### МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Известия высших учебных заведений

### РАДИОФИЗИКА

#### ежемесячный научно-технический журнал

Издаётся с апреля 1958 г.

Том XLVII № 5-6	Нижний Новгород	2004
	Содержание	
Трубецков Д.И., Коронов лённых электронно-волнов	ский А.А., Храмов А.Е. Синхронизация ра ых автоколебательных систем с обратной волно	аспреде- й343
Короновский А.А., Трубен пределённой нелинейной а электромагнитная волна	цков Д. И., Храмов А. Е. Переходные процесс ктивной среде винтовой электронный пучок – вс	ы в рас- тречная 373
Кузнецов С. П., Трубецков	з Д.И. Хаос и гиперхаос в лампе обратной волн	ны 383
Кузнецов А. П., Кузнецов ( Волновая теория ЛБВ вбл	С. П., Рожнев А. Г., Блохина Е. В., Булгакон изи границы полосы пропускания	ва <b>Л. В.</b> 
Блиох Ю.П. Физика пасотр	юна	
Ерухимова М. А., Токман М ской генерации циклотрон	М.Д. Численное моделирование процесса парам ного излучения в реактивной среде	летриче- 430
Запевалов В. Е., Богдашов Моисеев М. А., Чирков ного гиротрона в диапазон	з А. А., Денисов Г. Г., Куфтин А. Н., Лыги А. В. Разработка прототипа многочастотного м не 105÷156 ГГц	ан В. К., анаватт- 
Зайцев Н. И., Иляков Е. В Нечаев В. Е. Формирова вых электронных пучков д	., Кулагин И.С., Лыгин В.К., Мануило ние и диагностика интенсивных релятивистских для гиротронов	ов В. Н., х винто- 453
Касьяненко Д.В., Лукша ( кочастотные паразитные и тронном пучке гиротрона.	О.И., Пиосчик Б., Соминский Г.Г., Тумм М колебания пространственного заряда в винтово	И. Низ- ом элек- 
Архипов А. В., Ковалёв В Энгелько В. И. Исследо большого сечения	. Г., Мишин М. В., Мюллер Г., Соминск звание интенсивных импульсных электронных	<b>ий Г. Г.,</b> пучков 
Силин Р. А., Чепурных И. ного магнетрона	П. Анализ характеристик анодного блока мало	габарит- 480
Жбанов А.И., Синицын Н основе углеродных нанотр	. И., Торгашов Г. В. Устройства наноэлектро убок	ники на 487
Исправления к статье А.П.Н «Поляризационные характ ионосфера» (Изв. вузов. Р	Іиколаенко, Л.М.Рабинович, А.В.Швец, А.Ю.І еристики низкочастотных резонансов в полости Радиофизика. 2004. Т.47, №4. С. 267–291)	Цекотов Земля— 508

,

### СИНХРОНИЗАЦИЯ РАСПРЕДЕЛЁННЫХ ЭЛЕКТРОННО-ВОЛНОВЫХ АВТОКОЛЕБАТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ С ОБРАТНОЙ ВОЛНОЙ

Д. И. Трубецков, А. А. Короновский, А. Е. Храмов

Представлены результаты исследования явления синхронизации в распределённых электронноволновых автоколебательных средах со встречной (обратной) волной. Выявлены общие закономерности возникновения классической синхронизации в распределённых системах. Предложены методы увеличения ширины полосы синхронизации путём использования распределённого ввода сигнала в пространство взаимодействия с помощью связанных линий передачи. Изучены переходные процессы в неавтономных режимах автоколебаний, в частности, обнаружен эффект сверхбыстрого установления режима синхронизации. Показана возможность установления режимов хаотической синхронизации в гирогенераторе со встречной волной при воздействии на подобную систему детерминированного хаотического сигнала. Исследованы совместные режимы колебаний в системе двух распределённых генераторов со связанными волноведущими системами.

#### ВВЕДЕНИЕ

Автоколебательная система, на которую воздействует внешний сигнал, может принципиально по-разному вести себя в зависимости от амплитуды и частоты этого сигнала. Наиболее фундаментальное явление, наблюдаемое в этом случае, — синхронизация автоколебаний.

Большинство проведённых исследований явления синхронизации автоколебаний, как правило, касаются простейших моделей с малым числом степеней свободы, представляющих собой либо разностные уравнения (отображения), либо обыкновенные дифференциальные уравнения, либо цепочки или решётки связанных отображений и дифференциальных уравнений. Работ, посвящённых исследованию явления синхронизации в моделях распределённых автоколебательных систем, описываемых уравнениями в частных производных, существенно меньше.

Данная работа посвящена обсуждению результатов исследования неавтономных автоколебаний и явления классической и хаотической синхронизации в такой эталонной для теории волновых процессов и сверхвысокочастотной электроники системе как взаимодействующие электронный поток и встречная (обратная) электромагнитная волна. Автономная динамика подобных электронно-волновых систем в настоящее время хорошо изучена, выявлены некоторые общие закономерности и конкретные особенности нелинейных процессов в них (см., например, [1–3]). Поэтому неравновесные активные системы, в которых имеет место взаимодействие электроновосцилляторов со встречными электромагнитными волнами, являются весьма удобным объектом для исследования явления синхронизации в распределённых автоколебательных системах.

Исследование влияния внешних сигналов на автоколебательные системы CBЧ электроники представляется весьма важным, т. к. позволяет решить целый ряд прикладных задач, среди которых стабилизация частоты и фазы BЧ излучения мощных генераторов, возможность получения близкой к одночастотной генерации или, наоборот, установление режимов шумовой генерации, фазировка мощных генераторов для повышения выходной мощности путём сложения излучения (фазированные антенные решётки на сверхмощных CBЧ генераторах (см., например, [4–8])), в ряде случаев — повышение к. п. д. и мощности выходного излучения [9–12] неавтономных CBЧ систем.

В частности, изучение процессов синхронизации и неавтономной динамики в неравновесных системах типа винтовой электронный пучок—электромагнитная волна является важным для мазеров на циклотронном резонансе (МЦР) со встречной или обратной волной, которые являются

одними из перспективных устройств средней и большой мощности в миллиметровом диапазоне длин волн [13–20]. В настоящее время большой интерес вызывает управление характеристиками генерируемого излучения в МЦР с помощью внешнего управляющего сигнала [17, 21, 22]. Не менее важным представляется исследование влияния внешних сигналов на релятивистскую лампу обратной волны О-типа (РЛОВО), которая является одним из наиболее перспективных генераторов СВЧ излучения гигаваттного уровня мощности. Воздействие на РЛОВО внешнего сигнала позволит управлять частотными характеристиками генерации импульсов мощного СВЧ излучения.

Таким образом, в данной работе изложены результаты, представляющие особый интерес для исследователей как с фундаментальной, так и практической точки зрения.

Структура работы следующая. В первом разделе статьи даётся краткий обзор ранних исследований синхронизации в различных системах сверхвысокочастотной электроники. В разделе 2 с единых позиций формулируются изучаемые модели электронно-волновых систем с распределённым взаимодействием: гиролампы со встречной волной, ЛОВ О-типа, ЛОВ с поперечным полем. В разделе 3 рассматривается неавтономная динамика, включая режимы синхронизации, распределённой активной среды винтовой пучок—встречная электромагнитная волна (гиро-ЛВВ). В нём также изучается длительность установления режима синхронизации колебаний в гиро-ЛВВ. Особенности синхронизации автоколебаний в ЛОВ О-типа и в ЛОВ с поперечным полем обсуждаются в разделе 4. Раздел 5 посвящён обсуждению возможности расширения полосы синхронизации гирогенератора со встречной волной путём применения распределённого ввода внешнего сигнала с использованием связанных волноведущих структур. Влияние внешнего хаотического сигнала на генерацию гиро-ЛВВ, а также возможность установления режимов хаотической синхронизации в распределённой активной среде исследуются в разделе 6. В последнем, седьмом разделе изучается взаимная синхронизация двух гиро-ЛВВ со связанными волноведущими системами.

#### 1. РАННИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ СИНХРОНИЗАЦИИ РАСПРЕДЕЛЁННЫХ СИСТЕМ СВЕРХВЫСОКОЧАСТОТНОЙ ЭЛЕКТРОНИКИ

Как уже обсуждалось во введении, неавтономная работа СВЧ генераторов с распределённым взаимодействием до настоящего времени была изучена недостаточно подробно. Имеется незначительное число исследований, относящихся к 60–70-м годам XX века, среди которых следует отметить работы М. С. Неймана [23], В. И. Канавеца [9], Г. Н. Рапопорта [10], В. А. Солнцева [12], Б. Е. Железовского и Э. В. Кальянова [11].

Из этих работ можно сделать вывод, что отсутствие резонансных электродинамических систем в генераторах с распределённым взаимодействием позволяет добиться некоторых преимуществ по сравнению с другими СВЧ приборами в неавтономных режимах колебаний. Во-первых, отсутствие добротной колебательной системы позволяет осуществить внешнее воздействие при больши́х расстройках и получить широкие области синхронизации. Во-вторых, отсутствие накопления энергии внешнего СВЧ сигнала в резонансной системе, с определённым временем достижения порогового уровня и стабилизацией автоколебаний виртуального катода. Использование подобного «быстрого» воздействия на систему играет важную роль при управлении СВЧ генератором с помощью внешнего сигнала, что обсуждается подробнее в последующих разделах обзора. Можно показать, что время реакции  $\chi$  на внешний сигнал генератора, связанного с резонансным контуром, определяется отношением уровня управляющего сигнала  $P_{\rm ext}$  к уровню основного сигнала  $P_0$ :

$$\chi \approx \frac{Q}{4\pi f} \sqrt{\frac{P_0}{P_{\text{ext}}}} , \qquad (1)$$

Д. И. Трубецков, А. А. Короновский, А. Е. Храмов

где Q — нагруженная добротность, f — рабочая частота. Поэтому возможность управления частотой и фазой мощных СВЧ систем, генерирующих импульсы ультракороткой длительности  $(1 \div 10 \,\mathrm{nc})$ , связана главным образом с уменьшением добротности электродинамической структуры и её работой в режимах бегущей волны, когда существует возможность существенно уменьшить величину  $\chi$ .

Обсуждая вопросы синхронизации в сверхвысокочастотной электронике, нельзя не отметить, что наряду с исследованием синхронных режимов генераторов с длительным взаимодействием О-типа активно велось изучение синхронизации внешними СВЧ сигналами генераторов М-типа. Фазирование в магнетронных генераторах применяется главным образом для стабилизации их частоты, фазовой и амплитудной модуляции. Кроме того, параллельное включение магнетронов используется для увеличения мощности полезного выходного СВЧ сигнала. Наиболее подробно и систематично рассмотрение вопросов совместных колебаний магнетронных генераторов изложено в работе [24].

Отметим также, что в электронике больших мощностей в настоящее время значительное внимание уделяется проблеме взаимной синхронизации генераторов на виртуальном катоде. Это определяется тем, что дальнейшее повышение уровня выходной мощности устройств релятивистской СВЧ электроники лежит на пути создания фазированных антенных решёток, в которых в качестве модулей будут выступать сверхмощные генераторы. В качестве таких элементарных модулей предполагается использование генераторов на виртуальном катоде (см., например, [6–8, 25]). В этом направлении было проведено большое количество экспериментальных исследований [8, 26–28], однако теоретических работ, посвящённых анализу неавтономной динамики электронного потока с виртуальным катодом, существенно меньше.

Всё вышесказанное подтверждает существенную необходимость теоретического исследования явления синхронизации и особенностей неавтономной динамики распределённых автоколебательных систем СВЧ электроники.

#### 2. ИЗУЧАЕМЫЕ МОДЕЛИ

Все электронно-волновые системы с распределённым взаимодействием электронов-осцилляторов со встречной (обратной) электромагнитной волной вдали от границы полосы пропускания электродинамической системы могут быть описаны единой достаточно общей математической моделью, которая включает в себя линейное уравнение возбуждения встречной волны в волноведущей системе током электронного пучка и нелинейные в общем случае уравнения, описывающие процессы в электронном пучке (активной среде) под действием ВЧ поля.

Уравнение возбуждения волноведущей структуры электронной волной записывается одинаково для всех систем со встречной (обратной) волной в виде

$$\frac{\partial F}{\partial \tau} - \frac{\partial F}{\partial \xi} = -AI,\tag{2}$$

где предполагается, что дисперсионное уравнение вблизи частоты «холодного» синхронизма  $\hat{\omega}$  электронов-осцилляторов с волной в линии передачи можно линеаризовать и представить в виде

$$\omega \approx \hat{\omega} + \left(\frac{\mathrm{d}\omega}{\mathrm{d}\beta_0}\right)_{\omega=\hat{\omega}} \left[\beta_0(\omega) - \beta_0(\hat{\omega})\right]. \tag{3}$$

Здесь  $(d\omega/d\beta_0)_{\omega=\hat{\omega}} = v_g(\hat{\omega})$  — групповая скорость волны на частоте синхронизма  $\hat{\omega}$ , параметр A представляет собой безразмерную длину пространства взаимодействия системы,  $F = F(\xi, \tau)$  —

медленно меняющаяся комплексная безразмерная амплитуда поля в сечении пучка (E(z,t) == Re  $\{F(\xi,\tau)E_0 \exp[j(\hat{\omega}t + \beta_0 z)]\}), I = I(\xi,\tau)$  — медленно меняющаяся амплитуда сгруппированного тока пучка,  $\xi = \beta_0(\hat{\omega})\varepsilon z$  — безразмерная продольная координата,  $\tau = \hat{\omega}\varepsilon (t - z/v_0) (1 +$  $+ v_0/|v_g|)^{-1}$  — безразмерное время в движущейся с продольной скоростью электронного пучка  $v_0$  системе координат,  $\varepsilon$  — параметр взаимодействия, имеющий различный вид для различных систем со встречной (обратной) волной [1, 3].

Для описания динамики активной среды (электронного потока) в каждом из возможных устройств со встречной (обратной) волной используются свои уравнения. В данной работе рассматриваются некоторые из подобных систем, для которых ниже сформулированы соответствующие уравнения для сгруппированного ВЧ тока *I*.

1. Гирогенератор со встречной волной (гиро-ЛВВ):

$$\frac{\mathrm{d}\beta}{\mathrm{d}\xi} - j\mu \left(1 - |\beta|^2\right)\beta = AF, \qquad I = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \beta \,\mathrm{d}\theta_0, \tag{4}$$
$$\beta(\xi = 0) = \exp(j\theta_0), \qquad \theta_0 \in [0, 2\pi],$$

где  $\beta$  — комплексный радиус траекторий электронов винтового пучка,  $\mu = v/(2\varepsilon c)$  — параметр неизохронности, характеризующий меру инерционности системы,  $\varepsilon$  — параметр взаимодействия, который для гиро-ЛВВ имеет вид [29]:

$$\varepsilon = \sqrt{I_0 K / (4V_0) \left(1 + v_{\perp 0}^2 / v_{||}^2\right)} \ll 1.$$

Здесь K — коэффициент взаимодействия электронного пучка со встречной электромагнитной волной,  $v_{\perp 0}$  — начальная поперечная скорость электронов,  $I_0$  и  $V_0$  — постоянные составляющие тока и ускоряющего напряжения электронного пучка.

2. Лампа обратной волны О-типа (ЛОВО):

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial \xi^2} = -A^2 \operatorname{Re} \left[ F \exp(j\theta) \right], \qquad I = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \exp(-j\theta) \,\mathrm{d}\theta_0, \tag{5}$$
$$\theta(\xi = 0) = \theta_0, \qquad \theta_0 \in [0, 2\pi], \qquad \frac{\partial \theta}{\partial \xi} \,(\xi = 0) = 0,$$

где  $\theta$  — фаза электрона в поле волны,  $A = 2\pi CN$  — параметр, имеющий смысл безразмерной длины пространства взаимодействия (увеличение параметра A может рассматриваться как рост тока электронного пучка), C — параметр усиления Пирса, N — электрическая длина лампы.

3. Среда с кубичной фазовой нелинейностью (ЛОВ с поперечным полем):

$$\frac{\partial I}{\partial \xi} + j |I|^2 I = -AF, \qquad I(\xi = 0) = 0.$$
(6)

Это уравнение содержит единственную кубичную нелинейную функцию, описывающую в данном случае изменение фазы волны за счёт изменения продольной скорости электронов. Последняя уменьшается при передаче кинетической энергии продольного движения электронов встречной электромагнитной волне.

Простота электронно-волновой системы (2) и (6) с фазовой нелинейностью обусловлена тем, что все траектории электронов в ней можно считать идентичными в отличие от ЛОВ О-типа

Д. И. Трубецков, А. А. Короновский, А. Е. Храмов

и гиро-ЛВВ, в которых имеет место инерционный механизм фазировки электронов. Именно идентичность всех траекторий электронов в пространстве взаимодействия позволяет достаточно просто описать динамику электронной волны.

Внешнее воздействие в системах со встречной (обратной) волной, если не оговаривается особо, подаётся на коллекторный конец системы со встречной волной:

$$F(\xi = 1) = F_{\text{ext}}(\tau),\tag{7}$$

и в простейшем случае представляет собой гармонический сигнал  $F_{\text{ext}}(\tau) = F_0 \exp(j\Omega\tau)$ , который характеризуется своей частотой  $\Omega$  и амплитудой  $F_0$ . Отметим, что частота  $\Omega$  отсчитывается от частоты «холодного» синхронизма между электронной и электромагнитной волнами.

#### 3. НЕАВТОНОМНАЯ ДИНАМИКА АКТИВНОЙ СРЕДЫ ВИНТОВОЙ ЭЛЕКТРОННЫЙ ПУЧОК—ВСТРЕЧНАЯ ВОЛНА

# 3.1. Неавтономные режимы колебаний в гиро-ЛВВ при воздействии внешнего гармонического сигнала

Обратимся к изучению синхронизации автоколебаний в гиро-ЛВВ [30–34] путём численного интегрирования нелинейной нестационарной системы уравнений (2) и (4), описывающих взаимодействие винтового пучка со встречной электромагнитной волной. Рассмотрим влияние внешнего гармонического сигнала (7) на режимы стационарной генерации. Безразмерная длина системы полагалась равной A = 3, параметр неизохронности  $\mu = 2$  (малая фазовая нелинейность, определяющая изменение фаз компонент ВЧ волны тока).

На рис. 1 представлено разбиение плоскости параметров (амплитуды  $F_0$  и нормированной частоты  $\Omega/\omega_0$  внешнего воздействия, где  $\omega_0$  — частота ВЧ генерации в стационарном автономном режиме) на области, соответствующие характерным режимам пространственно-временны́х колебаний в гиро-ЛВВ при стационарной генерации.

