot-эффект не обнаруживается для компоненты DM при $f_{\text{ВН}} \geq 6$ МГц; его величина составляет 1÷2 дБ в области частот $f_{\text{ВН}} \approx 5{,}6 \div 5{,}8$ МГц, 5÷8 дБ для $f_{\text{ВН}} \approx 4{,}7 \div 4{,}8$ МГц и 9÷13 дБ для $f_{\text{ВН}} \approx 4{,}3 \div 4{,}5$ МГц. К сожалению, такого рода данные отсутствуют для компоненты NC_{th}, поскольку, как это будет показано ниже, на начальной стадии своего развития эта компонента излучения обычно маскируется стрикционной узкополосной компонентой NC_{p}. В то же время, как показывают результаты измерений динамики развития и релаксации излучения в режиме диагностического ИРИ [25, 26] (о методе диагностического ИРИ см., например, в [27]), уровень и спектральные характеристики мелкомасштабных искусственных ионосферных неоднородностей также оказывают сильное влияние на стационарную интенсивность компоненты NC_{th}.

На рис. 3 показаны примеры записей амплитуды излучения самописцем для двух отстроек: $\Delta f^- = 13$ кГц (область DM) и $\Delta f^- = 5$ кГц (область NC_{th}), при воздействии на ионосферную плазму на частоте $f_{\text{ВН}} \approx 5\,828$ кГц в течение 10 с с последующей паузой 50 с. Осцилограммы представлены для трёх уровней эффективной мощности излучения волны накачки: $P_{\text{эфф}} = 5$; 10 и 30 МВт, приведённой здесь с учётом линейного поглощения радиоволн в нижней ионосфере. Заметим, что регистрация излучения при $\Delta f^- = 5$ кГц и $P_{\text{эфф}} = 30$ МВт проводилась в этом цикле измерений с включением в приёмный тракт дополнительного ослабления в 6 дБ. Из представленных на рис. 3 данных хорошо видно, что при низких уровнях мощности ($P_{\text{эфф}} = 5$ и 10 МВт) динамика интенсивности излучения в областях DM и NC_{th} практически повторяет друг друга за исключением первого пика интенсивности сразу после начала воздействия, который связан с проявлением NC_{p} [7, 8, 20]. При более высокой мощности излучения волны накачки $P_{\text{эфф}} = 30$ МВт значительно усилившаяся компонента NC_{p} маскирует начальную стадию развития NC_{th}, и переход к стационарному уровню интенсивности излучения в этом случае происходит через подавление стрикционной узкополосной компоненты при развитии тепловой (резонансной) параметрической неустойчивости. Такая динамика развития излучения подробно исследовалась, например, в [25, 26, 28].

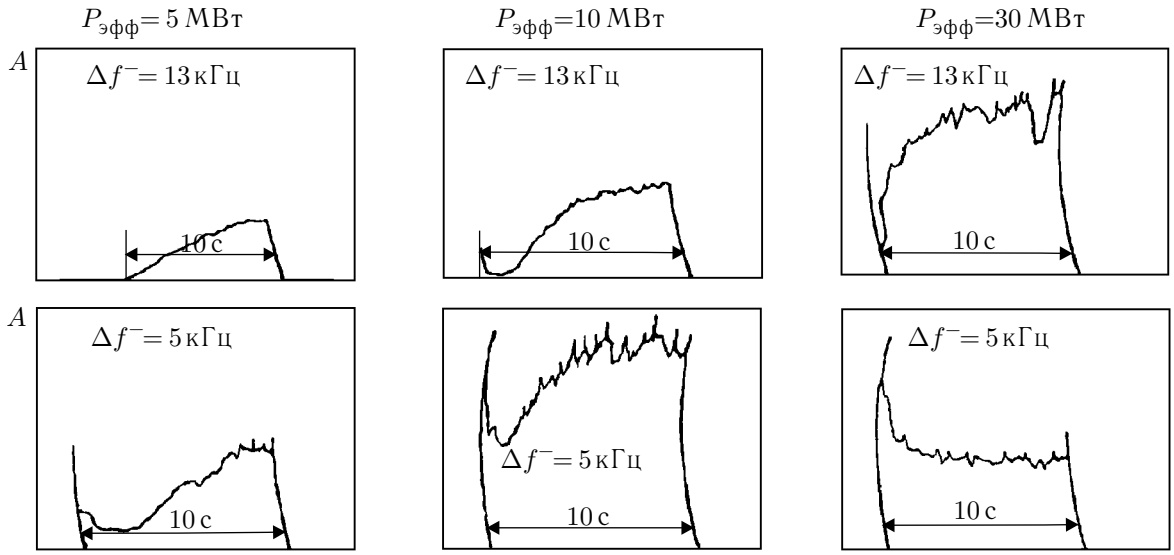
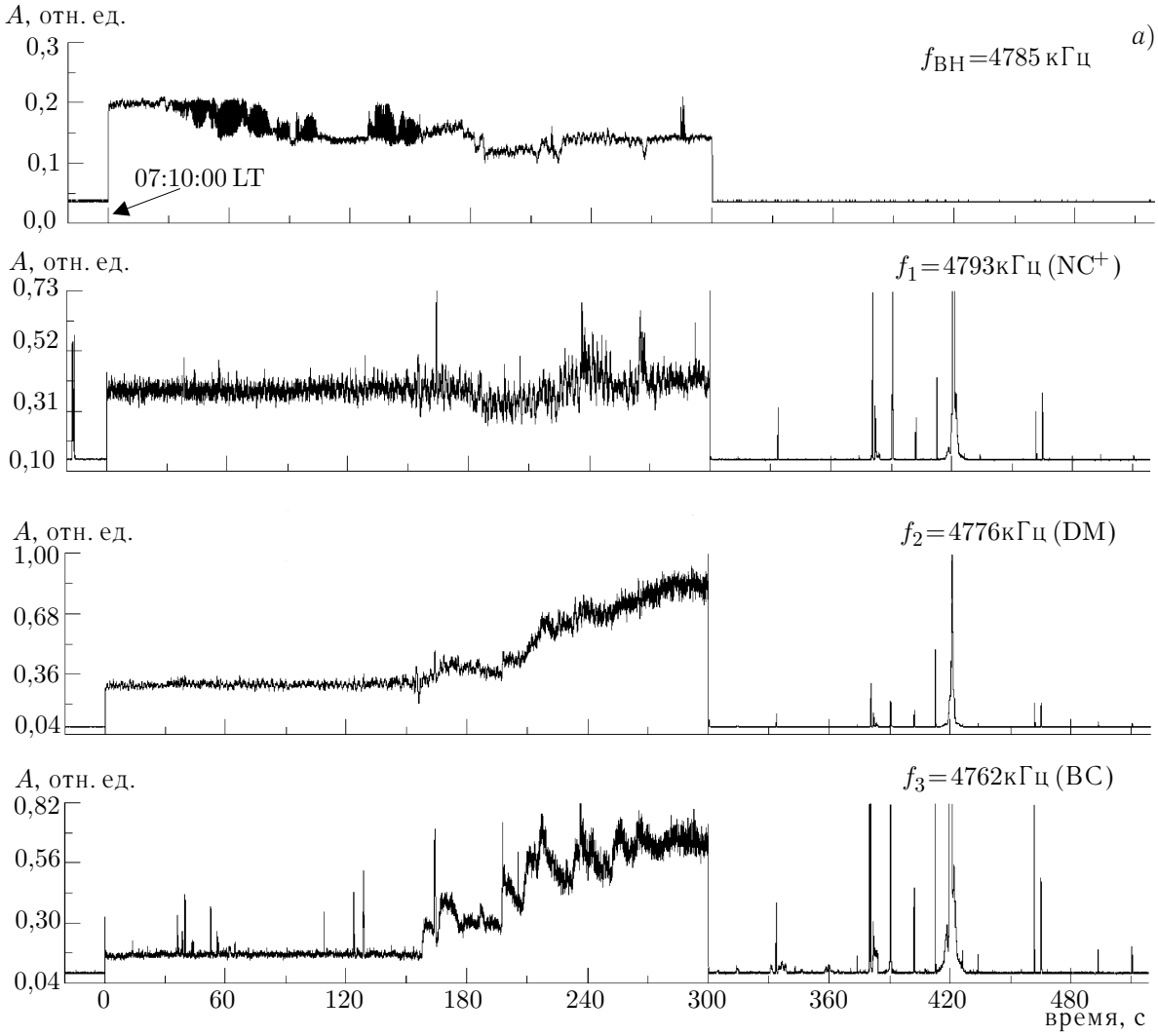


Рис. 3

Важную информацию о свойствах ИРИ можно получить, изучая его характеристики при изменении соотношения частоты волны накачки $f_{\text{ВН}}$ и критической частоты слоя F_2 ионосферы f_{0F_2}. Проще всего такие эксперименты выполняются при восходе или заходе Солнца, когда критическая частота плавно изменяется естественным образом. Согласно [12, 29] и многим другим измерениям компонента DM появляется даже в случае, когда $f_{\text{ВН}}$ на 100÷200 кГц превышает критическую частоту слоя F_2 ионосферы. Это, в частности, дало основание утверждать в [5], что генерация DM происходит вблизи уровня верхнегибридного резонанса для волны накачки O-поляризации, который обычно располагается на несколько километров ниже высоты её отражения в ионосфере. На рис. 4 представлены результаты измерений ИРИ, выполненных 20 августа 1998 года, когда критическая частота плавно нарастала, но оставалась ниже частоты волны накачки. На рис. 4*а* приведены осцилограммы амплитуды волны накачки ($f_{\text{ВН}}$ = 4 785 кГц, верхняя дорожка) и искусственного радиоизлучения ионосферы на частотах 4 793 кГц (область небольших положительных отстроек), 4 776 кГц (область DM) и 4 762 кГц (область BC). К сожалению, излучение в области NC_{th} здесь не регистрировалось с помощью самописца, и представленные на рис. 4*б* данные по интенсивности излучения для DM и отстроек $\Delta f^- = 4$ и 6 кГц были взяты из одновременно выполняемых спектральных измерений. Из рис. 4*а* видно, что, хотя ВН включилась в 07:10:00 LT, только начиная с 07:12:40 LT появляются компоненты DM и BC. При этом согласно ионосферным данным, а также основываясь на факте отсутствия как флуктуаций амплитуды ВН, так и излучения в области малых положительных отстроек $\Delta f^+ \approx 4\div8$ кГц, частота ВН оставалась на протяжении всего этого цикла нагрева несколько выше, чем f_{0F_2}. Представленные на рис. 4*б* данные показывают, что излучение в областях DM и NC_{th} появляется одновременно, причём, что очень важно, характер изменения интенсивностей этих компонент повторяется даже в деталях их временны́х вариаций, что может свидетельствовать о генерации этих компонент в одной и той же области ионосферы за счёт близких по своей природе механизмов. Аналогичные результаты были получены нами и в других измерениях особенностей поведения ИРИ, когда изменяется соотношение между $f_{\text{ВН}}$ и f_{0F_2} при восходе или заходе Солнца.

С 9 по 16 августа 2003 года на стенде «Сура» были выполнены исследования свойств ИРИ при изменении угла наклона излучения мощной радиоволны в плоскости геомагнитного меридиана



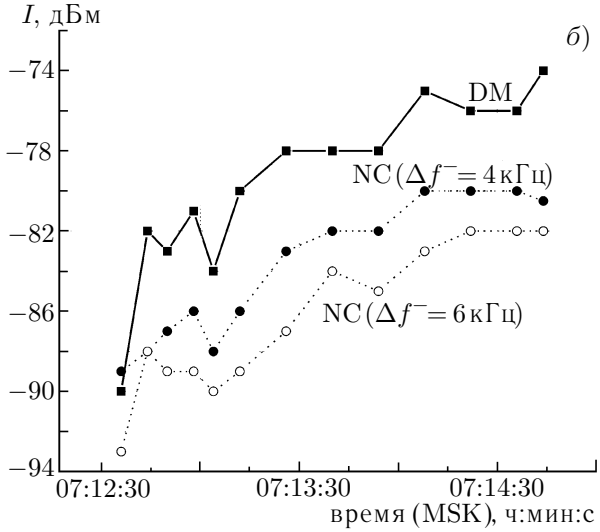


Рис. 4

от 12° к северу до 12° к югу с шагом 4°. Результаты этих экспериментов для стационарных интенсивностей компонент DM и NC_{th} представлены на рис. 5 для двух циклов измерений, когда частота ВН была приблизительно на 20÷40 кГц выше (индекс +) или ниже (−) частоты четвёртой гирогармоники $4f_{ce}$. Нетрудно видеть, что в обоих случаях имеют место очень похожие угловые зависимости исследуемых компонент излучения.

Подводя итоги рассмотренным выше свойствам NC_{th}, мы можем заключить, что по пороговым мощностям генерации, виду частотных зависимостей стационарной интенсивно-

сти излучения, динамике своего развития после включения ВН, поведению интенсивности излучения при проходе через критическую частоту слоя F_2 ионосферы, наконец, по зависимости от угла наклона излучения мощной радиоволны в плоскости геомагнитного меридиана узкополосная компонента излучения $\mathrm{NC_{th}}$ и компонента DM имеют практически тождественные характеристики. Это даёт все основания утверждать, что $\mathrm{NC_{th}}$, как и DM, генерируется в результате развития тепловой (резонансной) параметрической неустойчивости в области верхнегибридного резонанса для волны накачки.

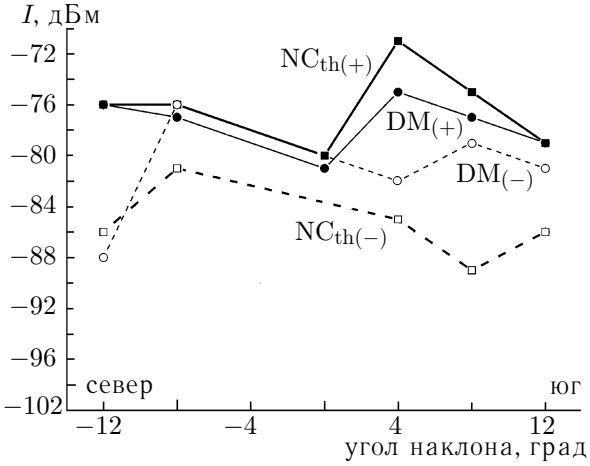


Рис. 5

1.2. О свойствах $\mathrm{NC_{th}}$ в областях гирогармонических резонансов

Одним из основных свойств ИРИ является резкое и существенное изменение его характеристик в узкой полосе частот, когда выполняется условие гирогармонического резонанса в области взаимодействия ВН с плазмой: $f_{\mathrm{BH}} \approx n f_{\mathrm{ce}}$, где n — номер гирогармоники. Если позволяют критические частоты, на стенде «Сура» имеется возможность проводить эксперименты при $n = 4 \div 7$. Результаты таких измерений можно найти в [17] и в цитируемой там литературе. Напомним, что одним из наиболее важных полученных здесь результатов является обнаружение подавления развития тепловой (резонансной) параметрической неустойчивости и, как следствие этого, подавление генерации DM в очень узкой области частот, ширина которой составляет порядка нескольких килогерц при $n = 4$ и уменьшается до долей килогерца при $n = 7$ [5, 16]. Поскольку, как было отмечено выше, имеются все основания полагать, что $\mathrm{NC_{th}}$, как и DM, генерируется в области верхнегибридного резонанса в результате развития тепловой (резонансной) параметрической неустойчивости, представляется важным исследование гирогармонических свойств этой компоненты ИРИ.

На рис. 6, 7 и 8 приведены результаты выполненных в мае 1999 года измерений спектральных характеристик ИРИ вблизи 4-й, 5-й и 6-й гармоник гирочастоты электронов соответственно. В этих измерениях шаг по частоте составлял 50 кГц вдали от гирорезонансов и 5÷10 кГц, когда $f_{\mathrm{BH}} \approx n f_{\mathrm{ce}}$. На рис. 6–8 представлены в зависимости от частоты ВН интенсивности компонент DM и $\mathrm{NC_{th}}$ (при $\Delta f^- \approx 4$ кГц). По измерениям в окрестности всех трёх гирогармоник интенсивность компоненты DM в областях гирогармонического резонанса уменьшалась приблизительно на 20÷25 дБ относительно интенсивности данной компоненты ИРИ вне этих областей. Из приведённых данных нетрудно видеть, что, хотя вне узких резонансных областей сильного подавления DM характер поведения интенсивностей DM и $\mathrm{NC_{th}}$ практически повторяет друг друга, для измерений вблизи 4-й и 5-й гирогармоник уменьшение интенсивности $\mathrm{NC_{th}}$ при $f_{\mathrm{BH}} \approx n f_{\mathrm{ce}}$ не превышала 15 и 10 дБ соответственно. Согласно приведённым на рис. 8 данным для $f_{\mathrm{BH}} = 6 f_{\mathrm{ce}}$ хорошо выраженный минимум с глубиной порядка 20 дБ наблюдался и для излучения в области $\mathrm{NC_{th}}$, однако в других измерениях он мог быть и не столь глубоким.

Второй важной особенностью гирогармонических свойств компонент DM и $\mathrm{NC_{th}}$ является несовпадение частот минимумов их интенсивностей при $f_{\mathrm{BH}} \approx n f_{\mathrm{ce}}$: для $\mathrm{NC_{th}}$ этот минимум наблюдается, как правило, на частоте приблизительно на 10 кГц выше, чем для DM. Это хорошо видно, например, на рис. 8. Заметим, что, согласно [30] и другим нашим измерениям при переходе

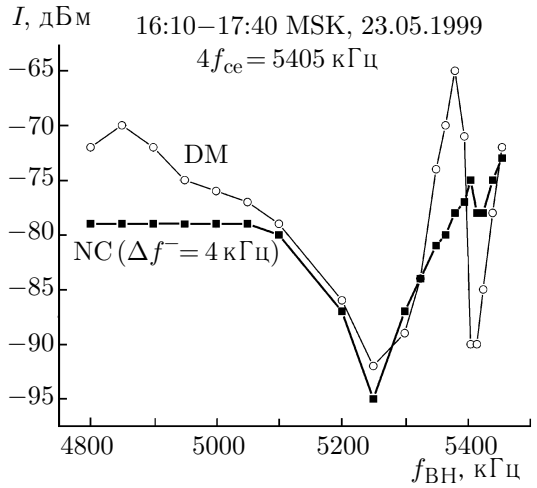


Рис. 6

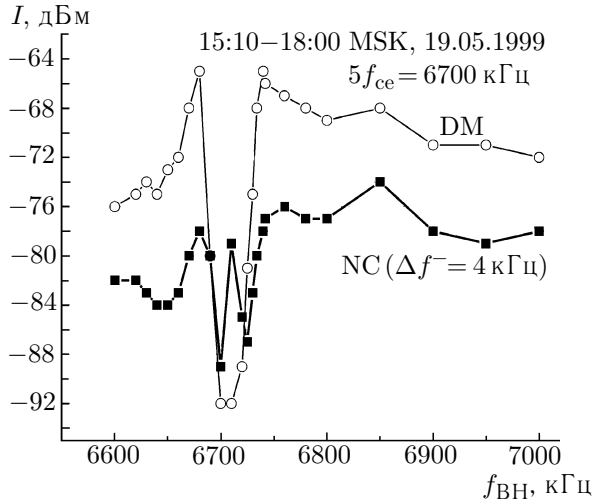


Рис. 7

через $nf_{\rm ce}$ минимум интенсивности UM, частота которого на 8÷10 кГц выше частоты ВН, смещён вниз по частоте ВН на 10÷20 кГц по сравнению с частотой подавления DM. Ясно, что такое смещение относительно друг друга частот подавления для трёх рассматриваемых здесь тепловых компонент ИРИ не может являться случайным и должно нести определённую информацию о механизмах их генерации. Ниже при обсуждении полученных в работе результатов мы вернёмся к этому вопросу.

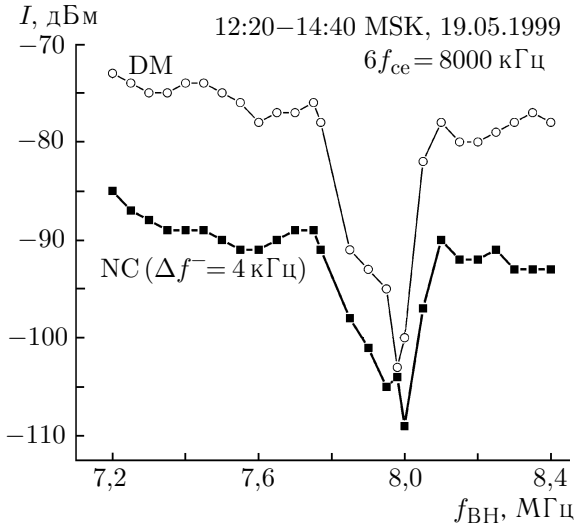


Рис. 8

Проведённые эксперименты также показывают, что при $f_{\rm ВН} \approx nf_{\rm ce}$ вместе с ослаблением интенсивности компоненты $\rm NC_{th}$ наблюдается некоторое сужение её спектра. При этом в спектре излучения на отстройках $\Delta f^- \approx 3\div4$ кГц часто можно видеть появление плато или даже слабого максимума, который по своим характеристикам близок к ранее обнаруженному спектральному максимуму стрикционной узкополосной компоненты $\rm NC_p$. Такие изменения спектральных характеристик ИРИ при малых отрицательных отстройках от частоты ВН ранее подробно анализировались в [20, 31]. Принимая во внимание всё вышесказанное, разумно предположить, что в случае, когда частота ВН близка к частоте гирогармоники и наблюдается подавление развития тепловой (резонансной) параметрической неустойчивости и генерации мелкомасштабных искусственных ионосферных неоднородностей, энергия мощной радиоволны, не испытывая сильного аномального ослабления за счёт трансформации волны накачки в верхнегибридные плазменные колебания, транспортируется на уровень отражения ВН в ионосфере, где становится возможным интенсивное возбуждение стрикционной параметрической неустойчивости даже в режиме непрерывного излучения мощной радиоволны и, как следствие этого, генерация $\rm NC_p$. При этом важно подчеркнуть, что в области отрицательных отстроек генерация $\rm NC_p$ происходит в той же полосе частот, что и $\rm NC_{th}$, и эти компоненты

излучения имеют схожие спектральные характеристики [9, 20]. Это объясняет существенно более низкое ослабление интенсивности излучения в области узкополосной компоненты ИРИ по сравнению с DM, поскольку вместо подавленной компоненты NC_{th} начинает регистрироваться очень похожая на неё компонента NC_p. При увеличении частоты ВН (с переходом к более высоким гирогармоникам) заметно возрастают пороговые мощности стрикционной параметрической неустойчивости [32]; это приводит к ослаблению генерации NC_p и, следовательно, к увеличению регистрируемого ослабления излучения в области NC_{th}.

Выполненные в последнее десятилетие детальные исследования свойств ИРИ позволили установить, что в узкой области частот волн накачки около $f_{BH} \approx nf_{ce} - 30$ кГц ($n = 5 \div 7$), где наблюдается локальное усиление интенсивности компоненты DM, также имеет место и генерация мощной компоненты BC — широкополосного излучения в области отрицательных отстроек [3, 4, 17]. Кроме указанных областей генерация интенсивной широкополосной компоненты BC обнаруживается в диапазоне $f_{BH} \approx 5{,}5 \div 6{,}0$ МГц между 4-й и 5-й гирогармониками [17], где также регистрируются и наиболее интенсивные компоненты DM и NC_{th} (см. рис. 2). Всё это является важным свидетельством того, что в основе генерации этих трёх тепловых компонент ИРИ должны лежать схожие процессы взаимодействия ВН с плазмой. Следует заметить, что развитие мощной компоненты BC приводит в ряде случаев к уплощению спектра излучения и в области NC_{th} приблизительно на уровне интенсивности компоненты BC для отстроек $\Delta f^- \approx 20$ кГц. Исходя из этих данных, можно предположить, что здесь BC занимает всю полосу частот в области отрицательных отстроек начиная от частоты волны накачки, как это и предполагается в теоретической модели генерации данной компоненты ИРИ [33]. Однако в других экспериментах, обсуждаемых, например, в [16], максимальная спектральная интенсивность компоненты BC может быть даже выше, чем интенсивность излучения в провале между DM и частотой ВН; тем не менее в спектре излучения вместе с BC хорошо выделяется также и NC_{th}. Интересным экспериментальным фактом является то, что для $n = 4$ не наблюдается генерации мощной компоненты BC в области усиления DM на частотах $20 \div 40$ кГц ниже nf_{ce}, и в области отрицательных отстроек (см., например, рис. 1) регистрируется только NC_{th} и кратные максимумы DM [7, 17]. Вся совокупность полученных к настоящему времени экспериментальных данных свидетельствует в пользу того, что BC и NC_{th} являются разными тепловыми компонентами ИРИ, механизмы генерации которых обладают своими специфическими особенностями. Согласно [17] структура спектра ИРИ с кратными максимумами DM и хорошо выраженной компонентой NC_{th} является также характерной для частот волны накачки, немного превышающих nf_{ce}, или при $f_{BH} \geq 7$ МГц. Здесь компонента BC имеет достаточно низкую интенсивность (заметно ниже интенсивности компоненты DM) и простирается не дальше, чем до отстроек $\Delta f^- \approx 40 \div 60$ кГц.

Завершая рассмотрение экспериментальных данных, относящихся к гирогармоническим свойствам тепловых компонент ИРИ, заметим, что наблюдающийся минимум интенсивности излучения компонент DM и NC_{th} на частотах $f \approx 5{,}2 \div 5{,}3$ МГц (см. рис. 6) в значительной степени определяется локальным ухудшением характеристик приёмной антенны в этом диапазоне частот, и здесь необходимо проводить дополнительные специальные тестовые измерения для определения истинной частотной зависимости интенсивности исследуемых компонент излучения.

1.3. Об одной особенности спектральных характеристик компонент DM и NC_{th}

Ещё в [10] было отмечено, что форма спектров в области NC_{th} и на низкочастотном крае DM часто имеет экспоненциальный вид с близкими показателями. Это можно видеть из рис. 1, где приводится пример спектра ИРИ с DM и хорошо развитыми двумя кратными максимумами 2DM и 3DM, из которого видно практическое совпадение наклонов спектров для NC_{th} и DM при

немного меньших наклонах для 2DM и 3DM. По данным различных измерений наклон спектров изменяется в широких пределах от 1,5 до 4,5 дБ/кГц, отражая изменение условий генерации этих компонент излучения. Важно также, что наклоны спектров для DM и NC_{th} при изменении условий проведения измерений могут изменяться согласованно. Последнее является весомым аргументом в пользу однотипности механизмов формирования излучения в этих частях спектра ИРИ за счёт, например, процесса индуцированного рассеяния интенсивных плазменных колебаний в более низкочастотные колебания на ионах фоновой плазмы [34]. Во втором разделе работы при обсуждении полученных результатов и модели генерации компоненты NC_{th} мы ещё вернёмся к этому вопросу.

1.4. О сущности эффекта «расщепления DM» при нагреве ионосферной плазмы на частотах $f_{BH} \approx nf_{ce}$

Одной из особенностей DM, не изученной в достаточной степени до настоящего времени, является существование в его спектре двух близко расположенных узкополосных максимумов, когда воздействие на ионосферу осуществляется на частотах, практически совпадающих с частотой гармоники гирорезонанса. Впервые это явление, получившее название «расщепление DM», было обнаружено в экспериментах на нагревном стенде в Тромсё (Норвегия) [12, 13]; позднее оно наблюдалось и в измерениях характеристик ИРИ на стенде «Сура». Ниже, основываясь на выполненных в сентябре 1997 года экспериментах, мы рассмотрим динамику спектральных характеристик DM при изменении f_{BH} с шагом 2÷5 кГц и проходом через 4-ую гармонику гирочастоты электронов.

На рис. 9 приведено семейство спектров ИРИ, когда частота ВН уменьшалась от 5 410 до 5 385 кГц ($4f_{ce} \approx 5\,400$ кГц, исходя из данных о частоте минимума интенсивности компоненты DM). Из представленных данных хорошо видно, что в области частот $|f_{BH} - 4f_{ce}| \leq 5$ кГц существуют два узкополосных максимума в области DM на отстройках $\Delta f^- \approx 10$ и 8 кГц с приблизительно одинаковой интенсивностью. При этом в области $4f_{ce} - f_{BH} > 5$ кГц превалирует максимум с меньшей отстройкой ($\Delta f^- \approx 8$ кГц), широкий низкочастотный край которого закрывает область генерации максимума с большей отстройкой, поэтому здесь трудно судить об изменении интенсивности последнего с уменьшением частоты ВН. Выше гирорезонанса (при $f_{BH} - 4f_{ce} > 5$ кГц), наоборот, более интенсивным является низкочастотный максимум. Поскольку его высокочастотный край имеет более резкий спад по сравнению с низкочастотным краем, здесь можно чётко определить ослабление генерации низкочастотного максимума DM. Детальный анализ зависимости интенсивности обоих максимумов DM от частоты мощной радиоволны в диапазоне $f_{BH} = 5\,385 \div 5\,410$ кГц показал, что с увеличением частоты ВН интенсивность более низкочастотного максимума увеличивается приблизительно на 10 дБ, в то время как интенсивность высокочастотного максимума уменьшается на 20÷25 дБ. Таким образом, рассмотренная динамика спектра излучения в области DM ясно демонстрирует, что явление «расщепления DM» на самом деле есть результат проявления в его спектре двух смещённых относительно друг друга отдельных узкополосных спектральных максимумов, интенсивность которых определяется величиной и знаком отстройки частоты ВН относительно частоты гармоники гирорезонанса. Можно предположить, что генерация двух максимумов является следствием особенностей дисперсионных характеристик верхнегибридных и бернштейновских плазменных колебаний, определяющих гирогармонические свойства взаимодействия мощной радиоволны О-поляризации с магнитоактивной плазмой и детально рассмотренных для случая верхней ионосферы в [35].

Отметим, что на рис. 9 можно видеть появление максимума интенсивности излучения при отстройках $\Delta f^- = 3 \div 4$ кГц, когда $|f_{BH} - 4f_{ce}| \leq 5$ кГц.

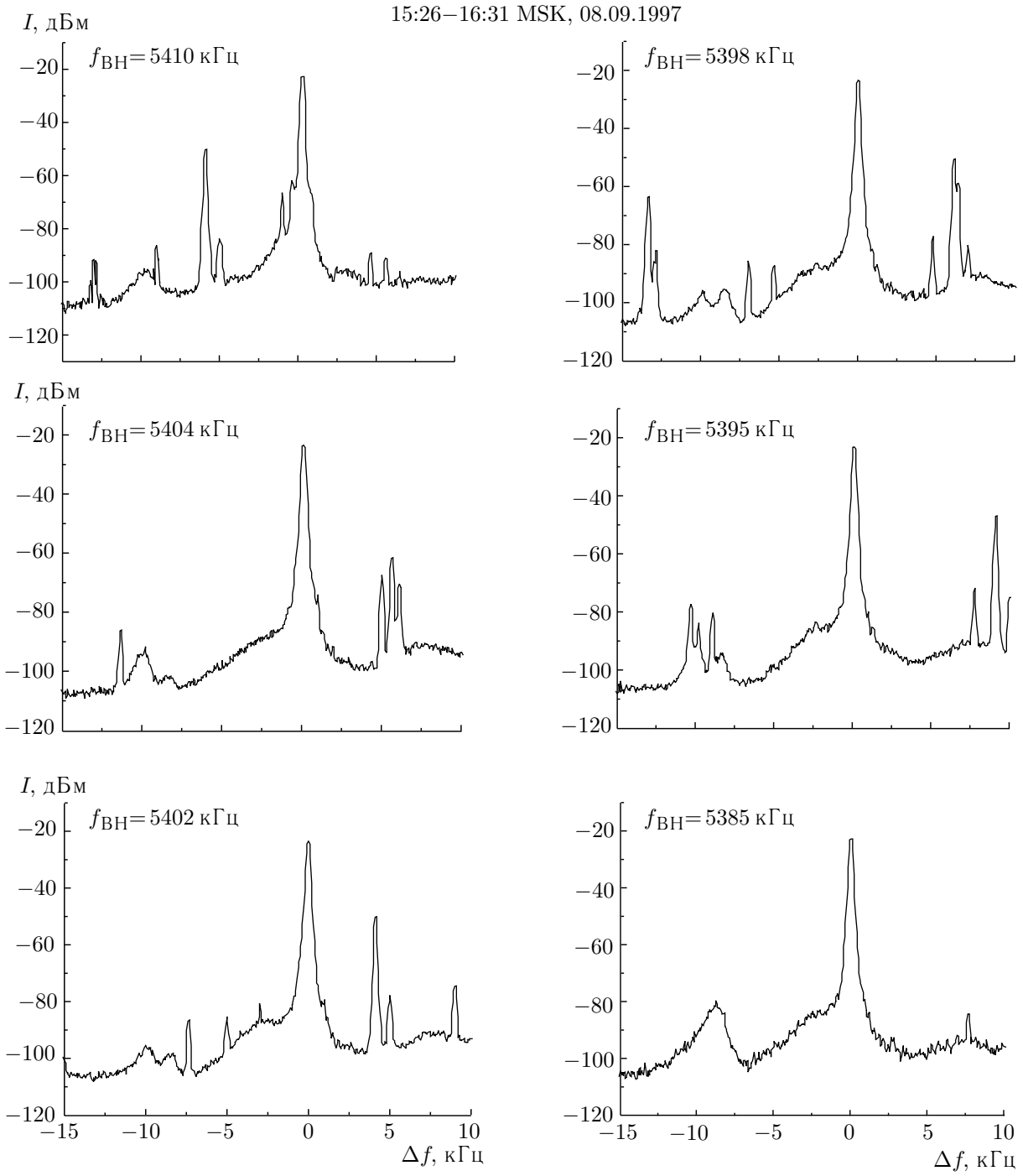

15:26–16:31 MSK, 08.09.1997
I, дБм
$f_{ВН}$= 5410 кГц
$f_{ВН}$= 5398 кГц
$f_{ВН}$= 5404 кГц
$f_{ВН}$= 5395 кГц
$f_{ВН}$= 5402 кГц
$f_{ВН}$= 5385 кГц
−20
−40
−60
−80
−100
−120
−15
−10
−5
0
5
10
Δf, кГц

Рис. 9

1.5. Особенности динамики тепловых компонент излучения в экспериментах с дополнительным нагревом ионосферной плазмы

Завершая рассмотрение экспериментальных результатов, кратко остановимся на исследованиях свойств ИРИ в измерениях с использованием схемы дополнительного нагрева ионосферной плазмы (детальное описание схемы таких экспериментов и особенностей выполняемых с её помощью измерений можно найти в [36]). В ходе таких экспериментов, выполненных 30 августа 2002 года излучение двух передатчиков стенда с эффективной мощностью $P_{\text{эфф}} \approx 180$ МВт на частоте 6 250 кГц использовалось для создания интенсивной искусственной ионосферной турбулентности. Воздействие на ионосферу осуществлялось в течение трёх минут в следующем режиме: 3 с — нагрев, 12 с — пауза; последующие две минуты ВН не излучалась, чтобы дать возможность релаксировать появившимся возмущениям. Для излучения диагностической волны использовался третий передатчик стенда, непрерывно генерировавший излучение на частоте 5 730 кГц с достаточно малой мощностью ($P_{\text{эфф}} \approx 5$ МВт). Диагностическая волна возбуждала в ионосфере не насыщенное по интенсивности ИРИ, по отклику которого на включение и выключение излучателей ВН можно судить о характере влияния различных компонент искусственной ионосферной турбулентности на его генерацию. Анализ ионограмм для рассматриваемого эксперимента показал, что расстояние между высотами отражения $h_{\text{отр}}$ диагностической волны и волны накачки составляло $\Delta h \approx 23$ км ($h_{\text{отр}} \approx 255$ и 278 км для диагностической волны и волны накачки соответственно), при этом ВН отражалась вблизи максимума слоя F_2.

