МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Известия высших учебных заведений

РАДИОФИЗИКА

ежемесячный научно-технический журнал

Издаётся с апреля 1958 г.

Том XLVII № 7 **Нижний Новгород** **2004**

Содержание

УДК 550.388.2

СРЕДНЕШИРОТНЫЕ АМПЛИТУДНЫЕ МЕРЦАНИЯ СИГНАЛОВ GPS И СБОИ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ GPS НА ГРАНИЦЕ АВРОРАЛЬНОГО ОВАЛА

Э. Л. Афраймович [1], *Э. И. Астафьева* [1], *О. И. Бернгардт* [1], *В. В. Демьянов* [2], *Т. Н. Кондакова* [2], *О. С. Лесюта* [1], *Б. Г. Шпынёв* [1]

На примере анализа ионосферных эффектов магнитных бурь 15 июля 2000 г. и 26 сентября 2001 г. показано, что на главной фазе магнитных бурь при расширении аврорального овала на средние широты на его южной границе возникает область с интенсивными мелкомасштабными неоднородностями электронной концентрации. Наличие мощных сигналов обратного рассеяния, зарегистрированных 15 июля 2000 г. радарами некогерентного рассеяния в Восточном и Западном полушариях, подтверждает это предположение. Такие неоднородности вызывают сильные мерцания сигналов навигационной системы GPS, что приводит к срыву сопровождения сигналов и увеличению погрешности позиционирования в системе GPS.

ВВЕДЕНИЕ

Качество функционирования современных глобальных спутниковых радионавигационных систем (СРНС) — американской GPS [1] и российской ГЛОНАСС [2, 3], использующих канал распространения радиоволн Земля—космос, ограничено влиянием среды околоземного космического пространства.

Ранее в работах [4–7] впервые было показано, что на средних широтах во время сильных магнитных бурь относительная плотность сбоев измерений разности фаз $L_1 - L_2$ на двух когерентно связанных частотах GPS $f_1 = 1\,575{,}42$ МГц и $f_2 = 1\,227{,}60$ МГц превышает соответствующий показатель для магнитоспокойных дней, как минимум, на один–два порядка, достигая нескольких процентов от общей плотности наблюдений. Анализ данных за 35 суток 1999–2001 гг., проведённый в [8] для нескольких сот станций глобальной сети GPS, показал, что кодовые дальномерные измерения во время геомагнитных возмущений подвержены сбоям в такой же степени, что и фазовые. Сбои двухчастотных кодовых измерений P_1 и P_2, как и измерений разности фаз $L_1 - L_2$, обусловлены высоким уровнем сбоев измерений P_2 (и L_2) на вспомогательной частоте f_2 [4–7].

В работе [9] на примере трёх магнитных бурь 2000–2001 гг. (максимальные отклонения $D_{\mathrm{st}} \sim \sim -(200\div300)$ нТл, Kp $\sim 7\div9$) исследовалось пространственное распределение сбоев фазовых измерений. Было показано, что по мере расширения аврорального овала к экватору ионосфера средних широт приобретает черты полярной ионосферы, что сопровождается усилением интенсивности среднемасштабных вариаций полного электронного содержания, приводящих к сбоям фазовых измерений в системе GPS.

Однако с точки зрения пользователя спутниковых радионавигационных систем значительно больший интерес представляют исследования, посвящённые влиянию геомагнитных возмущений на качество функционирования СРНС как системы определения местоположения.

В [10–12] отмечается, что в условиях геомагнитных возмущений снижается точность определения местоположения приёмников GPS, являющаяся одним из основных показателей качества функционирования системы GPS, не только на экваторе и в полярной зоне, что было известно ранее [13–22], но и на средних широтах.

Однако вопрос о причинах и конкретных механизмах этого влияния остаётся в значительной степени открытым.

Цель данной работы — на примере двух геомагнитных возмущений 15–16 июля 2000 г. и 25–26 сентября 2001 г. исследовать взаимосвязь пространственно-временны́х характеристик авроральной активности с интенсивностью вариаций полного электронного содержания и амплитуды сигналов GPS, сбоями измерений фазы и погрешностью позиционирования в системе GPS. Для интерпретации результатов эксперимента 15 июля 2000 г. весьма полезными оказались данные одновременных измерений сигналов GPS и характеристик сигнала обратного рассеяния на радарах некогерентного рассеяния в Иркутске и в Миллстоун Хилл (Millstone Hill), США.

1. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ ОБ ЭКСПЕРИМЕНТЕ. ИСТОЧНИКИ ИНФОРМАЦИИ

Для эксперимента были выбраны два магнитовозмущённых периода 15–16 июля 2000 г. и 25–26 сентября 2001 г. Данные по геомагнитным индексам D_{st} и Kp получены по электронному адресу [23].

Данные GPS с 30-секундным разрешением в стандартном формате RINEX [1], используемые в данном исследовании, представлены в сети Интернет [24].

Для определения положения и динамики аврорального овала использовались данные SEM (Space Enviromental Monitor), полученные с помощью низкоорбитальных (850 км) спутников NOAA POES (Polar-Orbiting Operational Environmental Satellite) с полярной орбитой (наклонение 98°). Эти спутники постоянно измеряют потоки электронов и протонов, высыпающихся в атмосферу. Методика SEM, используя значения мощности потока за одиночный пролёт спутника над полярной областью (что занимает около 25 минут) и базу данных за более чем 100 000 пролетов, позволяет оценить интегральную энергию высыпаний, выделенную в Северном полушарии, и построить положение аврорального овала для данного пролёта спутника.

Данные спутника NOAA-15 по авроральному овалу получены по адресу [25]. Для временны́х интервалов с максимальным уровнем геомагнитного возмущения временно́е разрешение данных измерений основных характеристик аврорального овала составляет порядка 2 минут.

Для интерпретации эксперимента 15 июля 2000 г. в Восточном секторе (на территории Восточной Сибири) использовались данные Иркутского радара некогерентного рассеяния — моностатической установки для диагностики среднеширотной ионосферы методом обратного рассеяния на частотах 154÷162 МГц. Описание радара (географические координаты 53° с. ш., 104° в. д.) дано в работе [26]. Данные Иркутского радара некогерентного рассеяния представлены на сайте [27].

Характеристики обратного рассеяния в Западном секторе (Северная Америка) получены с помощью высокопотенциального радара некогерентного рассеяния в обсерватории Хэйстэк (Haystack Observatory), Миллстоун Хилл, США. Описание радара (географические координаты 42° с. ш., 289° в. д.) дано в работе [28]. Данные радара некогерентного рассеяния в Миллстоун Хилл представлены на сайте [29].

Геометрия эксперимента на территории Северной Америки представлена на рис. 1. Ромбом обозначен радар некогерентного рассеяния в Миллстоун Хилл. Чёрными овалами показано местоположение станций GPS, проводящих измерение амплитуды (названия станций подписаны строчными буквами), прямоугольниками — станций GPS, для которых определялась погрешность позиционирования (названия станций подписаны прописными буквами). Из-за недостатка места координаты станций не приводятся, их точные значения можно найти на сайте [24].

На рис. 2 показана геометрия эксперимента на территории Восточной Сибири во время магнитной бури 15 июля 2000 г. Чёрными точками показано местоположение станций GPS, для которых определялась точность позиционирования. Ромбом обозначен Иркутский радар некогерентного рассеяния.

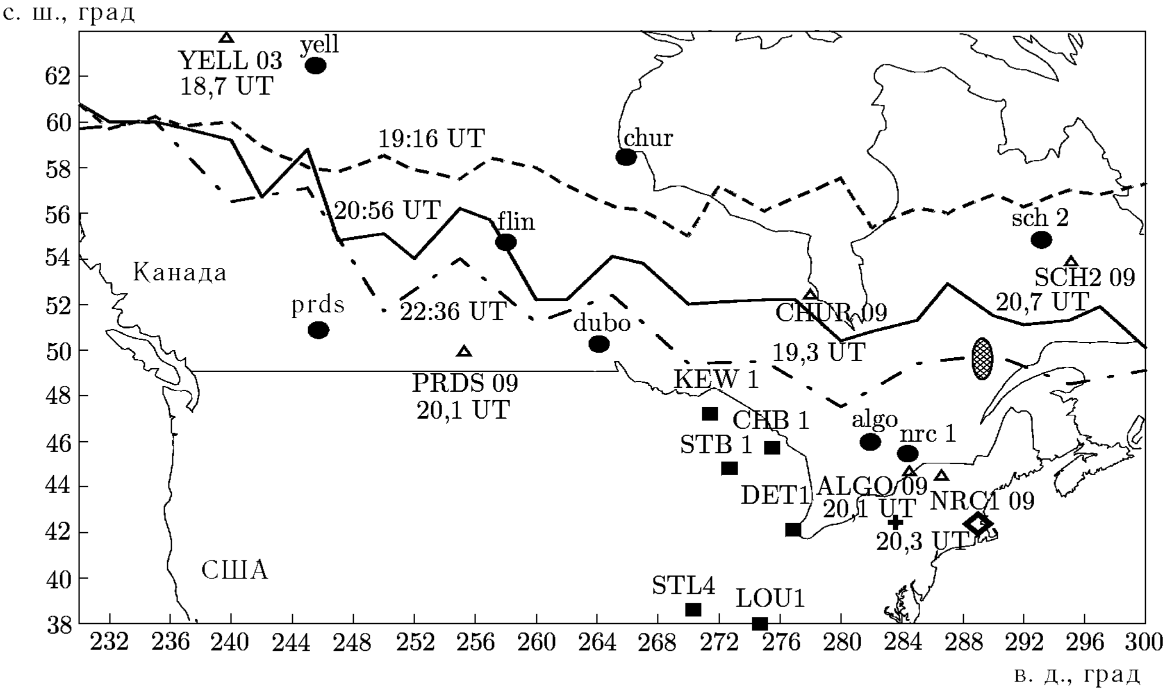

Рис. 1. Геометрия эксперимента на территории Северной Америки во время магнитной бури 15 июля 2000 г. Чёрными овалами показано местоположение станций GPS, проводящих измерение относительных амплитуд S_1 и S_2, прямоугольниками — станций GPS, для которых определялась точность позиционирования, треугольниками — положение подыоносферных точек в моменты времени $t_{\max}$ максимальной плотности пропусков отсчётов $P_{\max}(t)$ для соответствующих станций GPS; рядом указаны станции, номер ИСЗ (PRN) и значение $t_{\max}$. Крестом обозначена приёмная станция GPS Корнельского университета [30], а ромбом — радар некогерентного рассеяния в Миллстоун Хилл. Заштрихованный эллипс соответствует горизонтальной проекции объёма обратного рассеяния. Линиями показано положение южной границы аврорального овала для отмеченных моментов времени

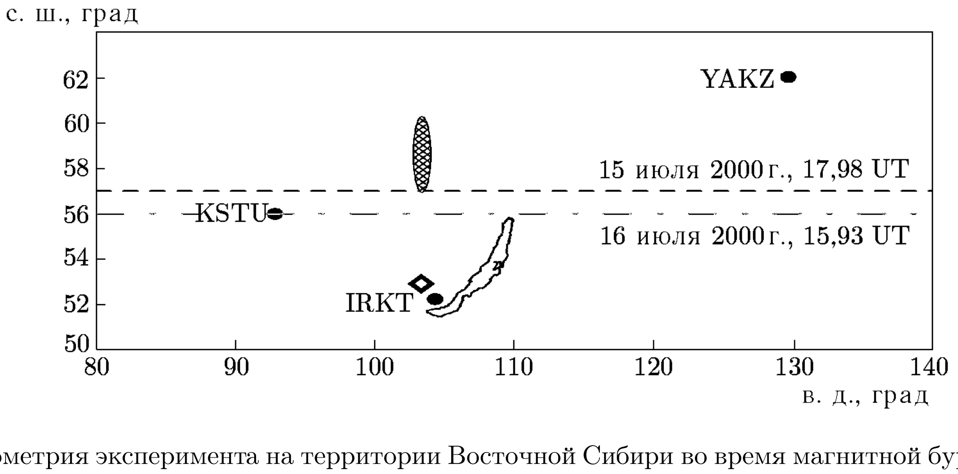

Рис. 2. Геометрия эксперимента на территории Восточной Сибири во время магнитной бури 15 июля 2000 г. Чёрными овалами показано местоположение станций GPS, для которых определялась точность позиционирования. Ромбом обозначен Иркутский радар некогерентного рассеяния. Заштрихованный эллипс соответствует горизонтальной проекции объёма обратного рассеяния. Пунктирными линиями показано положение южной границы аврорального овала для различных моментов времени

2. ОБРАБОТКА ДАННЫХ GPS. ВАРИАЦИИ ПОЛНОГО ЭЛЕКТРОННОГО СОДЕРЖАНИЯ И АМПЛИТУДЫ

В системе GPS решение навигационной задачи основано на измерениях группового и фазового запаздываний сигнала, пропорциональных полному электронному содержанию (ПЭС) на луче между ИСЗ и приёмником; при этом измерения амплитуды сигнала проводятся только для оценки качества данных и носят вспомогательный характер. Только в последнее время были изготовлены специальные приёмники GPS, позволяющие проводить измерения амплитуды сигнала с частотой дискретизации, необходимой для регистрации мерцаний (до 50 Гц). С использованием подобного приёмника сильные мерцания сигналов GPS были зарегистрированы не только в экваториальной зоне [19], но и на средних широтах во время умеренной магнитной бури 25–26 сентября 2001 г. [31]. Однако для получения столь нужных для практики данных о глобальной морфологии мерцаний сигналов GPS недостаточно измерений на одном или нескольких специализированных приёмниках.

В стандартных RINEX-файлах информация об амплитуде сигнала на основной и вспомогательной частотах GPS содержится в виде отношений сигнал/шум $S_1(t)$ и $S_2(t)$, но только для тех станций, которые проводят оценку этих параметров. Долгое время эти измерения не представляли интерес для пользователей глобальной сети GPS, и число таких станций не превышало 10. В настоящее время всё большее число станций поставляют в сеть Интернет подобные данные; к началу 2003 г. их число возросло до 200, что составляет около 0,2 общего числа станций.

Используемый в настоящей статье метод первичной обработки данных подробно описан в [4–7]. Относительное приращение ПЭС I_0 определяется на основе измерений фазового пути трансионосферного радиосигнала GPS [1]:

$$I_0[\text{м}^{-2}] = \frac{1}{40{,}308}\,\frac{f_1^2 f_2^2}{f_1^2 - f_2^2}\,[(L_1\lambda_1 - L_2\lambda_2) + \varphi + nL], \tag{1}$$

где f_1, f_2 и λ_1, λ_2 — частоты (в герцах) и длины волн (в метрах), на которых излучаются радиосигналы, $L_1\lambda_1$ и $L_2\lambda_2$ — приращения фазового пути радиосигнала, вызванные задержкой фазы в ионосфере, L_1 и L_2 — число полных оборотов фазы, $\varphi = \text{const}$ — некоторый неизвестный начальный фазовый путь, nL — ошибка в определении фазового пути.

Разработанный в Институте солнечно-земной физики (ИСЗФ) программный комплекс GLOBDET [32] позволяет получить оценку относительной плотности сбоев $P(t)$ измерений разности фаз $L_1 - L_2$, а также отобрать ряды данных ПЭС, которые не содержат срывы фазы. Сбои измерения разности фаз $L_1 - L_2$ фиксируются в том случае, если модуль вычисленного по формуле (1) приращения ПЭС за интервал времени 30 с превышает заданный порог, составляющий, например, порядка 100÷200 TECU (1 TECU = 10^{16}м$^{-2}$. Для заданной i-й приёмной станции GPS и каждого наблюдаемого j-го ИСЗ зависимость $P_{ij}(t)$ определялась как отношение количества сбоев фазы к общему количеству наблюдений.

Ряды $I_0(t)$, не содержащие срывов разности фаз $L_1 - L_2$ и пропусков отсчётов, использовались для оценки интенсивности $A_{ij}(t)$, равной среднеквадратичному отклонению ПЭС в диапазоне периодов $20 \div 60$ мин и $2 \div 10$ мин для тех же станций и интервалов времени, что и для оценок $P_{ij}(t)$. Вариации с такими периодами соответствуют перемещающимся ионосферным возмущениям (ПИВ) среднего и промежуточного масштаба с характерным размером от 30 до 300 км [33].

Средняя для выбранной территории амплитуда вариаций ПЭС $A(t)$ оценивалась путём пространственного усреднения среднеквадратичного отклонения ПЭС $A_{ij}(t)$. Вычислялась также средняя для этой же территории относительная плотность сбоев $P(t)$.

Кроме того, в настоящей работе используется и такой показатель качества сигнала GPS, как интегральное число пропусков 30-секундных отсчётов $D(t)$ при дальномерных измерениях, используемых при решении навигационной задачи. Этот параметр легко вычисляется при обработке стандартных RINEX-файлов. Величина $D(t)$ определяется как сумма идущих последовательно пропусков. Если пропуски отсчётов прекращаются, $D(t)$ приравнивается к нулю.

3. ОБРАБОТКА ДАННЫХ GPS. ОШИБКИ ПОЗИЦИОНИРОВАНИЯ

На первом этапе для определения ошибки позиционирования мы восстанавливали текущее местоположение станции GPS на основе RINEX-файлов с помощью программного продукта TEQC, представленного разработчиками в Интернете по адресу [34] и модернизированного нами для удобства проведения эксперимента.

Программный продукт TEQC реализован с применением псевдодальномерного метода определения координат [2, 3]. Этот метод основан на использовании в качестве основного радионавигационного параметра псевдодальностей, измеренных до видимых ИСЗ навигационного созвездия. Применительно к задаче определения координат, в каждый момент времени требуется восстановить не менее четырёх параметров пользователя: трёх координат и поправки на отклонение шкалы времени навигационного приёмника от системного времени GPS. Для этого используются псевдодальномерные измерения по ИСЗ в количестве $N \geq 4$ и решается система уравнений вида

$$\begin{gathered}\tilde{R}_1 = \left[(x_1 - x_0)^2 + (y_1 - y_0)^2 + (z_1 - z_0)^2\right]^{1/2} + \Delta R_0,\\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots ,\\ \tilde{R}_i = \left[(x_i - x_0)^2 + (y_i - y_0)^2 + (z_i - z_0)^2\right]^{1/2} + \Delta R_0,\end{gathered} \tag{2}$$

где $\tilde{R}_i$ — псевдодальность, измеренная по i-му ИСЗ, x_i, y_i и z_i — координаты i-го ИСЗ в прямоугольной геоцентрической системе координат, x_0, y_0 и z_0 — координаты пользователя в той же системе отсчёта, ΔR_0 — дальномерная погрешность, вызванная расхождением шкал времени приёмника и системным временем GPS; псевдодальность определяется по параметрам траектории ИСЗ и корректируется по данным измерений группового (и фазового) запаздывания сигнала в ионосфере [2, 3].

В результате первого этапа обработки мы вычисляли для каждой станции GPS суточные ряды прямоугольных геоцентрических координат X_i, Y_i, Z_i с временны́м шагом 3,6 минуты и соответствующие абсолютные погрешности определения координат:

$$\Delta X_i = X_i - X_0, \qquad \Delta Y_i = Y_i - Y_0, \qquad \Delta Z_i = Z_i - Z_0, \tag{3}$$

где X_0, Y_0, Z_0 — известные координаты GPS-станции, i — номер временно́го отсчёта.

Вторым этапом обработки данных была оценка точности определения текущего местоположения, равная среднеквадратичной погрешности $\sigma(t_i)$ определения координат:

$$\sigma(t_i) = \left(\sigma_{xi}^2 + \sigma_{yi}^2 + \sigma_{zi}^2\right)^{1/2}, \tag{4}$$

где σ_{xi}, σ_{yi} и σ_{zi} — среднеквадратичные погрешности определения соответствующих координат в прямоугольной геоцентрической системе координат. Текущие значения $\sigma(t_i)$ рассчитывались для каждого 15-минутного интервала на протяжении всего суточного ряда.

4. ПРОСТРАНСТВЕННЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ АВРОРАЛЬНОГО ОВАЛА И СРЕДНЕШИРОТНЫЕ МЕРЦАНИЯ ВО ВРЕМЯ МАГНИТНОЙ БУРИ 15 ИЮЛЯ 2000 Г. В СЕВЕРНОЙ АМЕРИКЕ (ДНЕВНАЯ ИОНОСФЕРА)

На рис. 3*а* представлена временна́я зависимость индекса $D_{\rm st}$ во время мощной магнитной бури 15–16 июля 2000 г., характеризующейся максимальной амплитудой $D_{\rm st} \sim -295$ нТл. Сплошной вертикальной линией отмечено время мгновенного начала этой магнитной бури (SSC) 14:37 UT согласно электронному каталогу [35].

Максимальное значение индекса Kp для этой бури достигало 9. Примерно до 19:00 UT 15 июля вариации $D_{\rm st}$ изменялись в очень узком диапазоне и были близки к нулю. Затем значение $D_{\rm st}$ стало быстро уменьшаться, после 19:00 UT достигло значения -129 нТл и продолжало уменьшаться вплоть до -295 нТл.

Зависимость положения южной границы $\varphi_{\text{мин}}(t)$ аврорального овала в Северо-Американском секторе отображена на рис. 3*б*. Значение $\varphi_{\text{мин}}(t)$ для 288° в. д. определялось по уровню плотности потока энергии частиц 0,1 эрг/(см^2·с) с точностью 1°. После 20:00 UT 15 июля 2000 г. авроральный овал быстро расширяется к югу, достигая в 24:00 UT минимальной широты около 43° с. ш. Южная граница овала остаётся на широтах $44\div46°$ с. ш. примерно до 04:00 UT 16 июля. Затем вследствие уменьшения авроральной активности овал отступает на север. Повторный минимум широты южной границы овала отмечается в конце суток 16 июля, несмотря на то, что к этому времени уровень геомагнитной активности переходит к невозмущённому состоянию.

На рис. 1 положение южной границы аврорального овала показано линиями для моментов времени 15 июля 2000 г., отмеченных около этих линий.

Приведённые на рис. 3*д* зависимости среднеквадратичного отклонения ПЭС $A(t)$ получены в работе [9] путём усреднения по $n = 12\,583$ рядам ПЭС для интервалов времени 2,3 часа со сдвигом 1 час.

На рис. 3*е* дана зависимость плотности $P(t)$ сбоев фазовых измерений, полученная для всех ИСЗ и типов приёмников ($n = 4\,296$). Зависимости $A(t)$ и $P(t)$ построены для диапазона широт $30\div50°$ с. ш. и долгот $200\div300°$ в. д. [9].

Как видно из рис. 3, зависимости $P(t)$ хорошо согласуются с зависимостями $\varphi_{\text{мин}}(t)$ и $A(t)$. Наибольшее смещение южной границы аврорального овала запаздывает на $2\div4$ часа по отношению к максимальным значениям зависимостей $A(t)$ и $P(t)$. Запаздывание максимального значения амплитуды вариаций ПЭС в диапазонах периодов $20\div60$ мин и $2\div10$ мин относительно минимума временно́й производной $D_{\rm st}$ составляет 2 часа. Подобная зависимость $A(t)$ от производной $D_{\rm st}$ наблюдалась в [9, 33].

Ошибки позиционирования $\sigma(t)$ на некоторых станциях GPS, отмеченных на рис. 1 прямоугольниками, показаны на рис. 3*в*, *г*. Как видно из результатов, представленных на рис. 3, в период главной фазы геомагнитного возмущения наблюдается существенное снижение точности позиционирования. Следует отметить также, что погрешность позиционирования к концу дня 16 июля (рис. 3*в*, *г*) заметно возрастает, что совпадает с повторным минимумом широты южной границы овала, несмотря на монотонное уменьшение уровня геомагнитной активности. Аналогично возрастает к этому моменту и относительная плотность фазовых сбоев $P(t)$ (см. рис. 3*е*). Это свидетельствует о том, что именно процессы на границе авроральной зоны являются причиной деградации сигналов и ухудшения качества функционирования GPS как навигационной системы.

Существующие представления о причинах деградации сигналов метрового и дециметрового диапазонов длин волн недостаточны для детального анализа механизмов, ответственных за сбои

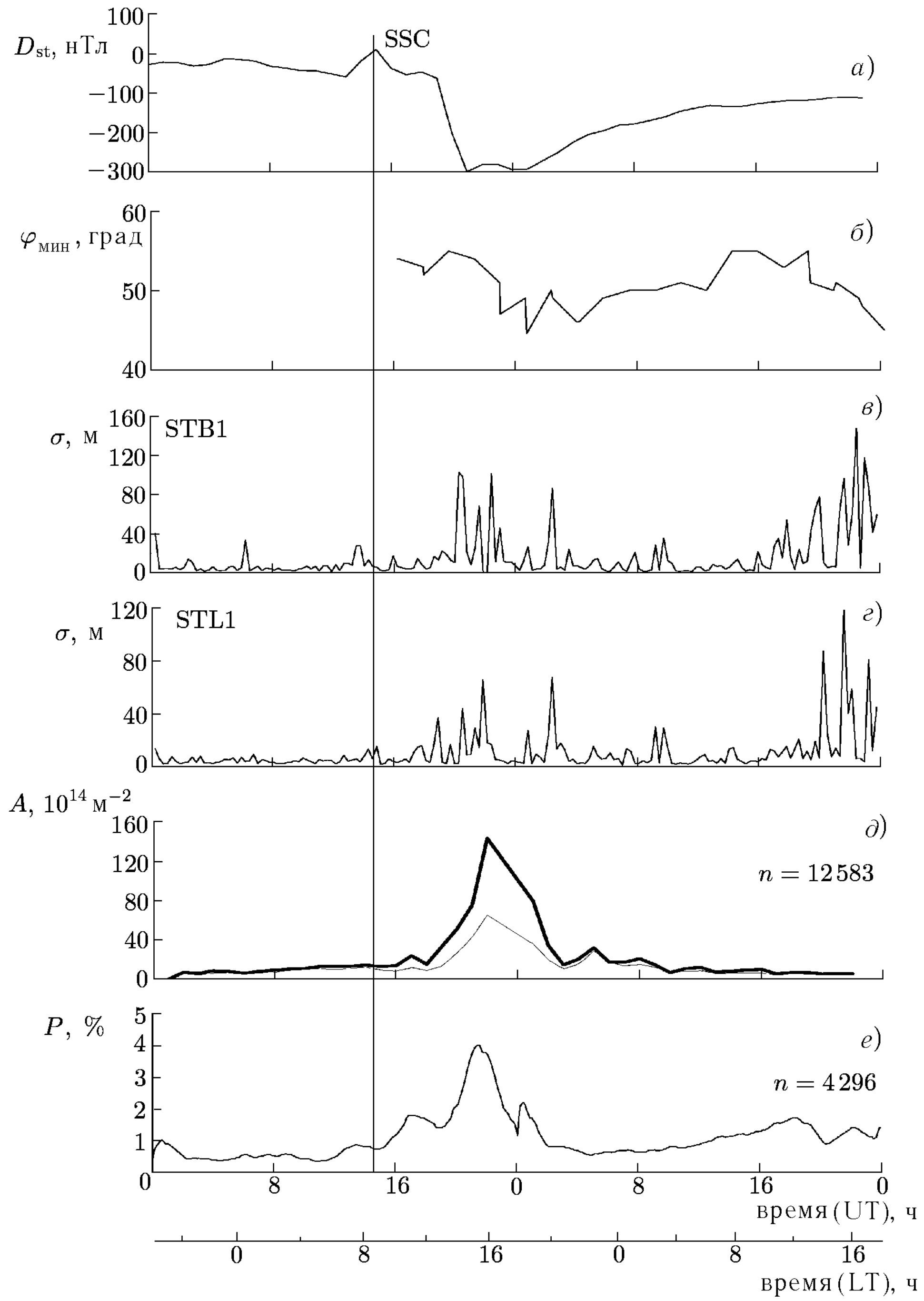

Рис. 3. (*а*) Зависимость индекса $D_{\rm st}$ во время магнитной бури 15–16 июля 2000 г. (*б*) Широтная южная граница $\varphi_{\rm мин}(t)$ аврорального овала в Северной Америке. (*в*, *г*) Ошибки позиционирования на станциях GPS STB1 и STL1, отмеченных на рис. 1. (*д*) Зависимости среднеквадратичного отклонения ПЭС $A(t)$: тонкая кривая для диапазона периодов $2\div10$ мин, жирная кривая — $20\div60$ мин. (*е*) Зависимость плотности $P(t)$ сбоев фазовых измерений

фазовых и кодовых измерений в системе GPS. Однако обнаруженная в работах [4–7] и продемонстрированная выше высокая положительная корреляция роста плотности фазовых сбоев $P(t)$ и интенсивности $A(t)$ вариаций ПЭС во время геомагнитных возмущений указывает на то, что воз-

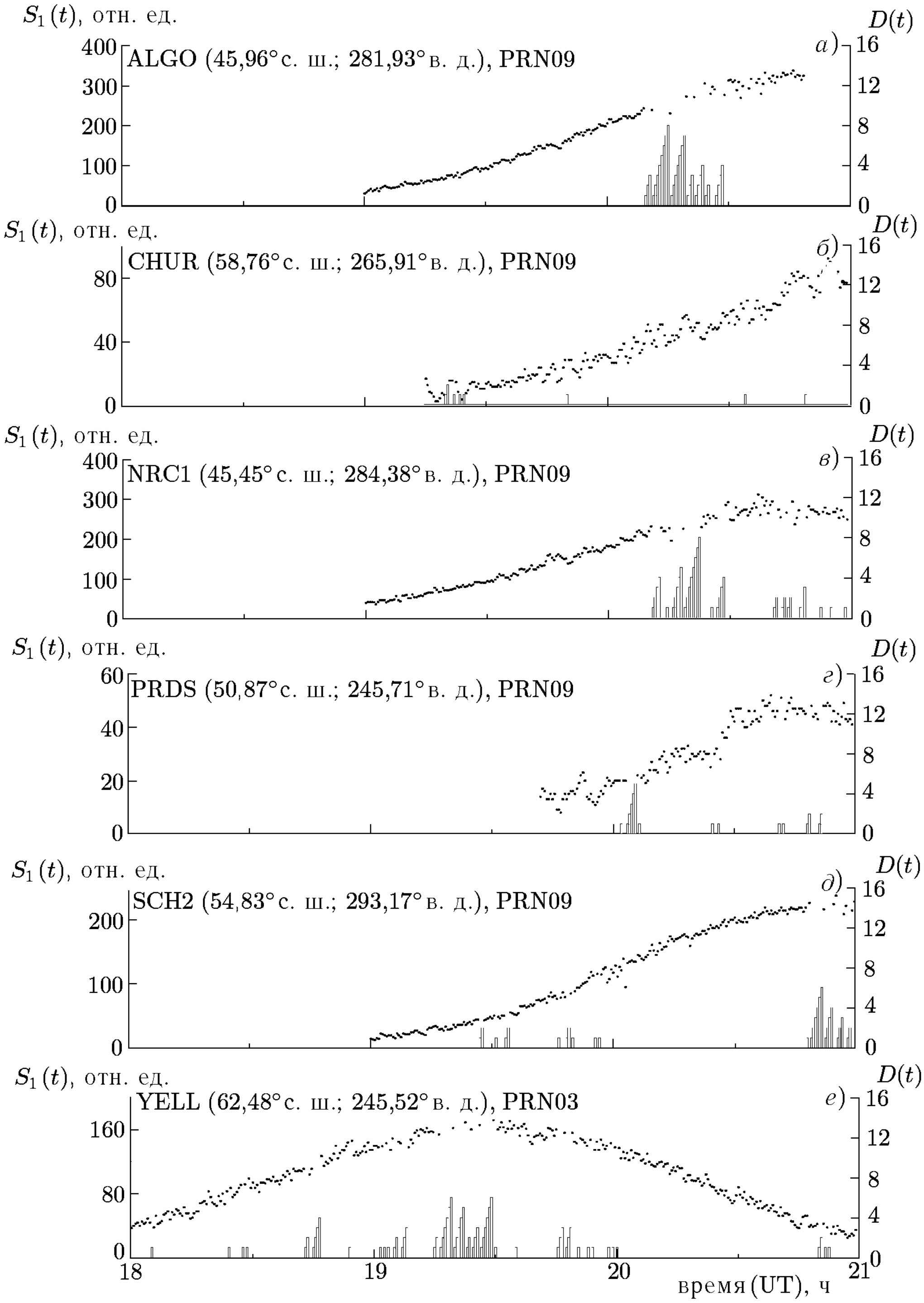

Рис. 4. Зависимости амплитуды $S_1(t)$ сигнала GPS (точки) и интегральное число пропусков отсчётов $D(t)$ (вертикальные линии) во время геомагнитного возмущения 15 июля 2000 г. на станциях, отмеченных на рис. 1 чёрными овалами; на панелях указаны географические координаты станций и номера спутников GPS

можной причиной возрастания сбоев измерений является рассеяние сигнала GPS на ионосферных неоднородностях. При этом увеличивается и продолжительность интервалов времени, в течение которых уровень сигнала становится ниже уровня помех, что вызывает срыв сопровождения сигнала. Однако для более мощного сигнала с частотой f_1 [36] продолжительность таких интервалов на порядок меньше, чем для менее мощного сигнала с частотой f_2.

Для проверки этой гипотезы мы рассмотрели соответствующие зависимости амплитуды сигнала GPS $S_1(t)$ на основной частоте и интегральное число пропусков отсчётов $D(t)$ во время геомагнитного возмущения 15 июля 2000 г. на станциях, отмеченных на рис. 1 чёрными овалами. Зависимости $S_1(t)$ и $D(t)$ представлены на рис. 4 точками и вертикальными линиями соответственно; там же указаны географические координаты станций и номера спутников GPS (PRN — Pseudo Random Noise).

Из рис. 4 видно, что в период с 19:00 до 21:00 UT на ряде станций GPS, расположенных в Северной Америке, наблюдались пропуски отсчётов измеряемых параметров. Мы определили моменты времени $t_{\max}$, в которые достигалось максимальное значение $D_{\max}$ для соответствующих станций GPS, и отметили эти моменты, названия станций и номера спутников на рис. 1 рядом с треугольниками, обозначающими положение соответствующих подыоносферных точек (для высоты 300 км).

Из рис. 1 видна тенденция расположения треугольников по южной границе аврорального овала, определённой для момента времени $t_{\max}$. Для разнесённых по широте станций времена $t_{\max}$ различны; например, на высокоширотной станции yell (спутник PRN03) пропуски начались раньше (18,7 UT), чем на среднеширотных ($t_{\max}$ около 20,1 ÷ 20,3 UT). Такая разница во времени объясняется движением южной границы аврорального овала с севера на юг.

Следует отметить, что описанные выше характеристики геофизической обстановки и показатели функционирования системы GPS относятся к дневной ионосфере (с 14:00 до 18:00 LT).

5. ПРОСТРАНСТВЕННЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ АВРОРАЛЬНОГО ОВАЛА И ОШИБКИ ПОЗИЦИОНИРОВАНИЯ ВО ВРЕМЯ МАГНИТНОЙ БУРИ 15 ИЮЛЯ 2000 Г. В ВОСТОЧНОЙ СИБИРИ

На рис. 5 показаны те же зависимости, что и на рис. 3, для Восточно-Сибирского региона (90÷÷130° в. д.). Оценка положения южной границы аврорального овала проводилась для долготного диапазона 102÷104° в. д.

После 16:00 UT 15 июля 2000 г. авроральный овал быстро расширяется к югу, достигая в 17,98 UT минимальной широты $\varphi_{\text{мин}}(t) \approx 56°$ с. ш. Затем вследствие уменьшения авроральной активности овал отступает на север. Повторный минимум $\varphi_{\text{мин}}(t)$, также около 56° с. ш., отмечается 16 июля в 15,93 UT, несмотря на то, что к этому времени уровень геомагнитной активности уже переходит к невозмущённому состоянию.

На рис. 2 пунктирными линиями показано положение южной границы аврорального овала для двух упомянутых выше моментов времени.

Ошибки позиционирования $\sigma(t)$ на некоторых станциях GPS в Восточной Сибири показаны на рис. 5*в*–*д*. Как видно из результатов, представленных на рис. 5, в период главной фазы геомагнитного возмущения существенное снижение точности позиционирования наблюдается не только в Западном (рис. 3), но и в Восточном полушарии. При этом наблюдается хорошая корреляция $\sigma(t)$ с зависимостью амплитуды вариаций ПЭС в диапазоне периодов 20÷60 мин и 2÷10 мин (рис. 5*е*, жирная и тонкая линии соответственно). Интересно отметить, что интенсивность вариаций ПЭС в Восточном секторе оказалась в среднем в 3÷5 раз меньше, чем в Западном секторе. Возможно, отличие двух анализируемых секторов обусловлено особенностями развития ионосферного отклика магнитных бурь вследствие смещения магнитного полюса относительно географического и различного местного времени.

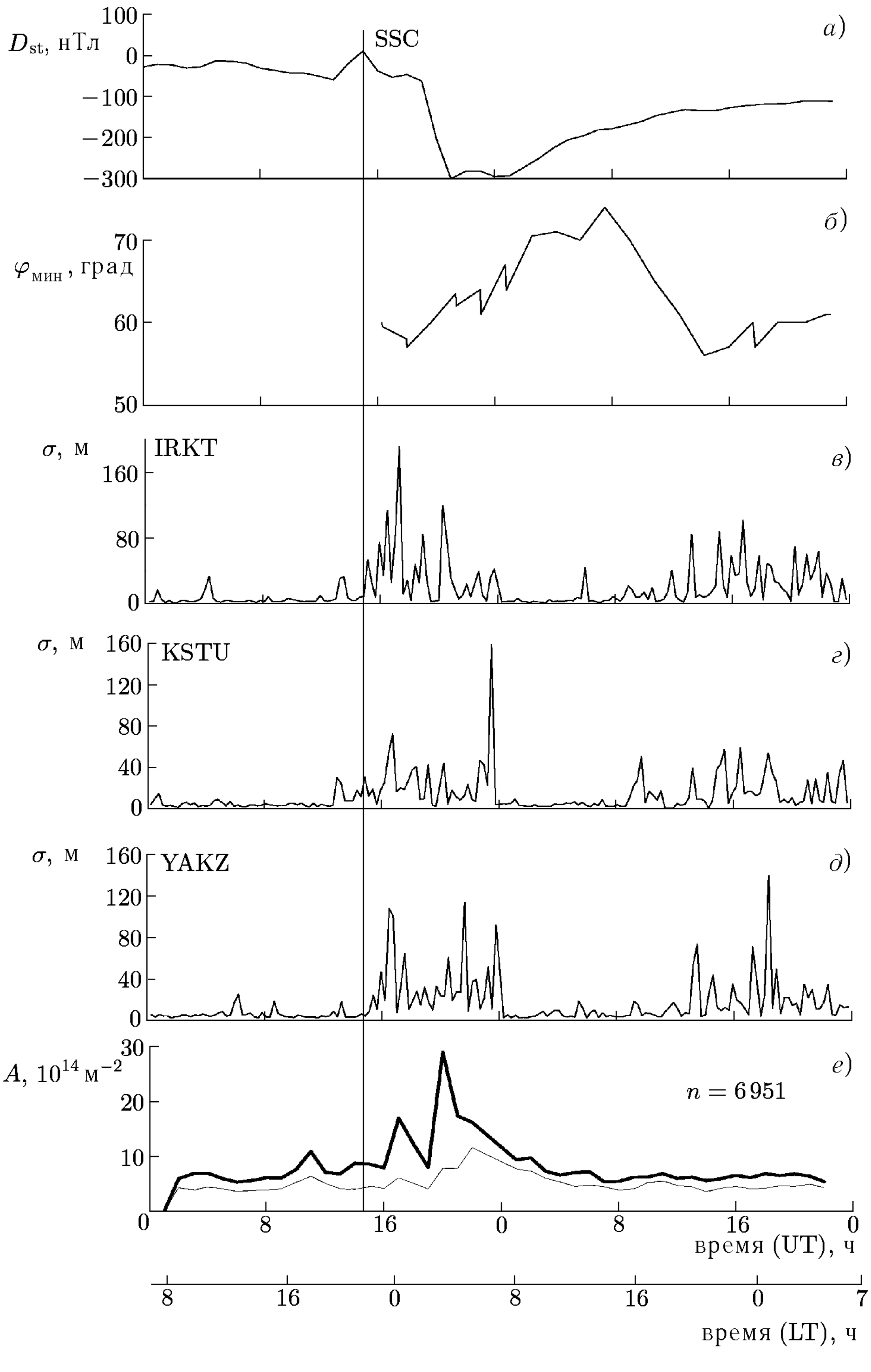

Рис. 5. (*а*) Зависимость индекса D_{st} во время магнитной бури 15–16 июля 2000 г. (*б*) Широтная южная граница $\varphi_{мин}(t)$ аврорального овала и (*в*–*д*) ошибки позиционирования на станциях GPS в Восточной Сибири. (*е*) Зависимости среднеквадратичного отклонения ПЭС $A(t)$: тонкая кривая для диапазона периодов 2÷10 мин, жирная кривая — 20÷60 мин. Зависимость $A(t)$ построена для 30÷60° с. ш. и 90÷130° в. д.

Следует отметить также, что, как и для Западного полушария, погрешность позиционирования во второй половине дня 16 июля (рис. 5 *в–д*) заметно возрастает, что совпадает с повторным минимумом широты южной границы овала, несмотря на монотонное уменьшение уровня геомагнитной активности. Это ещё раз подтверждает гипотезу, что именно процессы на границе авроральной зоны являются причиной деградации сигналов GPS.

Описанные выше характеристики геофизической обстановки и показатели функционирования системы GPS относятся к ночной ионосфере (с 03:00 до 07:00 LT 16 июля 2000 г.).

6. ИНТЕНСИВНЫЕ СРЕДНЕШИРОТНЫЕ МЕРЦАНИЯ И ОШИБКИ ПОЗИЦИОНИРОВАНИЯ ВО ВРЕМЯ МАГНИТНОЙ БУРИ 25–26 СЕНТЯБРЯ 2001 Г.

Таким образом, пропуски отсчётов дальномерных измерений в приёмниках GPS, сопровождающиеся ухудшением функционирования GPS во время магнитных бурь, косвенно свидетельствуют о сильных мерцаниях сигнала GPS. Однако для доказательства этой гипотезы необходима регистрация амплитуды сигнала GPS с частотой дискретизации не хуже 1÷10 Гц, поскольку глубокие замирания сигнала при мерцаниях имеют характерный период в диапазоне 1÷10 с [37–39]. Штатные приёмники GPS, которыми оборудованы станции глобальной сети, не удовлетворяют такому требованию.

Для решения данной задачи в Корнельском университете, США, был сконструирован специальный одночастотный GPS-приёмник с частотой дискретизации амплитуды 50 Гц [19, 31]. В работе [19] приведено прямое доказательство связи глубоких (более 15 дБ) замираний амплитуды сигнала на основной частоте GPS f_1 и срыва сопровождения этого сигнала на интервале времени, когда уровень сигнала оказался ниже уровня шумов; эти замирания были обусловлены рассеянием на мелкомасштабных неоднородностях экваториальной зоны.

Авторы [19] исследовали не только временны́е характеристики сильных мерцаний в экваториальной области с использованием пространственно-разнесённых приёмников GPS. Они показали, что временны́е масштабы глубоких замираний определяются соотношением скорости дрейфа мелкомасштабных неоднородностей и скорости точки пересечения лучом на ИСЗ GPS горизонтальной плоскости в окрестности максимума F-области (т. е. скоростью перемещения подыоносферной точки). Когда эти скорости совпадают по направлению, длительность глубоких замира-

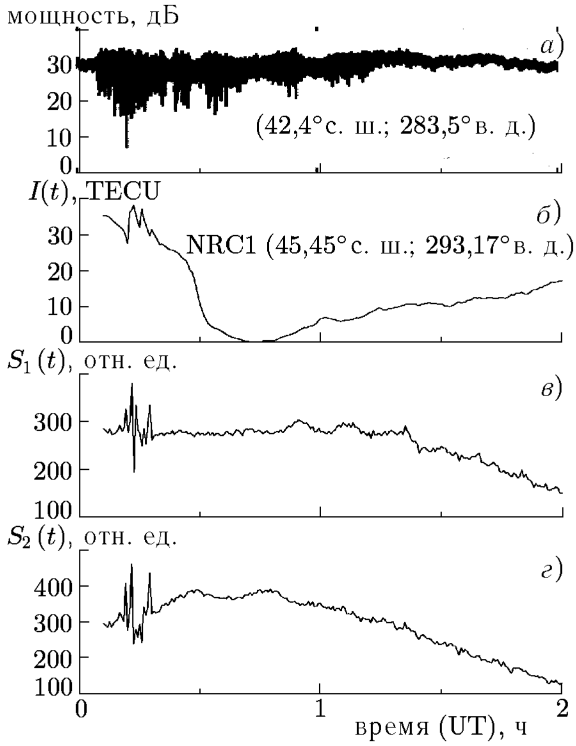

Рис. 6. (*а*) Амплитудные мерцания сигнала GPS с частотой f_1 (ИСЗ PRN31), измеренные во время геомагнитного возмущения 26 сентября 2001 г. с частотой дискретизации 50 Гц на приёмной станции Корнельского университета [30]. Зависимости (*б*) изменения полного электронного содержания $I(t)$ и (*в*, *г*) амплитуды сигналов GPS $S_1(t)$ и $S_2(t)$, измеренные на станции NRC1 глобальной сети GPS с шагом дискретизации 30 с

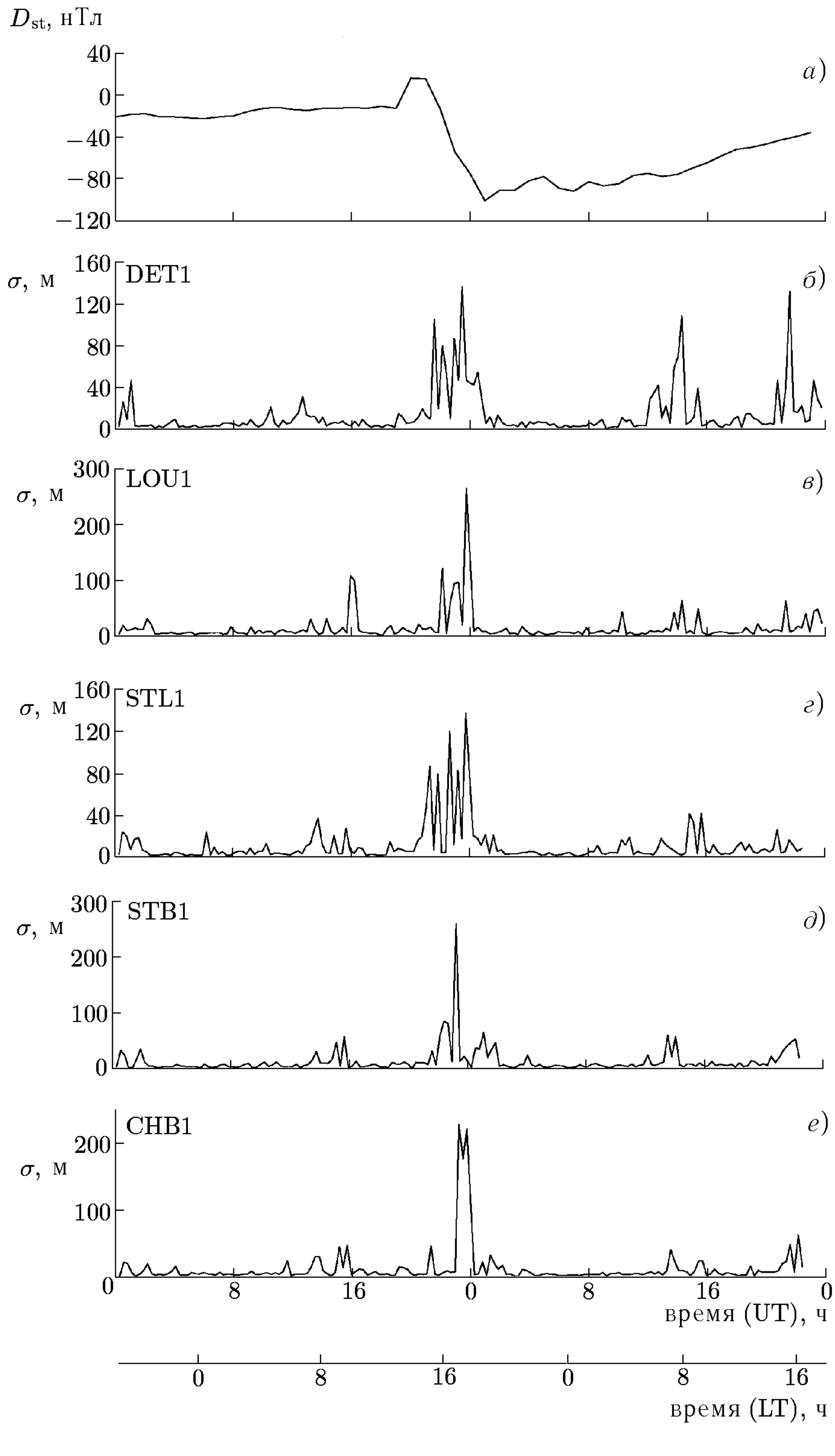

Рис. 7. (*а*) Зависимость геомагнитного индекса D_{st} во время магнитной бури 25–26 сентября 2001 г. (*б*–*е*) Ошибки позиционирования на станциях GPS, отмеченных на рис. 1 прямоугольниками

ний увеличивается, что увеличивает вероятность срыва сопровождения GPS-сигнала.

В работе [31] впервые наблюдались интенсивные среднеширотные амплитудные мерцания сигнала GPS на частоте f_1 на широтах, соответствующих северо-востоку США. На рис. 6*а* представлена заимствованная из статьи [31] запись амплитудных мерцаний сигнала GPS с частотой f_1 (ИСЗ PRN31), измеренная во время геомагнитного возмущения 26 сентября 2001 г. с 00:00 до 02:00 UT с использованием упомянутого модифицированного приёмника GPS с частотой дискретизации 50 Гц на приёмной станции Корнельского университета. На рис. 1 положение этой станции обозначено крестом.

Авторы [31] считают, что это возмущение с максимальным значением $\mathrm{K_p} = 6$ и максимальным значением индекса геомагнитной активности D_{st} до -110 нТл (рис. 7*а*) явилось причиной движения ионосферного провала на юг и вызвало увеличение плотности и градиентов плазмы. Это возмущение привело к интенсивным амплитудным мерцаниям сигнала дециметрового диапазона (более 20 дБ, индекс мерцаний $S_4 = 0{,}8$), которые совсем нехарактерны для данных широт. Параллельные измерения ПЭС показали резкие градиенты плотности (около 30 TECU/град.) и наличие резко выраженных нерегулярных структур [31].

Мы сравнили результаты [31] с данными GPS, полученными в сети Интернет. Зависимости амплитуды сигналов GPS $S_1(t)$ и $S_2(t)$ (рис. 6*в*, *г*) и изменения ПЭС $I(t)$ (рис. 6*б*) измерены на станции NRC1 глобальной сети GPS с шагом дискретизации 30 с. Эта станция с координатами 45,45° с. ш. и 293,17° в. д. расположена на расстоянии около 900 км от станции Корнельского университета (42,4° с. ш. и 283,5° в. д.).

Записи амплитуды сигнала GPS с различной частотой дискретизации хорошо иллюстрируют эффект усреднения. Если глубина замираний при высокой скорости регистрации достигает 20 дБ, т. е. амплитуда сигнала уменьшается в 10 раз (см. рис. 6*а*), то соответствующие изменения усреднённой амплитуды $S_1(t)$ и $S_2(t)$ на этом же интервале времени находятся в пределах 0,3 от среднего значения (рис. 6*в*, *г*).