При близости частоты внешнего воздействия  $\Omega$  к собственной частоте  $\omega_0$  стационарной генерации автономной системы в генераторе имеет место режим синхронизации, когда частота выходного сигнала  $\omega$  определяется частотой  $\Omega$  внешнего воздействия, а амплитуда выходного поля после окончания переходного процесса устанавливается постоянной:  $F(\xi = 0, \tau) = \text{const. Син-}$ 



хронизация колебаний наблюдается при сколь угодно малой амплитуде  $F_0$  внешнего сигнала, а область синхронизации симметрично расширяется при отстройке частоты  $\Omega$  от  $\omega_0$  с увеличением  $F_0$ . При выходе из области синхронизации с изменением параметров внешнего сигнала, как видно из рис. 1, имеет место сложная картина перестройки колебательных режимов генератора.

При пересечении границы области синхронизации на карте режимов (см. рис. 1; [32]) система переходит в режим биений, который характеризуется тем, что амплитуда выходного сигнала генератора  $|F(\xi = 0, \tau)|$  начинает зависеть от времени. При этом возникают режимы как периодической, так и хаотической модуляции. В последнем случае амплитуда ВЧ поля ведёт себя

нерегулярно, демонстрируя колебания со сплошным спектром. На карте режимов области периодической модуляции амплитуды выходного сигнала обозначены символами  $T_i$ , где индекс i соответствует периоду модуляции, области хаотической модуляции — символом С.

Из рис. 1 видно, что режимы периодической автомодуляции с единственной базовой частотой  $f_A = 1/T_A$ , где  $T_A$  — период модуляции, возникают при небольших амплитудах внешнего воздействия  $F_0$ . С ростом  $F_0$  при определённых частотах  $\Omega$  внешнего воздействия наблюдается явление удвоения периода модуляции выходного поля (области  $T_2$  и  $T_4$  на карте режимов). При больши́х амплитудах внешнего воздействия на карте режимов наблюдается несколько областей хаотической автомодуляции. Переход к ним происходит из режимов периодической автомодуляции после одного или двух удвоений периода модуляции  $T_A$ . При больши́х  $F_0$  переход к режимам хаотической модуляции выходного ВЧ поля происходит жёстким образом на границе области синхронизации (см. рис. 1).

Модуляция амплитуды поля гиро-ЛВВ, возникающая при выходе из области синхронизации, является более сложным явлением, чем биения, которые наблюдаются при выходе из режимов синхронизации конечномерных автоколебательных систем резонансного типа (см., например, [35, 36]). Это определяется, в первую очередь, следующим явлением. Область захвата частоты ВЧ сигнала, в которой имеет место равенство базовой характерной частоты генерации частоте внешнего управляющего сигнала, существенно больше, чем область синхронизации, под которой понимается режим стационарной генерации, отмеченный на карте режимов (рис. 1) как область синхронизации. При больши́х частотах внешнего воздействия граница области захвата частоты ВЧ генерации совпадает с границей области модуляции выходного сигнала (и, соответственно, области синхронизации), а со стороны меньших частот (слева на рис. 1) частота внешнего воздействия, при которой имеет место захват частоты, лежит существенно левее границы области стационарной генерации. Граница области захвата частоты при меньших частотах нанесена на рис. 1 штриховой линией (линия 1).

Будем называть колебательный режим, в котором ВЧ автоколебания в распределённой системе происходят на частоте внешнего управляющего сигнала, но при этом возможны низкочастотные модуляционные колебания амплитуды поля, режимом квазисинхронизации. В этом режиме генерация СВЧ излучения имеет место на частоте  $\omega_0 \approx \Omega$ , а амплитуда выходного поля |F| может медленно меняться во времени с временны́м масштабом порядка  $T_A$ .

Для иллюстрации явления квазисинхронизации на рис. 2 представлены спектры мощности выходного излучения, полученные при одинаковой расстройке частот входного сигнала и автономной генерации  $\Omega/\omega_0 = 0.6$  и увеличивающейся амплитуде внешнего поля. Частоты в спектрах мощности на рис. 2 нормированы на частоту  $\Omega$  внешнего воздействия (вертикальная штриховая линия обозначает частоту  $\Omega$ ).

Спектр мощности на рис. 2a, построенный при  $F_0 = 0,15$ , соответствует режиму асинхронных колебаний с модуляцией амплитуды поля. Базовая частота  $\omega_b$  в спектре отличается от частоты внешнего воздействия (штриховая линия в спектре), одновременно в спектре наблюдаются модуляционные спектральные компоненты на частотах  $\omega_b \pm \omega_A$ ,  $\omega_b \pm 2\omega_A$  и  $\omega_b \pm 3\omega_A$ . Появление высших гармоник частоты модуляции свидетельствует о сложной форме модуляционных колебаний ВЧ поля.

С ростом амплитуды внешнего поля наблюдается усложнение формы колебаний (см. карту режимов на рис. 1) — возникают режимы сложно-периодической и хаотической модуляции амплитуды выходного поля. На рис. 26 представлен спектр мощности ВЧ поля, построенный при большей амплитуде внешнего сигнала ( $F_0 = 0.55$ ). Из рисунка следует, что спектр мощности выходного ВЧ поля гиро-ЛВВ сплошной (что соответствует режиму хаотической генерации), шумовой пьедестал в нём сильно изрезанный, на фоне пьедестала наблюдается чётко



выраженная базовая частота  $\omega_{\rm b}$  ВЧ генерации. Наиболее важно то, что базовая частота генерации равна частоте внешнего воздействия:  $\Omega = \omega_{\rm b}$ . Спектр мощности, приведённый на рис. 26, соответствует режиму квазисинхронизации автоколебаний в распределённой среде и является наглядной иллюстрацией характерного спектрального состава излучения системы в режиме захвата частоты генерации и низкочастотной модуляции амплитуды выходного сигнала. Спектр мощности на рис. 26 ( $F_0 = 0.65$ ) соответствует режиму стационарной генерации на частоте внешнего воздействия — синхронизации колебаний. Из рисунка видно, что в спектре мощности наблюдается единственная спектральная компонента, соответствующая частоте внешнего воздействия ( $\omega_{\rm b} = \Omega$ ), т.е. в системе имеет место одночастотная генерация.

Таким образом, изменяя частоту внешнего сравнительно маломощного сигнала, возможно перестраивать частоту мощного выходного излучения системы в пределах ширины полосы квазисинхронизации.

Область квазисинхронизации исследуемой неавтономной системы соответствует области на карте режимов (см. рис. 1) между линией 1 и правой границей клюва синхронизации. Заметим, что линия 1 и граница области синхронизации не совпадают и при малых амплитудах внешнего воздействия  $F_0$ , т.е. режим квазисинхронизации со сложным спектральным составом выходного излучения и с базовой частотой, равной частоте внешнего сигнала, наблюдается и при малых амплитудах внешнего воздействия. При выходе из области квазисинхронизации частота ВЧ генерации

при увеличении расстройки частот  $|\Omega - \omega_0|$  стремится к частоте  $\omega_0$  автономной генерации.

Таким образом, можно говорить о расщеплении границы клюва синхронизации при воздействии внешнего гармонического сигнала на автоколебания в распределённой активной системе винтовой электронный пучок—встречная волна. Если под синхронизацией понимать установление колебаний на частоте управляющего воздействия  $\Omega$  без дополнительных спектральных компонент в спектре мощности генерации (т. е. с не изменяющейся во времени амплитудой |F|), то граница области синхронизации соответствует области стационарной генерации на карте режимов (см. рис. 1). Другая ситуация складывается, если под синхронизацией понимать только захват базовой частоты ВЧ генерации в гиро-ЛВВ управляющим сигналом. Тогда область синхронизации занимает существенно бо́льшую область на плоскости управляющих параметров.



3.2. Физические процессы в неавтономной гиро-ЛВВ

Рассмотрим физические процессы, сопровождающие перестройку режимов колебаний в гиро-ЛВВ под воздействием внешнего управляющего сигнала. Для этого необходимо, в первую очередь, следить за динамикой фазы поля в системе, т. к. именно она определяет частотные характеристики излучения. Так, частота ВЧ генерации определяется фазой  $\varphi_F(\xi, \tau)$  поля и представляет собой поправку к частоте «холодного» синхронизма  $\hat{\omega}$ . Последняя может быть представлена в виде

$$\omega = \lim_{\tau \to \infty} \varphi_F(0,\tau)/\tau. \tag{8}$$

В режимах одночастотной генерации функция

$$\bar{\varphi}_F(\xi,\tau) = \varphi_F(\xi,\tau) \mod 2\pi \tag{9}$$

ведёт себя периодически с периодом  $1/\omega$  (см. рис. 3a, на котором представлены проекции распределёния поля |F| и фазы поля  $\bar{\varphi}_F$  на плоскость  $(\xi, \tau)$  в режиме стационарной автономной генерации ( $\mu = 2$ )). В режиме сложной динамики фазы  $\bar{\varphi}_F(\tau)$  частота  $\omega$ , находящаяся из соотношения (8), определяет характерную частоту ВЧ генерации. Квазисинхронизация колебаний, т. е. генерация высокочастотного излучения в гиролампе со встречной волной на частоте  $\omega_0 = \Omega$ , соответствует периодическим колебаниям фазы  $\bar{\varphi}_F$  с частотой  $\Omega$ . При этом амплитуда выходного ВЧ поля |F| оказывается промодулированной НЧ колебаниями.

Рассмотрим поведение амплитуды и фазы поля F в гиро-ЛВВ в области синхронизации и вне её. На рис. 36, 6, г показаны пространственно-временные распределения амплитуды и фазы поля F, построенные в различных неавтономных режимах: рис. 36 соответствует  $\Omega/\omega_0 = 1,14$ ;

Д. И. Трубецков, А. А. Короновский, А. Е. Храмов

 $F_0 = 0,3$  (режим стационарной генерации, область синхронизации); рис.  $3s - \Omega/\omega_0 = 0,7$ ;  $F_0 = 0,5$  (режим хаотической генерации, область квазисинхронизации); рис.  $3s - \Omega/\omega_0 = 0,8$ ;  $F_0 = 0,3$  (режим периодической модуляции поля, отличный от режимов синхронизации и квазисинхронизации).

В режиме синхронизации колебания во всём пространстве взаимодействия происходят на частоте внешнего воздействия  $\Omega$ . В режиме синхронизации на проекциях распределений амплитуды  $|F(\xi,\tau)|$  и фазы  $\bar{\varphi}_F(\xi,\tau)$  (рис. 36) имеет место картина, идентичная наблюдаемой в случае автономных колебаний (см. рис. 3a), но на частоте  $\omega = \Omega$ . В режиме квазисинхронизации (рис. 3e) амплитуда поля ведёт себя во времени сложным нерегулярным образом, однако вид пространственно-временной динамики фазы поля аналогичен подобным распределениям в режиме синхронизации — почти периодическое изменение величины  $\bar{\varphi}_F(\xi,\tau)$  с частотой внешнего воздействия.

В режимах, отличных от режимов квазисинхронизации или синхронизации (см. рис. 3*г*), как следует из анализа соответствующих пространственно-временны́х распределений, пространство взаимодействия можно условно разделить на две области. В первой, примыкающей к коллекторному концу системы  $\xi = A$ , колебания фазы  $\bar{\varphi}_F$  происходят с частотой внешнего воздействия  $\Omega$ . Далее в достаточно узкой области пространства взаимодействия происходит резкое изменение величины фазы поля  $\bar{\varphi}_F$ , которая практически скачком изменяется на  $\pi$ . В области вблизи выхода системы  $\xi = 0$  колебания фазы имеют место на частоте  $\omega$ , отличной от  $\Omega$ . Таким образом, пространство взаимодействия неавтономной системы делится на две характерные области пространственно-временны́х колебаний — область, в которой характерная базовая частота колебаний ВЧ поля равна частоте управляющего сигнала, и область, в которой имеют место колебания с базовой частотой, отличной от частоты управляющего сигнала ( $\omega_b \neq \Omega$ ). Эти две характерные области разделены узкой областью, в которой наблюдаются резкие скачкообразные изменения фазы поля  $\bar{\varphi}_F$ . С увеличением отстройки  $\Omega - \Omega_s < 0$  от границы клюва квазисинхронизации область пространства, в которой наблюдаются синхронные колебания, уменьшается.

Возникновение модуляции выходного поля неавтономной гиро-ЛВВ связано, во-первых, с запаздывающим характером обратной связи [37] и, во-вторых, с перегруппировкой электронов [3, 38–40], т.е. с амплитудной нелинейностью системы.

В режимах стационарной генерации характерные распределения амплитуды тока  $|I(\xi)|$  и поля  $|F(\xi)|$  вдоль пространства взаимодействия при стационарной генерации в автономном режиме имеют вид функций с одним максимумом. Это соответствует формированию в пространстве взаимодействия одного фазового сгустка. Падение величины тока  $|I(\xi)|$  к концу пространства взаимодействия  $\xi = A$  свидетельствует о разгруппировке фазового сгустка электронов. При малых амплитудах внешнего поля вид распределений тока и поля качественно не меняется — они сохраняют вид распределения с одним максимумом. При выходе из области синхронизации влияние внешнего поля сказывается в нарушении фазовых соотношений (соответствующих режиму стационарной генерации) между ВЧ током и полем. Как следствие этого, режим синхронизации со стационарными распределениями тока и поля вдоль системы теряет устойчивость. Это связано с возникновением дополнительной распределённой обратной связи: сгруппированный винтовой электронный пучок приходит к коллекторному концу системы  $\xi = A$  со скоростью  $v_0$  уже перегруппировавшись; возбуждаемое током сгруппированного пучка поле смещается со скоростью  $v_{\rm g}$ к входу системы  $\xi = 0$ ; сгруппированный в слабом поле пучок возбуждает теперь сильное поле, в котором пучок перегруппировывается. В результате вся картина повторяется с периодом  $T_{\rm A}$ , который определяется как свойствами распределённой автоколебательной системы, так и характеристиками внешнего сигнала.

Введём длину синхронизации A<sub>s</sub> (совпадающую с длиной области синхронных колебаний ВЧ

Д. И. Трубецков, А. А. Короновский, А. Е. Храмов

поля  $\xi \in (A - A_s, A)$ ), на которой имеют место ВЧ колебания с базовой частотой, равной частоте внешнего воздействия  $\Omega$ . Далее в области  $\xi \sim A - A_s$  происходит разрушение режима синхронизации, которое связано с резкими скачками фазы поля и, как следствие, с изменением внутренней структуры пучка (фазовой перегруппировкой электронов-осцилляторов винтового пучка). Разрушение режима синхронизации на некоторой длине  $A_s$  определяется нарушением фазовых соотношений между волной тока и полем, приводящим к возникновению более сложной структуры пространственно-временны́х распределений поля. При фиксированных длине системы A и параметре неизохронности  $\mu$  «паразитный» набег фазы поля, возникающий за счёт воздействия на систему управляющего сигнала с амплитудой  $F_0$  и приводящий на длине  $A_s$  к разрушению режима колебаний на частоте внешнего воздействия, постоянен и не зависит от частоты внешнего воздействия. Обозначая «паразитный» набег фазы через  $\Delta \varphi$ , можно записать [32], что

$$\Delta \varphi = |\Omega - \omega_0| A_{\rm s} / v_{\rm g}. \tag{10}$$

С другой стороны, зависимость набега фазы  $\Delta \varphi$  от амплитуды внешнего поля при малых  $F_0$  может быть представлена как  $\Delta \varphi = \bar{\chi}F_0$ , где  $\bar{\chi}$  — коэффициент, зависящий при фиксированной длине системы от параметра  $\mu$ . Это связано с тем, что при небольшом увеличении амплитуды внешнего поля  $F_0$  имеет место уменьшение фазовой разгруппировки и последующей перегруппировки электронов-осцилляторов винтового потока, приводящее к нарушению фазового соотношения  $\Delta \varphi$  и, как следствие, сохранению режима синхронных колебаний на бо́льшей длине  $A_s$ .

Границе клюва синхронизации на плоскости  $(\Omega, F_0)$  соответствует длина синхронизации, равная длине пространства взаимодействия:  $A_s = A$ , тогда из соотношения (10) следует

$$|\Omega_{\rm s} - \omega_0| = (\chi v_{\rm g}/A) F_0 = \mathcal{G}(A, \mu) F_0, \qquad (11)$$

где частота  $\Omega_{\rm s}$  соответствует границе клюва синхронизации.

В рамках линейной теории в работе [31] была найдена зависимость коэффициента  $\mathcal{G}$  от параметров исследуемой модели. Соответствующее выражение имеет вид

$$\mathcal{G} = \frac{2}{AF_{\text{aut}}} \frac{1}{s(\Phi_0, A, \mu)} \frac{v_{||}\varepsilon}{c} \left[ \frac{\omega_{\text{c}}}{\omega} - \frac{v_{||}}{v_{\text{p}}} \left( 1 + \frac{v_{\text{p}}}{v_{\text{g}}} \right) \right]^{-1}$$
(12)

и справедливо при условии  $F_0 \ll F_{\text{aut}}$ , где  $F_{\text{aut}}$  — амплитуда выходного поля в автономном режиме. В формуле (12) введены следующие обозначения:  $\Phi_0 = (b + \mu) \xi$  — относительный угол пролёта электронов-осцилляторов в пространстве взаимодействия,  $b = (\omega + \beta_0 v_0 - \omega_c)/(k\varepsilon v_{||})$  параметр рассинхронизма,  $k = \omega/c$ ,  $\omega_c$  — электронная циклотронная частота,

$$s(\Phi_0, A, \mu) = \frac{\partial}{\partial \Phi_0} \operatorname{arctg} \left( \frac{A^2 \operatorname{Im} \Psi(\Phi_0) + \mu A^3 \operatorname{Im} \Theta(\Phi_0)}{1 + A^2 \operatorname{Re} \Psi(\Phi_0) + \mu A^3 \operatorname{Re} \Theta(\Phi_0)} \right)$$

функции  $\Psi(\Phi_0)$  и  $\Theta(\Phi_0)$  описывают линейную и квадратичную группировку соответственно [1, 41]. Как следует из численных результатов нестационарной теории (см. рис. 1), граница области синхронизации подчиняется соотношению (12) при амплитудах внешнего воздействия  $F_0 \leq 0,3$ . Зависимость  $F_0(\Omega_s)$  является линейной и симметричной относительно частоты  $\omega_0$  автономной ВЧ генерации. Далее граница клюва синхронизации начинает отклоняться от линейной зависимости и теряет симметричность, что связано с нелинейностью функции  $\varphi_0(F_0)$  при больши́х  $F_0$ . Из соотношений (11) и (12) также следует, что ширина области синхронизации уменьшается с увеличением длины пространства взаимодействия A.