На рис. 10*а* показана эволюция интенсивности отражённой от ионосферы волны накачки; на рис. 10*б–е* приведены фрагменты сигналов ИРИ на частотах 5 722, 5 720, 5 718, 5 716 и 5 714 кГц соответственно, включающие интервал времени излучения ВН. На рис. 10*ж* приведён спектр ИРИ для диагностической волны, откуда видно, что только три средние частоты регистрации сигнала отвечают области генерации DM (его максимуму и боковым склонам), самая верхняя частота попадает в область долины между DM и NC_{th}, а самая нижняя частота находится уже в области BC. Необходимо заметить, что приведённые на рис. 10 осциллограммы были получены усреднением интенсивности зарегистрированных сигналов по 8 последовательным импульсам ВН одного 3-минутного цикла воздействия, которые отвечали уже установившемуся характеру вариаций интенсивности ИРИ для импульсного режима дополнительного нагрева.

Рассмотрим сначала поведение интенсивности отражённой от ионосферы волны накачки (рис. 10*а*). Здесь в первые 0,2 с нагрева хорошо видно развитие быстрого аномального ослабления, после которого начинается вторая, более медленная стадия роста аномального ослабления. Как было установлено ранее (см., например, [37]), быстрое аномальное ослабление определяется развитием неоднородностей концентрации плазмы с $l_\perp \leq 3 \div 5$ м, а аномальное ослабление — неоднородностей с $l_\perp \geq 10$ м, где $l_\perp$ — размер неоднородностей в ортогональном к геомагнитному полю направлении. Наблюдаемое в рассматриваемом сеансе достаточно короткое время быстрого аномального ослабления связано с особенностями циклического режима нагрева ионосферной плазмы, когда эффекты последействия приводят к увеличению скорости развития плазменных возмущений. Принимая во внимание также результаты ранее выполненных измерений с более длинными импульсами ВН, можно считать, что в рассматриваемом случае к концу 3-секундного импульса ВН развитие аномального ослабления практически завершается. Следует также отметить, что перед развитием быстрого аномального ослабления здесь имеет место развитие эффекта стрикционного самовоздействия ВН, когда амплитуда отражённой от ионосферы мощной радиоволны уменьшается в 1,5÷2 раза уже за первые миллисекунды воздействия [38]. Таким образом, поведение интенсивности отражённой от ионосферы волны накачки даёт возможность получить определённую информацию о динамике развития мелкомасштабных искусственных ионосферных

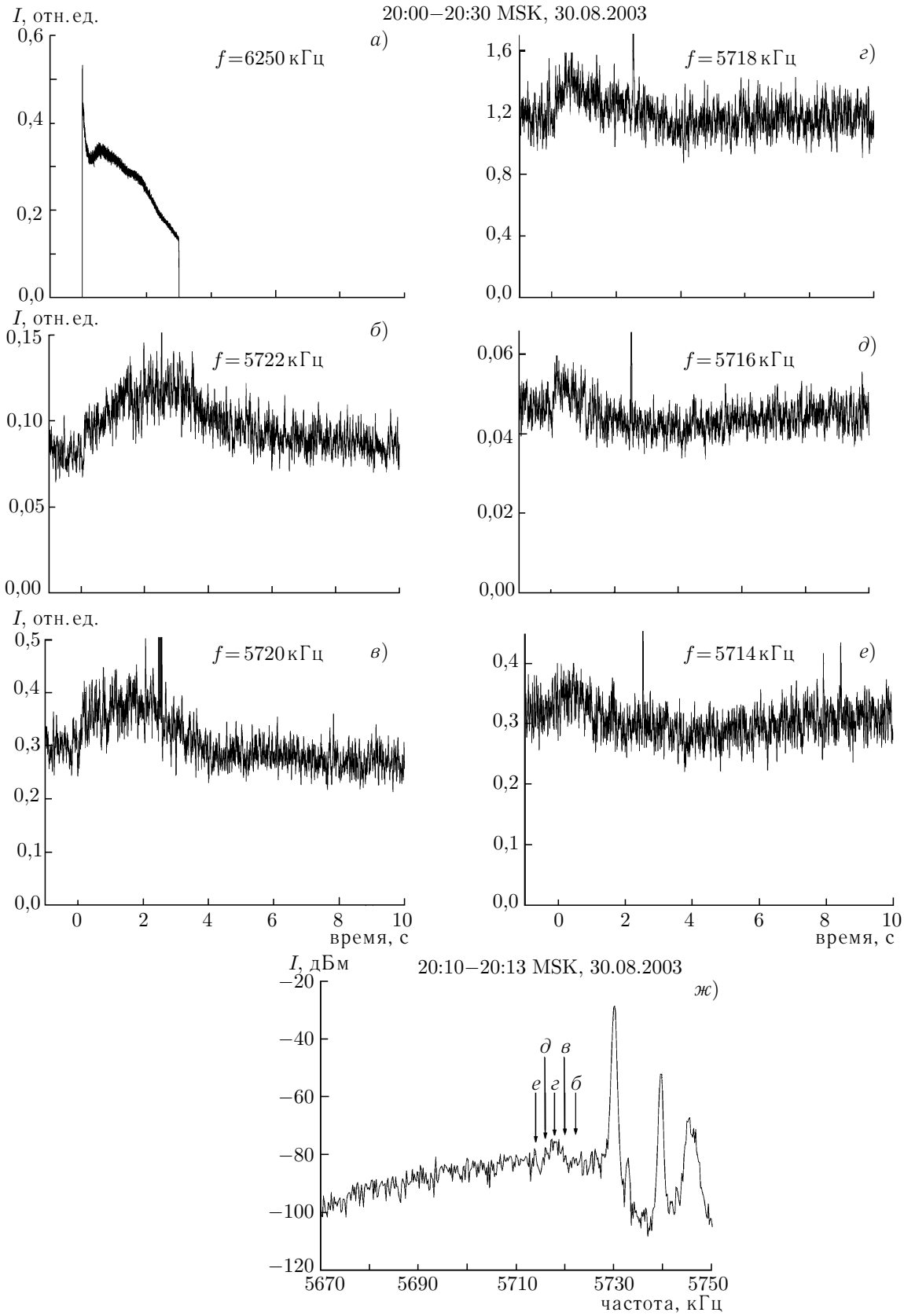

20:00–20:30 MSK, 30.08.2003
I, отн. ед.
а)
f = 6250 кГц
б)
f = 5722 кГц
в)
f = 5720 кГц
г)
f = 5718 кГц
д)
f = 5716 кГц
е)
f = 5714 кГц
время, с
20:10–20:13 MSK, 30.08.2003
I, дБм
ж)
е д г в б
частота, кГц

Рис. 10

неоднородностей в возмущённой области ионосферы, которые, как уже неоднократно отмечалось, оказывают определяющее влияние на генерацию и эволюцию тепловых компонент ИРИ [24, 35]. Ясно, что индуцированное волной накачки появление или усиление мелкомасштабных неоднородностей на уровне взаимодействия диагностической волны с плазмой может радикально изменить условия генерации возбуждаемого ею ИРИ.

Перейдём теперь к анализу эволюции ИРИ, индуцируемого диагностической волной (см. рис. 10*б–е*). Будем называть его диагностическим излучением (или ДИРИ). Хорошо видно, что ВН как источник дополнительной плазменной турбулентности приводит вначале к усилению ДИРИ на всех регистрируемых частотах. Однако здесь обращает на себя внимание различная динамика изменения интенсивности излучения. Самое медленное развитие индуцированного волной накачки излучения с $\tau_{\text{разв}} \approx 2$ с, которое здесь лишь немного меньше времени развития аномального ослабления, и самая длительная релаксация этого излучения после выключения ВН, с $\tau_{\text{рел}} \approx$ ≈ 2 с, имеет место для наиболее высокой регистрируемой частоты излучения $f = 5\,722$ кГц (или при минимальной отстройке от частоты ВН), которая попадает в долину между DM и NC_{th}. Похожая динамика регистрируется и для излучения на высокочастотном склоне спектра компоненты DM ($f = 5\,720$ кГц). Однако здесь наблюдается несколько более быстрое увеличение интенсивности излучения с $\tau_{\text{разв}} \approx 1$ с и появление overshoot-эффекта (уменьшение интенсивности ДИРИ) ещё во время излучения ВН. С уменьшением частоты регистрируемого излучения уменьшается время нарастания интенсивности ДИРИ после начала излучения волны накачки и одновременно увеличивается ослабление интенсивности излучения за счёт overshoot-эффекта. В результате уже для $f = 5\,716$ и $5\,714$ кГц имеет место очень быстрое усиление ДИРИ за характерное время быстрого аномального ослабления с последующим уменьшением интенсивности излучения за время порядка 1,5 с. Это уменьшение может быть настолько большим, что к концу импульса ВН и сразу после его окончания интенсивность излучения оказывается даже меньше не возмущённого волной накачки уровня ДИРИ, восстановление которого продолжается в течение приблизительно 4 с. Вообще говоря, быструю составляющую реакции ДИРИ на начало излучения волны накачки с временем развития быстрого аномального ослабления можно выделить и для его более высокочастотных компонент. При этом, как и для $f = 5\,716$ и $5\,714$ кГц, для частоты $f = 5\,722$ кГц на временах $0{,}1 \div 0{,}8$ с просматривается, хотя и достаточно слабый, локальный максимум интенсивности излучения. В целом такая динамика ДИРИ ясно демонстрирует, что дополнительный нагрев оказывает многоплановое влияние, приводя на первом этапе к усилению интенсивности регистрируемого излучения, которое при достаточно длительном воздействии может сменяться его ослаблением (второй этап). После окончания импульса ВН наблюдается стадия восстановления интенсивности ДИРИ к невозмущённому уровню (третий этап). Такая последовательность этапов в проявлении влияния дополнительного нагрева является характерной чертой подобного рода экспериментов, подробное описание которых дано в [36].

Часто при интерпретации данных, аналогичных полученным в рассмотренном выше эксперименте, за основу принимается модель, согласно которой изменение спектральных характеристик и интенсивности мелкомасштабных искусственных ионосферных неоднородностей определяет динамику ДИРИ [25, 26, 33]. При этом выбор тех или иных масштабов неоднородностей определяется исходя из сравнения временны́х характеристик ДИРИ с характерными временами их развития и релаксации [37]. Тогда, принимая во внимание полученные здесь результаты, следовало бы заключить, что метровые неоднородности, интенсивность которых максимальна во время развития быстрого аномального ослабления и уменьшается вместе с развитием аномального ослабления и ростом интенсивности декаметровых неоднородностей [37], приводят к усилению излучения во всей области от долины между DM и NC_{th} до ВС, причём величина этого усиления возрастает с ростом отстройки Δf^{-}. Вместе с тем усиление ДИРИ, обусловленное влиянием более круп-

номасштабных неоднородностей с $l_\perp \geq 6 \div 10$ м, проявляется в основном для частот излучения, отвечающих высокочастотному краю спектра компоненты DM и области долины (т. е. для излучения с малыми отстройками $\Delta f^- \leq 8$ кГц), в то время как для более низких частот излучения (бóльших отрицательных отстроек относительно частоты ВН) эти неоднородности должны бы вызывать уменьшение интенсивности принимаемого излучения за счёт, как это часто принимается, более сильного аномального ослабления при выходе излучения из возмущённой области. Такое двойственное влияние мелкомасштабных искусственных ионосферных неоднородностей на динамику ИРИ неоднократно отмечалось в более ранних публикациях (см., например, [3, 7, 18, 25, 26, 33, 36]). Однако оставаясь в рамках такой схемы интерпретации динамики ДИРИ, мы сразу сталкиваемся с определёнными противоречиями при анализе полученных результатов. Во-первых, все эксперименты по исследованию свойств мелкомасштабных искусственных ионосферных неоднородностей показывают, что метровые неоднородности занимают достаточно узкий высотный интервал порядка нескольких километров [37], и, следовательно, в нашем случае при $\Delta h \approx 23$ км трудно полагать, что они могут оказать непосредственное влияние на процессы генерации ДИРИ. Во-вторых, трудно объяснить сильно изменяющееся влияние мелкомасштабных искусственных ионосферных неоднородностей на динамику ДИРИ в столь узком (меньше 10 кГц) частотном диапазоне генерации излучения, причём, как было показано выше, изменение динамики ДИРИ определяется здесь в большей степени отстройкой Δf^-, чем принадлежностью к той или иной компоненте излучения. В-третьих, по времени задержки начала изменения интенсивности ДИРИ относительно начала импульса ВН и расстоянию между уровнями отражения волны накачки и диагностической волны можно определить скорость распространения возмущений, вызывающих начальный рост интенсивности ДИРИ, вдоль силовых линий геомагнитного поля, как это делалось в [36]. В нашем случае это время задержки составляло около 0,1 с при расстоянии $\Delta h \approx 23$ км. Таким образом, скорость переноса возмущений, приводящих к изменению уровня ДИРИ после начала излучения ВН, составила приблизительно $2 \cdot 10^7$ см/с, что соответствует тепловой скорости электронов. Это сразу исключает возможность объяснения быстрой реакции ДИРИ на импульс ВН появлением на уровне отражения диагностической волны индуцированных мощной радиоволной вблизи уровня её отражения неоднородностей концентрации плазмы за счёт их «прорастания» в результате амбиполярной диффузии, скорость которой вдоль силовых линий геомагнитного поля определяется тепловой скоростью ионов V_{T_i} (в условиях наших измерений $V_{T_\mathrm{i}} \approx 10^5$ см/с). Здесь, как было предположено в [36], учёт процессов униполярной диффузии, а также индуцированных в результате нагрева ионосферной плазмы потоков тепловых и сверхтепловых электронов и связанных с ними токов замыкания по фоновой плазме должен иметь определяющее значение при формировании вторичной турбулентности на уровне генерации ДИРИ. Однако следует отметить, что механизмы генерации индуцированной волной накачки вторичной турбулентности (собственно, определяющей динамику ДИРИ) в области взаимодействия диагностической волны с плазмой остаются ещё до конца не выясненными. В этом сегодня состоит основная сложность интерпретации широкого круга полученных к настоящему времени экспериментальных данных, аналогичных рассмотренным выше.

В последнее время на стенде «Сура» был выполнен большой объём экспериментальных работ по изучению свойств вторичной турбулентности. Особенно важное значение здесь имеют результаты изучения структуры возмущённой области ионосферы методом спутниковой томографии [39], согласно которым крупномасштабные искусственные возмущения концентрации плазмы обнаруживаются практически во всей толще ионосферы над нагревным стендом, а в горизонтальной плоскости они занимают область, намного превышающую зону, определяемую диаграммой направленности излучения ВН. Это является прямым свидетельством того, что интенсивное резонансное взаимодействие ВН с плазмой, имеющее место в центральной части возмущённой обла-

сти, индуцирует развитие вторичной ионосферной турбулентности далеко за пределами этой области ионосферы. За последние годы был также накоплен богатый экспериментальный материал по воздействию короткими импульсами ВН, в которых наиболее ярко проявляется влияние быстрых процессов на динамику развития ДИРИ. Однако детальный анализ результатов, полученных в измерениях как с дополнительным нагревом ионосферной плазмы, так и с помощью спутниковой томографии, выходит далеко за рамки настоящей статьи и будет выполнен в отдельных публикациях. В данной работе мы лишь обращаем внимание на тот факт, что в экспериментах с дополнительным нагревом далеко не все особенности динамики DM (а следовательно, и других тепловых компонент излучения) могут быть связаны с влиянием мелкомасштабных искусственных ионосферных неоднородностей.

2. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ. ЭМПИРИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ГЕНЕРАЦИИ $\mathbf{NC_{th}}$

Многочисленные и всесторонние эксперименты по изучению свойств искусственного радиоизлучения ионосферы ясно продемонстрировали, что оно имеет сложную многокомпонентную структуру, являющуюся отражением параллельного развития различных процессов взаимодействия мощной радиоволны с плазмой F-области ионосферы. Знание особенностей этих процессов и механизмов генерации отдельных компонент излучения обеспечивает возможность широкого использования ИРИ для диагностики ионосферной турбулентности не только искусственного, но и естественного происхождения. Однако до настоящего времени нет полной ясности в процессах, приводящих к формированию даже наиболее мощных и регулярно наблюдаемых тепловых компонент излучения, DM и BC, которые наиболее часто используются для диагностики искусственной ионосферной турбулентности [16]. Ещё в гораздо меньшей степени изучены свойства третьей тепловой компоненты — $\mathrm{NC_{th}}$, регистрируемой на стадии стационарного развития искусственной ионосферной турбулентности в узкой полосе отрицательных отстроек относительно частоты волны накачки $\Delta f^- \leq 7$ кГц.

В настоящей работе, основываясь на разнообразных экспериментах и сравнительных исследованиях свойств DM и $\mathrm{NC_{th}}$, выполнен детальный анализ характеристик узкополосной компоненты излучения. Доказано, что $\mathrm{NC_{th}}$, как DM и BC, относится к классу тепловых компонент ИРИ, генерация которых определяется развитием тепловой (резонансной) параметрической неустойчивости вблизи уровня верхнегибридного резонанса для волны накачки. Существенным моментом здесь является то, что компоненты DM и $\mathrm{NC_{th}}$ по основным ключевым параметрам показывают практически тождественные характеристики. Кроме того, по своей интегральной интенсивности $\mathrm{NC_{th}}$ вполне соотносится с интенсивностью компонент DM и BC, являясь одной из самых мощных компонент излучения. Исходя из вышесказанного, логично предположить, что компонента $\mathrm{NC_{th}}$, как и DM, должна являться результатом наиболее интенсивных процессов взаимодействия ВН с ионосферной плазмой. Особо следует подчеркнуть схожесть спектральных характеристик $\mathrm{NC_{th}}$ и низкочастотных краёв спектров компонент DM, а также кратных максимумов 2DM и 3DM, которая демонстрируется на рис. 1. Это может свидетельствовать об идентичности процессов, приводящих к генерации излучения в этих частях спектра ИРИ. В работе также рассмотрены новые экспериментальные данные, касающиеся некоторых особенностей генерации DM, которые служат дальнейшему развитию эмпирической модели этой компоненты. В частности, проанализированы данные, касающиеся «расщепления DM». Установлено, что этот эффект определяется наличием двух отдельных узкополосных максимумов в полосе генерации DM, когда в области взаимодействия частота ВН практически совпадает с гармоникой гирочастоты электронов.

Проведённые исследования позволили определить соотношение свойств компонент NC_p и NC_{th}, наблюдающихся в спектре ИРИ в области одних и тех же малых отрицательных отстроек относительно частоты волны накачки, но на разных стадиях развития ее взаимодействия с ионосферной плазмой, и определить условия, когда наблюдается та или иная компонента излучения. Последнее имеет важное значение для интерпретации ряда экспериментальных данных, в частности измерений вблизи гармоник гирочастоты электронов, и развития на основе ИРИ методов диагностики ионосферной плазменной турбулентности.

Выполненный в работе анализ экспериментальных данных не затрагивал вопросов, связанных с рассмотрением свойств ИРИ при малых положительных отстройках. Это касается как характеристик узкополосной компоненты NC^+ [8], так и компоненты UM [10, 16, 30]. Полученные здесь данные являются предметом отдельного рассмотрения в силу их определённой специфики.

Развитые к настоящему времени теоретические модели генерации компоненты DM подробно рассмотрены в [16] (см. также цитируемую там литературу) как для случая, когда частота BH находится далеко от гармоники гирорезонанса, так и когда $f_{BH} \approx nf_{ce}$. В основе всех этих моделей лежит взаимодействие электромагнитной волны с верхнегибридными (а также бернштейновскими вблизи гирорезонанса) и нижнегибридными плазменными колебаниями при наличии вытянутых вдоль геомагнитного поля мелкомасштабных неоднородностей концентрации плазмы. В [40] проанализированы различные предложенные схемы генерации компоненты DM, основанные на трёхволновом взаимодействии в приближении слабой турбулентности и рассеянии волн на мелкомасштабных искусственных ионосферных неоднородностях, и показано, что наиболее предпочтительной является схема, включающая: 1) генерацию «материнской» верхнегибридной волны за счёт рассеяния мощной радиоволны на мелкомасштабных искусственных ионосферных неоднородностях; 2) распад «материнской» верхнегибридной волны на «дочернюю» верхнегибридную волну и нижнегибридную волну (с возможным повторным каскадным распадом); 3) рассеяние на мелкомасштабных искусственных ионосферных неоднородностях «дочерних» и каскадных верхнегибридных волн в электромагнитные волны, определяющие формирование компоненты DM и кратных максимумов 2DM и 3DM в спектре ИРИ. В этой модели объясняется ряд основных свойств компоненты DM, но не зависимости частоты и ширины спектрального максимума от частоты BH [5]. Однако интерпретация именно этих зависимостей имеет решающее значение для выбора правильного механизма генерации компоненты DM. Если оставаться в рамках этой модели, можно предположить, что «материнские» верхнегибридные волны, помимо рассмотренного выше процесса распада, могут формировать свой спектр за счёт индуцированного рассеяния на тепловых ионах с последующим рассеянием вторичных верхнегибридных волн на мелкомасштабных искусственных ионосферных неоднородностях в электромагнитное излучение, которое регистрируется как NC_{th}. Такой процесс известен как механизм двойной трансформации, который был предложен для объяснения генерации компоненты BC [2, 33]. Ясно, что в рамках приведённой выше модели генерации компоненты DM спектр вторичных верхнегибридных волн будет также давать вклад в низкочастотный край спектра DM (а через него и в спектры 2DM и 3DM), что приведёт здесь, как это и наблюдается в эксперименте, к близким наклонам спектров этих компонент излучения.

Наряду с отмеченными выше моделями генерации тепловых компонент излучения в последнее время активно разрабатываются модели распадной неустойчивости верхнегибридных осцилляций, запертых в неоднородностях с пониженной концентрацией [41–44]. Такие неоднородности выступают в роли резонаторов для запертых в них плазменных колебаний. Фактически, здесь в приближении сильной турбулентности рассматривается взаимодействие мощной радиоволны с плазмой и формирование мелкомасштабных сильно вытянутых вдоль геомагнитного поля неоднородностей концентрации. Выполненные численные расчёты генерации ИРИ [42, 43]

даже в приближениях, достаточно далёких от реальных моделей, показывают приемлемое соответствие экспериментальным данным. Здесь удаётся объяснить генерацию компоненты DM и кратных максимумов 2DM и 3DM, причём при достаточно высокой надпороговости частота максимума DM смещается на бóльшие отрицательные отстройки, чем частота нижнегибридных колебаний. Отметим, что в рамках такой модели компонента DM является результатом распадной неустойчивости запертых верхнегибридных осцилляций, а компонента BC, обладающая широким слабо спадающим спектром и, как следует из экспериментов, являющаяся отдельной компонентой ИРИ, а не усиленной в силу тех или иных причин компонентой NC_{th}, связывается с кавитационными процессами, протекающими в индивидуальных неоднородностях. В пользу такой модели могут свидетельствовать полученные к настоящему времени экспериментальные данные [16, 17], согласно которым области частот генерации интенсивной компоненты BC совпадают с областями усиленной генерации компоненты DM (за исключением области частот ВН немного ниже 4-й гармоники гирочастоты электронов, где генерации интенсивной компоненты BC не наблюдается). Поскольку в данной работе не ставилась цель подробного анализа свойств компоненты BC, здесь мы ограничимся лишь сделанными замечаниями относительно возможной модели её генерации.

Особое место в выполненных исследованиях занимает вопрос об изучении гирогармонических свойств DM и NC_{th}. На основе полученных результатов можно заключить, что частоты минимумов их интенсивностей при прохождении частоты ВН через гармонику гирочастоты электронов не совпадают: для NC_{th} минимум наблюдается при частоте ВН приблизительно на 10 кГц выше, чем частота минимума интенсивности компоненты DM. Здесь необходимо подчеркнуть, что условие двойного резонанса $f_{\text{ВН}} = f_{\text{ВГР}} = nf_{\text{ce}}$, где $f_{\text{ВГР}}$ — частота верхнегибридного резонанса, для каждой гармоники гирочастоты электронов при заданном высотном профиле концентрации плазмы может быть выполнено для единственной частоты ВН и на вполне определённой высоте. Это исключает возможность интерпретации приведённых здесь результатов за счёт выполнения условия двойного резонанса для разных компонент излучения на разных высотах возмущённой области. Ситуация становится ещё более запутанной, если принять во внимание результаты работы [30], где было установлено, что минимум интенсивности компоненты UM — самой высокочастотной из рассматриваемых в работе тепловых компонент излучения — имеет место при частоте ВН приблизительно на 20 кГц ниже, чем частота ВН, при которой достигается минимум интенсивности компоненты DM. Приведённые выше результаты свидетельствуют об имеющей сегодня место неоднозначности выбора критерия для определения условия совпадения частоты ВН с частотой гирогармоники в области взаимодействия ВН с ионосферной плазмой. Решение этой задачи является важным шагом в выборе правильных моделей генерации тепловых компонент излучения.

В работе кратко анализируются результаты экспериментов с дополнительным нагревом ионосферной плазмы. Показано, что наблюдающиеся при включении и выключении излучателя ВН вариации интенсивности ДИРИ в области отстроек $\Delta f^- = 8 \div 16$ кГц определяются отстройкой частоты принимаемого излучения, а не его принадлежностью к той или иной тепловой компоненте ИРИ. Полученные данные также ясно демонстрируют, что, хотя мелкомасштабные искусственные ионосферные неоднородности, безусловно, играют определяющую роль в механизмах генерации тепловых компонент излучения, существуют и иные составляющие искусственной ионосферной турбулентности, оказывающие сильное воздействие на динамику взаимодействия мощной радиоволны с плазмой и развитие вторичной турбулентности вне центральной части возмущённой области ионосферы. Свойства механизмов такого влияния в настоящее время нельзя считать до конца изученными и необходимо продолжать экспериментальные и теоретические исследования в этом направлении.

Настоящая работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (гранты № 02–02–17475 и

05–02–16493), программы «Университеты России» (проект УР. 01.01.025), CRDF (грант № RPO–1334) и INTAS (грант № 03–51–5583).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Thide B., Kopka H., Stubbe P. // Phys. Rev. Lett. 1982. V. 49. P. 1 561.
2. Беликович В. В., Бенедиктов Е. А., Грач С. М., Терина Г. И. // XIII Всесоюзная конференция по распространению радиоволн. 1981. Тезисы докладов. Ч. 1. М.: Наука. С. 107.
3. Бойко Г. Н., Ерухимов Л. М., Зюзин В. А. и др. // Изв. вузов. Радиофизика. 1985. Т. 28. С. 395.
4. Leyser T. B., Thide B., Waldenvik M., et al. // J. Geophys. Res. 1993. V. 98. P. 17 597.
5. Leyser T. B., Thide B., Waldenvik M., et al. // J. Geophys. Res. 1994. V. 99. P. 19 555.
6. Frolov V. L., Kagan L. M., Sergeev E. N. // Изв. вузов. Радиофизика. 1999. Т. 42. С. 635.
7. Фролов В. Л., Грач С. М., Ерухимов Л. М. и др. // Изв. вузов. Радиофизика. 1996. Т. 39. С. 352.
8. Фролов В. Л., Комраков Г. П., Сергеев Е. Н. и др. // Изв. вузов. Радиофизика. 1997. Т. 40. С. 1 091.
9. Frolov V. L., Sergeev E. N., Komrakov G. P., et al. // J. Geophys. Res. A. 2004. V. 109. Article no. 07304, DOI:10.1029/2001JA005063.
10. Stubbe P., Kopka H., Thide B., Derblom H., et al. // J. Geophys. Res. 1984. V. 89. P. 7 523.
11. Leyser T. B., Thide B., Derblom H., et al. // Phys. Rev. Lett. 1989. V. 63. P. 1 145.
12. Leyser T. B., Thide B., Derblom H., et al. // J. Geophys. Res. 1990. V. 95. P. 17 233.
13. Stubbe P., Stocker A. J., Honary F., et al. // J. Geophys. Res. 1994. V. 99. P. 6 233.
14. Cheung P. Y., Wong A. Y., Pau J., Mjolhus E. // Phys. Rev. Lett. 1998. V. 80. P. 4 891.
15. Stubbe P., Hagfors T. // Surveys in Geophysics. 1997. V. 18. P. 57.
16. Leyser T. B. // Space Sci. Rev. 2001. V. 98. P. 223.
17. Frolov V. L., Sergeev E. N., Ermakova E. N., et al. // Geophys. Res. Lett. 2001. V. 28. P. 3 103.
18. Frolov V. L., Erukhimov L. M., Kagan L. M., et al. // Phys. Rev. Lett. 1998. V. 81. P. 1 630.
19. Frolov V. L., Ermakova E. N., Kagan L. M., et al. // J. Geophys. Res. 2000. V. 105. P. 20 919.
20. Сергеев Е. Н., Грач С. М., Комраков Г. П. и др. // Изв. вузов. Радиофизика. 2002. Т. 45. С. 214.
21. Васьков В. В., Гуревич А. В. // ЖЭТФ. 1975. Т. 69. С. 176.
22. Грач С. М., Караштин А. Н., Митяков Н. А. и др. // Физика плазмы. 1978. Т. 4. С. 1 321.
23. Грач С. М., Караштин А. Н., Митяков Н. А. и др. // Физика плазмы. 1978. Т. 4. С. 1 330.
24. Das A. C., Fejer J. A. // J. Geophys. Res. 1979. V. 84. P. 6 701.
25. Сергеев Е. Н., Грач С. М., Комраков Г. П. и др. // Изв. вузов. Радиофизика. 1999. Т. 42. С. 619.
26. Сергеев Е. Н., Грач С. М., Комраков Г. П. и др. // Изв. вузов. Радиофизика. 1999. Т. 42. С. 810.
27. Фролов В. Л., Бойко Г. Н., Метелёв С. А., Сергеев Е. Н. // Изв. вузов. Радиофизика. 1994. Т. 37. С. 909.
28. Сергеев Е. Н., Фролов В. Л., Бойко Г. Н., Комраков Г. П. // Изв. вузов. Радиофизика. 1998. Т. 41. С. 313.
29. Frolov V. L., Chugurin V. V., Komrakov G. P., et al. // Изв. вузов. Радиофизика. 2000. Т. 43. С. 497.
30. Сергеев Е. Н., Фролов В. Л., Комраков Г. П. и др. // Труды XX Всероссийской конференции по распространению радиоволн. Нижний Новгород, 2002. С. 315.