Следует отметить, что изменения амплитуды сигнала сопровождаются одновременными быстрыми и глубокими вариациями ПЭС в интервале времени 00:10÷00:20 UT. При усреднении результатов измерений амплитуды и фазы за стандартный интервал 30 с глубина замираний существенно снижается, а единичные пропуски отсчётов не детектируются.

Ошибки позиционирования $\sigma(t)$ во время магнитной бури 25–26 сентября 2001 г. на станциях GPS, отмеченных на рис. 1 прямоугольниками, показаны на рис. 7*б*–*е*. Как видно из этого рисунка, увеличение $\sigma(t)$ на сети станций наблюдается как раз во время зарегистрированных авторами [31] интенсивных среднеширотных мерцаний.

7. НАБЛЮДЕНИЯ СИГНАЛОВ ОБРАТНОГО РАССЕЯНИЯ 15 ИЮЛЯ 2000 Г. НА РАДАРАХ НЕКОГЕРЕНТНОГО РАССЕЯНИЯ В СЕВЕРНОЙ АМЕРИКЕ И ВОСТОЧНОЙ СИБИРИ

Рассмотрим результаты одновременных наблюдений сигналов обратного рассеяния на радарах некогерентного рассеяния, расположенных на территории Восточной Сибири и в Северной Америке.

Во время геомагнитных возмущений Иркутский радар некогерентного рассеяния [26] позволяет исследовать E-слой ионосферы (область высот 100÷120 км) по данным обратного рассеяния на неоднородностях E-слоя, вытянутых вдоль магнитного поля Земли. При этом диагностика F-слоя методом некогерентного рассеяния проводится главным лепестком диаграммы направленности антенны, а исследование E-слоя методом обратного рассеяния — нижними боковыми лепестками [26, 40]. Мощные сигналы обратного рассеяния принимались боковыми лепестками диаграммы направленности радара с северного направления, где выполняется условие перпендикулярности линий геомагнитного поля и направления излучения. Геометрия эксперимента такова, что неоднородности E-слоя, дающие вклад в рассеянный сигнал, расположены на расстоянии 550÷1 100 км к северу от радара [40]. Обычно подобные неоднородности наблюдаются в среднеширотной ионосфере во время сильных геомагнитных возмущений [41].

На рис. 8 представлены измеренные на Иркутском радаре некогерентного рассеяния зависимости мощности W рассеянного сигнала и скорости дрейфа ионосферной плазмы V от времени и радиолокационной дальности R. Измерения мощности рассеянного обратно сигнала проводились относительно уровня некогерентно рассеянного сигнала, соответствующего на рис. 8 уровню 10 дБ. Измерения скорости дрейфа проводились по доплеровскому смещению частоты рассеянного сигнала [40, 41].

Из сравнения рис. 5 и 8*а*, *б* видно, что усиление интенсивности вариаций ПЭС $A(t)$ в диапазоне периодов 10 ÷ 15 мин произошло в интервале времени 20 ÷ 24 UT практически синхронно с увеличением мощности рассеянного сигнала (приблизительно до 40 дБ) на Иркутском радаре некогерентного рассеяния. В период времени 22 ÷ 24 UT скорость дрейфа превышала ионнозвуковую скорость, равную 250 м/с (рис. 8*б*), поэтому необходимые условия [42–45] генерации вытянутых вдоль магнитного поля неоднородностей были выполнены.

Аналогичные результаты сравнения данных одновременных измерений были получены и для Западного сектора. Во время магнитной бури 15 июля 2000 г. в интервале времени 20:00÷24:00 UT на радаре некогерентного рассеяния в Миллстоун Хилл также наблюдался мощный сигнал обратного рассеяния от неоднородностей области E ионосферы, расположенных к северу от радара (рис. 8*в*). Сечение обратного рассеяния было на 3 порядка выше, чем для некогерентно рассеянного сигнала [46]. В это время были зарегистрированы также высокие значения скорости дрейфа — до 1 000÷1 500 м/с, и зафиксирована потеря связи со всеми ИСЗ CPS, которые должны были наблюдаться в это время [46].

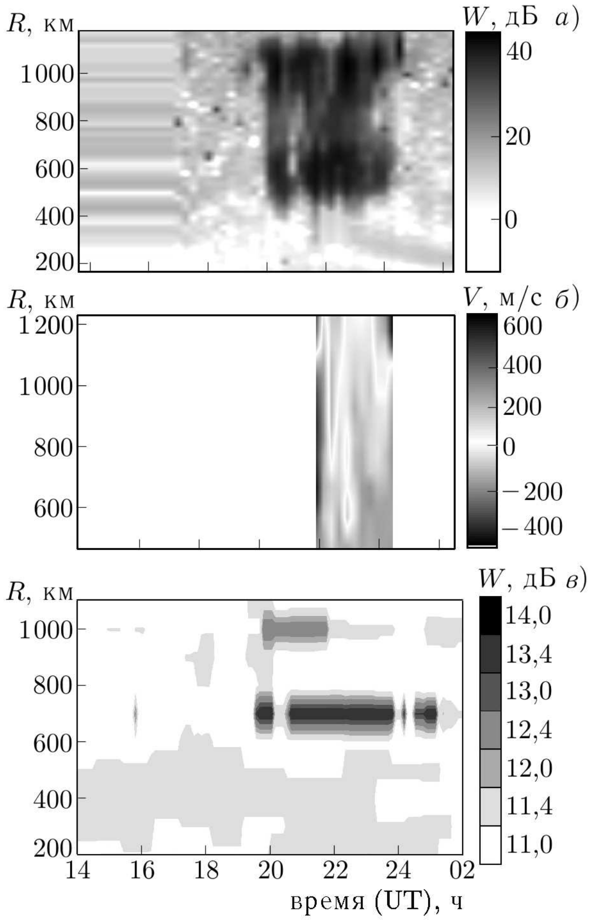

Рис. 8. Зависимости мощности W сигнала обратного рассеяния от времени и радиолокационной дальности R во время геомагнитного возмущения 15 июля 2000 г., полученные с помощью (*а*) Иркутского радара некогерентного рассеяния и (*в*) радара некогерентного рассеяния в Миллстоун Хилл; (*б*) зависимость скорости дрейфа ионосферной плазмы, измеренная на Иркутском радаре некогерентного рассеяния

Из сравнения рис. 3 и 8*в* для Западного сектора и рис. 5 и 8*а*, *б* для Восточного сектора видно, что возникновение аномально мощного рассеяния на вытянутых вдоль магнитного поля Земли неоднородностях E-слоя, максимальные значения амплитуды вариаций ПЭС, относительной плотности фазовых сбоев и погрешностей позиционирования GPS-приёмников совпадают по времени.

Заштрихованные эллипсы, расположенные на рис. 1 и 2 к северу от радаров некогерентного рассеяния в Западном и Восточном секторах, соответствуют горизонтальной проекции диаграммы направленности радара. Как можно видеть, эти области совпадают с южной границей аврорального овала.

Как известно [28, 40], при определённых условиях мелкомасштабные неоднородности ионосферной плазмы приводят к аномально мощному рассеянию радиоволн метрового и декаметрового диапазонов в E-слое ионосферы, формируя так называемое когерентное эхо, или радиоаврору. Наиболее часто когерентное эхо наблюдается в высокоширотной и экваториальной (ночной) ионосфере. В средних широтах это явление наблюдается реже.

Одними из основных механизмов генерации неоднородностей рассматриваемых масштабов считаются двухпотоковая неустойчивость [42, 43] и градиентно-дрейфовая неустойчивость [47]. Основным условием возникновения подобных неоднородностей является наличие сильного ионно-электронного дрейфа со скоростями порядка или больше скорости ионного звука. Поскольку в экваториальных и полярных широтах подобные условия реализуются достаточно часто (экваториальная электроструя и полярный кольцевой электроджет), то и большая часть наблюдений когерентного эхо приходится именно на эти широты.

Однако необходимые для генерации неоднородностей условия могут возникать и в среднеширотной ионосфере во время сильных геомагнитных возмущений [48] или при возникновении спорадических слоев, характеризующихся резкими градиентами электронной концентрации и/или появлением тяжёлых металлических ионов [49].

Сигнал обратного рассеяния характеризуется сильно выраженной ракурсной зависимостью [48, 50]. Для подтверждения того, что сбои сигналов GPS 15 июля 2000 г. были вызваны глубокими замираниями сигналов GPS за счёт рассеяния на вытянутых вдоль магнитного поля неоднородностях, в [51] рассчитывалась зависимость относительной плотности фазовых сбоев как функции азимута и угла возвышения луча на ИСЗ GPS. Анализ показал, что наиболее часто сбои фазы возникали в северном направлении на низких углах возвышения. Рассматривалось также распределение относительной плотности фазовых сбоев в зависимости от угла γ между направлением распространения GPS-сигнала и направлением вектора магнитного поля Земли. Оказалось, что это распределение имеет выраженную тенденцию к увеличению относительной плотности фазовых сбоев при приближении величины γ к $90°$. Однако особенности геометрии траекторий ИСЗ GPS [1–3], определяемые наклонением орбиты (около $55°$), не позволяют получить надёжные данные о соответствующей ракурсной зависимости, поскольку именно северное направление лучей на ИСЗ, нормальное к силовой линии магнитного поля, на среднеширотных станциях северного полушария практически не реализуется.

8. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ И ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, в данной работе на примере двух магнитных бурь 2000–2001 гг. показано, что на главной фазе магнитной бури, когда южная граница аврорального овала достигает средних широт, на станциях GPS, расположенных вблизи этой границы, зафиксировано резкое возрастание сферической среднеквадратичной погрешности определения координат приёмника GPS до $120\div150$ м, в то время как её фоновые значения не превышали заявленной точности координатных определений для СРНС GPS (порядка 20 м, [2, 3, 36). Показано, что увеличение погрешности позиционирования сопровождается глубокими (более 15 дБ) замираниями амплитуды сигнала на основной частоте GPS f_1 и срывами сопровождения этого сигнала, когда уровень сигнала оказывался ниже уровня шумов; эти замирания могут быть вызваны рассеянием сигнала на мелкомасштабных неоднородностях. Регистрация мощных сигналов обратного рассеяния 15 июля 2000 г. радарами некогерентного рассеяния в Восточном и Западном полушариях подтверждает наличие указанных неоднородностей.

Каким же образом можно использовать данные одновременных измерений характеристик сигнала GPS и сигнала обратного рассеяния, полученных на радарах некогерентного рассеяния? Из литературы [52] известно, что характерный масштаб неоднородностей, ответственных за сигнал обратного рассеяния, порядка 1 м, а для эффективного рассеяния сигнала GPS необходимы интенсивные неоднородности с размером порядка 150 м (если неоднородности расположены в слое E) и 250 м (для неоднородностей в максимуме слоя F). С другой стороны, известно, что спектр ионосферных неоднородностей в подавляющем числе случаев имеет степенной вид, а изменение уровня геомагнитной возмущённости сказывается в основном на амплитудном масштабе этого спектра [30, 33, 37]. Это означает, что во время возмущения пропорционально возрастает амплитуда неоднородностей во всём диапазоне масштабов — от метровых до километровых и более. Поэтому, если реализуются условия генерации интенсивных метровых неоднородностей, то возможно и появление неоднородностей с размерами сотни метров, вызывающих интенсивное рассеяние сигнала GPS.

Область повышенной интенсификации мелкомасштабных неоднородностей может иметь большой пространственный масштаб (сотни и тысячи километров) и перемещаться вслед за равномерно перемещающейся или пульсирующей авроральной зоной (см. изменение координат южной границы овала на рис. 3*б* и 5*б*). Поэтому интервалы времени, когда наблюдаются эффекты рассеяния сигналов GPS и обратного рассеяния, могут не совпадать, поскольку соответствующие неоднородности появляются в поле зрения различных средств диагностики в разное время, обусловленное пространственным разнесением области чувствительности приборов и скоростью перемещения границы овала (порядка сотен метров в секунду).

Таким образом, целый ряд экспериментальных данных исследований сбоев и ошибок позиционирования в системе GPS свидетельствует о том, что в дециметровом диапазоне длин волн замирания сигнала оказались более глубокими, чем можно было ожидать по данным многочисленных измерений в метровом диапазоне. Кроме того, эти замирания наблюдались на средних широтах, где этого не ожидалось. Из этого следует необходимость новых усилий по изучению глобальной морфологии мерцаний сигналов GPS с использованием измерений амплитуды с повышенной частотой дискретизации отсчётов. Кроме того, необходимы одновременные независимые измерения на ионозондах (спорадический слой E), радарах некогерентного рассеяния и т. д.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (гранты № 00–05–72026, 02–05–64570 и 03–05–64627), а также Совета по государственной поддержке ведущих научных школ Российской Федерации (грант № НШ-272.2003.5). Авторы выражают благодарность С. В. Воейкову и И. И. Ушакову за активную помощь при подготовке данных, Дэйву Эвансу (Dave Evans, the NOAA/POES Space Environment Monitor data) за данные спутников NOAA POES, а также сотрудникам обсерватории Хэйстэк за данные радара некогерентного рассеяния в Миллстоун Хилл и сотрудникам «Scripps Orbit and Permanent Array Center» (SOPAC) за первичные данные глобальной сети наземных двухчастотных приёмников GPS, представленные в сети Интернет.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Hofmann-Wellenhof B., Lichtenegger H., Collins J. Global Positioning System: Theory and Practice. New York: Springer-Verlag Wien, 1992. 327 p.

2. Харисов В. Н., Перов А. И., Болдин В. А. Глобальная спутниковая радионавигационная система ГЛОНАСС. М.: Изд-во ИПРЖР, 1998. 400 с.
3. Соловьёв Ю. А. Системы спутниковой навигации. М.: ЭКОТРЕНД, 2000. 267 с.
4. Afraimovich E. L., Lesyuta O. S., Ushakov I. I., Voeykov S. V. // Annals of Geophysics. 2001. V. 45, No. 1. P. 55.
5. Афраймович Э. Л., Воейков С. В., Лесюта О. С., Ушаков И. И. // Труды VII Международной научно-технической конф. «Радиолокация, навигация, связь». Воронеж, 2001. Т. 3. С. 1 548.
6. Afraimovich E. L., Lesyuta O. S., Voeykov S. V. // Proc. Internat. Beacon Satellite Symposium, June 4–6, 2001, Boston College, Institute for Scientific Research, Chestnut Hill, USA. P. 191.
7. Афраймович Э. Л., Лесюта О. С., Ушаков И. И. // Геомагн. и аэроном. 2002. Т. 42, № 2. С. 220.
8. Афраймович Э. Л., Ушаков И. И. // Сб. докл. IX Международной научно-техн. конф. «Радиолокация, навигация, связь». Воронеж, 2003. Т. 3. С. 1 548.
9. Афраймович Э. Л., Лесюта О. С., Ушаков И. И. // Сб. докл. IX Международной конф. «Радиолокация, навигация, связь». Воронеж, 2003. Т. 3. С. 1 671.
10. Демьянов В. В., Афраймович Э. Л., Кондакова Т. Н. // Солнечно-земная физика. 2003. Вып. 3. С. 86.
11. Афраймович Э. Л., Демьянов В. В., Кондакова Т. Н. // Сб. докл. IX Международной конф. «Радиолокация, навигация, связь». Воронеж, 2003. Т. 3. С. 1 691.
12. Afraimovich E. L., Demyanov V. V., Kondakova T. N. // GPS Solutions. 2003. V. 7, No. 2. DOI 10.1007/s10291-003-0053-7.
13. Aarons J., Mendillo M., Kudeki E., et al. // J. Geophys. Res. A. 1996. V. 101. No. 12. P. 26 851.
14. Aarons J. // J. Geophys. Res. A. 1997. V. 102, No. 8. P. 17 219.
15. Aarons J., Mendillo M., Yantosca R. // Radio Sci. 1997. V. 32. P. 1 535.
16. Aarons J., Lin B. // J. Atmos. Sol.-Terr. Phys. 1999. V. 61. P. 309.
17. Basu S., MacKenzie E., Basu S. // Radio Sci. 1988. V. 23. P. 363.
18. Coker C., Hunsker R., Lott G. // Geophys. Res. Lett. 1995. V. 22, No. 23. P. 3 259.
19. Kintner P. M., Kil H., de Paula E. // Radio Sci. 2001. V. 36, No. 4. P. 731.
20. Shan S. J., Lin J. Y., Kuo F. S., et al. // Earth, Planets and Space. 2002. V. 54, No. 2. P. 141.
21. Skone S., de Jong M. // Earth, Planets and Space. 2000. V. 52. P. 1 067.
22. Skone S., de Jong M. // Physics and Chemistry of the Earth. A. 2001. V. 26, No. 6–8. P. 613.
23. http://www.wdc.rl.ac.uk/cgi-bin/wdcc1/secure/wdcdata.
24. http://sopac.ucsd.edu/cgi-bin/dbDataByDate.cgi.
25. http://sec.noaa.gov/pmap/pmapN.html.
26. Жеребцов Г. А., Заворин А. В., Медведев А. В. и др. // Радиотехника и электроника. 2002. Т. 47, № 11. С. 1 339.
27. http://esceir.iszf.irk.ru.
28. St.-Maurice J.-P., Foster J. C., Holt J. M., Del Pozo C. // J. Geophys. Res. A. 1989. V. 94, No. 6. P. 6 671.
29. http://haystack.mit.edu/madrigal.
30. Bhattacharrya A., Beach T. L., Basu S., Kintner P. M. // Radio Sci. 2000. V. 35. P. 209.
31. Ledvina B. M., Makela J. J., Kintner P. M. // Geophys. Res. Lett. 2002. V. 29, No. 14. 10.1029/2002GL014770.
32. Afraimovich E. L. // Radio Sci. 2000. V. 35, No. 6. P. 1 417.
33. Афраймович Э. Л., Косогоров Е. А., Лесюта О. С., Ушаков И. И. // Изв. вузов. Радиофизика. 2001. Т. 44, № 10. С. 828.
34. http://tonga.unavco.ucar.edu/software/teqc/Microsoft/2000/Borland/5.0.
35. ftp://ftp.ngdc.noaa.gov/stp/solardata/suddencommencements/.

36. Interface Control Document ICD-GPS-200.
37. Ааронс Дж. // ТИИЭР. 1982. Т. 70, № 4. С. 45.
38. Крейн Р. К. // ТИИЭР. 1977. Т. 65, № 2. С. 5.
39. Pi X., Mannucci A. J., Lindgwister U. J., Ho C. M. // Geophys. Res. Lett. 1997. V. 24. P. 2 283.
40. Potekhin A. P., Berngardt O. I., Kurkin V. I., et al. // 6th International Symposium on Atmosphere and Ocean Optics. 1999. V. 3 983. P. 328.
41. Haldoupis C., Farley D. T., Schlegel K. // Ann. Geophys. 1997. V. 15. P. 908.
42. Buneman O. // Phys. Rev. Lett. 1963. V. 10. P. 285.
43. Farley D. T. // J. Geophys. Res. 1963. V. 68. P. 6 083.
44. Foster J., Aarons J. // J. Geophys. Res. A. 1988. V. 93, No. 10. P. 11 537.
45. Foster J. // J. Geophys. Res. A. 1993. V. 98, No. 2. P. 1 675.
46. Coster A. J., Foster J. C., Erickson P. J., Rich F. J. // Proc. Internat. Beacon Satellite Symposium, June 4–6, 2001, Boston College, Institute for Scientific Research, Chestnut Hill, USA. P. 176.
47. Rogister A., D'Angelo N. // J. Geophys. Res. 1970. V. 75. P. 3 879.
48. Foster J. C., Tetenbaum D., del Pozo C. F., et al. // J. Geophys. Res. A. 1992. V. 97, No. 6. P. 8 601.
49. Voiculescu M., Haldoupis C., Pancheva D., et al. // Ann. Geophys. 2000. V. 18, No. 9. P. 1 182.
50. Haldoupis C. // Ann. Geophys. 1989. V. 7. P. 7 239.
51. Афраймович Э. Л., Бернгардт О. И., Лесюта О. С. и др. // Сб. докл. VIII Международной конф. «Радиолокация, навигация, связь». Воронеж, 2002. Т. 3. С. 1 931.
52. Гундзе Е., Чжаохань Л. // ТИИЭР. 1982. Т. 70, № 4. С. 5.

[1] Институт солнечно-земной физики СО РАН;
[2] Иркутское высшее военное авиационное инженерное училище, г. Иркутск

Поступила в редакцию 17 июля 2003 г.

MID-LATITUDE AMPLITUDE SCINTILLATIONS OF GPS SIGNALS AND GPS PERFORMANCE AT THE AURORAL-OVAL BOUNDARY

E. L. Afraimovich, E. I. Astafieva, O. I. Berngardt, V. V. Demyanov, T. N. Kondakova, O. S. Lesyuta, and B. G. Shpynev

In this paper, based on analyzing ionospheric effects of two strong magnetic storms in July 15, 2000 and September 26, 2001, we show that during the main phase of magnetic storms, the auroral oval expands into mid-latitudes, and a region with intense small-scale electron density irregularities at its southern boundary. Such irregularities cause strong scintillations of signals from the navigation GPS system. This leads to an increase in the relative slip density of phase measurements, break-down of signal tracking, and an increase in positioning errors in the GPS system.

УДК 551.463:551.46.07/08

О ВЛИЯНИИ АСИММЕТРИИ КОРОТКИХ ВЕТРОВЫХ ВОЛН НА СТАТИСТИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ОПТИЧЕСКОГО ИЗОБРАЖЕНИЯ МОРСКОЙ ПОВЕРХНОСТИ В РАССЕЯННОМ СВЕТЕ НЕБА

И. А. Сергиевская

Развита оптическая модель изображения ветрового волнения на морской поверхности в рассеянном свете неба с учётом вынужденных волн (паразитной капиллярной ряби) на переднем склоне дециметровых гравитационных волн. Показано, что при наклонном наблюдении свободные и вынужденные волны дают разный вклад в статистические характеристики изображения взволнованной морской поверхности.

ВВЕДЕНИЕ

Последние годы большое внимание уделяется проблеме дистанционного зондирования взволнованной морской поверхности. Это связано, в частности, с необходимостью оперативной диагностики загрязнений на поверхности воды, определения зон продуктивности фитопланктона и т. д. Одним из перспективных направлений является метод наблюдения в рассеянном свете неба. Модель оптического изображения взволнованной морской поверхности, развитая ранее (см., например, [1, 2] и цитируемую там литературу), описывает наблюдение поверхности под небольшими углами к надиру. При этом морская поверхность представляется как ансамбль линейных невзаимодействующих волн. На практике же измерения часто проводятся под значительными углами к вертикали. Кроме того, исследования, проведённые в последние годы [3–5], указывают на существенный вклад в коротковолновый диапазон спектра ветрового волнения вынужденных волн, в частности паразитной капиллярной ряби, генерируемой на гребнях крутых дециметровых волн и распространяющейся по переднему склону последних. Измеренные в ветроволновом бассейне [3] функции распределения наклонов имеют несимметричный вид, связанный, как показали авторы, с паразитной капиллярной рябью. Естественно было бы ожидать, что сильная асимметрия профиля крутых дециметровых волн может заметно влиять на изображение поверхности.

1. ТЕОРИЯ

Схема наблюдения морской поверхности представлена на рис. 1. Полагаем, что в поле зрения оптического приёмника попадает участок поверхности, свободный от солнечных бликов, и зеркальный по отношению к прибору участок неба свободен от облаков. Приёмник с фокусным расстоянием F расположен на высоте H над поверхностью и наклонён под углом φ_0 к вертикали; углы наклона морской поверхности малы. Для простоты предположим, что 1) волнение одномерное, 2) размер приёмника мал по сравнению с фокусным расстоянием: $\Delta X/F \ll 1$, 3) угол наклона прибора меньше тех углов, при которых необходимо учитывать затенения одних участков поверхности другими.

Яркость, регистрируемая в точке X_0 в плоскости приёмника, равна

$$I_{\text{из}}(X_0) = AI_{\text{н}}[\varphi_0 + X_0/F - 2\eta(x_0)]\, T[\varphi_0 + X_0/F - \eta(x_0)], \qquad (1)$$

где A — некоторый постоянный для данной оптической системы коэффициент, $I_{\text{н}}(\varphi)$ — яркость неба, $T(\varphi)$ — коэффициент отражения Френеля, $\eta(x_0)$ и $\xi(x_0)$ — наклон и возвышение морской поверхности в точке $x_0 = [H - \xi(x_0)]\,\mathrm{tg}(\varphi_0 + X_0/F)$ соответственно.

Вследствие малости наклонов яркость неба можно разложить по степеням наклона $\eta(x_0)$ в точке наблюдения на поверхности, ограничиваясь третьим порядком малости. Тогда яркость изображения будет иметь вид

$$I_{\text{из}}(X_0) = A\left[I\big|_{\eta=0} + I'_{\eta}\big|_{\eta=0}\,\eta(x_0) + I''_{\eta\eta}\big|_{\eta=0}\,\eta^2(x_0)/2 + I'''_{\eta\eta\eta}\big|_{\eta=0}\,\eta^3(x_0)/6\right], \qquad (2)$$

где

$$I = I_{\text{н}}[\varphi_0 - 2\eta(x_0)]\,T[\varphi_0 - \eta(x_0)].$$

Учитывая, что $\xi(x_0) \ll H$, в первом приближении можно записать

$$x_0 = H\ \mathrm{tg}\,\varphi_0 + H\ \frac{X}{F\cos^2\varphi_0} - \xi\left(H\ \mathrm{tg}\,\varphi_0 + \ +H\ \frac{X_0}{F\cos^2\varphi_0}\right)\mathrm{tg}\,\varphi_0,$$

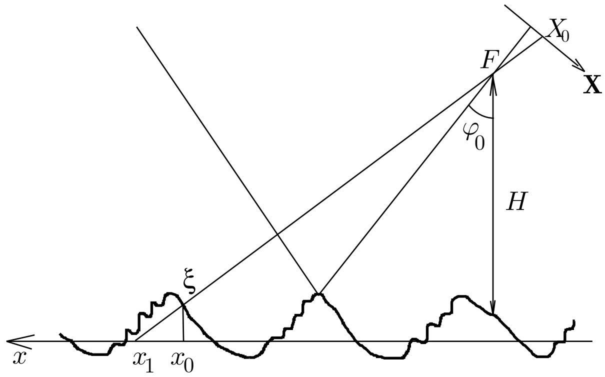

Рис. 1. Схема наблюдения

и, соответственно,

$$\eta(x_0) = \eta(x_1) - \frac{\partial\eta(x_1)}{\partial x_1}\ \xi(x_1)\,\mathrm{tg}\,\varphi_0, \qquad (3)$$

где

$$x_1 = H\ \mathrm{tg}\,\varphi_0 + H\ \frac{X_0}{F\cos^2\varphi_0}\ .$$

Рассмотрим далее выражения для средней яркости изображения и спектра яркости изображения.

1.1. Средняя яркость

Подставим (3) в (2). Если поверхность можно представить как ансамбль невзаимодействующих свободных волн, то средняя яркость изображения равна

$$\bar{I}_{\text{из}} = AI\big|_{\eta=0} + A\left(I'_{\eta}\big|_{\eta=0}\,\mathrm{tg}\,\varphi_0 + I''_{\eta\eta}\big|_{\eta=0}/2\right)\langle\eta^2\rangle, \qquad (4)$$

где $\langle\eta^2\rangle$ — дисперсия наклонов взволнованной поверхности. Выражение (4) отличается от полученного в [2] наличием слагаемого, пропорционального I'. Это слагаемое связано с учётом возвышений.

Если существенный вклад в спектр ветрового волнения вносят связанные волны, то функция распределения наклонов становится несимметричной, и $\langle\eta^3(x)\rangle \neq 0$. Оценим влияние асимметрии профиля волн, связанной с наличием на передних склонах дециметровых волн (с длиной волны 5÷30 см) паразитной ряби с длиной волны менее 1 см, на измеряемые статистические характеристики изображения. Амплитуда паразитной ряби предполагается достаточно малой, так что можно пренебречь её собственной нелинейностью. Представим наклон в виде $\eta(x) = \eta_{\text{св}}(x) + \eta_{\text{вын}}(x)$, где $\eta_{\text{св}}(x)$ — наклон свободных волн, $\eta_{\text{вын}}(x)$ — наклон вынужденной паразитной ряби. Подставим $\eta = \eta_{\text{св}} + \eta_{\text{вын}}$ в $\langle\eta^3(x)\rangle$ и, учитывая, что паразитная рябь связана со свободными волнами только дециметрового диапазона, и пренебрегая нечётными моментами наклонов свободных волн и паразитной ряби, получим

$$\langle\eta^3(x)\rangle \approx 3\,\langle\eta_{\text{дм}}\eta_{\text{вын}}^2\rangle = 3\int \eta_{\text{дм}}\eta_{\text{вын}}^2 W(\eta_{\text{вын}},\eta_{\text{дм}})\,\mathrm{d}\eta_{\text{дм}}\,\mathrm{d}\eta_{\text{вын}}, \qquad (5)$$

где $W(\eta_{\text{вын}},\eta_{\text{дм}}) = W(\eta_{\text{вын}}|\eta_{\text{дм}})W(\eta_{\text{дм}})$ — совместная функция распределения наклонов дециметровых волн и паразитной ряби, $W(\eta_{\text{вын}}|\eta_{\text{дм}})$ — условная функция распределения наклонов ряби при условии, что дециметровые волны имеют наклон $\eta_{\text{дм}}$, $W(\eta_{\text{дм}})$ — функция распределения наклонов дециметровых волн. Для оценки $\langle\eta^3(x)\rangle$ предположим, что 1) на задних склонах дециметровых волн паразитной ряби нет (т. е. если $\eta_{\text{дм}} > 0$, то $W(\eta_{\text{вын}},\eta_{\text{дм}}) = \delta(\eta_{\text{вын}})\,W(\eta_{\text{дм}})$), где $\delta(\eta_{\text{вын}})$ — дельта-функция) и что 2) на всех передних ($\eta_{\text{дм}} < 0$) склонах паразитная рябь есть, 3) наклон паразитной ряби — случайная величина, функция распределения которой не зависит от наклона дециметровых волн в данной точке, а статистические характеристики паразитной ряби определяются статистическими характеристиками дециметровых волн. Тогда совместную функцию распределения наклонов дециметровых волн и ряби можно записать в виде (наблюдение в направлении распространения волн)

$$W(\eta_{\text{вын}},\eta_{\text{дм}}) = \begin{cases} W(\eta_{\text{вын}})W(\eta_{\text{дм}}), & \eta_{\text{дм}} < 0; \\ \delta(\eta_{\text{вын}})\,W(\eta_{\text{дм}}), & \eta_{\text{дм}} > 0. \end{cases} \tag{6}$$

Подставив (6) в (5), получим

$$\langle\eta^3(x)\rangle = 3\int\limits_{-\infty}^{+\infty} \eta^2_{\text{вын}} W(\eta_{\text{вын}})\,\mathrm{d}\eta_{\text{вын}} \int\limits_{-\infty}^{0} \eta_{\text{св}} W(\eta_{\text{св}})\,\mathrm{d}\eta_{\text{св}} = -3\,\langle\eta^2_{\text{вын}}\rangle\,\mu D. \tag{7}$$

Здесь D^2 — дисперсия наклонов дециметровых волн, μ — коэффициент, зависящий от вида функции распределения наклонов дециметровых волн. Если распределение наклонов дециметровых волн описывать гауссовой функцией с нулевым средним, то $\mu = 1/\sqrt{2\pi}$.

В результате средняя яркость изображения с учётом паразитной ряби равна

$$\bar{I}_{\text{из}}/A = I\big|_{\eta=0} + \bigl(I'_{\eta}\big|_{\eta=0}\operatorname{tg}\varphi_0 + I''_{\eta\eta}\big|_{\eta=0}/2\bigr)\langle\eta^2_{\text{св}}\rangle + \bigl(I'_{\eta}\big|_{\eta=0}\operatorname{tg}\varphi_0 + {} \\ {} + I''_{\eta\eta}\big|_{\eta=0}/2 + I'''_{\eta\eta\eta}\big|_{\eta=0} D\mu/2\bigr)\langle\eta^2_{\text{вын}}\rangle. \tag{8}$$

Полагая, что $I''_{\eta\eta}\big|_{\eta=0} \pm I'''_{\eta\eta\eta}\big|_{\eta=0}\,\mu D \approx I''_{\eta\eta}\big|_{\eta=\pm\mu D}$, можно сказать, что вклад свободных волн и паразитной ряби в среднюю яркость изображения пропорционален второй производной яркости неба в зеркальных точках: для свободных волн зеркальная точка определяется отражением от гладкой поверхности, для паразитной ряби — отражением от переднего склона дециметровых волн. Здесь верхний знак соответствует случаю наблюдения вдоль направления распространения волн, нижний знак — наблюдению навстречу волнам.

1.2. Спектр изображения поверхности

Спектр изображения поверхности имеет вид

$$G_{\text{из}} = \int_s \langle I(x_0)I(x_0+\alpha\rho)\rangle > \exp(i\rho k_0)\,\mathrm{d}\rho, \tag{9}$$

где $\alpha = H/(F\cos^2\varphi_0)$, k_0 — волновое число в плоскости изображения, s — область наблюдения. Ограничимся сначала линейным слагаемым в (2), пропорциональным первой производной яркости неба, и учтём возвышения поверхности по формуле (3). Предположим, что 1) возвышения $\xi(x_1)$ связаны с дециметровыми волнами, 2) паразитная рябь распространяется только на переднем склоне дециметровых волн, 3) наклон ряби — случайная величина, функция распределения вероятностей которой не зависит от наклона дециметровых волн в данной точке. Совместные двухточечные функции распределения наклонов паразитной ряби и возвышений и наклонов дециметровых волн (наблюдение в направлении распространения волны) можно записать в виде

$$W(\eta_{1\text{вын}}, \eta_{2\text{вын}}, \xi_{\text{дм}2}) = W(\eta_{1\text{вын}}, \eta_{2\text{вын}}) W(\xi_{\text{дм}2}),$$

$$W(\eta_{1\text{вын}}, \eta_{2\text{вын}}, \eta_{\text{дм}1}) = \begin{cases} W(\eta_{1\text{вын}}, \eta_{2\text{вын}}) W(\eta_{\text{дм}1}), & \eta_{\text{дм}1} < 0; \\ \delta(\eta_{1\text{вын}})\, \delta(\eta_{2\text{вын}})\, W(\eta_{\text{дм}1}), & \eta_{\text{дм}1} > 0. \end{cases} \tag{10}$$

Тогда после громоздких вычислений можно получить, что учёт возвышений поверхности приводит к следующему выражению для спектра изображения:

$$G_{\text{из}}(k) = A^2 \left(I'_\eta \big|_{\eta=0} \right)^2 G_{\text{св}}(k) + A^2 \left(I'_\eta \big|_{\eta=0} \right)^2 G_{\text{вын}}(k_1), \tag{11}$$

где $k = k_0 F \cos^2(\varphi_0)/H$, $k_1 = k\,(1 - 2\mu D\ \operatorname{tg}\varphi_0)$, $G_{\text{св}}$ и $G_{\text{вын}}$ — спектры свободных капиллярных волн и паразитной ряби соответственно.

Из формулы (11) видно, что спектр изображения свободных волн и паразитной ряби при определённом волновом числе в плоскости изображения равен сумме спектров свободных волн и паразитной ряби на морской поверхности на разных волновых числах.

Оценивая нелинейное слагаемое в спектре изображения (9), пропорциональное $I'I''$, можно аналогично тому, как это было показано для средней яркости, показать, что при изображении паразитной ряби также смещается и зеркальная точка, т. е. часть спектра изображения поверхности, пропорциональная спектру поверхности, имеет вид

$$G_{\text{из}}(k) = A^2 \left(I'_\eta \big|_{\eta=0} \right)^2 G_{\text{св}}(k) + A^2 \left(I'_\eta \big|_{\eta=\pm\mu D} \right)^2 G_{\text{вын}}(k_1), \tag{12}$$

где $k_1 = k\,(1 \mp 2\mu D\ \operatorname{tg}\varphi_0)$. Здесь верхний знак соответствует случаю наблюдения вдоль направления распространения волн, нижний знак — наблюдению навстречу. Естественно, кроме поправки, связанной с нелинейностью градиента яркости неба и асимметрией профиля дециметровых волн, описанной в данной работе, существует и ошибка, связанная только с нелинейностью градиента яркости неба (слагаемое, пропорциональное четвёртому моменту наклонов волнения, $I''^2 \left\langle \eta^2(x)\eta^2(x+\rho) \right\rangle$), рассчитанная в [1]. Описанная здесь и рассчитанная ранее ошибки аддитивны.

2. ЧИСЛЕННЫЕ ОЦЕНКИ

2.1. Средняя яркость, контраст яркости

Сделаем численные оценки влияния паразитной ряби на среднюю яркость поверхности. Представим яркость поверхности в виде

$$\bar I = \bar I_{\text{св}} \left[1 \pm \frac{I'''_{\eta\eta\eta}\big|_{\eta=0} D\mu r}{2I\big|_{\eta=0}/\langle\eta^2\rangle + 2I'_\eta\big|_{\eta=0} \operatorname{tg}\varphi_0 + I''_{\eta\eta}\big|_{\eta=0}} \right], \tag{13}$$

где $\bar I_{\text{св}}$ — средняя яркость в предположении, что все волны — свободные, $r = \langle\eta^2_{\text{вын}}\rangle/\langle\eta^2\rangle$ — отношение дисперсии наклонов паразитной ряби к полной дисперсии наклонов, знак плюс в (13) соответствует наблюдению по направлению распространения волн, знак минус — навстречу волнам. Второе слагаемое в квадратных скобках описывает влияние паразитной ряби на среднюю яркость изображения поверхности. Зависимость яркости неба от положения солнца и наблюдателя для солнечного дня приведена в [6], полная дисперсия наклонов описывается формулой

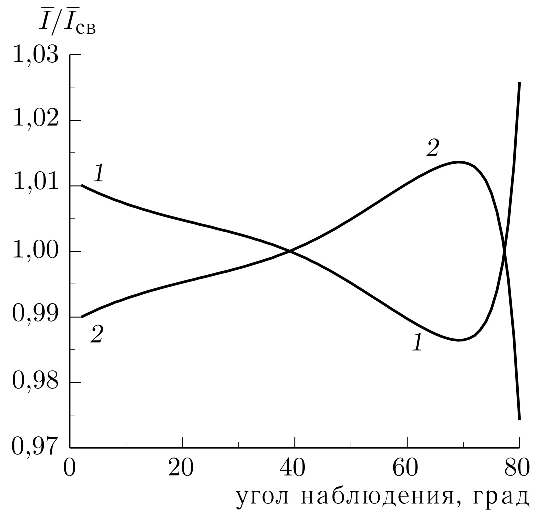

Рис. 2. Относительное изменение средней яркости поверхности от угла наблюдения для скорости ветра 8 м/с и максимального значения r

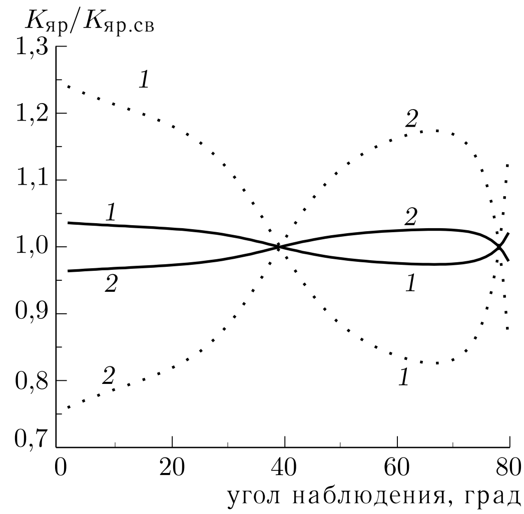

Рис. 3. Зависимость относительного контраста яркости от угла наблюдения для скорости ветра 8 м/с. Зенитный угол солнца равен 45°, азимутальный угол составляет 180°. Кривые *1* соответствуют наблюдению вдоль направления распространения волн, *2* — навстречу волнению

Кокса—Манка [7] $\langle\eta^2\rangle = 0{,}001\,(3 + 2V\ \text{[м/с]})$, где V — скорость ветра, $D^2 = \int_{s_1} G_\eta(k)\,\mathrm{d}k$, где $G_\eta(k)$ — спектр наклонов волнения, диапазон s_1 включает поверхностные волны с длинами 5÷30 см. Для оценки максимальной величины r (это соответствует случаю, когда все волны с длинами менее 1 см — паразитная рябь) предположим, что спектр возвышений описывается формулой Пирсона—Московица [8]

$$G_\xi = \beta_0 k^{-4} \exp[-0{,}74 g^2/(V^4 k^2)], \tag{14}$$

где β_0 — нормировочный коэффициент, g — ускорение свободного падения, V — скорость ветра, а при волновых числах порядка 25 рад/см спектр имеет резкий спад [9]. Интеграл спектра в пределах от 6 рад/см (длина волны 1 см) до самых коротких волн даёт максимально возможную дисперсию наклонов паразитной ряби. Для описанного случая $r \sim 0{,}15$ (для скорости ветра 8 м/с) и слабо (в пределах 10 %) меняется в интервале скоростей ветра 6÷12 м/с. Использование более точного описания спектра (см., например, [9]) не приводит к существенному изменению максимальной оценки r.

На рис. 2 представлена зависимость относительного вклада вынужденных волн от угла наблюдения в яркость изображения поверхности для скорости ветра 8 м/с и максимального значения r. Зенитный угол солнца равен 45°, азимутальный угол между направлением на солнце и направлением наблюдения составляет 180°. Кривая *1* соответствует наблюдению по ветру, *2* — навстречу ветру. Обращение в нуль второго слагаемого в квадратных скобках в (13) связано с выбранной аппроксимацией профиля яркости неба. Видно, что вклад вынужденных волн в среднюю яркость поверхности мал, что связано с незначительным вкладом паразитной капиллярной ряби в дисперсию наклонов поверхности.

Оценим влияние паразитной ряби на наблюдаемый контраст яркости поверхности. Контраст яркости $K_{яр}$ определяется как отношение изменения яркости к средней яркости поверхности. Изменение яркости может быть связано с изменением интенсивности волн, в частности, короткие волны (с длинами от нескольких миллиметров до 20÷25 см) могут сильно гаситься в областях поверхности, покрытых поверхностно-активной плёнкой [10]. Каскадный механизм гашения приводит к тому, что даже слабое гашение дециметровых волн вызывает сильное гашение паразитной ряби, поэтому для оценок будем полагать, что паразитной ряби в слике нет, а на чистой воде вся капиллярная рябь — паразитная. На рис. 3 представлено отношение $K_{\text{яр}}/K_{\text{яр.св}}$, где $K_{\text{яр.св}}$ — контраст яркости в предположении, что все волны — свободные, от угла наблюдения для случаев, когда в слике все волны погашены (сплошные кривые) и когда погашена только паразитная рябь (пунктирные кривые). Из рис. 3 видно, что если в слике гасятся все волны (и свободные, и паразитная капиллярная рябь), то влияние ряби на контраст яркости незначительно (не превышает 3 %). Если же изменение яркости в слике связано только с гашением паразитной ряби, то её влияние на контраст яркости максимально (при некоторых условиях может достигать 20 %). Если для оценки использовать данные об изменении дисперсии наклонов в слике толстой нефтяной плёнки, приведённые в [7], то наличие вынужденных волн на морской поверхности может приводить к изменению контраста яркости в слике до 10 %.

2.2. Спектр изображения, спектральный контраст

Для оценки влияния паразитной ряби на спектр изображения поверхности $G_{\text{из}}(k)$ и измеряемый спектральный контраст $C_{\text{из}}(k)$ (отношение спектра фонового волнения к спектру волнения в слике) в капиллярном диапазоне длин волн предположим, что все волны с длинами менее 1 см — паразитная рябь. Тогда

$$\frac{G_{\text{из}}(k)}{G_{\text{из.св}}(k)} = \frac{C_{\text{из}}(k)}{C_{\text{из.св}}(k)} = 1 \pm 2D\mu \left[\frac{-1}{G(k)}\, \frac{\mathrm{d}G(k)}{\mathrm{d}k}\, k \operatorname{tg}\varphi_0 + \frac{I''_{\eta\eta}\big|_{\eta=0}}{I'_{\eta}\big|_{\eta=0}} \right], \tag{15}$$

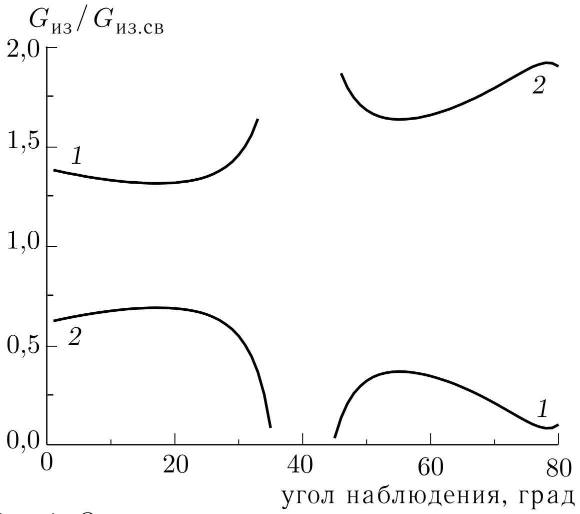

Рис. 4. Относительное изменение спектра волнения и спектрального контраста от угла наблюдения для скорости ветра 8 м/с. Обозначения кривых те же, что на рис. 2

где $G_{\text{из.св}}(k)$ и $C_{\text{из.св}}(k)$ — измеряемые спектр изображения и спектральный контраст в предположении, что все волны свободные; знак плюс соответствует наблюдению по направлению рас- пространения волн, знак минус — навстречу волнам. Для описания спектра капиллярной ряби используем выражение из [11]:

$$G(k) = \frac{1}{\gamma(k)}\, [\beta(K) - \gamma(K)]\, G_{\text{дм}}(K) K^4/k^4, \tag{16}$$

где k — волновое число ряби (волновые числа 6÷25 рад/см), $K = g/(k\sigma)$ — волновое число свободных дециметровых волн с длиной 5÷30 см, $G_{\text{дм}}$ — спектр свободных ветровых волн, σ — коэффициент поверхностного натяжения, $\beta(K)$ и $\gamma(K)$ — инкремент и декремент ветровых волн [12, 13].

На рис. 4 представлена зависимость

$$G_{\text{из}}(k)/G_{\text{из.св}}(k) = C_{\text{из}}(k)/C_{\text{из.св}}(k)$$

для волнового числа $k = 10$ рад/см от угла наблюдения для скорости ветра 8 м/с. Зенитный угол солнца равен 45°, азимутальный угол между направлением на солнце и направлением наблюдения составляет 180°. Кривые *1* соответствуют наблюдению вдоль направления распространения волн, *2* — навстречу волнению. В некоторой области углов вблизи сопряжённого с зенитным углом солнца (в данном случае 40°) регистрация спектра волнения оптическим спектроанализатором невозможна, поскольку величина $I'(\varphi_0)$ мала. При всех других углах наблюдения наличие паразитной ряби существенно сказывается на измеряемом спектре и измеряемом спектральном контрасте (в частности, при наблюдении под углами, близкими к надиру). Из рис. 4 видно, что при некоторых условиях наблюдения спектральный контраст изображения поверхности, измеряемый навстречу волнению, может в несколько раз отличаться от спектрального контраста, измеряемого по направлению распространения волн.

Следует заметить, что влияние вынужденных волн сильно зависит от величины μD. По существу, эта величина представляет собой наклон переднего склона дециметровых волн, на котором находится вынужденная рябь. Эта величина оценивалась в лабораторном эксперименте в [3] как 0,07÷0,122. Такие значения для μD дают существенно бóльшую поправку по сравнению с полученной выше как в среднюю яркость, так и в спектр изображения.

3. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Суммируем полученные результаты.

1) Наличие капиллярной паразитной ряби на переднем склоне дециметровых волн приводит к незначительному изменению средней яркости изображения и может давать существенный вклад в измеряемый контраст яркости в слике. Измеряемый контраст яркости в слике может сильно зависеть от угла между направлением распространения волны и направлением наблюдения.

2) Паразитная капиллярная рябь может существенно влиять как на измеряемый спектр оптического изображения поверхности в диапазоне капиллярных волн, так и на измеряемый спектральный контраст в том же диапазоне длин волн в слике. Измеряемые спектральные контрасты могут различаться в несколько раз при наблюдении навстречу волнению и по волнению.

Автор благодарит С. А. Ермакова и А. Г. Лучинина за ценные замечания.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проекты № 02–05–65102, 02–05–64975, 04–05–64763).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Зуйкова Э. М., Лучинин А. Г., Титов В. И. // Дистанционные методы исследования океана. Н. Новгород: Изд-во ИПФ АН СССР, 1987.
2. Лучинин А. Г., Титов В. И. // Изв. АН СССР. ФАО. 1980. Т. 16, № 12. С. 1 284.
3. Plant W. J., Keller W. C., Hesany V., et al. // J. Geophys. Res. C. 1999. V. 104, No. 2. P. 3 243.
4. Gade M., Alpers W., Ermakov S. A., et al. // J. Geophys. Res. C. 1998. V. 103, No. 10. P. 21 697.
5. Ермаков С. А., Сергиевская И. А., Зуйкова Э. М. и др. // Докл. АН. 2003. Т. 388, № 1. С. 109.
6. Лифшиц Г. Ш. Рассеянный свет дневного неба. Алма-Ата: Наука, 1973. 148 с.
7. Филлипс О. М. Динамика верхнего слоя океана. Л.: Гидрометеоиздат, 1980.
8. Pierson W. J., Moskowitz L. // J. Geophys. Res. 1964. V. 69. P. 5 181.
9. Apel J. R. // J. Geophys. Res. C. 1994. V. 99, No. 8. P. 16 269.
10. Ермаков С. А., Зуйкова Э. М., Салашин С. Г. // Изв. АН СССР. ФАО. 1987. Т. 23, № 7. С. 707.
11. Кудрявцев В. Н. // Мор. гидрофиз. журн. НАН Украины. 1996. № 2. С. 3.
12. Plant W. J. // J. Geophys. Res. 1982. V. 87, No. 1. P. 1961.
13. Левич В. Г. Физико-химическая гидродинамика. М.: Физматгиз, 1959.

Институт прикладной физики РАН,
г. Нижний Новгород, Россия

Поступила в редакцию
11 июля 2003 г.

THE EFFECT OF ASYMMETRY OF SHORT WIND WAVES ON STATISTICAL CHARACTERISTICS OF THE SEA SURFACE IMAGE IN DIFFUSE SKY LIGHT

I. A. Sergievskaya

A model of optical imaging of a rough sea surface in diffuse sky light is developed with allowance for bound waves (parasitic capillary ripple) on the front slope of decimeter gravity waves. It is found that in the case of oblique observation, free and bound waves give different contribution in the statistical characteristics of a rough sea surface image.

УДК 534.231

ЭФФЕКТИВНОСТЬ СОГЛАСОВАННОЙ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ ФИЛЬТРАЦИИ МОД В МЕЛКОВОДНОМ ЗВУКОВОМ КАНАЛЕ

М. А. Раевский, А. И. Хилько

В работе исследованы особенности формирования модовой тени в случайно-неоднородных океанических волноводах с помощью вертикальных излучающей и приёмной антенных решёток. Показано, что при заданных характеристиках волновода в точках расположения излучающей и приёмной систем, максимальная глубина модовой тени может быть сформирована при оптимальных параметрах излучающей и приёмной решёток. Проанализировано уменьшение контраста модовой тени за счёт рассеяния мод случайными неоднородностями при распространении маломодовых сигналов в океанических волноводах.