В заключение этого параграфа приведём некоторые оценки и сравним их с результатами экспериментальных исследований. Наиболее близкими к рассматриваемой здесь модели гиро-ЛВВ

Д. И. Трубецков, А. А. Короновский, А. Е. Храмов

являются эксперименты по синхронизации гирогенератора со встречной волной, изложенные в работе [21]. Пространство взаимодействия экспериментальной гиро-ЛВВ представляло отрезок регулярного круглого волновода с неизменным поперечным сечением. Слаборелятивистский винтовой электронный пучок формировался магнетронно-инжекторной пушкой. В лампе были предприняты специальные меры для предотвращения отражений электромагнитной волны от концов пространства взаимодействия. Эксперименты проводились при следующих параметрах лампы и пучка: ускоряющее напряжение  $V_0 = 103$  кВ, ток пучка  $I_0 = 5,8$  А, магнитное поле 14,52 кГс, питч-фактор  $v_{\perp}/v_{||} = 0,9$ , частота генерации  $f_0 \sim 34$  ГГц. Винтовой электронный пучок взаимодействовал с волноводной модой ТЕ<sub>11</sub>. Внешний синхронизирующий сигнал вводился на коллекторном конце лампы. Таким образом, предположения, положенные в основу рассматриваемой в данной главе модели гиро-ЛВВ, полностью удовлетворяют экспериментальному макету, что делает корректным сравнение результатов численного моделирования с экспериментальными исследованиями [21].

При воздействии внешнего сигнала с мощностью  $P_0 = 2,7 \,\mathrm{kBT}$  на гиро-ЛВВ в режиме генерации с выходной мощностью  $P_{\mathrm{aut}} = 97,5 \,\mathrm{kBT}$  ( $P_0/P_{\mathrm{aut}} = 0,028$ ) наблюдалась синхронизация гиролампы с шириной полосы синхронизации более 100 МГц. Пересчёт безразмерных параметров исследуемой модели к размерным параметрам экспериментального макета показал, что при частоте автономной генерации  $f_0 = 34 \,\Gamma\Gamma$ ц теоретическая ширина полосы синхронизации равна  $\Delta \omega = 1,07$ , что в размерных величинах составляет порядка  $\Delta f = 150 \,\mathrm{M}\Gamma$ ц. Отсюда видно, что теоретические результаты хорошо подтверждаются экспериментальными данными.

#### 3.3. Длительность установления режима синхронизации в гиро-ЛВВ

Остановимся теперь на важном с прикладной точки зрения вопросе о том, как быстро будет происходить процесс установления режима синхронизации (т. е. какова будет длительность переходного процесса) в активной среде винтовой пучок—встречная волна. Последнее очень важно при синхронизации систем, работающих в импульсном режиме, когда необходимо уменьшить длительность установления синхронного режима.

Рассмотрим вопрос о том, какое влияние оказывает начальная разность фаз ВЧ поля в режиме стационарной генерации и внешнего воздействия на время, за которое осуществляется синхронизация гиро-ЛВВ [42]. Предполагается, что



внешнее воздействие вида  $F_{\text{ext}}(\tau) = F_0 \exp[j(\Omega \tau + \varphi)]$  включается, когда в автономной гиро-ЛВВ завершается переходный процесс и устанавливается режим стационарной генерации. Начальная фаза внешнего сигнала  $\varphi$  меняется от 0 до  $2\pi$ , тогда как момент времени, в который включается внешнее воздействие, остаётся фиксированным.

На рис. 4 показаны зависимости длительности D установления режима синхронизации от фазы  $\varphi$ , с которой подаётся внешний синхронизирующий сигнал, в различных сечениях  $\xi$  пространства взаимодействия лампы. Параметры исследуемой модели гиро-ЛВВ, при которых проводилось исследование, были выбраны следующими: A = 3;  $\mu = 2$ ;  $F_0/F_{\rm aut} = 0.1$  и  $\Omega/\omega_0 = 0.0154$ .

Из рис. 4 следует, что длительность переходного процесса сильно зависит от начальной фазы входного сигнала и имеет чётко выраженные максимум и минимум, причём максимальная

354

и минимальная длительности установления режима синхронизации отличаются примерно на порядок. Минимальная длительность переходного процесса составляет величину  $T_{\rm min} < 20$ , которая соответствует всего  $2\div3$  характерным временам  $\tau_{\rm A}$  запаздывания обратной связи распределённого генератора. Характерное время реакции системы на внешнее воздействие определяется длиной лампы A, групповой скоростью  $v_g$  распространения волны в волноведущей структуре и скоростью пучка  $v_0$ . Внешнее поле распространяется навстречу пучку, модулируя винтовой электронный поток, который, в свою очередь, переносит эту информацию к входу (коллектору) со скоростью  $v_{||}$ , возбуждая в волноведущей системе встречную волну, поле которой складывается с внешним полем. В результате характерное время запаздывания обратной связи равно  $\tau_{\rm A} \approx A (1/v_{\rm g} + 1/v_0)$ , что в безразмерных переменных составляет величину  $\tau_{\rm A} \approx 6$ . Последнее означает, что при оптимальной фазе внешнего поля происходит сверхбыстрая синхронизация распределённой автоколебательной системы со встречной волной, осуществляющей обратную связь. Максимальная длительность установления режима синхронизации составляет  $T_{\rm max} > 20\tau_{\rm A}$ .

Сравнивая зависимости  $D(\varphi)$  длительности переходного процесса, построенные для различных сечений пространства взаимодействия лампы (см. рис. 4), можно видеть, что в режиме сверхбыстрой синхронизации наблюдается практически одновременное установление синхронного режима во всём объёме активной среды. При начальных фазах  $\varphi$  внешнего поля, отличных от оптимальной, длительность переходного процесса различна в различных сечениях лампы. Наиболее короткий переходный процесс имеет место в середине пространства взаимодействия, при  $\xi = A/2$ .

Для качественного анализа явления сверхбыстрой синхронизации автоколебаний в активной распределённой среде можно использовать уравнение фазовой синхронизации, впервые сформулированное в работе Р. Адлера [43]:

$$d\Psi/d\tau + \omega_0 \kappa \sin \Psi - (\Omega - \omega_0) = 0, \tag{13}$$

где  $\Psi$  — сдвиг фаз между внешним полем и собственными колебаниями. В работе [31] уравнение синхронизации в форме (13) было получено применительно к гиро-ЛВВ. Коэффициент  $\kappa$  определяется как  $\kappa = \mathcal{G}F_0/2$ , где величина  $\mathcal{G}$  задаётся выражением (12). Заметим, что к уравнению синхронизации сводится анализ неавтономной динамики в самых различных системах. Например, это же уравнение описывает синхронизацию автоколебаний в генераторе Ван-дер-Поля [36] в предположении, что внешний сигнал изменяет только фазу колебаний, не изменяя их амплитуду. В последнем случае  $\kappa = E/2$ , где E — амплитуда внешнего воздействия [36, 44].

Длительность установления режима синхронизации в генераторе Ван-дер-Поля в зависимости от начальной фазы  $\varphi$  внешнего сигнала при задании параметров в области синхронизации, определяемая из уравнения (13) условием  $|\omega_0 - \Omega| \leq \kappa$ , имеет тот же вид. Таким образом, зависимость длительности переходного процесса от фазы  $\varphi$  внешнего сигнала как для простейшей неавтономной автоколебательной системы, так и для распределённого электронного генератора ведёт себя качественно одинаково [42].

Используя уравнение (13), несложно показать, что величина  $\Delta \varphi$ , определяющая разность фаз, соответствующих максимальному и минимальному времени установления переходного процесса, в зависимости от частоты внешнего воздействия в области синхронизации шириной  $2 \Delta \omega$  аналитически может быть записана в виде

$$\Delta \varphi = 2 \arcsin[(\omega_0 - \Omega) / \Delta \omega] + \pi.$$
(14)

Отсюда следует, что величина  $\Delta \varphi$  определяется только частотной расстройкой  $\omega_0 - \Omega$ .

Зависимость  $\Delta \varphi(\Omega)$  (14) для исследуемой распределённой автоколебательной системы была проанализирована при помощи численного моделирования. Для нахождения этой зависимости

рассчитывались длительности установления режима синхронизации  $D(\varphi)$  для различных частот внешнего воздействия при приведённых выше прочих параметрах. Проведённый анализ показал [42], что оптимальные фазовые соотношения для достижения минимального времени установления синхронного режима в электронно-волновой автоколебательной среде с высокой степенью точности описывается уравнением (14), справедливым для различных неавтономных автоколебательных систем, которые могут быть сведены к уравнению синхронизации Адлера.

#### 4. ОСОБЕННОСТИ ВЫНУЖДЕННОЙ СИНХРОНИЗАЦИИ ЛАМПЫ ОБРАТНОЙ ВОЛНЫ О-ТИПА И ЛОВ С ПОПЕРЕЧНЫМ ПОЛЕМ

# 4.1. Влияние внешнего сигнала на автоколебания в активной среде электронный пучок—обратная электромагнитная волна (ЛОВО)

Согласно работе [45] система уравнений (2) и (4), описывающая взаимодействие винтового электронного пучка со встречной электромагнитной волной, при больши́х значениях параметра неизохронности  $\mu \gg 1$  с точностью до коэффициентов приводится к уравнениям нелинейной нестационарной теории ЛОВ О-типа с малым коэффициентом усиления C, а при введении новых переменных  $F' = -\sqrt[3]{\mu}F$ ,  $\xi' = \sqrt[3]{\mu}\xi$ ,  $\tau' = \sqrt[3]{\mu}\tau$  полностью переходит в уравнения (2) и (5) однопараметрической модели ЛОВО.

Исходя из нестационарной нелинейной модели (2) и (5), рассмотрим характерные особенности неавтономной динамики ЛОВО при наличии внешнего гармонического сигнала, подаваемого на вход лампы. На рис. 5*a* представлена карта режимов колебаний на плоскости управляющих параметров — нормированной частоты  $\Omega/\omega_0$  и амплитуды  $F_0$  внешнего сигнала, построенная при длине ЛОВ A = 2,2. При близости частоты  $\Omega$  внешнего воздействия к частоте генерации  $\omega_0$ автономной системы ЛОВ демонстрирует режим синхронизации (отмечен на рис. 5*a*), в котором частота выходного сигнала  $\omega$  определяется частотой  $\Omega$  внешнего воздействия, а амплитуда  $|F(\xi = 0, \tau)|$  после окончания переходного процесса устанавливается постоянной (стационарная генерация). Когда значения управляющих параметров соответствуют пересечению границы области синхронизации (сплошная линия на рис. 5*a*), имеет место переход системы в режим модуляции выходного сигнала. В этом случае амплитуда поля |F| начинает периодически изменяться во времени.

При исследовании зависимости базовой частоты  $\omega$  колебаний выходного поля от параметров внешнего сигнала было обнаружено, что область захвата частоты  $\omega$  шире области стационарной генерации, которая отмечена на карте режимов как область синхронизации. Граница области захвата частоты нанесена на рис. 5*a* штриховой линией (кривая 1). При частотах внешнего воздействия, бо́лыших частоты автономной генерации ( $\Omega/\omega_0 > 1$ ), область захвата частоты при малых амплитудах внешнего воздействия  $F_0$  совпадает с границей области автомодуляции (и, соответственно, области синхронизации). Заметим, что линия 1 и граница области синхронизации в области меньших частот ( $\Omega/\omega_0 < 1$ ) не совпадают и при малых амплитудах  $F_0$  внешнего поля.

Режим колебаний неавтономной системы, соответствующий захвату частоты  $\omega$  высокочастотной генерации, как и выше, назовём режимом квазисинхронизации. В этом режиме генерация ВЧ излучения имеет место на частоте  $\omega \approx \Omega$ , а амплитуда выходного поля |F| может медленно меняться с характерным временным масштабом  $T_A$ . При выходе из области квазисинхронизации базовая частота генерации при увеличении отстройки частоты внешнего воздействия  $\Omega$  от границы области квазисинхронизации  $\Omega_s$  стремится к частоте автономной генерации.

В режиме асинхронных колебаний ЛОВО амплитуда выходного поля демонстрирует периодическую модуляцию. Модуляция амплитуды поля при малых F<sub>0</sub> возбуждается жёстко, т.е. на гра-

нице клюва синхронизации амплитуда модуляционных колебаний выходного сигнала имеет конечное значение. При большой амплитуде управляющего сигнала модуляция возбуждается мягко, быстро достигая максимального значения. Далее при отстройке от границы клюва синхронизации амплитуда модуляционных колебаний медленно спадает. Частота модуляции  $\omega_{\rm A}$  при переходе через границу клюва синхронизации при малых  $F_0$  возбуждается мягко, а при больших  $F_0$  жёстко.

Введём в каждой точке пространства взаимодействия частоту  $\omega(\xi)$ , определяемую в соответствии с формулой (8), в которую вместо фазы поля на выходе системы  $\xi = 0$  будем подставлять величину  $\varphi_F(\xi)$  в произвольной точке пространства взаимодействия  $\xi$ . Соответствующие расчёты зависимости  $\omega = \omega(\xi)$  представлены на рис. 5 $\delta$ , который построен при A = 2,2;  $F_0/F_{aut} = 0,3$ . В режиме квазисинхронизации для частоты колебаний выполняется равенство  $\omega(\xi) = \Omega$  во всём пространстве взаимодействия (см. рис. 5 $\delta$ ) при этом амплитуда |F| выходного сигнала медленно изменяется во времени.

В режимах, отличных от режима квазисинхронизации, пространственно-временная динамика вдоль лампы усложняется. В области, примыкающей к коллекторному концу системы  $\xi = A$ , происходят колебания на частоте внешнего воздействия, далее частота неавтономных колебаний быстро отстраивается от частоты  $\Omega$ внешнего поля. Это подтверждает рис. 56, на котором представлена зависимость базовой частоты ВЧ поля вдоль пространства взаимодействия в режимах неавтономной генерации, отличных от квазисинхронизации, при различных частотных расстройках  $\omega_0 - \Omega$ . Из рисунка видно, что пространство взаимодействия условно разделяется на две части. В первой, примыкающей к коллекторному концу системы  $\xi = A$ , колебания фазы  $\varphi_F$  происходят с частотой внешнего воздействия Ω. Далее в достаточно узкой области пространства взаимодействия происходит резкое изменение фазы поля  $\varphi_F$ , которая практически скачком изменяется на  $\pi$ . В области вблизи выхода системы  $\xi = 0$  колебания фазы имеют место на частоте  $\omega$ , отличной от  $\Omega$ .

Анализ представленных на рис. 56 зависимостей  $\omega(\xi)$  показывает, что с ростом расстройки



длина синхронизации  $A_{\rm s}$  уменьшается. Зависимость длины синхронизации  $A_{\rm s}$  от расстройки частот автономных колебаний распределённой автоколебательной системы и внешнего сигнала показана на рис. 56. При стремлении частоты  $\Omega$  к частоте  $\Omega_{\rm s}$ , соответствующей границе клюва

синхронизации (отмечена на рис. 5*6*), длина синхронизации  $A_{\rm s}$  стремится к длине A лампы. При больши́х расстройках  $|\Omega - \omega_0|$  длина синхронизации  $A_{\rm s}$  мала.

Резкие изменения частоты  $\omega$  неавтономных автоколебаний (см. рис. 56) определяются перегруппировкой электронного пучка, что соответствует достижению амплитудой первой гармоники сгруппированного тока  $I(\xi)$  максимального значения на длине  $\xi = A - A_s$  и далее уменьшению её значения в области  $(A - A_s, A_s)$ . Перегруппировка пучка приводит к скачкам фазы тока  $I(\xi)$ и поля  $F(\xi)$  в области  $\xi \sim A - A_s$ , влияние внешнего сигнала при выходе из области синхронизации проявляется в нарушении фазовых соотношений, соответствующих режиму стационарной генерации, между полем F и током I. В результате в системе на длине  $A - A_s$  формируется дополнительная распределённая обратная связь и возникает модуляция ВЧ поля с периодом  $T_A \sim 2 (A - A_s) (1/v_0 + 1/v_g).$ 

Отметим, что все результаты, полученные здесь в рамках одноволновой нестационарной модели (2) и (5), справедливы только при небольших амплитудах внешнего поля, вводимого на коллекторном конце системы, и малой расстройке частот внешнего гармонического сигнала и автономной генерации (именно такой случай рассматривается в работе). В противном случае для анализа неавтономной динамики ЛОВ необходимо воспользоваться более сложными моделями, например основанными на интегрировании уравнений Максвелла—Власова методом частиц [1, 46].

# 4.2. Синхронизация колебаний в системе с кубичной фазовой нелинейностью (ЛОВ с поперечным полем)

Рассмотренные выше модели гиро-ЛВВ и ЛОВО представляют собой системы, в которых превалирует «интегральный» механизм ограничения амплитуды колебаний, определяющийся нелинейностью, связанной с инерционной перегруппировкой электронов-осцилляторов (заметим, что в ЛОВО такой механизм является единственным). Другой возможный механизм ограничения амплитуды колебаний в системах типа электронный поток—встречная электромагнитная волна определяется нелинейным изменением фазы электронной волны из-за неизохронности электроновосцилляторов, которое выражается в зависимости частоты колебаний от энергии осциллятора. Подобный механизм имеет место и в гиро-ЛВВ, где он, однако, существенен только при малых значениях параметра неизохронности.

Для полноты анализа явления синхронизации в активных электронно-волновых средах со встречной волной рассмотрим систему со взаимодействующими встречными электромагнитной и электронной волнами с фазовой нелинейностью с учётом силовой группировки электронов.

Простейшей моделью системы с фазовой нелинейностью является электронно-волновая система с кубичной фазовой нелинейностью [3, 47, 48]. В СВЧ электронике подобная модель соответствует такому прибору, как ЛОВ с поперечным полем (ЛОВПП) [48]. Для подобной системы нелинейное ограничение амплитуд волн связано с нелинейным смещением фазы электронной волны. В работе [3] отмечается, что ЛОВПП является простейшей известной нелинейной моделью системы взаимодействующих волн, в которой обнаружены сложные автоколебательные режимы. Это делает анализ явления синхронизации в ЛОВПП весьма важным с теоретической точки зрения для выяснения общих закономерностей неавтономной динамики распределённых активных сред со встречной волной. Автономная нелинейная динамика ЛОВПП, описываемая уравнениями (2) и (6), изучена в работах [3, 49, 50].

Рассмотрим воздействие внешнего гармонического сигнала на автоколебания в ЛОВ с поперечным полем при A = 1,7 (режим автономной стационарной генерации) [51]. Остановимся подробно только на основных особенностях неавтономной динамики ЛОВПП, отличающих её от рассмотренных выше электронно-волновых систем со встречной волной.