31. Thide B., Djuth F. T., Leyser T. B., Ierkic H. M. // J. Geophys. Res. 1995. V. 100. P. 23 887.
32. Ерухимов Л. М., Ковалёв В. Я., Куракин Е. П. и др. // Геомагнетизм и аэрономия. 1987. Т. 27. С. 758.
33. Grach S. M., Shvarts M. M., Sergeev E. N., Frolov V. L. // J. Atmos. Sol.-Terr. Phys. 1998. V. 60. P. 1 233.
34. Митяков Н. А., Рапопорт В. О., Трахтенгерц В. Ю. // Геомагнетизм и аэрономия. 1974. Т. 14. С. 36.
35. Грач С. М., Тиде Б., Лейзер Т. // Изв. вузов. Радиофизика. 1994. Т. 37. С. 617.
36. Фролов В. Л., Сергеев Е. Н., Штуббе П. // Изв. вузов. Радиофизика. 2002. Т. 45. С. 121.
37. Frolov V. L., Erukhimov L. M., Metelev S. A., Sergeev E. N. // J. Atmos. Sol.-Terr. Phys. 1997. V. 59. P. 2 317.
38. Ерухимов Л. М., Метелёв С. А., Митяков Н. А., Фролов В. Л. // Изв. вузов. Радиофизика. 1982. Т. 25. С. 490.
39. Tereshchenko E. D., Khudukon B. Z., Gurevich A. V., et al. // Phys. Lett. A. 2004. V. 325. P. 381.
40. Shvarts M. M., Grach S. M. // J. Atmos. Sol.-Terr. Phys. 1997. V. 59. P. 2 421.
41. Васьков В. В., Гуревич А. В. // Геомагнетизм и аэрономия. 1983. Т. 23. С. 544.
42. Mjolhus E. // J. Geophys. Res. 1998. V. 103. P. 14 711.
43. Gurevich A. V., Carlson H., Lukyanov A. V., et al. // Phys. Rev. Lett. 1997. V. 23. P. 97.
44. Istomin Ya. N., Leyser T. B. // Phys. Plasmas. 1998. V. 5. P. 921.

Поступила в редакцию 30 июля 2004 г.; принята в печать 23 июня 2005 г.

ON PROPERTIES OF THE THERMAL NARROW-CONTINUUM COMPONENT IN THE SPECTRUM OF ARTIFICIAL IOHOSPHERIC RADIATION

V. L. Frolov, D. I. Nedzvetsky, E. N. Sergeev, E. A. Shorokhov, and P. Stubbe

We present the results of experimental studies of the properties of the thermal narrow-continuum component of artificial ionospheric radiation (NC_{th}) observed in a narrow region between the pump frequency and the downshifted maximum (DM). Spectral and dynamic characteristics of the NC_{th} component are considered and the dependence of its properties on the frequency and power of the pump wave as well as on the zenith angle of a high-power radio-wave beam in the geomagnetic-meridian plane is analyzed. It is proved that the NC_{th} generation is determined by the thermal (resonant) parametric instability near the level of the upper-hybrid resonance for a high-power radio wave. New experimental data on the properties of the main thermal component DM in the spectrum of artificial ionospheric radiation, which we used as the reference component in most measurements, are presented.

УДК 537.86:519.2

ОБОБЩЁННАЯ АВТОКОРРЕЛЯЦИОННАЯ ФУНКЦИЯ ПОЛЕЗНОГО СИГНАЛА РАДИОЛОКАЦИОННОЙ СИСТЕМЫ С СИНТЕЗИРОВАНИЕМ АПЕРТУРЫ КОСМИЧЕСКОГО ПЕРЕДАТЧИКА

В. И. Костылев [1], *В. М. Петров* [2]

[1] Воронежский госуниверситет;
[2] ЗАО «Коминком—Черноземье», г. Воронеж, Россия

С учётом эффекта синтезирования апертуры передатчика получено выражение для обобщённой автокорреляционной функции полезного пространственно-временного сигнала измерительной радиолокационной системы, наземный приёмник которой оснащён двухпозиционной когерентной антенной системой, а передатчик расположен на спутнике. Показано, что координатами, естественными для измерения такой системой, являются дальность объекта, измеряемая по времени запаздывания принимаемого сигнала, проекция радиус-вектора объекта на направление линии пути спутника, измеряемая по доплеровскому сдвигу частоты принимаемого сигнала, и проекция радиус-вектора объекта на направление, перпендикулярное линии пути спутника, измеряемая по направлению прихода принимаемой электромагнитной волны двухпозиционной приёмной системой.

Одной из ключевых характеристик любой радиолокационной системы является её пространственное разрешение. Информацию о пространственном разрешении в радиолокации получают путём анализа обобщённой автокорреляционной функции обрабатываемого сигнала [1], называемой также обобщённой функцией неопределённости [2] или функцией рассогласования [3].

Автокорреляционная функция является универсальной характеристикой сигнала, определяющей его влияние на основные качественные показатели системы [1]: ширина главного максимума и уровень боковых лепестков модуля автокорреляционной функции сигнала характеризуют селективные свойства системы; точность оценки параметров при заданном отношении сигнал/помеха зависит от остроты главного максимума автокорреляционной функции.

Комплексная автокорреляционная функция пространственно-временного сигнала определяется выражением [1]

$$\dot{\Psi}(\mathbf{l}_1,\mathbf{l}_2)=\sum_{i=1}^{n}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\dot{s}(t,\boldsymbol{\rho}_i;\mathbf{l}_1)\dot{s}^*(t,\boldsymbol{\rho}_i;\mathbf{l}_2)\,\mathrm{d}t, \tag{1}$$

где $\dot{s}(t,\boldsymbol{\rho};\mathbf{l})$ — комплексный обрабатываемый пространственно-временной сигнал, $\boldsymbol{\rho}_i$ — радиус-вектор i-й приёмной позиции, n — количество приёмных позиций, $\mathbf{l}$ — вектор измеряемых параметров сигнала. В (1) предполагается интегрирование по бесконечным пределам, поскольку подразумевается, что функция $\dot{s}(t,\boldsymbol{\rho}_i;\mathbf{l})$ тождественно равна нулю вне пространственно-временного интервала наблюдения.

Для изучения формы автокорреляционной функции независимо от интенсивности принимаемых сигналов вводят нормированную автокорреляционную функцию [1]

$$\dot{\psi}(\mathbf{l}_1,\mathbf{l}_2)=\frac{\dot{\Psi}(\mathbf{l}_1,\mathbf{l}_2)}{\sqrt{\dot{\Psi}(\mathbf{l}_1,\mathbf{l}_1)\dot{\Psi}(\mathbf{l}_2,\mathbf{l}_2)}}\,. \tag{2}$$

Цель работы — определить нормированную автокорреляционную функцию полезного сигнала наземно-космической радиолокационной системы, передатчик которой расположен на спутнике, а

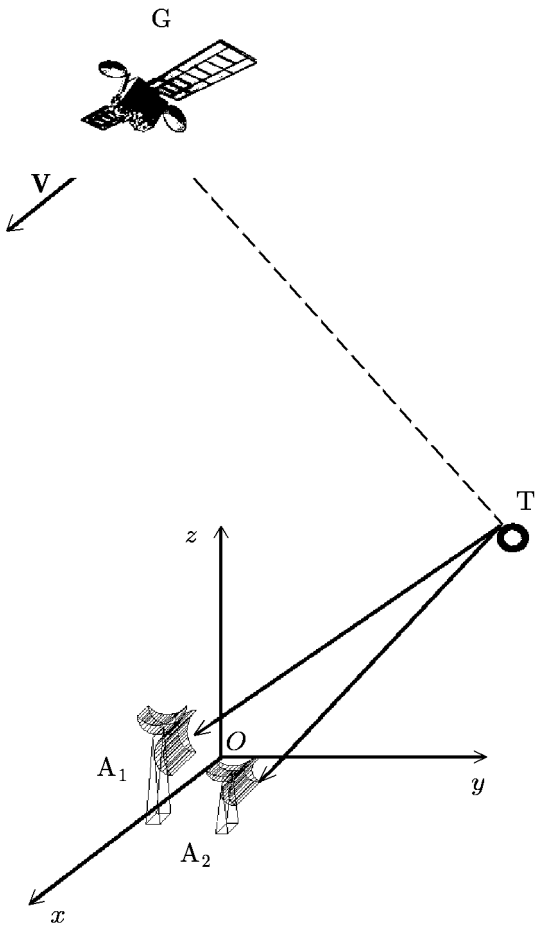


Рис. 1. Радиолокационная система

приёмник — на Земле. Существует значительный практический интерес к подобным системам [4], обусловленный, в том числе, возможностью некооперативного использования передатчиков систем спутниковой связи [5] или глобальных навигационных систем [6–9].

В настоящей работе будем полагать, что приёмная часть измерительной системы оснащена двухпозиционной когерентной антенной системой. В качестве основной модели объекта наблюдения примем неподвижный относительно приёмной системы точечный изотропно переизлучающий объект, создающий в однородной среде сферическую волну. Подобной моделью описывается, например, воздушная цель, скорость движения которой относительно приёмной антенной системы невелика [1, стр. 14]. Для описания электромагнитных волн в пространстве введём декартовую систему координат x, y, z. Будем полагать, что она представляет собой нормальную земную систему координат [10], в которой начало координат O расположено ровно посередине между фазовыми центрами приёмных антенн A_1 и A_2, ось координат z направлена в зенит, а ось x параллельна линии пути спутника (см. рис. 1; линией пути обычно называют проекцию траектории полёта спутника на земную поверхность [10]). Радиус-векторы фазовых центров парциальных антенн обозначим $\boldsymbol{\rho}_1 = x_1\mathbf{i} + y_1\mathbf{j} + z_1\mathbf{k} = (L_x\mathbf{i} + L_y\mathbf{j} + L_z\mathbf{k})/2$ и $\boldsymbol{\rho}_2 = x_2\mathbf{i} + y_2\mathbf{j} + z_2\mathbf{k} = -\boldsymbol{\rho}_1$, где $\mathbf{i}$, $\mathbf{j}$ и $\mathbf{k}$ — орты координатных осей x, y и z соответственно. Будем полагать, что фазовые центры обеих парциальных антенн находятся достаточно близко к поверхности Земли, поэтому $L_z \approx 0$, а значит $\boldsymbol{\rho}_1 = (L_x\mathbf{i} + L_y\mathbf{j})/2$ и $\boldsymbol{\rho}_2 = -(L_x\mathbf{i} + L_y\mathbf{j})/2$. Размер приёмной апертуры (базы) в этом случае равен $L_{\mathrm{I}} = \sqrt{L_x^2 + L_y^2}$.

Обозначим через $\mathbf{R}$ радиус-вектор объекта наблюдения T. Декартовы координаты объекта (x, y, z) представляют собой проекции радиус-вектора $\mathbf{R}$ на координатные оси x, y и z, т. е. $\mathbf{R} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$. Модуль радиус-вектора $\mathbf{R}$ равен дальности объекта $R = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$. Через $\mathbf{R}_{\mathrm{G}} = \mathbf{r} + \mathbf{V}t = (x_{\mathrm{G}} + Vt)\,\mathbf{i} + y_{\mathrm{G}}\mathbf{j} + h_{\mathrm{G}}\mathbf{k}$ обозначим радиус-вектор спутника G. Здесь V — путевая скорость спутника [10], совпадающая в нашем случае с модулем вектора скорости $\mathbf{V}$ спутника, x_{G}, y_{G}, h_{G} — проекции радиус-вектора $\mathbf{r}$ на координатные оси x, y и z, h_{G} — высота полёта спутника [10]. Вектор $\mathbf{g} = \mathbf{R} - \mathbf{R}_{\mathrm{G}}$ направлен от спутника к объекту. Очевидно, что

$$\mathbf{g} = (x - x_{\mathrm{G}} - Vt)\mathbf{i} + (y - y_{\mathrm{G}})\,\mathbf{j} + (z - h_{\mathrm{G}})\,\mathbf{k}. \tag{3}$$

Единичный вектор в направлении от спутника к объекту обозначим через $\mathbf{e} = \mathbf{g}/g = e_x\mathbf{i} + e_y\mathbf{j} + e_z\mathbf{k}$.

Пусть спутник излучает зондирующий сигнал

$$\dot{s}_{\mathrm{G}}(t) = \dot{S}_{\mathrm{G}}(t)\exp(j\,2\pi f t), \tag{4}$$

где $\dot{S}_{\mathrm{G}}(t)$ — комплексная огибающая зондирующего сигнала, f — его несущая частота. Если зондирующий сигнал представляет собой пакет (пачку) периодически повторяющихся радиоимпульсов, то

$$\dot{S}_{\mathrm{G}}(t) = \Upsilon_T(t) \sum_{i=-\infty}^{+\infty} \dot{S}_0(t - iT_0), \tag{5}$$

где

$$\Upsilon_T(t) = \chi(\mathbf{e})\wp(t;T) \tag{6}$$

— срезающая функция, $\chi(\mathbf{e})$ — диаграмма направленности передающей антенны,

$$\wp(t;A) = \begin{cases} 1, & t \in [-A/2, A/2]; \\ 0, & t \notin [-A/2, A/2] \end{cases} \tag{7}$$

— видеоимпульс единичной амплитуды с длительностью A, $\dot{S}_0(t)$ — комплексная огибающая одного радиоимпульса, T_0 — период повторения радиоимпульсов, T — длительность пакета радиоимпульсов. Обычно передающая антенна имеет специальную (косекансную) диаграмму направленности, в результате чего $\chi(\mathbf{e}) = \chi(|e_x|)$. Тогда

$$\Upsilon_T(t) = \chi\left(\frac{x_{\mathrm{G}} + Vt - x}{g}\right)\wp(t;T). \tag{8}$$

Напряжённость поля волны, достигающей объекта, определяется соотношением

$$\dot{u}_0(t;\mathbf{R},\mathbf{R}_{\mathrm{G}}) = C_1\dot{s}_{\mathrm{G}}(t - g/c)/g, \tag{9}$$

где C_1 — постоянный множитель [1], c — скорость света.

Напряжённость переизлучённого объектом поля в точке $\boldsymbol{\rho}_i$ пространства, соответствующей одному из фазовых центров приёмных антенн, равна

$$\dot{u}_1(t,\boldsymbol{\rho}_i;\mathbf{R},\mathbf{R}_{\mathrm{G}}) = \frac{C_2}{|\mathbf{R} - \boldsymbol{\rho}_i|\, g}\,\dot{s}_{\mathrm{G}}\left(t - \frac{|\mathbf{R} - \boldsymbol{\rho}_i| + g}{c}\right)\exp(j\theta), \tag{10}$$

где C_2 — постоянный множитель, пропорциональный C_1 и квадратному корню из эффективной площади рассеяния объекта, θ — изменение фазы волны при переотражении от объекта.

Пронормируем амплитуду поля (10) следующим образом: $C_2 = arR$. Тогда

$$\dot{u}_1(t,\boldsymbol{\rho}_i;\mathbf{R},\mathbf{r},\mathbf{V}) = \frac{\dot{a}Rr}{|\mathbf{R} - \boldsymbol{\rho}_i|\, g}\,\dot{s}_{\mathrm{G}}\left(t - \frac{|\mathbf{R} - \boldsymbol{\rho}_i| + g}{c}\right), \tag{11}$$

$$\dot{a} = a\exp(j\theta).$$

Полезный сигнал, формируемый i-й (индекс i равен 1 или 2) приёмной антенной из поля (11), обозначим $\dot{s}(t,\boldsymbol{\rho}_i;\mathbf{R})$ и представим в виде

$$\dot{s}(t,\boldsymbol{\rho}_i;\mathbf{R}) = \dot{I}_i\dot{u}_1(t,\boldsymbol{\rho}_i;\mathbf{R},\mathbf{r},\mathbf{V}), \tag{12}$$

где $\dot{I}_i$ — комплексный коэффициент усиления i-й антенны. Приёмные антенны обычно идентичны, поэтому в дальнейшем будем считать $\dot{I}_1 = \dot{I}_2 \equiv \dot{I}$.

Сделаем в точной формуле (11) некоторые упрощающие предположения. Во-первых, будем полагать, что дальность спутника достаточно велика и существенно превосходит все остальные

расстояния рассматриваемой задачи, в том числе дальность R объекта, расстояние $L_{\rm I}$ между фазовыми центрами приёмных антенн и расстояние VT, которое спутник пролетает за время обработки сигнала $\dot{s}(t,\boldsymbol{\rho}_i;\mathbf{R})$. Поэтому в знаменателях формул (8) и (11) можно положить $g \approx r$ для всех моментов времени t, представляющих практический интерес. Кроме того, учтём, что $R \gg L_{\rm I}$, поэтому в знаменателе (11) положим $|\mathbf{R}-\boldsymbol{\rho}_i| \approx R$. Тогда

$$\Upsilon_T(t) = \chi\left(\frac{x_{\rm G}+Vt-x}{r}\right)\wp(t;T), \tag{13}$$

$$\dot{s}(t,\boldsymbol{\rho}_i;\mathbf{R}) = \dot{I}\dot{a}\dot{s}_{\rm G}\left(t-\frac{|\mathbf{R}-\boldsymbol{\rho}_i|+g}{c}\right). \tag{14}$$

Нетрудно убедиться, что входящий в (14) модуль разности двух векторов может быть представлен как

$$|\mathbf{R}-\boldsymbol{\rho}_i| = \sqrt{(\mathbf{R}-\boldsymbol{\rho}_i,\mathbf{R}-\boldsymbol{\rho}_i)} = \sqrt{(\mathbf{R},\mathbf{R})-2\,(\mathbf{R},\boldsymbol{\rho}_i)+(\boldsymbol{\rho}_i,\boldsymbol{\rho}_i)} = \\ = R\sqrt{1-2\,\frac{xx_i+yy_i}{R^2}+\frac{x_i^2+y_i^2}{R^2}} \approx R-\frac{xx_i+yy_i}{R}\ , \tag{15}$$

где, как и прежде, учтено, что $R \gg \rho_i$ для $i=1;2$.

Аналогично

$$g = \sqrt{r^2+V^2t^2+R^2+2\,(\mathbf{r},\mathbf{V})\,t-2\,(\mathbf{R},\mathbf{r}+\mathbf{V}t)} = \\ = r\left\{1+\frac{V^2t^2+R^2+2x_{\rm G}Vt-2\left[x\,(x_{\rm G}+Vt)+yy_{\rm G}+zh_{\rm G}\right]}{r^2}\right\}^{1/2}. \tag{16}$$

Учитывая, что r существенно превосходит все остальные расстояния, приближённо запишем

$$g \approx r+\frac{V^2t^2+R^2}{2r}+\frac{x_{\rm G}Vt-\left[x\,(x_{\rm G}+Vt)+yy_{\rm G}+zh_{\rm G}\right]}{r}\ . \tag{17}$$

Объединяя (15) и (17), получаем

$$|\mathbf{R}-\boldsymbol{\rho}_i|+g \approx r+R+(x_{\rm G}-x)\,Vt/r+\frac{V^2t^2+R^2}{2r}-\frac{xx_i+yy_i}{R}-\frac{xx_{\rm G}+yy_{\rm G}+zh_{\rm G}}{r}\ . \tag{18}$$

Подставим (18) в (14), тогда

$$\dot{s}(t,\boldsymbol{\rho}_i;\mathbf{R}) = \dot{I}\dot{a}\dot{S}_{\rm G}\left(t-\frac{r+R}{c}-\frac{x_{\rm G}-x}{cr}\,Vt-\frac{R^2+V^2t^2}{2cr}+\frac{xx_i+yy_i}{cR}+\frac{xx_{\rm G}+yy_{\rm G}+zh_{\rm G}}{cr}\right)\times \\ \times\exp\left\{j\,2\pi\left[ft-\left(\frac{x_{\rm G}-x}{\lambda r}\,Vt+\frac{R^2+V^2t^2}{2\lambda r}+\frac{r+R}{\lambda}-\frac{xx_i+yy_i}{\lambda R}-\frac{xx_{\rm G}+yy_{\rm G}+zh_{\rm G}}{\lambda r}\right)\right]\right\}, \tag{19}$$

где $\lambda = c/f$ — длина волны. Вводя обозначения

$$\zeta = 1+\frac{V}{cr}\left(x-x_{\rm G}-\frac{Vt}{2}\right) \tag{20}$$

и

$$t_0 = \frac{1}{c}\left(r+R+\frac{R^2}{2r}-\frac{xx_i+yy_i}{R}-\frac{xx_{\rm G}+yy_{\rm G}+zh_{\rm G}}{r}\right), \tag{21}$$

выражение (19) можно записать в виде

$$\dot{s}(t,\boldsymbol{\rho}_i;\mathbf{R}) = \dot{I}\dot{a}\dot{S}_{\mathrm{G}}(\zeta t - t_0)\times$$
$$\times \exp\left\{ j2\pi \left[ft - \frac{1}{\lambda}\left(\frac{x_{\mathrm{G}} - x}{r}\,Vt + \frac{V^2t^2}{2r} + r + R + \frac{R^2}{2r} - \frac{xx_i + yy_i}{R} - \frac{xx_{\mathrm{G}} + yy_{\mathrm{G}} + zh_{\mathrm{G}}}{r} \right)\right]\right\}. \quad (22)$$

Учитывая, что $V \ll c$, $R \ll r$, $x_{\mathrm{G}} \ll r$ и $VT \ll r$, можно положить в (22) $\zeta \approx 1$:

$$\dot{s}(t,\boldsymbol{\rho}_i;\mathbf{R}) = \dot{I}\dot{a}\dot{S}_{\mathrm{G}}(t - t_0)\times$$
$$\times \exp\left\{ j2\pi \left[ft - \frac{1}{\lambda}\left(\frac{x_{\mathrm{G}} - x}{r}\,Vt + \frac{V^2t^2}{2r} + r + R + \frac{R^2}{2r} - \frac{xx_i + yy_i}{R} - \frac{xx_{\mathrm{G}} + yy_{\mathrm{G}} + zh_{\mathrm{G}}}{r} \right)\right]\right\}. \quad (23)$$

Учтём также в (21), что $R \ll r$, и предположим, что выполняется условие пространственно-временной узкополосности [1]. Тогда $t_0 \approx (r + R)/c$ и

$$\dot{s}(t,\boldsymbol{\rho}_i;\mathbf{R}) = \dot{I}\dot{a}\dot{S}_{\mathrm{G}}\left(t - \frac{r+R}{c}\right)\times$$
$$\times \exp\left\{ j2\pi \left[ft - \frac{1}{\lambda}\left(\frac{x_{\mathrm{G}} - x}{r}\,Vt + \frac{V^2t^2}{2r} + r + R + \frac{R^2}{2r} - \frac{xx_i + yy_i}{R} - \frac{xx_{\mathrm{G}} + yy_{\mathrm{G}} + zh_{\mathrm{G}}}{r} \right)\right]\right\}. \quad (24)$$

В соответствии с определениями (1) и (2) нормированная комплексная автокорреляционная функция полезного сигнала $\dot{s}(t,\boldsymbol{\rho}_i;\mathbf{R})$ имеет вид

$$\dot{\psi}(\mathbf{R}_1,\mathbf{R}_2) = C\sum_{i=1}^{2}\int_{-\infty}^{+\infty} \dot{s}(t,\boldsymbol{\rho}_i;\mathbf{R}_1)\dot{s}^*(t,\boldsymbol{\rho}_i;\mathbf{R}_2)\,\mathrm{d}t, \quad (25)$$

где C — множитель, определяемый условием нормировки $\dot{\psi}(\mathbf{R},\mathbf{R}) = 1$. Интересующий нас модуль нормированной автокорреляционной функции равен

$$\psi(\mathbf{R}_1,\mathbf{R}_2) = C\left|\sum_{i=1}^{2}\int_{-\infty}^{+\infty} \dot{s}(t,\boldsymbol{\rho}_i;\mathbf{R}_1)\dot{s}^*(t,\boldsymbol{\rho}_i;\mathbf{R}_2)\,\mathrm{d}t\right|. \quad (26)$$

Подставляя (24) в (26), получим

$$\psi(\mathbf{R}_1,\mathbf{R}_2) = C\left|\sum_{i=1}^{2}\exp\left[j\,2\pi\,\frac{(x_1 - x_2)\,x_i + (y_1 - y_2)\,y_i}{R\lambda}\right]\right|\times$$
$$\times\left|\int_{-\infty}^{+\infty}\dot{S}_{\mathrm{G}}\left(t - \frac{r+R_1}{c}\right)\dot{S}^*_{\mathrm{G}}\left(t - \frac{r+R_2}{c}\right)\exp\left(j\,2\pi\,\frac{x_1 - x_2}{r\lambda}\,Vt\right)\,\mathrm{d}t\right|. \quad (27)$$

Вычисляя сумму экспонент и выполняя замену переменной интегрирования, выражение (27) можно преобразовать к виду

$$\psi(\mathbf{R}_1,\mathbf{R}_2) \equiv \psi(\Delta R,\Delta x,\Delta y) = \left|\cos\left[\frac{\pi}{R\lambda}\,(\Delta x\,L_x + \Delta y\,L_y)\right]\right|\psi_{\mathrm{G}}\left(\frac{\Delta R}{c}, -\frac{\Delta x}{r\lambda}\,V\right), \quad (28)$$

где $\Delta R = R_2 - R_1$; $\Delta x = x_2 - x_1$; $\Delta y = y_2 - y_1$;

$$\psi_G(\tau;\Phi) = C_{\mathrm{G}} \left| \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \dot{S}_{\mathrm{G}}(t)\dot{S}^*_{\mathrm{G}}(t-\tau)\exp(j\,2\pi\Phi t)\,\mathrm{d}t \right| \tag{29}$$

— нормированная функция неопределённости комплексной огибающей зондирующего сигнала, C_{G} — константа, определяемая из условия нормировки $\psi_{\mathrm{G}}(0,0) = 1$.

Тригонометрическая функция $\cos x$ является периодической с периодом 2π, а её модуль — периодической функцией с периодом π. Поэтому функция $\psi(\Delta R, \Delta x, \Delta y)$ является периодической по координате Δy с периодом $R\lambda/L_y$. Отсюда следует неоднозначность измерения координаты y исследуемой радиолокационной системой, устранить которую можно посредством подбора неидентичных приёмных антенных систем ($\dot{I}_1 \neq \dot{I}_2$) Более эффективный способ устранения неоднозначности измерения координаты y состоит в замене двухпозиционной приёмной антенной системы на антенную систему, содержащую большее количество неидентичных приёмных позиций.

Можно показать [11], что сигнал (5) имеет функцию неопределённости

$$\psi_{\mathrm{G}}(\tau;\Phi) = C_{\mathrm{G}} \left| \sum_{i=-\infty}^{+\infty} \sum_{j=-\infty}^{+\infty} \dot{\psi}_{\Upsilon}(\tau;\Phi - j/T_0)\dot{\psi}_0(\tau - iT_0; j/T_0) \right|, \tag{30}$$

где

$$\dot{\psi}_{\Upsilon}(\tau;\Phi) = C_{\Upsilon} \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \Upsilon_T(t)\Upsilon_T(t-\tau)\exp(j\,2\pi\Phi t)\,\mathrm{d}t =$$

$$= C_{\Upsilon} \int\limits_{-T/2}^{T/2} \chi\left(\frac{x_{\mathrm{G}} + Vt - x}{r}\right)\chi\left(\frac{x_{\mathrm{G}} + V(t-\tau) - x}{r}\right)\exp(j\,2\pi\Phi t)\,\mathrm{d}t \tag{31}$$

— нормированная автокорреляционная функция срезающей функции (13), C_{Υ} — константа, определяемая из условия нормировки $\psi_{\Upsilon}(0,0) = 1$,

$$\dot{\psi}_0(\tau;\Phi) = C_0 \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \dot{S}_0(t)\dot{S}^*_0(t-\tau)\exp(j\,2\pi\Phi t)\,\mathrm{d}t \tag{32}$$

— нормированная автокорреляционная функция комплексной огибающей радиоимпульса $\dot{S}_0(t)$.

С учётом (30) преобразуем (28) к виду

$$\psi(\Delta R, \Delta x, \Delta y) = \left|\cos\left[\frac{\pi}{R\lambda}\left(\Delta x\, L_x + \Delta y\, L_y\right)\right]\right| \times$$

$$\times\, C_{\mathrm{G}} \left| \sum_{i=-\infty}^{+\infty} \sum_{j=-\infty}^{+\infty} \dot{\psi}_{\Upsilon}\left(\frac{\Delta R}{c}; \frac{\Delta x}{r\lambda} + \frac{j}{T_0}\right)\dot{\psi}_0\left(\frac{\Delta R}{c} - iT_0; \frac{j}{T_0}\right) \right|. \tag{33}$$

Пачка содержит несколько повторяющихся радиоимпульсов, поэтому T, по крайней мере, в несколько раз превышает T_0. При этом с высокой степенью точности можно считать, что функции

$\dot{\psi}_{\Upsilon}(\tau;\Phi - j/T_0)$ с различными значениями j не перекрываются. Поэтому для рабочего интервала τ ($\tau < T_0$)

$$\psi_{\mathrm{G}}(\tau;\Phi) = C_{\mathrm{G}} \sum_{i=-\infty}^{+\infty} \psi_{\Upsilon}(\tau;\Phi - i/T_0)\psi_0(\tau;i/T_0) \tag{34}$$

и

$$\psi(\Delta R,\Delta x,\Delta y) = \left|\cos\left[\frac{\pi}{R\lambda}\left(\Delta x\, L_x + \Delta y\, L_y\right)\right]\right| C_{\mathrm{G}} \sum_{i=-\infty}^{+\infty} \psi_{\Upsilon}\left(\frac{\Delta R}{c};\frac{\Delta x}{r\lambda} + \frac{i}{T_0}\right)\psi_0\left(\frac{\Delta R}{c};\frac{i}{T_0}\right). \tag{35}$$

Основной пик функции неопределённости когерентной пачки радиоимпульсов, принимая во внимание, что ширина спектра элементарного сигнала значительно больше ширины спектра срезающей функции, определяется формулой [11]

$$\psi_{\mathrm{G}}(\tau;\Phi) = \psi_{\Upsilon}(0;\Phi)\psi_0(\tau;0). \tag{36}$$

С учётом (36) для основного пика автокорреляционной функции $\psi(\Delta R,\Delta x,\Delta y)$ запишем

$$\psi(\Delta R,\Delta x,\Delta y) = \left|\cos\left[\frac{\pi}{R\lambda}\left(\Delta x\, L_x + \Delta y\, L_y\right)\right]\right| \psi_{\Upsilon\Phi}\left(\frac{\Delta x}{r\lambda}\right)\psi_{0\tau}\left(\frac{\Delta R}{c}\right), \tag{37}$$

где

$$\dot{\psi}_{\Upsilon\Phi}(\Phi) = \left|\int\limits_{-\infty}^{+\infty} \Upsilon_T^2(t)\exp(-j2\pi\Phi t)\,\mathrm{d}t\right| \Big/ \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \Upsilon_T^2(t)\,\mathrm{d}t \tag{38}$$

— нормированное преобразование Фурье квадрата модуля срезающей функции (6),

$$\psi_{0\tau}(\tau) = \left|\int\limits_{-\infty}^{+\infty} \dot{S}_0(t)\dot{S}_0^*(t-\tau)\,\mathrm{d}t\right| \Big/ \int\limits_{-\infty}^{+\infty} |\dot{S}_0(t)|^2\,\mathrm{d}t \tag{39}$$

— нормированная автокорреляционная функция комплексной огибающей одного радиоимпульса $\dot{S}_0(t)$.

Логично и целесообразно с точки зрения повышения разрешения по координате y разместить базовую линию приёмной антенной системы перпендикулярно линии пути спутника. Тогда $L_x = 0$, $L_y = L_{\mathrm{I}}$ и

$$\psi(\Delta R,\Delta x,\Delta y) = \left|\cos\left[\pi\,\frac{\Delta y\, L_{\mathrm{I}}}{R\lambda}\right]\right| \psi_{\Upsilon\Phi}\left(\frac{\Delta x}{r\lambda}\right)\psi_{0\tau}\left(\frac{\Delta R}{c}\right). \tag{40}$$

Таким образом, рассмотренная наземно-космическая радиолокационная система, наземный приёмник которой оснащён двумя когерентными разнесёнными антеннами, а передатчик расположен на спутнике, позволяет измерить три координаты объекта. При этом естественными для измерения являются дальность R объекта, измеряемая по времени запаздывания принимаемого сигнала, проекция x радиус-вектора объекта на направление линии пути спутника, измеряемая по доплеровскому сдвигу частоты принимаемого сигнала, и проекция y радиус-вектора объекта на направление, перпендикулярное линии пути спутника, измеряемая по направлению прихода принимаемой электромагнитной волны. Для последнего существенно, чтобы проекция базы приёмной антенной системы на ось y отличалась от нуля ($L_y \neq 0$), т. е. чтобы приёмная антенная система не была ориентирована вдоль линии пути спутника.