ВВЕДЕНИЕ

Одним из методов акустической томографии локализованных неоднородностей в океане является импульсная модовая томография, основанная на селекции отдельных мод [1–7]. Этот метод наиболее эффективен в мелком море, где число хорошо распространяющихся мод относительно невелико и проще реализовать маломодовые режимы излучения и приёма сигналов. В идеале метод предполагает возбуждение одномодового поля «подсветки» и анализ рассеянных неоднородностью модовых сигналов, соответствующих другим распространяющимся модам волновода. При анализе возможностей такого метода было использовано понятие «модовой тени» [4], что позволило проводить аналогии с методом «тёмного поля», широко используемым в оптике для выделения слабых дифракционных полей [8–10].

Реализация метода модовой томографии для обнаружения слабых рассеивателей требует высокой степени селекции мод, что наиболее просто может быть достигнуто путём использования вертикальных излучающей и приёмной антенных решёток, обеспечивающих пространственную модовую селекцию [11–17]. При этом для идеальной селекции мод необходимо, чтобы антенные решётки имели бесконечно большую апертуру. Использование решёток, лишь частично перекрывающих волновод, приводит (как при излучении, так и при приёме) к возникновению «паразитных» мод, затрудняющих наблюдение неоднородностей методом тёмного поля. Для оценки эффективности формирования модовой тени удобно оперировать понятием глубины (или динамического диапазона) модовой тени [7], отражающим уровень паразитных мод по отношению к уровню моды подсветки при пространственной фильтрации сигналов.

Наряду с конструкцией приёмной и излучающей антенных решёток, на глубину модовой тени влияет эффект перераспределения энергии между модами вследствие рассеяния поля подсветки на случайных неоднородностях океанической среды [18, 19]. При распространении излучаемых мод в случайно-неоднородном волноводе их энергия трансформируется в энергию мод с другими номерами, причём этот эффект накапливается с увеличением длины акустической трассы. Вследствие этого глубина модовой тени уменьшается, и начиная с некоторых дистанций наблюдение локализованных неоднородностей методом модовой томографии становится неэффективным.

Таким образом, для реализации схемы импульсной модовой томографии необходимо предварительно исследовать эффективность формирования модовой тени. Именно такое исследование, не затрагивающее собственно задачу обнаружения, и является предметом данной работы. В первой её части рассматривается влияние параметров излучающей и приёмной антенных решёток на эффективность селекции мод, во второй — уменьшение глубины модовой тени вследствие рассеяния мод подсветки на поверхностном волнении, являющимся основным фактором рассеяния в мелком море.

1. ВЛИЯНИЕ КОНСТРУКЦИИ АНТЕННЫХ РЕШЁТОК НА СТРУКТУРУ МОДОВОЙ ТЕНИ

Рассмотрим формирование модовой тени при пространственной селекции с помощью вертикальных излучающей и приёмной решёток. Ограничимся при этом анализом распространения тональных сигналов в плоскослоистых волноводах. Отметим, что существуют публикации [1, 2], посвящённые вопросам синтеза излучающих антенн в плоскослоистых волноводах. Целью этих работ является поиск распределений амплитуд и фаз излучающих элементов антенны, которые максимизируют энергию выделенной группы волноводных мод. В настоящей работе мы ограничимся лишь анализом физически наглядных распределений амплитуд и фаз излучателей вдоль антенны, соответствующих структурам каких-либо слабозатухающих мод волновода. При этом можно ожидать, что для достаточно протяжённой антенны, перекрывающей значительную часть области локализации такой моды, энергия остальных (паразитных) мод будет относительно мала. Для реализации метода модовой тени на протяжённой приёмной антенне формируется амплитудно-фазовое распределение, соответствующее структуре наблюдаемой (отличной от излучаемой) волноводной моды. Эффективность селекции мод (глубина модовой тени) в существенной степени зависит от конструкции и глубины расположения антенн. Предполагая профиль и параметры волновода известными, рассмотрим вопрос формирования глубокой модовой тени. Введём предварительно несколько соотношений, которые формализуют уже употреблявшиеся выше понятия.

Известно [19], что если $q(z)$ — распределение давления по апертуре излучающей антенной решётки, то коэффициенты возбуждения мод a_n^{S} имеют вид

$$a_n^{\mathrm{S}} = \int\limits_{L_{\mathrm{S}}} q(z)\varphi_n(z)\,\mathrm{d}z, \tag{1}$$

где $\varphi_n(z)$ — ортонормированные собственные функции, а интегрирование проводится по апертуре излучающей антенной решётки L_{S}. Имея в виду задачу формирования модовой тени, в качестве $q(z)$ будем задавать распределение, соответствующее одной из мод волновода, а именно $\varphi_l(z)$. В этом случае

$$a_n^{\mathrm{S}}(l) = \int\limits_{L_{\mathrm{S}}} \varphi_l(z)\varphi_n(z)\,\mathrm{d}z \equiv A_{ln}^{\mathrm{S}}, \tag{2}$$

где A_{ln}^{S} — матрица ортогональности мод на апертуре антенной решётки. Для антенной решётки из точечных излучателей, расположенных на глубинах z_i, матрица ортогональности имеет вид

$$A_{ln}^{\mathrm{S}} = \sum_{i=1}^{I^{\mathrm{S}}} \varphi_l(z_i)\varphi_n(z_i), \tag{3}$$

где I^{S} — число излучающих элементов в решётке. Поле давления в волноводе начиная с некоторых дистанций от источника описывается выражением

$$P(r,z) = \sum_{n=1}^{N} \frac{a_n^{\mathrm{S}}\varphi_n(z)}{\sqrt{k_n r}} \exp[i\,(k_n r - \pi/4) - \delta_n r], \tag{4}$$

где $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ определяет положение приёмной системы, k_n — собственные числа волновода, а δ_n — коэффициенты затухания волноводных мод, N — число распространяющихся мод.

Для выделения мод на приёмной антенне формируется распределение чувствительности элементов, соответствующее профилю наблюдаемой моды. При этом коэффициенты приёма мод имеют вид

$$b_m(l) = \sum_{n=1}^{N} \frac{A^{\mathrm{S}}_{ln} A^{\mathrm{R}}_{nm}}{\sqrt{k_n r}} \exp[i\,(k_n r - \pi/4) - \delta_n r]. \tag{5}$$

Здесь A^{R}_{nm} — матрица ортогональности мод для приёмной антенны, описываемая выражением, аналогичным (2), и, соответственно, формулой (3) для решётки из точечных приёмных элементов. Для количественной характеристики глубины модовой тени, формируемой излучающей и приёмной антеннами, введём малый безразмерный параметр

$$\eta_m(l) = |b_m(l)|^2 / |b_l(l)|^2 \tag{6}$$

для всех $m \neq l$.

Чем меньше уровень паразитных мод, тем меньше параметр $\eta_m(l)$ и, соответственно, глубже модовая тень. В предельном случае излучающей и приёмной решёток с бесконечной апертурой имеем $A^{\mathrm{S}}_{in} = A^{\mathrm{R}}_{in} \equiv E_{in}$, где E_{in} — единичная матрица. При этом параметр (6) становится равным нулю, что соответствует абсолютной модовой тени. В общем случае задача формирования глубокой модовой тени, т. е. минимизации параметра $\eta_m(l)$, не факторизуется, т. е. не распадается на две независимые задачи оптимизации параметров и положения излучающей и приёмной антенных решёток. Тем не менее это можно сделать в том практически важном случае, когда антенные решётки обеспечивают относительно высокую степень ортогональности мод. В этом случае матрицы ортогональности представим в виде

$$A^{\mathrm{S}}_{ln} = E_{ln} + \varepsilon^{\mathrm{S}}_{ln}, \qquad A^{\mathrm{R}}_{mn} \equiv E_{mn} + \varepsilon^{\mathrm{R}}_{mn}, \tag{7}$$

где элементы матриц $\varepsilon^{\mathrm{S}}_{ij}$ и $\varepsilon^{\mathrm{R}}_{ij}$ малы в сравнении с единицей. Линеаризуя выражение для $b_m(l)$ по малым величинам $\varepsilon^{\mathrm{S}}_{ij}$ и $\varepsilon^{\mathrm{R}}_{ij}$, получим

$$b_m(l) = \frac{1}{\sqrt{k_l r}}\,(E_{lm} + \varepsilon^{\mathrm{R}}_{lm}) \exp[i\,(k_l r - \pi/4) - \delta_l r] + \frac{1}{\sqrt{k_m r}}\,\varepsilon^{\mathrm{S}}_{lm} \exp[i\,(k_m r - \pi/4) - \delta_m r]. \tag{8}$$

Соответственно, при $m \neq l$ для $|b_m(l)|^2$ имеем

$$|b_m(l)|^2_{m\neq l} = \frac{1}{k_l r}\left(\varepsilon^{\mathrm{R}}_{lm}\right)^2 \exp[-2\delta_l r] + \frac{1}{k_m r}\left(\varepsilon^{\mathrm{S}}_{lm}\right)^2 \exp[-2\delta_m r] + \\ + \frac{2}{r\,\sqrt{k_l k_m}}\,\varepsilon^{\mathrm{R}}_{lm}\varepsilon^{\mathrm{S}}_{lm} \exp[-(\delta_l + \delta_m)\,r] \cos[(k_l - k_m)\,r]. \tag{9}$$

Таким образом, вследствие эффектов интерференции и затухания мод глубина модовой тени не определяется (как это можно было бы ожидать) суммой энергий паразитных мод для излучающей и приёмной антенных решёток. Как следует из полученных выражений, глубина модовой тени (6) осциллирует при сравнительно малых изменениях расстояния r. Отметим, что глубина модовой тени осциллирует и во времени вследствие фазовых флуктуаций мод в океане. При этом имеет смысл анализировать значения параметра $\eta_m(l)$, усреднённые на масштабах интерференции мод $L_{\mathrm{int}} = [\min(k_l - k_m)]^{-1}$. После такого усреднения с учётом малости элементов $\varepsilon^{\mathrm{S}}_{ij}$ и $\varepsilon^{\mathrm{R}}_{ij}$ получим сравнительно простое выражение:

$$\eta_m(l) = (\varepsilon^{\mathrm{R}}_{lm})^2 + \frac{k_l}{k_m}\,(\varepsilon^{\mathrm{S}}_{lm})^2 \exp[2\,(\delta_l - \delta_m)\,r]. \tag{10}$$

Полученная формула позволяет более сложную задачу выбора параметров всей системы наблюдения свести к отдельным задачам оптимального подбора параметров излучающей и приёмной антенных решёток. Интересно также отметить, что с точки зрения увеличения глубины модовой тени (т. е. уменьшения $\eta_m(l)$) выгодно использовать слабо затухающие моды подсветки с низшими номерами и вести наблюдение для мод с более высокими номерами, для которых $\delta_m > \delta_l$.

Рассмотрим вначале задачу оптимизации излучающей решётки. Удобно ввести нормировку коэффициентов возбуждения мод таким образом, что

$$a_n(l) = N(l)^{-1} \sum_{i=1}^{I^{\mathrm{S}}} \varphi_n(z_i)\varphi_l(z_i), \tag{11}$$

где $N(l) = (\Sigma_{n=1}^{N} \Sigma_{i=1}^{I^{\mathrm{S}}} [\varphi_n(z_i)\varphi_l(z_i)]^2)^{1/2}$ — нормировочный множитель, φ_n — нормированные на единицу собственные функции волновода в месте постановки решётки, $z_i = z_0 + (i-1)\,\Delta z$ — глубина отдельного элемента решётки, z_0 — глубина первого элемента решётки, Δz — расстояние между элементами решётки, $i = 1, 2, \ldots, I^{\mathrm{S}}$, I^{S} — число элементов решётки, распределение давления по апертуре соответствует моде с номером l.

С ростом апертуры антенны относительный уровень селектируемой моды растёт, вместе с тем для полного подавления остальных мод необходимо, чтобы решётка захватывала весь интервал глубин локализации селектируемой моды. В мелком море все волноводные моды частично локализованы в дне. Очевидно, что в такой ситуации согласование излучающей антенной решётки с волноводными модами затрудняется, и эффективность селективного возбуждения мод падает. Следует заметить, что существует ещё один фактор, ограничивающий эффективность селективного возбуждения мод — это взаимное влияние излучающих монополей, которое в данной работе не обсуждается.

В общем случае коэффициенты возбуждения мод решёткой конечной апертуры для заданного волновода являются функциями геометрических параметров решётки: $a_m = a_m(z_0, \Delta z, I^{\mathrm{S}})$. Таким образом, следует подобрать эти параметры для обеспечения максимальной эффективности возбуждения моды подсветки. Рассмотрим в качестве критерия выбора параметров максимизацию энергии одной из низших мод.

Формально такую задачу можно сформулировать как задачу поиска глобального экстремума разности энергий заданной моды и всех паразитных мод в многопараметрическом пространстве $\boldsymbol{\theta} = (z_0, \Delta z, I^{\mathrm{S}})$. При этом характеристики волновода не варьируются. Условия экстремума имеют вид

$$\frac{\partial}{\partial \theta_j} f_m(\theta_j) = 0, \qquad f_m(z_0, \Delta z, I^{\mathrm{S}}) = |a_m|^2 - \sum_{l \neq m}^{N} |a_l|^2, \tag{12}$$

где $j = 1, 2, 3$. Характеристики волновода входят в уравнение (12) через структуру собственных функций мод $\varphi_m(z)$ (см. выражение (11)).

Для примера рассмотрим задачу о выборе параметров согласованной с первой модой излучающей решётки при частоте излучения 250 Гц и типичных летних условиях Баренцева моря [5]. Рассмотрим случай решёток с 10 и 16 излучателями при различных значениях Δz и глубинах постановки решёток. Глубина волновода с придонной гидрологией составляла 170 м. Зависимость скорости звука c от глубины z задавалась в точках: $\{c[\text{м/с}] : z[\text{м}]\} = \{1\,460{,}2 : 0;\ 1\,459{,}1 : 50; 1\,458{,}6 : 100; 1\,458{,}1 : 170\}$, с последующей интерполяцией. Дно волновода состояло из двух жидких слоёв осадков с толщиной $h_1 = 1$ м и $h_2 = 50$ м и плотностью $\rho_1 = 1{,}8$ г/см^3 и $\rho_2 = 2{,}0$ г/см^3; скорость звука в указанных слоях составляла $c_1 = 1\,600$ м/с и $c_2 = 1\,700$ м/с соответственно. Упругое полупространство, на котором располагались осадочные слои, характе-

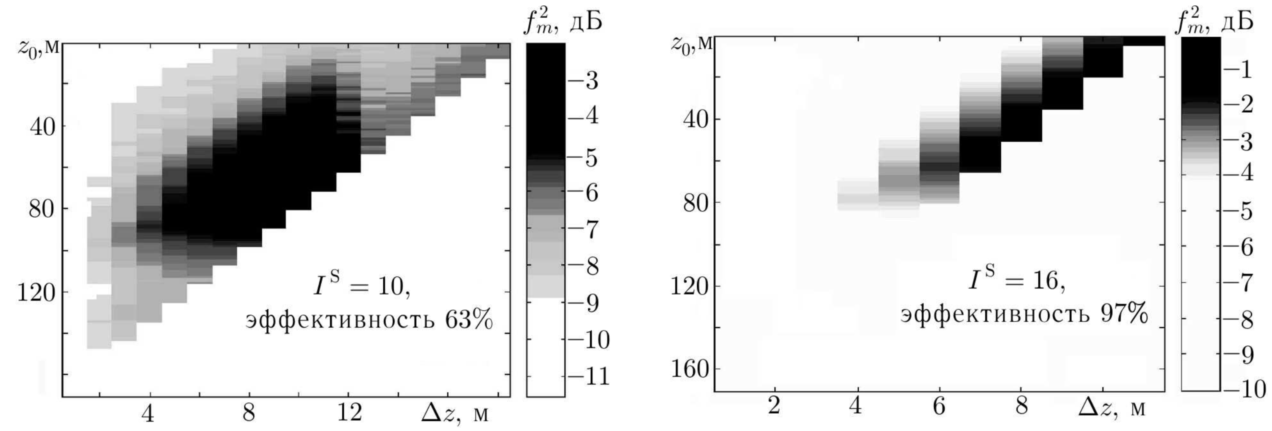

Рис. 1. Представленные в яркостном виде распределения функции $f_m^2(z_0, \Delta z, I^{\mathrm{S}} = \mathrm{const})$, полученные при поиске оптимальной конфигурации излучающих антенных решёток в мелком море. Вычисления осуществлялись для решёток с числом излучателей 10 (слева) и 16 (справа) при различных расстояниях между излучателями и положениях верхнего излучателя в случае придонной гидрологии, типичной для летних условий наблюдения в Баренцевом море

ризовалось скоростью продольных волн $c_{\mathrm{l}} = 2\,300$ м/с, скоростью поперечных волн $c_{\mathrm{s}} = 450$ м/с, плотностью $\rho = 2{,}2$ г/см^3, и коэффициентом затухания предельных волн $k = 0{,}08$ дБ/(км · Гц).

На рис. 1 показаны результаты поиска оптимальных параметров решётки излучателей в случае, когда при подборе параметров рассматривался лишь конечный набор хорошо распространяющихся захваченных волноводом мод. При этом, как показывают расчёты, антенна, состоящая из 16 излучателей с шагом между ними 10 м и расположенная на глубине 15 м (имеется в виду первый элемент), позволяет достигнуть оптимизации на уровне 97 % (т. е. в помеховых модах содержится лишь 3 % энергии). Однако при таком выборе параметров излучающей решётки существенная часть излучаемой энергии может излучаться в дно. Для ослабления такого рода потерь энергии, по-видимому, выгоднее использовать излучающую решётку с заполненной апертурой, для которой излучение под большими углами мало. При этом антенная решётка с конечным числом излучателей будет обладать худшей модовой селекцией, однако потери энергии, связанные с переизлучением поля в дно, будут существенно меньшими. Очевидно, что лучших результатов при эффективном селективном возбуждении хорошо распространяющихся мод с низкими номерами можно ожидать при использовании решётки с бо́льшим числом элементов. Были также проведены численные исследования влияния глубины постановки антенны с конечным числом излучателей на эффективность селективного возбуждения первой моды. Иллюстрацией приведённых расчётов является рис. 2, где в виде яркостного распределения показаны коэффициенты возбуждения волноводных мод для двух глубин расположения той же излучающей решётки. Из этих распределений видно, что решётку излучателей следует располагать в интервале глубин, соответствующих локализации основной части энергии возбуждаемой (в нашем примере первой) моды.

Формально коэффициент селективного приёма моды приёмной решёткой определяется выражением, аналогичным (11). При этом все рассуждения относительно селективного возбуждения мод относятся и к приёмным решёткам. Однако селективный приём имеет некоторые отличительные особенности. Прежде всего, приёмную решётку конструктивно легче сделать длинной. Особенно это обстоятельство существенно для низкочастотного диапазона, где трудно сконструировать длинную излучающую решётку из-за большого размера и веса излучателей. Очевидно, что оптимальным вариантом является приёмная решётка, перекрывающая по глубине весь волновод. На рис. 3 показаны результаты расчётов эффективности селекции мод приёмной антенной ре-

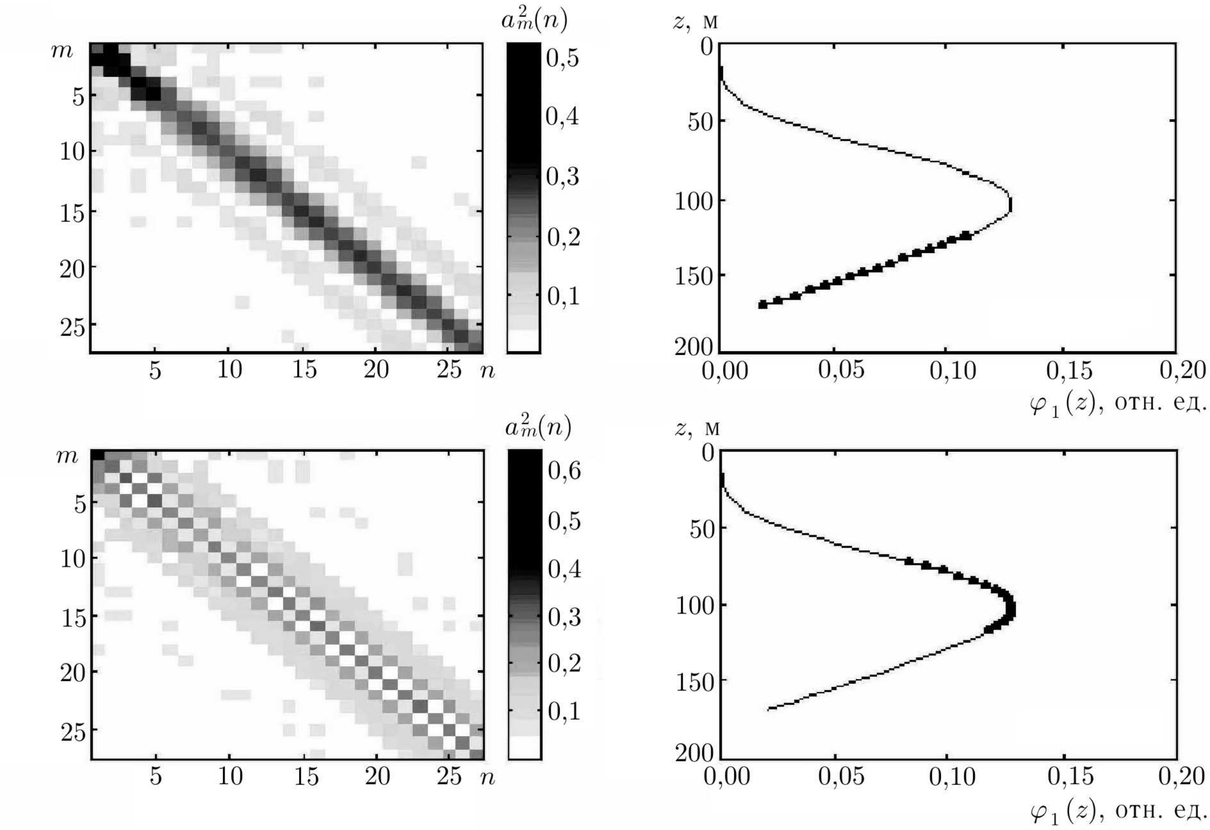

Рис. 2. Яркостное распределение нормированных квадратов коэффициентов возбуждения излучаемых мод антенной решёткой из 16 излучателей с расстояниями между излучателями 3 м при расположении решётки вблизи дна (верхний рисунок) и в области пучности первой моды придонного волновода (нижний рисунок). Справа для каждого случая отмечены интервалы глубин расположения излучателей. Точками показаны соответствующие положениям излучателей значения собственной функции первой моды

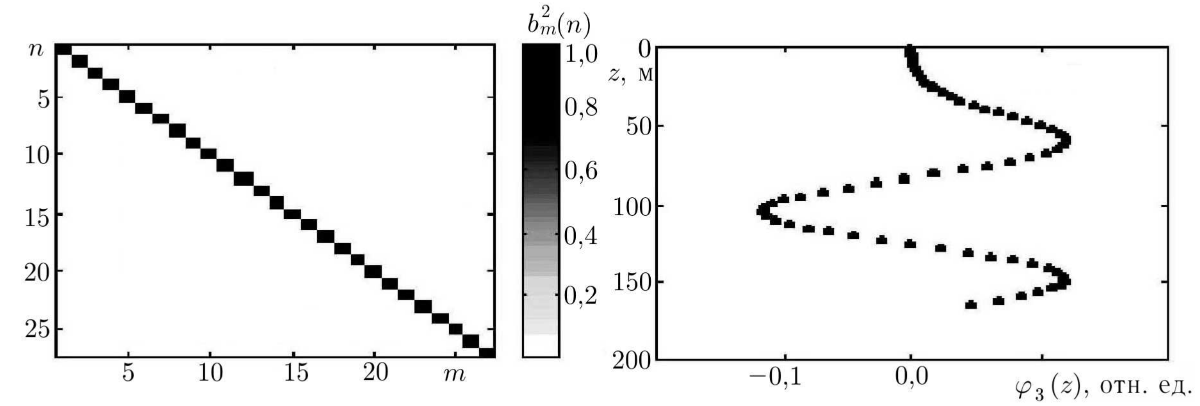

Рис. 3. Яркостное распределение нормированных квадратов коэффициентов выделения мод приёмной антенной решёткой из 55 гидрофонов, перекрывающей весь волновод в случае придонной гидрологии (справа точками показаны значения собственных функций третьей моды, соответствующие положениям элементов приёмной решётки)

шёткой, состоящей из 55 гидрофонов, которые располагались с шагом 3 м, осуществлённые для тех же гидрологических условий. Такая антенная решётка практически полностью перекрывает волновод. Из расчётов следует, что в случае селективного возбуждения хорошо распространяющихся в мелководном волноводе мод с низкими номерами уровень помех, связанных с проникновением в рабочий канал мод с другими номерами при селективном приёме мод, не превышает $-(15\div 20)$ дБ.

Как показывают численные оценки, при излучении первой и приёме третьей моды описанными выше решётками в условиях придонного волновода результирующий уровень паразитных мод (глубина модовой тени) достигает -25 дБ.

2. ЗАСВЕТКА МОДОВОЙ ТЕНИ ЗА СЧЁТ РАССЕЯНИЯ НА ПОВЕРХНОСТНОМ ВОЛНЕНИИ В МЕЛКОМ МОРЕ

Приведённые в первом разделе соображения о формировании модовой тени касались в основном идеализированной модели плоскослоистого волновода (либо волновода с адиабатически изменяющимися параметрами). В этом случае при заданных акустических характеристиках волновода глубина модовой тени определяется исключительно условиями излучения и приёма мод. В реальных океанических волноводах всегда присутствуют случайные флуктуации акустических параметров, обуславливающие трансформацию энергии излучаемых мод и тем самым влияющие на глубину модовой тени.

Чтобы последовательно рассмотреть этот эффект, необходимо изучить трансформацию энергии мод поля подсветки при его рассеянии на ветровом волнении, случайных неровностях дна, а также объёмных мелкомасштабных флуктуациях скорости звука, обусловленных турбулентностью и тонкой термохалинной структурой [19]. Провести такой последовательный анализ можно лишь при наличии достоверных моделей пространственных спектров такого рода неоднородностей в океанических волноводах. В настоящее время относительно хорошо изученными можно считать лишь спектры ветрового волнения. В то же время во многих ситуациях именно эффекты рассеяния мод на ветровом волнении являются определяющими. Дело в том, что вдали от шельфовых областей неровности дна в основном являются адиабатически плавными, т. е. не приводят к трансформации энергии мод. Что касается объёмных неоднородностей, то соответствующие им эффекты рассеяния в мелком море обычно существенно слабее, чем эффекты рассеяния на поверхностном волнении. Учитывая важность эффектов рассеяния звука на ветровом волнении и исходя из наличия достоверных моделей спектров ветрового волнения в океане, в рамках настоящей работы сосредоточимся в основном на рассмотрении засветки модовой тени, обуславливаемой этим фактором.

Для этой цели рассмотрим плоскослоистый волновод, где свободная поверхность описывается случайной функцией вертикальных отклонений $\zeta(\mathbf{r},t)$ от среднего уровня. Предположим, что эффекты однократного рассеяния мод на случайной поверхности малы. Для плоских волн это предположение выполняется, если мал параметр Рэлея [18]:

$$R = k_0\,\sqrt{\langle\zeta^2\rangle}\,\sin\theta \ll 1, \tag{13}$$

где θ — угол скольжения волны на невозмущённой поверхности. В случае мод критерий малости эффектов однократного рассеяния имеет, по существу, тот же вид, но θ — угол скольжения на поверхности волн Бриллюэна, суперпозиция которых образует данную моду. Отметим, что для малых частот $f\sim 10\div 10^2$ Гц и тем более для слабозатухающих низших мод волновода критерий (13) хорошо выполняется в реальных условиях. Выберем нормировку коэффициентов разложения мод таким образом, что при $\zeta(\mathbf{r},t)\equiv 0$ поле давления тонального сигнала на расстоянии r от излучающей вертикальной антенны имеет вид

$$P=\sum_n \frac{a_n\varphi_n(z)}{\sqrt{k_n r}}\exp[i\,(k_n r-\pi/4)]. \tag{14}$$

Здесь и далее суммирование проводится по всем распространяющимся модам: $n = 1, 2, \ldots, N$. В волноводе со случайным профилем свободной поверхности коэффициенты разложения a_n являются случайными функциями горизонтальных координат и времени. Для описания энергетических характеристик акустического поля с учётом его интерференционной структуры необходимо иметь алгоритм вычисления парного коррелятора $\Gamma_{nm} = \langle a_n(\mathbf{r}, t) a_m^*(\mathbf{r}, t)\rangle$, где усреднение осуществляется по ансамблю реализаций $\zeta(\mathbf{r}, t)$. Нас в дальнейшем будет интересовать изменение энергии мод, усреднённое по интерференционной структуре акустического поля. Это позволяет ограничиться рассмотрением автокорреляторов модовых амплитуд $N_n = \langle |a_n|^2\rangle$. Предположим, что масштаб корреляции ветрового волнения L_{r} превышает длину акустической волны, т. е. справедливо хорошо известное приближение рассеяния вперёд [18]. В этом случае для описания интенсивности мод (усреднённой на масштабе интерференционной структуры) в волноводе со случайными неровностями свободной поверхности можно использовать уравнение переноса, полученное в работе [20]:

$$\frac{\partial N_n}{\partial r} = \sum_m W_{nm} N_m - 2\left(\gamma_n + \delta_n\right) N_n. \tag{15}$$

Здесь W_{nm} — вероятность перехода, которая выражается через двумерный спектр поверхностного волнения $B(k_x, k_y)$:

$$W_{nm} = \frac{\pi}{2k_n k_m} \left(\frac{\mathrm{d}\varphi_n}{\mathrm{d}z}\right)^2 \left(\frac{\mathrm{d}\varphi_m}{\mathrm{d}z}\right)^2 \int\limits_{-\infty}^{+\infty} B(k_n - k_m, k_y)\, \mathrm{d}k_y, \tag{16}$$

где производные собственных функций вычисляются на свободной невозмущённой поверхности волновода $z = 0$. Коэффициент γ_n является декрементом затухания (из-за рассеяния на поверхностном волнении) когерентной компоненты амплитуды нормальной моды с номером n. Для интересующего нас в дальнейшем случая изотропного ветрового волнения γ_n описывается приближённым аналитическим выражением, также полученным в [20]:

$$\gamma_n = \frac{1}{2k_n} \left(\frac{\mathrm{d}\varphi_n}{\mathrm{d}z}\right)^2 \int\limits_0^{k_0} \eta \sqrt{k_0^2 - \eta^2}\ \mathrm{d}\eta \int\limits_{-\pi}^{+\pi} B\Big(\sqrt{(k_0 - \eta\cos\varphi)^2 + \eta^2 \sin^2\varphi}\Big)\, \mathrm{d}\varphi, \tag{17}$$

где $k_0 = \omega / c(0)$.

Отметим, что уравнение (15) описывает не только обмен энергией между модами дискретного спектра, но и затухание энергии этих мод вследствие потерь в данном грунте, а также излучения её из волновода (последний эффект соответствует перекачке энергии из мод дискретного спектра в моды сплошного спектра и учтён в выражении для γ_n).

Исходя из (15)–(17), рассмотрим эффекты трансформации энергии мод применительно к задаче формирования модовой тени. Итак, будем считать, что излучающая антенна эффективно возбуждает группу мод с близкими номерами (в идеале одну моду), причём энергия этих мод подсветки существенно больше энергии остальных «помеховых» мод волновода. В этом случае при рассмотрении эффектов засветки модовой тени вследствие рассеяния можно в качестве начальных условий считать, что энергия слабо возбуждённых помеховых мод равна нулю, поскольку именно сильно возбуждённые моды подсветки в основном определяют эффекты трансформации энергии мод в соответствии с уравнением (15). К сожалению, в общем случае это уравнение не имеет аналитического решения и может быть проанализировано лишь численными методами. На относительно коротких дистанциях, удовлетворяющих условиям $(\gamma_n + \delta_n)\, r \ll 1$, справедливо борновское приближение. При этом для интенсивности рассеянных (т. е. имеющих первоначально нулевую энергию) мод имеем выражение

$$I_n(r) = r \sum_m W_{nm} N_m(0). \tag{18}$$

Таким образом, в борновском приближении интенсивность рассеянных мод, определяющих засветку модовой тени, растёт с дистанцией по линейному закону, причём скорость роста определяется соответствующими элементами матрицы перехода W_{nm} и энергией сигнальных мод. Наряду с этим наглядным, но весьма ограниченным по дистанции решением уравнения переноса можно предложить приближённое аналитическое решение уравнения (15), которое справедливо и на расстоянии $r \geq (\gamma_n + \delta_n)^{-1}$, если выполняется неравенство

$$\sum_m W_{nm} \ll \gamma_n + \delta_n. \tag{19}$$

В этом случае решение естественно представить в виде

$$N_n(r) = I_n(r) + N_n(0) \exp[-2r\,(\gamma_n + \delta_n)] \tag{20}$$

и с учётом неравенства (19) пренебречь в правой части (15) малыми членами $\Sigma_m W_{nm} I_n$. В итоге получим решение

$$I_n(r) = \frac{1}{2} \sum_m W_{nm} N_m(0)\, \frac{\exp[-2r\,(\gamma_m + \delta_m)] - \exp[-2r\,(\gamma_n + \delta_n)]}{\gamma_n - \gamma_m + \delta_n - \delta_m}\ . \tag{21}$$

Анализируя это решение, нетрудно увидеть, что интенсивность рассеянных мод меняется с расстоянием немонотонным образом. На малых расстояниях, соответствующих условию $(\gamma_n + {} + \delta_m)\, r \ll 1$, их интенсивность $I_n(r)$ растёт линейно, а на больших расстояниях, удовлетворяющих условию $(\gamma_n + \delta_n)\, r \gg 1$, уменьшается по экспоненциальному закону. Соответственно, при $(\gamma_n + \delta_n)\, r \approx 1$ интенсивность рассеянных мод достигает максимума. Скорость роста, как уже отмечалось выше, определяется недиагональными элементами матрицы W_{nm}. Если пространственный спектр поверхностного волнения имеет отчётливо выраженный максимум с волновым числом k_* , то для мод, удовлетворяющих условию $k_0 - k_n \ll k_*$, можно получить приближённую зависимость матричных элементов от номеров мод:

$$W_{nm} \sim (k_n k_m)^{-1} \left(\frac{\mathrm{d}\varphi_n}{\mathrm{d}z}\right)^2 \left(\frac{\mathrm{d}\varphi_m}{\mathrm{d}z}\right)^2. \tag{22}$$

Поскольку производные $\mathrm{d}\varphi_n/\mathrm{d}z$ на поверхности, как правило, растут с увеличением номера моды n, то на малых расстояниях интенсивность рассеянных мод также растёт с номером моды n, т. е. максимальна для высших мод волновода. С другой стороны, декременты γ_n и δ_n, как следует из расчётов, также растут с увеличением номера моды n. Вследствие этого на расстояниях $(\gamma_n + \delta_n)\, r \gg 1$ именно высшие моды начинают быстро затухать по закону, близкому к экспоненциальному. Таким образом, зависимость интенсивности рассеянных мод от расстояния имеет немонотонный характер. При этом энергия мод с высокими номерами сравнительно быстро растёт на малых дистанциях, затем достигает максимального значения на промежуточном расстоянии и в дальнейшем быстро затухает. Энергия мод с низкими номерами, наоборот, медленно растёт на малых расстояниях и, также достигая соответствующего максимального значения, медленно убывает на бо́льших расстояниях. Дистанция, на которой энергия моды достигает экстремума, также может зависеть от её номера. Численные расчёты показывают, что, как правило, в типичных мелководных волноводах эта дистанция растёт с уменьшением номера моды.

В случае развитого ветрового волнения скорость роста с дистанцией энергии рассеянных мод засветки сильно зависит от скорости ветра V. Рассмотрим для определённости спектр Пирсона—Московитца [21]:

$$B(k) = B_0 k^{-4} \exp(-k_*^2/k^2), \tag{23}$$

где $B_0 = 6 \cdot 10^{-4}$, $k_* = 0{,}86 g/V^2$, g — ускорение свободного падения. В этом случае для низших мод, удовлетворяющих условию $k_0 - k_n \ll k_*$, можно получить аналитическую зависимость

$$W_{nm} \sim k_*^{-3} \sim V^6. \tag{24}$$

Таким образом, на удовлетворяющих условию $(\gamma_n + \delta_n)\, r \ll 1$ коротких дистанциях интенсивность рассеянных мод засветки зависит от скорости ветра по степенному закону V^6. Отметим, что для тех же мод декремент γ_n также имеет достаточно сильную зависимость от скорости ветра: $\gamma_n \propto V^3 \div V^4$. Однако, как видно из решения (21), на интенсивность N_n влияет суммарный декремент затухания $\gamma_n + \delta_n$. При этом для типичных скоростей ветра $V \sim 5 \div 15$ м/с декремент затухания γ_n в мелком море обычно не превалирует над декрементом затухания в данном грунте δ_n, а значит, суммарный декремент имеет относительно слабую ветровую зависимость. Отсюда с учётом (21) следует, что приведённая выше зависимость интенсивности мод засветки от скорости ветра $N_n \sim V^6$ может приближённо выполняться и на больших расстояниях, при $(\gamma_n + \delta_n)\, r \geq 1$.

Рассмотрим теперь результаты численного моделирования эффекта засветки модовой тени в мелком море. Численные расчёты были проведены для типичных условий Баренцева моря в районе Центрального плато. Предполагалось, что глубина моря $H = 250$ м. Первый осадочный слой (неуплотнённый ил) имеет толщину $\Delta H_1 = 5$ м, акустические параметры $\rho_1 = 1{,}6$ г/см^3, $c_{1\mathrm{l}} = 1\,430$ м/с, $c_{1\mathrm{s}} = 0$ и коэффициент затухания 0,05 дБ/(м $\cdot$ кГц). Второй осадочный слой (глинистый ил), соответственно, имеет параметры $\Delta H_2 = 25$ м, $\rho_2 = 1{,}9$ г/см^3, $c_{2\mathrm{l}} = 1\,520$ м/с, $c_{2\mathrm{s}} = 0$, коэффициент затухания 0,1 дБ/(м $\cdot$ кГц). Третий слой — меловые отложения с параметрами $\rho_3 = 2{,}1$ г/см^3, $c_{3\mathrm{l}} = 2\,500$ м/с, $c_{3\mathrm{s}} = 500$ м/с, коэффициенты затухания $k_{3\mathrm{l}} = 0{,}05$ дБ/(м $\cdot$ кГц) и $k_{3\mathrm{s}} = 0{,}5$ дБ/(м $\cdot$ кГц) соответственно.

При расчётах предполагалась гидрология зимнего типа с линейным профилем скорости звука, где $c_0(0) = 1\,450$ м/с, $c(250$ м$) = 1\,453$ м/с. Частота излучения 250 Гц, и в качестве начального условия для уравнения переноса выбиралось распределение, соответствующее одномодовому режиму поля подсветки: $N_m(0) = \delta_{ml}$, где l — номер излучаемой моды, δ_{ml} — символ Кронекера. На рис. 4–6 приведены зависимости от расстояния интенсивности двадцати низших мод для слабого и сильного ветра при возбуждении источником одной из мод с $n = 1, 3, 5$ и единичной интенсивностью. Отметим, что результаты расчётов позволяют прогнозировать интенсивность мод засветки при любой амплитуде излучаемой моды, поскольку уравнение (15) линейно. Численное моделирование уравнения переноса подтверждает основные выводы о качественных особенностях эффекта засветки модовой тени, сделанные из рассмотрения приближённого решения (21). Зависимость интенсивности рассеянных мод от скорости ветра V также близка к аналитической зависимости $N_n \sim V^6$, даже на дистанции $r = 10^2$ км отклонение уровня засветки от этой зависимости не превышает 2 дБ. Что касается зависимости эффекта засветки от номера моды, то на малых расстояниях интенсивность мод засветки $N_n \sim (\mathrm{d}\varphi_n/\mathrm{d}z)^2$, т. е. находится в полном соответствии с приближённым выражением (22) и борновским решением (18).

С увеличением дистанции интенсивность рассеянных мод с высокими номерами начинает экспоненциально падать, что приводит в ряде случаев к доминированию низших мод засветки модовой тени. Чтобы более детально проследить этот эффект, на рис. 7 приведены результаты расчёта зависимости интенсивности нескольких нечётных мод при возбуждении первой либо

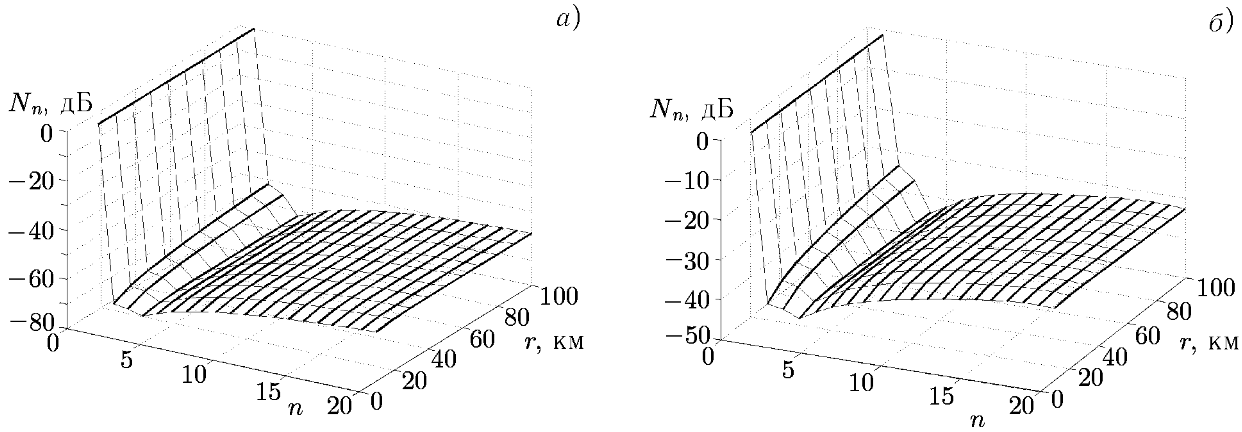

Рис. 4. Интенсивность N_n (в децибелах) низших мод при рассеянии на ветровом волнении моды с $n = 1$ и интенсивностью $N_1 = 1$ при скорости ветра $V = 5$ м/с (*а*) и $V = 15$ м/с (*б*)

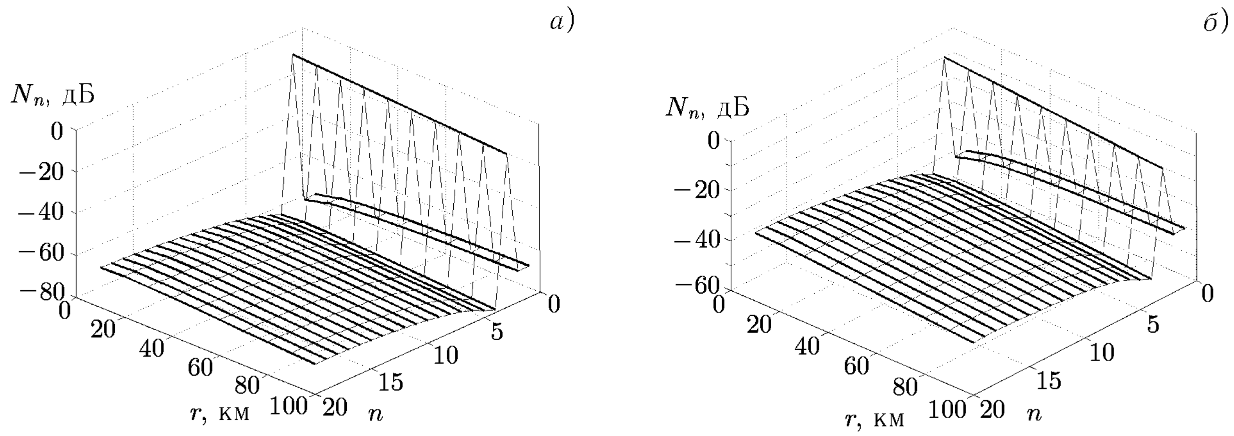

Рис. 5. Интенсивность N_n (в децибелах) низших мод при рассеянии на ветровом волнении моды с $n = 3$ и интенсивностью $N_3 = 1$ при скорости ветра $V = 5$ м/с (*а*) и $V = 15$ м/с (*б*)

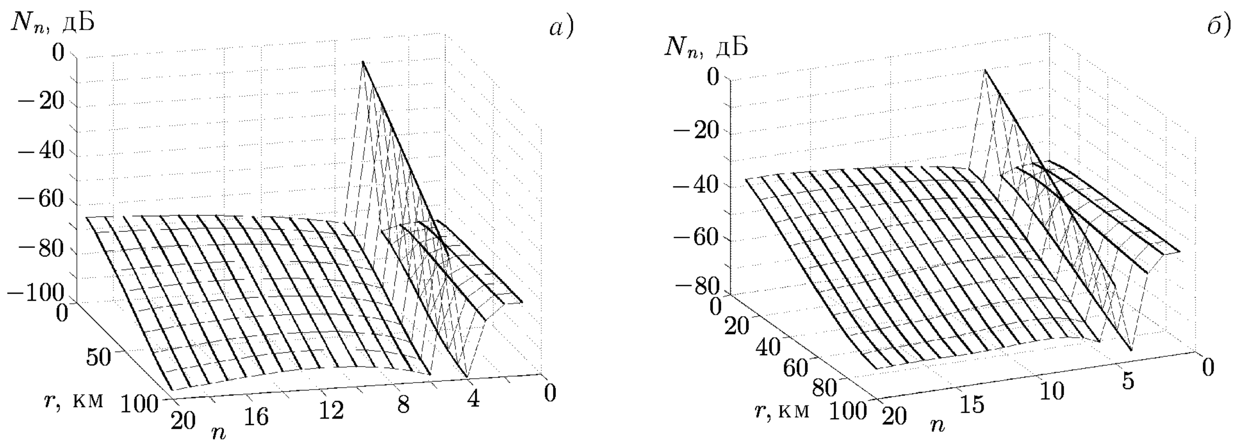

Рис. 6. Интенсивность N_n (в децибелах) низших мод при рассеянии на ветровом волнении моды с $n = 5$ и интенсивностью $N_5 = 1$ при скорости ветра $V = 5$ м/с (*а*) и $V = 15$ м/с (*б*)

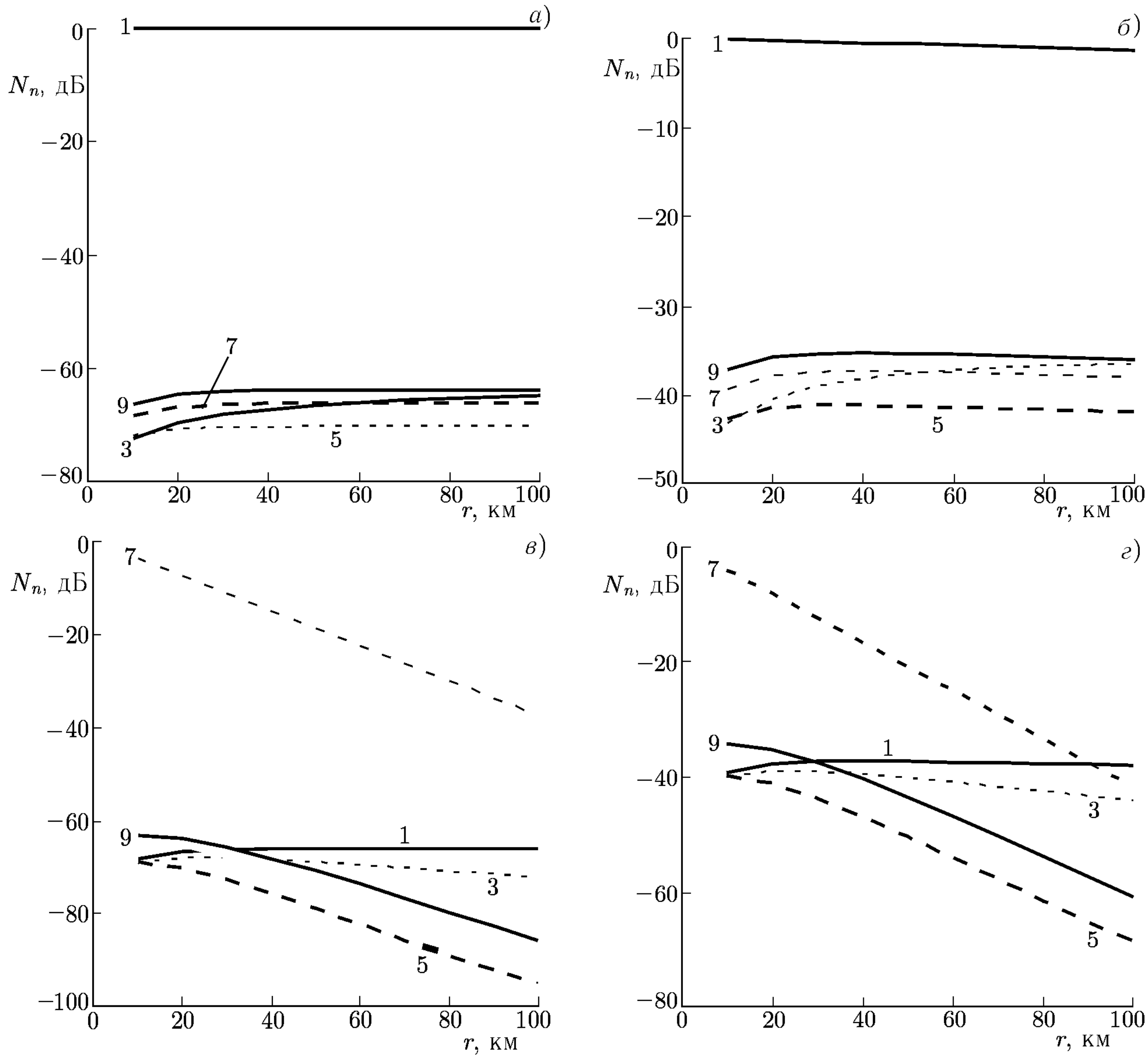

Рис. 7. Интенсивность нечётных низших мод при рассеянии моды с $n = 1$ и интенсивностью $N_1 = 1$ при скорости ветра $V = 5$ м/с (*а*) и $V = 15$ м/с (*б*), а также при рассеянии моды с $n = 7$ и интенсивностью $N_7 = 1$ при скорости ветра $V = 5$ м/с (*в*) и $V = 15$ м/с (*г*) (цифры у кривых обозначают номер моды)

седьмой моды. На них особенно хорошо виден немонотонный характер изменения интенсивности рассеянных мод с дистанцией. Кроме того, результаты численного моделирования позволяют сделать общий вывод о том, что для уменьшения эффекта засветки модовой тени из-за рассеяния в мелком море необходимо возбуждать низшие моды волновода. Например, при возбуждении первой моды относительный уровень рассеянных мод с $n = 3 \div 7$ не превышает -35 дБ даже при $V = 15$ м/с и дистанции $r = 100$ км. Если же излучается мода с $n = 7$, то на дистанции $r = 100$ км при $V = 5$ м/с относительный уровень первой моды равен -15 дБ, а при $V = 15$ м/с интенсивность рассеянных первой и третьей мод сравнивается с интенсивностью излучаемой седьмой моды. Таким образом, в этом случае модовая тень практически исчезает вследствие эффектов рассеяния на ветровом волнении.

3. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе исследованы особенности формирования модовой тени с помощью вертикальных антенных решёток в плоскослоистых волноводах океанического типа. Рассмотрены два основных фактора, существенно влияющих на её глубину: характеристики и расположение излучающих и приёмных антенных решёток и засветка модовой тени из-за рассеяния мод на поверхностном волнении.