На рис. 6 представлена карта режимов на плоскости параметров — нормированных амплитуды  $F_0/F_{\rm aut}$  и частоты  $\Omega/\omega_0$  внешнего сигнала, на которой нанесены границы основных режимов неавтономных колебаний в ЛОВ с поперечным полем (здесь  $F_{\rm aut}$  — амплитуда стационарной генерации в автономном режиме). Штриховая линия 1 на рис. 6 соответствует границе области захвата базовой частоты генерации внешним полем (режим квазисинхронизации), сплошная линия 2 — граница области стационарной генерации на частоте внешнего поля (режим синхронизации).

Из анализа карты режимов можно сделать следующие выводы.

Во-первых, форма границы области синхронизации для системы с фазовой нелинейностью имеет существенно более сложный вид, чем для систем, в которых преобладает механизм инерционной фазировки электронов. Из сравнения рис. 6 с рис. 1 и 5*a*, соотвествующими воздействию гармонического сигнала на гиро-ЛВВ и ЛОВО, находящиеся в стационарных режимах генерации ВЧ излучения, следует, что с ростом амплитуды  $F_0$  внешнего воздействия область синхронизации ЛОВ с поперечным полем теряет симметричность, свойственную области синхронизации гиро-ЛВВ и ЛОВО. Так, со стороны бо́льших



частот относительно частоты  $\omega_0$  автономной генерации наблюдается насыщение расширения области квазисинхронизации с увеличением амплитуды  $F_0$  внешнего воздействия.

Во-вторых, в отличие от гиро-ЛВВ и ЛОВО явление квазисинхронизации колебаний возникает только при значительной мощности внешнего воздействия  $|F_0|^2/|F_{\rm aut}|^2 > 0,01\div0,02$ , т.е. имеет пороговый по амплитуде внешнего сигнала характер. Напомним, что в системах с инерционной группировкой электронов явление квазисинхронизации наблюдалось и при малых амплитудах внешнего синхронизирующего воздействия.

Область, в которой имеет место захват базовой частоты колебаний при одновременной низкочастотной модуляции амплитуды выходного сигнала (т. е. область, заключённая между сплошной и штриховой линиями на рис. 6), имеет форму, существенно отличающуюся от соответствующих областей на карте неавтономных режимов колебаний ЛОВО и гиро-ЛВВ. Так, новым эффектом является возникновение в диапазоне частот  $\Omega - \omega_0 < 0$  быстро расширяющейся области захвата частоты ВЧ генерации, в которой наблюдается модуляция амплитуды поля и сгруппированного тока (см. рис. 6).

Особенности возникающих режимов синхронизации автоколебаний в системе с фазовой нелинейностью отражаются и на сценариях разрушения режимов квазисинхронизации и синхронизации и перехода распределённой автоколебательной системы в асинхронный режим. На рис. 7 показаны характеристики (частота  $f_A$  и период  $T_A$  модуляционных колебаний амплитуды выходного поля) асинхронных режимов генерации, возникающих при выходе за границу области синхронизации на низкочастотной и высокочастотной границе клюва синхронизации соответственно, построенные при амплитуде внешнего воздействия  $F_0/F_{aut} = 0,1$ . Из рисунка следует, что сценарий разрушения режима синхронизации на указанных границах области синхронизации принципиально различен. Так, на низкочастотной границе области синхронизации (рис. 7*a*) частота модуляции  $f_A$  амплитуды выходного поля равна нулю (соответственно, период  $T_A$  на грани-

Д. И. Трубецков, А. А. Короновский, А. Е. Храмов



це клюва синхронизации стремится к бесконечности). С отстройкой частоты от границы области синхронизации в сторону меньших частот величина  $f_{\rm A}$  растёт, а период модуляции соответственно падает. Противоположная картина наблюдается на высокочастотной границе области синхронизации (рис. 76). Частота и период модуляции поля на границе клюва синхронизации имеют конечное значение. При этом с отстройкой частоты внешнего поля частота модуляции  $f_A$ уменьшается, а период модуляции  $T_{\rm A}$  – растёт. Таким образом, при разрушении синхронных колебаний на высокочастотной границе области синхронизации период и частота модуляции амплитуды поля ведут себя подобно соответствующим характеристикам ЛОВО, а на низкочастотной границе — подобно гиро-ЛВВ.

Заметим также, что в отличие от гиро-ЛВВ в ЛОВО и ЛОВПП при выходе из режима синхронизации не наблюдается усложнения периодических модуляционных колебаний (биений) амплитуды ВЧ поля с ростом амплитуды внешнего воздействия. Последнее определяется тем, что в ЛОВО и ЛОВПП не имеет места конкуренция между несколькими элементарными механизмами

нелинейности, которая приводит в гиро-ЛВВ к существенному усложнению неавтономных автоколебаний в асинхронном режиме генерации.

#### 5. СИНХРОНИЗАЦИЯ ГИРО-ЛВВ РАСПРЕДЕЛЁННЫМ ВНЕШНИМ ВОЗДЕЙСТВИЕМ С ПОМОЩЬЮ СВЯЗАННЫХ ВОЛНОВЕДУЩИХ СИСТЕМ

Среди наиболее важных особенностей явления синхронизации в распределённых электронноволновых системах со встречной (обратной) волной, которые были выявлены и описаны выше, следует отметить возникновение режимов квазисинхронизации, связанных с усложнением спектрального состава выходного сигнала синхронизируемого CBЧ генератора [30–32], и усложнение пространственной динамики неавтономной распределённой системы [31, 32], которое заключается в формировании двух характерных областей пространства взаимодействия с различной частотой колебаний поля. Проведённый анализ показывает, что одним из способов расширения полосы синхронизации гиро-ЛВВ может стать поддержание режима синхронизации колебаний в распределённой активной среде винтовой электронный пучок—встречная волна путём воздействия управляющего сигнала вдоль всей длины системы (распределённое внешнее воздействие). Подобное распределённое воздействие можно реализовать за счёт применения распределённого ввода сигнала с помощью связанных волноведущих систем (CBC).

Гиро-ЛВВ со связанной волноведущей системой (гиро-ЛВВ СВС) была подробно изучена

в работах [52, 53], в которых были получены рабочие уравнения, описывающие процессы в подобной системе. Уравнения, описывающие динамику неавтономной гиро-ЛВВ СВС, включают в себя уравнения возбуждения каждой из волноведущих систем и уравнение движения электроновосцилляторов винтового пучка и записываются [52, 53] как

$$\frac{\partial F_1}{\partial \tau} - \frac{\partial F_1}{\partial \xi} - j\alpha F_2 = -\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \beta \,\mathrm{d}\theta_0, \qquad \frac{\partial F_2}{\partial \tau} - \frac{\partial F_2}{\partial \xi} - j\alpha F_1 = 0, \tag{15}$$

$$d\beta/d\xi - j\mu \left(1 - |\beta|^2\right)\beta = F_1, \tag{16}$$

$$F_1(\xi = A) = 0, \qquad F_2(\xi = A) = F_{\text{ext}}, \qquad \beta(\xi = 0) = \exp(j\theta_0), \qquad \theta_0 \in [0, 2\pi],$$
(17)

где предполагается, что винтовой пучок пропускается через первую из волноведущих систем. Начальные условия (17) определяют, что внешний гармонический сигнал  $F_{\text{ext}} = F_0 \exp(j\Omega\tau)$ подаётся на вход  $\xi = A$  второй из связанных волноведущих систем. В уравнениях (15)–(17)  $F_1$ ,  $F_2$  — величины, пропорциональные амплитудам ВЧ полей в каждой из CBC,  $\alpha$  — коэффициент связи волноведущих систем [52, 53].

Будем рассматривать синхронизацию гиро-ЛВВ распределённым воздействием при тех же значениях управляющих параметров, что и выше при исследовании синхронизации гиро-ЛВВ сигналом, вводимым на коллекторном конце лампы (сосредоточенное воздействие), а именно  $\mu = 2$  и A = 3.



На рис. 8 показаны зависимости нормированной ширины полосы синхронизации  $\Delta \omega / \Delta \omega_0$ гиро-ЛВВ с распределённым вводом управляющего сигнала от коэффициента связи  $\alpha$  между волноведущими системами, построенные для различных амплитуд внешнего воздействия  $F_0$ . Нормировка ширины полосы синхронизации  $\Delta \omega$  осуществлялась на ширину полосы квазисинхронизации  $\Delta \omega_0$  при воздействии на гиро-ЛВВ сигналом, подаваемым на коллекторный конец лампы и имеющим такую же амплитуду  $F_0$  (см. рис. 1, а также работы [30–32]). Напомним, что в режимах квазисинхронизации неавтономный гирогенератор демонстрирует сложный спектральный состав выходного излучения, однако базовая

(несущая) частота генерации равна частоте внешнего воздействия. Многочастотность излучения является существенным недостатком, т. к. часто важно получить генерацию одночастотного излучения.

Как показал анализ синхронизации гиро-ЛВВ внешним распределённым воздействием, явление квазисинхронизации не наблюдается: в режимах захвата частоты автоколебаний в распределённой активной среде при распределённом воздействии всегда имеет место генерация на частоте внешнего воздействия.

Из рис. 8 следует, что при распределённом воздействии внешнего сигнала на гиро-ЛВВ ширина полосы синхронизации  $\Delta \omega$  существенно расширяется в некотором диапазоне значений коэффициента связи  $\alpha$  связанных волноведущих структур, через которые внешний сигнал воздействует на активную среду. При малых амплитудах внешнего воздействия расширение полосы синхронизации ( $\Delta \omega > \Delta \omega_0$ ) имеет место в диапазоне коэффициентов связи  $\alpha \in (0,25;1,1)$ . С ростом

амплитуды внешнего сигнала интервал параметров  $\alpha$ , в котором наблюдается увеличение ширины полосы синхронизации, уменьшается:  $\alpha \in (0,35;0,8)$ . Одновременно с ростом  $F_0$  наблюдается уменьшение нормированной ширины полосы  $\Delta \omega / \Delta \omega_0$ .

Расширение полосы синхронизации в случае распределённого ввода энергии внешнего сигнала определяется особенностями физических процессов в неавтономной гиро-ЛВВ. При сосредоточенном воздействии синхронизирующего сигнала на коллекторном конце лампы внешнее поле влияет на уже хорошо сгруппированный электронный пучок. При распределённом вводе внешнего поля воздействие оказывается на пучок на всей длине системы. Поэтому существует возможность эффективной модуляции винтового пучка на частоте внешнего сигнала вблизи пушечного конца лампы, где пучок ещё слабо сгруппирован. Благодаря этому к выходу лампы наблюдается более интенсивный рост гармоники сгруппированного тока, частота которой равна частоте  $\Omega$  внешнего поля, чем в случае сосредоточенного воздействия управляющего сигнала такой же мощности в начале пространства взаимодействия  $\xi = A$ . В результате при распределённом воздействии длина синхронизации  $A_s$  растёт и оказывается равной длине пространства взаимодействия k в частотном диапазоне  $\Delta \omega$ , большем, чем ширина полосы синхронизации  $\Delta \omega_0$  в случае сосредоточенного воздей сигнала.

Таким образом, ширина полосы синхронизации при использовании распределённого ввода внешнего сигнала при оптимальных коэффициентах связи между волноводными системами существенно возрастает.

Исследуем, с чем связана такая зависимость ширины полосы синхронизации  $\Delta \omega$  от коэффициента связи  $\alpha$ . Оптимальный коэффициент связи  $\alpha$  определяется особенностями перераспределения мощности ВЧ поля, подаваемой на вход одной из СВС, между волноведущими системами.

Рассмотрим пространственные распределения амплитуд полей  $F_1$  и  $F_2$  вдоль «холодных» (без электронного пучка) СВС при различных коэффициентах связи  $\alpha$  (рис. 9). Внешнее поле амплитуды  $F_0$  с частотой, равной частоте автономной генерации гиро-ЛВВ, подаётся на вход второй из волноведущих систем:  $F_1(\xi = A) = 0, F_2(\xi = A) = F_0$ . Из рис. 9 следует, что в случае малых  $\alpha$  (при  $\alpha = 0,3$ ) на длине лампы в первую волноведущую структуру ответвляется незначительная часть мощности ВЧ поля, и, соответственно, на активную среду винтовой пучок—встречная волна оказывает воздействие незначительная часть мощности внешнего поля. Таким образом, при малых коэффициентах связи при синхронизации гиро-ЛВВ эффективная амплитуда поля, воздействующего на электронный пучок, уменьшается за счёт неполной перекачки мощности ВЧ поля в пространство взаимодействия с электронным пучком. В результате относительная ширина полосы синхронизации  $\Delta \omega / \Delta \omega_0$  уменьшается.

При  $\alpha \sim 0.4 \div 0.7$  наблюдается полное ответвление мощности из одной волноведущей структуры в другую (см. рис. 9, построенный при  $\alpha = 0.5$ ). Практически вся мощность, поданная на вход второй волноведущей структуры, ответвилась в первую структуру, и амплитуды полей на выходе каждой из CBC следующие:  $F_1(\xi = 0) \approx F_0$ ,  $F_2(\xi = 0) \approx 0$ . В этом случае ширина полосы синхронизации максимальна: на винтовой пучок воздействует вся мощность внешнего сигнала на всей длине пространства взаимодействия.

При больши́х коэффициентах связи  $\alpha > 0,6$  имеет место обратная перекачка мощности ВЧ поля из первой волноведущей структуры во вторую. Из рис. 9 видно, что при  $\alpha = 0,8$  практически полная перекачка мощности ВЧ поля в первую волноведущую структуру произошла на длине  $\xi \approx 2A/3$ , а далее начинается обратный процесс. Последнее эквивалентно тому, что эффективная длина, на которой внешнее поле воздействует на электронный пучок в пространстве взаимодействия, уменьшается, что приводит к уменьшению ширины полосы частот синхронизации. При значительных коэффициентах связи  $\alpha > 0,9\div1,1$ , когда длина, на которой происходит перекачка мощности ВЧ поля из одной волноведущей структуры в другую, составляет малую

Д. И. Трубецков, А. А. Короновский, А. Е. Храмов



часть пространства взаимодействия, ширина полосы синхронизации резко сокращается, становясь меньше ширины полосы синхронизации  $\Delta \omega_0$  в случае сосредоточенного ввода внешнего сигнала.

#### 6. ХАОТИЧЕСКАЯ СИНХРОНИЗАЦИЯ ГИРО-ЛВВ

#### 6.1. Воздействие внешнего хаотического сигнала на хаотические колебания в гиро-ЛВВ

Рассмотрим задачу хаотической синхронизации гирогенератора со встречной волной, находящегося в автономном режиме хаотической генерации, внешним хаотическим сигналом, порождаемым простой конечномерной динамической системой. Будем исследовать случай распределённого внешнего воздействия хаотического сигнала с помощью связанных волноведущих систем. Рассмотрим гиро-ЛВВ СВС с длиной пространства взаимодействия A = 3,5 и параметром неизо-хронности  $\mu = 10$ . При этих значениях управляющих параметров гиро-ЛВВ СВС демонстрирует развитые хаотические колебания. На рис. 10a представлены спектр мощности, фазовый портрет и временная реализация автомодуляционных колебаний амплитуды выходного сигнала автономной лампы. В системе в этом режиме наблюдаются развитые хаотические колебания амплитуды выходного поля с высоким шумовым пьедесталом и чётко выраженной базовой частотой в спектре мощности: фазовый портрет колебаний однороден и бесструктурен.

Д. И. Трубецков, А. А. Короновский, А. Е. Храмов

В качестве внешнего хаотического воздействия  $F_{\text{ext}}$  будем рассматривать сигнал, порождаемый системой Рёсслера [54]

$$\dot{x} = -(y+z), \qquad \dot{y} = x + ey, \qquad \dot{z} = w - mz + xz$$
 (18)

при параметрах e = w = 0,2 и m = 4,6, которые соответствуют режиму ленточного хаоса. Внешний сигнал формируется как

$$F_{\text{ext}}(\tau) = F_0 \left[ 1 + M x(\tau) \right] \exp(j\Omega\tau), \tag{19}$$

где M — глубина модуляции,  $x(\tau)$  — хаотический сигнал, порождаемый системой (18),  $F_0$  и  $\Omega$  — амплитуда и частота несущего гармонического сигнала соответственно. Сигнал (19) подаётся на вход волноведущей структуры без винтового пучка (см. условие (17)) и воздействует на винтовой электронный пучок вдоль всей длины пространства взаимодействия по мере распространения сигнала вдоль системы.

Коэффициент связи  $\alpha$  между волноведущими структурами был выбран таким, чтобы в режиме стационарной генерации обеспечить максимальную ширину полосы синхронизации генератора. Как было показано выше, последнее происходит при полной перекачке мощности входного внешнего поля из линии передачи без пучка, в которую оно подаётся, в линию передачи с пучком на всей длине пространства взаимодействия. При данной длине системы A = 3,5 это имеет место при  $\alpha \approx 0,6$ . Частота несущего сигнала  $\Omega$  была выбрана близкой к базовой частоте в спектре хаотической генерации автономной гиролампы со встречной волной при  $\mu = 10$ . На рис. 106 показаны характеристики входного хаотического сигнала  $x(\tau)$  системы Рёсслера.

Рассмотрим эволюцию характеристик автоколебаний в гирогенераторе при амплитуде несущего сигнала  $F_0 = 0,2$  и росте амплитуды M хаотического сигнала. При малых M наблюдается усложнение спектра мощности автоколебаний в активной распределённой среде винтовой электронный пучок—встречная электромагнитная волна: в спектре мощности поднимается шумовой пьедестал, фазовый портрет хаотических колебаний становится однородным и не содержит никакой структуры. Амплитуда выходного поля ведёт себя существенно более сложно во времени, чем в режиме автономной динамики. С ростом амплитуды M хаотической модуляции вид неавтономных хаотических колебаний упрощается: в спектре мощности начинают отчётливо выделяться спектральные компоненты, соответствующие спектральным компонентам внешнего хаотического сигнала. При  $M \sim 0,15\div0,25$  имеет место понижение шумового пьедестала в спектре колебаний амплитуды выходного поля, на фоне пьедестала чётко выделяются частоты, соответствующие базовой частоте  $f_0$  сигнала, генерируемого системой Рёсслера, и её гармоник  $2f_0, 3f_0, \ldots$  (см. рис. 10*б*), упрощается фазовый портрет, на котором проявляется структура, связанная с оборотом фазовой траектории с характерным временны́м масштабом  $1/f_0$  колебаний внешнего хаотического сигнала.

При  $M \sim 0,3$  характеристики колебаний снова несколько усложняются, однако при  $M \gtrsim 0,33$ вид колебаний на выходе лампы становится близким к виду входного хаотического сигнала (см. рис. 10*6*, на котором показаны характеристики колебаний амплитуды выходного поля, построенные при M = 0,35). Это касается как вида спектра мощности генерируемого сигнала, в том числе и формы шумового пьедестала, так и качественного вида фазового портрета. Как и в случае фазового портрета входного сигнала (аттрактора Рёсслера), фазовый портрет неавтономных колебаний амплитуды выходного поля представляет собой широкую ленту в фазовом пространстве. Вместе с тем аттрактор достаточно сильно искажён по сравнению с исходным входным сигналом благодаря нелинейным эффектам, приводящим к сложному преобразованию сигнала вдоль активной электронно-волновой среды.