Третья декартова координата z может быть определена из соотношения $R^2 = x^2 + y^2 + z^2$. Направляющие косинусы с осями x и y могут быть найдены по формулам $\cos\alpha = x/R$ и $\cos\beta = y/R$ [12].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кремер И. Я., Кремер А. И., Петров В. М. и др. Пространственно-временная обработка сигналов. М.: Радио и связь, 1984. 224 с.
2. Woodward P. M. Probability and information theory, with applications to radar. Norwood: Artech House, 1980.
3. Ширман Я. Д., Манжос В. Н. Теория и техника обработки радиолокационной информации на фоне помех. М.: Радио и связь, 1981. 416 с.
4. Cherniakov M. // RADAR 2002, Edinburgh, United Kingdom. P. 22.
5. Cherniakov M., Nezlin D., Kubik K. // IEE Proc. 2002. V. 149, No. 1. P. 33.
6. Komjathy A., Maslanik J., Zavorotny V. U., et al. // Proc. IEEE Intern. Geosci. and Remote Sensing Symposium (IGARSS 2000). P. 2 855.
7. Zavorotny V. U., Voronovich A. G., Katzberg S. J., et al. // Proc. IEEE Intern. Geosci. and Remote Sensing Symposium (IGARSS 2000). P. 1 507.
8. Garrison J. L., Komjathy A., Zavorotny V. U., Katzberg S. J. // IEEE Trans. Geosci. Remote Sensing. 2002. V. 40, No. 1. P. 50.
9. Thompson D. R., Linstrom L. A., Gasparovic R. F., Elfouhaily Tanos M. // Proc. IEEE Intern. Geosci. and Remote Sensing Symposium (IGARSS 2002). V. 2. P. 1 278.
10. Антипов В. Н., Горяинов В. Т., Кулин А. Н. и др. Радиолокационные станции с цифровым синтезированием апертуры антенны. М.: Радио и связь, 1988. 304 с.
11. Фалькович С. Е. Оценка параметров сигнала. М.: Сов. радио, 1970. 336 с.
12. Костылев В. И., Петров В. М. // Обработка пространственно-временных сигналов. Воронеж: Изд-во ВГУ, 1983. С. 76.

Поступила в редакцию 28 апреля 2004 г.; принята в печать 19 мая 2005 г.

GENERALIZED AUTOCORRELATION FUNCTION OF A USEFUL SIGNAL OF THE RADAR SYSTEM WITH SYNTHESIZED APERTURE OF THE SPACE TRANSMITTER

V. I. Kostylev and V. M. Petrov

An expression for the generalized autocorrelation function of a useful spatio-temporal signal of the measuring radar system, whose ground-based receiver is equipped with a coherent bisite antenna and the transmitter is located on the satellite, is obtained with allowance for the transmitter-aperture synthesizing effect. It is shown that the coordinates natural for measurement of such a system are the range of object, measured by the delay time of the received signal, projection of the radius vector of the object onto the direction of the satellite path line, measured by the Doppler shift of the received signal, and projection of the radius vector of the object onto the direction perpendicular to the satellite path line, measured by the direction of arrival of the electromagnetic wave received by a bisite antenna.

УДК 621.372.8

КОЛЕБАНИЯ ШЕПЧУЩЕЙ ГАЛЕРЕИ В БОЧКООБРАЗНОМ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОМ РЕЗОНАТОРЕ

Ю. В. Блудов, А. Я. Кириченко, А. Е. Когут, В. В. Кутузов, В. А. Солодовник

Институт радиофизики и электроники им. А. Я. Усикова НАНУ, г. Харьков, Украина

В работе экспериментально исследован новый тип резонатора — бочкообразный диэлектрический резонатор с колебаниями шепчущей галереи, полученный путём сечения диэлектрической полусферы. По сравнению с полусферическим диэлектрическим резонатором спектр колебаний E-типа такого резонатора разрежен по азимутальному индексу. Сравнительный анализ электродинамических характеристик бочкообразного диэлектрического резонатора и полудисковых диэлектрических резонаторов показал, что радиационные потери энергии колебаний со сферической поверхности меньше, чем с цилиндрической. Это определяет высокие значения собственной добротности колебаний бочкообразного диэлектрического резонатора.

ВВЕДЕНИЕ

Известно, что наиболее высокими электродинамическими характеристиками обладают колебания шепчущей галереи (ШГ), возбуждаемые в сферических [1] и полусферических [2] диэлектрических резонаторах (ДР), по сравнению с колебаниями, существующими в резонаторах других форм: дисковых и цилиндрических. Форма поверхности сферического ДР достаточно гладкая и не имеет резких изменений, вследствие чего возбуждаемые в сферическом резонаторе колебания типа ШГ обладают наибольшей собственной добротностью. Металлическое зеркало в конструкции полусферических ДР, хотя и снижает несколько собственную добротность резонатора, позволяет эффективно его возбуждать источником, расположенным на зеркале, и частично решать проблему теплоотвода от области расположения активных элементов. Это делает перспективным использование полусферических ДР в конкретных СВЧ приборах и устройствах.

Однако наряду с хорошо известными достоинствами полусферических ДР существуют и недостатки, которые затрудняют их использование в СВЧ технике. Густота спектра резонансных частот и наличие частотного вырождения колебаний ШГ (на одной резонансной частоте возбуждается $n+1$ колебание, где n — их полярный индекс) часто ограничивают возможность их использования. Вырождение колебаний означает, что любая неоднородность ДР в виде внешнего элемента, расположенная в поле колебаний ШГ, приведёт к снятию вырождения и тем самым сгустит спектр резонансных колебаний.

Для примера на рис. 1*а* приведён спектр амплитуды резонансных колебаний типа ШГ в диапазоне частот 34,65÷36,65 ГГц для диэлектрического резонатора в форме полусферы из фторопласта с радиусом 39 мм. Все три резонанса, наблюдаемые в этом диапазоне, являются вырожденными. Пример расщепления этих колебаний за счёт снятия вырождения путём расположения на зеркале резонатора источника возбуждения колебаний в виде щели с размерами $7{,}2 \times 1{,}0$ мм и круглого углубления с диаметром 13 мм и глубиной 1,5 мм диаметрально симметрично источнику показано на рис. 1*б*.

В настоящей работе изучается одна из возможностей решения задачи по разрежению спектра вынужденных колебаний полусферического резонатора за счёт удаления тех частей полусферы, где электромагнитные поля выбранного колебания E-типа (при соответствующем их возбуждении) отсутствуют. При этом выделяется диэлектрический резонатор в виде отдельной части по-

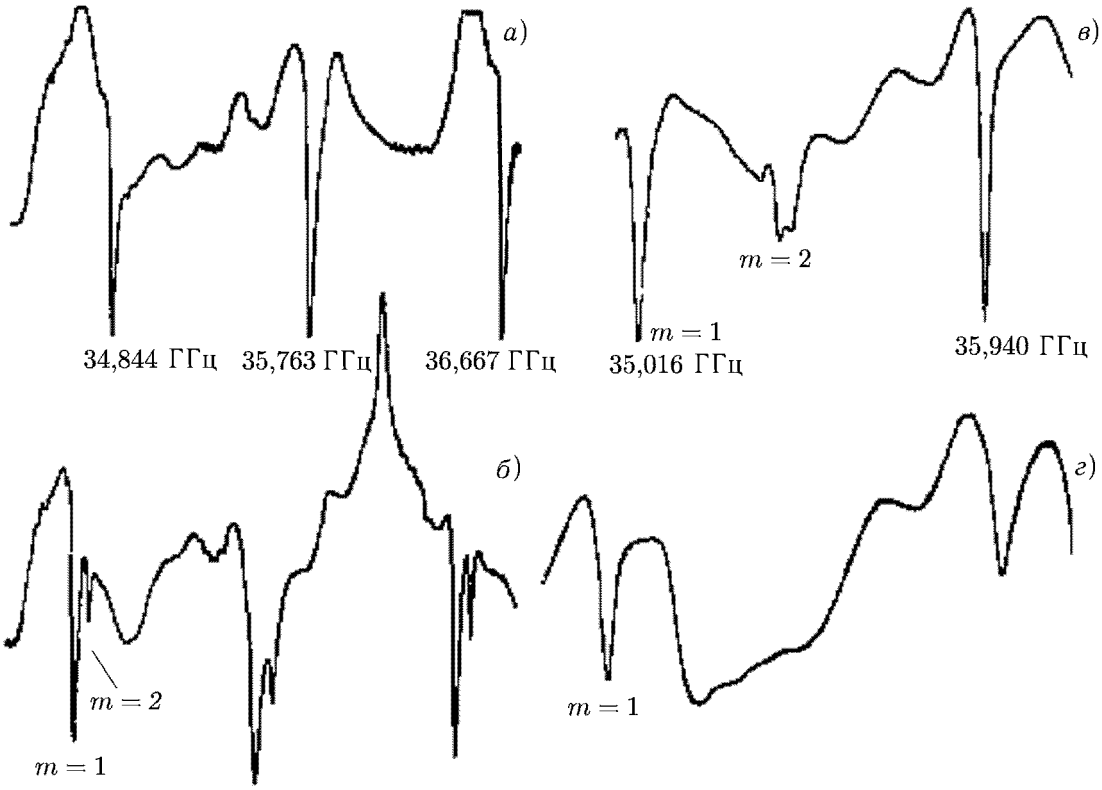


Рис. 1. Качественный вид спектров амплитуды колебаний E-типа в полусферическом диэлектрическом резонаторе с однородным (*а*) и неоднородным (*б*) зеркалом и колебаний E-типа в бочкообразном диэлектрическом резонаторе с однородным (*в*) и неоднородным (*г*) зеркалом

лусферы, на сферической поверхности которой проявляются только поля выбранного колебания ШГ. Такой резонатор будем называть диэлектрическим бочкообразным резонатором по аналогии с металлическим бочкообразным резонатором, в котором также можно возбуждать колебания ШГ [3]. Каустическими границами в таком диэлектрическом резонаторе служат геодезические линии на поверхности сферы, отличающиеся тем, что нормали к ним всегда направлены из центра сферы и лежат в одной плоскости. Расположение падающего и отражённого лучей в одной плоскости для волн, распространяющихся вдоль криволинейной поверхности ДР и претерпевающих на ней полное внутреннее отражение, является важным условием их существования. Идея разрежения спектра колебаний за счёт радиационных потерь энергии нежелательных мод ранее нашла применение в других типах открытых квазиоптических резонаторов [4].

1. ОБЪЕКТ ИССЛЕДОВАНИЙ И МЕТОДИКА ИЗМЕРЕНИЙ

Ранее [2] было показано, что поля резонансных колебаний ШГ E-типа в полусферическом диэлектрическом резонаторе при возбуждении их ёмкостной щелью на зеркале локализуются на поверхности ДР в неоднородных по ширине поясках. Пояски имеют сужения в области источника возбуждения и в окрестности его диаметрально противоположного отображения и расширяются между ними вблизи полюса полусферы.

Для колебаний, различающихся азимутальным индексом m, области локализации поля имеют различную ширину в окрестности полюса полусферы. При увеличении азимутального индекса

область локализации поля колебаний расширяется в направлении к полюсу полусферы. Наименьшая ширина поясков главным образом определяется размерами источника возбуждения колебаний. Очевидно, что для разрежения спектра колебаний полусферического ДР по азимутальному индексу необходимо выделить поясок поля определённой моды, а остальные наибольшим образом ослабить.

Для проведения экспериментальных исследований была выбрана полусферическая структура с радиусом 39 мм, изготовленная из фторопласта и расположенная на плоском медном зеркале. Возбуждение колебаний ШГ в таком резонаторе осуществлялось через щель связи с размерами $7{,}2 \times 1{,}0$ мм на зеркале, образованной открытым концом металлического волновода, сужающегося вдоль узкой стенки. Щель на зеркале ориентировалась перпендикулярно радиусу полусферы, чтобы вектор напряжённости электрического поля был параллелен радиусу. При этом в полусферическом ДР эффективно возбуждались только колебания ШГ E-типа. Колебания H-поляризации эффективно возбуждаются при расположении возбуждающей щели вдоль радиуса полусферы. Тем самым уже с помощью ориентации возбуждающей щели на зеркале полусферического ДР удаётся несколько разредить спектр возбуждаемых колебаний. Сигнал, отражённый от щели связи, регистрировался на экране панорамного измерителя коэффициента стоячей волны по напряжению и записывался на двухкоординатном самописце. Для исследования распределения полей колебаний использовался метод малой возмущающей неоднородности. Определение собственной добротности колебаний осуществлялось методом измерения полного сопротивления. Для того, чтобы возмущения резонансных полей колебаний щелью связи были слабыми, элемент возбуждения колебаний располагался вдоль радиальной координаты на спадающем участке радиального распределения интенсивности поля. По радиальной координате середина щели связи располагалась на границе раздела диэлектрик—воздух. Связь элемента возбуждения с полями колебаний в ДР была меньше критической. Ранее проведённые исследования полусферического ДР с радиусом 39 мм [5] показали, что максимум интенсивности поля колебания ШГ на частоте 36,6 ГГц удалён на 3 мм от поверхности резонатора вглубь диэлектрика. В диэлектрик поле проникает на 10 мм и размер области локализации поля в воздухе (снаружи резонатора) составляет 4 мм. Все измерения проводились в полосе частот $30 \div 37$ ГГц.

Фрагменты спектров возбуждаемых колебаний этого полусферического диэлектрического резонатора представлены на рис. 1*а*, *б*. Для исследования областей локализации полей мод с различным азимутальным индексом m использовалась расположенная в поле колебаний неоднородность на зеркале — углубление круглой формы, расположенная диаметрально симметрично источнику. Это позволяло частично снять вырождение колебаний (рис. 1*б*) и более чётко выделить характер распределения поля азимутальной моды с $m = 1$. Область локализации поля этой моды на поверхности полусферы наиболее узка. На резонансной частоте 34,924 ГГц максимальная ширина пояска поля в области полюса полусферы составляла 25 мм, а минимальная (в области возбуждающей щели) — 12 мм.

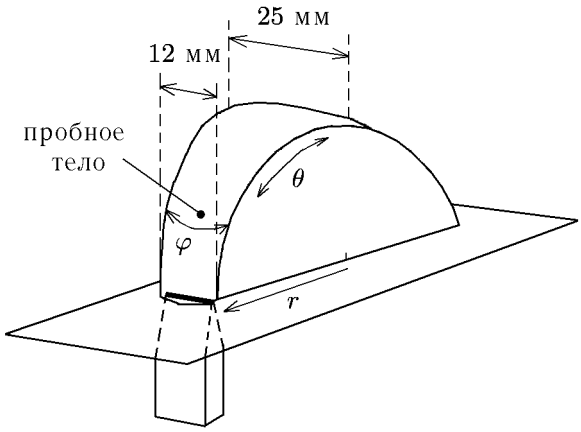


Рис. 2. Объект экспериментальных исследований

Произведя сечения вдоль границы области локализации поля моды с $m = 1$ и удалив части полусферы, где поле этой моды отсутствует, осуществлялся переход к бочкообразному ДР,

показанному на рис. 2 в сферической системе координат (θ, φ, r — полярная, азимутальная и радиальная координаты соответственно).

2. РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЙ БОЧКООБРАЗНОГО ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОГО РЕЗОНАТОРА

Спектр вынужденных колебаний E-поляризации бочкообразного ДР представлен на рис. 1*в*. Видно, что резонансные частоты бочкообразного и полусферического диэлектрических резонаторов близки. Сечение полусферы привело к смещению резонансных частот колебаний в высокочастотную область в среднем на 190 МГц. Это связано с тем, что границы области локализации полей колебаний ШГ в полусферическом диэлектрическом резонаторе на его криволинейной поверхности размыты, а сечение этого резонатора проводилось в области локализации поля на спадающем участке его интенсивности по азимутальной координате. Однако главным достоинством бочкообразного ДР является чистота спектра. Резонансные отклики, представленные на рис. 1*в*, не вырождены. Доказательством этому является спектр колебаний, исследованный в системе с неоднородностью на зеркале (с углублением круглой формы, см. рис. 1*г*). Видно, что искусственная неоднородность не приводит к появлению дополнительных резонансов, а лишь понижает их амплитуду и изменяет частоту. Проведённые исследования количества вариаций поля колебаний показали, что в бочкообразном ДР преимущественно возбуждаются низшие азимутальные моды. Эффективность возбуждения колебаний с азимутальными индексами $m > 1$ значительно ниже, при этом их резонансные частоты заметно отличаются от резонансных частот колебаний с $m = 1$.

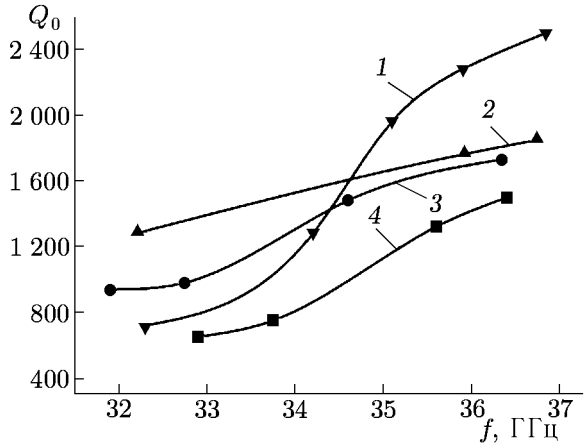


Рис. 3. Собственные добротности колебаний ШГ в бочкообразном диэлектрическом резонаторе (кривая *1*) и в полудисковых диэлектрических резонаторах с высотой 25 мм (кривая *2*), 12 мм (кривая *3*) и 7,2 мм (кривая *4*)

Информативной с точки зрения исследования резонансных потерь энергии колебаний в ДР является частотная зависимость собственной добротности колебаний. На рис. 3 для наглядности экспериментально определённые значения собственной добротности колебаний ШГ в бочкообразном ДР соединены кривой *1*. Видно, что с ростом частоты f собственная добротность увеличивается, что свидетельствует, в первую очередь, о понижении радиационных потерь энергии. Ранее проведённые численные исследования полусферического ДР показали, что омические потери энергии на металлическом зеркале в выбранной полосе частот изменяются мало. Для уточнения механизма понижения радиационных потерь энергии (поскольку вклад в потери энергии даёт как излучение с криволинейной поверхности ДР, так и с боковых граней) исследовались собственные добротности колебаний EH-типа полудисковых ДР с радиусом 39 мм, высота которых соответствовала наибольшей и наименьшей ширине бочкообразного ДР, а именно, $H = 25$ и 12 мм (кривые *2* и *3* соответственно на рис. 3). Для сравнения на рис. 3 (кривая *4*) представлены результаты определения собственной добротности колебаний полудискового ДР с высотой $H = 7{,}2$ мм.

Видно, что в области высоких частот зависимости собственной добротности колебаний полудисковых ДР с $H = 12$ и 25 мм имеют пологий участок и их абсолютные значения близки. В низкочастотной области отличие собственной добротности наибольшее и в основном определяется излучением полей с плоских боковых оснований, т. к. потери энергии выше у ДР с меньшей высотой. В области высоких частот излучение с боковых оснований снижается, и потери энергии в основном определяются излучением с криволинейной поверхности. Поскольку радиус кривизны полудисковых ДР одинаковый, то и радиационные потери энергии в области частот $35 \div 37$ ГГц близки. Сравнивая данные результаты с результатами исследования бочкообразного ДР, можно предположить, что низкие значения собственной добротности колебаний бочкообразного резонатора в области низких частот ($32 \div 34$ ГГц) также определяются главным образом потерями энергии с плоских граней. Начиная с частоты 34,5 ГГц наблюдается резкий рост собственной добротности, а в области частот $35{,}5 \div 37$ ГГц крутизна зависимости добротности от частоты заметно понижается. При этом значения собственной добротности колебаний бочкообразного ДР в области высоких частот в среднем на 20 % превышают собственные добротности колебаний полудисковых ДР. Таким образом, можно сказать, что радиационные потери энергии колебаний ШГ со сферической поверхности бочкообразного ДР меньше, чем с цилиндрической поверхности полудисковых резонаторов.

Выяснить изменение механизма радиационных потерь энергии колебаний при переходе из низкочастотной в высокочастотную область исследуемой полосы частот позволяет исследование распределения амплитуды поля колебаний бочкообразного ДР по азимутальной координате, а полудисковых ДР — по аксиальной координате. Результаты проведённых исследований на низких (около 32 ГГц) и высоких (около 36 ГГц) частотах графически отображены на рис. 4*а* и *б* соответственно. Изменение амплитуды A резонансного отклика при внесении в поле колебаний пробного тела (пластилин), приведённое к наибольшему отклику $A_{\max}$, позволяет судить об амплитуде резонансного поля в выбранной точке на криволинейной поверхности ДР (на рис. 4 h/H — относительная координата вдоль азимутального направления в бочкообразном ДР и вдоль образующей цилиндрической поверхности в полудисковых ДР). Кривые *1* отображают характер распределения поля бочкообразного ДР: пунктир — в области сужения, сплошная кривая — в области наибольшего расширения. Распределению амплитуды поля колебаний полудисковых ДР с высотой 25, 12 и 7,2 мм соответствуют кривые *2*, *3* и *4*. Из рис. 4*а* и *б* видно, что в области низких частот азимутальное распределение амплитуды поля колебаний бочкообразного ДР в его наиболее узкой и наиболее широкой частях разное. Высокая относительная амплитуда поля на краях резонатора доказывает высокие радиационные потери энергии с плоских граней бочкообразного ДР. Поскольку, как было показано в работе [6], область локализации поля колебаний полусферического ДР с понижением резонансной частоты колебаний расширяется, можно предположить, что высокие радиационные потери энергии колебаний бочкообразного ДР в низкочастотной области спектра обусловлены несоответствием размеров резонатора и области локализации поля на его сферической поверхности (по крайней мере, в узкой части области локализации поля). С повышением частоты азимутальные распределения амплитуды резонансного поля в широкой и узкой частях бочкообразного ДР становятся схожими. Видно, что на частотах в окрестности 36 ГГц (рис. 4*б*) различие между ними практически исчезает. При этом амплитуда резонансного поля у плоских граней резонатора стремится к нулю. Это доказывает минимальный вклад излучения с плоских граней бочкообразного ДР в высокочастотной области спектра в общие радиационные потери энергии. Сравнивая характер распределения поля колебаний бочкообразного ДР и колебаний полудисковых ДР следует отметить, что в области низких частот относительно высокая амплитуда резонансного поля на рёбрах бочкообразного ДР отображает и меньшие

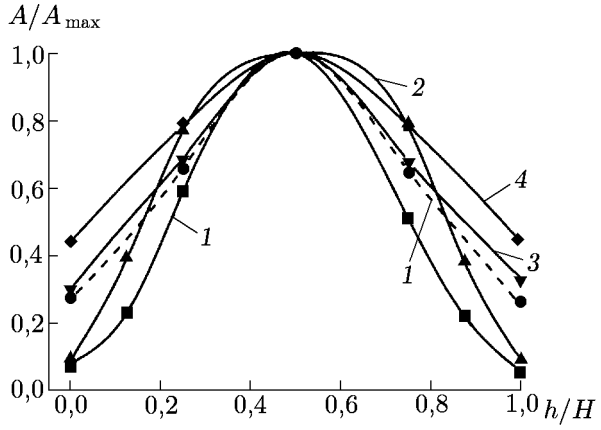


Рис. 4*а*. Распределение амплитуды поля колебаний ДР в низкочастотной области рабочей полосы частот ($f \approx 32$ ГГц)

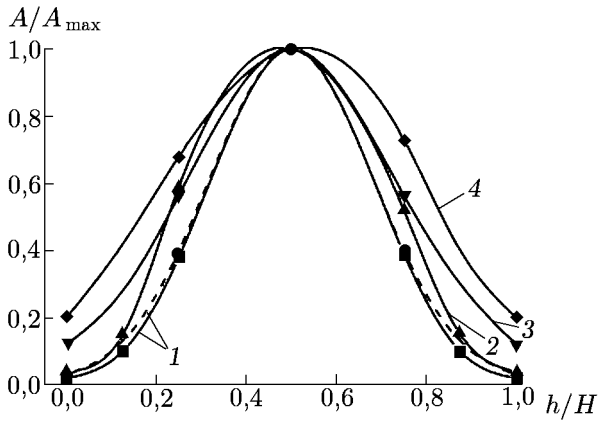


Рис. 4*б*. Распределение амплитуды поля колебаний ДР в высокочастотной области рабочей полосы частот ($f \approx 36$ ГГц)

значения добротности его колебаний по сравнению с колебаниями полудисковых ДР с $H = 12$ и 25 мм. В высокочастотной области амплитуды полей колебаний бочкообразного резонатора и полудискового резонатора с высотой 25 мм на их рёбрах близки. Однако более высокие значения собственной добротности колебаний бочкообразного ДР обусловлены меньшими радиационными потерями энергии со сферической поверхности по сравнению с излучением с цилиндрической поверхности. Наибольшая амплитуда поля колебаний полудискового ДР с $H = 7{,}2$ мм на его рёбрах в области как низких, так и высоких частот обуславливает наименьшую собственную добротность его колебаний.

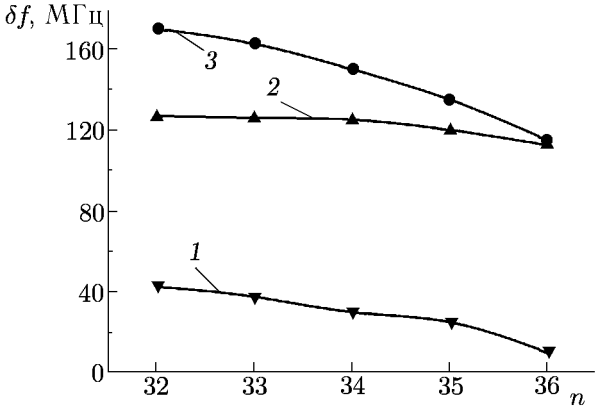


Рис. 5. Влияние металлической пластины, расположенной на плоских гранях диэлектрического резонатора, на его резонансные частоты

Смещение частоты резонатора определяется, в частности, интенсивностью электромагнитного поля в месте расположения возмущающего тела. Это позволило оценить различия в интенсивности поля на плоских гранях исследуемых резонаторов. С этой целью в работе исследовалась зависимость изменения резонансных частот колебаний при размещении на одной из плоских граней ДР металлической пластины, размеры которой значительно превышали площадь грани резонатора. Данные об изменении δf резонансных частот приведены на рис. 5: кривая *1* соответствует бочкообразному ДР, кривые *2* и *3* — полудисковым ДР с $H = 25$ и 12 мм соответственно (здесь n — количество вариаций поля колебаний вдоль полярной координаты бочкообразного ДР и азимутальной координаты полудисковых ДР).

Из результатов проведённых исследований видно, что металлическая пластина повышает резонансную частоту колебаний всех исследуемых ДР, т. к. пластиной сильнее всего возмущается электрическая составляющая электромагнитного поля. Наименьшее влияние она оказывает на поле колебаний бочкообразного ДР. С ростом частоты влияние пластины уменьшается. В низкочастотной области рабочей полосы частот изменение резонансной частоты колебаний составило

40 МГц, а в области высоких частот — до 10 МГц. Большее влияние металлическая пластина оказывает на частоты колебаний полудисковых ДР, что говорит о большей амплитуде электрической составляющей их резонансных полей на гранях диэлектрических структур, а следовательно, и о повышенных радиационных потерях с этих плоскостей.

Нерегулярность формы бочкообразного ДР вдоль азимутальной координаты, привела к заметному ухудшению собственной добротности колебаний в области низких частот по сравнению с добротностью колебаний полудисковых ДР (рис. 3). Такая нерегулярность определяет отличный от 90° угол наклона боковых граней по отношению к металлическому зеркалу. В связи с этим вызывает интерес изучение влияния непараллельности оснований полудискового ДР, когда они наклонены друг к другу под углом 19°, на поведение характеристик его колебаний и сравнение экспериментальных данных с результатами исследования бочкообразного ДР (в рассматриваемом бочкообразном ДР угол между боковыми гранями также равен 19°). С этой целью в работе исследовался ДР с цилиндрической формой криволинейной поверхности, размеры которого соответствовали размерам исследуемого бочкообразного резонатора. Наибольшая высота такого ДР составляла $H_{\max} = 25$ мм, а наименьшая — $H_{\min} = 12$ мм. Результаты проведённых исследований энергетических характеристик такого резонатора показали, что нерегулярность формы полудискового ДР в виде непараллельности его оснований приводит к заметному ухудшению собственной добротности колебаний: по сравнению с добротностью колебаний полудискового ДР с $H = 25$ мм на 67 %, а с $H = 12$ мм — на 62 %. Таким образом, нарушение параллельности оснований полудискового ДР сопровождается существенным ростом радиационных потерь энергии в отличие от бочкообразного ДР. В то же время в ДР нерегулярной формы наблюдается разрежение спектра резонансных частот за счёт ликвидации высших аксиальных типов колебаний с двумя и тремя вариациями поля вдоль образующей диска.

ВЫВОДЫ

Рассмотрены электродинамические свойства резонатора, являющегося частью диэлектрической полусферы. Установлено, что рассмотренный ДР обладает разреженным по азимутальному индексу спектром колебаний типа шепчущей галереи подобно половине металлического бочкообразного резонатора. В связи с этим рассмотренный диэлектрический резонатор назван бочкообразным. Несмотря на то, что такой резонатор приближается по форме к дисковому ДР, в высокочастотной области резонансного спектра его добротность может превышать добротность дискового резонатора того же диаметра. Поэтому в системах, в которых используется полудисковый ДР, целесообразно заменять его диэлектрическим бочкообразным резонатором. В генераторах, стабилизированных полудисковым ДР, и в сумматорах мощности [7] при этом можно достигнуть более высокой стабильности. Замена дискового ДР бочкообразным в диэлектрометрах позволит повысить точность измерений и чувствительность устройства.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ораевский А. Н. // Квантовая электроника. 2002. Т. 32, № 5. С. 377.
2. Харьковский С. Н., Когут А. Е., Солодовник В. А. // Письма в ЖТФ. 1995. Т. 21, № 18. С. 38.
3. Вайнштейн Л. А. Открытые резонаторы и открытые волноводы. М.: Сов. радио, 1966. 476 с.
4. Авербах В. С., Власов С. Н., Таланов В. И. // Изв. вузов. Радиофизика. 1967. Т. 10, № 9–10. С. 1 333.

5. Харьковский С. Н., Когут А. Е., Кутузов В. В. // Письма в ЖТФ. 1997. Т. 23, № 15. С. 29.
6. Когут А. Е., Кутузов В. В., Филиппов Ю. Ф., Харьковский С. Н. // Изв. вузов. Радиоэлектроника. 1997. Т. 40, № 2. С. 19.
7. Кириченко А. Я., Солодовник В. А., Харьковский С. Н. // Вестник Московского университета. Сер. 3. Физика, астрономия. 1992. Т. 33, № 3. С. 101.

Поступила в редакцию 12 февраля 2005 г.; принята в печать 27 июня 2005 г.

WHISPERING GALLERY MODES IN THE BARREL-SHAPED DIELECTRIC RESONATOR

Y. V. Bludov, A. J. Kirichenko, A. E. Kogut, V. V. Kutuzov, and V. A. Solodovnik

We experimentally study a new resonator type, i.e., a barrel-shaped dielectric resonator with whispering gallery modes obtained by the dielectric-hemisphere cutting. Compared with a hemispherical dielectric resonator, the E type oscillation spectrum of such a resonator is rarefied by the azimuthal index. Comparative analysis of the electromagnetic characteristics of the barrel-shaped dielectric resonator and semidisc dielectric resonators shows that radiation losses oscillation energy from the spherical surface are smaller than those from the cylindrical surface. This determines the high values of the internal Q of oscillations of the barrel-shaped dielectric resonator

УДК 523.03

УПРАВЛЕНИЕ СИНХРОННОЙ ДИНАМИКОЙ ХАОТИЧЕСКИХ БЕРСТОВ В АНСАМБЛЯХ НЕЙРОНОПОДОБНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

М. В. Иванченко, Г. В. Осипов, В. Д. Шалфеев

Нижегородский госуниверситет им. Н. И. Лобачевского, г. Нижний Новгород, Россия

Демонстрируется взаимная фазовая синхронизация хаотических колебаний в ансамбле глобально связанных нейроноподобных элементов. Показывается возможность управления такой синхронной динамикой с помощью периодического сигнала, действующего на произвольный элемент. Предлагается объяснение наблюдаемых эффектов и обсуждается возможность их практического применения в нейронных ансамблях.

Синхронизация регулярных и хаотических колебаний — фундаментальное нелинейное явление, присущее не только радиофизическим колебательным системам, но и системам биологической, химической и технической природы. Изучению этого явления посвящена обширная литература, и если к настоящему времени теорию синхронизации регулярных колебаний можно считать развитой достаточно полно, то основы теории синхронизации хаотических колебаний находятся пока лишь в стадии разработки [1, 2]. Особенно сложным случаем является синхронизация в системах, демонстрирующих регулярную динамику в одни моменты времени и хаотическую — в другие. Такое поведение типично, например, для нейродинамических систем. Исследование синхронизации в нейробиологических системах (которые часто демонстрируют сложное, хаотическое поведение в сочетании с регулярным) является в настоящее время одной из самых актуальных и интригующих задач нелинейной динамики. Один из наиболее известных примеров — центральный генератор ритма [3], являющийся источником регулярных периодических берстов, в то время как составляющие его нейроны, будь они изолированы, демонстрировали бы нерегулярные берсты. По-видимому, такое поведение имеет место благодаря эффекту синхронизации. Было также высказано предположение [4–9], что синхронная динамика нейронов играет существенную роль в обработке информации. Последние десять лет взаимная синхронизация в малых и больших нейронных ансамблях изучалась весьма подробно. Она наблюдалась в численных [10, 11], электронных [11] и биологических экспериментах [12]. Наконец, недавно было дано объяснение явлению регуляризации и синхронизации хаотических берстов в нейронных ансамблях [13]. Влияние внешнего периодического сигнала на динамику изолированного нейрона, а также нескольких нейронов исследовалось численно и экспериментально. Было обнаружено, что такие системы могут демонстрировать разнообразную динамику: от сложного временно́го поведения (квазипериодического или хаотического) до фазовой синхронизации [14]. Поэтому весьма перспективной представляется задача управления динамикой больших нейронных ансамблей. Основываясь на установленной возможности синхронизации одного регулярного или хаотического нейрона периодическим воздействием, естественно ожидать, что, если каждый нейрон в ансамбле подвержен действию общего периодического сигнала, при достаточно большой амплитуде этого сигнала будет наблюдаться глобальная синхронизация. Тогда, изменяя частоту внешнего воздействия, можно было бы контролировать частоту появления берстов в нейронах. Однако реализация такого общего для всех нейронов управляющего сигнала может оказаться затруднительной с точки зрения физиологии. Поэтому разработка методов управления динамикой ансамбля нейронов путём локального (поданного на один из нейронов) воздействия представляется актуальной задачей. Задача усложняется тем, что индивидуальные нейроны могут демонстрировать хаотическое поведение.