Как следует из проведённого анализа, эффективность селективного возбуждения волноводных мод существенно зависит от размеров и положения антенной решётки (при заданных гидрологии и характеристиках дна). Параметры излучающей решётки, позволяющие закачать максимальную энергию в возбуждаемую моду при минимизации энергии остальных мод, могут быть найдены как решение оптимизационного уравнения (12), связывающего параметры мод и излучающей решётки при сформулированном выше критерии. Результаты исследований оптимальных характеристик излучающих решёток показывают, что лучшие результаты по селективному возбуждению волноводных мод можно получить в случае, когда решётка перекрывает основную область локализации возбуждаемой моды волновода. Показано, что приёмная решётка, перекрывающая весь волновод, позволяет понизить уровень паразитных мод до $-(15\div 20)$ дБ. Определяемая с использованием понятия глубины модовой тени результирующая селективность при возбуждении и приёме мод с различными номерами определяется конкретными условиями. Для рассмотренных в работе типичных условий глубина модовой тени может достигать $-(20\div 30)$ дБ.

По мере распространения модовых сигналов в океанических волноводах от источника к приёмной системе часть энергии моды подсветки трансформируется в моды других номеров за счёт рассеяния на случайных неоднородностях океанической среды. Указанное явление приводит к уменьшению глубины модовой тени. Можно предположить, что начиная с некоторых дистанций наблюдения использование метода модовой тени будет невозможным. Эта ситуация аналогична разрушению диаграммы направленности антенны в случайно-неоднородной среде.

В работе приведены результаты анализа засветки модовой тени из-за рассеяния мод на ветровом волнении. Получены зависимости этого эффекта от скорости ветра и дистанции наблюдения. Показано, что в случае летней гидрологии в мелком море на дистанции наблюдения порядка сотни километров модовая тень в ряде случаев нивелируется при скорости ветра порядка 15 м/с, но имеет достаточно высокий контраст при использовании в качестве подсветки низших мод волновода.

Следует отметить, что с учётом изменчивости гидроакустических характеристик волновода и вариаций формы решёток за счёт влияния течений для поддержания максимальной эффективности селекции мод (т. е. реализации модовой тени с максимальной глубиной) необходимо осуществлять регулярную адаптацию распределений комплексных множителей, задаваемых в пределах апертур решёток. Эффективность селекции волноводных мод при наблюдении с помощью вертикальных излучающей и приёмной решёток может возрасти при использовании в качестве зондирующих сигналов сложных узкополосных импульсов. При этом можно осуществить временну́ю селекцию модовых импульсов (путём согласованной частотной фильтрации) в качестве дополнительного средства при селекции волноводных мод [4–7, 17].

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 03–02–17556).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Таланов В. И. // Изв. вузов. Радиофизика. 1985. Т. 28, № 7. С. 872.

2. Вдовичева Н. Н., Таланов В. И., Фикс И. Ш. и др. // Акустика океанской среды. М.: Наука, 1989. С. 169.
3. Кравцов Ю. Н., Петников В. Г. // Изв. АН СССР. Физ. атмос. и океана. 1986. Т. 22, № 9. С. 992.
4. Нечаев А. Г., Хилько А. И. Реконструкция океанических неоднородностей вдоль акустической трассы методом дифференциальной диагностики: Препринт № 178 ИПФ РАН. Нижний Новгород, 1987. 28 с.
5. Зайцев В. Ю., Нечаев А. Г., Островский Л. А. // Акуст. журн. 1988. Т. 34, № 1. С. 193.
6. Нечаев А. Г., Хилько А. И. // Акуст. журн. 1988. Т. 34, № 2. С. 285.
7. Бурдуковская В. Г., Лучинин А. Г., Хилько А. И. // Сб. докл. Четвёртой научной конференции по радиофизике, 5 мая 2000 г. Н. Новгород: ННГУ им. Н. И. Лобачевского, 2000. С. 120.
8. Борн М., Вольф Э. Основы оптики. М.: Наука, 1973. 719 с.
9. Васильев Л. А. Теневые методы. М.: Наука, 1968.
10. Зверев В. А., Стромков А. А. Выделение сигналов из помех численными методами. Н. Новгород: ИПФ РАН, 2001. 187 с.
11. En-Chen Lo, Ti-Xin Zhou, Er-Chang // J. Acoust. Soc. Am. 1983. V. 74, No. 6. P. 1 883.
12. Чупров С. Д. // Акустика океанской среды. М.: Наука, 1982. С. 132.
13. Буров В. А., Дмитриев О. В., Сидоров А. В. // Акуст. журн. 1984. Т. 30, № 4. С. 444.
14. Елисеевнин В. А. // Акуст. журн. 1986. Т. 32, № 1. С. 54.
15. Yang T. C. // J. Acoust. Soc. Am. 1990. V. 87, No. 5. P. 2 072.
16. Лучинин А. Г., Хилько А. И., Боголюбов Б. Н. и др. // Сб. докл. Нижегородской акустической научной сессии 16–17 мая 2002 г. Н. Новгород: ННГУ им. Н. И. Лобачевского, 2002. С. 18.
17. Стромков А. А., Климин О. Ю., Хилько А. И. // Сб. докл. Нижегородской акустической научной сессии 16–17 мая 2002 г. Н. Новгород: ННГУ им. Н. И. Лобачевского, 2002. С. 82.
18. Рытов С. М., Кравцов Ю. А., Татарский В. И. Введение в статистическую радиофизику. Ч. 2. М.: Наука, 1978. 463 с.
19. Бреховских Л. М., Лысанов Ю. П. Теоретические основы акустики океана. Л.: Гидрометеоиздат, 1982. 262 с.
20. Горская Н. С., Раевский М. А. // Акуст. журн. 1986. Т. 32, № 2. С. 165.
21. Давидан И. Н., Лопатухин Л. И., Рожков В. А. Ветровое волнение в Мировом океане. Л.: Гидрометеоиздат, 1985. 256 с.

Институт прикладной физики РАН,
г. Нижний Новгород, Россия

Поступила в редакцию
7 марта 2004 г.

EFFECTIVENESS OF SPATIAL MATCHED FILTERING OF SHALLOW-WATER SOUND WAVEGUIDE MODES

M. A. Raevsky and A. I. Khil'ko

Peculiarities of the mode shadow formation in a randomly inhomogeneous oceanic waveguide are studied using vertical radiating and receiving arrays. It is shown that the maximum mode shadow contrast can be reached for optimal parameters of the radiating and receiving arrays if characteristics of the waveguide at the points of location of the source and receiver are known. A decrease in the mode shadow contrast due to scattering of few-mode signals by random inhomogeneities in oceanic waveguides is demonstrated.

УДК 621.372.832

ДИФРАКЦИОННОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ ЩЕЛИ В ИМПЕДАНСНОМ ТОРЦЕ ПОЛУБЕСКОНЕЧНОГО ПРЯМОУГОЛЬНОГО ВОЛНОВОДА

М. В. Нестеренко, Ю. М. Пенкин

Методом наведённых магнитодвижущих сил получено приближённое аналитическое решение задачи дифракции волны типа H_{10} на узкой щели, прорезанной в импедансной торцевой стенке конечной толщины полубесконечного прямоугольного волновода и излучающей в свободное полупространство над бесконечным идеально проводящим экраном. Численно исследованы коэффициенты матрицы рассеяния волноводно-щелевого излучателя при значениях комплексного поверхностного импеданса, которые были определены для некоторых конкретных реализаций тонкоплёночного покрытия торца волноводной секции.

ВВЕДЕНИЕ

В современной технике СВЧ широко используются узкие щели, прорезанные в торцах полубесконечных волноводов, в качестве излучателей синфазных и сканирующих антенных решёток, облучателей зеркальных и линзовых антенн [1–4], элементов связи в сложных волноводных устройствах различного назначения [5, 6]. Необходимая корректировка частотно-энергетических и пространственных характеристик излучателей такого типа традиционно осуществляется варьированием геометрических размеров щелей и их положения на торцевой стенке волноводных секций. При этом расширение диапазона изменения электродинамических характеристик щелевых излучателей может быть осуществлено разными способами, например включением в полость щели комбинированных диэлектрических вставок или полупроводниковых диодов, размещением возле апертуры щели различных неоднородностей и т. д. Одним из таких приёмов является нанесение покрытий непосредственно на металлические поверхности, в которых прорезаны щели. Отметим, что этот способ представляется наиболее перспективным для практической реализации немеханического управления характеристиками волноводных устройств, когда физические свойства покрытий изменяются внешними полевыми или другими воздействиями.

Разумеется, экспериментальная разработка антенно-волноводных систем, включающих тонкоплёночные покрытия, является весьма трудоёмким и дорогостоящим процессом. Поэтому создание математических моделей устройств такого типа представляет собой актуальную и значимую для практических приложений задачу. Следует сказать, что моделирование здесь будет основываться на решении электродинамических краевых задач, в постановке которых обычно используют приближение распределённого поверхностного импеданса [7]. Такой подход одновременно упрощает решение краевой задачи и обобщает использование построенных математических моделей.

В предлагаемой работе методом наведённых магнитодвижущих сил (МДС) решена задача дифракции волны типа H_{10} на узкой щели, прорезанной в импедансной торцевой стенке конечной толщины полубесконечного прямоугольного волновода и излучающей в полупространство над бесконечным идеально проводящим экраном. Ранее в работе [8] была исследована задача излучения узкой продольной щели, прорезанной в широкой стенке прямоугольного волновода параллельно его оси и излучающей в полупространство, ограниченное импедансной плоскостью. В работе [9] рассмотрена внутренняя для прямоугольного волновода задача рассеяния волны

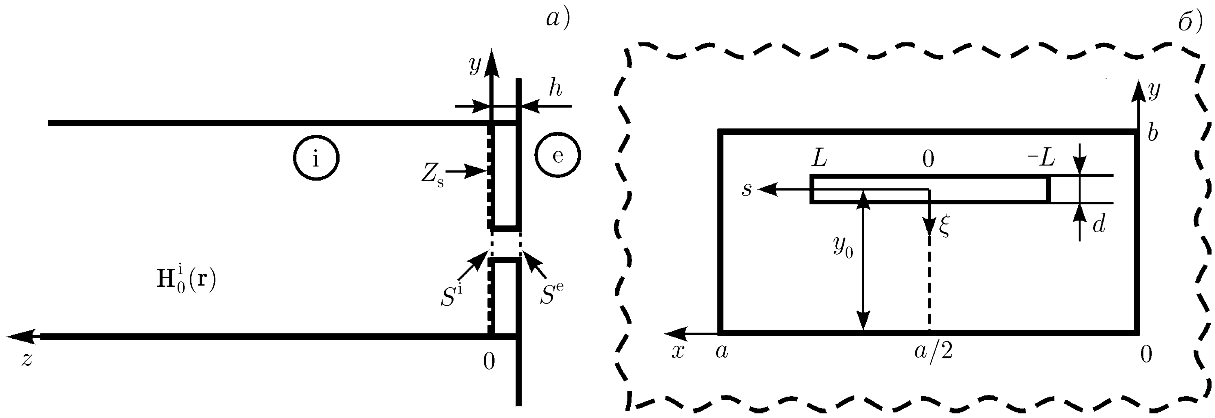

Рис. 1

основного типа на щелевой импедансной диафрагме. При этом в [9] предполагалось, что поверхность диафрагмы, характеризующаяся распределённым импедансом, находится со стороны волноводной области, в которой отсутствует первичное поле возбуждения. Не анализируя здесь методы, с помощью которых решались задачи в работах [8, 9], отметим, что дифракционная задача, решение которой приведено далее, до сих пор в литературе не рассматривалась.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Пусть во внутренней области $z > 0$, обозначенной индексом i, полубесконечного прямоугольного волновода поперечного сечения $a \times b$ с воздушным заполнением и идеально проводящими боковыми стенками расположены сторонние источники электромагнитного поля $\mathbf{H}_0^{\mathrm{i}}(\mathbf{r})$, где $\mathbf{r}$ — радиус-вектор декартовой системы координат (x, y, z), связанной с волноводно-щелевым излучателем, как показано на рис. 1. Зависимость от времени t гармонических полей выбрана в виде $\exp(i\omega t)$, где ω — круговая частота, i — мнимая единица.

В торцевой стенке волноводной секции толщиной h ($h/\lambda \ll 1$, где λ — длина волны в свободном пространстве) прорезана узкая прямолинейная щель длиной $2L$ и шириной d ($d/(2L) \ll 1$, $d/\lambda \ll \ll 1$). Её продольная ось параллельна оси x, а центр находится в точке с координатами $(a/2, y_0, 0)$. Внешняя область, обозначенная индексом e, не имеет сторонних источников и представляет собой полупространство над идеально проводящим бесконечным экраном. Область, образованную полостью щели в торце толщиной h, обозначим индексом v.

Пусть внутренняя поверхность торца волноводной секции ($z = 0$) характеризуется распределённым поверхностным импедансом $\bar{Z}_{\mathrm{s}} = Z_{\mathrm{s}}/Z_0$ (нормированным к импедансу свободного пространства $Z_0 = 120\pi$ Ом), комплексное значение которого предполагаем постоянным. Что же касается конкретной физической реализации тонкоплёночного импедансного покрытия торца волноводной секции, то потребуем выполнение условия $h_{\mathrm{d}}/h \ll 1$, где h_{d} — реальная толщина покрытия. Заметим, однако, что в случае достаточно большой величины h_{d} (по сравнению с h) построенное ниже решение электродинамической задачи также правомерно, если считать боковые стенки области, образованные полостью щели в импедансном покрытии, металлизированными [10]. При этом, разумеется, общий размер области v вдоль оси z должен подчиняться неравенству $h_{\mathrm{d}} + h \ll \lambda$.

Также следует иметь в виду, что импедансные граничные условия неприменимы вблизи изломов металлической границы [11] (точнее говоря, в окрестности ребра), размер которой соизмерим с толщиной скин-слоя. Действительно, граничные условия Леонтовича—Щукина [7], которые здесь будут использоваться, предполагают, что толщина скин-слоя мала по сравнению как с размерами тела во всех направлениях, так и с радиусами кривизны его поверхности. Поэтому при характеристике импедансного покрытия торца волновода необходимо потребовать, чтобы вблизи рёбер щели (по крайней мере, на расстояниях порядка 10÷100 толщин скин-слоя от них) это покрытие отсутствовало. Формально мы «исключим» из общего решения полоски малой ширины у края каждой кромки щели. Правомерность такого подхода исследована в работе [11] при анализе омических потерь на краях тонких импедансных пластин. Это предположение не вызывает изменения степени точности приближённого решения задачи при использовании импедансных условий и не ограничивает выбор методов её возможных решений. Последнее обстоятельство позволяет воспользоваться известными подходами к решению подобных задач в случае идеально проводящих граничных поверхностей.

Запишем условия непрерывности тангенциальных составляющих полного магнитного поля на внутренней $S^{\rm i}$ $(z=0)$ и внешней $S^{\rm e}$ $(z=-h)$ апертурах щелевого излучателя:

$$\begin{aligned} &\left(\mathbf{H}^{\rm i}_{0\tau}(\mathbf{r}) + \mathbf{H}^{\rm i}_{\tau}(\mathbf{r},\mathbf{E}^{\rm i}_{\rm sl}) = \mathbf{H}^{\rm v}_{\tau}(\mathbf{r},\mathbf{E}^{\rm i}_{\rm sl}) + \mathbf{H}^{\rm v}_{\tau}(\mathbf{r},\mathbf{E}^{\rm e}_{\rm sl})\right)_{z=0}, \\ &\left(\mathbf{H}^{\rm v}_{\tau}(\mathbf{r},\mathbf{E}^{\rm i}_{\rm sl}) + \mathbf{H}^{\rm v}_{\tau}(\mathbf{r},\mathbf{E}^{\rm e}_{\rm sl}) = \mathbf{H}^{\rm e}_{\tau}(\mathbf{r},\mathbf{E}^{\rm e}_{\rm sl})\right)_{z=-h}, \end{aligned} \tag{1}$$

где $\mathbf{E}^{\rm i}_{\rm sl}$ и $\mathbf{E}^{\rm e}_{\rm sl}$ — электрические поля на соответствующих поверхностях щели, $\mathbf{H}^{\rm i}$, $\mathbf{H}^{\rm v}$ и $\mathbf{H}^{\rm e}$ — магнитные поля, возбуждаемые полями $\mathbf{E}^{\rm i}_{\rm sl}$ и $\mathbf{E}^{\rm e}_{\rm sl}$ в рассматриваемых пространственных областях.

Известно [12, 13], что для узкой щели всюду, за исключением малой области порядка d/λ у её концов, выполняются соотношения $|E^{\rm i}_{{\rm sl}_\xi}| \gg |E^{\rm i}_{{\rm sl}_s}|$ и $|E^{\rm e}_{{\rm sl}_\xi}| \gg |E^{\rm e}_{{\rm sl}_s}|$, где s и ξ — локальные координаты, связанные со щелью (см. рис. 1*б*). Поэтому можно считать, что векторы $\mathbf{E}^{\rm i}_{\rm sl}$ и $\mathbf{E}^{\rm e}_{\rm sl}$ в системе уравнений (1) имеют только ξ-компоненты, а магнитные поля только s-компоненты. Тогда согласно [12, 13] зависимости полей $E^{\rm i}_{{\rm sl}_\xi}$ и $E^{\rm e}_{{\rm sl}_\xi}$ от координат $s_{\rm i}$, $s_{\rm e}$ и $\xi_{\rm i}$, $\xi_{\rm e}$ можно положить одинаковыми:

$$E^{\rm i}_{{\rm sl}_\xi} = E^{\rm i}_0 f_{\rm i}(s_{\rm i})\chi_{\rm i}(\xi_{\rm i}), \qquad E^{\rm e}_{{\rm sl}_\xi} = E^{\rm e}_0 f_{\rm e}(s_{\rm e})\chi_{\rm e}(\xi_{\rm e}), \qquad f_{\rm i}(-L) = f_{\rm e}(-L) = f_{\rm i}(L) = f_{\rm e}(L) = 0, \tag{2}$$

где $E^{\rm i}_0$, $E^{\rm e}_0$ — амплитуды полей, $f_{\rm i}(s_{\rm i})$, $f_{\rm e}(s_{\rm e})$ — функциональные зависимости от продольных координат на апертуре щели, $\chi_{\rm i}(\xi_{\rm i})$, $\chi_{\rm e}(\xi_{\rm e})$ — функции, учитывающие физически обоснованное поведение электрического поля на рёбрах щелевой полости и удовлетворяющие условию нормировки

$$\int\limits_{-d/2}^{d/2} \chi_{\rm i}(\xi_{\rm i})\,{\rm d}\xi_{\rm i} = \int\limits_{-d/2}^{d/2} \chi_{\rm e}(\xi_{\rm e})\,{\rm d}\xi_{\rm e} = 1. \tag{3}$$

Используя методику и результаты работы [13], здесь также можно показать, что в рассматриваемой краевой задаче с точностью до членов порядка dh/λ^2 допустимо положить $E^{\rm i}_0 f_{\rm i}(s_{\rm i}) \approx$ $\approx E^{\rm e}_0 f_{\rm e}(s_{\rm e}) = E_0 f(s)$, и после подстановки (2) в (1) с учётом условий (3) систему уравнений (1) можно свести к одному уравнению:

$$H^{\rm i}_{0s}(s,\xi) + H^{\rm i}_s(s,\xi;E_{{\rm sl}_\xi}) = H^{\rm e}_s(s,\xi;E_{{\rm sl}_\xi})\big|_{z=0}, \tag{4}$$

в котором уже не будут фигурировать поля, определяемые в полости щели v. При этом аналогично [13] в уравнении (4) фактическая ширина щели d заменяется на эквивалентную ширину $d_{\rm e}$ согласно следующим асимптотическим соотношениям:

$$d_{\rm e} = \begin{cases} d\left(1 - \dfrac{h}{\pi d}\ln\dfrac{d}{h}\right), & \dfrac{h}{d} \ll 1; \\ d\left(\dfrac{8}{\pi\exp(1)}\exp\!\left(-\dfrac{\pi h}{2d}\right)\right), & \dfrac{h}{d} \geq 1. \end{cases} \tag{5}$$

Отметим, что в (5) не учитывается влияние на d_e реальной толщины h_d импедансного покрытия, поскольку ранее предполагалось, что $h_\mathrm{d}/h \ll 1$.

Для перехода в уравнении (4) от неизвестного электрического поля в щели E_{sl_ξ} к эквивалентным токам, распределённым на её поверхности, формально нужно закрыть апертуру щели таким образом, чтобы со стороны рассматриваемой области не нарушалась однородность поверхности, в которой прорезана щель. Так, для идеально проводящей плоскости нужно произвести металлизацию апертуры щели [12], учитывая, что эквивалентный магнитный ток $\mathbf{J}^\mathrm{m} = Z_0^{-1}\,[\mathbf{n}, \mathbf{E}_\mathrm{sl}]$, где $\mathbf{n}$ — орт внешней нормали. В случае же импедансной поверхности, согласно приближённым граничным условиям Леонтовича—Щукина [7] $[\mathbf{n}, \mathbf{E}] = -\bar{Z}_\mathrm{s}\,[\mathbf{n}, [\mathbf{n}, \mathbf{H}]]$, где $\mathbf{n}$ — нормаль к поверхности, направленная внутрь импедансного тела, кроме $\mathbf{J}^\mathrm{m}$ на апертуре щели необходимо учитывать и эквивалентный электрический ток $\mathbf{J}^\mathrm{e} = Z_0^{-1}\,[\mathbf{n}, \mathbf{H}_\mathrm{sl}]$, причём $\mathbf{J}^\mathrm{m} = -\bar{Z}_\mathrm{s}\,[\mathbf{n}, \mathbf{J}^\mathrm{e}]$. Следует сказать, что сохранение однородности граничной поверхности и введение функционально связанных между собой поверхностных эквивалентных токов $\mathbf{J}^\mathrm{m}$ и $\mathbf{J}^\mathrm{e}$, где неизвестным является только магнитный ток $\mathbf{J}^\mathrm{m}$, не противоречит требованиям [12] обеспечения единственности решения краевой задачи. Более того, задание двух эквивалентных токов на импедансной поверхности позволяет представить электромагнитное поле в полубесконечном прямоугольном волноводе в виде суперпозиции волн и магнитного, и электрического типов, используя соответствующие компоненты тензорных функций Грина для векторных потенциалов Герца [14].

Таким образом, уравнение (4) можно записать в следующем виде:

$$H_{0s}^\mathrm{i}(s,\xi) + H_s^\mathrm{i}(s,\xi;J_s^\mathrm{m}) + H_s^\mathrm{i}(s,\xi;J_\xi^\mathrm{e}) = H_s^\mathrm{e}(s,\xi;J_s^\mathrm{m})\big|_{z=0}, \tag{6}$$

где $J_\xi^\mathrm{e} = J_\mathrm{s}^\mathrm{m}/\bar{Z}_\mathrm{s}$, т. к. векторы $\mathbf{e}_s$, $\mathbf{e}_\xi$ и $\mathbf{n}$ здесь образуют правую тройку ($\mathbf{e}_s$ и $\mathbf{e}_\xi$ — единичные орты, направленные вдоль осей локальных координат s, ξ).

При решении уравнения (6) в зависимостях компонент полей от поперечных координат с достаточной степенью точности можно положить $|\xi - \xi'| \approx d_\mathrm{e}/4$, как это принято в теории тонких вибраторных антенн и правомерно может быть использовано для узких щелевых излучателей [4]. Тогда в результате несложных преобразований окончательно получаем квазиодномерное интегро-дифференциальное уравнение относительно магнитного тока на щели $J_s^\mathrm{m} = J(s)$:

$$\left(\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}s^2} + k^2\right)\int\limits_{-L}^{L} J(s')[G_s^\mathrm{i}(s,s') + G_s^\mathrm{e}(s,s')]\,\mathrm{d}s' + ik\bar{Z}_\mathrm{s}\int\limits_{-L}^{L} J(s')\tilde{G}_s^\mathrm{i}(s,s')\,\mathrm{d}s' = -i\omega H_{0s}^\mathrm{i}(s). \tag{7}$$

Здесь $k = 2\pi/\lambda$ — волновое число, $G_s^\mathrm{i}(s,s')$, $G_s^\mathrm{e}(s,s')$ — s-компоненты квазиодномерных тензорных магнитных функций Грина $\hat{\mathbf{G}}^\mathrm{m}(\mathbf{r},\mathbf{r}')$ для векторного потенциала соответствующих объёмов (см. Приложение); $\tilde{G}_s^\mathrm{i}(s,s') = \partial G_s^\mathrm{i}[x(s), y_0, z; x'(s'), y_0 + d_\mathrm{e}/4, 0]/\partial z$ при подстановке $z = 0$ после взятия производной. Следует отметить, что при получении уравнения (7) учитывалось, что соответствующие компоненты тензора электрической функции Грина $\hat{\mathbf{G}}^\mathrm{e}(\mathbf{r},\mathbf{r}')$ в случае, когда сторонние источники расположены на импедансной поверхности торца полубесконечного прямоугольного волновода, связаны с компонентами тензора $\hat{\mathbf{G}}^\mathrm{m}(\mathbf{r},\mathbf{r}')$ следующим образом [14]: $G_\xi^\mathrm{e}(\mathbf{r},\mathbf{r}') = \bar{Z}_\mathrm{s}^2 G_s^\mathrm{m}(\mathbf{r},\mathbf{r}')$.

2. РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЯ ДЛЯ МАГНИТНОГО ТОКА

Для приближённого аналитического решения уравнения (7) применим метод наведённых МДС [12], аппроксимируя распределение магнитного тока выражением, которое находится в результате решения методом малого параметра задачи дифракции плоской электромагнитной волны на узкой щели в бесконечном экране [15]:

$$J(s) = J_0 f(s) = J_0\,[\cos(ks) - \cos(kL)], \tag{8}$$

где J_0 — комплексная амплитуда, подлежащая определению.

Аппроксимация (8) удовлетворяет граничным условиям (2), хорошо согласуется с численными результатами, полученными методом моментов в работах [3, 4], и является естественной в рассматриваемом случае симметричного расположения щелевого излучателя относительно осевой линии широкой стенки волноводной секции. Такой выбор аппроксимирующей функции, как будет показано далее, позволяет также определить амплитуду магнитного тока J_0 в замкнутом виде.

Подставляя (8) в уравнение (7) и выполняя согласно [12] необходимые преобразования, окончательно получаем

$$J(s) = -\,\frac{i\omega}{2k}\,\frac{\cos(ks) - \cos(kL)}{Y^{\mathrm{i}}(kd_{\mathrm{e}}, kL, \bar Z_{\mathrm{s}}) + Y^{\mathrm{e}}(kd_{\mathrm{e}}, kL)} \int\limits_{-L}^{L} f(s) H_{0s}^{\mathrm{i}}(s)\,\mathrm{d}s, \tag{9}$$

где Y^{i} и Y^{e} — соответственно внутренняя и внешняя проводимости щели, определяемые следующими выражениями:

$$Y^{\mathrm{i}}(kd_{\mathrm{e}}, kL, \bar Z_{\mathrm{s}}) = \frac{1}{2k}\int\limits_{-L}^{L} f(s)\left[\left(\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}s^2} + k^2\right)\int\limits_{-L}^{L} f(s') G_s^{\mathrm{i}}(s,s')\,\mathrm{d}s' + ik\bar Z_{\mathrm{s}}\int\limits_{-L}^{L} f(s')\tilde G_s^{\mathrm{i}}(s,s')\,\mathrm{d}s'\right]\mathrm{d}s,$$

$$Y^{\mathrm{e}}(kd_{\mathrm{e}}, kL) = \frac{1}{2k}\int\limits_{-L}^{L} f(s)\left[\left(\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}s^2} + k^2\right)\int\limits_{-L}^{L} f(s') G_s^{\mathrm{e}}(s,s')\,\mathrm{d}s'\right]\mathrm{d}s. \tag{10}$$

Используя для функции Грина $G_s^{\mathrm{i}}(s,s')$ выражение (П2) из Приложения, из соотношений (10) находим внутреннюю проводимость щели:

$$Y^{\mathrm{i}}(kd_{\mathrm{e}}, kL, \bar Z_{\mathrm{s}}) = \frac{16\pi}{ab}\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\varepsilon_n k \sin^2(m\pi/2)}{k_z\,(k^2 - k_x^2)}\;F(k_z, \bar Z_{\mathrm{s}})\cos(k_y y_0)\cos[k_y\,(y_0 + d_{\mathrm{e}}/4)]\,I^2(kL), \tag{11}$$

где

$$F(k_z, \bar Z_{\mathrm{s}}) = \frac{kk_z\,(1 + \bar Z_{\mathrm{s}}^2)}{(ik + k_z\bar Z_{\mathrm{s}})\,(k\bar Z_{\mathrm{s}} - ik_z)}\left(1 - i\,\frac{kk_z\bar Z_{\mathrm{s}}}{k^2 - k_x^2}\right),$$

$$I(kL) = \sin(kL)\cos(k_x L) - \frac{k}{k_x}\,\cos(kL)\sin(k_x L),$$

$$\varepsilon_n = \begin{cases} 1, & n = 0;\\ 2, & n \neq 0;\end{cases}\qquad k_x = m\pi/a\,,\qquad k_y = n\pi/b,\qquad k_z = \sqrt{k_x^2 + k_y^2 - k^2}\,,$$

$m = 1, 2, 3, \ldots$, $n = 0, 1, 2, \ldots$.

Для нахождения внешней проводимости щели в бесконечном экране целесообразно в (10) выполнить следующие преобразования:

$$\int\limits_{-L}^{L} f(s)\left(\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}s^2}+k^2\right)\int\limits_{-L}^{L} f(s')G_s^{\mathrm{e}}(s,s')\,\mathrm{d}s'\,\mathrm{d}s = k\sin(ks)\int\limits_{-L}^{L}[\cos(ks')-\cos(kL)]\,G(s,s')\,\mathrm{d}s'\Big|_{-L}^{L} -$$
$$- k^2\cos(kL)\int\limits_{-L}^{L}\int\limits_{-L}^{L}[\cos(ks')-\cos(kL)]\,G(s,s')\,\mathrm{d}s'\,\mathrm{d}s, \quad (12)$$

где согласно (П4)

$$G(s,s') = 2\ \frac{\exp[-ik\sqrt{(s-s')^2+d_{\mathrm{e}}^2/16}\,]}{\sqrt{(s-s')^2+d_{\mathrm{e}}^2/16}}\ .$$

Тогда, используя формулы (5.31), (5.32) из [16], получаем итоговое выражение для внешней проводимости, справедливое для щелей с произвольным соотношением между их длиной и длиной волны, включая случаи как настроенных ($\cos(kL)=0$), так и ненастроенных ($\cos(kL)\neq 0$) щелевых излучателей:

$$Y^{\mathrm{e}}(kd_{\mathrm{e}},kL) = \mathrm{Si}(4kL) - i\,\mathrm{Cin}(4kL) - 2\cos(kL)\left\{2\,[\sin(kL)-kL\cos(kL)]\times\right.$$
$$\left.\times\,[\ln(16L/d_{\mathrm{e}}) - \mathrm{Cin}(2kL) - i\,\mathrm{Si}(2kL)] + \sin(2kL)\,[\cos(kL)+i\sin(kL)]\right\}, \quad (13)$$

где Si и Cin — интегральные синус и косинус соответственно.

Учитывая, что щель возбуждается волной основного типа $H_{10}(x,z) = H_0\sin(\pi x/a)\times\exp(-i\gamma z)$, где H_0 — амплитуда, а $\gamma=\sqrt{k^2-(\pi/a)^2}$ — постоянная распространения, в выражении (9) $H_{0s}^{\mathrm{i}}(s) = 2H_0\cos(\pi s/a)$. После интегрирования в (9) получаем формулу для определения магнитного тока на апертуре щели:

$$J(s) = -\frac{i\omega}{k^2}\ H_0\ \frac{g(kL)\,[\cos(ks)-\cos(kL)]}{Y^{\mathrm{i}}(kd_{\mathrm{e}},kL,\bar{Z}_{\mathrm{s}}) + Y^{\mathrm{e}}(kd_{\mathrm{e}},kL)}\ , \quad (14)$$

где

$$g(kL) = 2\ \frac{\sin(kL)\cos(\pi L/a) - (ka/\pi)\cos(kL)\sin(\pi L/a)}{1-[\pi/(ka)]^2}\ .$$

Таким образом, нами построено приближённое аналитическое решение (14) интегро-дифференциального уравнения (7) для магнитного тока на щели, что даёт возможность дальнейшего определения как энергетических, так и пространственных характеристик излучения волноводно-щелевого излучателя рассматриваемой геометрии.

3. ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ЩЕЛЕВОГО ИЗЛУЧАТЕЛЯ

Обычно при исследовании пространственных характеристик излучения одиночных антенн ограничиваются рассмотрением диаграмм направленности их излучения в дальней зоне. Для узких щелей в идеально проводящем экране с симметричным возбуждением, излучающих в свободное полупространство и имеющих длину от $\lambda/4$ до λ, такие характеристики достаточно подробно исследованы ранее (см., например, работу [3]). Разумеется, что для рассматриваемого типа волноводно-щелевого излучателя в случае его возбуждения волной H_{10} эти характеристики не будут иметь каких-либо новых принципиальных особенностей. Поэтому здесь основное внимание уделим изучению энергетических характеристик щелевого излучателя — коэффициентам его матрицы рассеяния.

Выражение для коэффициента отражения по полю S_{11} от щелевой неоднородности в полубесконечном прямоугольном волноводе с импедансным торцом при одномодовом режиме имеет вид

$$S_{11}=\left\{\frac{1-(\gamma/k)\,\bar{Z}_{\rm s}}{1+(\gamma/k)\,\bar{Z}_{\rm s}}-\frac{8\pi\gamma g^2(kL)}{iabk^3\,[Y^{\rm i}(kd_{\rm e},kL,\bar{Z}_{\rm s})+Y^{\rm e}(kd_{\rm e},kL)]}\,\frac{1+\bar{Z}_{\rm s}^2}{1+(\gamma/k)\,\bar{Z}_{\rm s}}\right\}\exp(-2i\gamma z). \qquad (15)$$

Второе слагаемое в фигурных скобках в (15) определяется полем, которое возбуждается в волноводной секции магнитным током (14) на апертуре щели. Оно находится с помощью магнитной функции Грина (П2). Первое слагаемое представляет собой коэффициент отражения волны H_{10} от импедансного торца без щели, которое определяется с помощью функции Грина магнитного типа для продольного тока, возбуждающего полубесконечный прямоугольный волновод с импедансным торцом (П3), предполагая размещение точечного источника при $z'\to-\infty$. Заметим, что в случае идеально проводящего торца ($\bar{Z}_{\rm s}=0$) первое слагаемое становится равным единице.

Коэффициент излучения щели в полупространство по мощности равен

$$|S_\Sigma|^2=P_\Sigma/P_{10}, \qquad (16)$$

где P_Σ — средняя мощность, излучаемая через апертуру щели (поток вектора Умова—Пойнтинга через щель) [3, 12], а P_{10} — подводимая мощность волноводной моды H_{10}. Нетрудно убедиться, что в рассматриваемом случае

$$|S_\Sigma|^2=\frac{16\pi\gamma g^2(kL)\,|{\rm Im}\,Y^{\rm e}(kd_{\rm e},kL)|}{abk^3\,|Y^{\rm i}(kd_{\rm e},kL,\bar{Z}_{\rm s})+Y^{\rm e}(kd_{\rm e},kL)|^2}\ , \qquad (17)$$

где ${\rm Im}\,Y^{\rm e}$ — мнимая часть внешней проводимости щели (13).

Для определения мощности потерь P_σ в импедансном покрытии торца волноводной секции воспользуемся условием выполнения энергетического баланса:

$$|S_{11}|^2+|S_\Sigma|^2+P_\sigma=1. \qquad (18)$$

Здесь же заметим, что равенство (18) будет также использоваться для проверки правильности реализации численных алгоритмов расчёта характеристик волноводно-щелевого излучателя в случае мнимых значений поверхностного импеданса $\bar{Z}_{\rm s}$, когда $P_\sigma=0$ и потери в импедансном покрытии отсутствуют.

4. ПОВЕРХНОСТНЫЙ ИМПЕДАНС

Для некоторых конкретных примеров физической реализации импедансных поверхностей приведём формулы, определяющие величину $\bar{Z}_{\rm s}$, поскольку они необходимы при проведении численных расчётов. С этой целью рассмотрим модельную задачу о нормальном падении плоской электромагнитной волны на диэлектрический слой толщины $h_{\rm d}$ с комплексными диэлектрической и магнитной проницаемостями ε_1,μ_1 и волновым числом $k_1=k\,\sqrt{\varepsilon_1\mu_1}$, который разграничивает два полупространства. Верхнее полупространство, со стороны которого падает плоская волна, является свободным ($\varepsilon=\mu=1$), а второе характеризуется материальными параметрами ε_2,μ_2.

Воспользовавшись граничными условиями для составляющих электрических и магнитных полей на обеих поверхностях диэлектрического слоя, несложно найти решение краевой задачи.

Сопоставляя это решение с требованием выполнения импедансного граничного условия [7, 17] на верхней границе диэлектрического слоя, получаем строгое выражение для распределённого поверхностного импеданса:

$$\bar{Z}_{\rm s} = \bar{Z}_1\,\frac{i\bar{Z}_1\,{\rm tg}(k_1 h_{\rm d}) + \bar{Z}_2}{\bar{Z}_1 + i\bar{Z}_2\,{\rm tg}(k_1 h_{\rm d})}\,, \tag{19}$$

где $\bar{Z}_1 = \sqrt{\mu_1/\varepsilon_1}$ и $\bar{Z}_2 = \sqrt{\mu_2/\varepsilon_2}$.

Для слоя магнитодиэлектрика толщины $h_{\rm d}$ на металлической поверхности из (19) при подстановке $\bar{Z}_2 = 0$ получаем формулу, используемую для расчёта величины $\bar{Z}_{\rm s}$ в работе [8]:

$$\bar{Z}_{\rm s} = i\sqrt{\frac{\mu_1}{\varepsilon_1}}\;{\rm tg}(\sqrt{\varepsilon_1\mu_1}\;kh_{\rm d}). \tag{20}$$

Отметим, что в случае произвольного падающего поля формула (20) является приближённой и становится тем точнее, чем лучше выполняется неравенство $|\varepsilon_1\mu_1| \gg 1$ (приближение геометрической оптики [17]). Для электрически тонкого слоя ($|k_1 h_{\rm d}| \ll 1$, квазистационарное приближение [17, 18]) из (20) следует, что $\bar{Z}_{\rm s} \approx ik\mu_1 h_{\rm d}$ [18], т. е. нормированный поверхностный импеданс не зависит от диэлектрической проницаемости материала. Этот факт имеет место, например, в случае импедансных цилиндрических вибраторов, радиус которых значительно меньше длины волны [19].

Полагая в выражении (19) $\bar{Z}_2 = \bar{Z}_1$ при условии $|\varepsilon_1| \gg 1$ и $\mu_1 = 1$, с учётом того, что $\varepsilon_1 = \varepsilon_1' + 4\pi\sigma_1/(i\omega)$, где σ_1 — проводимость материала, можно получить известную формулу для учёта скин-эффекта проводника [17]:

$$\bar{Z}_{\rm s} = \frac{1+i}{Z_0\sigma_1\,\Delta^0}\,, \tag{21}$$

где $\Delta^0 = (30\,\sqrt{2\pi\sigma_1\omega})^{-1}$ — глубина проникновения электромагнитного поля в проводник.

В случае тонкой проводящей плёнки с толщиной $h_{\rm R}$ ($h_{\rm R}/\Delta^0 \ll 1$), нанесённой на слой магнитодиэлектрика, расположенный на металлической плоскости, поверхностный импеданс согласно (19) равен

$$\bar{Z}_{\rm sR} = \frac{\bar{R}_{\rm sR}}{1 + \bar{R}_{\rm sR}/\bar{Z}_{\rm s}}\,, \qquad \bar{R}_{\rm sR} = \frac{1}{Z_0\sigma_1 h_{\rm R}}\,, \tag{22}$$

где $\bar{Z}_{\rm s}$ определяется формулой (20).

Далее в работе будут использоваться представления (20) и (22) для $\bar{Z}_{\rm s}$. Однако при необходимости анализа других структур импедансных покрытий выражения для $\bar{Z}_{\rm s}$ могут быть получены иными способами, например на основании результатов, представленных в монографии [18].

5. АНАЛИЗ ЧИСЛЕННЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ

По изложенной методике проведён численный анализ влияния импедансного покрытия торца волноводной секции на энергетические характеристики волноводно-щелевого излучателя рассматриваемого типа. Расчёты проводились для полубесконечного прямоугольного волновода стандартного поперечного сечения $a = 23$ мм, $b = 10$ мм с толщиной торцевой стенки $h = 2$ мм и следующих геометрических параметров щели: $2L = 16$ мм, $d = 1{,}5$ мм, $x_0 = a/2$, $y_0 = 2{,}5$ мм. При этом число членов двойного ряда в выражении (11) выбиралось таким, чтобы обеспечить вычисление внутренней проводимости щели с точностью 0,1 %.

На рис. 2*в* кружками (кривая *б*) представлены результаты эксперимента в случае идеально проводящего торца волноводной секции. Данные расчётов энергетических характеристик при

$\bar{Z}_{\rm s} = 0$ на всех рисунках показаны кривыми *1*. Разумеется, на рис. 2*б* и 3*б* кривые *1* отсутствуют, поскольку в этом случае мощность потерь $P_\sigma = 0$. Хорошее согласие теоретических и экспериментальных результатов подтверждает как правомерность используемой методики, основанной на принятых приближениях, так и правильность построения алгоритмов математического моделирования.

На рис. 2 также представлены расчётные зависимости энергетических характеристик волноводно-щелевого излучателя в рабочем диапазоне длин волн прямоугольного волновода при различной величине импеданса (20) с мнимой частью индуктивного типа для слоя расположенного на металле магнитодиэлектрика TDK IR-E110 с параметрами $\varepsilon_1 = 8{,}84 - 0{,}084i$, $\mu_1 = 2{,}42 - 24{,}75/\lambda - 0{,}994i$ в сантиметровом диапазоне длин волн [8]. Здесь кривые *2* соответствуют нормированному поверхностному импедансу $\bar{Z}_{\rm s}$ для слоя материала с толщиной $h_{\rm d} = 0{,}02$ мм, кривые *3* — $h_{\rm d} = 0{,}05$ мм, кривые *4* — $h_{\rm d} = 0{,}1$ мм, кривые *5* — $h_{\rm d} = 0{,}2$ мм. Как и следовало ожидать, при увеличении $\bar{Z}_{\rm s}$ мощность потерь P_σ в импедансной поверхности торца тоже увеличивается, что вызывает в целом уменьшение коэффициента излучения щели.

Однако уменьшение $|S_\Sigma|^2$ обусловлено не только наличием собственно импедансных потерь, но и изменением условий согласования щели с волноводным трактом (рис. 2*в*). Так, при изменении величины $h_{\rm d}$ от нуля до 0,2 мм резонансная длина волны $\lambda_{\rm res}$ излучателя изменяется от приблизительно 33 мм до 37 мм, что составляет около 12 % при смещении $\lambda_{\rm res}$ в длинноволновую часть рабочего диапазона волновода. Здесь же заметим, что на краях диапазона, где излучающая способность щели достаточно мала, наличие импедансного покрытия на торце приводит к естественному в этом случае уменьшению мощности волны, отражённой обратно в волновод (рис. 2*в*). Для этих участков зависимостей $|S_{11}|$ характерно то, что чем больше значение $\bar{Z}_{\rm s}$, тем меньше коэффициент отражения.

Как видно из рис. 2*б*, зависимости P_σ от λ имеют резонансный характер, что ни в коей мере не может трактоваться как резонансное поглощение в импедансной поверхности торца волноводной секции. Это, прежде всего, связано с диапазонным изменением излучающей способности щелевого элемента: чем активнее щель возбуждает дифракционные поля в связываемых электродинамических объёмах, тем больше амплитуды этих полей и, соответственно, больше амплитуды токов, наводимых на граничных поверхностях. Поэтому при практически постоянном процентном уровне поглощения импедансным торцом мощности падающих на него волн в диапазоне, где наблюдается излучение щели, зависимость P_σ от λ будет повторять резонансные особенности зависимости коэффициента излучения $|S_\Sigma|^2$ (ср. рис. 2*а* и *б*).

Подобные физические закономерности наблюдаются и при покрытии торца волноводной секции импедансной поверхностью, характеризующейся комплексным импедансом (22). На рис. 3 для этого случая аналогичным образом представлены зависимости от λ энергетических характеристик волноводно-щелевого излучателя: $|S_\Sigma|^2$ (рис. 3*а*), P_σ (рис. 3*б*) и $|S_{11}|$ (рис. 3*в*). Здесь кривые *2* соответствуют нормированному поверхностному импедансу (22) для слоя материала TDK IR-E110 с толщиной $h_{\rm d} = 0{,}2$ мм, расположенного на металлической поверхности и покрытого металлической плёнкой с сопротивлением $\bar{R}_{\rm sR} = 0{,}005$, кривые *3* — $\bar{R}_{\rm sR} = 0{,}01$, кривые *4* — $\bar{R}_{\rm sR} = 0{,}02$, кривые *5* — $\bar{R}_{\rm sR} = 0{,}05$, кривые *6* — $\bar{R}_{\rm sR} = 0{,}1$, кривые *7* — $\bar{R}_{\rm sR} = 0{,}5$. Кривыми *8* представлены характеристики в случае отсутствия металлической плёнки на слое магнитодиэлектрика.

Подчеркнём лишь отличительные особенности этих зависимостей. Здесь увеличение сопротивления $\bar{R}_{\rm sR}$ до некоторого значения $\bar{R}_{\rm sR} \approx 0{,}02$, определяющееся согласно (22) уменьшением толщины металлической плёнки, приводит к увеличению потерь в импедансном покрытии, практически не изменяя резонансную длину волны $\lambda_{\rm res}$ излучателя. Это объясняется тем, что в этих

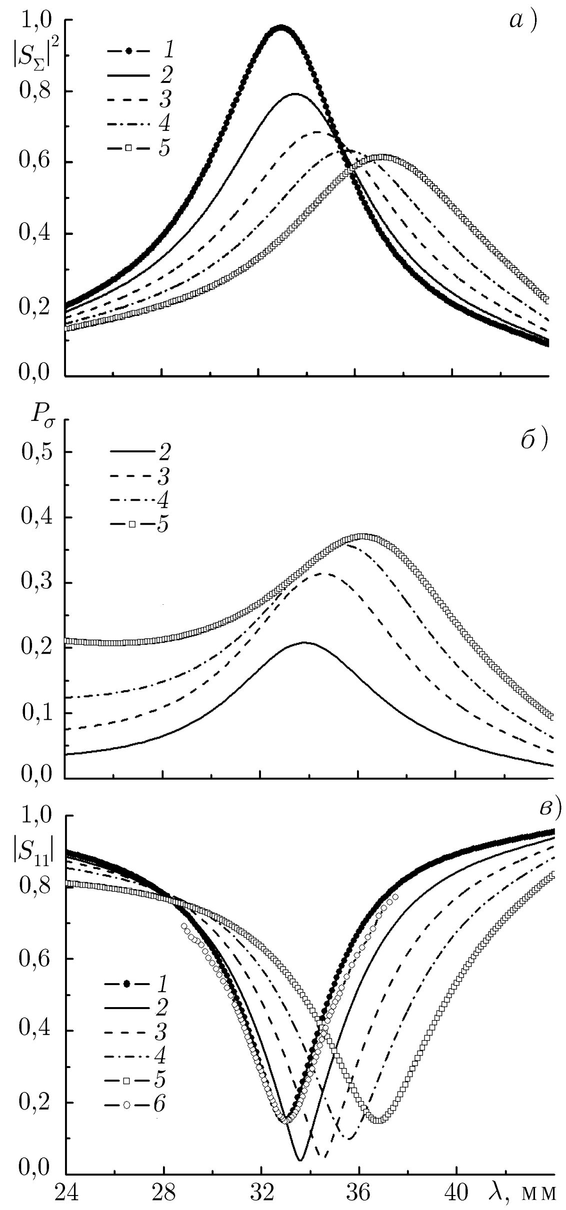

Рис. 2

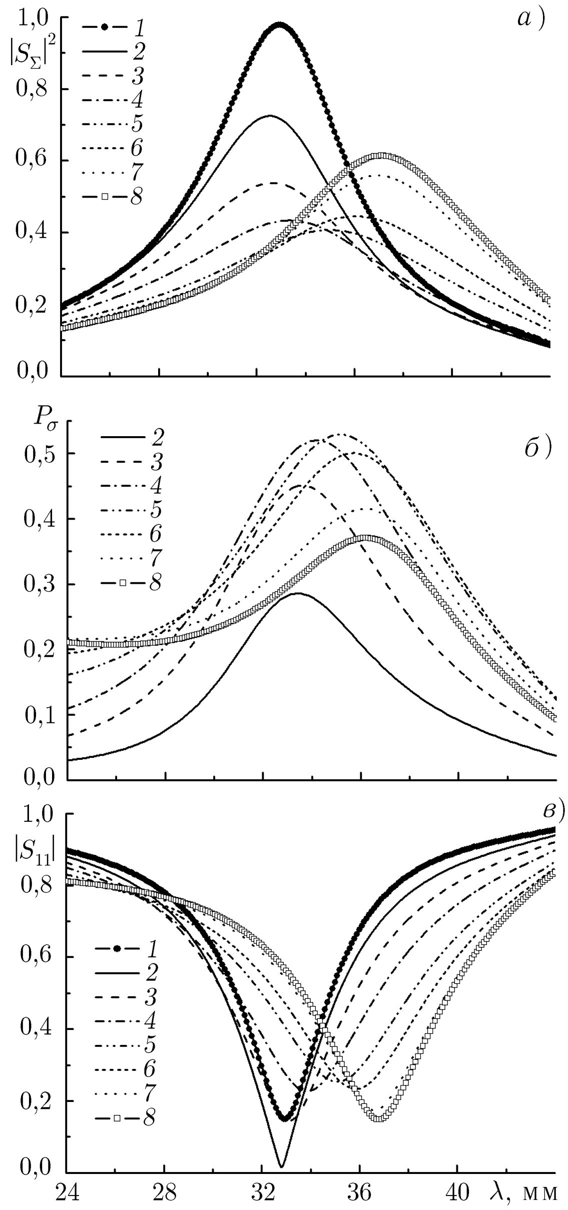

Рис. 3

случаях действительная часть импеданса (22) оказывается существенно больше мнимой части, т. е. $\bar{Z}_{\mathrm{sR}}$ может характеризоваться как активный распределённый импеданс. Разумеется, при дальнейшем уменьшении толщины металлической плёнки должно возрастать влияние слоя магнитодиэлектрика на характеристики волноводно-щелевого излучателя. Это согласуется с поведением зависимостей на рис. 3 и следует из формулы (22) при условии $h_{\mathrm{R}} \to 0$.

ВЫВОДЫ

1. Построена методика решения задачи дифракции волны типа H_{10} на узкой щели, прорезанной в импедансной торцевой стенке конечной толщины полубесконечного прямоугольного волновода и излучающей в свободное полупространство над бесконечным идеально проводящим экраном. Предложенный подход основывается на методе наведённых магнитодвижущих сил и методе

функций Грина для векторных потенциалов Герца.

2. Найдено приближённое аналитическое решение указанной дифракционной задачи. При этом в качестве аппроксимации распределения магнитного тока на апертуре щелевого излучателя использовалось решение задачи рассеяния плоской электромагнитной волны на узкой щели в бесконечном экране, найденное методом малого параметра.