Д. И. Трубецков, А. А. Короновский, А. Е. Храмов



6.2. Фазовая синхронизация хаотических колебаний гиро-ЛВВ

Рассмотрим количественно явление хаотической синхронизации модуляционных колебаний амплитуды выходного поля гиро-ЛВВ СВС, воспользовавшись понятием фазовой хаотической

Д. И. Трубецков, А. А. Короновский, А. Е. Храмов

синхронизации, которое является традиционным при рассмотрении явления синхронизации хаотических колебаний [55, 56, 57, 58, 59].

Определим характерный временной масштаб хаотических колебаний выходного поля, для чего в фазовом пространстве колебаний амплитуды выходного поля  $F_1(\xi = 0, \tau)$  введём плоскость, перпендикулярную ленте хаотического аттрактора, и будем анализировать время  $\tau$ , требующееся системе, чтобы вернуться в эту плоскость (фактически, рассматриваем время между посещениями изображающей точки в фазовом пространстве сечения Пуанкаре). Это время каждый раз разное, поэтому для оценки характерного временно́го масштаба необходимо усреднить время  $\tau$ по временно́й реализации:

$$\langle \tau \rangle = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^{N} \tau_j, \tag{20}$$

где j — номер оборота фазовой траектории. Тогда с учётом оценки характерного временно́го масштаба (20) можно ввести характерную базовую частоту  $\bar{\omega}$  хаотических колебаний амплитуды выходного поля как

$$\bar{\omega} = 2\pi/\langle \tau \rangle. \tag{21}$$

Для автоколебаний x(t) системы Рёсслера базовая частота  $\bar{\omega}_{\rm R}$  вводится различными способами [60, 61, 56], однако, как показано в работе [60], она соответствует основному пику  $\bar{\omega}_{\rm R} = 2\pi f_0$  в спектре мощности (см. рис. 106).

На рис. 11 показана разность базовых частот  $\Delta \omega = |\bar{\omega} - \bar{\omega}_{\rm R}|$  автоколебаний на выходе гиро-ЛВВ и входного хаотического сигнала, порождаемого системой Рёсслера, в зависимости от глубины хаотической модуляции М. Зависимости  $\Delta\omega(M)$  построены при различных амплитудах  $F_0$ несущего сигнала. Из рисунка следует, что с ростом амплитуды М хаотической модуляции (т.е. с ростом амплитуды воздействия на распределённую автоколебательную систему) имеет место приближение характерной базовой частоты  $\bar{\omega}$ хаотических автоколебаний амплитуды ВЧ поля в гиро-ЛВВ к характерной частоте внешнего хаотического сигнала. При некотором значении глубины модуляции  $M_{\rm s}$  возникает режим фазовой синхронизации хаотических колебаний, который характеризуется условием  $\Delta \omega = |\bar{\omega} - \bar{\omega}_{\rm R}| \approx 0.$ 



Величина  $M_{\rm s}$  тем меньше, чем больше амплитуда  $F_0$  несущего сигнала (см. рис. 11). При малой амплитуде несущего сигнала фазовая синхронизация возникает только при значительных амплитудах модуляции входного сигнала, распределённым образом воздействующего на систему. С ростом  $F_0$  пороговое значение  $M_{\rm s}$  снижается. При  $F_0 > 0.2$  режим фазовой синхронизации возникает при малых  $M \sim 0.15 \div 0.2$ , который далее с ростом M разрушается ( $\Delta \omega \neq 0$ , но  $\Delta \omega < 0.05$ ). Дальнейшее увеличение глубины модуляции M снова приводит к установлению режима фазовой синхронизации хаотических автоколебаний в винтовом электронном пучке. Таким образом, результаты, полученные при анализе фазовой хаотической синхронизации, находятся в хорошем соответствии с проведённым выше качественным анализом динамических характеристик неавто-номных колебаний в гиро-ЛВВ СВС.

#### 7. ВЗАИМНАЯ СИНХРОНИЗАЦИЯ КОЛЕБАНИЙ В ГИРО-ЛВВ СО СВЯЗАННЫМИ ВОЛНОВЕДУЩИМИ СИСТЕМАМИ

## 7.1. Основные уравнения, описывающие совместные колебания в гиро-ЛВВ со связанными волноведущими системами

Изучим взаимную синхронизацию двух гиро-ЛВВ со связанными волноведущими системами. Математическую модель, описывающую подобную связанную систему, удобно записать с использованием нормальных волн [52, 53, 62]:

$$\frac{\partial F_{\rm S}}{\partial \tau} - \frac{\partial F_{\rm S}}{\partial \xi} = -I_{\rm S}, \qquad \frac{\partial F_{\rm F}}{\partial \tau} - \frac{\partial F_{\rm F}}{\partial \xi} = -I_{\rm F}, \tag{22}$$

$$\frac{\mathrm{d}\beta_1}{\mathrm{d}\xi} - j\mu_1 \left(1 - |\beta_1|^2\right) \beta_1 = \frac{1}{2} \left[F_{\mathrm{S}} \exp(-j\alpha\xi) - F_{\mathrm{F}} \exp(j\alpha\xi)\right],\tag{23}$$

$$\frac{\mathrm{d}\beta_2}{\mathrm{d}\xi} - j\mu_2 \left(1 - |\beta_2|^2\right)\beta_2 = \frac{1}{2} \left[F_{\mathrm{S}} \exp(-j\alpha\xi) + F_{\mathrm{F}} \exp(j\alpha\xi)\right],\tag{24}$$

где индекс S относится к медленной, а F — к быстрой нормальным волнам системы.

Уравнения (22) определяют полевую часть задачи о генерации сигналов в гиро-ЛВВ СВС. Нормальные волны  $F_S$ ,  $F_F$  и  $I_S$ ,  $I_F$  системы связаны с полями  $F_1$ ,  $F_2$  и токами  $I_1$ ,  $I_2$  каждой из волноведущих систем соотношениями вида

$$F_{\rm S} = (F_1 + F_2) \exp(j\alpha\xi), \qquad F_{\rm F} = (F_2 - F_1) \exp(-j\alpha\xi);$$
 (25)

$$I_{\rm S} = (I_1 + I_2) \exp(j\alpha\xi), \qquad I_{\rm F} = (I_2 - I_1) \exp(-j\alpha\xi),$$
 (26)

где токи  $I_1, I_2$  определяются выражениями  $I_1 = (2\pi)^{-1} \int_0^{2\pi} \beta_1 \,\mathrm{d}\theta_0, I_2 = (2\pi)^{-1} \int_0^{2\pi} \beta_2 \,\mathrm{d}\theta_0.$ 

Уравнения (23) и (24) представляют собой уравнения движения электронов-осцилляторов винтовых пучков, пропускаемых через каждую из связанных электродинамических структур. В них  $\beta_1$ ,  $\beta_2$  — комплексные радиусы траекторий электронов каждого из электронных пучков,  $\mu_1$ ,  $\mu_2$  — параметры неизохронности электронов-осцилляторов для первого и второго винтового потока соответственно.

Система уравнений (22)–(26) при описании автономной динамики гиро-ЛВВ со связанными волноведущими структурами решается при следующих начальных и граничных условиях:

$$F_1(\xi,\tau=0) = f_1^0(\xi), \qquad F_2(\xi,\tau=0) = f_2^0(\xi), \qquad F_1(\xi=A,\tau) = F_2(\xi=A,\tau) = 0$$
(27)

где A — безразмерная длина системы,  $f_1^0, f_2^0$  — распределения полей в начальный момент времени вдоль пространства взаимодействия гиролампы.

#### 7.2. Особенности совместных колебаний в системе двух связанных гиро-ЛВВ

Численное моделирование показало, что в связанных через волноведущие системы гиро-ЛВВ имеет место бистабильность, когда в зависимости от начальных условий связанная система приходит к одному из двух устойчивых состояний, которые характеризуются различными распределениями ВЧ поля и тока вдоль пространства взаимодействия и, соответственно, различными выходными мощностями и к.п. д. генерации.

Д. И. Трубецков, А. А. Короновский, А. Е. Храмов



Каждое из состояний соответствует преимущественному возбуждению в начальный момент времени либо быстрой, либо медленной нормальной волны связанной системы, что наиболее просто достичь путём задания начальных условий в виде

$$F_{\rm S}(\tau = 0, \xi) = \delta^0 \cos[\pi (A - \xi)/2], \qquad F_{\rm F}(\tau = 0, \xi) = 0$$
 (28)

или

$$F_{\rm S}(\tau = 0, \xi) = 0, \qquad F_{\rm F}(\tau = 0, \xi) = \delta^0 \cos[\pi (A - \xi)/2],$$
(29)

где  $\delta^0$  — амплитуда начального возмущения.

Будем называть состояние, которое реализуется в системе при задании в начальный момент времени распределений вида (28) (т. е. при преимущественном возбуждении медленной волны), «медленным», а при задании распределения (29) — «быстрым».

Для различных бистабильных состояний различаются частоты ВЧ совместных колебаний связанной системы. На рис. 12 представлены зависимости отстройки частоты колебаний от частоты «холодного» синхронизма (сплошная линия) при изменении коэффициента связи  $\alpha$  между волноведущими структурами для «быстрого» (рис. 12a (A = 3) и рис. 12e (A = 4)) и «медленного» (рис. 12b (A = 3) и рис. 12e (A = 4)) и остояний связанной системы при одинаковых управляющих параметрах гиро-ЛВВ ( $\mu_1 = \mu_2 = 2$ ). С увеличением связи частота генерации в «быстром» состоянии уменьшается, а в «медленном» — растёт. Такое поведение частоты генерации связано с видом дисперсионной кривой волноводной моды вдали от частоты отсечки. Введение связи между волноведущими системами изменяет постоянные распространения нормальных волн. Дисперсионная кривая медленной волны, поддерживаемой винтовым пучком, располагается выше дисперсионной кривой пучка  $\omega + \beta_0 v_0 - \omega_c = 0$ , следовательно, частота синхронизма встречной и медленной

Д. И. Трубецков, А. А. Короновский, А. Е. Храмов

нормальной волны больше, чем электромагнитной и электронной волн в случае отсутствия связи. Обратная ситуация складывается при преимущественном возбуждении быстрой нормальной волны: в этом случае дисперсионная кривая медленной волны располагается ниже дисперсионной кривой пучка, и частота генерации меньше, чем в несвязанной системе.



Изучим синхронные режимы системы гиро-ЛВВ СВС. На рис. 13 на плоскости управляющих параметров ( $\mu_2$ ,  $\alpha$ ) показаны зоны квазисинхронизации для двух значений безразмерной длины лампы A ( $\mu_1 = 2$ ). Области квазисинхронизации совместных колебаний в гиро-ЛВВ СВС располагаются выше соответствующей линии на плоскости параметров. В области квазисинхронизации базовые частоты высокочастотной генерации каждой из гиро-ЛВВ после переходного процесса устанавливаются равными друг другу:  $\omega_1 = \omega_2$ . При этом амплитуды  $|F_1|$ ,  $|F_2|$  выходных полей каждой из гиро-ЛВВ могут демонстрировать сложные колебательные режимы.

Области синхронных колебаний как для «быстрого», так и для «медленного» состояний системы совпадают, поэтому рис. 13 справедлив при задании начальных условий в виде как (28), так и (29). Однако частоты синхронных колебаний для «быстрого» и «медленного» состояний связанной системы будут различаться. Это иллюстрирует рис. 12 (штриховые линии), на котором представлены зависимости базовой частоты выходных колебаний каждой из связанных гиро-ЛВВ от коэффициента связи  $\alpha$  между волноведущими структурами, построенные для обоих устойчивых состояний связанной системы. Сравнение рис. 12*a, в* и рис. 12*b, г* показывает, что частоты синхронных колебаний отличаются в различных бистабильных состояниях и с ростом коэффициента связи стремятся к частоте генерации, близкой к средней частоте  $f \approx [f(\mu_1) + f(\mu_2)]/2$  автономных режимов генерации при параметрах неизохронности  $\mu_1$  и  $\mu_2$ .

Отметим также, что в области квазисинхронизации для «медленного» состояния связанной системы характерными оказываются скачки частоты выходного поля при изменении управляющих параметров каждой из парциальных систем, а также связи между ними (см. рис. 126, s). Скачки частоты генерации сопровождаются скачками амплитуды выходных сигналов. Появление скачков определяется конкуренцией быстрой и медленной нормальных волн и, как следствие, перескоками связанной системы между «быстрым» и «медленным» состояниями гиро-ЛВВ СВС при небольшом изменении управляющего параметра (в данном случае коэффициента связи  $\alpha$ ). При этом такие скачки имеют место только при преимущественном возбуждении медленной нормальной волны (см. рис. 12s), поэтому для стабильной перестройки частоты генерации связанной системы между волноведущими структурами предпочтительно добиваться установления «быстрого» состояния путём соответствующего выбора параметров прибора.

Вернёмся снова к рис. 13, на котором представлена граница области режима квазисинхронизации гиро-ЛВВ СВС. Из рисунка следует, что взаимная синхронизация двух гиро-ЛВВ имеет место при малой связи между волноведущими системами и при небольшой расстройке частот автономной генерации каждой из парциальных систем (малой величине  $\Delta \mu = |\mu_1 - \mu_2|$ ). С ростом  $\Delta \mu$  режим квазисинхронизации возникает при бо́льших значениях  $\alpha$ . С ростом безразмерной длины A область синхронных колебаний сужается на плоскости ( $\mu_2, \alpha$ ) (ср. границы области ква-

зисинхронизации на рис. 13, построенные при A = 3 и A = 4). Одновременно с ростом A форма границы синхронизации становится изрезанной, что обуславливается конкуренцией на границе области синхронизации режимов с различными пространственными распределениями полей  $|F_{\rm S}|$ ,  $|F_{\rm F}|$  нормальных волн.

#### выводы

В результате проведённых аналитических и численных исследований классической и хаотической синхронизации в системах типа электронный поток—встречная (обратная) электромагнитная волна можно сделать следующие основные заключения об особенностях неавтономной динамики распределённых активных сред.

1. Исследование влияния внешнего гармонического сигнала на автоколебания в простой модели МЦР со встречной волной (гиро-ЛВВ), в ЛОВО и в системе взаимодействующих встречных волн с кубической фазовой нелинейностью показало, что при различных параметрах нелинейности и внешнего сигнала в электронно-волновых средах со встречной волной могут наблюдаться как режимы синхронизации (соответствующие стационарной генерации в системах на частоте внешнего воздействия), так и квазисинхронизации (генерации с базовой частотой, определяемой управляющим сигналом, и медленным изменением амплитуды выходного сигнала). Ширина полосы синхронизации, найденная из нелинейной нестационарной теории, хорошо согласуется с экспериментальными данными работы [21], посвящённой исследованию синхронизации гиро-ЛВВ.

С точки зрения физических процессов воздействие внешнего управляющего сигнала сводится к влиянию на внутреннюю распределённую обратную связь, имеющую место в системе со встречной волной. Режимы синхронизации соответствуют возникновению в пространстве взаимодействия колебаний на частоте внешнего воздействия. Выход из области квазисинхронизации сопровождается формированием двух характерных областей пространства взаимодействия, в одной из которых с длиной  $A_s$  (длиной синхронизации) имеют место колебания, характерная базовая частота которых равна частоте внешнего сигнала, а в другой (с длиной  $A - A_s$ ) наблюдается разрушение синхронизации и имеют место колебания в пространстве взаимодействия с частотой, отличной от частоты управляющего сигнала. На границе областей имеют место скачки фазы поля и перегруппировка электронов пучка. Механизм возникновения модуляции выходного сигнала во всех исследованных системах определяется нарушением оптимальных фазовых условий между электронной и электромагнитной волнами и, как следствие, формированием дополнительной распределённой обратной связи.

2. В системе взаимодействующих встречной электромагнитной волны и электронной волны с кубичной фазовой нелинейностью (эталонной модели с силовой группировкой электроновосцилляторов) наблюдается несколько особенностей неавтономной динамики по сравнению с гиро-ЛВВ и ЛОВО, в которых преобладает инерционный механизм группировки электронов. Вопервых, возникновение модуляции амплитуды выходного поля в режиме захвата частоты носит пороговый характер, т. е. модуляция возникает только при значительной амплитуде внешнего поля. Во-вторых, форма области на плоскости управляющих параметров (частоты и амплитуды внешнего сигнала), в которой происходит захват частоты генерации системы, в отличие от гиро-ЛВВ и ЛОВО, имеет существенно более сложный несимметричный вид. При выходе из области синхронизации в системе с преобладающей силовой группировкой электронов-осцилляторов наблюдается несколько различных сценариев возникновения модуляции амплитуды выходного поля в зависимости от частоты и амплитуды управляющего сигнала.

3. Распределённый ввод в гиро-ЛВВ внешнего управляющего сигнала при использовании в ка-

Д. И. Трубецков, А. А. Короновский, А. Е. Храмов

честве электродинамической структуры гиро-ЛВВ связанных линий передачи позволяет значительно увеличить ширину полосы синхронизации по сравнению со случаем сосредоточенного воздействия внешнего сигнала на коллекторном конце гиро-ЛВВ. Обнаружено, что при распределённом вводе внешнего сигнала в неавтономном генераторе не возникают режимы квазисинхронизации: в синхронных режимах система демонстрирует режим стационарной генерации с не изменящейся во времени амплитудой выходного ВЧ поля и частотой, равной частоте внешнего воздействия.

4. При воздействии на распределённую активную среду винтовой пучок—встречная волна внешнего детерминированного хаотического сигнала наблюдается явление хаотической фазовой синхронизации автоколебаний в гиро-ЛВВ. Режим хаотической синхронизации возникает при росте мощности внешнего воздействия и носит пороговый характер.

5. В системе двух связанных гиро-ЛВВ показана возможность возникновения синхронных стационарных режимов генерации, что позволяет увеличить более чем в два раза выходную мощность генератора с сохранением режимов монохроматической генерации. Обнаружено, что в системе двух гиро-ЛВВ СВС наблюдается бистабильность, определяемая преимущественным возбуждением медленной или быстрой нормальных волн связанной электродинамической системы.