Отметим, что, помимо задачи управления частотными характеристиками режима взаимной синхронизации, в литературе присутствует и другая постановка задачи, а именно стимулирование или разрушение режима синхронизации внутри нейронного ансамбля. Метод такого управления, недавно предложенный в [15], заключается в формировании цепи обратной связи с задержкой по времени.

В настоящее время изучение явления хаотической синхронизации находится в стадии активного развития. Три основных типа хаотической синхронизации были недавно исследованы и классифицированы. Это так называемые полная, обобщённая и фазовая синхронизации (обзоры по хаотической синхронизации можно найти в [1, 2]). Полная хаотическая синхронизация заключается в совпадении состояний взаимодействующих идентичных систем. Обобщённая хаотическая синхронизация подразумевает наличие функциональной связи между состояниями взаимодействующих неидентичных систем. Хаотическая фазовая синхронизация состоит в установлении определённых фазовых соотношений между хаотическими колебаниями, в то время как их амплитуды могут оставаться некоррелированными. С этой точки зрения фазовая синхронизация близка по своей сути к классической синхронизации периодических автоколебаний (в том числе при наличии слабого шума) и поэтому интересна как с теоретической, так и с практической точек зрения.

В настоящей работе демонстрируется эффект взаимной фазовой синхронизации нейроноподобных элементов, которые моделируются с помощью двумерных отображений, демонстрирующих основные динамические свойства реальных нейронов. Мы также рассматриваем эффект внешней синхронизации ансамбля модельных нейронов периодическим сигналом, поданным на произвольно выбранный элемент, при наличии взаимной синхронизации в не подверженном внешнему воздействию ансамбле. Глобально связанные нейроноподобные элементы моделируется системой отображений, связанных через среднее поле, предложенной и рассмотренной в [13]:

$$x(i,n+1) = \frac{\alpha_i}{1+x^2(i,n)} + y(i,n) + \frac{\varepsilon}{N}\sum_{j=1}^{N} x(j,n), \qquad y(i,n+1) = y(i,n) - \sigma_i x(i,n) - \beta_i. \tag{1}$$

Здесь $x(i,n)$ и $y(i,n)$ — соответственно быстрая и медленная переменные i-го осциллятора, N — число элементов в ансамбле, ε — сила глобальной связи, n — дискретное время. Медленная эволюция переменной $y(i,n)$ обусловлена малыми параметрами β_i и σ_i (случайные величины β_i, σ_i равномерно распределены на интервале $[0{,}9\cdot 10^{-3}, 1{,}1\cdot 10^{-3}]$). Значения параметров α_i также выбраны случайными и равномерно распределёнными на интервале $[4{,}1, 4{,}9]$. При таких параметрах каждое изолированное отображение демонстрирует либо хаотические берсты, либо непрерывные хаотические спайки [13]. Мы сосредоточимся на первом случае и выберем параметры α_i в интервале $[4{,}1, 4{,}4]$, полагая $\beta_i = \sigma_i = 0{,}001$. При этом каждый элемент ансамбля имеет характерный временно́й масштаб, определяемый как среднее время между двумя последовательными берстами $n_{k+1} - n_k$, где n_k — момент появления k-го берста. Наличие такого масштаба обусловливает возможность введения фазы и частоты колебаний, содержащих берсты. Фазу i-го элемента определим как

$$\varphi(i,n) = 2\pi k + 2\pi\,\frac{n-n_k}{n_{k+1}-n_k}\,, \tag{2}$$

т. е. фаза — монотонно растущая величина, увеличивающаяся на 2π за время $n_{k+1} - n_k$. Тогда частоту можно определить как среднюю скорость роста фазы:

$$\Omega_i = \lim_{n\to\infty} \frac{\varphi(i,n)-\varphi(i,0)}{n}\,. \tag{3}$$

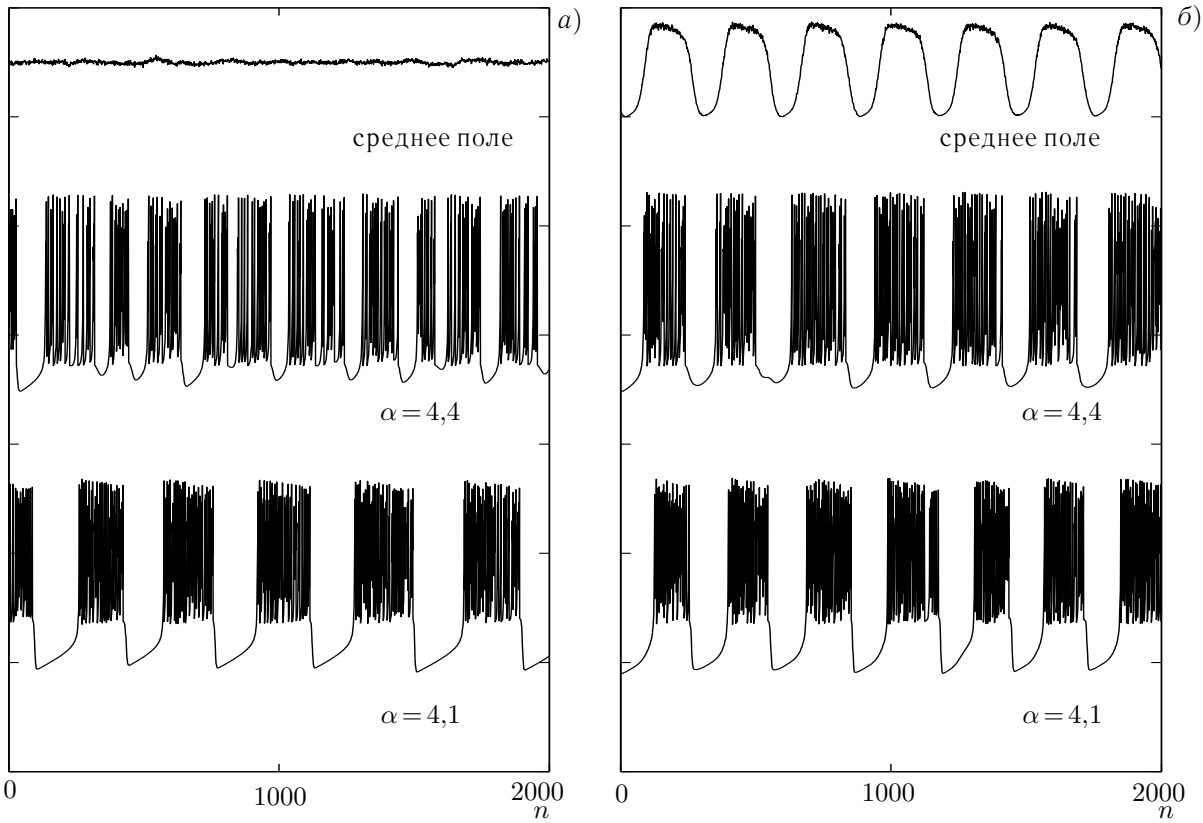


Рис. 1. Среднее поле и реализации $x(i, n)$ при $\alpha = 4{,}1$ и $4{,}4$ (*а*) для несвязанных элементов ($\varepsilon = 0$) и (*б*) для синхронизованных элементов ($\varepsilon = 0{,}2$) в ансамбле (1). Число элементов в ансамбле $N = 1\,000$; $\sigma = \beta = 0{,}001$

Введение фазы и частоты позволяет сформулировать задачи взаимной и вынужденной фазовой синхронизации в рассматриваемой модельной системе (1). Взаимная синхронизация заключается в установлении единого (общего) ритма (частоты) появления берстов во взаимодействующих элементах. При вынужденной синхронизации обеспечивается управление таким ритмом. Причём при нашем подходе управление осуществляется с помощью воздействия, подаваемого на произвольно выбранный элемент ансамбля. Заметим, что спайки внутри берстов различных элементов остаются некоррелированными, сохраняя черты индивидуальной динамики.

Взаимная синхронизация. Установление единого ритма берстов в ансамбле (1) имеет много общего с классическим примером возникновения синхронизации в ансамбле глобально связанных фазовых осцилляторов [11, 12]. С ростом параметра связи среднее поле становится ненулевым, и когерентность берстовой активности возрастает (рис. 1). Заметим, что эволюция среднего поля на рис. 1*б* чётко демонстрирует синхронизацию только берстов при несинхронном поведении спайков. Также для иллюстрации эффекта взаимной синхронизации на рис. 2 приведена эволюция распределения наблюдаемых частот Ω_i с ростом параметра связи. Хорошо видно формирование кластера взаимно синхронизованных элементов (для которых наблюдаемые частоты Ω_i совпадают) и его увеличение вплоть до размеров всего ансамбля, что означает наступление режима глобальной синхронизации. Фактически, в данной постановке среднее поле в синхронном режиме можно рассматривать как достаточно сильное внешнее воздействие, приложенное к каждому элементу ансамбля и обеспечивающее при достаточно сильной связи возникновение единого ритма динамики берстов.

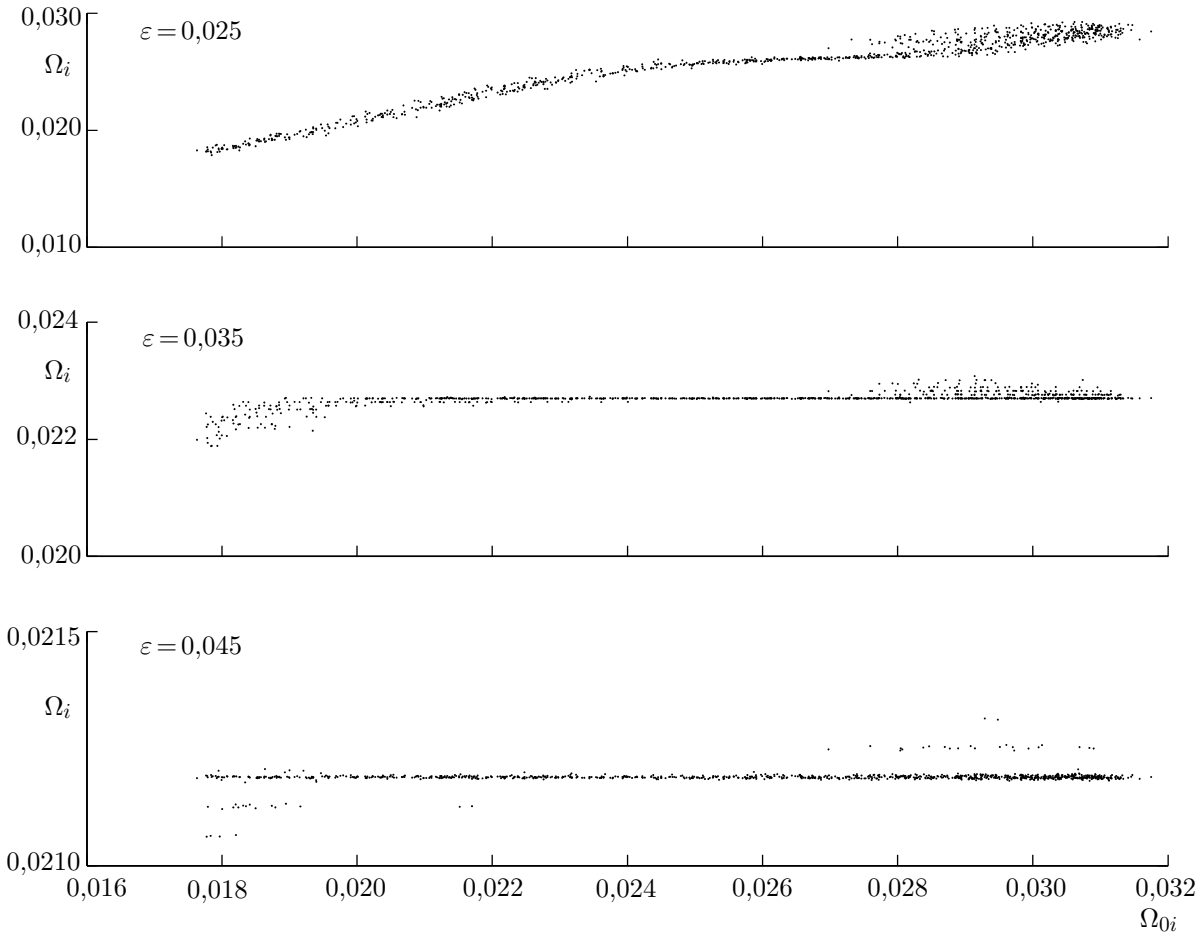


Рис. 2. Распределение наблюдаемых частот Ω_i в зависимости от индивидуальных частот осцилляторов для различных значений параметра связи. Число элементов в ансамбле $N = 1\,000$; $\sigma = \beta = 0{,}001$

Вынужденная синхронизация. Наличие общей для всех элементов ансамбля частоты генерации берстов позволяет сформулировать задачу о захвате частоты берстов внешним периодическим сигналом, поданным на один из элементов. Выберем такой коэффициент глобальной связи ($\varepsilon = 0{,}1$), что все элементы взаимно синхронизованы. Подадим на произвольно выбранный элемент i^* гармонический сигнал. При этом уравнение для переменной x этого элемента будет выглядеть следующим образом:

$$x(i^*, n+1) = \frac{\alpha_{i^*}}{1 + x^2(i^*, n)} + y(i^*, n) + \frac{\varepsilon}{N} \sum_{j=1}^{N} x(j, n) + d \sin(\omega n), \tag{4}$$

а уравнения для переменной y этого элемента и для быстрых и медленных переменных остальных элементов остаются прежними. Изменяя частоту внешнего сигнала ω при различных значениях его амплитуды d, мы обнаружили явление захвата частоты появления берстов внешним синусоидальным сигналом. Для характеристики этого эффекта целесообразно вычислять разность наблюдаемых частот Ω_i и внешней частоты ω, а также разность фазы внешнего сигнала $n\omega$ и фазы каждого элемента φ_i. Тогда в качестве критериев наступления вынужденной фазовой синхронизации можно использовать выполнение условий

$$\Omega_i - \omega = 0 \tag{5}$$

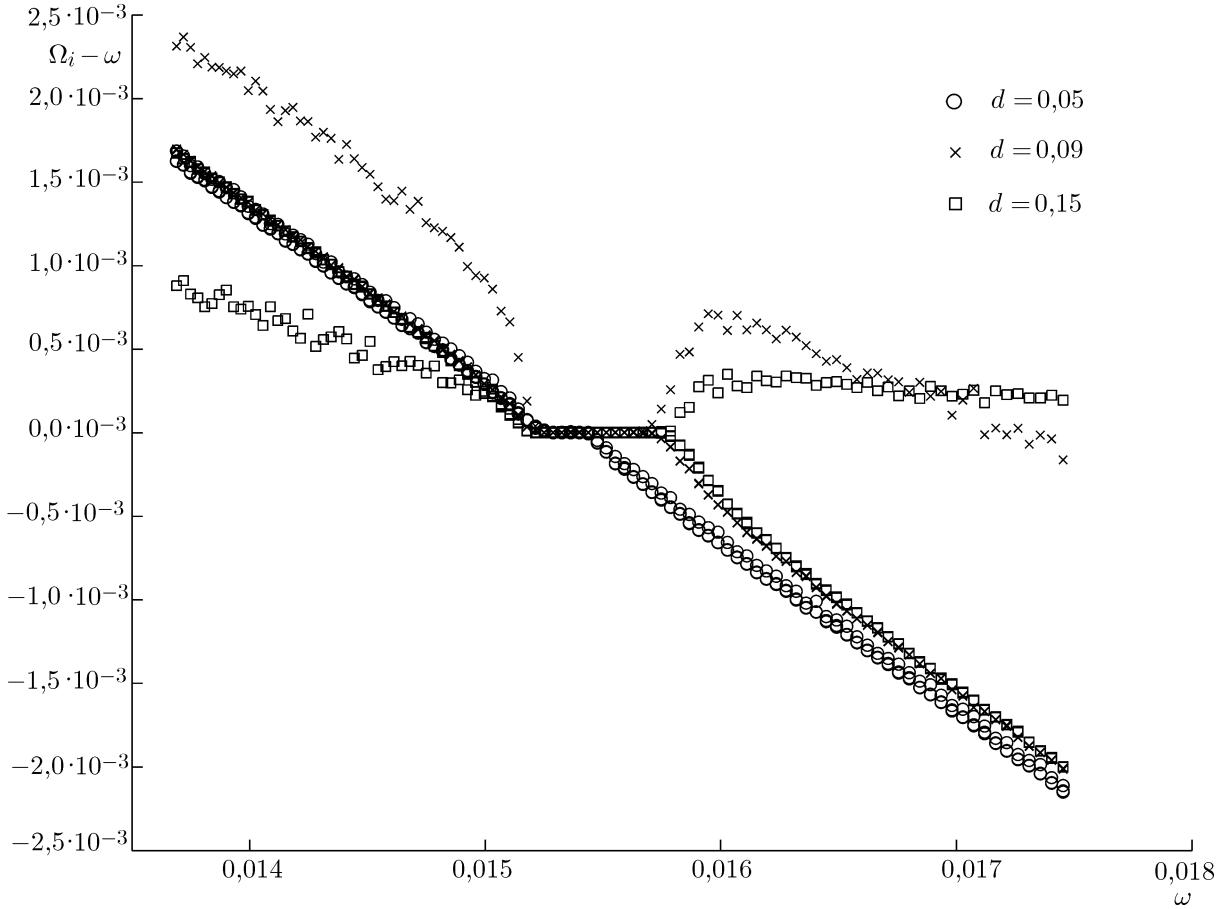


Рис. 3. Синхронизация в ансамбле из 50 элементов внешним локальным периодическим воздействием: зависимости разности наблюдаемых частот и частоты внешнего сигнала от частоты внешнего сигнала для трёх различных значений амплитуды внешнего сигнала d при $\varepsilon = 0{,}1$; $\sigma = \beta = 0{,}001$

и

$$|n\omega - \varphi_i| < \text{const} \tag{6}$$

для любого n. Если условия (5) и (6) выполняются для всех i, имеет место глобальная вынужденная синхронизация.

Зависимости $\Omega_i - \omega$ от частоты внешнего сигнала, приведённые на рис. 3, имеют растущее с ростом амплитуды внешнего сигнала d плато, соответствующее синхронному режиму. На рис. 4 для несинхронного (частота внешнего сигнала $\omega = 0{,}0156$ и $0{,}0158$) и синхронного ($\omega = 0{,}0153$) режимов представлена временна́я эволюция разности фаз внешнего сигнала $n\omega$ и каждого элемента φ_i ансамбля. Таким образом, оба критерия (5) и (6) удовлетворяются при определённых частоте и амплитуде внешнего сигнала, т. е. возникает фазовая синхронизация.

Численные эксперименты также показали, что обнаруженное явление вынужденной синхронизации наблюдается вне зависимости от того, на какой именно из элементов ансамбля подаётся синхронизирующий сигнал. Благодаря этому предложенный метод управления берстовой активностью может быть перспективен с точки зрения биологических экспериментов и возможных приложений. Описанный эффект также наблюдался в каждой из сгенерированных реализаций случайно распределённых параметров α_i.

Обсудим механизм данного эффекта. Представляется, что вынужденная синхронизация ансамблей нейроноподобных элементов локальным периодическим воздействием является возможной только в случае, если элементы в ансамбле без внешнего воздействия взаимно синхронизованы. В противном случае связь между элементами слишком слаба, чтобы уравнять их частоты, и только ведомый элемент может быть синхронизован внешним сигналом.

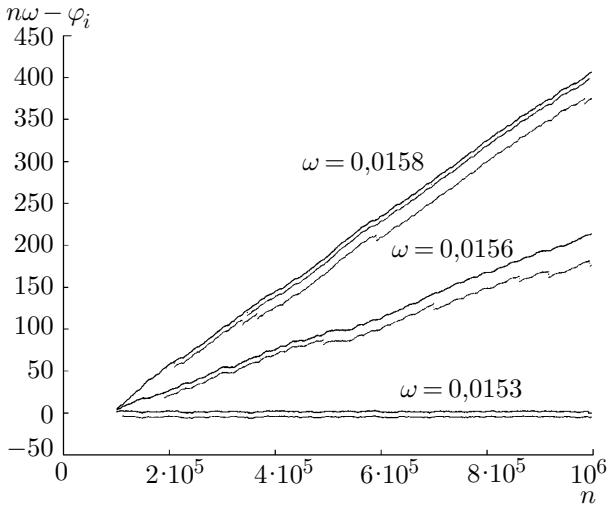


Рис. 4. Временна́я эволюция разности фаз внешнего сигнала $n\omega$ и каждого элемента φ_i для несинхронного (частота внешнего сигнала $\omega = 0{,}0156$ и $0{,}0158$) и синхронного ($\omega = 0{,}0153$) режимов при $N = 50$; $\varepsilon = 0{,}1$; $\sigma = \beta = 0{,}001$

Результаты численных экспериментов показывают, что наиболее эффективное управление берстовой активностью возможно с помощью внешних сигналов, частота которых больше частоты взаимной синхронизации элементов ансамбля. Причиной такого поведения является пороговый механизм взаимной синхронизации элементов [13]. Влияние медленной переменной y на быструю переменную x заключается в инициации (прекращении) берста в изолированном элементе, когда y превышает (становится меньше) соответствующих пороговых значений. Внешний сигнал приближает начало берста в элементе, находящемся в состоянии покоя, если он положителен, и отдаляет возникновение берста, если он отрицателен. В итоге это приводит к синхронизации ведомого элемента. Слагаемое, представляющее собой вклад среднего поля, отражает усреднённую динамику индивидуальных элементов. Предположим, что частота внешнего сигнала больше частоты генерации когерентных берстов в автономном ансамбле. Тогда периодический сигнал ускорит осцилляции в ведомом элементе. Когда весь ансамбль находится вблизи границы начала (окончания) берстов, глобальная динамика становится весьма чувствительной к изменениям амплитуд индивидуальных элементов. Если ведомый элемент под действием внешней силы с более высокой частотой раньше остальных перейдёт в режим берста (выйдет из режима берста), резкое изменение его амплитуды приведёт к увеличению (уменьшению) среднего поля, что, в свою очередь, подтолкнёт весь ансамбль к режиму берста (покоя). Таким образом, в рассматриваемом ансамбле более высокие частоты «побеждают» в конкуренции с более низкими. Напротив, если частота внешнего сигнала меньше частоты осцилляций в автономном ансамбле, можно ожидать, что достичь вынужденной синхронизации будет значительно сложнее. Плато синхронизации, находящиеся преимущественно в области более высоких частот внешнего сигнала (см. рис. 3), подтверждают сделанные выше заключения.

Исследование влияния числа элементов ансамбля на характеристики синхронных режимов показало, что размеры плато синхронизации уменьшаются с увеличением размеров ансамбля. Это вызвано тем, что относительный вклад одного элемента в среднее поле уменьшается с увеличением числа элементов в ансамбле. Эта проблема может быть решена с помощью сигнала, приложенного сразу к нескольким элементам, что оставляет неизменной идею метода: управление глобальной динамикой с помощью локального воздействия.

Таким образом, в данной работе представлены обнаруженные явления взаимной и вынужденной хаотической фазовой синхронизации в ансамбле глобально связанных нейроноподобных элементов. Установлено, что вынужденная синхронизация достигается с помощью периодического сигнала, подаваемого на один произвольно выбранный элемент. Численное моделирование

показало, что исследуемый ансамбль может быть синхронизован на внешней частоте, большей собственной, в то время как более низкие частоты не способны вызвать заметный эффект синхронизации. Очевидно, что описанный эффект может быть использован для управления берстовой активностью в ансамблях нейроноподобных элементов. Ожидается, что представленный механизм управления может быть осуществлён в биологических системах.

Авторы благодарны Н. Ф. Рулькову за полезные обсуждения. Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (гранты № 02–02–17573 и 03–02–17543). М. В. Иванченко благодарит фонд «Династия» за финансовую поддержку.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Пиковский А. С., Розенблюм М. Г., Куртс Ю. Синхронизация. Фундаментальное нелинейное явление. М.: Техносфера, 2003.
2. Boccaletti S., Kurths J., Osipov G., Valladares D. L., Zhou C. S. // Phys. Rep. 2002. V. 366. P. 1.
3. Harris-Warrick R. M., Nagy F., and Nusbaum M. P. // Dynamics Biological Networks: The Stomatogastric Nervous System / Ed. by R. M. Harris-Warrick, et al. Cambrige, MA: MIT Press, 1992, P. 87.
4. Абарбанель Г.Д.И., Рабинович М.И., Селверстон А. и др. // УФН. 1996. Т. 166. С. 363.
5. Gray C. M. // J. Comp. Neurosci. 1994. V. 1. P. 11.
6. Meister M. // Science. 1991. V. 252. P. 939.
7. Hansel D., Sompolinsky H. // Phys. Rev. Lett. 1992. V. 68. P. 718.
8. Lago-Fernández L. F., Huerta R., Corbacho F., and Sigüenza J. A. // Phys. Rev. Lett. 2000. V. 84. P. 2 758.
9. Rabinovich M. I., Pinto R. D., Huerta R. // Изв. вузов. Радиофизика. 2001. Т. 44. С. 439.
10. Abarbanel H. D., Huerta R., Rabinovich M.I. et al. // Neural Comp. 1996. V. 8. P. 1 567.
11. Pinto R. D., Varona P., Volkovskii A.R., et al. // Phys. Rev. E. 2000. V. 62. P. 2 644.
12. Elson R. C., Selverston A.I., Huerta R., et al. // Phys. Rev. Lett. 1998. V. 81. P. 5 692.
13. Rulkov N. F. // Phys. Rev. Lett. 2001. V. 86. P. 183.
14. Szücs A., Varona, P., Volkovskii, et al. // NeuroReport. 2000. V. 11. P. 563.
15. Rosemblum M., Pikovsky A. // Phys. Rev. Lett. 2004. V. 92. Article no. 114102.

Поступила в редакцию 12 июля 2004 г.; принята в печать 14 июня 2005 г.

CONTROL OF SYNCHRONOUS DYNAMICS OF CHAOTIC BURSTS IN ENSEMBLES OF NEURON-LIKE ELEMENTS

M. V. Ivanchenko, G. V. Osipov, and V. D. Shalfeev

The mutual phase locking of chaotic oscillations in ensembles of globally coupled neuron-like elements is demonstrated. The possibility of control of such synchronous dynamics by periodic driving applied to an arbitrarily taken element is shown. An interpretation of the observed effects is proposed and the possibility of their practical use in neuron-like ensembles is discussed.

УДК 621.391.822

ВЛИЯНИЕ МОЩНОЙ ВНЕПОЛОСНОЙ ПОМЕХИ НА ВЫХОДНОЕ ОТНОШЕНИЕ СИГНАЛ/ШУМ РАДИОПРИЁМНОГО УСТРОЙСТВА В РЕЖИМЕ БЛОКИРОВАНИЯ

И. В. Волкова, Д. Н. Ивлев, И. Я. Орлов

Нижегородский госуниверситет им. Н. И. Лобачевского, г. Нижний Новгород, Россия

В данной работе предложен новый метод, позволяющий вычислять отношения сигнал/шум и сигнал/помеха на выходе нелинейного безынерционного элемента в заданной частотной полосе при подаче на его вход разнесённых по частоте узкополосных сигнала и помехи в смеси с узкополосными гауссовскими шумами. Проведён анализ воздействия внеполосной помехи на выходное отношение сигнал/шум радиоприёмного устройства, работающего в режиме блокирования, в случае импульсных сигнала и помехи.

ВВЕДЕНИЕ

Воздействие интенсивной внеполосной помехи на радиоприёмное устройство может привести к блокированию (уменьшению коэффициента усиления) входного усилительного каскада приёмника [1]. Перегруженный мощной помехой усилитель работает в режиме ограничения входного сигнала; при этом, как известно, имеет место эффект подавления слабого сигнала (полезный сигнал и шум) более сильным (помеха). Степень подавления зависит от соотношения амплитуд сильного и слабого сигналов, а значит, может оказаться различной для сигнала и шума. В связи с этим возникает необходимость анализа выходного отношения сигнал/шум усилителя, работающего в режиме ограничения выходного сигнала.

1. МЕТОД АНАЛИЗА НЕЛИНЕЙНОГО БЕЗЫНЕРЦИОННОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ СМЕСИ СИГНАЛА, ШУМА И ПОМЕХИ

Если пренебречь зависимостью фазы выходного сигнала усилителя, работающего в нелинейном режиме, от амплитуды его входного сигнала, то модель такого усилителя можно рассматривать как нелинейное безынерционное преобразование случайного процесса. Часто используемые методы анализа таких преобразований суммы сигнала и шума (прямой метод, метод контурных интегралов, метод производных (формула Прайса)) [2, 3] сильно усложняются при учёте действия внеполосной помехи и не всегда позволяют вычислить отношение сигнал/шум на выходе нелинейного безынерционного преобразователя (НБП). Вместе с тем для узкополосных сигналов в [3] описан относительно простой способ анализа нелинейного безынерционного преобразования суммы сигнала и шума, не требующий, в отличие от упомянутых методов, знания корреляционной функции входного процесса и позволяющий легко вычислять выходное отношение сигнал/шум. Проведём обобщение данного метода на случай, когда входной сигнал представляет собой сумму полезного сигнала, шума и внеполосной помехи.

Пусть на входе нелинейного безынерционного элемента с проходной характеристикой $\eta(t) = g[\xi(t)]$ действует сумма двух случайных процессов:

$$\xi_1(t) = s_1(t) + n_1(t) = a_1(t)\cos[\omega_1 t + \varphi_1(t)] + A_1(t)\cos[\omega_1 t + \chi_1(t)],$$

$$\xi_2(t) = s_2(t) + n_2(t) = a_2(t)\cos[\omega_2 t + \varphi_2(t)] + A_2(t)\cos[\omega_2 t + \chi_2(t)], \qquad (1)$$

где $\xi_1(t)$ — совокупность полезного сигнала и шума, $\xi_2(t)$ — помехи и шума, $s_1(t)$ и $s_2(t)$ — узкополосные радиосигналы, $n_1(t)$ и $n_2(t)$ — независимые от сигналов узкополосные гауссовские стационарные шумы с нулевым математическим ожиданием, $a_1(t)$, $a_2(t)$ и $\varphi_1(t)$, $\varphi_2(t)$ — огибающие и фазы полезного сигнала и помехи соответственно, $A_1(t)$, $A_2(t)$ и $\chi_1(t)$, $\chi_2(t)$ — огибающие и фазы шумов в полосах сигнала и помехи.

Представим каждую сумму в (1) как один узкополосный процесс [2, 3]:

$$\xi_1(t) = V_1(t)\cos[\omega_1 t + \varphi_1(t) + \psi_1(t)] = V_1(t)\cos[\theta_1(t)],$$
$$\xi_2(t) = V_2(t)\cos[\omega_2 t + \varphi_2(t) + \psi_2(t)] = V_2(t)\cos[\theta_2(t)], \tag{2}$$

где $\theta_1(t) = \omega_1 t + \varphi_1(t) + \psi_1(t)$ и $\theta_2(t) = \omega_2 t + \varphi_2(t) + \psi_2(t)$ — полные фазы узкополосных процессов, $V_1(t)$ и $V_2(t)$ — их огибающие:

$$V_1(t) = \left\{[A_{\mathrm{c}_1}(t) + a_1(t)]^2 + A_{\mathrm{s}_1}^2(t)\right\}^{1/2}, \qquad \mathrm{tg}[\psi_1(t)] = \frac{A_{\mathrm{s}_1}(t)}{A_{\mathrm{c}_1}(t) + a_1(t)},$$
$$V_2(t) = \left\{[A_{\mathrm{c}_2}(t) + a_2(t)]^2 + A_{\mathrm{s}_2}^2(t)\right\}^{1/2}, \qquad \mathrm{tg}[\psi_2(t)] = \frac{A_{\mathrm{s}_2}(t)}{A_{\mathrm{c}_2}(t) + a_2(t)},$$
$$A_{\mathrm{c}_1}(t) = A_1(t)\cos[\chi_1(t) - \varphi_1(t)], \qquad A_{\mathrm{s}_1}(t) = A_1(t)\sin[\chi_1(t) - \varphi_1(t)],$$
$$A_{\mathrm{c}_2}(t) = A_2(t)\cos[\chi_2(t) - \varphi_2(t)], \qquad A_{\mathrm{s}_2}(t) = A_2(t)\sin[\chi_2(t) - \varphi_2(t)].$$

Совместные плотности вероятности огибающих $V_1(t)$, $V_2(t)$ и фаз $\psi_1(t)$, $\psi_2(t)$ этих процессов в один и тот же момент времени при фиксированных амплитудах $a_1(t)$, $a_2(t)$ и фазах $\varphi_1(t)$, $\varphi_2(t)$ радиосигналов даются следующим выражением [2, 3]:

$$p_1(V_1, \psi_1 \,|\, a_1, \varphi_1) = \frac{V_1}{2\pi D_1}\,\exp\left(-\frac{a_1^2 - 2a_1V_1\cos\psi_1 + V_1^2}{2D_1}\right),$$
$$p_2(V_2, \psi_2 \,|\, a_2, \varphi_2) = \frac{V_2}{2\pi D_2}\,\exp\left(-\frac{a_2^2 - 2a_2V_2\cos\psi_2 + V_2^2}{2D_2}\right), \tag{3}$$

где D_1 и D_2 — дисперсии шумовых составляющих $n_1(t)$ и $n_2(t)$.