3. Получены выражения для поверхностного импеданса для некоторых физических реализаций импедансных поверхностей, а также соотношения для расчёта энергетических характеристик волноводно-щелевого излучателя рассматриваемого типа.

4. На основании численных исследований проанализированы проявления физических закономерностей при дифракционном излучении щели, прорезанной в импедансной поверхности. Показана возможность существенного изменения энергетических характеристик волноводно-щелевого излучателя рассматриваемой геометрии путём варьирования комплексного импеданса, распределённого на торцевой поверхности волноводной секции. Для рассмотренных реализаций поверхностного импеданса отмечается достаточно большой уровень мощности потерь, что может привести к необходимости его минимизации при практической разработке волноводно-щелевых излучателей такого типа с оптимальными характеристиками.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Магнитные тензорные функции Грина рассматриваемых пространственных областей

1. Полубесконечный прямоугольный волновод с идеально проводящими стенками:

$$\hat{\mathbf{G}}^{\mathrm{m}}(\mathbf{r},\mathbf{r}') = \frac{2\pi}{ab}\sum_{m,n}\frac{\varepsilon_m\varepsilon_n}{k_z}\Big\{(\mathbf{e}_x\otimes\mathbf{e}_{x'})\,\Phi_x^{\mathrm{m}}(x,y;x',y')\,[\exp(-k_z\,|z-z'|)+\exp(-k_z\,(z+z'))]+ \\ +(\mathbf{e}_y\otimes\mathbf{e}_{y'})\,\Phi_y^{\mathrm{m}}(x,y;x',y')\,[\exp(-k_z\,|z-z'|)+\exp(-k_z\,(z+z'))]+ \\ +(\mathbf{e}_z\otimes\mathbf{e}_{z'})\,\Phi_z^{\mathrm{m}}(x,y;x',y')\,[\exp(-k_z\,|z-z'|)-\exp(-k_z\,(z+z'))]\Big\}. \quad (\text{П}1)$$

2. Полубесконечный прямоугольный волновод с импедансным торцом в случае, когда сторонние источники расположены на поверхности торца:

$$\hat{\mathbf{G}}^{\mathrm{m}}(\mathbf{r},\mathbf{r}') = \frac{4\pi}{ab}\sum_{m,n}\frac{\varepsilon_m\varepsilon_n}{k_z}\;f_{\parallel}(k_z,\bar{Z}_{\mathrm{s}})\exp(-k_z z)\Big\{(\mathbf{e}_x\otimes\mathbf{e}_{x'})\,\Phi_x^{\mathrm{m}}(x,y;x',y')+ \\ +\;(\mathbf{e}_y\otimes\mathbf{e}_{y'})\,\Phi_y^{\mathrm{m}}(x,y;x',y')\Big\}, \quad (\text{П}2)$$

где

$$f_{\parallel}(k_z,\bar{Z}_{\mathrm{s}}) = \frac{kk_z\,(1+\bar{Z}_{\mathrm{s}}^2)}{(ik+k_z\bar{Z}_{\mathrm{s}})\,(k\bar{Z}_{\mathrm{s}}-ik)}\;.$$

3. Полубесконечный прямоугольный волновод с импедансным торцом в случае его возбуждения продольными сторонними токами:

$$\hat{\mathbf{G}}^{\mathrm{m}}(\mathbf{r},\mathbf{r}') = \frac{2\pi}{ab}\sum_{m,n}\frac{\varepsilon_m\varepsilon_n}{k_z}\,(\mathbf{e}_z\otimes\mathbf{e}_{z'})\Phi_z^{\mathrm{m}}(x,y;x',y')\times \\ \times\Big[\exp(-k_z\,|z-z'|)-f_{\perp}(k_z,\bar{Z}_s)\exp(-k_z\,(z+z'))\Big], \quad (\text{П}3)$$

$$f_{\perp}(k_z, \bar{Z}_s) = \frac{ik - k_z Z_{\rm s}}{ik + k_z Z_{\rm s}}\ .$$

В выражениях (П1)–(П3) приняты следующие обозначения:

$$\Phi_x^{\rm m}(x,y;x',y') = \sin(k_x x)\sin(k_x x')\cos(k_y y)\cos(k_y y'),$$

$$\Phi_y^{\rm m}(x,y;x',y') = \cos(k_x x)\cos(k_x x')\sin(k_y y)\sin(k_y y'),$$

$$\Phi_z^{\rm m}(x,y;x',y') = \cos(k_x x)\cos(k_x x')\cos(k_y y)\cos(k_y y'),$$

$$\varepsilon_n = \begin{cases} 1, & n = 0; \\ 2, & n \neq 0, \end{cases} \qquad \varepsilon_m = \begin{cases} 1, & m = 0; \\ 2, & m \neq 0, \end{cases} \qquad k_x = m\pi/a\,, \qquad k_y = n\pi/b, \qquad k_z = \sqrt{k_x^2 + k_y^2 - k^2}\,,$$

n, m — целые числа, $\bar{Z}_{\rm s}$ — нормированный поверхностный импеданс, $\mathbf{e}_x$, $\mathbf{e}_y$ и $\mathbf{e}_z$ — орты декартовой системы координат, связанной с волноводом, $\otimes$ — знак тензорного умножения.

4. Свободное полупространство над идеально проводящим экраном:

$$\hat{\mathbf{G}}^{\rm m}(\mathbf{r},\mathbf{r}') = \hat{\mathbf{I}}\exp(-ikR)/R + (\mathbf{e}_x \otimes \mathbf{e}_{x'})\exp(-ikR_0)/R_0 + \\ + (\mathbf{e}_y \otimes \mathbf{e}_{y'})\exp(-ikR_0)/R_0 - (\mathbf{e}_z \otimes \mathbf{e}_{z'})\exp(-ikR_0)/R_0, \qquad (\text{П4})$$

где $R = \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2}$, $R_0 = \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z+z')^2}$, $\hat{\mathbf{I}}$ — единичный тензор.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Schaik H. J. // IEEE Trans. Microwave Theory Tech. 1978. V. 26, No. 3. P. 413.
2. Горобец Н. Н., Жиронкина А. В., Здоров А. Г., Яцук Л. П. // Антенны. 1979. № 27. С. 159.
3. Харрингтон Р., Маутц Д. // Численные методы теории дифракции. М.: Мир, 1982. 200 с.
4. Naiheng Y., Harrington R. // IEEE Trans. Antennas Propagat. 1983. V. 31, No. 2. P. 310.
5. Pandharipande V. M., Das B. N. // IEEE Trans. Microwave Theory Tech. 1979. V. 27, No. 9. P. 800.
6. Das B. N., Chakraborty A. // IEEE Trans. Microwave Theory Tech. 1990. V. 38, No. 6. P. 779.
7. Леонтович М. А. // Исследования по распространению радиоволн. М., Л.: Изд-во АН СССР, 1948. С. 5.
8. Yoshitomi K. // IEEE Trans. Antennas Propagat. 2001. V. 49, No. 10. P. 1370.
9. Пенкин Ю. М., Жиронкина А. В., Мартыненко С. А., Яцук Л. П. // Радиофизика и радиоастрономия. 1999. Т. 4, № 2. С. 117.
10. Warne L. K. // Journal of Electromagnetic Waves and Applications. 1995. V. 9, No. 11–12. P. 1441.
11. Вайнштейн Л. А., Журав С. М., Суков А. И. // Доклады АН СССР. 1986. Т. 289, № 6. С. 1338.
12. Фельд Я. Н., Бененсон С. Л. Антенно-фидерные устройства. М.: Изд-во ВВИА им. Н. Е. Жуковского, 1959. Т. 2. 551 с.
13. Гарб Х. Л., Левинсон И. Б., Фридберг П. Ш. // Радиотехника и электроника. 1968. Т. 13, № 12. С. 2152.
14. Пенкин Ю. М. // Вестн. Харьковского ун-та. Радиофизика и электроника. 1998. № 405. С. 42.
15. Катрич В. А., Нестеренко М. В., Хижняк Н. А. // Зарубежная радиоэлектроника. Успехи современной радиоэлектроники. 2002. № 12. С. 15.
16. Градштейн И. С., Рыжик И. М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М.: Физматгиз, 1963. 1100 с.

17. Миллер М. А., Таланов В. И. // Изв. вузов. Радиофизика. 1961. Т. 4, № 5. С. 795.
18. Вайнштейн Л. А. Теория дифракции и метод факторизации. М.: Сов. радио, 1966. 431 с.
19. Нестеренко М. В. // Вестн. Харьковского ун-та. Радиофизика и электроника. 2002. № 544. С. 47.

Харьковский национальный университет
им. В. Н. Каразина, г. Харьков, Украина

Поступила в редакцию
16 июня 2003 г.

DIFFRACTION RADIATION FROM A SLOT IN THE IMPEDANCE END OF A SEMI-INFINITE RECTANGULAR WAVEGUIDE

M. V. Nesterenko and Yu. M. Penkin

Using the method of induced magnetomotive forces, we obtain an approximate analytical solution of the problem of diffraction of the H_{10} mode by a narrow slot cut in the finite-thickness wall of the impedance end of a semi-infinite rectangular waveguide. The slot is assumed to radiate into free space over an infinite perfectly conducting screen. The scattering-matrix coefficients were studied numerically for certain values of the complex surface impedance corresponding to specific types of the film coating of the waveguide end wall.

УДК 538.3+539.2

ПОТЕРИ ЭНЕРГИИ ЗАРЯЖЕННОЙ ЧАСТИЦЫ НА ВОЗБУЖДЕНИЕ ГЕЛИКОНОВ В ПЛАЗМОПОДОБНЫХ СРЕДАХ

С. И. Ханкина[1], *В. М. Яковенко*[1], *И. В. Яковенко*[2]

Исследованы потери энергии частицы, движущейся по винтовой линии относительно постоянного магнитного поля, на излучение Вавилова—Черенкова объёмных и поверхностных геликонов. Обнаружено, что потери на излучение объёмных геликонов эквивалентны потерям энергии магнитного момента, созданного вращением заряда. При этом магнитный момент движется с постоянной скоростью вдоль магнитного поля. Показано, что черенковское излучение магнитного момента лежит в основе бесстолкновительного затухания объёмных геликонов в плазме. Излучение поверхностных геликонов частицей не совпадает с потерями энергии движущегося магнитного момента. Это связано с тем, что в их возбуждении участвуют не только магнитные (H) волны, но и электрические (E) волны, что приводит к увеличению потерь энергии частицы.

1. С момента открытия и объяснения эффекта Вавилова—Черенкова прошло более 60 лет. Однако это интересное явление продолжает оставаться в центре внимания многих физиков [см. 1–2 и литературу в них]. И это не случайно, поскольку исследование потерь энергии частицы на излучение Вавилова—Черенкова даёт важную информацию о фундаментальных свойствах материальных сред, например о механизмах бесстолкновительного затухания волн различной природы.

В предлагаемом сообщении мы хотим обратить внимание на особенности излучения геликоновых волн заряженной частицей, движущейся в магнитоактивной плазме твёрдого тела. Несмотря на то, что в ряде работ [3–6] исследовались потери энергии заряженной частицы в анизотропных и гиротропных средах, конкретная задача об излучении геликонов в литературе не обсуждалась.

Между тем в плазме твёрдого тела, где важную роль играют столкновения частиц, эти волны представляют собой в некотором роде уникальное явление: они могут распространяться в широком интервале частот, слабо затухая независимо от соотношений между частотой сигнала и частотой соударений носителей заряда. Геликоны имеют квадратичный закон дисперсии и малые фазовые скорости. Их поляризация является эллиптической в плоскости, перпендикулярной направлению постоянного магнитного поля $\mathbf{H}_0$, а компонента электрического поля вдоль $\mathbf{H}_0$ мала [7].

Очевидно, что при движении заряженной частицы вдоль постоянного магнитного поля её взаимодействие с электрическим полем геликона очень слабо. Поэтому для более эффективного взаимодействия заряд должен иметь отличные от нуля компоненты скорости поперёк $\mathbf{H}_0$, т. е. двигаться по винтовой линии [8].

2. Рассмотрим взаимодействие объёмного геликона и частицы, движущейся в магнитоактивной плазме по винтовой траектории относительно постоянного магнитного поля. Систему координат выбираем таким образом, чтобы ось z была параллельна направлению $\mathbf{H}_0$, вдоль которого частица движется с постоянной скоростью v_{0z}. Компоненты скорости вдоль осей x и y соответственно равны

$$v_{0x} = -R\omega_H \sin(\omega_H t), \qquad v_{0y} = -R\omega_H \cos(\omega_H t), \tag{1}$$

где R — ларморовский радиус, ω_H — циклотронная частота частицы с зарядом e и массой m.

Заряженная частица создаёт в плазме ток, плотность которого определяется формулой

$$\mathbf{j} = e\mathbf{v}\,\delta(x-x_0)\,\delta(y-y_0)\,\delta(z-v_{0z}t), \tag{2}$$

где $x_0 = R\cos(\omega_H t)$, $y_0 = -R\sin(\omega_H t)$, $\delta(x)$ — дельта-функция. Система уравнений, описывающая взаимодействие частицы с геликоном, в замагниченной плазме имеет вид

$$\operatorname{rot}\mathbf{E} = -\frac{1}{c}\,\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}, \qquad e\left(\mathbf{E} + \frac{1}{c}\,[\mathbf{u}, \mathbf{H}_0]\right) = m_{\mathrm{e}}\nu\mathbf{u},$$

$$\operatorname{rot}\mathbf{H} = \frac{1}{c}\,\frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c}\,\mathbf{j}, \qquad \operatorname{div}\mathbf{D} = 4\pi e n_0, \tag{3}$$

где $\mathbf{u}$ — скорость электронов проводимости среды, n_0 — их концентрация, m_{e} — эффективная масса, ν — эффективная частота соударений. Воспользовавшись разложением Фурье, представим электромагнитное поле, создаваемое частицей, в виде совокупности пространственно-временны́х гармоник. Например, напряжённость электрического поля в среде в произвольной точке $\mathbf{r}$ в момент времени t определяется формулой

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \mathrm{d}\omega \int \mathrm{d}\mathbf{q}\,\mathbf{E}(\omega, \mathbf{q}) \exp[i\,(\mathbf{qr} - \omega t)], \tag{4}$$

где $\mathbf{q}$ — волновой вектор, ω — частота волны. Тогда из уравнений (3) для фурье-компонент напряжённости электрического поля $\mathbf{E}$ получим

$$E_x(\omega, \mathbf{q}) = \frac{4\pi i\omega}{c^2\,\Delta}\left[(q_x^2 + q_z^2)\,j_x + \left(q_x q_y + \frac{\omega^2}{c^2}\,\varepsilon_{xy}\right) j_y\right],$$

$$E_y(\omega, \mathbf{q}) = \frac{4\pi i\omega}{c^2\,\Delta}\left[\left(q_x q_y - \frac{\omega^2}{c^2}\,\varepsilon_{xy}\right) j_x + (q_y^2 + q_z^2)\,j_y\right]. \tag{5}$$

Здесь $\Delta = q^2 q_z^2 + \omega^4 \varepsilon_{xy}^2/c^4$, $\varepsilon_{xy} = -\varepsilon_{yx} = 4\pi i e n_0 c/(\omega H_0)$. Принимая во внимание геометрию задачи, в пространстве вектора $\mathbf{q}$ удобно перейти к цилиндрической системе координат. При этом фурье-компоненты плотности тока, создаваемого частицей, равны

$$j_x(\omega, \mathbf{q}) = -\frac{ieR\omega_H}{2\,(2\pi)^3} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \exp[-in\,(\varphi + \pi/2)]\, J_n(q_\perp R)\,(\delta^+ - \delta^-),$$

$$j_y(\omega, \mathbf{q}) = -\frac{eR\omega_H}{2\,(2\pi)^3} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \exp[-in\,(\varphi + \pi/2)]\, J_n(q_\perp R)\,(\delta^+ + \delta^-),$$

$$j_z(\omega, \mathbf{q}) = \frac{ev_{0z}}{(2\pi)^3} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \exp[-in\,(\varphi + \pi/2)]\, J_n(q_\perp R)\,\delta(\omega - q_z v_{0z} - n\omega_H), \tag{6}$$

где $\delta^{\pm} = \delta[\omega - q_z v_{0z} - (n \pm 1)\,\omega_H]$, $q_\perp = \sqrt{q_x^2 + q_y^2}$, $q_x = q_\perp\cos\varphi$, $q_y = q_\perp\sin\varphi$, $J_n(q_\perp R)$ — функция Бесселя n-го порядка. При вычислении (6) использовалось соотношение

$$\exp(-iq_\perp R\sin\alpha) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} J_n(q_\perp R)\exp(-in\alpha). \tag{7}$$

Взяв значение напряжённости электрического поля в точке нахождения заряженной частицы, т. е. в точке $\mathbf{r} = \mathbf{r}_0(t)$, $\mathbf{r}_0(t) = (x_0, y_0, v_{0z}t)$, и воспользовавшись для нахождения потерь энергии частицы в единицу времени формулой

$$\frac{\mathrm{d}\mathcal{E}}{\mathrm{d}t} = e\mathbf{vE}\Big|_{\mathbf{r}=\mathbf{r}_0(t)}, \tag{8}$$

получим

$$\frac{\mathrm{d}\mathcal{E}}{\mathrm{d}t} = \frac{ieR\omega_H}{2} \int [E_+(\omega,\mathbf{q}) \exp(i\omega_H t) - E_-(\omega,\mathbf{q}) \exp(-i\omega_H t)] \exp[i\,(\mathbf{q}\mathbf{r}_0 - \omega t)]\,\mathrm{d}\omega\,\mathrm{d}\mathbf{q}, \qquad (9)$$

где $E_+(\omega,\mathbf{q}) = E_x(\omega,\mathbf{q}) + iE_y(\omega,\mathbf{q})$, $E_-(\omega,\mathbf{q}) = E_x(\omega,\mathbf{q}) - iE_y(\omega,\mathbf{q})$. При интегрировании (9) особая точка $\Delta = 0$ обходится снизу. Воспользовавшись соотношением

$$\int\limits_0^{2\pi} \exp[i\,(\alpha - \alpha')\,\varphi]\,\mathrm{d}\varphi = 2\pi\,\delta_{\alpha\alpha'}, \qquad (10)$$

где $\delta_{\alpha\alpha'}$ — символ Кронекера, выражение (9) можно представить в виде

$$\frac{\mathrm{d}\mathcal{E}}{\mathrm{d}t} = \frac{i\,(eR\omega_H)^2}{4\pi c^2} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \omega\,\mathrm{d}\omega \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \mathrm{d}q_z \int\limits_0^{\infty} \frac{q_\perp\,\mathrm{d}q_\perp}{\Delta} \Bigg\{ \delta^+ \exp(i\,[(n+1)\,\omega_H - \omega + q_z v_z]\,t) \times$$
$$\times \left[\left(q^2 + q_z^2 - 2i\,\frac{\omega^2}{c^2}\,\varepsilon_{xy} \right) J_n^2(q_\perp R) + q_\perp^2 J_n(q_\perp R) J_{n+2}(q_\perp R) \right] + \delta^- \exp(i\,[(n-1)\,\omega_H - \omega + q_z v_z]\,t) \times$$
$$\times \left[\left(q^2 + q_z^2 + 2i\,\frac{\omega^2}{c^2}\,\varepsilon_{xy} \right) J_n^2(q_\perp R) + q_\perp^2 J_n(q_\perp R) J_{n-2}(q_\perp R) \right] \Bigg\}. \qquad (11)$$

Определим потери энергии частицы на излучение Вавилова—Черенкова геликонов. В этом случае в (11) $n = \pm 1$ и $\delta^+ = \delta^- = \delta(\omega - q_z v_{0z})$. После интегрирования по ω получим

$$\frac{\mathrm{d}\mathcal{E}}{\mathrm{d}t} = \frac{i\,(eR\omega_H)^2}{\pi c^2}\,v_{0z} \int\limits_0^{\infty} q_\perp J_1^2(q_\perp R)\,\mathrm{d}q_\perp \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \frac{q_z\,\mathrm{d}q_z}{q_\perp^2 + q_z^2 - \tilde{q}_0^2}\,, \qquad (12)$$

где $\tilde{q}_0 = q_0 + iq_0'$, $q_0 = 4\pi e n_0 v_{0z}/(H_0 c)$, $q_0' = 2\pi n_0 m v_{0z} \nu/(H_0^2)$, $q_0 \gg q_0'$. Здесь q_0 — волновое число геликона в условиях черенковского резонанса $\omega_{\tilde{q}} = q_z v_{0z}$, где $\omega_{\tilde{q}} = q q_z c H_0/(4\pi e n_0)$ — частота геликона.

При интегрировании по q_z используем соотношение

$$\lim_{\gamma\to 0} \frac{1}{x - i\gamma} = \frac{P}{x} + i\pi\,\delta(x),$$

где P — интеграл в смысле главного значения. Поскольку подынтегральное выражение является чётной функцией q_z, то в (12) вклад даёт только δ-функция и

$$\frac{\mathrm{d}\mathcal{E}}{\mathrm{d}t} = -\,\frac{(eR\omega_H)^2}{2c^2}\,v_{0z} \int\limits_0^{q_0} q_\perp J_1^2(q_\perp R)\,\mathrm{d}q_\perp. \qquad (13)$$

Полагая $q_0 R \ll 1$, найдём потери энергии частицы на излучение Вавилова—Черенкова геликонов:

$$\frac{\mathrm{d}\mathcal{E}}{\mathrm{d}t} = -\,\frac{e^2 R^4 \omega_H^2 q_0^4 v_{0z}}{32 c^2}\,. \qquad (14а)$$

Если ввести магнитный момент $M_{0z} = m v_\varphi^2/(2H_0)$, где $v_\varphi^2 = v_{0x}^2 + v_{0y}^2 = R^2\omega_H^2$, создаваемый вращающейся в плоскости xy заряженной частицей, то формула (14а) запишется следующим образом:

$$\frac{\mathrm{d}\mathcal{E}}{\mathrm{d}t} = -\,\frac{M_{0z}^2 q_0^4 v_{0z}}{8}\,, \qquad (14б)$$

т. е. потери энергии частицы на излучение Вавилова—Черенкова геликонов можно трактовать как взаимодействие магнитного диполя с возбуждаемым им магнитным полем волны. Действительно, выражение (14б) следует из системы уравнений (3), в которой

$$\mathbf{j} = c\,\mathrm{rot}\,\mathbf{M}, \qquad \mathbf{M}(\mathbf{r},t) = \mathbf{M}_0\,\delta(x)\,\delta(y)\,\delta(z - v_{0z}t), \qquad \mathbf{M}_0 = (0,0,M_{0z}), \tag{15}$$

и формулы, определяющей потери энергии магнитного диполя:

$$\frac{\mathrm{d}\mathcal{E}}{\mathrm{d}t} = -M_{0z}\,\frac{\partial H_z}{\partial t}\bigg|_{x=0,\,y=0,\,z=v_{0z}t}, \tag{16}$$

т. к.

$$\int \mathbf{jE}\,\mathrm{d}\mathbf{r} = \int (\mathbf{M}\,\partial\mathbf{H}/\partial t)\,\mathrm{d}\mathbf{r}.$$

На возможность излучения Вавилова—Черенкова электромагнитных волн магнитным моментом частиц впервые обратил внимание В. Л. Гинзбург [9]. Им было показано, что это излучение мало по сравнению с излучением заряда. Действительно, в квантующем магнитном поле, когда поперечная энергия осциллятора равна $\hbar\omega_H/2$, величина магнитного момента равняется магнетону Бора $e\hbar/(2mc) \approx 10^{-20}$ эрг/г и пренебрежимо мала по сравнению с его значением в классическом случае $M_{0z} = mv_\varphi^2/(2H_0) \approx \approx 10^{-14}$ эрг/г, где $v_\varphi \approx 10^8$ см/с, $H_0 \approx 10^3$ Э. Для геликонов, как мы видим, излучение Вавилова—Черенкова магнитного диполя и излучение заряда, движущегося по винтовой линии относительно постоянного магнитного поля, в классическом случае совпадают.

Для электронного сгустка, имеющего форму шара с радиусом $a = 10^{-1}$ см, с плотностью тока $j \sim 50$ А/см^2 ($v_{0z} = 3\cdot 10^9$ см/с, $n_{0\mathrm{b}} \sim 10^{11}$ см$^{-3}$) потери энергии на возбуждение геликона ($\omega = 1{,}8\cdot 10^{10}$ с$^{-1}$, $\omega_H = 1{,}6\cdot 10^{10}$ с$^{-1}$, $q_0 = 60$ см$^{-1}$) равны $|\mathrm{d}\mathcal{E}/\mathrm{d}t| = 10^{-1}\,(q_0R)^4$ Вт. При $q_0R \sim 10^{-1}$ имеем $|\mathrm{d}\mathcal{E}/\mathrm{d}t| \sim 10$ мкВт.

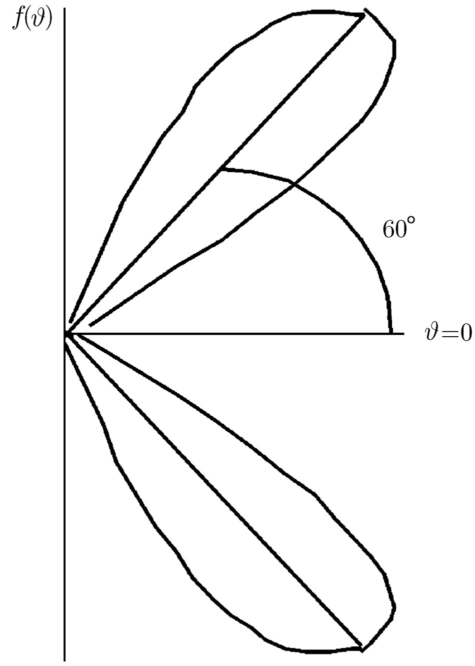

Рис. 1 Диаграмма распределения потерь энергии частицы на черенковское излучение геликонов

Как показывают численные оценки, излучение геликонов может быть обнаружено экспериментально в результате их возбуждения электронным сгустком. Электроны, естественно, должны проходить через отверстие, сделанное в образце. Если радиус отверстия меньше длины волны, то размеры отверстия не влияют на величину эффекта, т. к. магнитный момент параллелен направлению движения сгустка, а составляющая H_z магнитного поля является непрерывной на границе раздела среда—сгусток [1].

Из (11) при $n = \pm 1$ нетрудно найти распределение потерь энергии по углу ϑ между направлением постоянного магнитного поля и направлением распространения волн ($q_z = q\cos\vartheta$, $q_\perp = q\sin\vartheta$):

$$\frac{\mathrm{d}^2\mathcal{E}}{\mathrm{d}t\,\mathrm{d}\vartheta} = -\frac{(eR\omega_H)^2\,R^2q_0^4v_{0z}}{8\pi c^2}\,f(\vartheta), \qquad f(\vartheta) = \sin^3\vartheta\cos\vartheta. \tag{17}$$

Диаграмма распределения потерь энергии частицы на излучение Вавилова—Черенкова представлена на рис. 1. Максимальное излучение наблюдается под углом $\vartheta = \pm 60^\circ$.

3. Зная потери энергии частицы на излучение Вавилова—Черенкова геликонов, определим один из механизмов бесстолкновительного затухания этих волн. С этой целью представим формулу (11) при $n = \pm 1$ и $q_\perp R \ll 1$ в виде

$$\frac{\mathrm{d}\mathcal{E}}{\mathrm{d}t} = \sum_{\mathbf{q}} \frac{\mathrm{d}\mathcal{E}_{\mathbf{q}}}{\mathrm{d}t}\ , \tag{18}$$

где

$$\frac{\mathrm{d}\mathcal{E}_{\mathbf{q}}}{\mathrm{d}t} = -\,\frac{\pi^2}{2}\ \frac{(ev_\varphi)^2\,R^2q^4}{c^2q_0^2V}\ \sin^2\vartheta\,\delta(\omega_{\mathbf{q}} - q_z v_{0z}),$$

e и $\mathbf{v}$ — заряд и скорость электронов проводимости плазмы твёрдого тела, $\omega_{\mathbf{q}}$ — частота геликона, V — объём рассматриваемого образца. Изменение числа бозонов (геликонов) в единицу времени в результате их взаимодействия с электронами проводимости в состоянии $\mathbf{k} = m\mathbf{v}/\hbar$ находится из кинетического уравнения [10]

$$\frac{\partial N_{\mathbf{q}}}{\partial t} = \frac{2\pi}{\hbar} \sum_{\mathbf{k}_1,\mathbf{k}_2} |W_{\mathbf{k}_1\,\mathbf{q}\,\mathbf{k}_2}|^2\,\delta(E_1 - E_2 - \hbar\omega_{\mathbf{q}})\,\big[(N_q + 1)\,n_{\mathbf{k}_1}\,(1 - n_{\mathbf{k}_2}) - N_q n_{\mathbf{k}_2}\,(1 - n_{\mathbf{k}_1})\big], \tag{19}$$

в котором $\mathbf{k}_2 = \mathbf{k}_1 - \mathbf{q}$, $n_{\mathbf{k}}$ — число электронов с волновым вектором $\mathbf{k}$, $N_{\mathbf{q}}$ — число геликонов в состоянии с волновым вектором $\mathbf{q}$, $\hbar\omega_{\mathbf{q}}$ — энергия кванта электромагнитного поля геликона, $W_{\mathbf{k}_1\,\mathbf{q}\,\mathbf{k}_2}$ — матричный элемент гамильтониана взаимодействия электромагнитных колебаний и электронов. Первое слагаемое в (19) определяет вероятность перехода в единицу времени электрона из состояния с энергией E_1 в состояние с энергией E_2 с излучением кванта электромагнитного поля с энергией $\hbar\omega_{\mathbf{q}}$, второе слагаемое — переход с поглощением кванта.

Из выражения (19) при условии $n_{\mathbf{k}_1} = 1$, $n_{\mathbf{k}_2} = 0$, $N_{\mathbf{q}} \ll 1$ можно получить формулу для спонтанного излучения электрона проводимости. Затем, воспользовавшись соотношением

$$-\,\frac{\mathrm{d}\mathcal{E}_{\mathbf{q}}}{\mathrm{d}t} = \hbar\omega_{\mathbf{q}}\ \frac{\partial N_{\mathbf{q}}}{\partial t}\ , \tag{20}$$

найдём выражение для матричного элемента при выполнении неравенства $q_z v_{0z} > q_x v_x + q_y v_y$:

$$|W_{\mathbf{k}_1\,\mathbf{q}\,\mathbf{k}_2}|^2 = \frac{(ev_\varphi)^2\,\hbar\pi R^2\omega_{\mathbf{q}}}{4c^2V}\ \sin^2\vartheta\,. \tag{21}$$

Бесстолкновительное затухание геликона γ равно

$$\gamma = \frac{1}{2N_{\mathbf{q}}}\ \frac{\partial N_{\mathbf{q}}}{\partial t}\ . \tag{22}$$

Полагая в (19) $N_{\mathbf{q}} \gg 1$, $n_{\mathbf{k}} \ll 1$ и переходя от суммирования по $\mathbf{k}$ к интегрированию по импульсу $\mathbf{p} = \hbar\mathbf{k}$, получим

$$\gamma = \frac{\pi V}{\hbar} \int \mathrm{d}\mathbf{p}\,|W_{\mathbf{k}_1\,\mathbf{q}\,\mathbf{k}_2}|^2\,[f(p_1) - f(p_2)]\,\delta(E_1 - E_2 - \hbar\omega_{\mathbf{q}}), \tag{23}$$

где $f = n_{\mathbf{k}}/(2\pi\hbar)^3$ — функция распределения электронов по энергии. Если функция распределения электронов изотропна и имеет вид

$$f(E) = \frac{n_0}{(2\pi m_{\mathrm{e}}T)^{3/2}}\ \exp(-E/T)\,,$$

то, принимая во внимание, что закон дисперсии электронов является квадратичным, а $\hbar\omega_{\mathbf{q}} \ll E$, получим

$$f(E_1) - f(E_2) = \hbar\omega_{\mathbf{q}}\ \frac{\partial f(E_1)}{\partial E_1}\ , \qquad \delta(E_1 - E_2 - \hbar\omega_{\mathbf{q}}) = \frac{1}{\hbar}\ \delta(q_z v_{0z} - \omega).$$

В этом случае затухание геликона равно

$$\gamma_0 = -\frac{\sqrt{\pi}}{2\sqrt{2}}\ \frac{q^3 c^2 v_T}{\omega_0^2}\ |\cos\vartheta|\ \sin^2\vartheta, \tag{24}$$

где ω_0 — ленгмюровская частота электронов проводимости, T — их температура в энергетических единицах, $v_T = (T/m_{\mathrm{e}})^{1/2}$ — тепловая скорость. Это выражение совпадает с выражением для бесстолкновительного затухания геликонов, найденным в работах [11, 12]. В литературе оно известно как магнитное затухание Ландау. Действительно, такое название полностью оправдано, т. к. затухание (24) вызвано взаимодействием магнитного момента частицы, вращающейся в постоянном магнитном поле, с полем, создаваемым геликоном.

Рассмотрим взаимодействие геликонов с пучком электронов, функция распределения которых описывается выражением

$$f_{\mathrm{b}}(\mathbf{p}) = \frac{n_{0\mathrm{b}}}{(2\pi m T_{\mathrm{b}})^{3/2}}\ \exp\bigl[-(\mathbf{p} - \mathbf{p}_0)^2/(2mT_{\mathrm{b}})\bigr], \tag{25}$$

где $n_{0\mathrm{b}}$ — плотность электронов в пучке, T_{b} — их температура в энергетических единицах, импульс $\mathbf{p}_0 = (p_{0x}, p_{0y}, p_{0z})$ — постоянная величина.

При $p_{0x} = p_{0y} = 0$ декремент (инкремент) геликонов равен

$$\gamma_1 = \gamma_0\ \frac{n_{0\mathrm{b}}}{n_0}\ \sqrt{\frac{mT_{\mathrm{b}}}{m_{\mathrm{e}} T}}\ \left(1 - \frac{q_z v_{0z}}{\omega_q}\right). \tag{26}$$

Выражение (26) получено в предположении $|\omega_q/q_z - v_{0z}| \ll v_{T\mathrm{b}}$, где v_{0z} — постоянная скорость пучка вдоль магнитного поля $\mathbf{H}_0$, $v_{T\mathrm{b}}$ — тепловая скорость электронов пучка.

Из (26) очевидно, что усиление геликонов возможно, если скорость пучка вдоль постоянного магнитного поля превышает фазовую скорость волны в этом же направлении.

Инкремент геликонов увеличивается при $p_{0x} \neq 0$, $p_{0y} \neq 0$ ($\{p_{0x}, p_{0y}\} \gg \sqrt{2mT_{\mathrm{b}}}$). В этом случае он равен

$$\gamma_2 = \frac{\gamma_1}{2}\left(\frac{M_{0z} H_0}{T_{\mathrm{b}}}\right)^2. \tag{27}$$

Если параметры электронного пучка и твёрдотельной плазмы соответственно равны $n_{0\mathrm{b}} = 10^{10}$ см$^{-3}$, $n_0 = 10^{14}$ см$^{-3}$, $T_{\mathrm{b}}/T \approx 10$, $m/m_{\mathrm{e}} \approx 10^2$, $H_0 \approx 10^3$ Э, $\omega_{\mathbf{q}} \approx 10^{10}$ с$^{-1}$, $v_\varphi \approx 10^8$ см/с, $v_{T_{\mathrm{b}}} \approx 10^7$ см/с, $v_{0z} \approx 3 \cdot 10^9$ см/с, то получим $\gamma_2 \approx 10\gamma_0$.

Взаимодействие геликонов с электронным пучком, равномерно движущимся вдоль магнитного поля $\mathbf{H}_0$, экспериментально исследовалось в работах [13, 14]. Усиление геликонов происходило в результате возбуждения пучком компоненты E_z электрического поля, пропорциональной частоте столкновений электронов проводимости. Отметим, что нами рассматривается иная ситуация, когда компонента E_z отсутствует, а частицы пучка движутся по винтовой траектории.

4. Определим потери энергии частицы, движущейся над поверхностью полупроводника в вакууме по винтовой траектории относительно $\mathbf{H}_0$.

Как известно [15], на границе магнитоактивной плазмы могут существовать поверхностные геликоны, если проводимость среды является наибольшей вдоль постоянного магнитного поля.

Эти волны распространяются в строго определённых интервалах углов относительно направления $\mathbf{H}_0$ и обладают свойством невзаимности. Их спектр в структуре вакуум—однокомпонентная плазма имеет вид

$$\omega_{\mathbf{q}} = \frac{cH_0 q_x q_z^2}{2\pi e n_0 \kappa} \,. \tag{28}$$

(При $\omega_{\mathbf{q}} > 0$ должно выполняться условие $q_x H_0/e > 0$.) Здесь система координат выбрана таким образом, что плоскость $y = 0$ служит границей раздела сред, $y > 0$ — вакуум (среда *1*), $y < 0$ — полупроводник (среда *2*), постоянное магнитное поле $\mathbf{H}_0$ параллельно оси z. У поверхностного геликона $E_z = 0$, т. е. он является H-волной. Соотношение (28) было получено следующим образом. В каждой из сред использовались уравнения Максвелла, а в среде *2* и материальные уравнения. В этих уравнениях зависимость всех переменных величин от координат и времени предполагалась экспоненциальной: $\exp[i\,(\mathbf{qr} - \omega t)]$, причём составляющая q_y волнового вектора имеет различные значения в областях $y > 0$ и $y < 0$: q_{y1} и q_{y2} соответственно.

Компоненты электромагнитного поля для H-волн в фурье-представлении связаны между собой следующими соотношениями: в вакууме

$$q_{y1} = i\kappa, \qquad H_{x1} = \frac{q_x}{q_z}\, H_{z1}, \qquad H_{y1} = \frac{q_{y1}}{q_z}\, H_{z1}, \qquad H_{y1} = \frac{q_z c}{\omega}\, E_{x1}, \qquad E_{y1} = \frac{iq_x}{\kappa}\, E_{x1}, \tag{29}$$

в полупроводнике, если проводимость вдоль $\mathbf{H}_0$ бесконечно большая [15],

$$q_{y2}^2 = -\kappa^2 - \frac{\omega^4}{c^4 q_z^2}\, \varepsilon_{xy}^2, \qquad \operatorname{Im} q_{y2} < 0;$$

$$H_x^{(2)} = -\,\frac{q_x q_{y2} - (\omega^2/c^2)\,\varepsilon_{xy}^2}{\kappa^2}\, H_y^{(2)}, \qquad H_z^{(2)} = -\,\frac{q_z^2 q_{y2} + q_x\,(\omega^2/c^2)\,\varepsilon_{xy}^2}{q_z \kappa^2}\, H_y^{(2)};$$

$$E_x^{(2)} = \frac{\omega}{q_z c}\, H_y^{(2)}, \qquad E_y^{(2)} = \frac{q_x q_{y2} - (\omega^2/c^2)\,\varepsilon_{xy}}{\kappa^2}\, \frac{\omega}{q_z c}\, H_y^{(2)}, \qquad E_z^{(2)} = 0. \tag{30}$$

На плоскости $y = 0$ выполняются условия непрерывности компонент H_y и H_z магнитного поля, а компонента H_x претерпевает разрыв, связанный с бесконечно большой проводимостью вдоль $\mathbf{H}_0$. Спектр поверхностных геликонов (28) определяется из этих граничных условий.

Пусть в вакууме на расстоянии d от полупроводника движется заряженная частица. Её поступательная скорость вдоль оси z — постоянная величина v_{0z}. Вращательное движение частицы в плоскости xy описывается переменными скоростями, заданными формулой (1). Ток, создаваемый частицей, имеет вид (2), где $y_0 = d - R\sin(\omega_H t)$. В этом случае электромагнитное поле в вакууме определяется из уравнений

$$\operatorname{rot}\mathbf{E} = -\,\frac{1}{c}\,\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}\,, \qquad \operatorname{rot}\mathbf{H} = \frac{1}{c}\,\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c}\,\mathbf{j}. \tag{31}$$

Поле можно представить в виде набора пространственно-временных гармоник. Например,

$$\mathbf{E}(\mathbf{r},t) = \int \mathrm{d}\omega\,\mathrm{d}q_x\,\mathrm{d}q_z\,\mathbf{E}(\omega,q_x,q_z,y)\exp[i\,(q_x x + q_z z - \omega t)].$$

Электрические и магнитные поля, создаваемые в вакууме частицей, равны соответственно

$$\mathbf{E}_3(\omega,q_x,q_z,y) = \frac{4\pi^2 i}{\kappa}\left(\frac{\omega}{c^2}\,\mathbf{j} - \mathbf{q}\rho\right)\exp(\kappa y), \qquad \mathbf{H}_3(\omega,q_x,q_z,y) = \frac{4\pi^2 i}{c\kappa}\,[\mathbf{q},\mathbf{j}\,]\,\exp(\kappa y), \tag{32}$$

где ρ — плотность заряда частицы, связанная с её током уравнением непрерывности:

$$\rho = \mathbf{qj}/\omega; \tag{33}$$

$$j_x(\omega, q_x, q_z) = -\frac{ieR\omega_H}{2\,(2\pi)^3} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} (-i)^n\, J_n(|q_x|\, R)\, \exp(-\kappa d)\, (\delta^+ - \delta^-),$$

$$j_y(\omega, q_x, q_z) = -\frac{eR\omega_H}{2\,(2\pi)^3} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} (-i)^n\, J_n(|q_x|\, R)\, \exp(-\kappa d)\, (\delta^+ + \delta^-),$$

$$j_z(\omega, q_x, q_z) = \frac{ev_{0z}}{(2\pi)^3} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} (-i)^n\, J_n(|q_x|\, R)\, \exp(-\kappa d)\, \delta(\omega - q_z v_{0z} - n\omega_H). \tag{34}$$

Выражения для компонент тока получены в предположении $R \ll d$. Из (32) видно, что частица, движущаяся в вакууме, создаёт компоненту E_{z3} электрического поля, в то время как при её движении в замагниченной плазме эта компонента равна нулю из-за бесконечно большой проводимости вдоль оси z.

На границе $y = 0$ компонента $E_z^{(1)}$ должна обращаться в нуль. Очевидно, что такому условию поле частицы не удовлетворяет. Поэтому в вакууме наряду с H-волной необходимо учитывать E-волну. Она также является решением однородного уравнения, следующего из системы (31) при $\mathbf{j} = 0$, и в ней

$$q_{y1} = i\kappa, \quad E_{z2} \neq 0, \quad H_{y2} = \frac{\omega}{c}\,\frac{q_x}{q_z^2}\, E_{z2}, \quad H_{x2} = -\frac{i\kappa}{q_x}\, H_{y2}, \quad E_{x2} = \frac{q_x}{q_z}\, E_{z2}, \quad E_{y2} = \frac{i\kappa}{q_x}\, E_{x2}. \tag{35}$$

Иными словами, заряженная частица, движущаяся в вакууме по винтовой траектории, создаёт электромагнитное поле, падающее на поверхность раздела сред. Все компоненты этого поля отличны от нуля. Волна, отражённая от поверхности $y = 0$, также должна иметь все компоненты электромагнитного поля, т. е. в вакууме необходимо учитывать E- и H-волны одновременно.

Таким образом, в вакууме $E_z^{(1)} = E_{z2} + E_{z3}$, $H_z^{(1)} = H_{z1} + H_{z3}$, а все остальные компоненты поля являются суперпозицией полей E- и H-волн и поля, созданного частицей. Например, $H_y^{(1)} = H_{y1} + H_{y2} + H_{y3}$ и т. д. На границе сред непрерывны компоненты H_y и H_z, а компонента $E_z^{(1)}$ равна нулю. Последнее условие позволяет выразить E_{z2}, а следовательно, и H_{y2}, через E_{z3}:

$$H_{y2} = -\frac{4\pi^2 i\omega}{c\kappa}\,\frac{q_x}{q_z^2}\left(\frac{\omega}{c^2}\, j_z - q_z\rho\right). \tag{36}$$

Воспользовавшись для плотности заряда соотношением (32), получим, что на плоскости $y = 0$

$$H_y^{(1)}(\omega, q_x, q_z) = \frac{i\kappa}{q_z}\left(H_{z1} - \frac{4\pi^2 i}{c\kappa}\,[\mathbf{q},\mathbf{j}\,]_z\right), \qquad H_z^{(1)}(\omega, q_x, q_z) = H_{z1} + \frac{4\pi^2 i}{c\kappa}\,[\mathbf{q},\mathbf{j}\,]_z. \tag{37}$$

Выражение для H_{z1} определяется из граничных условий:

$$H_{z1}(\omega, q_x, q_z) = \frac{ieR\omega_H}{2\pi c\kappa\,\Delta} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} J_n(|q_x|\, R)\, (-i)^n\, \exp(-\kappa d)\, [(q_x - \kappa)\, \delta^+ + (q_x + \kappa)\, \delta^-], \tag{38}$$

где

$$\Delta = 1 + \frac{i\,(q_z^2 q_{y2} + q_x\omega^2\varepsilon_{xy}/c^2)}{\kappa q_z^2}\,.$$

Из формулы (8), выразив E_{x1} и E_{y1} через H_{z1}, найдём потери энергии частицы на возбуждение поверхностных геликонов:

$$\frac{\mathrm{d}\mathcal{E}}{\mathrm{d}t} = \frac{eR\omega_H}{2c} \int \mathrm{d}\omega\, \mathrm{d}q_x\, \mathrm{d}q_z\, \frac{\omega}{q_z^2}\, H_{z1}(\omega, q_x, q_z) \exp(-\kappa d) \sum_{n=-\infty}^{+\infty} (i)^{n'} J_{n'}(|q_x|\, R) \times$$

$$\times \left\{ (q_x - \kappa) \exp[-i\,(\omega - q_z v_{0z} - (n'+1)\,\omega_H)\,t] + (q_x + \kappa) \exp[-i\,(\omega - q_z v_{0z} - (n'-1)\,\omega_H)\,t] \right\}. \quad (39)$$

В условиях черенковского излучения, когда $\delta^+ = \delta^- = \delta(\omega - q_z v_{0z})$, $n = 0$, $n' = \pm 1$ имеем

$$\frac{\mathrm{d}\mathcal{E}}{\mathrm{d}t} = \frac{ieR\omega_H}{c} \int \mathrm{d}\omega\, \mathrm{d}q_x\, \mathrm{d}q_z\, \frac{\omega q_x}{q_z^2}\, H_{z1}(\omega, q_x, q_z) \exp(-\kappa d) J_1(|q_x|\, R) \exp\left[-i\,(\omega - q_z v_{0z})\,t\right], \quad (40)$$

где

$$H_{z1}(\omega, q_x, q_z) = \frac{eR\omega_H}{\pi c \kappa\, \Delta}\, J_1(|q_x|\, R) \exp(-\kappa d)\, \delta(\omega - q_z v_{0z}) \exp\left[-i\,(\omega - q_z v_{0z})\,t\right].$$

После интегрирования по ω получим

$$\frac{\mathrm{d}\mathcal{E}}{\mathrm{d}t} = \frac{ie^2R^2\omega_H^2 v_{0z}}{\pi c^2} \int \mathrm{d}q_x\, \mathrm{d}q_z\, \exp(-2\kappa d)\, \frac{q_x^2}{q_z\, \sqrt{\kappa^2 - q_0^2} + \kappa q_z - q_x q_0}\, J_1^2(|q_x|\, R)\,. \quad (41)$$

Здесь $\mathrm{Im}\, \tilde{q}_0$ — малая и положительная величина (см. (12)). Подынтегральное выражение в (41) в плоскости комплексного переменного q_z имеет полюс, значение которого q_{z0} определяется из уравнения $q_x q_0 = q_z\, \sqrt{\kappa^2 - q_0^2} + q_z \kappa$. Так как $v_{0z} > 0$, то волновой вектор $\mathbf{q}$ имеет положительную составляющую q_z. Тогда и $q_x > 0$. Из условия $\sqrt{\kappa^2 - q_0^2} = 0$ находим, что $q_{x\,\min}^2 = q_0^2 - q_z^2$. В полюсе $q_{z0}^2 = q_0^2 q_x^2/(4q_x^2 - q_0^2)$, т. е. $q_{x\,\min}^2 = q_0^2/2$. Взяв интеграл по q_z, получим

$$\frac{\mathrm{d}\mathcal{E}}{\mathrm{d}t} = -\,\frac{8e^2R^2\omega_H^2 v_{0z}}{c^2} \int\limits_{q_{x\,\min}}^{q_{x\,\max}} \mathrm{d}q_x\, \exp(-2\kappa d)\, \frac{q_z^2\,(2q_x^2 - q_0^2)}{(4q_x^2 - q_0^2)^{3/2}}\, J_1(|q_x|\, R)\,. \quad (42)$$

где $q_{x\,\max} \le 1/d$.

Поскольку $|q_x|_{\max} R \ll 1$, то потери энергии частицы на черенковское возбуждение поверхностных геликонов равны

$$\frac{\mathrm{d}\mathcal{E}}{\mathrm{d}t} \approx -\,\frac{e^2\omega_H^2 v_{0z}}{8c^2} \left(\frac{R}{d}\right)^4, \quad (43)$$

или, если ввести магнитный момент частицы (см. (14)),

$$\frac{\mathrm{d}\mathcal{E}}{\mathrm{d}t} = -\,\frac{1}{2}\, \frac{M_{0z}^2 v_{0z}}{d^4}\,. \quad (44)$$

Сравнение формул (14б) и (44) показывает, что потери энергии частицы на возбуждение объёмных геликонов в $(q_0 d)^4$ раз меньше потерь энергии на возбуждение поверхностных геликонов. Это связано с тем, что взаимодействие частицы с поверхностным геликоном происходит в результате возбуждения одновременно E- и H-волн.

Заметим, что потери энергии движущегося в вакууме магнитного диполя на возбуждение поверхностных геликонов определяется следующей величиной [10]:

$$\frac{\mathrm{d}\mathcal{E}}{\mathrm{d}t} \approx -M_{0z}^2 q_0^4 v_{0z}\, \ln \frac{2}{dq_0}\,; \qquad dq_0 \ll 1. \quad (45)$$

Можно показать, что распределение потерь энергии частицы по углу ϑ между магнитным полем и направлением распространения поверхностной волны в плоскости xz равно

$$\frac{\mathrm{d}^2\mathcal{E}}{\mathrm{d}t\,\mathrm{d}\vartheta} = -\frac{e^2R^4\omega_H^2q_0^4v_0}{128c^2\sin^2\vartheta\cos^5\vartheta}\,(2\sin^2\vartheta - 1). \tag{46}$$

Для угла ϑ должны выполняться следующие условия:

$$\pi/4 < \vartheta < \pi/2, \qquad q_0R \ll 2\cos\vartheta.$$

В этом случае потери энергии малы по сравнению с величиной, определяемой формулой (44).

Используя методику, изложенную в разделе 3, нетрудно получить для поверхностных геликонов величину бесстолкновительного затухания и условия их неустойчивости при взаимодействии с направленным потоком заряженных частиц.

Таким образом, механизмы черенковского излучения объёмных и поверхностных геликонов различаются. Потери энергии частицы, движущейся по винтовой линии относительно постоянного магнитного поля, на возбуждение объёмного геликона эквивалентны потерям энергии магнитного диполя, движущегося вдоль $\mathbf{H}_0$ с постоянной скоростью. Излучение поверхностного геликона происходит в результате возбуждения не только H-волн, но и E-волн, что приводит к возрастанию потерь энергии частицы.