В заключение заметим, что в предложенной работе исследуется синхронизация автоколебаний в распределённой электронно-волновой среде при вводе внешнего сигнала по полю. Остаётся открытым вопрос о возможности и эффективности синхронизации автоколебаний в подобных электронных системах со встречной волной при вводе внешнего сигнала по потоку за счёт предварительной модуляции потока электронов-осцилляторов. Этот вопрос представляется весьма важным для дальнейшего исследования.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 02–02–16351), Научно-образовательного центра «Нелинейная динамика и биофизика» при Саратовском государственном университете им. Н. Г. Чернышевского (грант CRDF № REC–006) и Программы поддержки ведущих научных школ Российской Федерации. А. Е. Храмов благодарит также за финансовую поддержку Фонд «Династия» и Международный центр фундаментальной физики (г. Москва).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Трубецков Д. И., Храмов А. Е. Лекции по сверхвысокочастотной электронике для физиков. Том 1. М.: Наука, 2003.
- 2. Электроника ламп с обратной волной / Под ред. В. Н. Шевчика, Д. И. Трубецкова. Саратов: Изд-во Сарат. ун-та, 1975.
- Трубецков Д. И., Четвериков А. П. // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 1994. Т. 2, № 5. С. 3.
- 4. Woo W., et al. // J. Appl. Phys. 1989. V. 65, № 2. P. 861.
- 5. Селемир В. Д. и др. // Физика плазмы. 1994. Т. 20, № 7–8. С. 689.
- 6. Храмов А. Е. // Радиотехника и электроника. 1999. Т. 44, № 2. С. 211.
- Дубинов А. Е., Селемир В. Д., Царёв А. В. // Изв. вузов. Радиофизика. 2000. Т. 43, № 8. С. 709.
- 8. Дубинов А. Е., Селемир В. Д. // Радиотехника и электроника.. 2002. Т. 47, № 6. С. 575.
- 9. Канавец В. И. // Вестник МГУ. Сер. 3. 1961. № 2. С. 32.
- 10. Рапопорт Г. П. // Радиотехника и электроника. 1964. Т. 9, № 1. С. 118.
- 11. Железовский Е. Е., Кальянов Э. В. // Вопросы радиоэлектроники. Сер. 1. Электроника. 1965. Вып. 4. С. 44.

370

- 12. Солнцев В. А. // Электронная техника: Электроника СВЧ. 1966. Вып. 9. С. 30.
- 13. Гиротрон: Сб. научных трудов. Горький: ИПФ АН СССР, 1981.
- 14. Lim A. T. // Phys. Rev. A. 1992. V. 46, No. 8. P. 4516.
- 15. Дмитриев А. Ю., Четвериков А. П. // Радиотехника и электроника. 1993. Т. 38, № 3. С. 517.
- 16. Kou C. S., Chen C. H., Wu T. J. // Phys. Rev. E. 1998. V. 57, No. 6. P. 7162.
- 17. Felch K. L., Danly B. G., Jory H. R., et al. // Proc. IEEE. 1999. V. 87, No. 5. P. 752.
- 18. Yang Y., Ding W. // Phys. Rev. E. 2000. V. 61. P. 4450.
- 19. Chen S. H., Chu K. R., Chang T. H. // Phys. Rev. Lett. 2000. V. 85. P. 2633.
- 20. Nusinovich G. S., Vlasov A. N., Antonsen T. M. // Phys. Rev. Lett. 2001. V. 87, No. 21. P. 218301-1.
- 21. Kou C. S., Chen S. H., Barnett L. R., et al. // Phys. Rev. Lett. 1993. V. 70, No. 7. P. 924.
- 22. McCurdy A. H. // Appl. Phys. Lett. 1995. V. 66. P. 1845.
- 23. Нейман М. С. // Изв. вузов. Радиотехника. 1958. Т. 1, № 3. С. 288.
- 24. Дейвид. // Электронные сверхвысокочастотные приборы со скрещенными полями. М: Издво иностр. лит-ры, 1961. С. 327.
- Magda I. I., Prokopenko Yu. V. // Proc. 11th Int. Conf. High Power Particle Beams. Prague, Czech Republic, June 10–14, 1996. V. 1. P. 422.
- 26. Hendricks K., Richard A., Noggle R. // J. Appl. Phys. 1990. V. 68, No. 2. P. 820.
- 27. Price D., Sze H., Fittinghoff D. // J. Appl. Phys. 1989. V. 65, No. 12. P. 5185.
- Алёхин Б. В. и др. // Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика. 1995. Т. 3, № 1. С. 28.
- Дмитриев А. Ю., Коневец А. Е., Пищик Л. А. и др. // Лекции по электронке СВЧ и радиофизике. 7-я зимняя школа-семинар инженеров. Кн. 1. Саратов: Изд-во Сарат. ун-та, 1981. С. 61.
- 30. Трубецков Д. И., Храмов А. Е. // Письма в ЖТФ. 2002. Т. 28, № 18. С. 34.
- 31. Трубецков Д. И., Храмов А. Е. // Изв. РАН. Сер. Физич. 2002. Т. 66. С. 1761.
- Короновский А. А., Трубецков Д. И., Храмов А. Е. // Изв. вузов. Радиофизика. 2002. Т. 45, № 9. С. 773.
- 33. Короновский А. А., Трубецков Д. И., Храмов А. Е. // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2002. Т. 10, № 5. С. 3.
- 34. Трубецков Д. И., Храмов А. Е. // Радиотехника и электроника. 2003. Т. 48, № 1. С. 116.
- Капранов М. В., Кулешов В. Н., Уткин Г. М. Теория колебаний в радиотехнике. М.: Наука, 1984.
- Рабинович М. И., Трубецков Д. И. Введение в теорию колебаний и волн. М., Ижевск: РХД, 2000.
- 37. Кузнецов С. П. // Изв. вузов. Радиофизика. 1982. Т. 25. С. 1410.
- 38. Дмитриева Т. В., Рыскин Н.М., Титов В. Н., Шигаев А. М. // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 1999. Т. 7, № 6. С. 66.
- Гинзбург Н. С., Кузнецов С. П., Федосеева Т. Н. Изв. вузов. Радиофизика. 1978. Т. 21, № 7. С. 1037.
- 40. Анфиногентов В. Г., Храмов А. Е. // Изв. вузов. Радиофизика. 1998. Т. 41, № 9. С. 1137.
- 41. Шевчик В. Н., Трубецков Д. И. Аналитические методы расчёта в электронике СВЧ. М.: Сов. радио, 1970.
- 42. Короновский А. А., Трубецков Д. И., Храмов А. Е. // Докл. АН. 2003. Т. 389, № 6. С. 1.
- 43. Adler R. // Proc. IRE. 1946. V. 34, No. 6. P. 351.
- 44. Анищенко В. С., Вадивасова Т. Е. // Радиотехника и электроника. 2002. Т. 47, № 2. С. 133.
- 45. Юлпатов В. К. // Вопросы радиоэлектроники. Сер. 1. Электроника. 1965. Вып. 12. С. 15.

Д. И. Трубецков, А. А. Короновский, А. Е. Храмов

- Andersen T. M., Mondelli A. A., Levush B., Verboncoeur J. P., Birdsall C. K. // Proc. IEEE. 1999. V. 87, No. 5. P. 804.
- 47. Четвериков А. П. // Изв. РАН. Сер. Физич. 1994. Т. 58, № 8. С. 171.
- 48. Четвериков А. П. // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 1994. Т. 2, № 5. С. 46.
- 49. Кузнецов С. П., Четвериков А. П. // Радиотехника и электроника. 1978. Т. 23, № 2. С. 385.
- 50. Фролова Н. Б., Четвериков А. П. // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2002. Т. 10, № 5. С. 50.
- 51. Храмов А. Е. // Радиотехника и электроника. 2004. Т. 49. (в печати).
- 52. Короновский А. А., Храмов А. Е. // Письма в ЖТФ. 2003. Т. 29, № 4. С. 63.
- 53. Короновский А. А., Трубецков Д. И., Храмов А. Е. // ЖТФ. 2003. Т. 73, №6. С. 110.
- 54. Rössler O. E. // Phys. Letters. A. 1976. V. 57. P. 397.
- 55. Афраймович В. С., Веричев Н. Н., Рабинович М. И. // Изв. вузов. Радиофизика. 1986. Т. 39, № 9. С. 1050.
- 56. Pikovsky A., Rosenblum M., Kurths J. Synchronization. A Universal Concept in Nonlinear Sciences. Cambridge University Press, 2001.
- 57. Rulkov N. F., Sushchik M. M., Tsimring L. S., Abarbanel H. D. I. // Phys. Rev. E. 1995. V. 51, No. 2. P. 980.
- 58. Pecora L. M., Carroll T. L., Jonson G. A., Mar D. J. // Chaos. 1997. V. 7, No. 4. P. 520.
- 59. Афраймович В. С., Некоркин В. И., Осипов Г. В., Шалфеев В. Д. Устойчивость, структуры и хаос в нелинейных сетях синхронизации / Под ред. А. В. Гапонова-Грехова, М. И. Рабиновича. Горький: ИПФ АН СССР, 1989.
- 60. Rosenblum M. G., Pikovsky A. S., Kurths J. // Phys. Rev. Lett. 1996. V. 76, No. 11. P. 1804.
- 61. Pikovsky A. S., Rosenblum M. G., Kurths J. // IEEE Trans. CAS-I. 1997. V. 44. P. 874.
- 62. Короновский А. А., Трубецков Д. И., Храмов А. Е. // Радиотехника и электроника. 2004. Т. 49, № 8. С. 856.

Саратовский госуниверситет им. Н. Г. Чернышевского, ГосУНЦ «Колледж», г. Саратов, Россия Поступила в редакцию 10 апреля 2003 г.

# SYNCHRONIZATION OF DISTRIBUTED ELECTRON–WAVE SELF-OSCILLATORY SYSTEMS WITH BACKWARD WAVE

D. I. Trubetskov, A. A. Koronovsky, and A. E. Khramov

We present the results of studying the phenomenon of synchronization in distributed electronwave self-oscillatory systems with counterpropagating (backward) wave. General regularities and rules governing the appearance of the classical synchronization in distributed systems are revealed. Methods for increasing the synchronization bandwidth are proposed, which are based on using the distributed input of a signal into the interaction space by virtue of coupled waveguiding structures. Transient processes in nonautonomous self-oscillation regimes are studied. In particular, the effect of ultrafast synchronization is found. The possibility of chaotic synchronization in a counterpropagating-wave gyro-oscillator under the action of a deterministic chaotic signal is pointed out. Mutual oscillation regimes in a system of two distributed oscillators with coupled waveguiding systems are studied. УДК 621.385

### ПЕРЕХОДНЫЕ ПРОЦЕССЫ В РАСПРЕДЕЛЁННОЙ НЕЛИНЕЙНОЙ АКТИВНОЙ СРЕДЕ ВИНТОВОЙ ЭЛЕКТРОННЫЙ ПУЧОК—ВСТРЕЧНАЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНАЯ ВОЛНА

#### А. А. Короновский, Д. И. Трубецков, А. Е. Храмов

В работе изучаются переходные процессы в неавтономной распределённой активной среде — в синхронизируемой внешним сигналом гиролампе со встречной волной (гиро-ЛВВ). Изучается зависимость времени, необходимого для установления синхронного режима, от соотношения фаз внешнего сигнала и собственных колебаний системы. Также исследуются характеристики переходного хаоса в гиро-ЛВВ вблизи границы области синхронизации.

#### ВВЕДЕНИЕ

В последнее время большой интерес вызывает генерация и усиление CBЧ сигналов в гирорезонансных приборах со встречной и прямой волной (гиро-ЛВВ и гиро-ЛБВ), которые основаны на взаимодействии незамедленных электромагнитных волн с винтовым электронным потоком. Данные приборы активно исследуются как теоретически, так и экспериментально [1–5].

Анализ динамики активной среды, состоящей из винтового электронного пучка, взаимодействующего с электромагнитной волной, продемонстрировал наличие различных нелинейных явлений, включая периодическую и хаотическую автомодуляцию выходного сигнала, синхронизацию внешним сигналом колебаний гиро-ЛВВ и т. д. [5–12].

В настоящей работе изучаются переходные процессы, протекающие в неавтономной распределённой активной среде винтовой электронный пучок—встречная электромагнитная волна. Рассматривается зависимость длительности установления режима синхронизации (длительности переходного процесса) распределённой системы от фазы внешнего синхронизирующего сигнала: показана возможность сверхбыстрой синхронизации автоколебаний, происходящей при оптимальной фазе внешнего поля. Исследуется также явление переходного хаоса вблизи границы клюва синхронизации.

Под переходным хаосом в отличие от «классического» динамического хаоса, образом которого в фазовом пространстве является странный аттрактор (к последнему асимптотически стремятся фазовые траектории из определённой области фазового пространства при временах  $t \to \infty$ ), в нелинейных динамических системах понимается следующее [13–15]. В фазовом пространстве системы, демонстрирующей переходный хаос, существует так называемое «хаотическое седло» (chaotic saddle) — хаотическое множество в фазовом пространстве, которое является неустойчивым по одному из направлений. Фазовая траектория, стартуя из точек фазового пространства, лежащих вблизи хаотического седла, долгое время демонстрирует непериодическое движение, после чего покидает его окрестность по неустойчивому направлению и достигает аттрактора, который может быть как периодическим, так и хаотическим. Неустойчивое хаотическое множество, показатели Ляпунова и т. д.). В этом случае подсчёт соответствующих характеристик осуществляется по ансамблю сравнительно коротких временны́х реализаций, описывающих переходный хаотический процесс в рассматриваемой системе. При этом, как правило, используется процедура «спивания» временны́х реализаций.

А. А. Короновский, Д. И. Трубецков, А. Е. Храмов

#### 1. ИССЛЕДУЕМАЯ МОДЕЛЬ

При взаимодействии винтового электронного пучка с ТЕ-модами волновода при выполнении условия синхронизма электромагнитной и электронной волн

$$\omega \approx \hat{\omega}, \qquad \hat{\omega} + \beta_0(\hat{\omega})v_{||} - \omega_c = 0 \tag{1}$$

имеет место генерация высокочастотного излучения [16, 17]. Здесь  $\hat{\omega}$  — частота синхронизма,  $\omega_{\rm c}$  — электронная циклотронная частота,  $v_{||}$  — продольная скорость электронов, т. е. скорость, направленная вдоль приложенного магнитного поля,  $\beta_0(\hat{\omega}) < 0$  — постоянная распространения в волноводе без электронного потока. В такой системе (гиролампа со встречной волной) имеет место инерционная группировка электронов, связанная с релятивистской неизохронностью электронов-осцилляторов винтового (поливинтового) пучка. Характерной особенностью гиро-ЛВВ является возможность эффективной перестройки частоты генерации за счёт изменения продольной скорости электронов  $v_{||}$  или статического магнитного поля  $B_0$ .

Взаимодействие цилиндрического слаборелятивистского винтового пучка со встречной волной описывается следующей самосогласованной системой уравнений движения электронов пучка [16] и возбуждения встречной волны электронным потоком [18]:

$$\frac{\mathrm{d}\beta}{\mathrm{d}\xi} - j\mu \left(1 - |\beta|^2\right)\beta = F,\tag{2}$$

$$\frac{\partial F}{\partial \tau} - \frac{\partial F}{\partial \xi} = -\frac{1}{2\pi} \int_{0}^{2\pi} \beta \,\mathrm{d}\theta_0,\tag{3}$$

где  $\beta = r \exp(j\theta)$  — комплексный радиус траекторий электронов ансамбля, первоначально равномерно распределённых по фазе,  $F = F(\xi, \tau)$  — медленно меняющаяся комплексная безразмерная амплитуда поля в сечении пучка,  $\xi = \beta_0(\hat{\omega})\varepsilon z$  — безразмерная продольная координата,  $\tau = \hat{\omega}\varepsilon (t - \frac{z}{v_{||}})(1 + v_{||}/|v_{\rm g}|)^{-1}$  — безразмерное время в движущейся с продольной скоростью пучка  $v_{||}$ системе координат,  $\hat{\omega}$  — частота, удовлетворяющая условию синхронизма (1),  $\beta_0(\hat{\omega})$  — постоянная распространения встречной волны с частотой  $\hat{\omega}$  в системе без электронного пучка,  $v_{\rm g}$  — групповая скорость волны на частоте  $\hat{\omega}$ . Кроме того, введён параметр неизохронности  $\mu$ , характеризующий меру инерционности системы [6].

Уравнения (2) и (3) решаются при следующих начальных и граничных условиях:

$$F(\xi,\tau=0) = f^{0}(\xi), \qquad \frac{1}{2\pi} \int_{0}^{2\pi} \beta(\xi,\tau=0) \,\mathrm{d}\theta_{0} = 0, \tag{4}$$

$$\beta(\xi = 0) = \exp(j\theta_0), \qquad \theta_0 \in [0, 2\pi], \tag{5}$$

где начальное распределение  $f^0$  выбирается в виде

$$f^{0}(\xi) = \delta_{0} \sin[\pi (A - \xi)/2], \qquad (6)$$

А — безразмерная длина системы.

374

Внешний гармонический управляющий сигнал

$$F(\xi = A, \tau) = F_{\Omega} \exp(j\Omega\tau) \tag{7}$$

вводится на коллекторном конце системы  $\xi = A$ . Здесь  $F_{\Omega}$  — амплитуда внешнего сигнала,  $\Omega$  — отстройка частоты внешнего воздействия от частоты «холодного» синхронизма  $\hat{\omega}$ .

А. А. Короновский, Д. И. Трубецков, А. Е. Храмов



Модель, описываемая уравнениями (2)–(5), справедлива при выполнении следующих условий: поле в поперечном сечении электронного пучка должно быть однородно, продольная скорость  $v_{||} \approx \text{const}$  (т. е. пренебрегается взаимодействием электронов-осцилляторов с ВЧ составляющими магнитного поля), нестационарный процесс предполагается узкополосным, вследствие чего в рабочей полосе частот необходимо учитывать взаимодействие винтового пучка только со встречной волной.

#### 2. УСТАНОВЛЕНИЕ РЕЖИМА СИНХРОННЫХ КОЛЕБАНИЙ

Рассмотрим, каким образом в системе устанавливаются синхронные колебания. Будем полагать, что внешнее воздействие  $F_{\Omega} \exp[j(\Omega \tau + \varphi)]$  включается, когда в автономной системе завершился переходный процесс и в ней установился стационарный режим генерации. Начальная фаза внешнего сигнала  $\varphi$  меняется от 0 до  $2\pi$ , тогда как момент времени, в который включается внешнее воздействие, остаётся фиксированным. Таким образом, фактически исследуется вопрос о том, какое влияние оказывает начальная разность фаз стационарного режима генерации и внешнего воздействия на длительность интервала времени, за который осуществляется синхронизация системы.