Процесс на выходе безынерционного элемента $\eta = g(V_1\cos\theta_1 + V_2\cos\theta_2)$ является чётной периодической функцией полных фаз $\theta_1(t)$ и $\theta_2(t)$, следовательно, его можно представить в виде следующего двойного ряда Фурье:

$$\eta = g(V_1\cos\theta_1 + V_2\cos\theta_2) = \sum_{k=0}^{\infty}\sum_{l=0}^{\infty}\lambda_{kl}\tilde{g}_{kl}\cos(k\theta_1)\cos(l\theta_2) =$$
$$= g_{00} + g_{10}\cos\theta_1 + g_{20}\cos(2\theta_1) + \ldots + g_{01}\cos\theta_2 + g_{02}\cos(2\theta_2) + \ldots +$$
$$+\ g_{11}\cos\theta_1\cos\theta_2 + g_{12}\cos\theta_1\cos(2\theta_2) + g_{21}\cos(2\theta_1)\cos\theta_2 + \ldots, \tag{4}$$

где

$$g_{kl}(V_1, V_2) = \lambda_{kl}\tilde{g}_{kl} = \frac{\lambda_{kl}}{\pi^2}\int\limits_{-\pi}^{\pi}\int\limits_{-\pi}^{\pi} g(V_1\cos\theta_1 + V_2\cos\theta_2)\cos(k\theta_1)\cos(l\theta_2)\,\mathrm{d}\theta_1\,\mathrm{d}\theta_2,$$

$$\lambda_{kl} = \begin{cases} 1/4, & k = l = 0; \\ 1/2, & k > 0,\ l = 0 \quad \text{или} \quad k = 0,\ l > 0; \\ 1, & k > 0,\ l > 0. \end{cases} \tag{5}$$

Первое слагаемое ряда (4) $\eta_{00} = g_{00}$ содержит низкочастотную составляющую выходного колебания НБП, которая представляет интерес при детектировании. Слагаемое

$$\eta_{kl} = g_{kl}(V_1, V_2)\cos(k\theta_1)\cos(l\theta_2) = \frac{1}{2}\, g_{kl}(V_1, V_2)\,[\cos(k\theta_1 - l\theta_2) + \cos(k\theta_1 + l\theta_2)]$$

ряда (4) на выходе НБП при $k > 0$, $l > 0$ соответствует сумме двух комбинационных колебаний, спектры которых сосредоточены в окрестностях разностной $k\omega_1 - l\omega_2$ и суммарной $k\omega_1 + l\omega_2$ частот. Каждое из этих колебаний может быть выделено на выходе НБП с помощью полосового фильтра. Чтобы разделить данные комбинационные составляющие, введём следующие обозначения:

$$\zeta_{kl}^{-} = \frac{1}{2}\, g_{kl}(V_1, V_2)\cos(k\theta_1 - l\theta_2) = \frac{1}{2}\, \tilde{g}_{kl}(V_1, V_2)\cos(k\theta_1 - l\theta_2),$$

$$\zeta_{kl}^{+} = \frac{1}{2}\, g_{kl}(V_1, V_2)\cos(k\theta_1 + l\theta_2) = \frac{1}{2}\, \tilde{g}_{kl}(V_1, V_2)\cos(k\theta_1 + l\theta_2).$$

Слагаемые $\eta_{k0} = g_{k0}\cos(k\theta_1) = \tilde{g}_{k0}\cos(k\theta_1)/2$ и $\eta_{0l} = g_{0l}\cos(l\theta_2) = \tilde{g}_{0l}\cos(l\theta_2)/2$ представляют собой составляющие выходного колебания преобразователя со спектрами в окрестностях частот $k\omega_1$ и $l\omega_2$, являющихся гармониками входных процессов $\xi_1(t)$ и $\xi_2(t)$ соответственно. Для унификации обозначений компонентов η_{k0}, η_{0l}, ζ_{kl}^{-} и ζ_{kl}^{+} введём ещё две дублирующие переменные: $\zeta_{k0} = \eta_{k0}$, $\zeta_{0l} = \eta_{0l}$, а под общим обозначением ζ_{kl} будем понимать один из компонентов ζ_{k0}, ζ_{0l}, ζ_{kl}^{-} или ζ_{kl}^{+}.

Компонент ζ_{10} является основным для нелинейного усилителя или полосового ограничителя, компоненты ζ_{k0} при $k > 1$ — для умножителей частоты, а компонент ζ_{11}^{-} — для смесителя. Какой-либо из компонентов ζ_{kl} при произвольных k и l может также представлять интерес в отдельных частных приложениях (см., например, [4]).

Коэффициенты $\tilde{g}_{kl}(V_1, V_2)/2$ определяют зависимость амплитуды компонента ζ_{kl} на выходе НБП от амплитуды входных узкополосных колебаний $\xi_1(t)$ и $\xi_2(t)$. Поэтому зависимость $\tilde{g}_{kl}(V_1, V_2)/2$ при условии, что хотя бы один из коэффициентов k и l не равен нулю, назовём колебательной характеристикой системы, состоящей из НБП и полосового фильтра, выделяющего на выходе НБП компонент ζ_{kl}.

Чтобы отделить сигнал, содержащийся в каком-либо компоненте ζ_{kl} ряда (4), от шума, необходимо вычислить условное математическое ожидание $M_{V_1\psi_1V_2\psi_2}\{\zeta_{kl}\,|\,a_1, \varphi_1, a_2, \varphi_2\}$ этого компонента при заданных амплитудах $a_1(t)$, $a_2(t)$ и фазах $\varphi_1(t)$, $\varphi_2(t)$ сигнала и помехи в один и тот же момент времени. Данное усреднение проводится по входным шумам $n_1(t)$ и $n_2(t)$, т. е. по случайным огибающим $V_1(t)$, $V_2(t)$ и случайным фазам $\psi_1(t)$, $\psi_2(t)$ процессов $\xi_1(t)$ и $\xi_2(t)$. Флуктуации любого компонента ζ_{kl} около его математического ожидания являются выходным шумом, соответствующим данному компоненту:

$$\zeta_{\mathrm{n}kl}(t) = \zeta_{kl}(t) - M_{V_1\psi_1V_2\psi_2}\{\zeta_{kl}(t)\,|\,a_1(t), \varphi_1(t), a_2(t), \varphi_2(t)\}.$$

Мощность полезного сигнала $\tilde{D}_{\mathrm{s}kl}$ и дисперсия шума $\tilde{D}_{\mathrm{n}kl}$ определяются следующим образом:

$$\tilde{D}_{\mathrm{s}kl} = M_{a_1\varphi_1a_2\varphi_2}\big\{[M_{V_1\psi_1V_2\psi_2}\{\zeta_{kl}\,|\,a_1, \varphi_1, a_2, \varphi_2\}]^2\big\}, \tag{6}$$

$$\tilde{D}_{\mathrm{n}kl} = \tilde{D}_{kl} - \tilde{D}_{\mathrm{s}kl} = M\{\zeta_{kl}^2\} - \tilde{D}_{\mathrm{s}kl}, \tag{7}$$

где $\tilde{D}_{kl} = M\{\zeta_{kl}^2\}$ — полная мощность компонента ζ_{kl} (усреднение выполняется по всем зависящим от времени параметрам компонента).

В соответствии с вышесказанным найдём сигнальную составляющую произвольного компонента ζ_{kl} (при условии, что хотя бы один из коэффициентов k и l не равен нулю):

$$\zeta_{\mathrm{s}kl}(t) = \frac{1}{2}\int\limits_0^\infty\int\limits_0^\infty \mathrm{d}V_1\,\mathrm{d}V_2 \int\limits_{-\pi}^{\pi}\int\limits_{-\pi}^{\pi} \tilde{g}_{kl}(V_1,V_2)\cos\big[(k\omega_1 \pm l\omega_2)\,t + k\varphi_1 + k\psi_1 \pm l\varphi_2 \pm l\psi_2\big] \times$$
$$\times\, p_1(V_1,\psi_1\,|\,a_1,\varphi_1)p_2(V_2,\psi_2\,|\,a_2,\varphi_2)\,\mathrm{d}\psi_1\;\mathrm{d}\psi_2.$$

Здесь совместная условная плотность вероятности процессов $\xi_1(t)$ и $\xi_2(t)$ в силу их статистической независимости представлена произведением p_1p_2 плотностей вероятности каждого из них. Подставив сюда (3) и выполнив интегрирование по ψ_1 и ψ_2, получим

$$\zeta_{\mathrm{s}kl}(t) = A_{\mathrm{s}kl}\cos\big[(k\omega_1 \pm l\omega_2)\,t + k\varphi_1 \pm l\varphi_2\big],$$

где

$$A_{\mathrm{s}kl} = \frac{\exp(-\rho_{\mathrm{i}1}^2 - \rho_{\mathrm{i}2}^2)}{2D_1D_2}\int\limits_0^\infty\int\limits_0^\infty V_1V_2\tilde{g}_{kl}(V_1,V_2)I_k\left(\frac{a_1V_1}{D_1}\right)I_l\left(\frac{a_2V_2}{D_2}\right)\exp\left(-\frac{V_1^2}{2D_1}\right)\times$$
$$\times\exp\left(-\frac{V_2^2}{2D_2}\right)\mathrm{d}V_1\,\mathrm{d}V_2, \quad (8)$$

$I_m(x)$ — модифицированная функция Бесселя m-го порядка (от мнимого аргумента),

$$\rho_{\mathrm{i}1}^2 = \frac{a_1^2}{2D_1}\,, \qquad \rho_{\mathrm{i}2}^2 = \frac{a_2^2}{2D_2}$$

— отношения сигнал/шум по мощности на входе НБП в полосе сигнала и помехи соответственно при их фиксированных амплитудах. Заметим, что огибающая $A_{\mathrm{s}kl}$ сигнальной составляющей не является неотрицательной величиной и в общем случае может быть даже знакопеременной функцией своих аргументов (амплитуд сигнала и помехи a_1 и a_2) в силу аналогичного свойства коэффициентов g_{kl} ряда (4).

Мощность сигнала (при его фиксированной амплитуде) компонента с индексами k и l равна

$$\tilde{D}_{\mathrm{s}kl} = A_{\mathrm{s}kl}^2/2. \quad (9)$$

В общем случае, когда сигнал $s_1(t)$ и (или) помеха $s_2(t)$ являются случайными процессами, для вычисления мощности полезного сигнала $\tilde{D}_{\mathrm{s}kl}$ компонента с индексами k и l вместо формулы (9) необходимо пользоваться общей формулой (6) с учётом статистик сигнальных составляющих входных процессов $\xi_1(t)$ и $\xi_2(t)$.

Полная мощность компонента ζ_{kl} выходного процесса (4) при фиксированных амплитудах сигнала и помехи на входе преобразователя a_1 и a_2 равна

$$\tilde{D}_{kl} = M\Big\{\frac{1}{4}\,\tilde{g}_{kl}^2(V_1,V_2)\cos^2[k\,(\omega_1t + \varphi_1 + \psi_1) \pm l\,(\omega_2t + \varphi_2 + \psi_2)]\Big\} = M\{\tilde{g}_{kl}^2(V_1,V_2)/8\} =$$
$$= \frac{\exp(-\rho_{\mathrm{i}1}^2 - \rho_{\mathrm{i}2}^2)}{8D_1D_2}\int\limits_0^\infty\int\limits_0^\infty V_1V_2\tilde{g}_{kl}^2(V_1,V_2)I_0\left(\frac{a_1V_1}{D_1}\right)I_0\left(\frac{a_2V_2}{D_2}\right)\exp\left(-\frac{V_1^2}{2D_1}\right)\exp\left(-\frac{V_2^2}{2D_2}\right)\mathrm{d}V_1\,\mathrm{d}V_2.$$
$$(10)$$

Используя (7) и (9), запишем выражение для отношения сигнал/шум на выходе в спектральной зоне компонента ζ_{kl}:

$$\rho_{kl}^2 = \frac{\tilde{D}_{\mathrm{s}kl}}{\tilde{D}_{\mathrm{n}kl}} = \frac{1}{2\tilde{D}_{kl}/A_{\mathrm{s}kl}^2 - 1}\,. \tag{11}$$

Отношение сигнал/шум на выходе преобразователя меняется по сравнению с отношением сигнал/шум на входе в q_{kl} раз:

$$q_{kl} = \frac{\rho_{kl}^2}{\rho_{\mathrm{i1,i2}}^2} = \frac{1}{\rho_{\mathrm{i1,i2}}^2\,(2\tilde{D}_{kl}/A_{\mathrm{s}kl}^2 - 1)}\,. \tag{12}$$

При этом индекс i1 в знаменателе правой части выражения (12) соответствует ситуации, когда выходное отношение сигнал/шум в спектральной зоне компонента ζ_{kl} сравнивается с входным отношением сигнал/шум, вычисленным в полосе полезного сигнала, а индекс i2 — когда входное отношение сигнал/шум вычисляется в полосе помехи.

Аналогичным образом, как это сделано в [3], с помощью неравенства Шварца—Буняковского, записанного для функции двух переменных, используя (8), (10) и (11), можно получить выражение для оптимальных колебательных характеристик $\tilde{g}_{kl\,\mathrm{opt}}(V_1, V_2)/2$, при которых ρ_{kl}^2 максимально при произвольных, но фиксированных ρ_{i1}^2 и ρ_{i2}^2. Опуская громоздкие выкладки, запишем данное выражение:

$$\tilde{g}_{kl\,\mathrm{opt}}(V_1, V_2) = C\,\frac{I_k(a_1V_1/D_1)I_l(a_2V_2/D_2)}{I_0(a_1V_1/D_1)I_0(a_2V_2/D_2)}\,,$$

где C — произвольная постоянная. При этом максимальное выходное отношение сигнал/шум, как видно из (11), составит

$$\rho_{kl\,\max}^2 = \frac{y_{\max}}{1 - y_{\max}}\,,$$

где

$$y_{\max} = \max\left(\frac{A_{\mathrm{s}kl}^2}{2\tilde{D}_{kl}}\right) = \frac{\exp(-\rho_{\mathrm{i1}}^2 - \rho_{\mathrm{i2}}^2)}{D_1D_2}\int\limits_0^\infty\int\limits_0^\infty V_1V_2\,\frac{I_k^2(a_1V_1/D_1)I_l^2(a_2V_2/D_2)}{I_0(a_1V_1/D_1)I_0(a_2V_2/D_2)}\exp\left(-\frac{V_1^2}{2D_1}\right)\times$$
$$\times\exp\left(-\frac{V_2^2}{2D_2}\right)\mathrm{d}V_1\,\mathrm{d}V_2.$$

Полученные выше выражения относительно легко позволяют: 1) вычислять мощности сигнальной и шумовой составляющих сигнала, помехи, их гармоник и комбинационных компонентов на выходе НБП; 2) вычислять отношение сигнал/шум в полосе любого из частотных компонентов на выходе НБП; 3) отдельно учитывать комбинационные составляющие в полосе выделяемого частотного компонента; 4) получать оптимальный вид колебательных характеристик, максимизирующих отношение сигнал/шум для различных частотных компонентов на выходе НБП.

2. АНАЛИЗ ВЛИЯНИЯ МОЩНОЙ ВНЕПОЛОСНОЙ ИМПУЛЬСНОЙ ПОМЕХИ НА ВЫХОДНОЕ ОТНОШЕНИЕ СИГНАЛ/ШУМ В СЛУЧАЕ ИМПУЛЬСНОГО СИГНАЛА

Влияние импульсных внеполосных помех на радиоприёмное устройство имеет ряд особенностей, связанных с вероятностными параметрами импульсных потоков сигнала и помехи, а также с потерей чувствительности радиоприёмного устройства по окончании действия помехи [5].

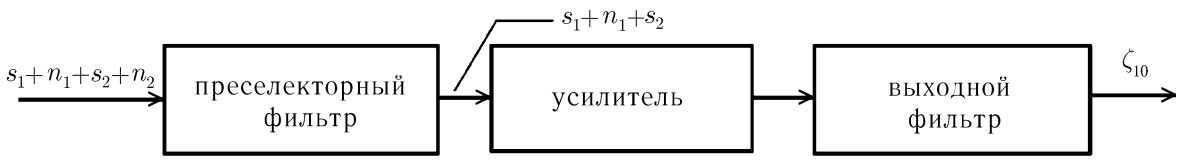


Рис. 1

Проведём анализ отношения сигнал/шум на выходе резонансного усилителя для случая, когда сигнал и помеха представляют собой потоки прямоугольных импульсов с гармоническим (не модулированным по частоте и фазе) заполнением. В этом случае в течение действия импульса сигнал и помеху можно считать синусоидальными сигналами с постоянной амплитудой и фазой.

На рис. 1 приведена схема анализируемой части радиоприёмного устройства. Преселекторный и выходной фильтры настроены на частоту полезного сигнала. При этом их полосы могут быть либо равны, либо полоса преселекторного фильтра может быть шире полосы выходного фильтра. Рассмотрим часто возникающую сигнально-помеховую ситуацию, когда мощная помеха $s_2(t)$ не ослабляется преселекторным фильтром в достаточной степени или находится в пределах его полосы пропускания и блокирует усилитель (при этом считаем, что на выходе усилителя она подавляется выходным фильтром). Если мощность помехи такова, что усилитель работает в режиме жёсткого ограничения, то структуру на рис. 1 можно рассматривать ещё и как схему ШОУ (широкая полоса—ограничитель—узкая полоса) [6, 7]. При этом предполагается, что преселекторный фильтр имеет более широкую полосу по сравнению с выходным фильтром. Схема ШОУ широко применяется для борьбы с импульсными помехами [7].

Будем считать, что мощностью шума $n_2(t)$ в полосе помехи можно пренебречь (в силу большой мощности помехи в месте приёма, т. е. $a_2 \gg A_2$). При этом соотношения (8) и (10) упрощаются, поскольку теперь не требуется усреднения по случайным огибающей и фазе процесса $\xi_2(t)$. С учётом этих упрощений рассмотрим на выходе усилителя процесс $\zeta_{10}(t)$ на частоте входного сигнала ω_1, выделяемый выходным фильтром, и найдём его сигнальную составляющую:

$$\zeta_{\mathrm{s}10}(t) = M_{V_1\psi_1}\left\{\frac{1}{2}\,\tilde{g}_{10}(V_1,a_2)\cos(\omega_1 t+\varphi_1+\psi_1)\,|\,a_1,\varphi_1,a_2,\varphi_2\right\} = A_{\mathrm{s}10}\cos(\omega_1 t+\varphi_1),$$

где

$$A_{\mathrm{s}10} = \frac{\exp(-\rho_{\mathrm{i}1}^2)}{2D_1}\int\limits_0^\infty V_1\tilde{g}_{10}(V_1,a_2)I_1(a_1V_1/D_1)\exp\left(-\frac{V_1^2}{2D_1}\right)\mathrm{d}V_1. \tag{13}$$

Полная мощность процесса $\zeta_{10}(t)$ на выходе второго фильтра равна

$$\tilde{D}_{10} = M\left\{\frac{1}{4}\,\tilde{g}_{10}^2(V_1,a_2)\cos^2(\omega_1 t+\varphi_1+\psi_1)\right\} = \\ = \frac{\exp(-\rho_{\mathrm{i}1}^2)}{8D_1}\int\limits_0^\infty V_1\tilde{g}_{10}^2(V_1,a_2)I_0(a_1V_1/D_1)\exp\left(-\frac{V_1^2}{2D_1}\right)\mathrm{d}V_1. \tag{14}$$

Нужно учесть, что частота некоторых интермодуляционных составляющих, возникающих при взаимодействии сигнала и помехи на нелинейности, может совпадать с частотой ω_1 полезного сигнала. Такие составляющие являются помехой для полезного компонента $\zeta_{10}(t)$, однако их мощность быстро уменьшается с ростом их порядка. Как показало имитационное моделирование, на

практике для получения приемлемой точности вычисления отношения сигнал/шум обычно достаточно учесть один-два интермодуляционных компонента низших порядков, попадающих на частоту полезного сигнала. Какие именно компоненты ζ_{kl}^{-} будут присутствовать на частоте ω_1, зависит от отношения частот сигнала и помехи ω_1/ω_2. Так, например, для $\omega_1/\omega_2 = 3/5$ (данное отношение используется далее при имитационном моделировании) индексы k и l таких компонентов связаны очевидным соотношением $|3k - 5l| = 3$. Отсюда получаем, что двумя первыми такими комбинационными компонентами низших порядков являются компоненты с $k = 4$, $l = 3$ и $k = 6$, $l = 3$ ($3\omega_2 - 4\omega_1$ и $6\omega_1 - 3\omega_2$).

По аналогии с формулами (13) и (14) для случая, когда можно пренебречь шумовой составляющей помехи, запишем выражения для вычисления сигнальной составляющей и полной мощности произвольного комбинационного компонента с индексами k и l:

$$\zeta_{skl}^{-}(t) = M_{V_1\psi_1}\left\{\frac{1}{2}\,\tilde{g}_{kl}(V_1, a_2)\cos[k\,(\omega_1 t + \varphi_1 + \psi_1) - l\,(\omega_2 t + \varphi_2)]\,|\,a_1, \varphi_1, a_2, \varphi_2\right\} = \\ = A_{skl}\cos[k\,(\omega_1 t + \varphi_1) - l\,(\omega_2 t + \varphi_2)],$$

где

$$A_{skl} = \frac{\exp(-\rho_{i1}^2)}{2D_1}\int\limits_0^\infty V_1\tilde{g}_{kl}(V_1, a_2)I_1(a_1V_1/D_1)\exp\left(-\frac{V_1^2}{2D_1}\right)\mathrm{d}V_1, \tag{15}$$

$$\tilde{D}_{kl} = M\left\{\frac{1}{4}\,\tilde{g}_{kl}^2(V_1, a_2)\cos^2[k\,(\omega_1 t + \varphi_1 + \psi_1) - l\,(\omega_2 t + \varphi_2)]\right\} = \\ = \frac{\exp(-\rho_{i1}^2)}{8D_1}\int\limits_0^\infty V_1\tilde{g}_{kl}^2(V_1, a_2)I_0(a_1V_1/D_1)\exp\left(-\frac{V_1^2}{2D_1}\right)\mathrm{d}V_1. \tag{16}$$

Рассмотрим более подробно влияние интермодуляционных составляющих, попадающих на частоту ω_1, на выходное отношение сигнал/шум в рассматриваемом нами случае импульсного сигнала и импульсной помехи. Поскольку сигнал и помеху в течение действия прямоугольного импульса можно представить в виде гармонических сигналов с постоянными амплитудами и фазами, то, оказавшись на одной частоте, эти сигналы будут интерферировать. Таким образом, амплитуда импульса на выделяемой частоте полезного сигнала ω_1 будет зависеть от амплитуды импульса помехи и от разности фаз несущих сигнала и помехи. Найдём эту зависимость при учёте только первого из двух найденных выше комбинационных компонентов путём его сложения с основным компонентом ζ_{s10}:

$$A_{s\omega_1}\cos(\omega_1 t + \varphi) = A_{s10}\cos(\omega_1 t + \varphi_1) + A_{s43}\cos(\omega_1 t + 3\varphi_2 - 4\varphi_1) = \\ = [A_{s10}\cos\varphi_1 + A_{s43}\cos(3\varphi_2 - 4\varphi_1)]\,\cos(\omega_1 t) - [A_{s10}\sin\varphi_1 + A_{s43}\sin(3\varphi_2 - 4\varphi_1)]\,\sin(\omega_1 t),$$

где $A_{s\omega_1}$ и φ — амплитуда и начальная фаза высокочастотного заполнения выделяемого импульса, φ_1 и φ_2 — начальные фазы несущих сигнала и помехи. При $\varphi_1 = \varphi_2 = 0$ искомая зависимость принимает следующий вид:

$$A_{s\omega_1} = A_{s10} + A_{s43}, \tag{17}$$

а при $\varphi_1 = 0$, $\varphi_2 = \pi$

$$A_{s\omega_1} = A_{s10} - A_{s43}. \tag{18}$$

Если, например, для определённого вида нелинейности $A_{\mathrm{s}10} \geq 0$ и $A_{\mathrm{s}43} \leq 0$, то в первом случае получаем минимальную возможную амплитуду выделяемого импульса, а во втором — максимальную возможную.

Найдём распределение вероятности разности фаз $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$ при условии, что фазы φ_1 и φ_2 являются независимыми случайными величинами и распределения вероятности каждой из них являются равномерными в интервале от 0 до 2π:

$$f(\varphi_k) = \begin{cases} 1/(2\pi), & 0 \leq \varphi_k < 2\pi; \\ 0, & \varphi_k < 0,\ \varphi_k \geq 2\pi, \end{cases}$$

где $k = 1, 2$. Используя формулу для вычисления распределения вероятности разности двух случайных величин [2], получим

$$f(\Delta\varphi) = \int\limits_0^{2\pi} f(\varphi_1, \Delta\varphi + \varphi_1)\,\mathrm{d}\varphi_1 = \int\limits_0^{2\pi} f(\varphi_1) f(\Delta\varphi + \varphi_1)\,\mathrm{d}\varphi_1 = \begin{cases} \dfrac{2\pi - \Delta\varphi}{(2\pi)^2}, & 0 \leq \Delta\varphi < 2\pi; \\ \dfrac{2\pi + \Delta\varphi}{(2\pi)^2}, & -2\pi < \Delta\varphi < 0. \end{cases}$$

График данной функции показан на рис. 2. Как видно из рис. 2, наиболее вероятные значения разности фаз $\Delta\varphi$ сосредоточены в окрестности нуля, т. е. наиболее вероятным является синфазное сложение гармонических составляющих полезного сигнала и учитываемого комбинационного компонента на частоте полезного сигнала.

Теперь рассмотрим, как складываются шумы основного и комбинационного компонентов. Поскольку с увеличением порядка комбинационных компонентов их спектр расширяется в N раз, где N — порядок комбинационного компонента, то в полосу пропускания выходного фильтра попадает только N-я часть мощности комбинационного компонента на частоте полезного сигнала (при условии, что ширина полосы пропускания фильтра на выходе усилителя равна ширине полосы шума основного компонента ζ_{10}). Как известно, спектральные компоненты любого стационарного процесса некоррелированы, поэтому с учётом расширения спектра шума комбинационной составляющей относительно спектра шума основной составляющей сложение данных шумов происходит некогерентно, т. е. складываются их мощности:

$$\tilde{D}_{\mathrm{n}\omega_1} = \tilde{D}_{\mathrm{n}10} + \tilde{D}_{\mathrm{n}43}/4, \qquad (19)$$

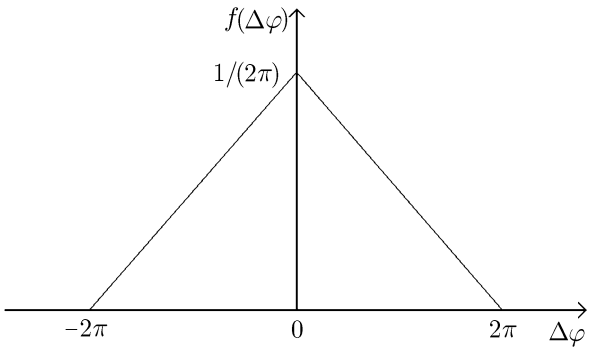


Рис. 2

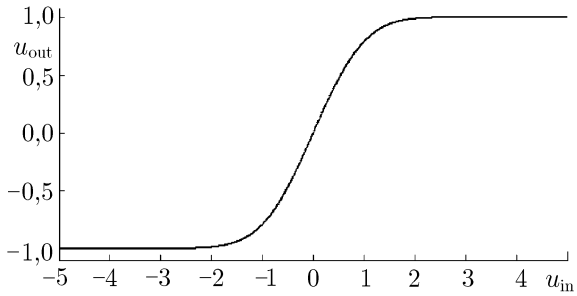


Рис. 3

где $\tilde{D}_{\mathrm{n}\omega_1}$ — суммарная мощность шума в полосе выходного фильтра с центральной частотой ω_1. Здесь сложение происходит в полосе выходного фильтра.

Полученные выше соотношения позволяют вычислить и сравнить выходные соотношения сигнал/шум на временно́м интервале перекрытия части импульса сигнала с частью импульса помехи

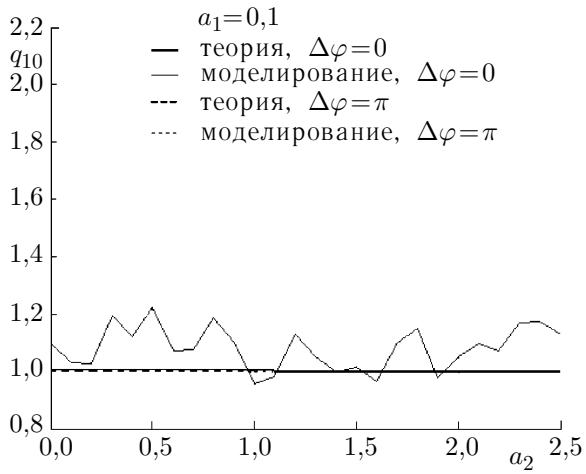


Рис. 4

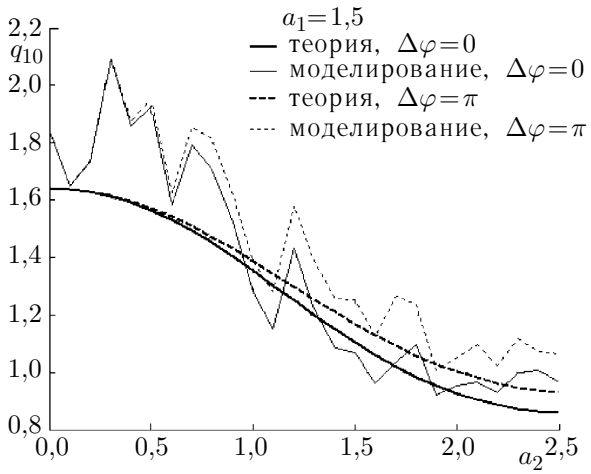


Рис. 5

и на интервале, где перекрытия нет (на этом интервале амплитуда помехи полагается равной нулю).

В качестве проходной характеристики усилителя была выбрана функция ошибки (рис. 3):

$$u_{\text{out}} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int\limits_0^{\sqrt{\pi}u_{\text{in}}/2} \exp(-t^2)\,\mathrm{d}t.$$

Выбор этой функции обусловлен её большим сходством с проходными характеристиками реальных усилителей, и она часто используется для подобных целей в литературе (см., например, [8]).

На рис. 4 и 5 представлены результаты теоретического расчёта и имитационного моделирования величины q_{10}, показывающей, во сколько раз отношение сигнал/шум на выходе изменяется по сравнению с отношением сигнал/шум на входе в зависимости от амплитуды помехи на входе усилителя. Результаты приведены с учётом комбинационного компонента, для которого $k = 4$, $l = 3$ при отношении частот сигнала и помехи $\omega_1/\omega_2 = 3/5$. Такое соотношение частот выбрано из следующих соображений: 1) частоты сигнала и помехи достаточно разнесены, чтобы при имитационном моделировании избежать перекрытия спектров процессов на этих частотах; 2) такое соотношение даёт достаточно низкие порядки интермодуляционных составляющих, имеющих наибольшую мощность, которые попадают на частоту полезного сигнала. Рабочая точка выбрана в середине линейного участка проходной характеристики. Крутизна характеристики в рабочей точке равна 1. Теоретический расчёт выполнен по формулам (5), (7), (12)–(19) с помощью численного интегрирования. На каждом из рис. 4 и 5 совмещены графики (как теоретические, так и экспериментальные) для двух значений разности фаз сигнала и помехи в соответствии с формулами (17) и (18). На рис. 4 графики для этих двух случаев практически совпадают.

Все графики, полученные с помощью моделирования, являются «шумоподобными» по сравнению с гладкими графиками теоретических кривых. Это связано с тем, что для каждой точки на этих графиках берётся своя реализация шума и, таким образом, осуществляется усреднение по ансамблю.

Графики на рис. 4 соответствуют фиксированной амплитуде полезного сигнала $a_1 = 0{,}1$, а на рис. 5 — $a_1 = 1{,}5$. Входное отношение сигнал/шум постоянно для всех графиков и равно $\rho_{\text{i1}}^2 = 25$. Из рис. 4 видно, что при малой амплитуде полезного сигнала и малой дисперсии шума (таких, что в отсутствие помехи усилитель работает в линейном режиме) отношение сигнал/шум на выходе остаётся таким же, как на входе, т. е. сигнал и шум подавляются помехой в одинаковой степени.