Рассмотренные явления могут иметь место и в природных условиях. Например, в ионосфере, где наблюдается распространение свистящих атмосфериков (объёмных геликонов), в солнечной короне, в межзвёздной плазме, которую пересекают космические частицы, движущиеся с различными скоростями [16, 17].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гинзбург В. Л. Теоретическая физика и астрофизика. М.: Наука, 1987. 487 с.
2. Платонов К. Ю., Флейшман Г. Д. // УФН. 2002. Т. 172, № 3. С. 241.
3. Коломенский А. А. // Докл. АН СССР. 1956. Т. 106. С. 982.
4. Барсуков К. А. // ЖЭТФ. 1959. Т. 36. С. 1485.
5. Эйдман В. Я. // ЖЭТФ. 1958. Т. 34, № 1. С. 131.
6. Силин В. П., Рухадзе А. А. Электромагнитные свойства плазмы и плазмоподобных сред. М.: Госатомиздат, 1961. 244 с.
7. Максфилд Б. // УФН. 1971. Т. 103, № 2. С. 233.
8. Соколов А. А., Тернов И. М. Релятивистский электрон. М.: Наука, 1974. 263 с.
9. Гинзбург В. Л. // ЖЭТФ. 1940. Т. 10, № 6. С. 589.
10. Белецкий Н. Н., Светличный В. М., Халамейда Д. Д., Яковенко В. М. Электромагнитные свойства СВЧ диапазона в неоднородных полупроводниковых структурах. Киев: Наукова думка, 1991. 216 с.
11. Канер Э. А., Скобов В. Г. // ЖЭТФ. 1963. Т. 45, № 3. С. 610.
12. Ахиезер А. И., Ахиезер И. А., Половин Р. В. и др. Электродинамика плазмы. М.: Наука, 1974. 244 с.
13. Bayless J. R., Hooke W. M., Sudan R. N. // Phys. Rev. Lett. 1969. V. 22, No. 13. P. 640.
14. Bayless J. R., Hooke W. M., Sudan R. N. // Phys. Rev. A. 1970. V. 1, No. 5. P. 1488.
15. Белецкий Н. Н., Булгаков А. А., Ханкина С. И., Яковенко В. М. Плазменные неустойчивости и нелинейные явления в полупроводниках. Киев: Наукова думка, 1984. 192 с.
16. Беспалов П. А., Трахтенгерц В. Ю. Альфвеновские мазеры. Горький, 1986. 190 с.

17. Kohl H., Ruster R., Schlegel K. Modern Ionospheric Science. Kaltenburg-Lindau: European Geophysical Society, 1996. 551 p.

[1] Институт радиофизики и электроники им. А. Я. Усикова НАН Украины, г. Харьков;
[2] Научно-исследовательский и проектно-конструкторский институт «Молния» Министерства образования и науки Украины, г. Харьков, Украина

Поступила в редакцию 18 марта 2003 г.

ENERGY LOSSES OF A CHARGED PARTICLE DUE TO EXCITATION OF HELICONS IN PLASMA-LIKE MEDIA

S. I. Khankina, V. M. Yakovenko, and I. V. Yakovenko

We study the energy lost by a particle moving along the helical line in a static magnetic field due to Vavilov–Čerenkov radiation of volume and surface helicons. It is found that the energy losses related to excitation of volume helicons are equivalent to the energy losses of a magnetic moment created due to the charge rotation. The magnetic moment moves at a constant velocity along the magnetic field. It is shown that collisionless damping of volume helicons in plasmas is based on the Čerenkov radiation of magnetic moment. Radiation of surface helicons by a particle does not correspond to the energy losses of a moving magnetic moment. This is related to the fact that not only magnetic (H) waves but also electric (E) waves contribute to the excitation of surface helicons, which leads to an increase in the energy losses of a particle.

УДК 621.385.6

РАСШИРЕНИЕ И РАЗРУШЕНИЕ РЕЛЯТИВИСТСКОГО ЭЛЕКТРОННОГО ПУЧКА В ОДНОРОДНОМ МАГНИТОСТАТИЧЕСКОМ ПОЛЕ ПОД ДЕЙСТВИЕМ СИММЕТРИЧНОЙ ТМ-ВОЛНЫ

В. Е. Нечаев

Представлено решение задачи о движении потока релятивистских электронов, направляемого однородным магнитостатическим полем в канале взаимодействия с симметричной ТМ-волной. Такая задача возникает при анализе работы мощных генераторов черенковского СВЧ излучения, но может иметь и другие приложения. Особый прикладной интерес она приобретает в связи с вопросом о возможности снижения магнитостатического поля в допустимых пределах расширения пучка. Для синхронного взаимодействия электронов с ТМ-волной из энергетических соображений получена несложная оценка возможного расширения пучка и рассмотрены характерные особенности движений в ряде случаев на основе более точных расчётов, в том числе при нарушении радиальной финитности движения (СВЧ «дефокусировка» пучка). Обращено внимание на несостоятельность известных моделей расширения пучка с фиксированной максимальной скоростью радиального дрейфа электронов.

Рассматриваемая задача относится, в первую очередь, к анализу работы мощных генераторов черенковского СВЧ излучения [1–5], но может иметь и другие приложения (например, к секциям линейных ускорителей). Особый прикладной интерес она приобретает в связи с вопросом о допустимом снижении ведущего магнитостатического поля $\mathbf{H}_0 = H_0\mathbf{z}_0$.

Известно [1–5], что при квазисинхронном взаимодействии релятивистского электронного пучка (РЭП) с мощными СВЧ волнами к «обычным» нестационарным эффектам транспортировки РЭП (разлёт эмитирующей катодной плазмы, собственные пучковые неустойчивости) добавляется СВЧ расширение, в результате которого может произойти бомбардировка электродинамической системы прибора небольшой частью РЭП (порядка одного процента). Такая бомбардировка может стать первопричиной срыва работы прибора [1–4] вследствие инициирования локальных СВЧ разрядов с лавинным нарастанием концентрации плазмы (при ионизации молекул, десорбированных со стенок электронами РЭП и разряда) до критических значений за десятки–сотни наносекунд [6].

Механизм СВЧ расширения РЭП в синхронной ТМ-волне и соответствующая формула для максимальной скорости его радиального разлёта были предложены в [1], аналогичные утверждения содержатся в [2]. Эти оценки расширения РЭП, к сожалению, представляются несостоятельными в силу неверной предпосылки относительно движения электронов в поле осесимметричной волны, заложенной в [1, 2]. Ниже излагаются как соответствующие аргументы, так и решение задачи в одноволновом приближении (влияния несинхронных гармоник мы коснёмся в конце обсуждения).

1. Сначала остановимся на критерии СВЧ расширения РЭП, полученном в указанных работах. Согласно [1] в предположении постоянства фазы волны относительно электронов задача сводится к анализу движения в эквивалентных статических полях, и для оценки максимальной скорости радиального дрейфа предложено использовать известную формулу

$$v_{\text{др}} = c\,\frac{\hat{E}_z \hat{H}_\theta}{H_0^2}\,, \tag{1}$$

где c — скорость света в вакууме, а в числителе — произведение амплитуд продольного электрического ($\hat{E}_z$) и азимутального магнитного ($\hat{H}_\theta$) полей волны на исходном радиусе трубчатого

РЭП. Далее говорится о формальном согласии соответствующей оценки с экспериментом. В [2] подход к задаче практически тот же, но в итоговой формуле учтена связь амплитуд $\hat{H}_\theta$ и $\hat{E}_z$.

Следует сразу сказать, что дрейф (1) по радиусу невозможен без ускоренного движения вдоль осевой координаты z под действием поля E_z (это следует из решения уравнений движения в статических полях), и, следовательно, предположение постоянства фазы и действующих на электрон полей неверно. Несложный анализ продольных баунс-колебаний электронов в волне с длиной $\lambda = 3$ см и амплитудой $\hat{E}_z = 100$ кВ/см (требуемой в [1] для согласия с экспериментом) даёт для изменения фазы электронов за время пролёта ими канала генератора значения, соизмеримые с π (кроме тех электронов, для которых изначально $E_z \approx 0$ и дрейфа типа (1) вообще нет). Сверх того, даже в принятом подходе релятивистское увеличение массы электрона в γ раз и квадратурное соотношение полей волны должны были бы ослабить дрейф в $2\gamma^2$ раз по сравнению с (1). Самым же убедительным аргументом в пользу невозможности дрейфа типа (1) является тот факт, что в системе отсчёта, связанной с волной по́ля, где поля́ не зависят явно от времени и применима классическая дрейфовая теория движения, вообще $H_\theta = 0$.

2. Отсюда следует, что движение электронов целесообразно исследовать в системе отсчёта K', связанной с волной, где неоднородное поле волны является электростатическим, а однородное магнитное $\mathbf{H}_0 = H_0\mathbf{z}_0$ не изменяется. Учёт релятивизма движения оказывается необходимым даже в сопровождающей системе отсчёта при том уровне СВЧ полей, который имеет место в СВЧ генераторах и секциях ускорителей.

Асимптотическая дрейфовая теория движения применима, когда изменение действующего на электрон электрического поля мало за период циклотронного колебания $2\pi/\Omega$, где $\Omega = eH_0/(mc)$ — циклотронная частота, $-e$ и m — заряд и масса электрона соответственно [7, 8]. Поэтому с ростом амплитуды СВЧ поля (и, следовательно, скорости изменения фазы электрона), а также с уменьшением поля H_0 асимптотическая теория может стать неприменимой. Можно, однако, ещё до решения уравнений движения предложить оценку предельного радиального смещения электронов на основании интегралов углового момента (в силу $E_\theta = 0$) и энергии в системе K'.

В исследуемом случае осесимметричной ТМ-волны азимутальная скорость электрона при его радиальном смещении Δr однозначно определяется из интеграла углового момента. Для большинства практически интересных случаев, когда уширение пучка от исходного радиуса невелико (исключения рассмотрены ниже), эта скорость равна $\Omega\,\Delta r$. Соответствующую энергию электроны могут получить только за счёт накачки потенциальным полем волны $\mathbf{E}' = -\nabla\Phi$ с изменением потенциала до $2E/p$, где E — амплитуда продольной составляющей поля на пучке, p — волновое число. Отсюда следует простая оценка ограничения расширения пучка (достаточное условие):

$$\frac{m}{2}\,(\Omega\,\Delta r)^2 \le \frac{2eE}{p}\,, \qquad (\Delta r)_{\max} \approx \frac{2}{\Omega}\sqrt{\frac{eE}{mp}} \equiv \frac{2}{H_0}\sqrt{\frac{mc^2E}{ep}}\,. \tag{2}$$

Поэтому, если отвлечься от специфических случаев, в которых поле быстро нарастает по радиусу (и растёт накачка энергии этим полем), то движение финитно на любом временно́м интервале. Надо только иметь в виду, что (2) даёт оценку сверху; на самом деле смещения за конечные времена пролёта могут быть ещё меньше.

3. Перейдём теперь непосредственно к рассмотрению движения электронов под действием синхронной гармоники симметричной ТМ-волны, структура которой в лабораторной системе отсчёта K (см., например, [9]) имеет вид

$$E_z = E\,\frac{I_0(pr)}{I_0(pr_0)}\,\sin\varphi, \qquad E_r = E\,\frac{hI_1(pr)}{pI_0(pr_0)}\,\cos\varphi, \qquad H_\theta = \frac{\omega}{ch}\,E_r, \qquad \varphi = \omega t - hz. \tag{3}$$

Здесь φ — фаза, ω — частота, h — продольное волновое число, $p = (h^2 - \omega^2/c^2)^{1/2}$ — поперечное волновое число, r_0 — начальная координата электрона, I_0 и I_1 — модифицированные функции Бесселя. Введём безразмерную фазовую скорость и релятивистский фактор волны:

$$\beta_{\mathrm{w}} = \frac{\omega}{hc}\,, \qquad \gamma_{\mathrm{w}} = (1-\beta_{\mathrm{w}}^2)^{-1/2} = \frac{h}{p}\,, \qquad p = \frac{2\pi}{\gamma_{\mathrm{w}}\beta_{\mathrm{w}}\lambda}\,, \tag{4}$$

где λ — длина волны. В сопровождающей системе отсчёта K' поле такой волны является чисто электростатическим:

$$\mathbf{E}' = -\nabla\Phi, \qquad \Phi = \frac{-EI_0(pr)}{pI_0(pr_0)}\cos\varphi, \qquad \omega' = 0, \qquad \varphi = -pz'. \tag{5}$$

Величины φ, p, r и безразмерная координата $\psi = pr$ инвариантны относительно преобразований Лоренца и поэтому далее в системе K' не штрихуются. Уравнения движения с релятивистским фактором γ представим в форме

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{r}}{\mathrm{d}t} = \mathbf{v}, \qquad \frac{\mathrm{d}(\gamma\mathbf{v})}{\mathrm{d}t} = -\frac{e}{m}\,\mathbf{E} - \frac{e}{mc}\,[\mathbf{v}\times\mathbf{H}], \qquad \gamma = \sqrt{1+(\gamma\mathbf{v}/c)^2}\,, \qquad \frac{\mathrm{d}\gamma}{\mathrm{d}t} = -\frac{e}{mc^2}\,(\mathbf{vE}), \tag{6}$$

где $\mathbf{v} = c\boldsymbol{\beta}$ — скорость электрона. Начальным условиям в системе K при $t = t_0$ можно придать вид

$$z = 0, \quad r = r_0, \quad \gamma = \gamma_0 = \gamma_{\mathrm{w}} + \Delta\gamma, \quad \frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t} = c\beta_0, \quad \frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t} = 0, \quad \frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t} = 0, \quad \varphi = \varphi_0 = \omega t_0 \tag{7}$$

с учётом возможности начальной отстройки скорости электрона от фазовой скорости волны. Группирование электронов происходит вблизи фазы $\varphi = \pi$; диапазон начальных фаз $\varphi_0 \in [0, 2\pi)$, полный угол пролёта на длине прибора L составляет $(\omega t)_{\max} \approx 2\pi L/(\lambda\beta_{\mathrm{w}})$.

Движение далее будем исследовать в системе K', используя безразмерный импульс $\mathbf{u} = \gamma'\boldsymbol{\beta}'$. Начальные условия при $t' = 0$ с учётом преобразований Лоренца приобретают вид

$$\varphi = \varphi_0, \qquad \psi = \psi_0, \qquad \frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t'} = 0, \qquad \frac{\mathrm{d}\psi}{\mathrm{d}t'} = 0, \qquad \gamma_0' = \gamma_{\mathrm{w}}\gamma_0\,(1-\beta_{\mathrm{w}}\beta_0), \qquad u_0 = \sqrt{\gamma_0'^2 - 1}\,. \tag{8}$$

В случае точного синхронизма $\gamma_0' = 1$. Согласно интегралу углового момента для азимутальных скоростей и импульса имеем

$$\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t'} = \frac{\Omega}{2\gamma'}\left(1 - \frac{r_0^2}{r^2}\right), \qquad u_\theta = \frac{\Omega}{2pc}\left(\psi - \frac{\psi_0^2}{\psi}\right). \tag{9}$$

С учётом такого нарастания азимутального импульса по мере радиального смещения (расширения пучка) из (5), (6) получается интеграл энергии в форме

$$\gamma' - \gamma_0' = \sqrt{1 + u_z^2 + u_r^2 + \frac{\Omega^2}{4c^2p^2}\left(\psi - \frac{\psi_0^2}{\psi}\right)^2} - \gamma_0' = \frac{eE}{mc^2p}\left(\cos\varphi_0 - \frac{I_0(\psi)}{I_0(\psi_0)}\cos\varphi\right). \tag{10}$$

Азимутальный импульс u_θ (9) максимален, когда $\{\varphi_0, u_z, u_r\} \to 0$ в (10), что определяет область возможного нахождения электронов и её границы $\psi_{\text{гр}}(\varphi)$ для синхронного взаимодействия ($\gamma_0' = 1$):

$$\sqrt{1 + \frac{\mu^2}{4}\left(\psi - \frac{\psi_0^2}{\psi}\right)^2} - 1 \le a\left(1 - \frac{I_0(\psi)}{I_0(\psi_0)}\cos\varphi\right). \tag{11}$$

Таблица 1

μ	a	$\delta = a/\mu^2$	E, кВ/см	H_0, кЭ
0,1	0,0019	0,190	1,02	0,19
0,2	0,0075	0,187	3,39	0,36
0,5	0,0420	0,168	22,50	0,89
1,0	0,1350	0,135	72,50	1,88
2,0	0,3730	0,093	200,00	3,57
3,0	0,6340	0,070	339,00	5,33
5,0	1,1750	0,047	629,00	8,92

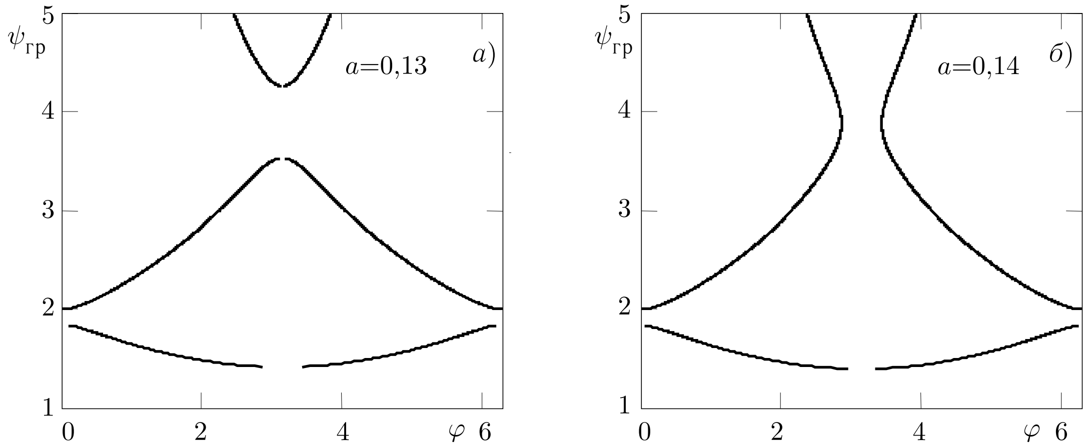

Рис. 1

Здесь и далее используются параметры амплитуды СВЧ и магнитного полей:

$$a = \frac{eE}{mc^2p}\,, \qquad \mu = \frac{\Omega}{pc} \equiv \frac{eH_0}{mc^2p}\ . \tag{12}$$

Только внутри области (11) накачка энергии может обеспечить необходимый для расширения РЭП рост азимутального импульса. Однако с увеличением амплитуды E и с уменьшением магнитного поля H_0 (с ростом a и уменьшением μ) согласно (11) может утрачиваться финитность радиальных смещений (СВЧ «дефокусировка», или разрушение РЭП). Происходит это при критическом соотношении параметров a и μ, когда (11) перестаёт выполняться для $\varphi = \pi$ (в потенциальной яме) и, соответственно, исчезает гарантия финитности радиального смещения. Такие критические параметры приведены в табл. 1 для случая $\psi_0 = 2$ (для трубчатых пучков зависимость от ψ_0 слабая). Здесь и далее приняты типичные для релятивистских СВЧ генераторов значения длины волны $\lambda = 3$ см и её «импульса» $\gamma_{\rm w}\beta_{\rm w} = 2$ (энергия синхронных электронов 631 кэВ), так что для $\psi_0 = 2$ исходный радиус пучка равен $r_0 = 1{,}91$ см ($p = 1{,}047$ см$^{-1}$). В последних колонках таблицы указаны амплитуда волны и магнитное поле, соответствующие перебору исходного параметра μ.

Критическая связь параметров и возможность инфинитного движения обнаруживаются из эволюции граничных значений $\psi_{гр}$ для неравенства (11). Такая зависимость показана на рис. 1 для $\mu = 1$ (см. соответствующую строку в табл. 1), $\psi_0 = 2$ и $\varphi_0 = 0$: при $a = 0{,}13$ (ниже критического значения 0,135) доступная электронам область ещё ограничена по радиусу, но при $a = 0{,}14$

в окрестности фазы $\varphi = \pi$ у электронов уже появляется возможность неограниченной (в рамках принятой модели) дефокусировки. Пример такого движения рассмотрен ниже.

При слабом релятивизме в системе K' анализ упрощается: критерий (11) выражается через один параметр $\delta = a/\mu^2$ вследствие $u_\theta^2 \ll 1$ и приближается к формуле (2), полученной выше из элементарных соображений (уравнения движения также могут быть сведены к однопараметрическому виду, см. ниже). Тогда для случая $\psi_0 = 2$ получается универсальное критическое значение $\delta_{\text{кр}} = 0{,}19$. Из сравнения с табл. 1 можно видеть, что учёт релятивизма (даже в системе K') нужен уже при амплитуде волны $E \approx 20$ кВ/см. С ростом релятивистского фактора γ' ситуация усложняется, $\delta_{\text{кр}}$ падает. Варианты с ростом амплитуды ТМ-волны или с уменьшением магнитного поля надо рассматривать отдельно.

4. Ограничение (11) и его приближение (2) описывают лишь верхний предел радиального разлёта электронов на больших временны́х интервалах (включая неограниченные). Выяснение эволюции расширения РЭП за время пролёта требует траекторного анализа движения, являющегося суперпозицией поперечных циклотронных осцилляций и более медленного «маятникового» изменения фазы электрона в волне. Движение удобно исследовать в плоскости rz' системы отсчёта K', используя введённые выше безразмерные переменные (фаза φ, радиальное положение ψ, продольная u_z и радиальная u_r компоненты импульса, релятивистский фактор γ') и безразмерное время $T = pct'$. Тогда система уравнений для изменения координат, импульсов и энергии электрона согласно (5), (6), (9), (12) приобретает вид

$$\frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}T} = -\,\frac{u_z}{\gamma'}\,, \qquad \frac{\mathrm{d}u_z}{\mathrm{d}T} = -a\,\frac{I_0(\psi)}{I_0(\psi_0)}\sin\varphi, \qquad \frac{\mathrm{d}\psi}{\mathrm{d}T} = \frac{u_r}{\gamma'}\,,$$

$$\frac{\mathrm{d}u_r}{\mathrm{d}T} = -\,\frac{\mu^2}{4\gamma'}\left(\psi - \frac{\psi_0^4}{\psi^3}\right) - a\,\frac{I_1(\psi)}{I_0(\psi_0)}\cos\varphi, \qquad \frac{\mathrm{d}\gamma'}{\mathrm{d}T} = -\,\frac{a}{\gamma'}\left[u_z\,\frac{I_0(\psi)}{I_0(\psi_0)}\sin\varphi + u_r\,\frac{I_1(\psi)}{I_0(\psi_0)}\cos\varphi\right] \tag{13}$$

с начальными условиями (8). Система (13) имеет интеграл (10).

При слабом релятивизме, когда $\gamma' \approx 1$, задача упрощается и сводится к анализу связанных уравнений (для продольных баунс-колебаний и поперечных циклотронных колебаний, возбуждаемых потенциальным полем волны) с единственным параметром δ, если перейти ко времени пролёта в масштабе циклотронного периода:

$$\frac{\mathrm{d}^2\varphi}{\mathrm{d}\tau^2} = \delta\,\frac{I_0(\psi)}{I_0(\psi_0)}\sin\varphi, \qquad \frac{\mathrm{d}^2\psi}{\mathrm{d}\tau^2} + \frac{1}{4}\left(\psi - \frac{\psi_0^4}{\psi^3}\right) = -\delta\,\frac{I_1(\psi)}{I_0(\psi_0)}\cos\varphi, \qquad \tau = \Omega t'. \tag{14}$$

Согласно асимптотической дрейфовой теории движения в медленно изменяющемся электрическом поле (не обязательно малом [7, 8]), радиус вращения $r_\perp$ в постоянном магнитном поле не изменяется, а дрейф ведущего центра $\mathbf{R}$ описывается уравнением

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{R}}{\mathrm{d}t'} = v'_\parallel(t')\mathbf{z}_0 + c\,\frac{[\mathbf{E}', \mathbf{z}_0]}{H_0} - \frac{mc^2}{eH_0^2}\,\frac{\mathrm{d}\mathbf{E}'_\perp}{\mathrm{d}t'}\,, \tag{15}$$

откуда

$$\Delta\bar{r} = \frac{-e}{m\Omega^2}\,\Delta E'_r,$$

так что радиальное смещение $\Delta\bar{r}$ ведущего центра определяется изменением радиального электрического поля $\Delta E'_r$. В нашем случае

$$\Delta\bar{r} = \bar{r} - \bar{r}_0 \approx \frac{eE}{m\Omega^2}\,\frac{I_1(\psi_0)}{I_0(\psi_0)}\,[\cos\varphi_0 - \cos\varphi] \equiv \frac{\delta}{p}\,\frac{I_1(\psi_0)}{I_0(\psi_0)}\,[\cos\varphi_0 - \cos\varphi], \tag{16}$$

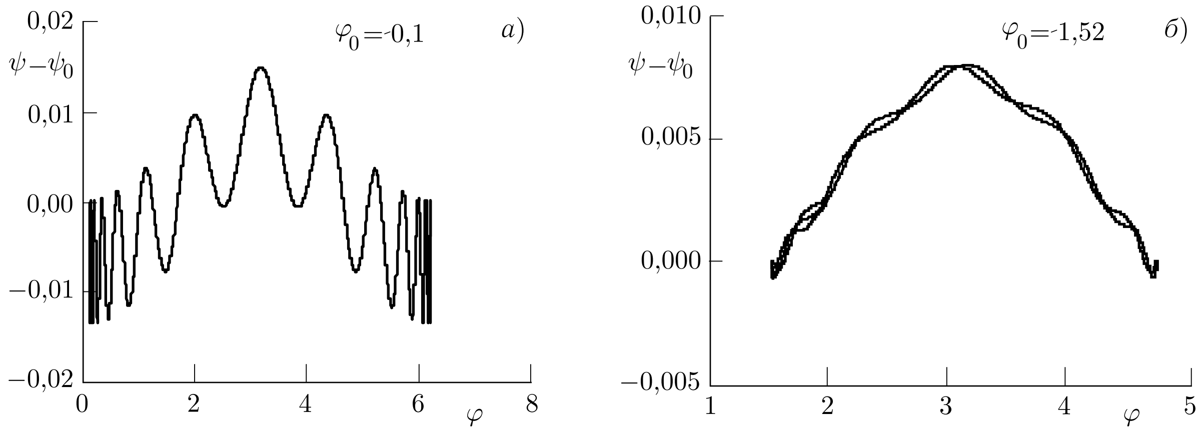

Рис. 2

Таблица 2

φ_0, рад	$\Delta\psi_{\max}^{\text{analyt}}$	$\Delta\psi_{\max}^{\text{calc}}$	$\lim(\Delta\psi)$ из (11)	$\gamma'_{\max}$
$\pi/60$	0,0139	0,0150	0,2240	1,0804
$\pi/6$	0,0130	0,0138	0,2170	1,0749
$\pi/3$	0,0105	0,0111	0,1930	1,0602
$\pi/2$	0,0070	0,0076	0,1570	1,0402
$2\pi/3$	0,0105	0,0107	0,1110	1,0203
$5\pi/6$	0,0130	0,0132	0,0606	1,0057
π	0,0140	0,0142	0,0142	1,0004

а начальная координата центра и радиус вращения приближённо составляют

$$\bar{r}_0 \approx r_0 - \frac{eE}{m\Omega^2}\,\frac{I_1(\psi_0)}{I_0(\psi_0)}\cos\varphi_0, \qquad r_\perp = |\bar{r}_0 - r_0| \approx \frac{eE}{m\Omega^2}\,\frac{I_1(\psi_0)}{I_0(\psi_0)}\,|\cos\varphi_0|\,. \tag{17}$$

Максимум радиального смещения при достаточно больших углах пролёта имеет место, когда $\varphi = \pi$. При этом согласно аналитическому приближению (16), (17) полное смещение не может превышать два максимальных радиуса циклотронных осцилляций:

$$p(r_{\max} - r_0) = \Delta\psi_{\max}^{\text{analyt}} \approx \delta\,\frac{I_1(\psi_0)}{I_0(\psi_0)}\,(1 + |\cos\varphi_0|). \tag{18}$$

Наибольший радиальный разлёт имеют электроны с начальными фазами $\varphi_0 \approx 0$ и $\varphi_0 \approx \pi$ (стартующие вблизи вершины и дна потенциального рельефа волны). Электроны с $\varphi_0 \approx \pi/2$ почти не осциллируют — их движение близко к «чистому» дрейфу, а центральные электроны с $\varphi_0 \approx \pi$, наоборот, только осциллируют в скрещенных полях ($E_z \approx 0$). Всё это надёжно подтверждается численными расчётами согласно (13) для различных вариантов, слаборелятивистских движений в системе K'. Для $\psi_0 = 2$, $a = 0{,}04$ ($E \approx 21{,}5$ кВ/см) и $\mu = 2$ ($H_0 \approx 3{,}57$ кЭ), т. е. при $\delta = 0{,}01$, на рис. 2 показаны как траектория с близкой к нулю начальной фазой (когда дрейф вверх максимален, но начальное смещение ведущего центра отрицательно), так и траектория с фазой, при которой почти отсутствуют циклотронные осцилляции. Эти траектории соответствуют интервалу $T_{\max} = 50$ (длине $L \approx 100$ см в лабораторной системе отсчёта); увеличение интервала на один-два порядка не изменяет характер движений. Видно хорошее соответствие рассчитанных траекторий предсказанным аналитически на основе дрейфового приближения.

В табл. 2 приведены данные о максимальном радиальном смещении электронов с различными начальными фазами, полученные как из (18), так и из численного решения системы (13) для $\delta = 0{,}01$. Имеет место общее хорошее соответствие, которое улучшается по мере роста начальной фазы (и, следовательно, снижения релятивистского фактора γ' за счёт ослабления продольных баунс-колебаний). Видно также, что расширение пучка существенно меньше предела, следующего из «энергетического» критерия (11), для всех начальных фаз, кроме $\varphi_0 = \pi$ (движения без продольного перемещения). Поэтому (11) может использоваться только для грубой оценки сверху (достаточное условие).

Заметим ещё, что обобщение такого анализа в дрейфовом приближении на случай непостоянной, но медленно изменяющейся амплитуды поля, в принципе, несложно.

5. Согласно (14), пока электрическое поле слабо нарастает с радиальной координатой, скорость изменения фазы $\mathrm{d}\varphi/\mathrm{d}\tau \leq 2\sqrt{\delta}$. Отсюда для применимости дрейфового приближения, когда на периоде продольных баунс-колебаний укладывается много циклотронных осцилляций, следует условие $\mathrm{d}\varphi/\mathrm{d}\tau \ll 1$, т. е. $\delta \ll 0{,}25$ (с ростом релятивистского фактора (см. табл. 1) это неравенство усиливается). Но согласно (11) в этих случаях предельное расширение

$$\lim(\Delta\psi) \approx 2\sqrt{eEp/(m\Omega^2)} = 2\sqrt{\delta} \tag{19}$$

много больше реально достижимого $\Delta\psi \sim 2\delta$ (18) (см., например, табл. 2).

Однако, как только с ростом амплитуды волны E или с уменьшением поля H_0 нарушатся условия дрейфового приближения (скорость изменения фазы приблизится к циклотронной частоте), расширение пучка убыстряется, а затем становится инфинитным. Такое «аномальное» расширение рассмотрим для исходного параметра $\mu = 2$, соответствующего полю $H_0 = 3{,}57$ кЭ [1] (для принятых выше $\gamma_{\mathrm{w}}\beta_{\mathrm{w}} = 2$, $\lambda = 3$ см). Достаточное условие магнитного удержания такого РЭП согласно табл. 1 сводится к $a \leq 0{,}373$, или $E \leq 200$ кВ/см. Такие СВЧ поля создают подкачку энергии (в сопровождающей системе отсчёта) до 400 кэВ и могут привести к большому расширению пучка. Расчёт по (11) даёт $\lim(\Delta\psi) = 2{,}66$ (т. е. $\Delta r > r_0$). Однако анализ траекторий, рассчитанных из (13), показывает, что «аномальное» расширение и потеря финитности (разрушение пучка) возникают при амплитудах E, всё же несколько бóльших, чем это следует из достаточного условия (11), полученного в предположении $u_z = u_r = 0$ на границе доступной области (см. рис. 1). В нашем примере движение начинает заметно отличаться от «нормального», т. е. разделяющегося на циклотронные осцилляции и дрейф (см. выше), когда параметр a становится больше критического значения примерно на 10 %.

На рис. 3*а* показана наиболее расширяющаяся траектория для $a = 0{,}41$, $\mu = 2$, $\psi_0 = 2$ и $\varphi_0 = 0{,}1$. Радиальная раскачка в таком режиме остро зависит от начальной фазы, вероятно, за счёт нелинейных параметрических резонансов продольных баунс-колебаний с циклотронными: видно, что при прямом движении в потенциальной яме волны электрон совершает три поперечных осцилляции, прежде чем начнётся обратное движение с уменьшением фазы. При этом движение, как и следует из приведённой выше оценки, оказывается существенно релятивистским: γ' приближается к 2 вблизи дна потенциальной ямы. Радиальное смещение $\Delta\psi = 0{,}322$ существенно превосходит значение $\Delta\psi_{\max}^{\mathrm{analyt}} = 0{,}142$, следующее из дрейфовой теории (18). При дальнейшем увеличении амплитуды волны до $a = 0{,}43$ (см. рис. 3*б*) в процессе продольных колебаний одно-

[1] В релятивистских черенковских генераторах поле H_0 обычно превосходит эту величину, но на практике, например в карсинотронах, ситуация может осложниться воздействием сильной несинхронной гармоники СВЧ поля (см. ниже).

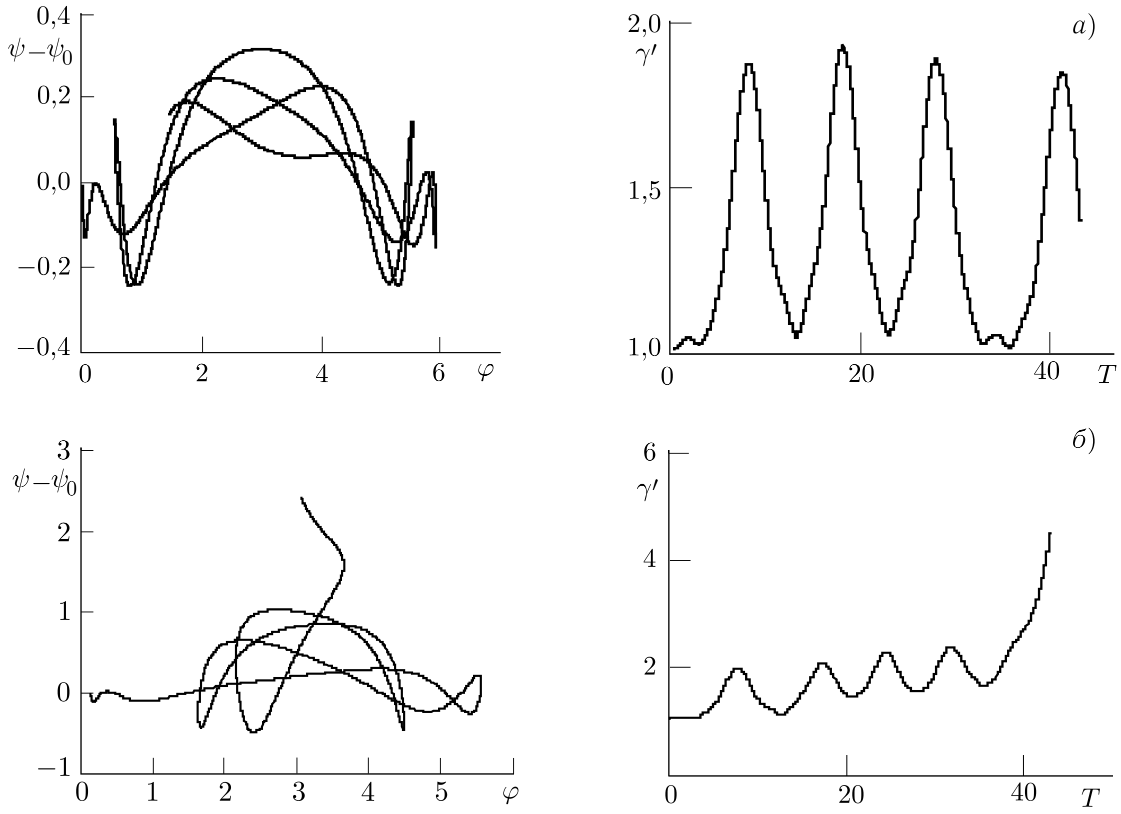

Рис. 3

Таблица 3

H_0, кЭ	μ	$\delta = a/\mu^2$	φ_0, рад	$\Delta\psi_{\max}^{\text{calc}}$	$\Delta\psi_{\max}^{\text{analyt}}$	$\lim(\Delta\psi)$ из (11)	$\gamma'_{\max}$
15,00	4,487	0,0050	0,01000	0,0100	0,0090	0,156	1,201
10,00	2,991	0,0112	0,01000	0,0231	0,0202	0,241	1,202
7,00	2,094	0,0228	0,01150	0,0502	0,0411	0,360	1,205
5,00	1,496	0,0447	0,01400	0,1410	0,0806	0,540	1,220
3,50	1,047	0,0912	0,00020	0,5750	0,1645	0,894	1,253
2,71	0,810	0,1524	0,00010	1,3930	0,2750	1,760	1,429
2,55	0,763	0,1790	0,00006	2,5660	0,3100	∞	2,105

временно раскачиваются поперечные смещения и релятивистский фактор, затем движение скачкообразно становится инфинитным — по описанному выше сценарию с уходом электронов через «канал» (см. рис. 1) вблизи дна потенциальной ямы.

6. Наконец, рассмотрим эволюцию релятивистских движений в сильных СВЧ полях (при фиксированной амплитуде E) по мере снижения поля H_0. Анализ целесообразно провести для черенковского генератора [1], чтобы получить данные для сравнения. Основные параметры генератора следующие: длина волны $\lambda = 2{,}6$ см; амплитуда СВЧ поля $E = 100$ кВ/см; исходные энергия электронов $W_0 = 300$ кэВ и радиус пучка $r_0 = 2{,}75$ см; длина взаимодействия $L = 30$ см; ток РЭП $I_0 = 1{,}7$ кА; контрольное значение магнитного поля $H_0 = 7$ кЭ. Приведённым величинам соответствуют расчётные параметры $\gamma_{\rm w}\beta_{\rm w} = 1{,}232$; $a = 0{,}1$; $\psi_0 = 5{,}396$; $T_{\max} = 47{,}8$. Кулоновское поле пучка $E_{0r} = 47{,}8$ кВ/см (в лабораторной системе отсчёта).

Критическое магнитное поле, при котором ещё гарантирована магнитная изоляция РЭП, согласно (11) составляет 2,71 кЭ; $\mu_{\text{кр}} = 0{,}81$. При этом согласно (11) $\lim(\Delta\psi) = 1{,}76$, что допускает расширение пучка до 9 мм ($\Delta\psi = p\,\Delta r$; $p = 1{,}962$ см$^{-1}$). Эволюция расширения пучка по мере снижения поля H_0 иллюстрируется расчётными данными в табл. 3. Начальная фаза φ_0 подбиралась по максимальному радиальному отклонению.

Только при больших полях H_0 движение хорошо описывается дрейфовым приближением и формула (18) удовлетворительно описывает расширение пучка с погрешностью в 10 %, несмотря на пульсации релятивистского фактора. [2] По мере снижения поля H_0, с приближением к критическому режиму, появляется острая зависимость радиальной раскачки от начальной фазы, аналогичная рассмотренной выше (при росте E). Это означает, что сильному расширению подвергается незначительная часть РЭП, что и отмечалось в эксперименте [3]. Из сравнения результатов численных расчётов (13) с дрейфовым приближением (18) и энергетическим пределом (11) (см. табл. 3) видно, что движение становится всё более «аномальным», траектории расширяются всё быстрее по сравнению с аналитическим предсказанием и заполняют всё бóльшую часть доступной области пространства. Всё же для контрольного значения $H_0 = 7$ кЭ расширение пучка полем волны может составить лишь четверть миллиметра, что почти на порядок меньше измеренных значений [1]. Остановимся на причинах столь существенного расхождения, чтобы выделить наиболее возможные из них.

Расчёты показали, что учёт собственного поля пучка (даже по максимальному его значению $E'_{0r} = E_{0r}/\gamma_{\text{w}} = 30$ кВ/см до расширения) путём соответствующей добавки $a_{0r} = 0{,}03\,(\psi_0/\psi)$ в систему (13) увеличивает расширение не более чем на 10 %, так что этим фактором можно пренебречь. Начальная отстройка скорости от точного синхронизма с волной только снижает поперечную раскачку. Сложнее учесть движение электронов, отражённых из коллекторной области и вновь переотражённых вблизи катода [10] в пространство взаимодействия генератора. Однако из-за существенного расширения спектра скоростей при каждом отражении трудно прогнозировать эффективный вклад таких электронов в СВЧ расширение пучка; их влияние может проявиться лишь за счёт диффузионного накопления малых смещений при отражениях, составляющих порядка ларморовского радиуса, т. е. порядка (18).

Основными причинами наблюдаемого расширения РЭП представляются следующие:

1) Эффект усиления «собственных» азимутальных неоднородностей РЭП под действием мощных ТМ-волн, возможная схема которого в самых общих чертах намечена в [5]. Приведём на этот счёт некоторые соображения и оценки. Хорошо известно (см., например, [1, 3, 4]), что поперечное расширение РЭП существует уже в гладких каналах транспортировки. Одной из основных его причин является развитие диокотронной неустойчивости РЭП в виде медленно нарастающих вдоль оси винтовых уплотнений [11, 12], инициируемых неоднородностями в инжекторе. В системе отсчёта K', перемещающейся с электронами пучка, это выглядит как нарастание со временем амплитуды вращающихся волн в кольцевом электронном потоке, поскольку волновой вектор колебаний, фактически, направлен по азимуту. Инкремент колебаний пропорционален концентрации электронов (току РЭП) и обратно пропорционален полю H_0, а возмущённые скорости определяются дрейфовыми соотношениями, т. е. $\beta_r \approx E_\theta/H_0$. Под действием продольной группировки СВЧ полем концентрация электронов увеличивается в кольцевых областях со сгущением потока (вблизи дна потенциальной ямы при $\varphi = \pi$). Это приводит к нарастанию инкремента диокотронных волн (скорости азимутальной группировки), а также поля E_θ и в конечном итоге — к росту скорости расширения РЭП с увеличением его тока и амплитуды СВЧ волны. Таким образом, неоднородности инжектируемого РЭП [5] могут приводить к разлёту электронов $\Delta r \propto cE_\theta t/H_0$,

[2] Это отличие от нерелятивистского случая (18) можно объяснить согласно [8].

более быстрому, чем дрейф в поле ТМ-волны $\Delta r \propto cE_r/(H_0\Omega)$ (18). При типичных параметрах черенковских СВЧ генераторов для этого достаточно, чтобы сформировавшееся поле E_θ составляло несколько процентов от амплитуды синхронной ТМ-волны.

2) Воздействие сильной несинхронной гармоники СВЧ поля, характерной для ряда релятивистских черенковских генераторов [9, 13]. Предварительные расчёты показывают [3], что при синхронизме пучка с неосновной пространственной гармоникой расширение пучка несколько возрастает. Оно зависит от соотношения амплитуд и скоростей гармоник, а также от места встрела трубчатого пучка (возможны случаи расширения, на порядок превышающего рассмотренные выше). Общие оценки и рекомендации ещё не получены.

Таким образом, для квазисинхронного взаимодействия РЭП с ТМ-волной удаётся построить сравнительно несложную теорию динамического расширения (в одноволновом приближении), позволяющую как получать оценки сверху из энергетических соображений, так и проводить более точные расчёты конкретных вариантов. Попутно обращено внимание на несостоятельность моделей с фиксированным радиальным дрейфом электронов.

Автор признателен Э. Б. Абубакирову и Д. И. Трубецкову за прочтение рукописи и обсуждение. Работа поддержана РФФИ (гранты № 03–02–16357 и 03–02–16650).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Александров А. Ф., Галузо С. Ю., Гришаев А. А. и др. // VI Всесоюз. симп. по сильноточной электронике: Тез. докл. Томск: ИСЭ СО АН СССР, 1986. Ч. 3. С. 65.
2. Benford J., Benford G. // Int. workshop "High power microwave generation and pulse shortening": Dig. technical papers. Edinburgh: EICC UK, 1997. P. 75.
3. Лоза О. Т., Стрелков П. С., Воронков С. Н. // Физ. плазмы. 1994. Т. 20, № 4. С. 417.
4. Александров А. Ф., Галузо С. Ю., Зайцев Н. И. и др. // Релятивистская высокочастотная электроника. Горький: ИПФ АН СССР, 1988. Вып. 5. С. 163.
5. Бугаев С. П., Дейчули М. П., Канавец В. И. и др. // Радиотехника и электроника. 1984. Т. 29, № 3. С. 557.
6. Kovalev N. F., Nechaev V. E., Petelin M. I., Zaitsev N. I. // IEEE Trans. Plasma Sci. 1998. V. 26, No. 3. P. 246.
7. Рудаков Л. И., Сагдеев Р. З. // Физика плазмы и проблемы управляемых термоядерных реакций: Сб. научн. трудов. М.: АН СССР, 1958. Вып. 3. С. 268.
8. Нечаев В. Е. // Изв. вузов. Радиофизика. 1984. Т. 27, № 5. С. 628.
9. Vlasov A. N., Ilyin A. S., Carmel Y. // IEEE Trans. Plasma Sci. 1998. V. 26, No. 3. P. 605.
10. Зайцев Н. И., Кораблёв Г. С., Кулагин И. С., Нечаев В. Е. // Физика плазмы. 1982. Т. 8, № 5. С. 918.
11. Иванов В. С., Кременцов С. И., Райзер М. Д. и др. // Физика плазмы. 1981. Т. 7, № 4. С. 784.
12. Нечаев В. Е. // Изв. вузов. Радиофизика. 1982. Т. 25, № 9. С. 1 067.
13. Абубакиров Э. Б., Белоусов В. И., Варганов В. Н. и др. // Письма в ЖТФ. 1983. Т. 9, № 9. С. 533.

Институт прикладной физики РАН, г. Нижний Новгород, Россия

Поступила в редакцию 13 июня 2003 г.

[3] Соответствующий анализ выходит за рамки настоящей публикации.

EXPANSION AND DESTRUCTION OF A RELATIVISTIC ELECTRON BEAM IN A UNIFORM MAGNETOSTATIC FIELD UNDER THE INFLUENCE OF A SYMMETRIC TM WAVE

V. E. Nechaev

We solve the problem of the motion of a flow of relativistic electrons guided by a uniform magnetostatic field in the channel of interaction with a symmetric TM wave. The problem is related to the analysis of operation of powerful oscillators of Čerenkov microwave radiation and can also have other applications. This problem is of special interest for a possible reduction of the magnetostatic field within the permissible limits of the beam expansion. For synchronous interaction of electrons with a TM wave, we obtain a simple estimate of the possible expansion of the beam through the energy argument and consider the characteristic features of motion in some cases on the basis of more accurate calculations including those for the case of violation of the radial finiteness of motion (microwave "defocusing" of the beam). Attention is drawn to the inconsistency of the known models of expansion of the beam with a fixed maximum velocity of the radial drift of electrons.

УДК 621.385.69.01

ВЛИЯНИЕ ПОСЛЕРЕЗОНАТОРНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ НА КПД ГИРОТРОНА

В. Е. Запевалов, М. А. Моисеев

Теоретически рассмотрено влияние взаимодействия отработанного электронного пучка с попутной волной вне резонатора, в выходном волноводном переходе, на КПД и эффективность рекуперации в мощном гиротроне миллиметрового диапазона длин волн. Без рекуперации паразитное взаимодействие в переходе уменьшает КПД и выходную мощность гиротрона на $5\div10\,\%$. В гиротроне с рекуперацией потери из-за взаимодействия в переходе могут стать наиболее существенными в сравнении с другими потерями, и КПД снижается на $20\div30\,\%$. Влияние перехода уменьшается при уменьшении его длины и увеличении отношения максимального и минимального радиусов перехода.

1. ВВЕДЕНИЕ. ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ЭЛЕКТРОННОГО ПУЧКА С ВЫСОКОЧАСТОТНЫМ ПОЛЕМ

Взаимодействие электронного пучка с ВЧ полем в резонаторе гиротрона происходит на участке, где частота колебаний ω близка к критической $\omega_{\text{кр}}$, причём отклонение $\omega-\omega_{\text{кр}}$ не превышает полосу резонатора ω/Q. На выходе из резонатора, где его ВЧ поле переходит в бегущую волну, взаимодействие прекращается. Это происходит вследствие как спадания магнитного поля, так и увеличения радиуса выходного перехода и соответствующей расстройки $\omega-\omega_{\text{кр}}$. Например, в мощных мегаваттных гиротронах [1, 2], как показывают расчёты, взаимодействие прекращается на расстоянии $5\div10$ длин волн от выходного конца регулярного участка резонатора. Критерием прекращения взаимодействия является то, что текущее значение КПД $\eta(z)$ перестаёт зависеть от продольной координаты z. Обычно при численном моделировании процессов в таких гиротронах интегрирование системы уравнений движения электронов и продольного распределения ВЧ поля $f(z)$ [3, 4] прекращают, когда набег фазы волны $\Delta\varphi\approx6\pi$, и предполагают, что на верхней границе интервала интегрирования выполняются условия излучения.

Такой подход, безусловно, был правомерен для первоначальных вариантов гиротронов с большими отношениями конечного радиуса выходного перехода к радиусу регулярного участка резонатора $R_{\text{вых}}/R_{\text{р}}\geq1{,}4$. В последнее время, однако, с целью уменьшения паразитного переизлучения на нерегулярностях профиля перехода и, главным образом, для повышения эффективности выходного квазиоптического преобразователя (КОП) стали применять переходы с малыми отношениями радиусов ($R_{\text{вых}}/R_{\text{р}}\leq1{,}1$). Вследствие этого обстоятельства групповая скорость волны в переходе уменьшается, и на участке перехода, где выполняются условия синхронизма электронов с попутной волной ($\omega-\omega_H\approx hv_z$, где ω_H — циклотронная частота, h — продольное волновое число, v_z — скорость продольного движения электронов) возникает довольно эффективное взаимодействие отработанного электронного пучка с ВЧ полем. Поскольку отработанный пучок имеет большой разброс скоростей и фаз вращательного движения электронов, то на участке взаимодействия происходит в основном поглощение энергии ВЧ поля. Кроме того, с уменьшением $R_{\text{вых}}/R_{\text{р}}$ возрастают омические потери в переходе. Таким образом, в результате процессов в переходе происходит потеря $5\div10\,\%$ выходной мощности.

Для гиротронов с рекуперацией [5–7] существенным является то обстоятельство, что некоторая часть электронов отдаёт энергию ВЧ полю на участке взаимодействия в переходе. Это резко снижает эффективность рекуперации, поскольку уменьшается минимальная энергия электронов в отработанном пучке. КПД гиротронов с рекуперацией снижается с $65\div70\,\%$ до $40\div50\,\%$.

Ниже приводятся аналитические формулы для оценки потерь мощности в выходном переходе и влияния различных факторов на эти потери. Для гиротрона с выходной мощностью 1 МВт на частоте 170 ГГц (170 ГГц/1 МВт гиротрона) с рабочей модой $\mathrm{TE}_{25.10}$ приведены результаты расчёта КПД без рекуперации и с рекуперацией при различных параметрах выходного перехода и электронного пучка.