На рис. 1*a* показаны зависимости длительности *T* установления режима синхронизации от начальной фазы внешнего поля  $\varphi$ , с которой подаётся внешний синхронизирующий сигнал, в различных сечениях  $\xi$  пространства взаимодействия лампы. Управляющие параметры модели выбраны следующими: A = 3;  $\mu = 2$ ;  $F_{\Omega}/F_0 = 0,1$  и  $\Omega/\omega_0 = 1,0154$ , где  $F_0$  и  $\omega_0$  — амплитуда и частота автономных колебаний. Выбор подобного значения амплитуды внешнего воздействия согласуется с реальными экспериментальными данными [19] и соответствует уровню мощности внешнего сигнала в 1 % от выходной мощности гиро-ЛВВ.

Из рис. 1*а* следует, что длительность переходного процесса сильно зависит от начальной фазы входного сигнала и имеет чётко выраженные максимум и минимум, причём максимальная и минимальная длительности установления режима синхронизации отличаются примерно на порядок. Минимальная длительность переходного процесса составляет величину  $T_{\rm min} < 20$ , которая соответствует всего двум-трём характерным временам  $\tau_{\rm A}$  запаздывания распределённой обратной связи исследуемого генератора. Характерное время реакции системы на внешнее воздействие определяется длиной лампы A, групповой скоростью распространения волны в волноведущей структуре  $v_{\rm g}$  и переносной скоростью пучка  $v_{\parallel}$ . Внешнее поле, подаваемое на вход лампы, распространяется навстречу пучку, модулируя винтовой электронный поток, который, в свою очередь,

А. А. Короновский, Д. И. Трубецков, А. Е. Храмов

переносит эту информацию к входу (коллекторному концу) лампы со скоростью  $v_{||}$ , возбуждая в волноведущей системе встречную электромагнитную волну, поле которой складывается с внешним полем. В результате характерное время запаздывания распределённой обратной связи равно  $\tau_{\rm A} \approx A (1/v_{\rm g} + 1/v_{||})$ , что в безразмерных переменных составляет  $\tau_{\rm A} \approx 6$ . Последнее означает, что при оптимальной фазе внешнего поля происходит сверхбыстрая синхронизация распределённой автоколебательной системы со встречной волной, которая осуществляет обратную связь. В противоположном случае установление режима синхронизации осуществляется за времена  $T > 20\tau_{\rm A}$ .

Сравнивая зависимости  $T(\varphi)$  длительности переходного процесса, построенные для различных сечений пространства взаимодействия лампы (см. рис. 1*a*), можно видеть, что в режиме сверхбыстрой синхронизации наблюдается практически одновременное установление синхронного режима во всём объёме активной среды. При фазах  $\varphi$  внешнего поля, отличных от оптимальной, длительность переходного процесса различна в различных сечениях лампы. Наиболее короткий переходной процесс имеет место в середине пространства взаимодействия  $\xi = A/2$ .

Для качественного анализа явления сверхбыстрой синхронизации автоколебаний в активной распределённой среде можно использовать уравнение фазовой синхронизации, полученное впервые Р. Адлером в работе [20], к которому сводится анализ явления синхронизации в самых различных системах:

$$d\alpha/d\tau + \kappa \sin \alpha - (\omega_0 - \Omega) = 0, \tag{8}$$

где  $\alpha$  — разность фаз между внешним сигналом и сигналом неавтономной колебательной системы,  $\kappa$  — коэффициент синхронизации, вид которого определяется особенностями исследуемой системы. В работе [21] было показано, что при некоторых предположениях синхронизация в винтовом пучке, взаимодействующем со встречной волной, описывается уравнением (8), где коэффициент синхронизации определяется особенностями распределения поля в распределённой системе и зависит от координаты  $\xi$  пространства взаимодействия.

Заметим, что это же уравнение описывает синхронизацию слабым внешним сигналом автоколебаний в генераторе, описываемом уравнением Ван-дер-Поля [22], в предположении, что внешний сигнал изменяет только фазу колебаний, не изменяя их амплитуду. В последнем случае при ряде упрощающих предположений  $\kappa = u_0/2$ , где  $u_0$  — амплитуда внешнего воздействия [22, 23].

Длительность T установления режима синхронизации в генераторе Ван-дер-Поля (с параметром нелинейности  $\varepsilon = 0,1$ ) в зависимости от начальной фазы  $\varphi$  внешнего сигнала при задании параметров в области синхронизации, определяемой из уравнения (8) условием  $|\omega_0 - \Omega| \leq \kappa$ , представлена на рис. 1 $\delta$ , где единичный интервал на оси T соответствует одному периоду колебаний системы. Сравнивая рис. 1a и  $\delta$ , можно сделать вывод, что зависимость длительности переходного процесса от начальной фазы  $\varphi$  управляющего поля как для простейшей автоколебательной системы, так и для распределённого электронного генератора имеет качественно подобный вид. При этом в генераторе Ван-дер-Поля также есть возможность путём подбора оптимальной начальной фазы внешнего поля получить сверхбыструю синхронизацию автоколебаний — в течение одного характерного периода.

Используя уравнение (8), несложно показать, что величина  $\Delta \varphi$ , определяющая разность фаз внешнего и собственного сигналов, соответствующих максимальному и минимальному времени установления переходного процесса, в зависимости от частоты внешнего воздействия в области синхронизации шириной  $2\Delta \omega$  аналитически может быть записана в виде

$$\Delta \varphi = 2 \arcsin \frac{\omega_0 - \Omega}{\Delta \omega} + \pi.$$
(9)

А. А. Короновский, Д. И. Трубецков, А. Е. Храмов

Отсюда следует, что величина  $\Delta \varphi$  определяется только частотной расстройкой  $\omega_0 - \Omega$  и не зависит от свойств системы.

Проанализируем соответствующие зависимости  $\Delta \varphi (\omega_0 - \Omega) / \Delta \omega$  для исследуемой распределённой автоколебательной системы и генератора Ван-дер-Поля, используя численное моделирование. Для нахождения этих зависимостей рассчитывались длительности установления режима синхронизации  $T(\varphi)$  для различных частот внешнего воздействия при приведённых выше прочих параметрах. На рис. 2 представлены результаты расчёта разницы фаз  $\Delta \varphi$ , соответствующих максимальному и минимальному времени



установления переходного процесса от относительной расстройки  $(\omega_0 - \Omega)/\Delta\omega$  для распределённой автоколебательной системы (•) и генератора Ван-дер-Поля (•). На том же рисунке приведена кривая, рассчитанная по формуле (9) (сплошная линия).

Из рисунка следует, что оптимальные фазовые соотношения для достижения минимального времени установления синхронного режима в сложной электронной автоколебательной среде описываются теми же универсальными уравнениями, полученными для простой конечномерной системы (генератора Ван-дер-Поля).

Видимо, можно ожидать, что подобное поведение длительности переходных процессов при установлении режимов синхронизации является универсальным для большого класса как сосредоточенных, так и распределённых нелинейных автоколебательных систем, неавтономную динамику которых можно в том или ином приближении описать уравнением синхронизации вида (8). Наиболее важной здесь является возможность сверхбыстрого установления режима синхронизации, которое имеет место при оптимальных фазовых соотношениях между внешним управляющим сигналом и колебаниями в системе.

#### 3. ПЕРЕХОДНЫЙ ХАОС

Рассмотрим теперь неавтономную динамику гиро-ЛВВ при  $\mu = 4$  и A = 3. Этим параметрам соответствует режим периодической автомодуляции выходного сигнала в автономной системе.

Вблизи высокочастотной границы клюва синхронизации в этом случае имеет место явление переходного хаоса, обсуждаемого во введении. Исследуем переходный хаос в распределённой активной среде при следующих параметрах внешнего управляющего сигнала:  $\Omega/\omega_0 = 2$ ,  $F_0 = 0.62$ . На рис. 3 представлены характерные временные реализации выходного сигнала  $F(\xi = 0, \tau)$  в режиме переходного хаоса, полученные при различных начальных условиях (6), а именно при различных амплитудах начального возмущения  $\delta_0$ . Случай, изображённый на рис. 3a, соответствует  $\delta_0 = 0.0019$ , а на рис.  $36 - \delta_0 = 0.0072$ . Вертикальными штриховыми линиями выделены характерные области временных реализаций: область II соответствует анализируемому режиму переходного хаоса.

Из рис. 3 видно, что в зависимости от амплитуды начального возмущения  $\delta_0$  длительность переходного процесса различна, но в итоге в гиро-ЛВВ устанавливается режим стационарной генерации на частоте внешнего воздействия. Переходный процесс носит нерегулярный хаотический характер, что свидетельствует о наличии в системе явления переходного хаоса.

А. А. Короновский, Д. И. Трубецков, А. Е. Храмов


Временна́я реализация (колебания амплитуды поля  $|F(\tau)|$  на выходе системы  $\xi = 0$ ), порождаемая исследуемой системой в режиме переходного хаоса, может быть условно разделена на четыре части (см. рис. 3): I — эволюция системы от начального состояния до неустойчивого хаотического режима, II — режим переходного хаоса, III — выход системы на асимптотический режим, IV конечное асимптотически устойчивое состояние. Непосредственную информацию о неустойчивом хаотическом седле предоставляет участок II временно́й реализации, в то время как участки I, III и IV соответствуют другим состояниям системы. Поэтому для анализа характеристик хаотического седла, существующего в фазовом пространстве системы, необходимо отбросить участки I, III и IV временно́й реализации [15], чтобы затем «склеить» участки реализации, отвечающие хаотическому (но неустойчивому) режиму.

Длительности временны́х участков I и III определяются свойствами системы и практически не зависят от начальных условий (см. [24]). Поэтому при построении искусственной длинной временно́й реализации длины участков I и III были неизменными для всех временны́х реализаций, порождённых системой (2)–(7). Длительности участков I и III выбирались аналогично тому, как это было сделано в [15]. Момент завершения участка III (и, соответственно, начала участка IV) определялся в соответствии с методикой, изложенной в [25].

А. А. Короновский, Д. И. Трубецков, А. Е. Храмов



Подобный подход позволяет затем применить к полученной искусственной длинной временной реализации стандартные методы анализа (см., например, [26–28]). Подробно процедура сшивания временны́х реализаций, порождённых распределённой системой электронный винтовой поток— встречная электромагнитная волна, и построение искусственной длинной временно́й реализации описаны в работе [29].

Рассмотрим количественные характеристики переходного хаоса, определённые по искусственной длинной реализации: корреляционную размерность и старший ляпуновский показатель.

Напомним, что корреляционная размерность аттрактор<br/>аDесть функция масштаба наблюдения  $\varepsilon:$ 

$$D(\varepsilon) = \lim_{\varepsilon \to 0} \frac{\ln C(\varepsilon, d)}{\ln \varepsilon} , \qquad (10)$$

где  $C(\varepsilon, d)$  — число пар точек, расстояние между которыми в псевдофазовом пространстве размерности d меньше  $\varepsilon$  (редуцированный корреляционный интеграл), даётся соотношением

$$C(\varepsilon, d) = \frac{1}{MN} \sum_{j=1}^{M} \sum_{i=1, i \neq j}^{N} H(\varepsilon - \|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j\|).$$
(11)

Здесь M — число точек редукции, N — число точек во временно́й реализации, H — функция Хевисайда, **x** — вектор состояния в псевдофазовом пространстве, восстанавливаемый по методу Такенса,  $\|\mathbf{x}_i\|$  — длина вектора.

На рис. 4 представлены результаты расчёта размерности  $D(\varepsilon)$  для хаотического седла, восстановленного по «сшитой» временной реализации переходного хаоса, при различной размерности

А. А. Короновский, Д. И. Трубецков, А. Е. Храмов 379

пространства вложения d. На рисунке указаны размерности пространства вложения, для которых рассчитывалась корреляционная размерность. Длина временной реализации была выбрана  $N = 6 \cdot 10^4$ , а число точек редукции  $M = 10^4$ .

Из рис. 4 видно, что хаотическое седло, соответствующее переходному хаосу, сильно неоднородно, о чём свидетельствует отсутствие области скейлинга на зависимостях наклона корреляционного интеграла от масштаба наблюдения. Однако начиная с размерности пространства вложения  $d = 3 \div 4$  вид кривых  $D(\varepsilon)$  не меняется. Исходя из этого можно сделать вывод о том, что размерность пространства вложения d в данном случае также порядка четырёх.

Рассмотрим теперь такую важную характеристику переходного хаоса, как максимальный ляпуновский показатель  $\lambda_1$ . Оценка максимального ляпуновского характеристического показателя проводилась с помощью процедуры, предложенной в работах [30, 31]. В соответствии с ней величина  $\lambda_1$  определяется как

$$\lambda_1 = \lim_{t \to \infty} \left[ \frac{1}{t} \ln \frac{\chi(t)}{\chi(t_0)} \right],\tag{12}$$

где  $\chi(t)$  — расстояние в момент времени t между двумя изображающими точками  $\mathbf{x}'$  и  $\mathbf{x}''$  в фазовом пространстве. Предполагаем, что в начальный момент времени эти точки близки, т. е.  $\|\mathbf{x}' - \mathbf{x}''\| = \chi(t_0) \ll R$ , где R — характерный геометрический размер аттрактора в фазовом пространстве. Положительное значение максимального ляпуновского показателя  $\lambda_1$  свидетельствует о хаотической динамике системы. При этом через промежуток времени  $\tau \approx \ln[R/\chi(t_0)]/\lambda_1$  поведение системы становится непредсказуемым, т. е. величина ляпуновского показателя характеризует степень неустойчивости и сложности хаотического процесса.

Теперь, следя за динамикой системы при старте из точек  $\mathbf{x}'$  и  $\mathbf{x}''$  и анализируя расстояние  $\chi(t_0 + m \Delta \tau) = \|\mathbf{x}'(t_0 + m \Delta \tau) - \mathbf{x}''(t_0 + m \Delta \tau)\|$  между текущими состояниями системы, находим интервал времени  $m \Delta \tau$ , где m = 1, 2, ..., за который траектории расходятся на расстояние, большее  $\chi_{\text{max}}$ . Далее находится новая точка  $\mathbf{x}''_m$  на аттракторе, которая близка к точке  $\mathbf{x}'(t_0 + m \Delta \tau) (\|\mathbf{x}'(t_0 + m \Delta \tau) - \mathbf{x}''_m\|) = \chi(t_0 + m \Delta \tau) \ll R)$  и сдвинута от неё по направлению вектора  $\mathbf{x}''(t_0 + m \Delta \tau) - \mathbf{x}''_m(t_0 + m \Delta \tau)$ . После этого процедура повторяется заново.

Для определения среднего по аттрактору максимального ляпуновского показателя вышеописанную процедуру необходимо повторить M раз до достижения величиной

$$\langle \lambda_1 \rangle = \frac{1}{M \,\Delta\tau} \sum_{m=1}^M \ln \frac{\chi(t_0 + m \,\Delta\tau)}{\chi[t_0 + (m-1) \,\Delta\tau]} \tag{13}$$

асимптотического значения.

В результате расчётов по вышеизложененной методике для «сшитой» временной реализации было получено следующее значение максимального ляпуновского характеристического показателя:  $\lambda_1 = 0.098 \pm 0.011$ .

Заметим, что если незначительно сместиться по параметрам в область хаотической генерации, выбрав, например,  $\Omega = 2,1$  и  $F_{\Omega} = 0,62$  (напомним, что переходный хаос изучался нами в области  $\Omega = 2,0$ ;  $F_{\Omega} = 0,62$ ), то такие характеристики хаотического аттрактора, как восстановленный аттрактор и фурье-спектр мощности, подобны характеристикам переходного хаоса. Однако максимальный ляпуновский показатель хаотического аттрактора  $\lambda_1 = 0,002$ , т. е. неустойчивое хаотическое множество (переходный хаос) — более неустойчивый (а следовательно, «более хаотичный») режим, чем хаотический аттрактор, существующий «по соседству» в пространстве параметров.

А. А. Короновский, Д. И. Трубецков, А. Е. Храмов

#### 4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В представленной работе проведён анализ установления синхронного режима колебаний и исследован переходный хаос в неавтономной распределённой активной среде винтовой электронный пучок—встречная электромагнитная волна (в гиро-ЛВВ, синхронизируемой внешним сигналом) вблизи границы области синхронизации. Проведён анализ характеристик переходного хаоса в исследуемой распределённой системе.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 02–02–16351), программы поддержки ведущих научных школ РФ, а также научно-образовательного центра «Нелинейная динамика и биофизика» при Саратовском госуниверситете им. Н. Г. Чернышевского (грант CRDF № REC–006).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Nusinovich G. S., Walter M. // Phys. Rev. E. 1999. V. 60, No. 4. P. 4811.
- Rodgers J., Guo H., Nusinovich G. S., Granatstein V. L. // IEEE Trans. on Plasma Sci. 2001. V. 48, No. 10. P. 2434.
- 3. Nusinovich G. S., Chen W., Granatstein V. L. // Phys. Plasmas. 2001. V. 8, No. 2. P. 631.
- 4. Nusinovich G. S., Sinitsyn O. V., Kesar A. // Phys. Plasmas. 2001. V. 8, No. 7. P. 3427.
- Nusinovich G. S., Vlasov A. N., Antonsen T. M. // Phys. Rev. Lett. 2001. V. 87, No. 21. Article no. 218301.
- Дмитриев А. Ю., Трубецков Д. И., Четвериков А. П. // Изв. вузов. Радиофизика. 1991. Т. 34, № 9. С. 595.
- Трубецков Д. И., Четвериков А. П. // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 1994. Т. 2, № 5. С. 3.
- 8. McCurdy A. H. // Appl. Phys. Lett. 1995. V. 66, No. 14. P. 1845.
- 9. Трубецков Д. И., Храмов А. Е. // Письма в ЖТФ. 2002. Т. 28, вып. 18. С. 34.
- Короновский А. А., Трубецков Д. И., Храмов А. Е. // Изв. вузов. Радиофизика. 2002. Т. 45, № 9, С. 773.
- 11. Короновский А. А., Трубецков Д. И., Храмов А. Е. // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2002. Т. 10, № 5. С. 3.
- 12. Трубецков Д. И., Храмов А. Е. // Радиотехника и электроника. 2003. Т. 48, № 1. С. 116.
- 13. Grebogi C., Ott E., Yorke J. A. // Physica. D. 1983. V. 7. P. 181.
- 14. Tél T. // Directions in Chaos / Ed. by Bai-lin Hao. Singapore: World Scientific, 1990. V. 3.
- 15. Jánosi I. M., Tél T. // Phys. Rev. E. 1994. V. 49. P. 2756.
- 16. Юлпатов В. К. // Вопросы радиоэлектроники. Сер. 1. Электроника. 1965. № 12. С. 15.
- 17. Юлпатов В. К. // Вопросы радиоэлектроники. Сер. 1. Электроника. 1965. № 12. С. 24.
- Кузнецов С. П., Трубецков Д. И. // Электроника ламп с обратной волной. Саратов: Изд-во Сарат. ун-та, 1975. С. 135.
- Kou C. S., Chen S. H., Barnett L. R., Chen H. Y., Chu K. R // Phys. Rev. Lett. 1993. V. 70, No. 7. P. 924.
- 20. Adler R. // Proc. IRE. 1949. V. 34, No. 6. P. 351.
- 21. Трубецков Д. И., Храмов А. Е. // Известия РАН. Сер. физич. 2002. Т. 66, № 12. С. 1761.
- 22. Рабинович М. И., Трубецков Д. И. Введение в теорию колебаний и волн. М.: Наука, 1992. 432 с.
- 23. Анищенко В. С., Вадивасова Т. Е. // Радиотехника и электроника. 2002. Т. 47, № 2. С. 133.