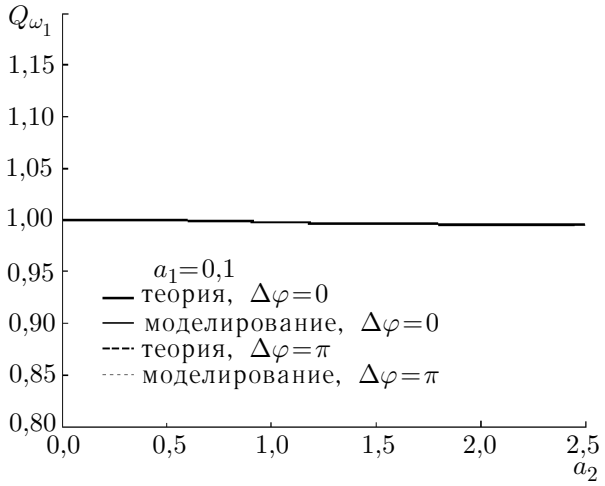


Рис. 6

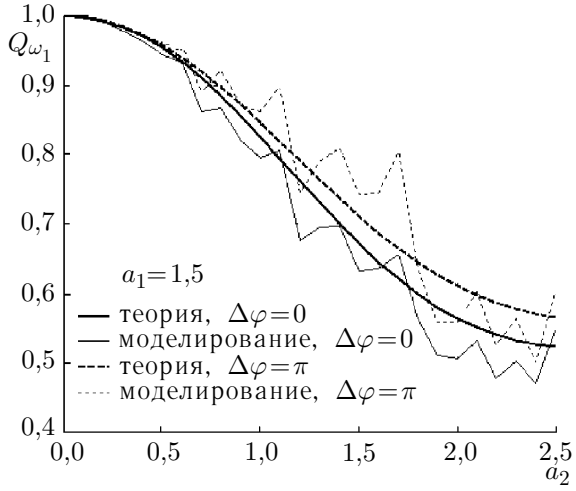


Рис. 7

Рисунок 5 соответствует нелинейному режиму по амплитуде полезного сигнала (даже при отсутствии помехи). В этом случае наблюдается повышение выходного отношения сигнал/шум по сравнению с входным отношением при амплитудах помехи, меньших амплитуды сигнала, связанное с подавлением сигналом более слабого шума. При амплитудах помехи, бóльших амплитуды сигнала, выходное отношение сигнал/шум становится меньше входного, что, вероятно, связано с тем, что синусоидальный сигнал подавляется синусоидальной помехой в большей степени, чем гауссов шум.

Как видно из рис. 5, соотношение сигнал/шум на выходе меньше, когда разность фаз сигнала и помехи равна нулю. Для выбранной нелинейности коэффициент ряда (4) $g_{43}(a_1, a_2) \leq 0$, поэтому комбинационный компонент при $k = 4$, $l = 3$, попадающий на частоту полезного сигнала, складывается с ним в противофазе. Это приводит к наименьшей возможной амплитуде выделяемого синусоидального сигнала и, следовательно, к наименьшему возможному отношению сигнал/шум. При разности фаз сигнала и помехи, равной π, комбинационный компонент складывается с полезным сигналом в фазе, обеспечивая наибольшее возможное отношение сигнал/шум.

На рис. 6 и 7 приведены результаты теоретического расчёта и моделирования зависимости

$$Q_{\omega_1}(a_2) = \rho^2_{\omega_1}(a_2)/\rho^2_{\omega_1}(0),$$

показывающей, во сколько раз отношение сигнал/шум на выходе усилителя при наличии помехи изменяется по сравнению со случаем, когда помеха отсутствует. Графики на рис. 6 и 7 соответствуют тем же двум амплитудам полезного сигнала и тому же постоянному отношению сигнал/шум и являются прямыми следствиями графиков на рис. 4 и 5. По графикам на рис. 6 и 7 удобно оценивать относительный проигрыш в отношении сигнал/шум на выходе усилителя при наличи помехи по сравнению со случаем, когда помеха отсутствует. Как видно из рис. 6, в случае слабого полезного сигнала (когда в отсутствие помехи усилитель работает в линейном режиме) помеха практически не влияет на выходное отношение сигнал/шум, а в случае сильного сигнала (нелинейный режим усиления в отсутствие помехи) рост амплитуды помехи приводит к плавному снижению выходного отношения сигнал/шум.

ВЫВОДЫ

1) Полученный метод анализа нелинейного безынерционного преобразования суммы узкополосных сигнала и помехи, разнесённых по частоте, и узкополосных гауссовых шумов в полосах

сигнала и помехи относительно легко позволяет: а) вычислять мощности сигнальной и шумовой составляющих сигнала, помехи, их гармоник и комбинационных компонентов на выходе НБП; б) вычислять отношение сигнал/шум в полосе любого из частотных компонентов на выходе НБП; в) отдельно учитывать комбинационные составляющие в полосе выделяемого частотного компонента; г) получать оптимальный вид колебательных характеристик, максимизирующих отношение сигнал/шум для различных частотных компонентов на выходе НБП.

2) На интервале временно́го перекрытия слабого импульса полезного сигнала с мощным блокирующим импульсом внеполосной помехи соотношение сигнал/шум на выходе перегруженного усилителя в полосе полезного сигнала остаётся таким же, как на входе.

3) В случае мощного полезного импульсного сигнала, приводящего к нелинейному режиму работы усилителя, и мощной импульсной помехи наблюдается повышение выходного отношения сигнал/шум в полосе полезного сигнала по сравнению с входным отношением при амплитудах помехи, меньших амплитуды сигнала. При амплитудах помехи, бо́льших амплитуды сигнала, выходное отношение сигнал/шум становится меньше входного. Наличие помехи в данном случае приводит только к уменьшению выходного отношения сигнал/шум по сравнению со случаем, когда помеха отсутствует.

4) При достаточно мощных сигнале и помехе комбинационные компоненты, попадающие в полосу выделяемого полезного сигнала, могут в значительной степени влиять на выходное отношение сигнал/шум.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Голубев В. Н. Эффективная избирательность радиоприёмных устройств. М.: Связь, 1978. 240 с.
2. Левин Б. Р. Теоретические основы статистической радиотехники. Кн. 1. М.: Сов. радио, 1974. 552 с.
3. Тихонов В. И. Статистическая радиотехника. М.: Радио и связь, 1982. 624 с.
4. Абызов А. А., Орлов И. Я. // Радиотехника. 2001. № 9. С. 5.
5. Кульпин С. И., Кузьмин В. Г., Орлов И. Я. // Датчики и системы. 2003. № 4. С. 16.
6. Щукин А. Н. // Изв. АН СССР. Сер. физическая. 1946. Т. 10, № 1. С. 49.
7. Защита от радиопомех / Под ред. М. В. Максимова. М.: Сов. радио, 1976. 496 с.
8. Спилкер Дж. Цифровая спутниковая связь. М.: Связь, 1979.

Поступила в редакцию 20 мая 2005 г.; принята в печать 31 августа 2005 г.

INFLUENCE OF HIGH-POWER OUT-OF-BAND INTERFERENCE ON THE OUTPUT SIGNAL-TO-NOISE RATIO OF THE RADIO RECEIVER WORKING IN BLOCKING MODE

I. V. Volkova, D. N. Ivlev, and I. Ya. Orlov

In this paper, we propose a new method allowing us to calculate the signal-to-noise and signal-to-interference ratios at the output of nonlinear instantaneous element in the specified frequency band when non-overlapping narrow-band signal and interference mixed with narrow-band Gaussian noises are applied to its input. The influence of the out-of-band interference on an output signal-to-noise ratio of the radio receiver operating in a blocking mode is analyzed for the case of pulsed signal and interference.

УДК 537.86:530.182

ЭФФЕКТЫ КВАНТОВАНИЯ В ЦИФРОВЫХ РЕКУРСИВНЫХ ФИЛЬТРАХ ПЕРВОГО ПОРЯДКА С ПРЕДСТАВЛЕНИЕМ ЧИСЕЛ В ДОПОЛНИТЕЛЬНОМ КОДЕ И ОКРУГЛЕНИЕМ ПОСЛЕ СЛОЖЕНИЯ

Ю. А. Брюханов

Ярославский госуниверситет им. П. Г. Демидова, г. Ярославль, Россия

Исследованы процессы в фильтрах нижних и верхних частот, использующих арифметику с фиксированной запятой, в предположении, что точно задаётся параметр фильтра и выполняется операция умножения, а операция сложения реализуется в дополнительном коде с округлением. Сумматор имеет пилообразную характеристику. Для исследования процессов использован метод точечных отображений. Рассмотрены свободные колебания и колебания при постоянном смещении на входе при отсутствии и при наличии переполнения сумматора. Получены выражения для расчёта наиболее вероятных режимов для произвольного числа уровней квантования.

ВВЕДЕНИЕ

Цифровые фильтры первого порядка используются для селекции нижних и верхних частот [1]. При этом рекурсивные фильтры обладают лучшими избирательными свойствами по сравнению с нерекурсивными фильтрами, но имеют ограничения по устойчивости. Процессы в цифровом фильтре зависят от количества двоичных разрядов M, способа кодирования (прямой, обратный или дополнительный коды), аппроксимации (усечение или округление) и формы представления (с фиксированной или плавающей запятой) чисел, а также вида характеристики сумматора.

Вследствие этого цифровая колебательная система в общем случае является нелинейной, в ней возникают специфические по сравнению с аналоговой системой ошибки, называемые эффектами квантования. При достаточно большом числе разрядов эти эффекты незначительны и для анализа их влияния используется линейная модель. Такая модель неприменима при воздействии на фильтр постоянного или синусоидального сигнала, дискретизированного с частотой, рационально кратной частоте синусоиды, а также при малом количестве разрядов в двоичном представлении чисел. Последнее обстоятельство характерно для фильтров, используемых для обработки радиосигналов в реальном времени [2]. При этом числа представляются, как правило, в форме с фиксированной запятой.

Цель данной работы — исследование процессов в цифровых рекурсивных фильтрах первого порядка с произвольным числом уровней квантования $L = 2^{M+1}$. Полагаем, что используется целочисленная арифметика с фиксированной запятой, точно задан параметр фильтра a и выполняется операция умножения, а квантуются путём округления результаты сложения чисел, представляемых в дополнительном коде. Сумматор имеет пилообразную характеристику. Исследуем свободные колебания и колебания при постоянном смещении A на входе.

При использовании целочисленной арифметики шаг квантования равен единице, A — целое число, а характеристика квантователя (сумматора) чисел, представленных в дополнительном коде с округлением, определяется функцией

$$f(\varphi) = \begin{cases} [(\varphi + 1/2 + N) \bmod L - N], & \varphi \geq 0; \\ [(\varphi + 1/2 + N) \bmod L] - N, & \varphi \leq 0, \end{cases}$$

где квадратные скобки обозначают целую часть числа, $N = L/2$. Фрагмент характеристики при $L = 10$ показан на рис. 1. Участки характеристики, соответствующие значениям $f(\varphi)$, обозначены $0; \pm 1; \pm 2, \ldots$.

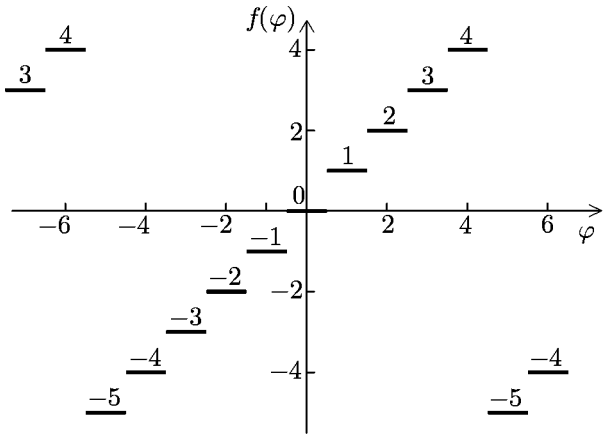


Рис. 1. Фрагмент характеристики квантователя (сумматора) при $L = 10$

В общем случае процессы (движения) в рассматриваемых фильтрах описываются нелинейным разностным уравнением

$$x(n+1) = f(ax(n) + u(n)), \qquad (1)$$

где $x(n+1)$ — реакция фильтра, $u(n)$ — входное воздействие. Исследование проводим методом точечных отображений [3]. Уравнение (1) является двумерным точечным отображением. Однако в рассматриваемых случаях $u(n) = 0$ и $u(n) = \mathrm{const}$ оно становится одномерным и может быть корректно исследовано с помощью диаграммы Ламерея. Для этого введём переменную $y(n) = x(n+1)$, тогда функция последования примет вид $y = f(ax + A)$ (в автономной системе имеем $A = 0$). Процессы рассматриваем на плоскости состояний (x, y). По аналогии с [4] разобъём эту плоскость на области соответственно разбиению характеристики квантователя (сумматора). На плоскости (x, y) граница областей $([\varphi + 1/2] + N) \bmod L - N$, $([\varphi + 1/2] + 1 + N) \bmod L - N$ определяется зависимостью $x = (([\varphi + 1/2] + 1 + N) \bmod L - N - A)/a$. Сама граница принадлежит области $([\varphi + 1/2] + 1 + N) \bmod L - N$.

Исследование колебаний сводится к нахождению последовательности точечных отображений F отрезка $x \in [-N; N_1]$ в себя, где $N_1 = N - 1$. В общем случае в зависимости от начального состояния $x(0)$ в системе возможны различные движения. Поскольку все L возможных начальных состояний равновероятны и независимы, то вероятность P установившегося движения B равна $P(B) = m/L$, где m — число начальных состояний, соответствующих этому движению. Параметр фильтра a выбирается в области устойчивости без учёта эффектов квантования, т. е. $0 < |a| < 1$. Исследуем свободные колебания системы.

1. СВОБОДНЫЕ КОЛЕБАНИЯ ($u(n) = 0$)

Известно [5], что свободные (собственные) колебания обусловлены начальными отклонениями от положения равновесия (покоя) предоставленной самой себе системы. Применительно к рассматриваемым цифровым фильтрам «начальные отклонения» означают $x(0)$, а «предоставленная самой себе система» означает $u(n) = 0$. В зависимости от знака и величины параметра a графики функции последования $y = f(ax)$ и биссектрисы $y = x$ могут пересекаться в одной или нескольких точках.

Пусть $a > 0$ (цепь является фильтром нижних частот (ФНЧ)). В качестве примера рассмотрим случай $L = 12$, $a = 4/5$. Плоскость состояний с обозначенными на ней областями, соответствующими участкам характеристики квантователя (сумматора), и диаграмма Ламерея показаны на рис. 2. Здесь график функции последования пересекается с биссектрисой при $x \in [-2; 2]$. Поэтому при старте из этих точек в цепи сохраняется начальное состояние. Ниже состояние покоя обозначено $T = 0$, а движение с периодом $T = 1$ и мгновенными значениями $x = X$ обозначено $T = 1(X)$. При движении из точек $x \in [3; 5]$ и из точек $x \in [-6; -3]$ в цепи устанавливаются

колебания $T = 1(2)$ и $T = 1(-2)$ соответственно. Для пояснения на рис. 2 показаны лестницы Ламерея, соответствующие стартам из этих точек. Следовательно, вероятность колебаний $T = 1(2)$ равна 1/3 (ниже это обозначено $P(2) = 1/3$). Вероятности других возможных движений равны $P(0) = P(\pm 1) = 1/12$, $P(-2) = 5/12$. Следует отметить, что интервал установившихся значений $X \in [-2; 2]$ составляет так называемую мёртвую зону цифрового фильтра [1]. Рассмотрение движений при $a \in (0; 1)$ позволяет построить бифуркационную и вероятностную диаграммы. Последняя показана на рис. 3*а*.

Исследование колебаний при различных L позволило установить следующие закономерности для наиболее вероятных значений X. При произвольном значении L в установившемся режиме на выходе фильтра имеем наиболее вероятное движение $T = 1(-X)$, где $-N < -X < 0$, если на диаграмме Ламерея точки $-X$ и $-X - 1$ принадлежат области $-X$. Это означает выполнение условия

$$-X - 1/2 \le -aX < -X + 1/2 \cap -X - 1/2 \le a\,(-X - 1) < -X + 1/2,$$

откуда следует

$$(X - 1/2)/X < a \le (X + 1/2)/(X + 1).$$

При $X = 0$ с вероятностью $P = 1$ выполняется условие $0 < a \le 1/2$. В диапазоне значений $(N - 1/2)/N < a < 1$ имеем равновероятные движения $T = 1(X)$, где $X \in [-N; N_1]$. Пользуясь этими закономерностями, можно найти зависимость $X(a)$ для любого значения L.

Пусть $a < 0$ (цепь является фильтром верхних частот (ФВЧ)). В качестве примера рассмотрим случай $L = 12$, $a = -4/5$. При этом график функции последования отличается от изображенного на рис. 2 только знаком. Этот график пересекается с биссектрисой только в начале координат, что обусловливает сохранение состояния покоя при старте из точки $x = 0$. Вместе с тем при старте из точек $x \in \{\pm 1; \pm 2\}$ в цепи возникают колебания с периодом $T = 2$ и мгновенными значениями $x \in \{1; -1\}$, $x \in \{2; -2\}$ соответственно. Ниже это обозначено $T = 2(1/-1)$, $T = 2(2/-2)$. При движении из точек $x \in [-6; -3]$ и $x \in [3; 5]$ в цепи устанавливаются колебания $T = 2(2/-2)$. Соответственно, вероятности вышеуказанных движений составляют $P(0) = 1/12$, $P(1/-1) = 1/6$, $P(2/-2) = 3/4$. И здесь интервал значений $X \in [-2; 2]$ составляет мёртвую зону фильтра. Рассмотрение движений при $a \in (-1; 0)$ позволяет построить бифуркационную и вероятностную диаграммы. Последняя показана на рис. 3*б*.

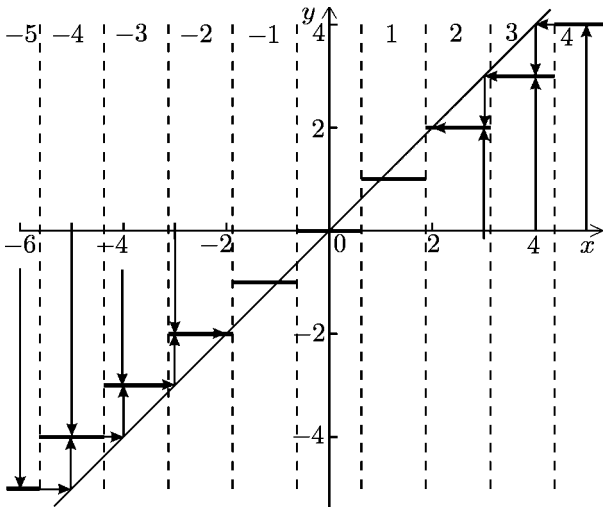


Рис. 2. Диаграмма Ламерея автономного фильтра нижних частот при $L = 12$, $a = 4/5$

Исследование колебаний для ряда значений L позволило установить следующие закономерности. На выходе фильтра имеем $X = 0$, если на диаграмме Ламерея точка $X = 1$ принадлежит области 0, откуда следует $-1/2 \le a < 0$. Наиболее вероятным является установившееся движение $T = 2(X/-X)$, где $0 < X < N_1$, если на диаграмме Ламерея точки X и $X + 1$ принадлежат области $-X$. Это означает выполнение условия

$$-(X + 1/2) \le aX < -(X - 1/2) \cap -(X + 1/2) \le a\,(X + 1) < -(X - 1/2),$$

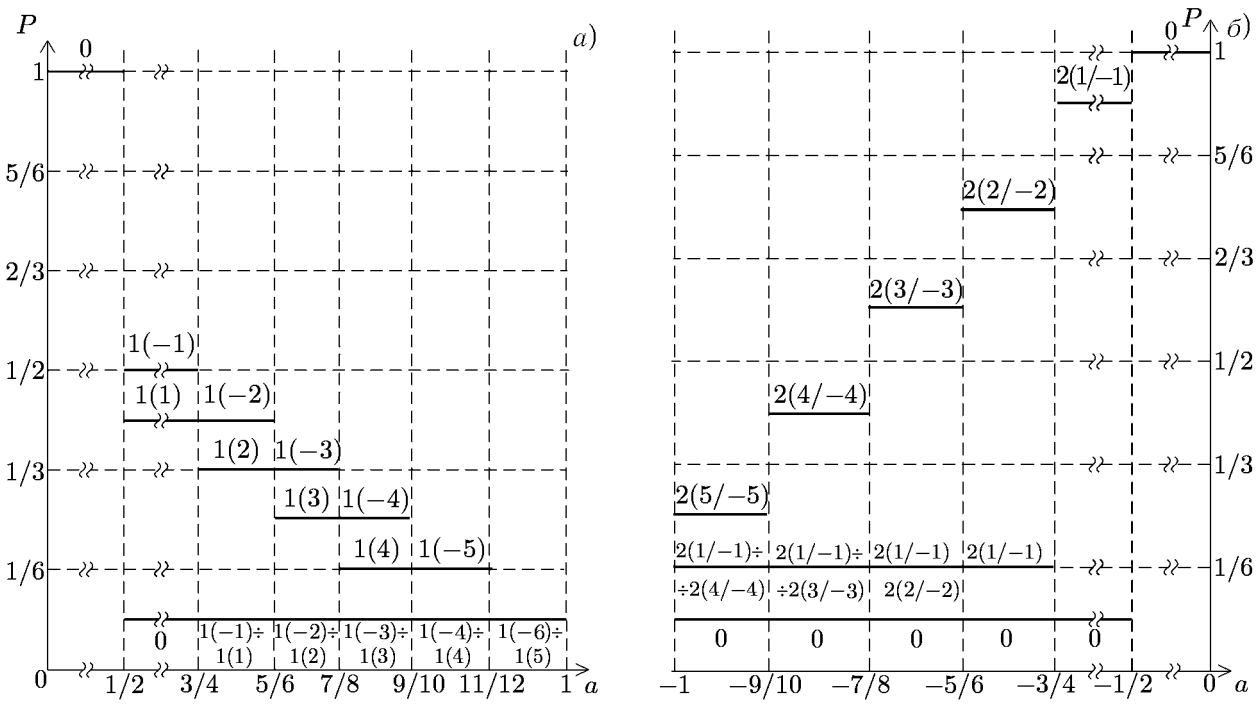


Рис. 3. Вероятностные диаграммы автономного фильтра нижних (*а*) и верхних (*б*) частот при $L = 12$

откуда следует

$$-(X + 1/2)/(X + 1) \le a < -(X - 1/2)/X.$$

При $-(L-1)/L \le a < -(N_1 - 1/2)/N_1$ имеем наиболее вероятное движение (с вероятностью $3/L$) $T = 2(N_1/-N_1)$. При $-1 < a < -(L-1)/L$ из-за возможного переполнения сумматора наиболее вероятными (с одинаковой вероятностью $2/L$) являются движения $T = 2(X/-X)$, где $1 \le X \le N_1$. Эти закономерности позволяют установить зависимость $X(a)$ для произвольного количества уровней квантования L.

Следует отметить, что зависимость верхней границы мёртвой зоны фильтра $x = X$ от параметра a при произвольной величине L определяется условием $X \le |a|\, X + 1/2$, т. к. в этом случае выходной сигнал после округления не изменяется. Отсюда имеем $X = [0{,}5/(1 - |a|)]$.

Таким образом, при выборе параметра фильтра нижних и верхних частот $|a| \le 1/2$ свободные колебания затухают до нуля, в других случаях существуют определяемые размером мёртвой зоны колебания с периодом $T = 1$ (в ФНЧ) или с периодом $T = 2$ (в ФВЧ).

2. КОЛЕБАНИЯ ПРИ ПОСТОЯННОМ СМЕЩЕНИИ НА ВХОДЕ ($u(n) = A$)

При постоянном смещении A на входе график функции последования $y = f(ax + A)$ пересекает ось ординат в точке $y = A$, при этом $\varphi = A$. В зависимости от величин a и A в системе возможны режимы без переполнения и с переполнением сумматора. Исследуем вначале режим без переполнения.

2.1. Режим без переполнения

Анализ диаграмм Ламерея для различных сочетаний параметра фильтра a, величины смещения A и числа уровней квантования L позволил установить следующие закономерности. Границе режима без переполнения в случае $a > 0$, $A > 0$ соответствует принадлежность точки N_1 на оси абсцисс области N_1 на плоскости состояний, откуда следует

$$N_1 - 1/2 \le aN_1 + A < N_1 + 1/2,$$

т. е.

$$(N_1 - 1/2 - A)/N_1 \le a < (N_1 + 1/2 - A)/N_1. \tag{2}$$

При $a > 0$, $A < 0$ граница обусловлена принадлежностью точки $-N$ области $-N$. Следовательно, должны выполняться условия

$$-N - 1/2 \le -aN + A < -N + 1/2,$$

т. е.

$$(N - 1/2 + A)/N < a \le (N + 1/2 + A)/N. \tag{3}$$

Пусть $a < 0$, $A > 0$. На границе режима без переполнения точка $-N$ расположена в области N_1, откуда следует

$$N_1 - 1/2 \le -aN + A < N_1 + 1/2,$$

т. е.

$$(-N_1 - 1/2 + A)/N < a \le (-N_1 + 1/2 + A)/N. \tag{4}$$

При $a < 0$, $A < 0$ граница характеризуется принадлежностью точки N_1 области $-N$. Это означает

$$-N - 1/2 \le aN_1 + A < -N + 1/2,$$

т. е.

$$-(N + 1/2 + A)/N_1 \le a < -(N - 1/2 + A)/N_1. \tag{5}$$

Исследуем процессы при отсутствии переполнения.

Пусть $A > 0$, $a > 0$. В качестве примера рассмотрим случай $A = 1$. Диаграмма Ламерея для $L = 12$, $a = 4/5$ показана на рис. 4*а*. Здесь график функции последования пересекается с биссектрисой при $x \in [3; 5]$. Следовательно, при старте из точек $x \in [-6; 3]$ в цепи устанавливается колебание $T = 1(3)$. При старте из точек $x = 4$ и $x = 5$ имеем соответственно движения $T = 1(4)$ и $T = 1(5)$. Поэтому вероятности колебаний равны $P(3) = 5/6$, $P(4) = P(5) = 1/12$. Рассмотрение движений при $a \in (0; 1)$ позволяет построить бифуркационную и вероятностную диаграммы режима без переполнения. Последняя показана на рис. 5*а*.

Анализ колебаний для ряда значений L и A позволил определить следующие закономерности для наиболее вероятных установившихся величин $x = X$. Если внешнее воздействие удовлетворяет условию $0 < A < A_{\text{гр}}$, где $A_{\text{гр}}$ — граничное значение A режима без переполнения для заданного a, то на выходе ФНЧ имеем наиболее вероятное движение $T = 1(X)$, где $A < X \le N_1$, если на диаграмме Ламерея точки $X - 1$ и X принадлежат области X. Это означает выполнение условия

$$X - 1/2 \le aX + A < X + 1/2 \cap X - 1/2 \le a\,(X - 1) + A < X + 1/2,$$

откуда следует

$$(X - 1/2 - A)/(X - 1) \le a < (X + 1/2 - A)/X.$$

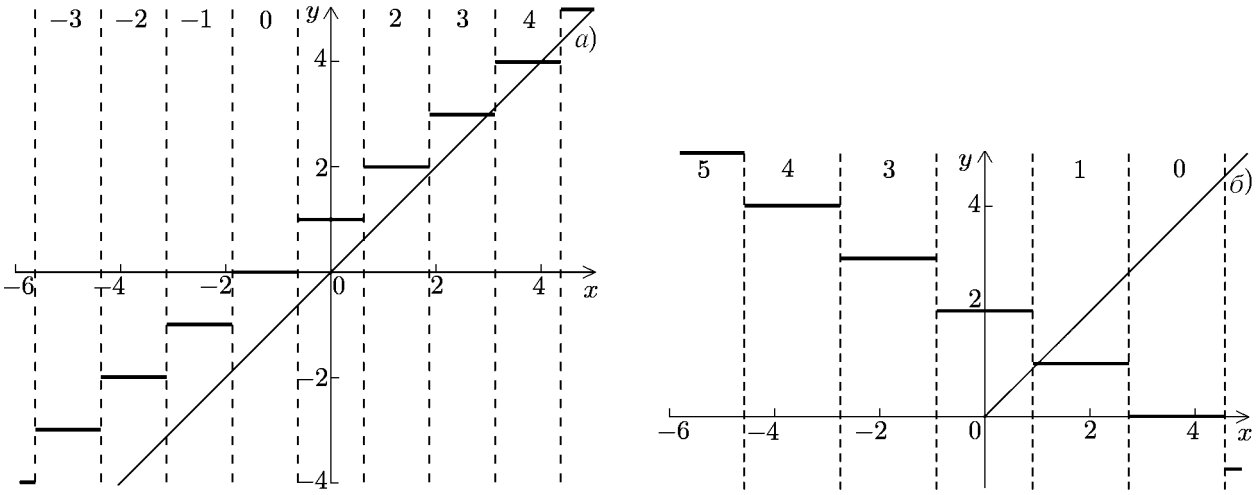


Рис. 4. Диаграммы Ламерея при $L = 12$: $A = 1$, $a = 4/5$ (*а*) и $A = 2$, $a = -6/11$ (*б*)

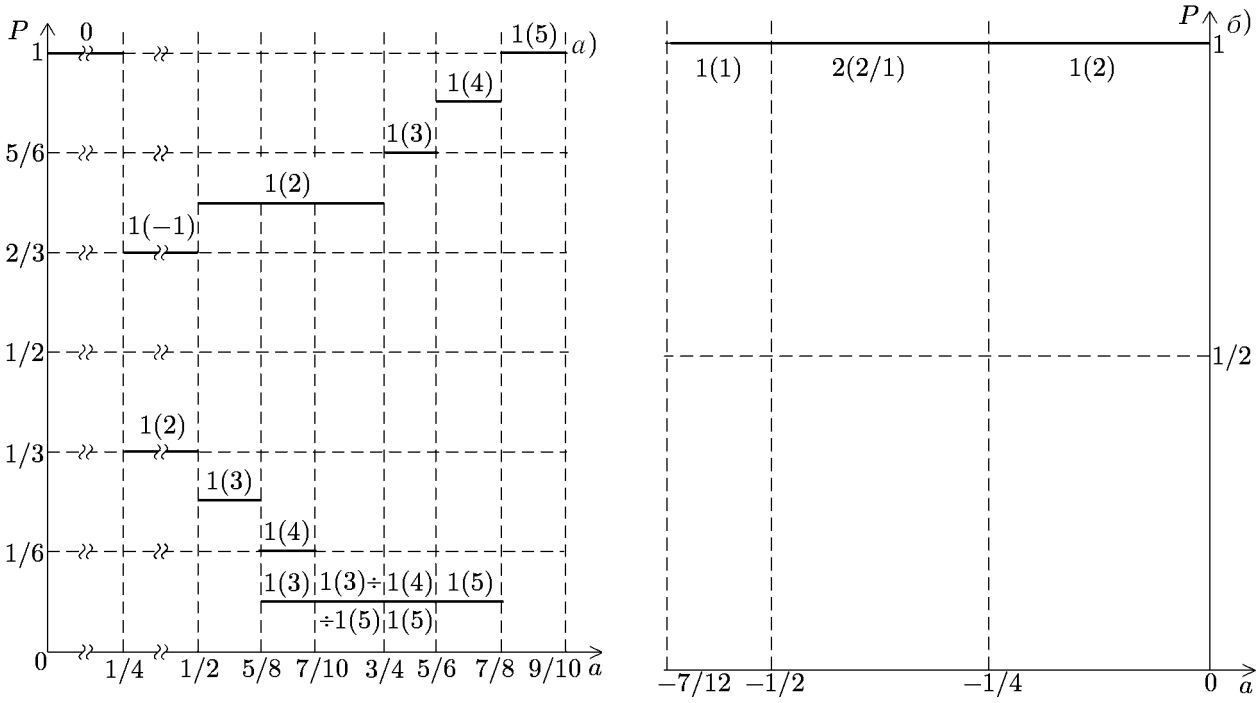


Рис. 5. Вероятностные диаграммы фильтров нижних частот при $A = 1$ (*а*) и верхних частот при $A = 2$ (*б*)

При $X = A$ необходимо воспользоваться выражением $0 < a < 1/(2A)$. При $A = N_1$ и отсутствии переполнения на выходе фильтра имеем единственное установившееся колебание $T = 1(N_1)$.

Пусть $A < 0$, $a > 0$. Воспользовавшись методикой, описанной выше, получаем следующие закономерности для наиболее вероятных установившихся колебаний при произвольных L и a. В случае смещения $-N_1 \le A < -1$ на выходе ФНЧ имеем $T = 1(X)$, где $-N \le X \le A$, если точки X и $X + 1$ принадлежат области X. Это означает выполнение условия

$$X - 1/2 \le aX + A < X + 1/2 \cap X - 1/2 \le a\,(X + 1) + A < X + 1/2,$$

откуда следует

$$(X + 1/2 - A)/(X + 1) < a \leq (X - 1/2 - A)/X. \tag{6}$$

При смещении $A = -1$ на выходе фильтра имеем $T = 1(-1)$, если точка $X = -1$ принадлежит области -1, что означает $0 < a \leq 1/2$. При том же смещении имеем $T = 1(X)$, где $-N \leq X < -1$, если точки X и $X+1$ принадлежат области X. Это означает выполнение условия (6), где $A = -1$. При $A = -N$ и отсутствии переполнения на выходе фильтра имеем единственное установившееся колебание $T = 1(-N)$.