2. УСЛОВИЯ СИНХРОНИЗМА В ПЕРЕХОДЕ

В качестве примера анализируемой системы на рис. 1 приведён вариант профиля резонатора и выходного перехода $R(z)$ 170 ГГц/1 МВт гиротрона для ITER на моде $\mathrm{TE}_{25.10}$ [1, 4]. На том же рисунке показаны продольные распределения амплитуды $f(z)$ и фазы $\varphi(z)$ ВЧ поля и текущее значение КПД $\eta(z)$ при ускоряющем напряжении $U_0 = 80$ кВ, токе пучка $I = 35$ А, питч-факторе $g = 1{,}4$ и относительном разбросе вращательных скоростей электронов $\delta v_\perp = 0{,}3$. Из рис. 1 видно, что взаимодействие практически прекращается при удалении от конца регулярного участка резонатора на $z \approx 15$ мм. Выходом из резонатора (где $\eta(z) \approx \mathrm{const}$) можно считать координату $z = 15\div20$ мм. Участок спада КПД находится в конце перехода ($z \approx 55\div75$ мм), где магнитное поле B_0 криомагнита спадает на 15÷20 %. В этом месте для большинства электронов выполняется условие синхронизма с попутной волной:

$$\omega - \omega_H = h v_z. \tag{1}$$

Для аналитической оценки участка спада целесообразно воспользоваться одночастичным приближением, заменяя весь многоскоростной отработанный электронный пучок односкоростным с пониженной энергией $\gamma = \bar{\bar{\gamma}}$, где $\bar{\bar{\gamma}}$ — средняя относительная энергия электронов на выходе из резонатора, $\gamma = (1-\beta^2)^{-1/2}$. Значение $\bar{\bar{\gamma}}$ находим из выражения для электронного КПД [3, 8]:

$$\eta_{\text{эл}} = (\gamma_0 - \bar{\bar{\gamma}})/(\gamma_0 - 1). \tag{2}$$

Здесь $\gamma_0 = 1 + U_0[\text{кВ}]/511$ определяется ускоряющим напряжением U_0 («провисание» потенциала не учитывается).

Связь электронного и полного КПД определяется приближённым соотношением

$$\eta = \eta_{\text{эл}}\,(1 - Q/Q_{\mathrm{ohm}}), \tag{3}$$

где $Q/Q_{\mathrm{ohm}} \approx 0{,}025$ — отношение полной добротности резонатора к омической. Из графиков рис. 1 видно, что на выходе из резонатора полный КПД $\eta = 41{,}2\,\%$, при этом $\eta_{\text{эл}} = 42{,}3\,\%$. В соответствии с этим энергия электронного пучка уменьшилась от $\gamma_0 = 1{,}1565$ до $\gamma = \bar{\bar{\gamma}} = 1{,}0904$, а относительная скорость электронов от $\beta_0 = v_0/c = 0{,}5024$ до $\beta = 0{,}3987$, где c — скорость света в свободном пространстве.

В резонаторе гиротрона электроны отдают ВЧ полю только энергию вращательного движения. Скорость вращательного движения уменьшается от $\beta_{\perp 0} = 0{,}4088$ до $\beta_{\perp 1} = 0{,}251$. Скорость продольного движения остаётся почти неизменной (по причине релятивистского эффекта [8] она чуть возрастает от $\beta_{z0} = 0{,}292$ до $\beta_{z1} = 0{,}3097$ при $g = 1{,}4$). Магнитное поле в резонаторе близко к однородному. В выходном переходе магнитное поле спадает, скорость вращательного движения уменьшается в соответствии с адиабатическим инвариантом, а продольного — возрастает:

$$\beta_\perp = \beta_{\perp 1}\,(B_0/B_{0\,\max})^{1/2}, \qquad \beta_z = (\beta^2 - \beta_\perp^2)^{1/2}. \tag{4}$$

Выражение для циклотронной частоты в переходе можно записать в виде

$$\omega_H = (\omega - \Delta\omega_H)\,(\gamma_0/\gamma)\,(B_0/B_{0\,\max}), \tag{5}$$

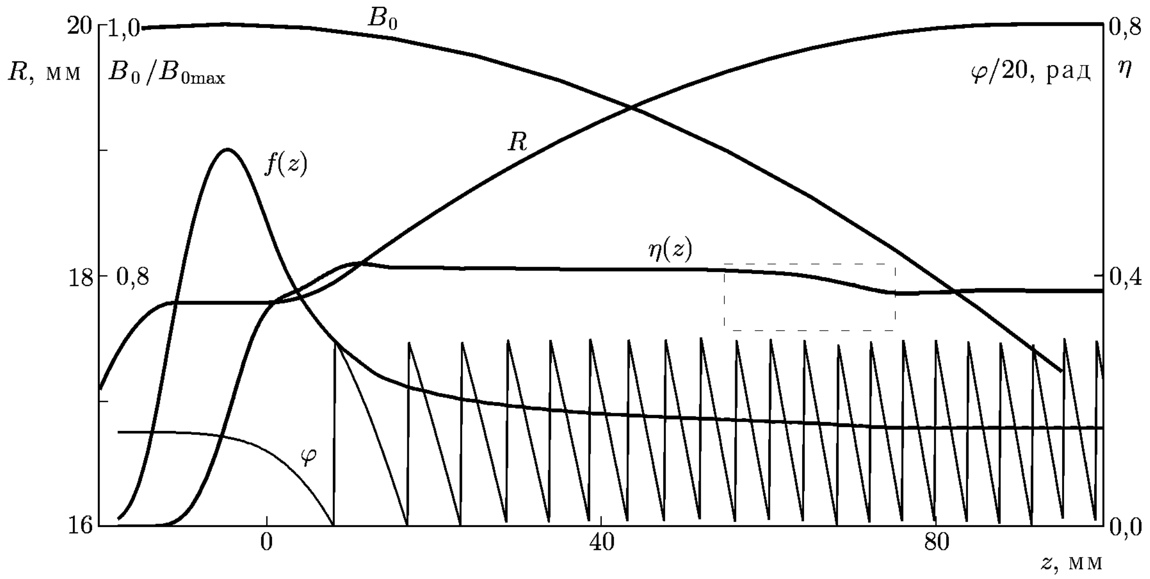

Рис. 1. Электродинамическая система 170 ГГц/1 МВт гиротрона

где $\Delta\omega_H$ — расстройка рабочей и циклотронной частот в резонаторе для исходного немодулированного пучка. Для рассматриваемой системы оптимальная по КПД относительная расстройка $\Delta\omega_H/\omega \approx 0{,}04$.

С учётом (4), (5) условие синхронизма (1) можно переписать в виде

$$1 - (1 - \Delta\omega_H/\omega)\,(\gamma_0/\gamma)\,(B_0/B_{0\,\max}) = \beta_z\,[1 - (R_{\rm p}/R)^2]^{1/2}. \qquad (6)$$

Подставив в (4)–(6) найденные параметры пучка и учитывая зависимости $R(z)$ и $B_0(z)$, взятые из рис. 1, нетрудно получить координату точки синхронизма $z_{\rm c} \approx 70$ мм.

Полученная координата почти точно соответствует середине участка уменьшения КПД на рис. 1, найденного численными методами. Таким образом, одночастичное приближение с использованием формул (4)–(6) даёт достаточную для оценок и предварительных расчётов точность.

3. АНАЛИТИЧЕСКИЕ ОЦЕНКИ

Определим уменьшение КПД в выходном переходе в одночастичном приближении. Будем считать, что на выходе из резонатора отработанный электронный пучок имеет пониженную энергию $\gamma = \bar{\bar{\gamma}}$ и определённые ранее значения скоростей β_{z1}, $\beta_{\perp 1}$. Далее резонансное взаимодействие прекращается, и электроны адиабатически дрейфуют в выходном переходе со скоростями (4) и частотой вращения (5) до начала участка синхронизма с попутной волной (см. (1), (6)).

Длина участка дрейфа достаточно велика. Угол пролёта электронов от резонатора до середины участка синхронизма

$$\theta = \int\limits_0^{z_{\rm c}} (\omega - \omega_H)\,\frac{{\rm d}z}{v_z} \approx 0{,}3\,(\omega - \omega_{H{\rm c}})\,z_{\rm c}/v_z \gg 2\pi. \qquad (7)$$

Здесь $\omega_{H{\rm c}}$ — циклотронная частота в середине участка синхронизма. При реальном разбросе электронов по начальным скоростям $\delta v_\perp \approx 0{,}3$ разброс углов пролёта $\Delta\theta \approx \theta g^2\,\delta v_\perp$, определяющий расплывание фазовых сгустков в пучке, также будет значительно больше 2π. Таким образом, на входе в участок синхронизма электронный пучок можно считать немодулированным, равномерно распределённым по фазам вращательного движения. Прямые расчёты подтверждают, что предварительная группировка пучка на входе в участок синхронизма (1) почти полностью теряется, влияние её на выходную мощность мало ($\Delta P/P < 1\,\%$).

Будем предполагать, что уменьшение КПД незначительно ($\Delta\eta \ll \eta$), а длина участка синхронизма с попутной волной много меньше длины перехода ($\Delta z_{\text{c}} \ll z_{\text{c}}$ на рис. 1). При этих условиях в окрестности точки синхронизма можно линеаризовать уравнения движения электронов, профиль перехода (при плавной его форме) и распределение магнитного поля. Из решения линеаризованных уравнений гиротрона [3, 8] с учётом величин нулевого и первого порядка малости нетрудно получить выражение для относительной потери КПД в выходном переходе:

$$\frac{\Delta\eta_{\text{эл}}}{\eta_{\text{эл}}} = \frac{1{,}45\cdot 10^{-2} I G_{mp}\,(R_{\text{p}}/R)^2}{[1-(R_{\text{p}}/R)^2]^{1/2}\,\gamma\beta_z\lambda^2 |\mathrm{d}(\omega_H/c + h\beta_z)/\mathrm{d}z|}\,. \tag{8}$$

Здесь все параметры относятся к точке синхронизма z_{c}, определяемой выражениями (4)–(6). Выражение (8) справедливо при $\Delta\eta_{\text{эл}} \ll \eta_{\text{эл}}$, т. е. когда параметры системы далеки от области, в которой знаменатель (8) обращается в нуль. Здесь λ — длина волны в свободном пространстве, G_{mp} — структурный фактор [3, 4, 8], определяющий связь электронного пучка с полем рабочей моды.

Из (8) видно, что для уменьшения потерь необходимо увеличивать отношение радиуса перехода к радиусу резонатора R/R_{p}. Недопустима ситуация, когда производная в знаменателе (8) обращается в нуль, т. е. условие синхронизма выполняется на значительном протяжении. Эта производная должна быть максимальной, что означает достаточно резкий спад магнитного поля в точке синхронизма либо достаточно большой угол раскрыва волновода, допустимый по условиям переизлучения волн на нерегулярностях профиля.

Соотношение параметров системы желательно подбирать так, чтобы в точке синхронизма структурный фактор G_{mp} был близок к нулю. Это резко уменьшает потери в переходе. По формуле (8) они обращаются в нуль, т. к. при выводе не учитывались величины второго порядка малости. При определении G_{mp} необходимо учитывать, что радиус пучка $R_0 \sim B_0^{-1/2}(z)$.

4. РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Численное моделирование проводилось для гиротронов с выходной мощностью 1 МВт на частоте 170 ГГц и рабочей модой $\text{TE}_{25.10}$. Профиль резонаторов и переходов был сглажен и оптимизирован с целью обеспечения минимального переизлучения (не более 0,5 % мощности) и допустимой омической нагрузки резонатора (не более 2 кВт/см^2).

Результаты аналогичных расчётов, выполненных также для 140 ГГц/1 МВт гиротронов, практически совпадают с результатами для 170 ГГц/1 МВт гиротрона.

Расчёты проводились в два этапа. Сначала уравнения интегрировались до сечения $z_{\max} = 30$ мм, где прекращается взаимодействие с ВЧ полем резонатора и текущий КПД перестаёт зависеть от координаты z. На втором этапе определяется КПД при интегрировании до $z_{\max} = 120$ мм, где кончается волновой переход, магнитное поле спадает на 40 % и заведомо прекращается всякое взаимодействие электронного пучка с ВЧ полем.

В упрощённой расчётной модели без учёта разброса начальных скоростей электронов КПД зависит от угла пролёта (7) между резонатором и участком синхронизма (6) в выходном переходе. Это связано с остаточной фазовой группировкой электронов в отработанном пучке. В зависимости от параметров системы сгустки попадают в тормозящую или ускоряющую фазу волны на участке синхронизма, что приводит к повышению ($\sim 1\,\%$), либо понижению ($\sim 10\,\%$) КПД. Этот

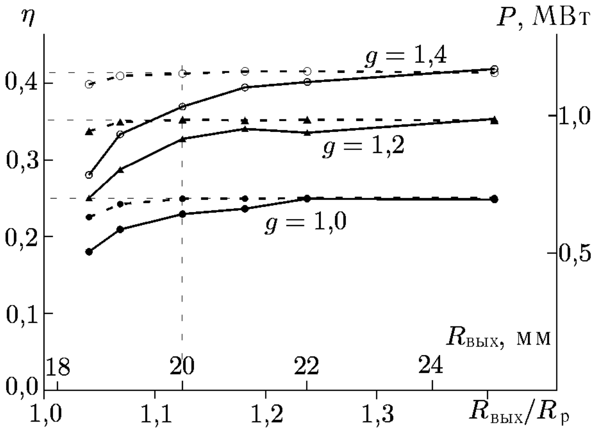

Рис. 2. Зависимость КПД от отношения максимального $R_{\text{вых}}$ и минимального $R_{\text{р}}$ радиусов выходного перехода

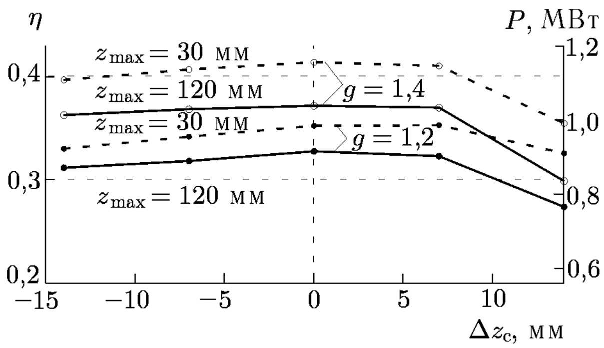

Рис. 3. Зависимость КПД от продольного смещения середины резонатора относительно центра соленоида

эффект не имеет отношения к реальности, поскольку при учёте разброса начальных скоростей он пропадает, и КПД может только уменьшаться. Для исключения эффекта группировки все расчёты в дальнейшем проводились только с реальным разбросом скоростей ($\delta v_\perp \approx 0{,}3$).

Положение участка поглощения ($z = 60 \div 80$ мм) почти не зависит от питч-фактора g, а величина потерь в переходе является монотонно растущей функцией при увеличении g. На рис. 1 приведены зависимости КПД от z при $g = 1{,}4$. С уменьшением питч-фактора от 1,4 до 1,2 потери в переходе $\Delta\eta/\eta$ уменьшаются вдвое (с 8,5 % до 4,2 %).

На рис. 2 приведены зависимости КПД от отношения радиусов перехода и резонатора $R_{\text{вых}}/R_{\text{р}}$ при длине перехода 120 мм, $U_0 = 80$ кВ, $I = 35$ А. С уменьшением отношения $R_{\text{вых}}/R_{\text{р}}$ КПД уменьшается в соответствии с выражением (8). Без учёта перехода (пунктирные кривые) КПД почти не зависит от $R_{\text{вых}}/R_{\text{р}}$ и только при очень малых отношениях радиусов ($R_{\text{вых}}/R_{\text{р}} \le 1{,}05$) начинает спадать из-за снижения добротности резонатора.

С увеличением длины перехода потери в нём несколько возрастают, особенно при малых $R_{\text{вых}}/R_{\text{р}}$. Это также соответствует формуле (8), поскольку с ростом длины перехода $L_{\text{перех}}$ значение R в точке синхронизма уменьшается.

Снижение КПД с уменьшением $R_{\text{вых}}/R_{\text{р}}$ связано не только с электронно-волновым взаимодействием (8), но и с ростом омических потерь в переходе вследствие уменьшения групповой скорости волны. При уменьшении $R_{\text{вых}}/R_{\text{р}}$ с 1,25 до 1,05 относительная доля омических потерь возрастает с 3 % до 5 %. Из рис. 2 видно, что пренебречь влиянием взаимодействия в переходе можно при $R_{\text{вых}}/R_{\text{р}} > 1{,}25$ и $L_{\text{перех}} < 120$ мм. С уменьшением ускоряющего напряжения доля потерь в переходе возрастает вследствие уменьшения β_z и γ, в соответствии с (8).

Рассмотрим влияние неоднородности магнитного поля в резонаторе и переходе на КПД. На рис. 3 показана зависимость КПД от продольного смещения середины резонатора относительно центра соленоида. Видно, что сдвиг резонатора в сторону катода почти не влияет на КПД. При сдвиге более 7 мм в сторону коллектора КПД начинает довольно быстро спадать. Если учесть взаимодействие в переходе, то КПД уменьшается ещё быстрее. Эта тенденция подтверждается экспериментом.

Удлинение участка магнитного поля, близкого к однородному, в 1,5 раза путём увеличения диаметра сверхпроводящего соленоида не изменяет величину уменьшения КПД в переходе, как показано на рис. 4 (участок уменьшения КПД обведён рамкой). Происходит только сдвиг участка синхронизма на то же самое расстояние, на которое сместилась граница уменьшения магнитного

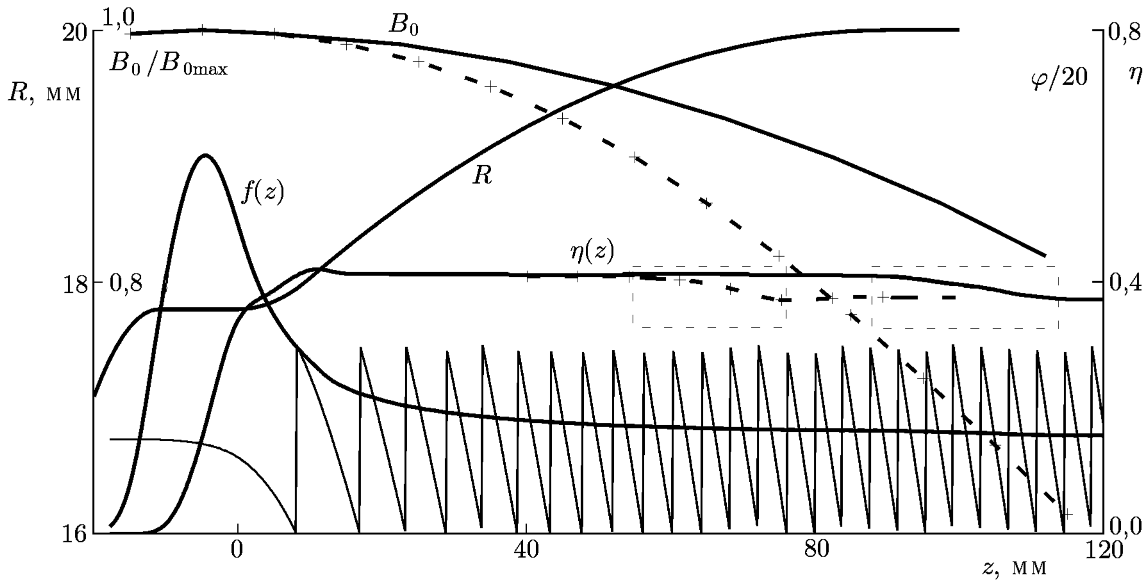

Рис. 4. Уменьшение текущего КПД $\eta(z)$ в выходном переходе при обычном (штриховая линия) и удлинённом (сплошная линия) участке близкого к однородному магнитного поля соленоида

поля на 15 %. Зависимость КПД от отношения $R_{\text{вых}}/R_{\text{р}}$ с точностью до ошибок интегрирования соответствует рис. 2. Дальнейшее удлинение этого участка магнитного поля приведёт к падению КПД вследствие уменьшения производной $|\mathrm{d}\omega_H/\mathrm{d}z|$ в знаменателе формулы (8). Укорочение участка однородного магнитного поля с соответствующим увеличением $|\mathrm{d}\omega_H/\mathrm{d}z|$ было бы желательно, но невозможно вследствие целого ряда технических причин.

5. ВЛИЯНИЕ ВЫХОДНОГО ПЕРЕХОДА НА РЕКУПЕРАЦИЮ

Взаимодействие в выходном переходе гораздо сильнее влияет на эффективность рекуперации, чем на мощность излучения. На участке синхронизма с попутной волной большая часть электронов забирает энергию ВЧ поля и ускоряется, но некоторая, меньшая часть электронов, находящихся в тормозящей фазе, отдаёт энергию ВЧ полю. Особенно сильно тормозятся «медленные» электроны, обладающие малыми продольными скоростями. Это приводит к расплыванию функции распределения электронов по энергии $F(W)$ и появлению длинного «хвоста» из электронов с малыми энергиями eW, где e — элементарный заряд, что иллюстрирует рис. 5. Без взаимодействия в переходе функция распределения $F(W)$ резко обрывается при $W = 30 \div 34$ кВ. После взаимодействия в переходе «хвост» распределения $F(W)$ тянется до $12 \div 23$ кВ. Минимальная энергия $W_{\min}$ возрастает с уменьшением питч-фактора, что позволяет несколько повысить КПД гиротрона с рекуперацией [5–7]

$$\eta_1 = \eta_0 U_0/(U_0 - W_{\min}) \tag{9}$$

при $g = 1{,}2$ по сравнению со случаем $g = 1{,}4$, несмотря на падение КПД без рекуперации η_0. Аналогично повышается КПД при отражении 1 % тока от коллектора с увеличенным тормозящим напряжением $U_{\text{т}} > W_{\min}$:

$$\eta_{1\,\%} = \eta_0 U_0/(U_0 - U_{\text{т}}). \tag{10}$$

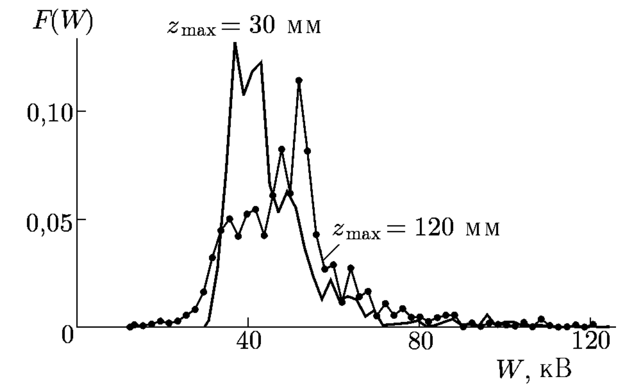

Рис. 5. Энергетический спектр отработанного электронного пучка без учёта ($z_{\max} = 30$ мм) и с учётом ($z_{\max} = 120$ мм) выходного перехода

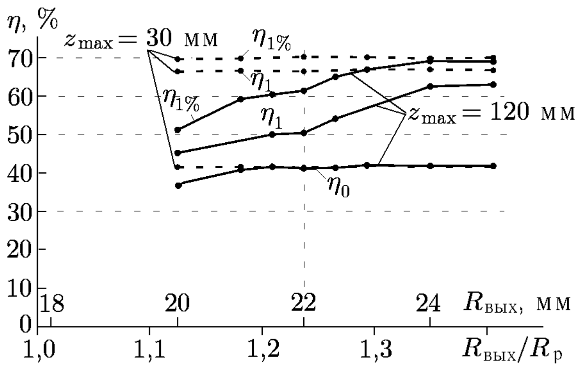

Рис. 6. Зависимость КПД без рекуперации η_0 и с одноступенчатой рекуперацией η_1, $\eta_{1\,\%}$ от отношения $R_{\text{вых}}/R_{\text{р}}$

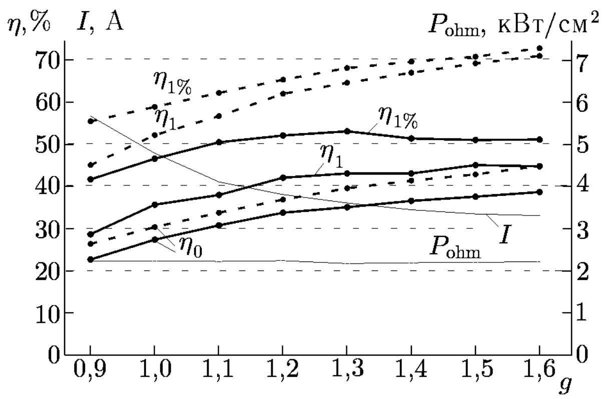

Рис. 7. Зависимость КПД от питч-фактора при $R_{\text{вых}} = 20$ мм и $P_{\text{вых}} = 1$ МВт

Расчёт $\eta_{1\,\%}$ проводился по упрощённой методике, когда взаимодействие отражённых электронов с ВЧ полем и многократный пролёт их в пространстве от катода до коллектора не учитывался. Из-за малого количества электронов в «хвосте» функции распределения $F(W)$ ошибка в расчётах невелика и значение $\eta_{1\,\%}$ получается существенно больше, чем η_1. С удлинением перехода минимальная энергия электронов уменьшается, и эффективность рекуперации снижается.

На рис. 6 приведены зависимости η_0, η_1 и $\eta_{1\,\%}$ от отношения радиусов перехода и резонатора $R_{\text{вых}}/R_{\text{р}}$ при $I = 35$ А, $g = 1{,}4$. Без учёта перехода (пунктирные линии) КПД почти не зависит от $R_{\text{вых}}/R_{\text{р}}$ и с рекуперацией достигает 70 %. После взаимодействия в переходе КПД с рекуперацией (сплошные кривые) резко снижается, особенно при $R_{\text{вых}}/R_{\text{р}} < 1{,}1$. Влиянием перехода на рекуперацию можно пренебречь только при $R_{\text{вых}}/R_{\text{р}} \geq 1{,}3$, если при этом допустить отражение 1 % тока. При $R_{\text{вых}}/R_{\text{р}} = 1{,}4$ влияние перехода на энергетический спектр электронов пренебрежимо мало.

На рис. 7 приведена зависимость КПД от питч-фактора g при $R_{\text{вых}} = 20$ мм и токе электронного пучка, соответствующем выходной мощности 1 МВт. Без учёта выходного перехода (пунктирные кривые) КПД гиротрона с рекуперацией монотонно увеличивается с ростом g до 70 % и выше. Паразитное взаимодействие в выходном переходе ограничивает КПД на уровне $45 \div 52$ % при $g \approx 1{,}3$.

КПД гиротрона с рекуперацией можно увеличить, допустив отражение больше 1 % тока, поскольку заторможенных электронов весьма мало (см. участок с $W < 35$ кВ на рис. 5) и они не определяют КПД взаимодействия в резонаторе. Взаимодействие в переходе в целом увеличивает энергию электронов, иначе КПД не снижался бы. Поэтому отражённые электроны после нескольких колебаний в пространстве от коллектора до катода ускоряются и оседают на коллекторе (оседание на катоде и даже подлёт близко к катоду исключены, т. к. $W \ll U_0$). Вопрос о рекуперации при многократном пролёте отражённых электронов через резонатор и выходной переход требует специального исследования.

Заметим, что в короткоимпульсных прототипах гиротронов с частотой 110÷170 ГГц с рекуперацией [1, 7] достигался КПД 65÷70 %, близкий к максимальному расчётному, при $P_{\text{вых}} \geq 1$ МВт.

6. СРАВНИТЕЛЬНАЯ ОЦЕНКА ПОТЕРЬ

Сопоставим влияние различных факторов на снижение КПД гиротрона для оценки их относительной важности. В табл. 1 приведены сравнительные оценки потерь КПД гиротрона без рекуперации и с рекуперацией. На первом месте стоит практически неизбежное ограничение питч-фактора ($g = 1{,}2 \div 1{,}4$) условиями формирования электронного пучка [1, 2, 9], приводящее к относительному уменьшению электронного КПД по сравнению с поперечным $\eta_\perp$ [3, 4] на 35÷40 %.

Таблица 1. Влияние различных факторов на КПД гиротрона без рекуперации

Максимальный поперечный КПД	$\eta_\perp = 70 \div 85\,\%$
Ограниченный питч-фактор $g \leq 1{,}4$: уменьшение КПД на 35 %	$\eta_{\text{эл}} \leq 0{,}66\eta_\perp = 46 \div 56\,\%$
Разброс скоростей электронов $\delta v_\perp \geq 0{,}3$: 10 %	$\eta_{\text{эл}} \leq 0{,}9\eta_{\text{эл}}^{(0)} = 41 \div 50\,\%$
Допустимая омическая нагрузка резонатора $P_{\text{ohm}} \leq 2$ кВт/см^2: 10 %	$\eta_{\text{эл}} \leq 0{,}9\eta_{\text{эл}}^{(0)} = 37 \div 45\,\%$
Омические потери в резонаторе Q/Q_{ohm} и переходе: 5 %	$\eta = 0{,}95\eta_{\text{эл}} = 35 \div 43\,\%$
Потери из-за ВЧ пространственного заряда: около 2 %	$\eta = 34 \div 42\,\%$
Потери на переизлучение в резонаторе и переходе: не более 0,3 %	$\eta = 34 \div 42\,\%$
Потери в квазиоптическом преобразователе: около 10 %	$\eta = 31 \div 38\,\%$
Потери в выходном окне гиротрона: около 3 %	$\eta = 30 \div 37\,\%$
Потери на взаимодействие в выходном переходе: 5÷10 %	$\eta = 27 \div 35\,\%$

Влияние взаимодействия в выходном переходе на рекуперацию

Рост КПД без учёта взаимодействия в переходе	$\eta_1 = 1{,}6\eta_0 = 48 \div 60\,\%$
Потери КПД из-за взаимодействия в переходе: 20÷30 %	$\eta_1 = 38 \div 48\,\%$

Без рекуперации потери в выходном переходе не привлекают особого внимания по сравнению с другими потерями. Потери КПД гиротрона с рекуперацией из-за выходного перехода стоят на одном из первых мест в общем ряду других потерь. Однако циклотронное поглощение в выходном переходе может способствовать очищению адиабатической ловушки в режиме рекуперации, что позволит увеличить тормозящее напряжение на коллекторе и повысить КПД гиротрона с рекуперацией.

7. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Суммируя вышесказанное, можно констатировать, что эффект паразитного взаимодействия в выходном переходе в условиях циклотронного резонанса на бегущей волне, излучаемой из резонатора гиротрона, играет существенную роль.

При существующих параметрах системы это взаимодействие уменьшает выходную мощность гиротрона без рекуперации на 5÷10 % и КПД с 35÷40 % до 32÷36 %.

Особенно сильно влияет этот эффект на рекуперацию. Минимальная энергия электронов отработанного пучка уменьшается почти втрое (с 30÷35 кВ до 11÷22 кВ), а КПД гиротрона с рекуперацией снижается с 65÷70 % до 45÷52 %.

Для уменьшения влияния взаимодействия в выходном переходе можно применять различные меры. Оценка их эффективности требует дополнительных исследований.

Работа выполнена при поддержке МАЭ РФ и РФФИ (гранты № 03–02–17560 и 02–02–17105).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Zapevalov V. E., Denisov G. G., Flyagin Y. A., et al. // Plasma Devices and Operations. 1998. V. 6. P. 111.
2. Myasnikov V. E., Agapova M. V., Alikaev V. V., et al. // Int. Conf. on IR and MM Waves. Berlin, 1996. P. ATH1.
3. Moiseev M. A., Nemirovskaya L. L., Zavolsky N. A., et al. // Int. J. Infrared Millimeter Waves. 1997. V. 18, No. 11. P. 2 117.
4. Завольский Н. А., Запевалов В. Е., Моисеев М. А. // Изв. вузов. Радиофизика. 1999. Т. 42, № 3. С. 225.
5. Sakamoto K., Tsuneoka M., Kasugai A., et al. // Phys. Rev. Lett. 1994. V. 73, No. 26. P. 3 532.
6. Bratman V. L., Denisov G. G., Savilov A. V. // Int. J. Infrared Millimeter Waves. 1995. V. 16, No. 3. P. 459.
7. Glyavin M. Yu., Kuftin A. N., Venediktov N. P., et al. // Int. J. Infrared Millimeter Waves. 1997. V. 18, No. 11. P. 2 129.
8. Bratman V. L., Ginzburg N. S., Nusinovich G. S., et al. // Int. J. Electronics. 1981. V. 51, No. 4. P. 541.
9. Lygin V. K. // Int. J. Infrared Millimeter Waves. 1995. V. 16, No. 2. P. 363.

Институт прикладной физики РАН,
г. Нижний Новгород, Россия

Поступила в редакцию
16 июня 2003 г.

INFLUENCE OF AFTERCAVITY INTERACTION ON GYROTRON EFFICIENCY

V. E. Zapevalov and M. A. Moiseev

The influence of interaction of a used electron beam with a forward wave outside the cavity in the output waveguide transition on the efficiency and energy recovery in a powerful millimeter-wavelength gyrotron is considered theoretically. In a gyrotron without energy recovery, parasitic interaction in the transition region reduces the gyrotron efficiency and output power by 5−10%. In a gyrotron with energy recovery, losses due to interaction in the transition region can become the most significant compared with other losses, and the efficiency is reduced by 20−30%. The influence of the transition region is reduced as its length decreases and the ratio between the maximum and minimum transition radii increases.

УДК 53.072:51

О ВОЗМОЖНОСТИ ИДЕНТИФИКАЦИИ ИМПУЛЬСНЫХ СИГНАЛОВ МАЛЫМ АНСАМБЛЕМ МОДЕЛЬНЫХ НЕЙРОНОВ

К. В. Андреев, Л. В. Красичков

Предлагается описание процесса идентификации импульсного сигнала малым ансамблем модельных нейронов, построенным на основе кусочно-линейных отображений. Ансамбль представляет собой цепочку из кластеров глобально связанных нейронов. Показаны режимы, при которых идентификация сигнала происходит наиболее эффективно. Найдены области корректного распознавания сигнала на плоскости параметров внешнего воздействия. Обсуждается возможность интерпретации полученных результатов с биологической точки зрения.

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время поведение ансамблей нейронов активно изучается в приложении к различным биологическим задачам. Кроме того, возможно применение подобного рода систем к проблемам радиофизики [1]. Ряд натурных экспериментов (например, [2]) позволяет говорить о возможности описания процессов обработки и передачи информации в нейронных ансамблях при помощи динамических систем. Одним из аспектов приложения моделирования динамики нейронов является задача идентификации или корректного распознавания сигнала. Данная проблема актуальна в биологическом контексте и связана с распознаванием и обработкой сигнала, поступающего от рецепторов, в сенсорных системах, например в визуальной или обонятельной. В работах [3, 4] был предложен подход к описанию процессов накопления и обработки информации в нейронах на основе WLC-принципа (winnerless competition principle). Системы, работающие на данном принципе, под влиянием внешнего воздействия обеспечивают последовательное переключение нейронной системы между различными метастабильными состояниями. Особенностью таких систем является, с одной стороны, чувствительность к сигналам с определёнными характеристиками, а с другой — устойчивость к шуму.

В работах [3, 4] моделирование нейронных ансамблей, работающих на WLC-принципе, проводилось на базе систем обыкновенных дифференциальных уравнений. Вызывает интерес возможность рассмотрения таких явлений в системах отображений. В настоящей работе предпринята попытка описания процесса идентификации сигнала при помощи кусочно-разрывных отображений, задающих динамику ансамбля нейронов. Предлагается модель, в рамках которой рассматривается задача распознавания и последующей обработки прямоугольного импульса, подающегося на небольшую группу идентичных нейронов.

1. МОДЕЛЬ

Модели нейронов, построенные на базе отображений, хорошо известны [5–8]. Основным достоинством таких моделей является высокая эффективность при проведении численных экспериментов, что оказывается весьма существенным при ресурсоёмких исследованиях или при моделировании достаточно больших ансамблей. В данной работе для описания поведения ансамбля из N нейронов, связанных через электрический синапс, использовалось феноменологическое кусочно-разрывное отображение [9, 10], записанное в виде

$$x_{n+1}^i = f^i(x_n, d_n) + I_{\text{ext}}^i, \qquad d_{n+1}^i = g^i(x_n, d_n), \tag{1}$$

где переменная $x \in [0,1]$ соответствует мембранному потенциалу нейрона, $d = \{-1, 1\}$ — вспомогательная переменная, n — дискретное время, i — номер элемента в ансамбле; функции f и g описывают динамику уединённого нейрона и имеют вид

$$f(x,d) = \begin{cases} \alpha_1 x, & x \in [0, A), \quad d = 1; \\ x/\alpha_2, & x \in [\delta_3, A), \quad d = -1; \\ A - \delta_1 + \gamma_1 (x - A + \delta_1), & x \in [A, C], \quad d = 1; \\ A - \delta_1 + (x - A + \delta_1)/\gamma_2, & x \in [A + \delta_2, 1], \quad d = -1, \end{cases} \tag{2}$$

$$g(x,d) = \begin{cases} -d, & x \in (C, 1], \quad d = 1; \quad x \in [A, A + \delta_2), \qquad x \in [0, \delta_3), \quad d = -1; \\ d, & x \in [0, C), \quad d = 1; \quad x \in [\delta_3, A), \quad x \in [A + \delta_2, 1], \quad d = -1, \end{cases} \tag{3}$$

а слагаемое I^i_{ext} учитывает взаимодействие i-го нейрона с остальными:

$$I^i_{\text{ext}} = \frac{1}{L_i} \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{N} \varepsilon_{ji} \, (x^j_n - x^i_n) \, \Theta(x^j_n - A). \tag{4}$$

Здесь α_1, α_2, γ_1, γ_2, δ_1, δ_2, δ_3, A — параметры отображения; коэффициент C определяется из условия нормировки: $C = A - \delta_1 + (1 - A + \delta_1)/\gamma_1$, ε_{ji} — параметр связи между нейронами с соответствующими индексами, Θ — функция Хевисайда, L_i — нормировочный коэффициент, равный числу соседей.

В работах [9, 10] было показано, что отображение (1)–(4) качественно правильно описывает как динамику уединённого нейрона центрального генератора ритма (ЦГР), так и синхронизацию в малых ансамблях таких нейронов. В численных экспериментах было выявлено, что при достаточно большом числе нелокальных связей в ансамбле практически во всём диапазоне управляющих параметров наступает полная синхронизация. Подобное поведение может реализовываться, например, в системе из восьми глобально связанных модельных нейронов [10].

В данной работе рассматривается поведение системы, состоящей из нескольких кластеров, каждый из которых представляет собой ансамбль глобально связанных нейронов. Топология ансамбля схематически представлена на рис. 1*а*. Численно исследовалась динамика ансамбля, состоящего из 64-х модельных нейронов, т. е. из восьми кластеров по восемь глобально связанных элементов в каждом. Кластеры соединялись между собой в кольцо.

Для наблюдения за динамикой ансамбля удобно использовать пространственно-временны́е диаграммы, отображающие значение переменной состояния x^i_n оттенками серого цвета. Схема соответствия оттенков серого цвета значению переменной состояния представлена на рис. 1*б*. Практически во всём диапазоне управляющих параметров поведение модельных нейронов внутри каждого кластера оказывается синхронным, тогда как динамика кластеров относительно друг друга демонстрирует отсутствие синхронизации. Наиболее типичными являются случаи, когда внутри каждого кластера наблюдается хаотическая синхронизация (рис. 2*а*, *б*). Также оказывается возможным регулярное поведение внутри каждого кластера (рис. 2*в*). При определённом подборе параметров можно наблюдать полную синхронизацию в ансамбле, т. е. когда все 64 нейрона ведут себя синхронно (рис. 2*г*). Необходимо отметить, что динамика системы зависит от начальных условий. Наиболее заметным это оказывается в случаях, когда колебательная активность наблюдается в отдельных кластерах, например, как на рис. 2*в*.

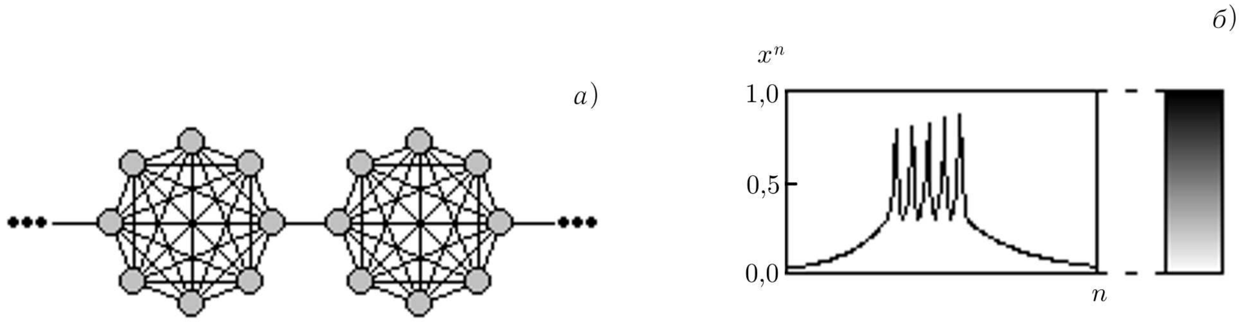

Рис. 1. (*а*) Фрагмент топологии ансамбля нейронов (представлены два последовательно связанных кластера); (*б*) соответствие оттенка серого цвета на пространственно-временны́х диаграммах значению переменной состояния x_n^i

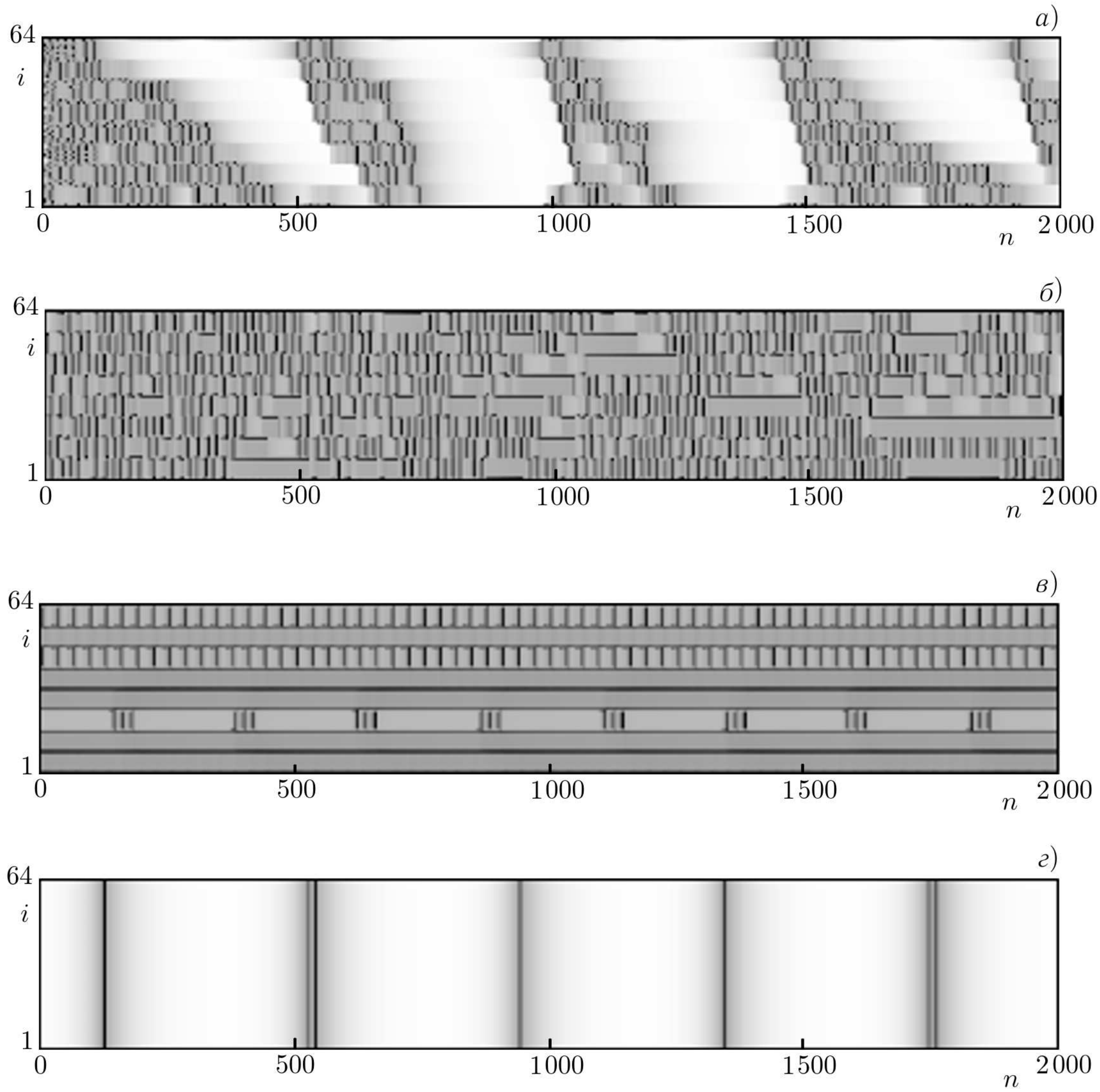

Рис. 2. Пространственно-временны́е диаграммы для ансамбля из 64-х модельных нейронов при $A = 0{,}3$, $\alpha_1 = 1{,}03$, $\alpha_2 = 1{,}02$, $\delta_1 = 0{,}035$, $\delta_2 = 0{,}007$, $\delta_3 = 0{,}003$, $\gamma_2 = 1{,}7$ и (*а*) $\gamma_1 = 1{,}4$, $\varepsilon = 0{,}14$; (*б*) $\gamma_1 = 1{,}35$, $\varepsilon = 0{,}4$; (*в*) $\gamma_1 = 1{,}3$, $\varepsilon = 0{,}5$; (*г*) $\gamma_1 = 1{,}37$, $\varepsilon = 0{,}747$. Здесь и далее $\varepsilon_{ij} \equiv \varepsilon$

2. ПОВЕДЕНИЕ АНСАМБЛЯ МОДЕЛЬНЫХ НЕЙРОНОВ ПОД ВНЕШНИМ ИМПУЛЬСНЫМ ВОЗДЕЙСТВИЕМ

В ходе исследований рассматривалось, каким образом реагирует модельный ансамбль из 64-х нейронов, объединённых в кластеры, на внешнее воздействие в виде последовательности прямоугольных импульсов. Выбор вида внешнего воздействия обосновывается следующими соображениями. При малой длительности и достаточно большой амплитуде импульсов такая последовательность может моделировать серию спайков, приходящую от рецептора. Кроме того, данный вид сигнала удобен для проведения исследований в силу своей простоты. Если интервал между импульсами одинаковый, то сигнал полностью характеризуется тремя параметрами: амплитудой M, длительностью импульса τ и периодом T (рис. 3).

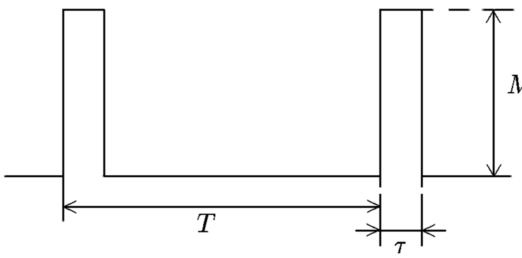

Рис. 3. Схематический вид внешнего воздействия в виде прямоугольного импульса с амплитудой M, длительностью τ и периодом T

При моделировании внешнее воздействие аддитивно добавлялось к слагаемому $I^i_{\rm ext}$, т. е. часть нейронов подвергалась воздействию, связанному с наличием соседей, и воздействию внешнего сигнала. Также предполагалось, что сигнал приходит не во все элементы ансамбля, а на определённый кластер или группу кластеров. При импульсном воздействии на систему устанавливается определённая пространственно-временна́я динамика (рис. 4).

Предположим, что нормальному функционированию системы отвечает режим, когда один, например восьмой, кластер находится в режиме колебательной активности, а колебания во всех остальных кластерах отсутствуют (рис. 4*а*). При добавлении внешнего воздействия на один из неактивных кластеров (второй) ансамбль после некоторого переходного процесса перейдёт в состояние, в котором активным является возбуждаемый кластер. Так, первый импульс (см. рис. 4*а*) подавляет колебания в восьмом кластере, второй инициирует колебательную активность в возбуждаемом кластере. При выключении воздействия динамика системы сохраняется.

При тех же значениях параметров, но других начальных условиях возможен режим, когда колебательная активность отсутствует. В этом случае добавление внешнего воздействия приводит к возникновению активности в возмущаемом кластере (рис. 4*б*). При внесении возмущения сразу в несколько кластеров все возбуждаемые кластеры окажутся активными, а в остальных колебания затухнут (рис. 4*в*). В приведённом примере колебания в третьем кластере при выключении воздействия затухают, что говорит о том, что устойчивым состоянием ансамбля при данных параметрах является наличие колебаний не более чем в одном кластере. Об этом факте свидетельствует и то, что не удалось подобрать начальные условия, при которых колебания наблюдаются сразу в нескольких кластерах.

Если увеличивать интенсивность воздействия, т. е. его амплитуду и длительность, то возмущение может распространиться и на соседние кластеры (рис. 4*г*). С другой стороны, при малой интенсивности внешнего сигнала колебания не могут установиться. В связи с этим возникает задача определения диапазона параметров воздействия, при котором реализуется режим переключения активности из одного кластера в другой. Для исследования данного вопроса на плоскости параметров амплитуда импульса—длительность импульса воздействия оттенками серого цвета отображалось число возбуждённых кластеров. Кластер идентифицировался как активный, если на k периодов воздействия приходилось не менее $3k$ локальных максимумов с достаточно

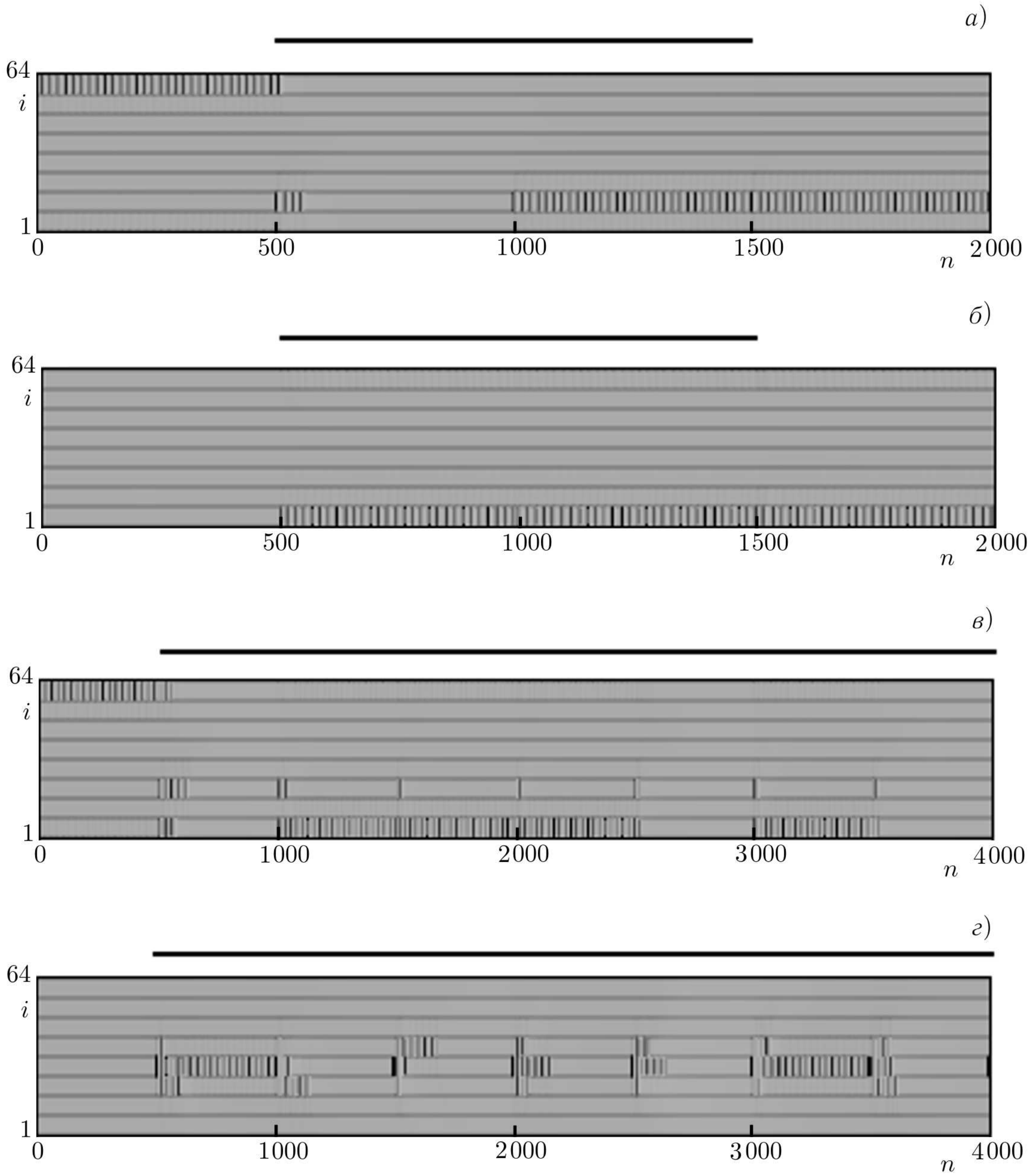

Рис. 4. Пространственно-временны́е диаграммы для ансамбля из 64-х элементов с параметрами $A = 0{,}3$, $\alpha_1 = 1{,}03$, $\alpha_2 = 1{,}02$, $\delta_1 = 0{,}035$, $\delta_2 = 0{,}007$, $\delta_3 = 0{,}003$, $\gamma_1 = 1{,}37$, $\gamma_2 = 1{,}7$ и $\varepsilon = 0{,}75$ при различных начальных условиях и внешнем воздействии; продолжительность возмущения схематически показана линией над диаграммами вдоль оси n: (*а*) переключение активности из восьмого кластера во второй при воздействии с параметрами $M = 0{,}3$, $\tau = 5$, $T = 500$ на второй кластер; (*б*) возникновение активности в первом кластере при воздействии на него сигнала с параметрами $M = 0{,}2$, $\tau = 5$, $T = 500$; (*в*) переключение активности из восьмого кластера в первый и третий при воздействии на них сигнала с параметрами $M = 0{,}2$, $\tau = 5$, $T = 500$; (*г*) возбуждение трёх кластеров при воздействии с параметрами $M = 0{,}8$, $\tau = 10$, $T = 500$ на четвёртый кластер

большой амплитудой. Наличие таких максимумов соответствует колебательной активности в кластере. Необходимо отметить, что изучаемый эффект практически не зависит от периода импульсного воздействия T. Данный параметр влияет лишь на длительность переходных процессов: чем

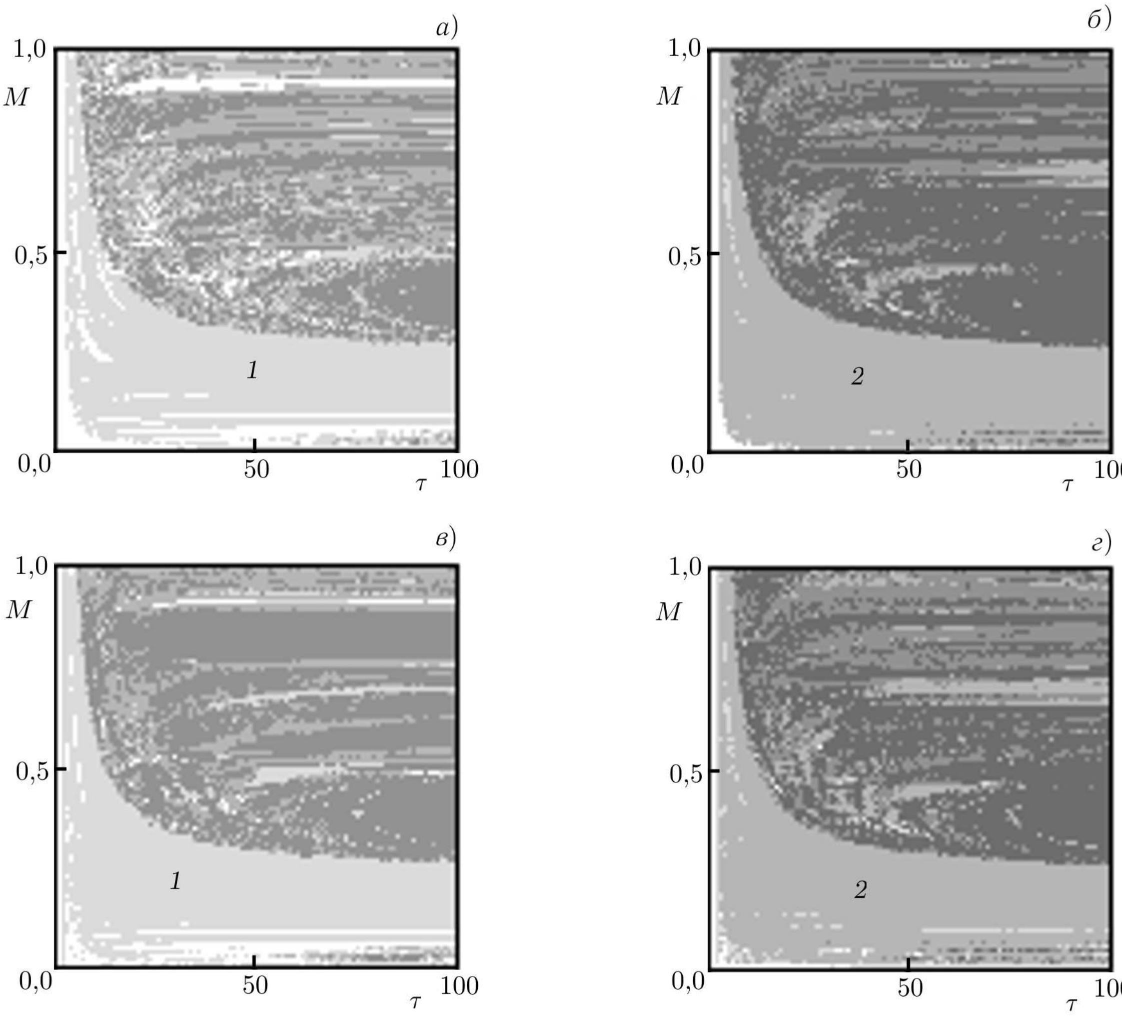

Рис. 5. Плоскости параметров импульса при тех же характеристиках отображения, что и для рис. 4. Воздействие с $T = 600$ вносилось (*а*) в первый кластер ансамбля без колебательной активности; (*б*) в первый и второй кластеры ансамбля без колебательной активности; (*в*) в первый кластер ансамбля с активным восьмым кластером; (*г*) в первый и второй кластеры ансамбля с активным восьмым кластером

меньше период, тем быстрее устанавливается новый режим.

Численные исследования показали, что плоскости параметров, построенные для режимов с различным числом изначально активных кластеров, имеют качественно подобный вид. На рис. 5*а*, *б* представлены плоскости параметров в случае, когда внешнее воздействие подавалось на ансамбль кластеров, находящийся в режиме без колебательной активности (как для примеров, изображённых на рис. 4*б*, *г*). В одном случае (рис. 5*а*) сигнал воздействовал на первый кластер, а в другом (рис. 5*б*) — на первый и второй. На рис. 5*в*, *г* плоскости параметров соответствуют динамике, представленной на рис. 4*а*, *в* при воздействии сигнала также на первый (рис. 5*в*) и на первый и второй (рис. 5*г*) кластеры. Поскольку для исследуемого ансамбля в виде кольца из восьми идентичных кластеров их нумерация носит условный характер, то место внесения воздействия не играет роли, когда все кластеры ведут себя идентично. При наличии одного активного кластера, вообще говоря, имеет значение, как располагается возмущаемый кластер относительно активного, однако исследования показали, что вид плоскостей параметров не зависит от места

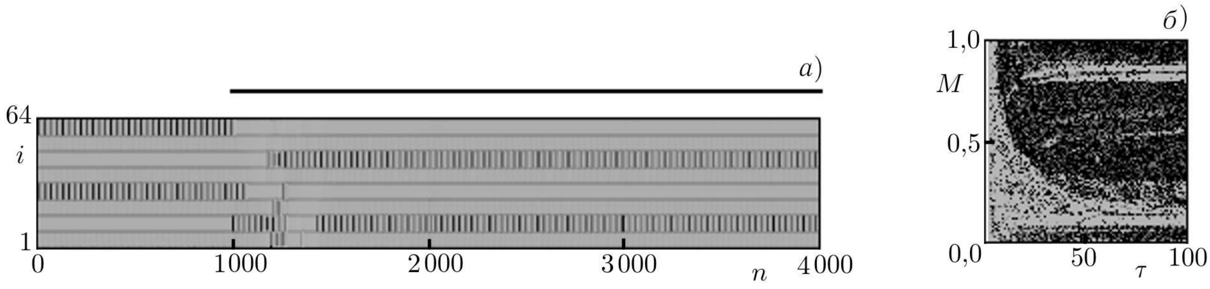

Рис. 6. Пространственно-временна́я диаграмма при $M = 0{,}3$, $\tau = 5$, $T = 1\,000$ (*а*) и плоскость параметров (*б*) для ансамбля с активностью в четвёртом и восьмом кластерах при внесении воздействия во второй кластер. Параметр связи $\varepsilon = 0{,}765$, остальные параметры отображения те же, что и для рис. 4

внесения воздействия.

Нетрудно видеть, что области корректной идентификации сигнала на плоскостях (M,τ) имеют практически одинаковый вид (под корректной идентификацией понимается возникновение колебательной активности в возбуждаемых кластерах и только в них). Данные области отмечены светлым оттенком серого цвета, а различная интенсивность цвета на рис. 5*а*, *в* и рис. 5*б*, *г* обусловлена различным числом возбуждаемых кластеров. Можно предположить, что исследуемый нейронный ансамбль правильно идентифицирует только сигналы с интенсивностью, лежащей в определённом диапазоне (область *1* на рис. 5*а*, *в* и область *2* на рис. 5*б*, *г*). При меньшей интенсивности система игнорирует приходящий к ней сигнал, и переключения активности из одного кластера в другой не происходит. При большой интенсивности сигнала система не может правильно обработать сигнал, что приводит к большому числу «ошибок», проявляющемуся в хаотизации пространственно-временно́й динамики (см. например, рис. 2*б*). Тем не менее на плоскости параметров имеются достаточно протяжённые области тёмных оттенков серого цвета, соответствующие активизации кластеров, соседних с возбуждаемым. Можно допустить, что в этом случае нейронная система сигнализирует о превышении уровня интенсивности поступающего воздействия.

Описанные выше эффекты наблюдались при фиксированных параметрах отображения. Однако дальнейшие исследования показали, что явление сохраняется при малом изменении параметров. Более значительное изменение управляющих параметров приводит к тому, что система без воздействия уже не может демонстрировать поведение в виде нескольких активных кластеров, а переходит к пространственно-временно́му хаосу (рис. 2*б*). Тем не менее диапазон явлений, связанный с идентификацией внешнего сигнала, не исчерпывается рассмотренными в работе. Так, при увеличении параметра связи ε от 0,750 до 0,768 можно наблюдать различные виды поведения системы, когда активность существует в нескольких кластерах. На рис. 6*а* представлена пространственно-временна́я диаграмма, иллюстрирующая перестройку активных кластеров при добавлении воздействия на второй кластер. Плоскость параметров для этого случая, с одной стороны, имеет типичный вид (см. рис. 5), а с другой — является значительно зашумлённой (рис. 6*б*). Чёрные области соответствуют активности во всех кластерах, причём эта активность беспорядочная. Исходя из приведённых результатов, можно предположить, что наиболее эффективным режимом работы рассмотренного ансамбля в качестве системы, идентифицирующей внешний сигнал, являются режимы, характеризующиеся активностью в одном кластере либо отсутствием колебательной активности.

3. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе показано, что в рамках простой модели нейронного ансамбля, построенной на базе кусочно-линейных отображений, возможно качественное описание процессов идентификации внешнего сигнала и последующей его обработки. Найдены режимы функционирования нейронного ансамбля, при которых идентификация импульсного воздействия происходит наиболее эффективно. Полученные результаты позволяют говорить о наличии на плоскости параметров внешнего воздействия областей корректного и ошибочного распознавания сигнала. Разные уровни интенсивности воздействия могут приводить к различной реакции системы.

Необходимо отметить, что явления, подобные описанным, невозможно наблюдать в ансамблях с кластерами, состоящими менее чем из трёх модельных нейронов. Кроме того, переключение колебательной активности из одного кластера в другой становится возможным при числе кластеров, большем или равном четырём. Таким образом, представленный ансамбль из 64-х модельных нейронов оказывается одним из примеров динамической системы идентификации сигналов.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (гранты № 02–02–16351 и МАС 03–02–06699), Министерства образования РФ (грант № Е02–3.5–149) и CRDF (проект № REC–006).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Абарбанель Г. Д. И., Рабинович М. И., Селверстоун А. и др. // УФН. 1996. Т. 166, № 4. С. 363.
2. Szucs A., Varona P., Volkovskii A. R., et al. // NeuroReport. 2000. V. 11, No. 30. P. 1.
3. Rabinovich M., Volkovskii A., Lecanda P., et al. // Phys. Rev. Lett. 2001. V. 87, No. 6. P. 068102-4.
4. Varona P., Rabinovich M., Selverston A. I., Arshavsky A. // Chaos. 2002. V. 12, No. 3. P. 672.
5. Huerta R. // Int. J. Bifurcation and Chaos. 1996. V. 6, No. 4. P. 705.
6. Rabinovich M. I., Selverston A. I., Rubchinsky L., Huerta R. // Chaos. 1996. V. 6, No. 3. P. 288.
7. Hayakawa Y., Sawada Y. // Phys. Rev. E. 2000. V. 61, No. 5. P. 5 091.
8. Rulkov N. F. // Phys. Rev. Lett. 2001. V. 86, No. 1. P. 183.
9. Андреев К. В., Красичков Л. В. // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2002. Т. 10, № 4. С. 82.
10. Андреев К. В., Красичков Л. В. // Изв. РАН. Сер. физическая. 2002. Т. 66, № 12. С. 1 777.

Саратовский госуниверситет,
г. Саратов, Россия

Поступила в редакцию
16 июня 2003 г.

ON THE POSSIBILITY OF IDENTIFICATION OF A PULSED SIGNAL BY A SMALL ENSEMBLE OF MODEL NEURONS

K. V. Andreev and L. V. Krasichkov

The procedure of pulsed-signal identification by small a ensemble of model neurons is proposed. The neurons are described on the basis of piecewise-linear maps. The model ensemble consists of chained clusters of globally coupled neurons. The dynamic regimes of most efficient signal identification are shown. The range of stimulus parameters where the signal is identified correctly is found. The possibility of interpretation of obtained results from the biological viewpoint is discussed.

УДК 621.391

ПОЛИГАУССОВАЯ АППРОКСИМАЦИЯ И АДАПТИВНАЯ ОБРАБОТКА ЭЛЕКТРОКАРДИОГРАФИЧЕСКОГО СИГНАЛА НА ФОНЕ ПОМЕХ

Д. Н. Ивлев, И. Я. Орлов

Приведено обоснование и результаты исследования метода полигауссовой аппроксимации электрокардиографического (ЭКГ) сигнала на фоне помех при его компьютерном анализе. Предложено использовать адаптивную обработку ЭКГ сигналов, что позволяет увеличить отношение сигнал/помеха более чем на 7 дБ.

В системах автоматической обработки электрокардиограмм искажающие истинный электрокардиографический (ЭКГ) сигнал помехи (артефакты, по медицинской терминологии) представляют большую проблему. Компьютерная обработка ЭКГ сигнала позволяет частично убрать помехи с помощью методов стационарной фильтрации и алгоритмов распознавания артефактов.

Стационарная фильтрация избавляет от высокочастотных мышечных помех и низкочастотного дрейфа изоэлектрической линии; при этом теряется важная информация о спектральных компонентах полезного сигнала, попадающих в полосу непропускания фильтров, и остаются помехи, попадающие в полосу пропускания. Современные алгоритмы распознавания артефактов после фильтрации сигнала обеспечивают распознавание 85÷90 % всех артефактов, что не вполне достаточно для систем, проводящих автоматическую расшифровку электрокардиограмм, и приводит к ошибкам в выдаваемом ими заключении.

Оценка параметров сигнала с учётом воздействия помех представляет собой задачу надёжного воспроизведения сообщения, решаемую статистическими методами. Детализация описания сигналов и помех обычно представляет значительные трудности [1]. Поэтому при моделировании часто ограничиваются более или менее грубыми аппроксимациями, которые сравнительно легко реализовать средствами цифровой вычислительной техники. Характер аппроксимирующей функции существенно зависит от исследуемого сигнала. В работах [2, 3] показана плодотворность использования полигауссовой аппроксимации различных функций и сигналов. В работах [4, 5] для оценки степени искажённости электрокардиографического сигнала помехами при компьютерной обработке электрокардиограмм было предложено использовать аппроксимацию отдельных информативных участков сигнала ($QRST$-комплексов) гауссовыми функциями и их первой и второй производными:

$$u(t) = \sum_{i=1}^{5} k_i f_i(t - t_i) + e(t), \tag{1}$$

где k_i — коэффициенты разложения по нормированному базису (f_1, f_2, f_3, f_4, f_5), $t_1 = t_2 = t_3 = t_{\mathrm{QRS}}$ — опорная (центральная, отсчётная) точка модели комплекса QRS, строящейся на основе базиса (f_1, f_2, f_3), $t_4 = t_5 = t_{\mathrm{ST}}$ — опорная точка модели сегмента ST и T-волны, определяемой базисом (f_1, f_2), $e(t)$ — ошибка аппроксимации,

$$f_1 = f_4 = \frac{1}{\sqrt{\sqrt{\pi}\,\sigma}} \exp\left(-\frac{t^2}{2\sigma^2}\right), \qquad f_2 = f_5 = -\sqrt{\frac{2}{\sqrt{\pi}\,\sigma}}\, \frac{t}{\sigma} \exp\left(-\frac{t^2}{2\sigma^2}\right),$$

$$f_3 = \frac{2}{\sqrt{3\sqrt{\pi}\,\sigma}} \left[\frac{t^2}{\sigma^2} - 1\right] \exp\left(-\frac{t^2}{2\sigma^2}\right), \qquad f_2 = \sqrt{2}\,\sigma\, \frac{\mathrm{d}f_1}{\mathrm{d}t}\,, \qquad f_3 = \sqrt{\frac{2}{3}}\,\sigma\, \frac{\mathrm{d}f_2}{\mathrm{d}t}\,.$$

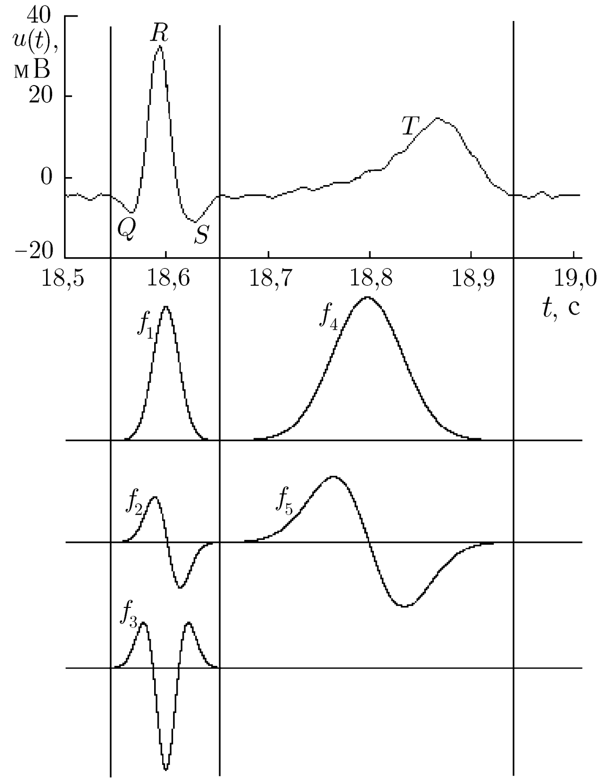

Рис. 1

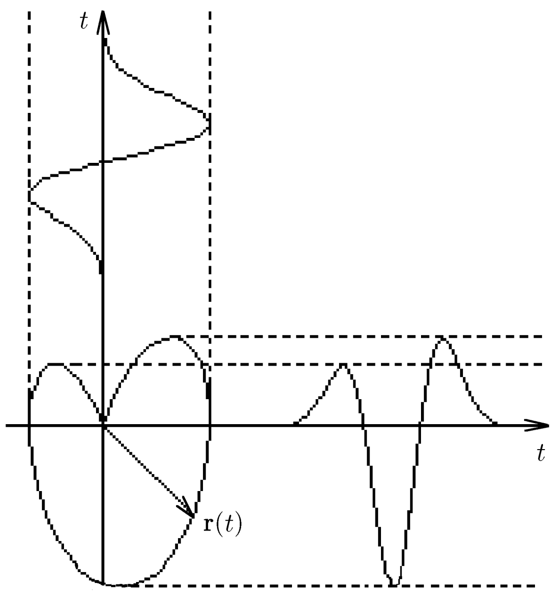

Рис. 2

На рис. 1 приведён пример $QRST$-комплекса электрокардиограммы и вид аппроксимирующих его функций (f_1, f_2, f_3, f_4, f_5). Однако в работах [4, 5] отсутствует обоснование такого подхода к описанию ЭКГ сигнала, а также методики вычисления параметров полигауссовой модели комплекса QRS.

Приведём обоснование пригодности приведённой полигауссовой модели для описания нормальных $QRST$-комплексов электрокардиограмм. В теории формирования ЭКГ сигнала сердце представляется эквивалентным генератором векторной ЭДС. Из литературы по электрокардиографии (см., например, [6, 7]) известно, что вектор суммарной ЭДС сердца в течение фазы деполяризации, соответствующей формированию комплекса QRS, в проекции на плоскость образует векторную петлю (векторкардиограмму), напоминающую по форме контур сердца (рис. 2). Электрокардиограмма является проекциями этого вектора на соответствующие отведения (совокупность двух точек на теле человека, разность потенциалов которых является регистрируемым сигналом). Если задать проекции на ортогональные оси в виде линейной комбинации функций f_1 и f_2 для одной оси и функций f_2 и f_3 — для другой, то при правильных весовых коэффициентах восстановленная по этим проекциям векторная петля QRS имеет ту же форму, что и реальная электрокардиограмма:

$$x(t) = b_1 f_1(t) + b_2 f_2(t), \qquad y(t) = b_2 f_2(t) + b_3 f_3(t).$$

Из линейности преобразования поворота системы координат следует, что при повороте оси отведения на любой угол α (что соответствует переходу к другим отведениям) меняются только коэффициенты ряда (1) [1]:

$$x'(t) = x \cos\alpha + y \sin\alpha = a_1 f_1(t) + a_2 f_2(t) + a_3 f_3(t).$$

Отсюда следует справедливость разложения (1) для любых отведений, т. е. при переходе к другим отведениям базис не меняется.

Аналогичные рассуждения справедливы и для T-волны.

Ключевым моментом при аппроксимации является достаточно точное определение параметров (опорной точки t_0 и ширины σ) полигауссовой модели комплекса QRS, поскольку основная

[1] Для аппроксимации QRS-комплекса берём только первые три слагаемых ряда (1).

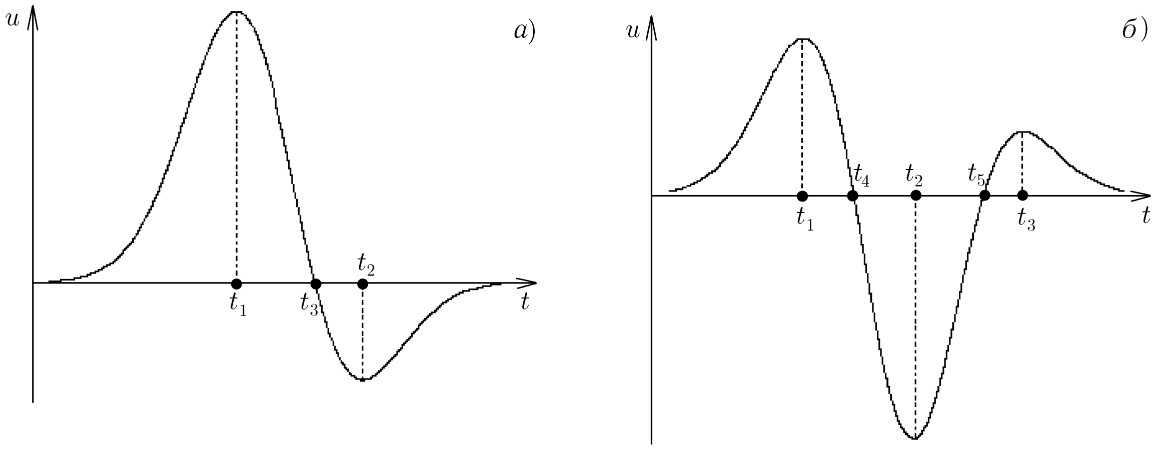

Рис. 3

часть энергии комплекса $QRST$ в большинстве случаев сосредоточена в интервале QRS. Для этого, как выяснилось на практике, временно́е разрешение дискретизованного ЭКГ сигнала должно составлять примерно 1,5 мс или меньше. Определим параметры комплекса QRS через координаты t_1, t_2, t_3 экстремумов и нулей аппроксимируемой функции в базисе (f_1, f_2) (рис. 3*а*) и t_1, t_2, t_3, t_4, t_5 в базисах (f_2, f_3) и (f_1, f_2, f_3) (рис. 3*б*).

Для аппроксимации в базисе (f_2, f_3) (рис. 3*а*) получаем следующие формулы:

$$t_0 = t_1 + t_2 - t_3, \qquad \sigma = \sqrt{-(t_1 - t_0)\,(t_2 - t_0)}\,.$$

Для аппроксимации в базисах (f_2, f_3) и (f_1, f_2, f_3) (рис. 3*б*) имеем

$$t_0 = t_1 + t_2 + t_3 - t_4 - t_5,$$

$$\sigma = \{[(t_4 - t_0)\,(t_5 - t_0) - (t_1 - t_0)\,(t_2 - t_0) - (t_2 - t_0)\,(t_3 - t_0) - (t_1 - t_0)\,(t_3 - t_0)]/2\}^{1/2}\,. \qquad (2)$$

В базисе (f_2, f_3) вместо (2) можно получить более простую формулу для вычисления ширины σ:

$$\sigma = \sqrt{-(t_4 - t_0)\,(t_5 - t_0)}\,.$$

На интервале T-волны ЭКГ сигнал более подвержен искажениям, и различия между нормальными и артефактными его формами менее выражены, поэтому применение той же методики для вычисления параметров T-волн, что и для QRS-комплексов, часто приводит к хорошему воспроизведению искажённых T-волн. Во избежание этого для аппроксимации T-волны используются фиксированные, привязанные к длине интервала T-волны параметры модели [4, 5]. При этом для аппроксимации используются базис (f_1, f_2), а параметры определяются исходя из длины интервала ST и распределения по нему энергии T-волны.

Итак, в самом общем случае QRS-комплекс в рамках гауссовой модели является линейной суперпозицией трёх функций: f_1, f_2 и f_3. Однако такие типы нормальных QRS-комплексов, для удовлетворительной аппроксимации которых необходимо применение базиса (f_1, f_2, f_3), встречаются сравнительно редко и не во всех отведениях одновременно, поэтому на практике достаточно работать с базисами (f_1, f_2) и (f_2, f_3). При этом аппроксимация проводится отдельно в каждом базисе, а для определения степени искажённости QRS-комплекса используются параметры качества аппроксимации в обоих этих базисах.

На практике можно ещё больше упростить задачу: вместо одновременного использования базисов (f_1, f_2) и (f_2, f_3) использовать только базис (f_1, f_2). В этом случае, как показали испытания, небольшая погрешность, связанная с отсутствием меньшего побочного пика (на рис. 3*б* это максимум с координатой t_3) в модели, не является критичной. Более того, выяснилось, что в большинстве случаев модель в базисе (f_1, f_2) не менее, а иногда даже более точно аппроксимирует QRS-комплексы с двумя побочными пиками, чем в базисе (f_2, f_3). Поэтому в предложенном алгоритме для аппроксимации QRS-комплексов используется только базис (f_1, f_2), что по результатам испытаний является вполне приемлемым. Испытания проводились с использованием нескольких банков ЭКГ сигналов, содержащих около 850 комплексов $QRST$.

В качестве критерия, определяющего степень искажённости комплекса $QRST$ помехами, используется отношение энергии сигнала ошибки $e(t)$ (см. (1)) к энергии сигнала аппроксимируемого $QRST$-комплекса $u(t)$:

$$q = \sum_n e^2(n)/u^2(n) = E_{\mathrm{err}_{QRST}}/E_{QRST}.$$

Здесь n — количество отсчётов в реализации. Если $q < 15$ %, то по данному параметру $QRST$-комплекс считается нормальным и не отбрасывается, а при $q > 15$ % — артефактом (сильно искажённым помехами) и не подвергается дальнейшему анализу.

Применение на практике метода полигауссовой аппроксимации совместно с некоторыми более простыми критериями позволило повысить качество распознавания артефактов примерно до 95÷98 %.

Как было указано выше, применение стационарных фильтров при обработке ЭКГ сигнала не повышает отношение сигнал/помеха на каждой фиксированной частоте. В литературе существуют описания новых методов обработки электрокардиограмм, использующих фильтрацию (см., например, [8, 9]), однако в [8] рассматривается фильтрация только низкочастотных компонент сигнала, а в [9] процедура фильтрации основана на усреднении по нескольким последовательным во времени комплексам, что даёт на выходе усреднённый, а не текущий информативный комплекс электрокардиограммы; этот алгоритм также не избавляет от помех, попадающих в основную часть спектра сигнала.

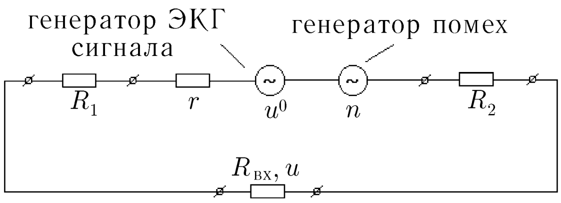

Рис. 4

Оценим возможности обработки ЭКГ сигнала с помощью адаптивной фильтрации, лишённой недостатков стационарной фильтрации. С этой целью вначале рассмотрим электрическую модель одного (любого) электрокардиографического отведения, приведённую на рис. 4.

Данная модель построена исходя из естественного предположения об аддитивном характере помехи, генерируемой различными мышцами тела. Это предположение следует из того, что источники полезного сигнала (сердце) и помех (скелетные мышцы, гальванический эффект, возникающий при контакте электродов с кожей и порождающий переменный ток при изменении во времени сопротивления контактов) являются независимыми, а среда — (человеческое тело) линейной [6, 10].

На рис. 4 $u^0(t)$ — ЭДС эквивалентного генератора ЭКГ сигнала, $n(t)$ — ЭДС эквивалентного генератора помех, $R_1(t)$ и $R_2(t)$ — сопротивления контактов электродов с кожей, r — внутреннее сопротивление тела (для данной задачи его можно считать постоянным), $R_{\text{вх}}$ — входное сопротивление электрокардиографа, $u(t)$ — напряжение сигнала на входе электрокардиографа:

$$u(t) = \frac{u^0(t) + n(t)}{1 + [R_1(t) + R_2(t) + r]/R_{\text{вх}}} = [u^0(t) + n(t)]\, m(t), \qquad 0 < m(t) < 1/(1 + r/R_{\text{вх}}).$$

Из этого выражения видно, что помеха в общем случае имеет аддитивно-мультипликативный характер и что мультипликативная часть помехи появляется исключительно из-за плохого (переменного во времени) контакта электродов с кожей. Однако мультипликативной составляющей помехи можно пренебречь, поскольку на практике значения $m(t)$ колеблются в очень небольших пределах благодаря высокому входному сопротивлению электрокардиографа ($R_{\text{вх}} \sim 1$ МОм).

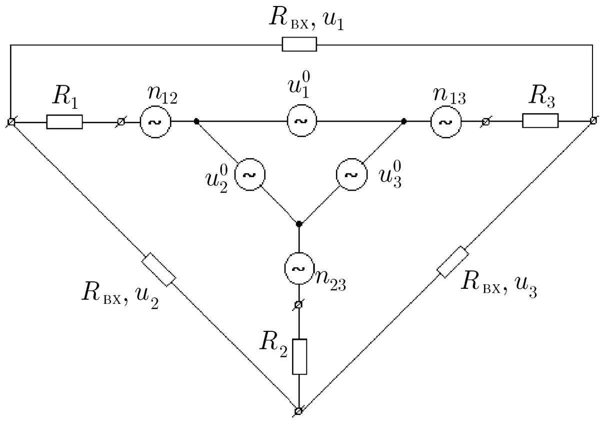

Рис. 5

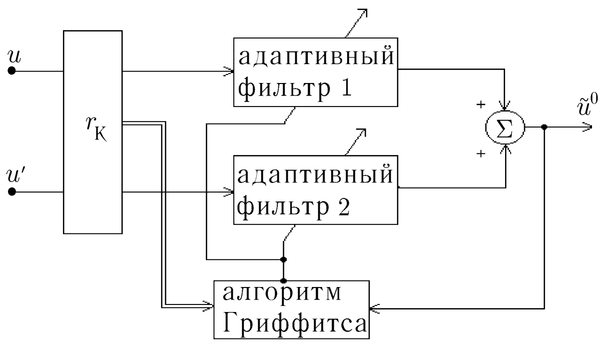

Рис. 6

Теперь рассмотрим систему трёх стандартных электрокардиографических отведений от конечностей [7], показанную на рис. 5. Для простоты в модели не учтено внутреннее сопротивление тела, что никак не влияет на результаты исследования.

В предположении малости переменной части мультипликативной составляющей помехи и с учётом общепринятой полярности осей отведений (см., например, [7]) сигналы всех трёх отведений имеют следующий вид:

$$u_1 = u_1^0 + n_{12} + n_{23}, \qquad u_2 = u_2^0 + n_{23} + n_{12},$$
$$u_3 = u_3^0 - n_{13} + n_{23}. \tag{3}$$

Здесь u_1 — сигнал I-го стандартного отведения (разность потенциалов между руками), u_2 — II-го стандартного отведения (между правой рукой и левой ногой), u_3 — III-го стандартного отведения (между левой рукой и левой ногой), n_{12} — помеха, создаваемая мышцами правой руки, n_{13} — левой руки, n_{23} — левой ноги, u_1^0, u_2^0, u_3^0 — «чистый» ЭКГ сигнал сердца в проекции на соответствующие отведения.

Из выражения (3) видно, что помехи в любой паре отведений сильно коррелированы; при этом чистые сигналы не являются ни одинаковыми, ни некоррелированными, что следует из соотношения $u_2^0 = u_1^0 + u_3^0$, вытекающего из второго закона Кирхгофа. Поэтому в данной системе отведений с помощью адаптивной обработки не удастся выделить ни какой-либо из сигналов, ни какую-либо из помех.

Попытаемся использовать пару специально подобранных в ходе данного исследования отведений, в которых чистые сигналы являются одинаковыми, а помехи некоррелированными. Такой парой являются параллельные отведения, одно из которых совпадает с III-м стандартным отведением холтеровской системы, когда осуществляется долговременная регистрация ЭКГ сигнала с помощью карманного электрокардиографа (левое предплечье—левый бок снизу), а второе является параллельным ему (правое предплечье—правый бок снизу). Экспериментальные измерения показали почти полную идентичность чистых (без помех) ЭКГ сигналов в таких отведениях и полную некоррелированность помех. Последнее является следствием того, что группы мышц, генерирующих помехи, в таких отведениях разные. Это обстоятельство позволяет применить для фильтрации ЭКГ сигнала структуру с адаптивными фильтрами, управляемыми алгоритмом Гриффитса, изображённую на рис. 6 и описанную в [11].

Данная структура является матричным адаптивным фильтром и состоит из двух идентичных трансверсальных адаптивных фильтров, управляемых алгоритмом Гриффитса. Этот алгоритм, в отличие от метода наименьших квадратов, вместо эталонного сигнала требует знания автокорреляционной функции r_{K} фильтруемого процесса. Оценку функции r_{K} при определённых условиях можно получать и в режиме реального времени, отслеживая, таким образом, её изменение. На выходе схемы формируется оценка чистого ЭКГ сигнала по критерию минимума среднеквадратичной ошибки.

Выбор такой структуры обусловлен, во-первых, тем, что алгоритм Гриффитса в данном случае позволяет сразу получить на выходе оценку чистого ЭКГ сигнала, в то время как с помощью классической схемы адаптивного подавителя помех (см., например, [12]) придётся сначала выделять помехи в обоих отведениях, а затем вычитать их из сигналов отведений для получения чистого сигнала, а во-вторых — её большей (примерно в 2 раза, см. [11]) эффективностью по сравнению с классической схемой адаптивного подавителя.

Запишем модели сигналов параллельных отведений:

$$u(t) = u^0(t) + n(t), \qquad u'(t) = u^0(t) + n'(t),$$

где $u^0(t)$ — чистый ЭКГ сигнал, $n(t)$ и $n'(t)$ — аддитивные помехи, причём $u^0(t)$, $n(t)$ и $n'(t)$ не коррелированы между собой. Коррелированность сигнала и некоррелированность помех в этих отведениях, а также отсутствие корреляции между чистым сигналом и помехами (что вытекает из независимости их источников) позволяет получить оценку корреляционной функции выделяемого сигнала $u^0(t)$, например, в следующем виде:

$$r_k = \frac{1}{2N} \sum_{j=1}^{N} [u(t_j)u'(t_{j+k}) + u(t_{j+k})u'(t_j)],$$

где $k = 0, 1, 2, \ldots, K$, K определяется полосой частот помехи. Данная формула, строго говоря, даёт оценку отсчётов чётной части взаимокорреляционной функции $u(t)$ и $u'(t)$, но при отсутствии корреляции между $u^0(t)$, $n(t)$ и $n'(t)$ эта оценка совпадает с оценкой отсчётов автокорреляционной функции $u^0(t)$.

Таким образом, мы получаем возможность выделения чистого ЭКГ сигнала в III-м стандартном отведении системы исследования электрокардиограммы.

Испытания данного метода проводились как на модельной электрокардиограмме, полученной с помощью полигауссовой модели с добавлением аддитивных помех, так и на реальном ЭКГ сигнале.

На рис. 7 приведена модель чистого ЭКГ сигнала. На рис. 8 представлен пример фильтрации модельного сигнала. Рис. 8*a* соответствует сигналу одного из параллельных отведений с аддитивными помехами в диапазонах частот 5÷10 и 35÷55 Гц при отношении сигнал/помеха 8,4 дБ.

Рис. 7

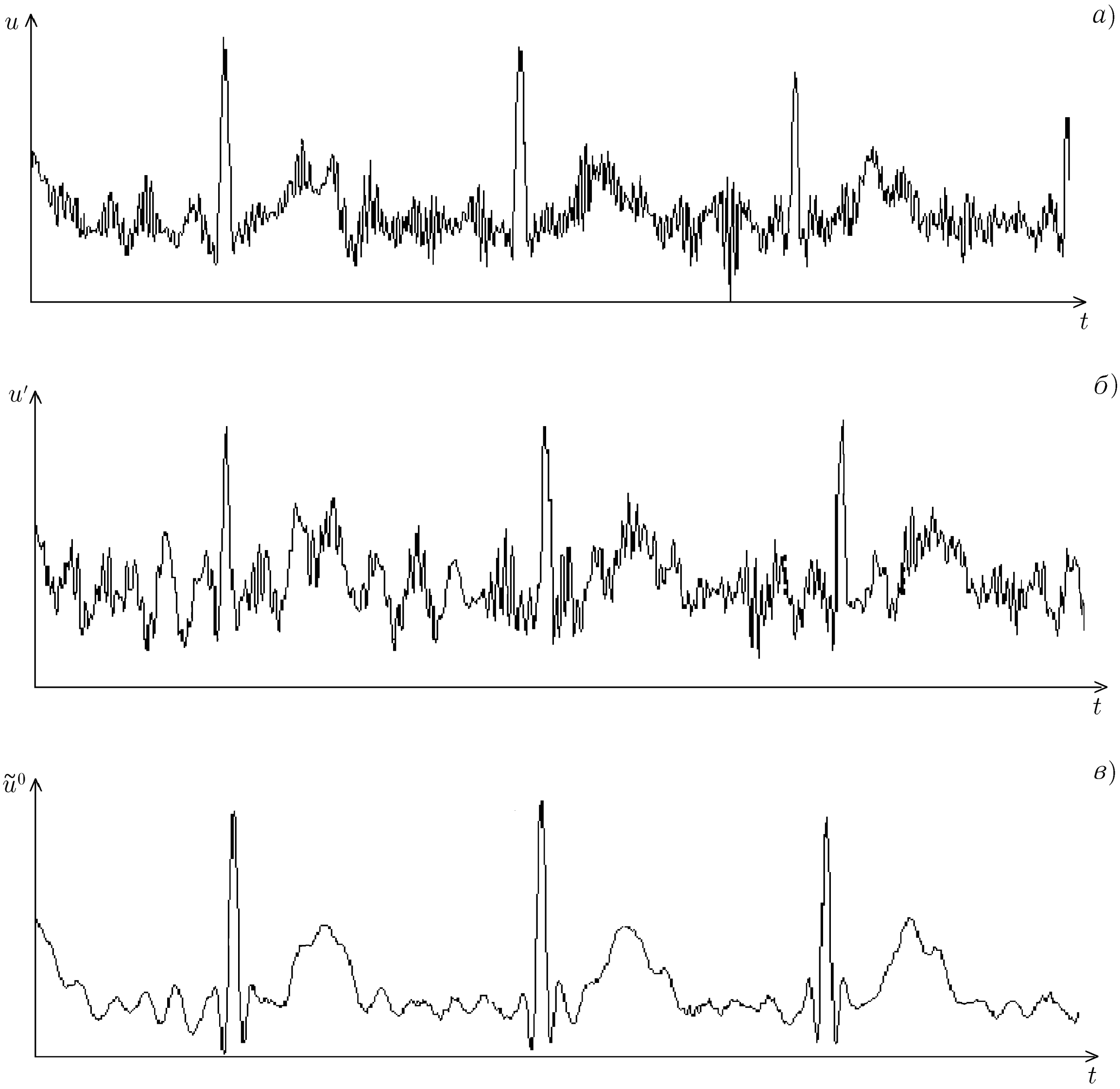

Рис. 8

График на рис. 8*б* соответствует сигналу другого параллельного отведения с аддитивными помехами в диапазонах частот 7÷11 и 30÷50 Гц, причём мощность помехи в диапазоне 7÷11 Гц в 2,25 раза больше мощности помехи в диапазоне 5÷10 Гц первого отведения, а мощности помех в диапазонах 30÷50 и 35÷55 Гц одинаковы; отношение сигнал/помеха составляет 7,4 дБ. Ширина спектра чистого ЭКГ сигнала приблизительно равна 40 Гц. Оба трансверсальных фильтра имели 109 коэффициентов, параметр скорости адаптации $\mu = 0{,}0003$ при максимально допустимом его значении 0,005. На рис. 8*в* представлен результат фильтрации сигналов, изображённых на рис. 8*а* и *б*, по описанному выше адаптивному алгоритму. Выходное отношение сигнал/помеха составило 15,7 дБ, средний выигрыш при обработке составляет 7,8 дБ.

На рис. 9*а*, *б* приведены реальные экспериментальные электрокардиограммы двух описанных выше параллельных отведений. Помехи в этих отведениях вызывались напряжением грудных мышц и мышц живота. Рис. 9*в* соответствует сигналу, очищенному с помощью описанного выше алгоритма.

Из анализа рис. 8*а*–*в* и 9*а*–*в* видно, что метод адаптивной фильтрации даёт неплохие резуль-

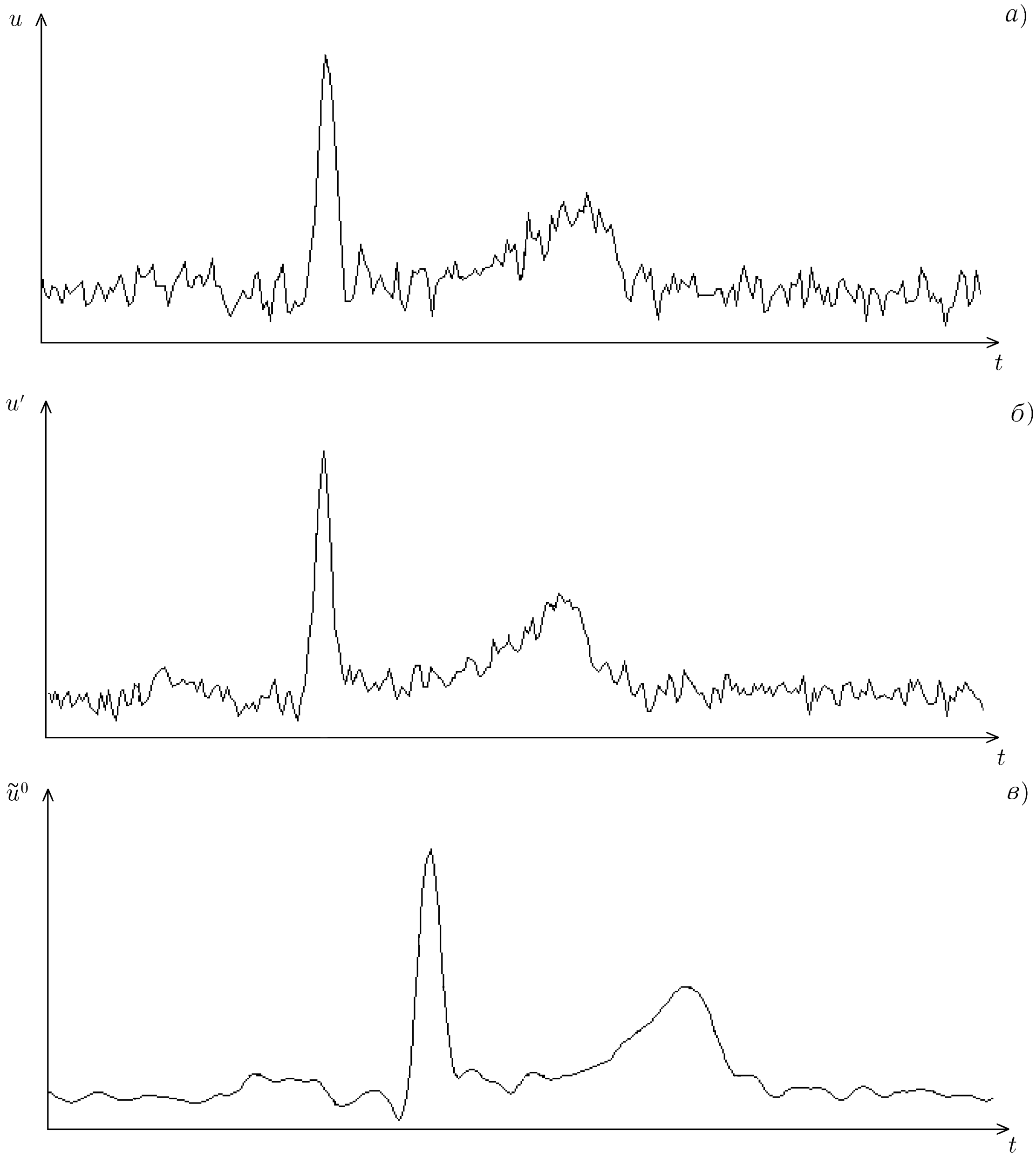

Рис. 9

таты, сохраняя с хорошей точностью форму и величину всех элементов неискажённой помехами электрокардиограммы. Представленные результаты свидетельствуют о возможности и перспективности применения адаптивной фильтрации для выделения чистого ЭКГ сигнала на фоне помех, спектр которых перекрывается со спектром сигнала. Однако для выяснения возможности практического применения данного метода требуется более точная оценка характера и степени искажений, вносимых в сигнал самим процессом адаптации (имеется в виду погрешность адаптации за счёт случайной компоненты оценки градиента при использовании градиентных алгоритмов адаптации и за счёт запаздывания [13]).

Следует ожидать, что последовательное применение адаптивной фильтрации и распознавания артефактов позволит наиболее полно решить проблему борьбы с помехами в электрокардиографии.

ВЫВОДЫ

1. Неискажённый ЭКГ сигнал может с хорошей точностью аппроксимироваться линейной комбинацией гауссовых функций и их производных.

2. Параметры функции, аппроксимирующей ЭКГ сигнал, могут быть определены через координаты экстремумов и нулей аппроксимируемого сигнала.

3. Применение метода полигауссовой аппроксимации ЭКГ сигнала в совокупности с некоторыми простыми критериями позволяет повысить качество распознавания артефактов до 95÷98 %.

4. Использование матричного адаптивного фильтра, работающего по алгоритму Гриффитса, позволяет увеличить отношение сигнал/помеха при обработке ЭКГ сигнала более чем на 7 дБ.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Борисов Ю. Б. Математическое моделирование радиосистем. М: Сов. радио, 1976. 295 с.
2. Чабдаров Ш. М., Сафиуллин И. З., Феоктистов А. Ю. Основы статистической теории радиосвязи. Полигауссовы модели и методы. Казань: Изд-во КАИ, 1983. 86 с.
3. Дороднов А. А., Чабдаров Ш. М. // Радиотехника. 1975. Т. 30, № 7. С. 1.
4. Hulting J., Blomqvist P., Nygards M.-E. // Acta Med. Scand. 1977. No. 201. P. 440.
5. Nygards M.-E., Hulting J. // Computers and Biomedical Research. 1979. No. 12. P. 185.
6. Кубергер М. Б. Руководство по клинической электрокардиографии детского возраста. Л.: Медицина, 1983. 25 с.
7. Дехтярь Г. Я. Электрокардиографическая диагностика. М.: Медицина, 1972, 416 с.
8. Shusterman V., Shah S. I., Beigel A., Anderson K. P. // Computers and Biomedical Research. 2000. V. 33. P. 144.
9. Kaiser W., Findeis M. // International Journal of Bioelectromagnetism. 2000. V. 2, No. 1 (www.ijbem.org/volume2/number1/art10.htm)
10. Моделирование и автоматический анализ электрокардиограмм. М.: Наука, 1973.
11. Карташевский В. Г. Обработка пространственно-временных сигналов в каналах с памятью. М.: Радио и связь, 2000.
12. Уидроу Б., Стирнз С. Адаптивная обработка сигналов. М.: Радио и связь, 1989.
13. Уидроу Б., Маккул Дж. М., Ларимор М. Г., Джонсон С. Р. // ТИИЭР. 1976. Т. 64, № 8, С. 37.

Нижегородский госуниверситет им. Н. И. Лобачевского,
г. Нижний Новгород, Россия

Поступила в редакцию
29 октября 2003 г.

POLYGAUSSIAN APPROXIMATION AND ADAPTIVE PROCESSING OF ELECTROCARDIOGRAPHIC SIGNAL AGAINST INTERFERENCE BACKGROUND

D. N. Ivlev and I. Ya. Orlov

We present the results of a study and substantiation of the method of polygaussian approximation of an electrocardiographic (ECG) signal against interference background during the computer analysis of this signal. It is proposed to use adaptive processing of ECG signals, which allows one to increase the signal-to-interference ratio by over 7 dB.