Пусть $A > 0$, $a < 0$. В качестве примера рассмотрим случай $A = 2$. На рис. 4*б* приведена диаграмма Ламерея для $L = 12$, $a = -6/11$. Здесь график функции последования пересекается с биссектрисой в единственной точке при $x = 1$. При таком виде функции последования и старте из точек $x \in [-6; 5]$ на выходе фильтра имеем единственное установившееся колебание $T = 1(1)$. Рассмотрение движений при других значениях a в области без переполнения позволяет построить бифуркационную и вероятностную диаграммы. Последняя показана на рис. 5*б*.

Анализ колебаний для ряда значений A и L позволил установить следующие закономерности для наиболее вероятных установившихся величин X. В общем случае произвольного $1 < A \leq N_1$ на выходе ФВЧ имеем $T = 1(X)$, где $1 < X \leq A$, если точки $X - 1$ и X принадлежат области X или точки X и $X + 1$ принадлежат области X. Это означает выполнение условия

$$X - 1/2 \leq aX + A < X + 1/2 \cap X - 1/2 \leq a\,(X - 1) + A < X + 1/2$$

или

$$X - 1/2 \leq aX + A < X + 1/2 \cap X - 1/2 \leq a\,(X + 1) + A < X + 1/2,$$

откуда следует

$$(X - 1/2 - A)/X \leq a < (X + 1/2 - A)/(X - 1) \tag{7}$$

или

$$(X - 1/2 - A)/(X + 1) \leq a < (X + 1/2 - A)/X. \tag{8}$$

При $X = 1$ следует пользоваться выражением (8). В случае $A = 1$ единственным колебанием с периодом $T = 1$ является $T = 1(1)$ при условии

$$-1/2 \leq a < 0. \tag{9}$$

Левая граница этого интервала обусловлена принадлежностью точки $X = 1$ области 1. Другим областям параметра $a < 0$ в режиме без переполнения по сравнению с определяемыми из (7)–(9) соответствуют наиболее вероятные колебания с периодом $T = 2$.

Пусть $A < 0$, $a < 0$. В случае смещения $-N \leq A < -1$ на выходе ФВЧ имеем наиболее вероятное установившееся колебание $T = 1(X)$, где $A \leq X < -1$, если на диаграмме Ламерея точки $X - 1$ и X принадлежат области X или точки X и $X + 1$ принадлежат области X. Результирующие соотношения получаем из (7), (8) путём замены знаков $\geq$ и $<$ на $\leq$ и $>$ соответственно. В том же диапазоне смещения на входе фильтра на его выходе имеем установившееся колебание $T = 1(-1)$, если выполняется условие (7) с вышеуказанной заменой знаков неравенств. В случае $A = -1$ единственным колебанием с периодом $T = 1$ является $T = 1(-1)$ при условии $-1/2 < a < 0$. Левая граница этого интервала обусловлена принадлежностью точки $X = -1$ области -1. Другим областям параметра $a < 0$ в режиме без переполнения по сравнению с определёнными выше соответствуют наиболее вероятные колебания с периодом $T = 2$.

Полученные закономерности позволяют найти зависимость $X(a)$ при любых L и a для режима без переполнения. Исследуем теперь режим с переполнением сумматора.

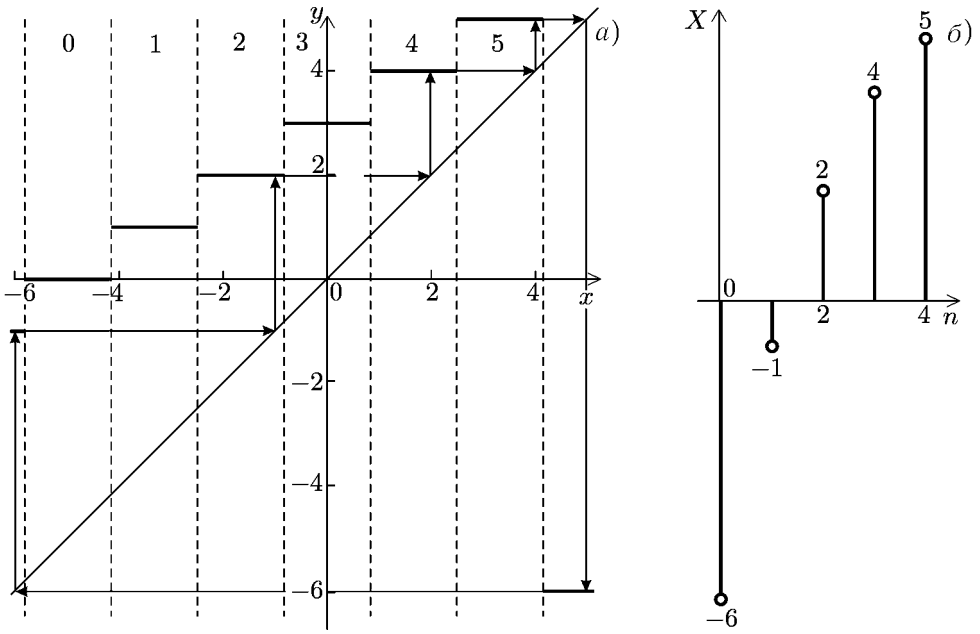


Рис. 6. Лестница Ламерея (*а*) и осциллограмма колебаний на одном периоде $T = 5$ (*б*) для ФНЧ с переполнением при $a = 3/5$, $A = 3$

2.2. Режим с переполнением

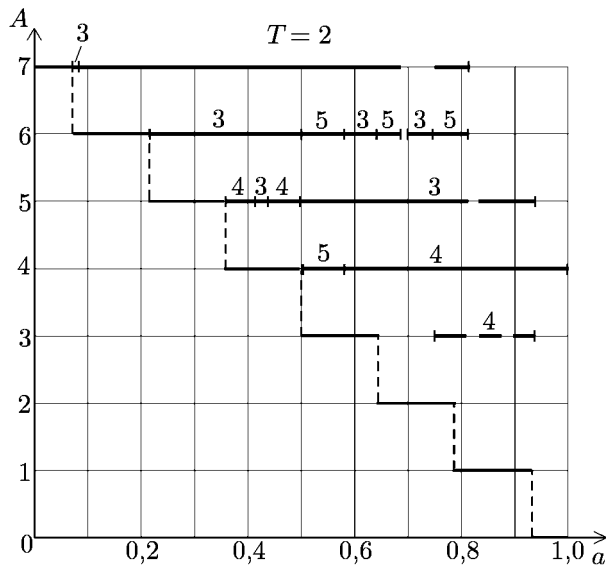


Рис. 7. Область существования периодических колебаний в фильтре нижних частот при $A > 0$ и $M = 3$

Переполнение сумматора, возникающее при определённых значениях a и постоянного смещения A, может привести к существенному усложнению вида функции последования и значительно изменить форму выходных колебаний. Исследования диаграмм Ламерея показали, что в ФНЧ в установившемся режиме возникают периодические колебания с широким спектром значений $T > 1$. В качестве примера на рис. 6*а* показана лестница Ламерея, поясняющая возникновение таких колебаний с периодом $T = 5$ в ФНЧ с параметром $a = 3/5$ при смещении $A = 3$. На рис. 6*б* приведена осциллограмма колебаний на одном периоде.

В общем случае при $a > 0$ величины T, a и A связаны соотношением

$$f(ax(T-1) + A) = x(0), \qquad (10)$$

где $x(n+1)$ находится из уравнения (1) при $u(n) = A$. Выражение (10) позволяет рассчитывать области $A(a)$, при которых существуют колебания с определёнными значениями T. В качестве примера на рис. 7 приведены расчётные области для $A > 0, T \in [2; 5]$. Результаты можно сравнить с областями, приведёнными в [6], где эффекты квантования не учитываются, что соответствует $L = \infty$.

Исследования движений в ФВЧ при произвольном знаке A показали, что при переполнении наиболее вероятные движения с периодом $T = 1$ подчиняются тем же закономерностям, которые установлены выше для режима без переполнения. При других значениях параметра $a < 0$ в системе устанавливаются колебания с периодом $T = 2$, но с более широким по сравнению с режимом без переполнения спектром мгновенных значений x.

Таким образом, при постоянном смещении A на входе в отсутствие переполнения сумматора на выходе ФНЧ имеем колебания с периодом $T = 1$ и мгновенными значениями $X \in [A; N_1]$ и $X \in [A; -N]$ для $A > 0$ и $A < 0$ соответственно в зависимости от параметра a. На выходе ФВЧ в зависимости от величины a существуют колебания с периодом $T = 1$ и мгновенными значениями $X \in [1; A]$ и $X \in [A; -1]$ соответственно для $A > 0$ и $A < 0$ или колебания с периодом $T = 2$. В установившемся режиме с переполнением в ФНЧ возникают периодические колебания с широким спектром значений $T > 1$, а наиболее вероятные движения с периодом $T = 1$ в ФВЧ подчиняются тем же закономерностям, что и в режиме без переполнения; при других значениях $a < 0$ имеют место колебания с периодом $T = 2$.

Теоретические результаты подтверждены компьютерным моделированием.

Полученные закономерности нетрудно распространить на случай, когда переменные представляются в форме чисел с выравниванием слева (т. е. в виде дробных чисел). Для этого достаточно ввести новую переменную $\bar{x} = xq$, где $q = 1/N$ — шаг квантования.

3. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотрены рекурсивные цифровые фильтры нижних и верхних частот, использующие арифметику с фиксированной запятой, в предположении, что операция сложения выполняется в дополнительном коде с округлением и произвольным числом уровней квантования. Сумматор имеет пилообразную характеристику. Методом точечных отображений исследованы свободные колебания и колебания при постоянном смещении на входе. Поведение системы характеризуется бифуркационными и вероятностными диаграммами. Установлены границы режима работы фильтров без переполнения сумматора. Получены выражения для расчётов наиболее вероятных установившихся колебаний. Полученные в настоящей работе зависимости $X(a, A)$ позволяют определить границы устойчивости автономной системы (при $u(n) = 0$), а также отказаться от применяемой только в идеальном фильтре (когда $M = \infty$) формулы для определения реакции на постоянное смещение на входе [6] $X = A/(1 - a)$ и найти реакцию при заданном числе M. Результаты исследования процессов в ФВЧ, кроме того, дают возможность определить области допустимых значений параметра a, при которых в фильтре отсутствуют паразитные периодические колебания. Развитие описанной в данной работе методики позволит в дальнейшем решать задачи анализа воздействия на цифровые фильтры нижних и верхних частот гармонического сигнала и тем самым установить зависимость частоты среза фильтра от числа разрядов в представлении чисел.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Рабинер Л., Гоулд Б. Теория и применение цифровой обработки сигналов. М.: Мир, 1978.
2. Морозов В. А., Хаджи Б. А. // Радиотехника и электроника. 2002. Т. 47, № 10. С. 1 212.
3. Бутенин Н. В., Неймарк Ю. И., Фуфаев Н. А. Введение в теорию нелинейных колебаний. М.: Наука, 1987.

4. Брюханов Ю. А. // Радиотехника и электроника. 2002. Т. 47, № 10. С. 1 208.
5. Горяченко В. Д. Элементы теории колебаний. М.: Высшая школа, 2001.
6. Брюханов Ю. А. // Изв. вузов. Прикл. нелин. дин. 1999. Т. 7, № 4. С. 29.

Поступила в редакцию 3 марта 2004 г.; принята в печать 1 сентября 2005 г.

EFFECTS OF QUANTIZATION IN DIGITAL RECURSIVE FIRST-ORDER FILTERS WITH THE REPRESENTATION OF NUMBERS IN THE ADDITIONAL CODE AND ROUNDING OFF AFTER ADDING

Yu. A. Bryukhanov

We study the processes in the lower- and higher-frequency filters that use fixed-point arithmetics, assuming that the filter parameter is exactly specified and the multiplication operation is performed, while the addition operation is carried out in an additional code with rounding off. The adder has a sawtooth characteristic. The method of dot mapping is used for a study of free oscillations and oscillations under constant displacement at the input, both in the absence and in the presence of the adder overflow. Expressions for calculation of the most probable modes for an arbitrary number of quantization levels are obtained.

УДК 519.217.4+519.224.24

УСКОРЕННАЯ СУПЕРДИФФУЗИЯ ЧАСТИЦ

С. Г. Уткин

Нижегородский госуниверситет им. Н. И. Лобачевского, г. Нижний Новгород, Россия

В статье рассмотрен новый тип случайных блужданий частиц со скачкообразным изменением ускорения. Выведены соответствующие кинетические уравнения для плотности вероятностей координат частиц. Установлено, что в указанном случае плотность вероятностей подчиняется дробно-диффузионному уравнению. При этом как суб- так и супердиффузия возникают при достаточно быстро спадающем распределении случайных времён ожиданий, что ранее не отмечалось и является принципиально новым эффектом в теории аномальной диффузии.

ВВЕДЕНИЕ

В последнее время появляется много работ, в той или иной степени затрагивающих проблемы аномальной суб- и супердиффузии. Это связано с возрастающим интересом к ещё неизученным особенностям процессов переноса частиц в различных средах. Так, например, субдиффузия обнаружена при переносе носителей заряда в аморфных полупроводниках [1], в динамике пузырька в полимерной решётке [2], а супердиффузия наблюдается в полупроводниках [3, 4], в турбулентной диффузии Ричардсона [5], в квантовой оптике [6] и др. Основным отличием аномальной диффузии является нелинейный рост среднего квадрата процесса (например, координаты частицы) с течением времени. Чаще всего этот рост подчиняется степенному закону:

$$\left\langle X^2(t)\right\rangle \propto t^{\gamma},$$

где γ принимает значения от 0 до 2. Цель данной работы — обсудить модельный, но тем не менее физически корректный процесс, приводящий к супердиффузии с показателем степени $\gamma \geq 2$. Это качественно новый класс процессов по сравнению с рассмотренными ранее [7–10].

1. АНОМАЛЬНЫЕ БЛУЖДАНИЯ

Рассмотрим процесс аномального одномерного блуждания частицы со степенной зависимостью изменения координаты от времени, фактически описывающий влияние случайного поля сил. Пусть в начальный момент времени $t_0 = 0$ частица находилась в точке $x = 0$ и движется по закону

$$X(t) = a_1 t^2.$$

Затем, в моменты времени $\{t_1, t_2, \ldots, t_k, \ldots\}$, частица на мгновение замирает и продолжает движение по закону

$$X(t) = X(t_k) + a_{k+1}\,(t - t_k)^2.$$

Здесь $\{a_2, a_3, \ldots, a_{k+1}, \ldots\}$ — взаимно независимые случайные коэффициенты («ускорения»), учитывающие влияние на частицу внешних хаотических силовых полей. Скорость частицы в моменты времени $\{t_1, t_2, \ldots, t_k, \ldots\}$ считается равной нулю, что, с одной стороны, не ограничивает общность задачи, убирая лишь постоянный снос, а с другой стороны, позволяет аналитически

проследить качественно новые эффекты на более простой модели. Результирующий процесс выглядит следующим образом:

$$X(t) = \sum_k a_{k+1}\,(t - t_k)^2.$$

Пусть ко времени t частица совершила $N(t)$ таких «скачков». Поскольку об универсальных законах диффузии имеет смысл говорить лишь при достаточно большом значении $N(t)$, то для разумной идеализации задачи будем считать значением исследуемого процесса $X(t)$ в текущий момент времени t координату частицы в момент последнего совершенного ею «скачка» $t_N = T(N)$, $N \gg 1$. Вводя случайные интервалы времени $\tau_k = t_k - t_{k-1}$, для координаты частицы в момент времени t получим

$$X(t) = X[T(N)] = \sum_{k=1}^{N(t)} a_k \tau_k^2,$$

где

$$t = T(N) = \sum_{k=1}^{N} \tau_k.$$

Заметим, что функции $N(t)$ и $T(n)$ связаны очевидным соотношением

$$N(t) \geq n \quad \longleftrightarrow \quad T(n) < t, \tag{1}$$

что существенно облегчает задачу нахождения приведённых выше сумм, а также делает возможным переход от дискретных переменных к непрерывным.

Запишем характеристическую функцию процесса $X(t)$:

$$\Theta(u;t) = \big\langle \exp[iuX(t)] \big\rangle.$$

Пользуясь соотношением эквивалентности (1), для лаплас-образа искомой характеристической функции получим

$$\hat{\Theta}(u;s) = \int\limits_0^\infty \Theta(u;t)\exp(-st)\,\mathrm{d}t = \frac{1}{s}\sum_{n=0}^{\infty}\Big\{\big\langle \exp[iuX(n) - sT(n)]\big\rangle - \big\langle \exp[iuX(n) - sT(n+1)]\big\rangle\Big\}. \tag{2}$$

Будем считать, что интервалы τ_k и ускорения a_k взаимно независимы и имеют распределения $f(\tau)$ и $w(a)$ соответственно. Тогда средние в (2) преобразуются в произведение средних, и после суммирования полученной при этом геометрической прогрессии для лаплас-образа характеристической функции имеем

$$\hat{\Theta}(u;s) = \frac{1}{s}\,\frac{1 - \hat{f}(s)}{1 - g(u;s)}\ . \tag{3}$$

Здесь $\hat{f}(s)$ — лаплас-образ распределения $f(\tau)$,

$$g(u;s) = \big\langle \tilde{w}(u\tau^2)\exp(-s\tau)\big\rangle,$$

где $\tilde{w}(z)$ — характеристическая функция случайных ускорений a_k, а угловые скобки обозначают усреднение по статистике случайных интервалов τ_k.

2. СТАТИСТИКА КООРДИНАТЫ ДИФФУНДИРУЮЩЕЙ ЧАСТИЦЫ

Наиболее простой, но тем не менее информативной статистической характеристикой любого случайного блуждания служит средний квадрат координаты частицы. Исследуем асимптотическое поведение среднего квадрата ускоренного супердиффузионного процесса на больших временах. Для этого воспользуемся преобразованием Лапласа:

$$\hat{X}^2(s) = \int\limits_0^\infty \langle X^2(t)\rangle \exp(-st)\,\mathrm{d}t = -\left.\frac{\partial^2\hat{\Theta}(u;s)}{\partial u^2}\right|_{u=0}. \tag{4}$$

Вычислим лаплас-образ, подставив в (4) первые слагаемые разложения $\hat{\Theta}(u;s)$ в ряд Тэйлора в окрестности $u=0$, полагая $\langle a\rangle = 0$, $\langle a^2\rangle = \sigma^2$, при этом

$$g(u;s) = \hat{f}(s) - \frac{\sigma^2 u^2}{2}\,\frac{\mathrm{d}^4}{\mathrm{d}s^4}\,\hat{f}(s). \tag{5}$$

Таким образом,

$$\hat{X}^2(s) = \frac{\sigma^2}{s\varphi(s)}\ , \qquad \varphi(s) = \frac{1-\hat{f}(s)}{\hat{f}^{\mathrm{IV}}(s)}\ , \tag{6}$$

и поведение среднего квадрата на больших временах полностью определяется характером распределения случайных интервалов (использованное здесь обозначение $\hat{f}^{\mathrm{IV}}(s)$ соответствует четвёртой производной функции $\hat{f}(s)$ по s).

Интересующая нас аномальная супердиффузия возникает, если упомянутое распределение имеет медленно спадающую степенную асимптотику

$$f(\tau) \propto k^\beta \tau^{-1-\beta}, \qquad \tau\to\infty, \qquad \beta>0.$$

При этом первые два момента распределения могут и существовать (если $\beta>2$), что немаловажно при описании реальных физических процессов.

Примером функции с подобной асимптотикой может служить

$$f(\tau) = \frac{\beta\tau_0^\beta}{(\tau+\tau_0)^{\beta+1}}\ ,$$

где τ_0 — некий характерный временнóй масштаб случайных интервалов, в данном случае явно выражающийся через среднее время ожидания для значений $\beta>1$, при которых это среднее существует:

$$\langle\tau\rangle = \frac{\tau_0}{\beta-1}\ .$$

Заметим, что в зависимости от параметра β асимптотики среднего квадрата будут различны. Это происходит из-за того, что качественно различаются разложения лаплас-образа $\hat{f}(s)$ в случаях $0<\beta<1$ и $1<\beta<4$.

Рассмотрим эти случаи последовательно. При $0<\beta<1$

$$\hat{f}(s) \propto 1 - k^\beta\,\frac{\Gamma(1-\beta)}{\beta}\,s^\beta, \tag{7}$$

$$\hat{f}^{\mathrm{IV}}(s) \propto k^\beta\Gamma(4-\beta)s^{\beta-4}. \tag{8}$$

Тогда

$$\hat{X}^2(s) \propto \frac{\sigma^2\beta\Gamma(4-\beta)}{\Gamma(1-\beta)}\, s^{-5}, \qquad \langle X^2(t)\rangle \propto \frac{\sigma^2\beta\Gamma(4-\beta)}{\Gamma(5)\Gamma(1-\beta)}\, t^4,$$

т. е. случайные изменения ускорения настолько редки, что не влияют на движение частиц.

В противном случае, когда $1 < \beta < 4$, производная (8) не изменится, а вторым слагаемым разложения (7) неизменно будет $\langle\tau\rangle\, s$:

$$\hat{f}(s) \propto 1 - \langle\tau\rangle\, s + \ldots + k^\beta\, \frac{\Gamma(1-\beta)}{\beta}\, s^\beta, \tag{9}$$

соответственно

$$\hat{X}^2(s) \propto \frac{\sigma^2 k^\beta}{\langle\tau\rangle}\, \Gamma(4-\beta) s^{\beta-6}, \qquad \langle X^2(t)\rangle \propto \frac{\sigma^2 k^\beta}{\langle\tau\rangle}\, \frac{\Gamma(4-\beta)}{\Gamma(6-\beta)}\, t^{5-\beta}.$$

Отметим, что полученные соотношения полностью согласуются с аналогичными выражениями в уже исследованных ранее частных случаях случайного скачкообразного процесса [7] и случайных блужданий со скачкообразным изменением скорости частицы [8].

3. УРАВНЕНИЯ АНОМАЛЬНОЙ СУПЕРДИФФУЗИИ

Заметим, однако, что, хотя средний квадрат довольно информативен, более детальное представление о свойствах аномального диффузионного процесса даёт его вероятностное распределение. Выведем уравнения для плотности вероятностей координаты аномально диффундирующей частицы. С этой целью подставим в уравнение для лаплас-образа характеристической функции (3) выражение (5). В результате имеем

$$\hat{\Theta}(u;s) = \frac{1}{s}\, \frac{\varphi(s)}{\varphi(s) + \sigma^2 u^2/2}\ . \tag{10}$$

Подставляя в последнее равенство асимптотики (7)–(9), в различных случаях получаем одно и то же уравнение

$$s^\nu \hat{\Theta}(u;s) + D u^2 \hat{\Theta}(u;s) = s^{\nu-1}, \qquad s \to 0, \tag{11}$$

где в зависимости от параметра β показатель степени ν и коэффициент D будут принимать различные значения: при $0 < \beta < 1$

$$\nu = 4, \qquad D = \frac{\sigma^2\beta\Gamma(4-\beta)}{2\Gamma(1-\beta)}\ ,$$

при $1 < \beta < 4$

$$\nu = 5 - \beta, \qquad D = \frac{\sigma^2 k^\beta}{2\,\langle\tau\rangle}\, \Gamma(4-\beta).$$

Применив обратные преобразования Фурье и Лапласа к (11), найдём уравнение для плотности вероятностей исследуемого процесса:

$$\frac{\partial^\nu}{\partial t^\nu}\, W(x;t) = D\, \frac{\partial^2}{\partial x^2}\, W(x;t) + \frac{t^{-\nu}}{\Gamma(1-\nu)}\, \delta(x), \qquad t \to \infty. \tag{12}$$

Это так называемое дробно-диффузионное уравнение или уравнение дробной диффузии [7].

Перед тем как решить уравнение (12), обсудим вид его решения. Перепишем (10) в виде, схожем с (11):

$$\hat{\Theta}(u;s) = \frac{s^{\nu-1}}{s^{\nu} + Du^2} \ .$$

Делая замену переменной

$$p = \frac{s}{D^{1/\nu}u^{2/\nu}} \ ,$$

получим

$$\hat{\Theta}'(u;p) = \frac{1}{D^{1/\nu}u^{2/\nu}} \ \frac{p^{\nu-1}}{p^{\nu}+1} \ .$$

Таким образом, характеристическая функция выразится через лаплас-образ некой функции $\Phi(t)$

$$\hat{\Phi}(s) = \frac{s^{\nu-1}}{s^{\nu}+1}$$

как

$$\Theta(u;t) = \Phi(D^{1/\nu}u^{2/\nu}t),$$

а сама плотность вероятностей выразится через обратное преобразование Фурье $F(z)$ от функции $\Phi(w)$:

$$W(x;t) = \frac{1}{\sqrt{Dt^{\nu}}} F\left(\frac{x}{\sqrt{Dt^{\nu}}}\right), \tag{13}$$

т. е. решение уравнения (12) будет автомодельным.

4. ПЛОТНОСТЬ ВЕРОЯТНОСТЕЙ АНОМАЛЬНОГО СУПЕРДИФФУЗИОННОГО ПРОЦЕССА

В общем случае решение уравнения (12) удаётся найти в интегральном виде. Выразив для этого лаплас-образ характеристической функции процесса, применим к нему обратное преобразование Фурье:

$$\tilde{W}(x;s) = \frac{s^{\nu/2-1}}{\sqrt{D}} \exp\left(-\frac{s^{\nu/2}\,|x|}{\sqrt{D}}\right).$$

Найдя обратное преобразование Лапласа от полученной функции, получим итоговый вид функции F:

$$F(z) = \frac{1}{2\pi} \int\limits_{-\infty}^{+\infty} E_{\nu/2}(iu) \exp(iuz)\,\mathrm{d}u,$$

что соответствует обратному преобразованию Фурье от функции Миттаг—Лефлера $E_{\nu/2}(iu)$. В случаях $\nu < 1$ и $1 < \nu < 2$ искомая функция $F(z)$ принимает форму уже исследованных ранее [7, 8] суб- и супердиффузионного распределений (рис. 1 и 2 соответственно).

Таким образом, в данной работе удалось расширить класс степенных функций распределения случайных интервалов, при которых наблюдается аномальная диффузия. Однако для этого необходимо, чтобы соответствующие случайные процессы обладали несколько иной кинематикой, чем рассмотренные ранее. Теперь случайным образом изменяется ускорение движения частиц, что может соответствовать изменению силового поля, часто упоминаемого в работах других авторов [11, 12].

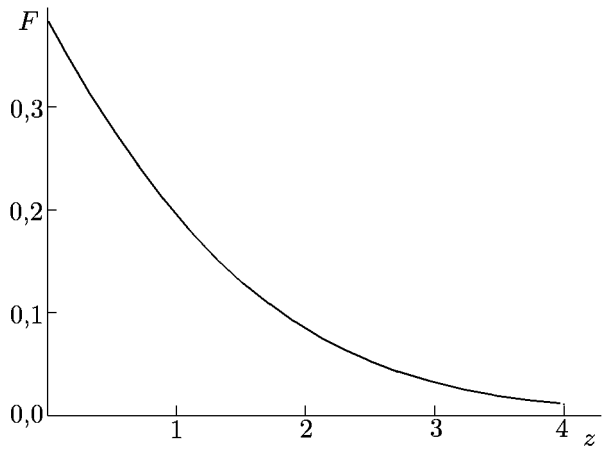


Рис. 1

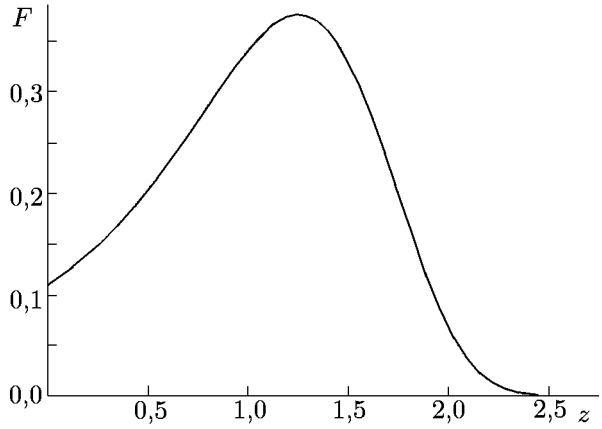


Рис. 2

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Чукбар К. В. // ЖЭТФ. 1995. Т. 108, вып. 5. С. 1 875.
2. Amblard F., Maggs A. C., Yurke B. // Phys. Rev. Lett. 1996. V. 77. P. 4 470.
3. Учайкин В. В. // ЖТФ. 1998. Т. 68, вып. 1. С. 138.
4. Учайкин В. В., Саенко В. В. // ЖТФ. 2001. Т. 71, вып. 2. С. 8.
5. Shlesinger M. F., West B. J., Klafter J. // Phys. Rev. Lett. 1987. V. 58. P. 1 100.
6. Schaufler S., Schleich W. P., Yakovlev V. P. // Phys. Rev. Lett. 1999. V. 83. P. 3 162.
7. Саичев А. И., Уткин С. Г. // Актуальные проблемы стат. радиофизики. 2002. Т. 1, вып. 1. С. 5.
8. Саичев А. И., Уткин С. Г. // ЖТФ. 2003. Т. 73, вып. 7. С. 1.
9. Учайкин В. В. // Теор. мат. физика. 1998. Т. 115, № 1. С. 154.
10. Забурдаев В. Ю., Чукбар К. В. // ЖЭТФ. 2002. Т. 121, вып. 2. С. 299.
11. Metzler R., Klafter J., Sokolov I. M. // Phys. Rev. E. 1998. V. 58. P. 1 621.
12. Barkai E. // Chem. Phys. 2002. V. 284, No. 1. P. 3.

Поступила в редакцию 7 февраля 2005 г.; принята в печать 20 сентября 2005 г.

ACCELERATED SUPERDIFFUSION OF PARTICLES

S. G. Utkin

We consider a new type of random walks of particles with a jump-like variation of acceleration. The corresponding kinetic equations for the probability density of the particle coordinates are derived. The probability density is found to obey the fractional diffusive equation. In this case, both the subdiffusion and superdiffusion emerge for a sufficiently quickly falling off distribution of random waiting times, which was not observed previously and is a fundamentally new phenomenon in the theory of anomalous diffusion.

КОММЕНТАРИЙ К СТАТЬЕ И. А. АНДРОНОВОЙ «ВЛИЯНИЕ КОГЕРЕНТНОСТИ ИЗЛУЧЕНИЯ НА ЭФФЕКТЫ ПОЛЯРИЗАЦИОННОЙ НЕВЗАИМНОСТИ ВОЛОКОННЫХ КОЛЬЦЕВЫХ ИНТЕРФЕРОМЕТРОВ»

(Изв. вузов. Радиофизика. 2004. Т. 47, № 10–11. С. 982)

И. А. Андронова

Институт прикладной физики РАН, г. Нижний Новгород, Россия

В статье [1] результаты рассмотрения поляризационной фазовой невзаимности (ПФН) волоконного кольцевого интерферометра (ВКИ) для когерентного источника и однородного волокна без связи волн ортогональных поляризаций недостаточно корректно были применены при выводе приближённого выражения для ПФН в случае низкокогерентного источника излучения (длина когерентности L_{k} много меньше длины контура ВКИ L) и неоднородного волокна со связью ортогональных мод, определяемой параметром h. Дело в том, что для случая $E_x \neq 0$, $E_y = 0$ (см. формулу (9) в [1] на стр. 987) эффект ПФН связан с интерференцией встречных волн, возникающих в ортогональных поляризациях по всей длине волокна L на неоднородностях, симметрично расположенных относительно середины волоконного контура, и пропорционален квадрату коэффициента экстинкции ε^2. Однако в статье полагается, что эффект ПФН возникает на концах волокна и связан с интерференцией основного излучения и излучения, возникшего в ортогональной поляризации из-за наличия неоднородностей, и поэтому он пропорционален ε. В связи с этим амплитуда невзаимной фазы $\varepsilon h L_{\mathrm{E}}$ в выражении (9) работы [1] должна быть заменена на величину $\varepsilon^2 h \sqrt{L L_{\mathrm{D}}}$, приведённую в [2]. Однако указанное выше физически понятное выражение в работе [2] приводится без вывода и не содержит члена, определяющего температурную зависимость эффекта. В связи с этим вопрос о замене в $\sqrt{L L_{\mathrm{D}}}$ длины деполяризации L_{D} на длину $L_{\mathrm{E}} < L_{\mathrm{D}}$, определяющую температурный период изменения невзаимной фазы, связанный с неоднородностями, остаётся открытым. Кроме того, следует отметить, что проведённое в работе [3] для рассматриваемого случая ($E_x \neq 0$, $E_y = 0$) математическое моделирование показало, что эффект ПФН, обусловленный связью ортогональных мод на неоднородностях при реальных параметрах ВКИ, составляет порядка 10^{-12} рад, что находится далеко за пределами чувствительности современных волоконных гироскопов.

Я благодарна Г. Б. Малыкину за замечания, послужившие основой этого письма.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1] Андронова И. А. // Изв вузов. Радиофизика. 2004. Т. 47, № 10–11. С. 982.

[2] Козел С. М., Листвин В. Н., Шаталин С. В., Юшкайтис Р. В. // Оптика и спектроскопия. 1986. Т. 61. № 6. С. 1295.

[3] Малыкин Г. Б., Позднякова В. И. // Оптика и спектроскопия. 2004. Т. 96, № 2. С. 274.