А. А. Короновский, Д. И. Трубецков, А. Е. Храмов

- Астафьев Г. Б., Короновский А. А., Храмов А. Е. // Известия РАН. Сер. физич. 2003. Т. 67, № 12. С. 1688.
- 25. Короновский А. А., Трубецков Д. И., Храмов А. Е., Храмова А. Е. // Изв. вузов. Радиофизика. 2002. Т. 45, № 10. С. 880.
- 26. Grassberger P., Procaccia I. // Phys. Rev. Lett. 1983. V. 50. P. 346.
- 27. Grassberger P., Procaccia I. // Physica. D. 1983. V. 9. P. 189.
- 28. Dhamala M., Ying-Cheng L., Kostelich E. J. // Phys. Rev. E. 2001. V. 64. Article no. 056 207.
- 29. Hramov A. E., Koronovskii A. A., Rempen I. S., Trubetskov D. I. // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 2002. Т. 10, № 3. С. 97.
- 30. Wolf A., Swift J., Swinney H. L., Vastano J. // Physica. D. 1989. V. 16. P. 285.
- 31. Eckmann J.-P., Kamphorst S. O., Ruelle D., Gilberto D. // Phys. Rev. A. 1986. V. 34. P. 4971.

Саратовский госуниверситет им. Н. Г. Чернышевского, Поступила в редакцию ГосУНЦ «Колледж», г. Саратов, Россия 11 сентября 2003 г.

## TRANSIENT PROCESSES IN A DISTRIBUTED ACTIVE MEDIUM "HELICAL ELECTRON BEAM – COUNTERPROPAGATING ELECTROMAGNETIC WAVE"

A. A. Koronovsky, D. I. Trubetskov, and A. E. Khramov

In this paper we study transient processes in a nonautonomous distributed active medium formed by a gyro-counterpropagating-wave tube (gyro-CWT) synchronized by an external signal. We analyze how the time required to reach the synchronous regime depends on the ratio between the externalsignal phase and the natural-oscillation phase. The characteristics of transient chaos in a gyro-CWT near the synchronization area are also examined. УДК 517.9

# ХАОС И ГИПЕРХАОС В ЛАМПЕ ОБРАТНОЙ ВОЛНЫ

С. П. Кузнецов, Д. И. Трубецков

На основе численного решения уравнений нестационарной нелинейной теории исследуются хаотические автоколебательные режимы в лампе обратной волны. Представлены временные зависимости амплитуды выходного сигнала, фазовые портреты, статистические характеристики динамики для «слабого» хаоса, возникающего в результате последовательности бифуркаций удвоения периода автомодуляции при умеренных значениях параметра нормированной длины, и для развитого хаоса, реализующегося при больших значениях этого параметра. Показано, что развитый хаос характеризуется наличием более чем одного положительного показателя Ляпунова (гиперхаос). Представлены также оценки энтропии Колмогорова—Синая, ляпуновской размерности и корреляционной размерности по алгоритму Грассбергера—Прокаччиа. Полученный материал подтверждает, что за хаотические режимы в лампе обратной волны отвечает конечномерный странный аттрактор.

#### ВВЕДЕНИЕ

Лампа обратной волны (ЛОВ) — электронный прибор для генерации электромагнитных колебаний СВЧ диапазона, идея которого оформилась в конце 40-х — начале 50-х годов в результате независимой работы нескольких исследовательских групп в СССР (М. Ф. Стельмах с сотрудниками), в Англии и США (Р. Комфнер, Н. Вильямс, Дж. Пирс), во Франции (Б. Эпштейн с сотрудниками). В ЛОВ электронный пучок взаимодействует с волной в специальной электродинамической структуре (замедляющей системе) в ситуации, когда фазовая скорость волны близка к скорости электронов, а групповая скорость противоположна по направлению. Благодаря первому условию электроны подвергаются эффективному, накапливающемуся действию поля волны, в пучке образуются сгустки, и возникает высокочастотная составляющая тока. Благодаря второму условию энергия испущенного сгустками излучения распространяется навстречу пучку, чем обеспечивается наличие в системе внутренней обратной связи и возможность автоколебаний. В «классическом» варианте генератора обратной волны (ЛОВ типа О) электроны взаимодействуют с продольной составляющей поля волны, претерпевают смещения параллельно оси пучка (процесс группирования) и отдают волне кинетическую энергию. Известны и другие разновидности систем с обратной волной (ЛОВ типа М, ЛОВ с поперечным полем, релятивистская ЛОВ на аномальном эффекте Доплера, гиро-ЛОВ, пениотрон встречной волны).

В 50–60-х годах ЛОВ активно исследовались и разрабатывались для применения в радиолокации и системах связи, в качестве задающих генераторов в передатчиках и гетеродинов в приёмниках с быстрой перестройкой частоты, в измерительной технике и радиоспектроскопии. Начиная с 70-х годов, с появлением эффективных сильноточных ускорителей, возникает возможность использовать принцип генерации на обратной волне для создания мощных источников электромагнитного излучения в коротковолновой части СВЧ диапазона на интенсивных релятивистских электронных пучках.

В начале 70-х годов в Саратовском государственном университете и в НИИ механики и физики при СГУ проводились исследования, направленные на разработку нестационарной нелинейной теории ламп обратной волны. В опубликованной тогда книге [1] сформулированы основные принципы, лежащие в основе нестационарной нелинейной теории ЛОВ и доведена до определённой степени завершённости теория ЛОВ типа М, в частности, проведено численное моделирование переходного процесса, завершающегося установлением стационарного режима генерации. Там же

сформулированы основные уравнения нестационарной теории ЛОВ типа О, однако реализовать их численное решение удалось несколько позже. Одновременно и независимо это было сделано в ходе теоретического исследования релятивистских ЛОВ в Горьком (ныне Нижний Новгород) в группе М. И. Петелина. Согласно полученным результатам переходный процесс в нерелятивистской или слаборелятивистской ЛОВ заканчивался установлением стационарного режима генерации лишь при рабочем токе пучка, не более чем втрое превышающем стартовое значение, при котором начиналась генерация. При бо́льших токах пучка возникали автомодуляционные режимы, когда амплитуда сигнала на выходе ЛОВ осциллировала во времени периодическим или непериодическим образом. После обсуждения на Межвузовской конференции по электронике СВЧ в Ростове-на-Дону осенью 1976 г. работа обеих групп была скоординирована (см. совместные статьи [2–4]). В экспериментах, проводившихся Б. П. Безручко, были подтверждены основные результаты нестационарной теории. Это относится к самому факту возникновения автомодуляции, её характеристикам, таким, как период и спектр, а также к полученным в эксперименте зависимостям амплитуды выходного сигнала от времени в переходном процессе [4–9]. Позднее были опубликованы результаты экспериментов с релятивистскими ЛОВ, в которых также наблюдалась автомодуляция [10–12]. Исследовалось влияние на динамику ЛОВ таких факторов, как пространственный заряд [8, 13–15], потери энергии в замедляющей системе [8, 15], отражения волн на концах системы [16–20], воздействие внешнего сигнала [8, 21, 22].

Одним из принципиально важных результатов было обнаружение в численных расчётах и в эксперименте генерации хаотических колебаний в ЛОВ при достаточно больших параметрах безразмерной длины, т. е. при значительном превышении рабочего тока пучка над стартовым [6–10]. Были продемонстрированы, в частности, такие атрибуты хаоса, как сплошной спектр выходного сигнала и неустойчивость динамики по отношению к малому возмущению начальных условий. Что касается сценария возникновения хаоса в ЛОВ, то для основной теоретической модели (см. уравнения (1)) он был достаточно детально исследован численно в работах [23, 24] и кратко резюмируется в следующем разделе. Надо отметить, однако, что в реальных ЛОВ динамика в области перехода к хаосу сильно подвержена влиянию дополнительных факторов, не учитываемых в основной модели (отражения и др.) [16, 17, 19].

Обнаружение хаотической динамики открывает возможность использования ЛОВ в качестве генератора шума, спектр которого сосредоточен в определённой полосе частот и перемещается по диапазону при изменении ускоряющего напряжения [6–10, 25, 26].

Настоящая статья посвящена дальнейшему исследованию хаотических автоколебательных режимов в лампе обратной волны. В частности, мы демонстрируем качественное и количественное различие между «слабым хаосом», реализующимся при умеренных значениях параметра нормированной длины, и развитым хаосом. Последний характеризуется наличием более одного положительного показателя Ляпунова и по принятой в нелинейной динамике терминологии должен классифицироваться как гиперхаос. Представлены также оценки размерности странного аттрактора, отвечающего за хаотические режимы в ЛОВ.

## 1. УРАВНЕНИЯ ДИНАМИКИ ЛОВ И РЕЗУЛЬТАТЫ ИХ РЕШЕНИЯ. ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ БИФУРКАЦИЙ НА ПУТИ К ХАОСУ

Уравнения нестационарной нелинейной теории ЛОВ типа О в простейшем варианте без учёта пространственного заряда, релятивистских эффектов, потерь энергии в замедляющей системе (основная модель) записываются в виде

С. П. Кузнецов, Д. И. Трубецков

$$\partial^2 \theta / \partial \zeta^2 = -\operatorname{Re}[F \exp(i\theta)], \qquad \partial F / \partial \tau - \partial F / \partial \zeta = -J, \qquad J = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \exp(-i\theta) \,\mathrm{d}\theta_0, \qquad (1)$$

$$\theta|_{\zeta=0} = \theta_0, \qquad \partial \theta / \partial \zeta|_{\zeta=0} = 0, \qquad F|_{\zeta=L} = 0,$$
(2)

где безразмерные независимые переменные  $\zeta = \beta_0 Cx$  и  $\tau = \omega_0 C (t - x/v_0) (1 + v_0/v_{\rm rp})^{-1}$  — координата и «запаздывающее» время,  $v_0$  — скорость пучка на входе в пространство взаимодействия,  $v_{\rm rp}$  — групповая скорость волны,  $L = \beta_0 l C = 2\pi CN$  — нормированная длина лампы, l — длина системы, N — число длин замедленных волн, укладывающихся на длине системы,  $C = \sqrt[3]{I_0 K_0/(4U)}$  — параметр Пирса, который предполагается малым,  $I_0$  — ток пучка, U ускоряющее напряжение,  $K_0$  — сопротивление связи замедляющей системы. Величина  $\theta(\zeta, \tau, \theta_0)$ характеризует фазу электрона, влетевшего в пространство взаимодействия с фазой  $\theta_0$ , в поле волны, а  $F(\zeta, \tau) = \tilde{E}/(2\beta_0 UC^2)$  — безразмерную комплексную амплитуду высокочастотного поля волны  $E(x,t) = \operatorname{Re}[\tilde{E}(x,t)\exp(i\omega_0t - i\beta_0x)].$ 

Следует отметить, что уравнения (1) носят универсальный характер в том смысле, что они оказываются одинаковыми (с точностью до нормировки) для различных электронных устройств с длительным взаимодействием на обратной волне с инерционным механизмом группировки в определённой предельной ситуации (малая величина произведения квадрата масс-фактора на параметр взаимодействия в релятивистской ЛОВ, убитронах и скаттронах, большой параметр неизохронности в гиро-ЛОВ и др.) [3].

Уравнения (1) и граничные условия (2) задают динамическую систему с бесконечномерным фазовым пространством. В самом деле, при каждом фиксированном  $\tau$  распределение поля по координате  $\zeta$  описывается некоторой комплексной функцией  $F(\zeta)$ . Эта функция должна удовлетворять естественному для комплексной амплитуды требованию гладкости и обращаться в нуль на правом конце системы  $\zeta = L$ . Поскольку в результате решения уравнений распределение поля  $F(\zeta)$  определится однозначно при любом  $\tau' > \tau$ , множество допустимых функций  $F(\zeta)$  следует трактовать как фазовое пространство системы, каждая точка которого отвечает определённому её состоянию. Когда состояние меняется во времени в соответствии с уравнениями (1), изображающая точка движется в пространстве функций по некоторой «фазовой траектории».

Роль основного управляющего параметра, подобную той, которая при анализе турбулентности отводится числу Рейнольдса, играет нормированная длина лампы L. На практике параметр L обычно регулируют изменением тока электронного пучка  $I_0$ , варьируя напряжение на управляющем электроде в электронной пушке, при этом  $L \propto I_0^{1/3}$ .

Известно, что при малых L реализуется устойчивое состояние равновесия,  $F \equiv 0$ . При  $L = L_{\rm cr} = 1,97327$  имеет место бифуркация потери устойчивости неподвижной точки. Численное решение уравнений (1) показывает, что при  $L_{\rm cr} < L < L_{\rm AM} \approx 2,937$  переходный процесс заканчивался установлением стационарного режима генерации: амплитуда выходного сигнала стабилизируется на определённом уровне и далее с течением времени не меняется, при этом частота, т. е. скорость изменения фазы комплексной переменной F, также становится постоянной [2–5].

При  $L > L_{AM}$  возникает автомодуляция — самоподдерживающиеся колебания амплитуды выходного сигнала с характерным периодом, определяемым временем прохождения сигнала по петле обратной связи  $T_{AM} \propto 1.5 (l/v_0 + l/v_{rp})$  [2–5]. О дальнейшей последовательности переходов даёт представление бифуркационная диаграмма, заимствованная из работ [23, 24] и показанная на рис. 1*a*. Обсуждавшиеся до этого момента «простые» автомодуляционные режимы представлены одиночной линией вблизи левого края диаграммы. При  $L = L_1 \approx 4.0$  эта линия раздваивается, что соответствует бифуркации удвоения периода автомодуляции (форма «пичков» автомодуляции повторяется через раз). Затем в узкой области изменения параметра L имеют место даль-



Рис. 1. Бифуркационная диаграмма модели ЛОВ (1), (2) из работы [23, 24]. По оси абсцисс отложена нормированная длина L, по оси ординат — максимальные значения амплитуды выходного сигнала, которые достигаются в установившемся режиме. Отдельно показан фрагмент бифуркационной диаграммы, отвечающий области перехода к хаосу через каскад бифуркаций удвоения периода автомодуляции. По оси абсцисс отложена величина  $\Delta L = L - L_1$ , где  $L_1 \approx 4,0$  отвечает первой бифуркации удвоения периода

нейшие бифуркации удвоения периода автомодуляции при  $L = L_2, L_3, \ldots$  и переход к хаосу. Соответствующий фрагмент бифуркационной диаграммы показан в увеличенном виде на рис. 16. С точностью до многочисленных деталей он воспроизводит картину, известную для широкого класса нелинейных диссипативных систем как сценарий перехода к хаосу по Фейгенбауму через бесконечный каскад бифуркаций удвоения периода. Предельная точка этой последовательности — критическая точка Фейгенбаума соответствует порогу возникновения хаоса. В закритической области можно видеть области хаоса и окна периодичности (например, хорошо заметны окна периода 5 и 7). Вблизи критической точки выполняются универсальные количественные закономерности, присущие сценарию Фейгенбаума [27–29]<sup>1</sup>.

Хаос, возникающий в результате последовательности бифуркаций удвоения периода автомодуляции, оказывается в известном смысле не развитым, «слабым». Во-первых, он занимает лишь узкую область по параметру *L*. Во-вторых, зависимость амплитуды от времени выглядит как приблизительное повторение однотипных «пичков», близких по размеру, через примерно равные интервалы времени, а интенсивность шумовой составляющей в спектре невелика. Пространственное распределение поля не обнаруживает богатого разнообразия форм, какое должно быть

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> С формальной точки зрения, периодической автомодуляции в фазовом пространстве исходной системы отвечает не цикл, а тор. В нелинейной динамике в настоящее время хорошо известно, что последовательность удвоения торов, в отличие от удвоения циклов, в типичном случае содержит конечное число бифуркаций. Тем не менее в нашей модели ЛОВ, очевидно, имеет место полный каскад удвоений периода автомодуляции. Дело в том, что эту модель неправомерно относить в соответствующем контексте к классу типичных систем из-за присущей уравнениям специальной симметрии — инвариантности по отношению к фазовым сдвигам. В самом деле, благодаря указанному свойству можно переформулировать постановку задачи так, чтобы переменная, отвечающая за фазу выходного сигнала, была вообще исключена из рассмотрения. Для этого достаточно ввести вместо  $F(\tau, \zeta)$  новую независимую переменную  $\tilde{F}(\tau) = F(\tau) \exp[-i \arg(F(\tau, 0))]$ , хотя при этом соответствующая форма уравнений оказывается менее удобной. Тогда от двумерного тора, отвечающего режиму периодической автомодуляции, мы возвращаемся к предельному циклу, который может претерпевать бесконечную последовательность удвоений периода. Вне рамок метода медленно меняющихся амплитуд указанный аргумент теряет силу, и, по-видимому, будет реализовываться либо конечная последовательность удвоений торов, либо каскады бифуркаций удвоения на базе периодических режимов, отвечающих резонансным циклам на торе.

характерно для развитого хаоса — «турбулентности».

Вслед за областью удвоений периода автомодуляции, в интервале 4,15 < L < 4,33 присутствует большое количество окон периодичности. Выход из этой области с увеличением параметра L сопровождается переходом от хаотической автомодуляции к периодической через перемежаемость 1-го рода по Помо и Манневиллю [29, 30]. В результате при  $L \approx 4,33$  хаотическая автомодуляция сменяется периодической. Затем она становится квазипериодической (в интервале примерно от 4,6 до 4,75), и потом снова периодической. По-видимому, странный аттрактор в фазовом пространстве превращается здесь в метастабильное хаотическое множество. Переходный процесс, предшествующий установлению регулярного автомодуляционного режима, может занимать длительное время, во много раз превышающее характерный период автомодуляции.

Наконец, при достаточно больших величинах  $L \gtrsim 6$ , что соответствует превышению тока пучка над стартовым значением в 30 и более раз, изменение амплитуды и фазы сигнала во времени становится явно нерегулярным, хаотическим. При этом даже в течение очень большого времени не наблюдается никакой тенденции к установлению режима с постоянной или периодически меняющейся амплитудой. Однако усреднённые за время  $\tau$  порядка нескольких единиц квадрат амплитуды  $|F|^2$  и скорость изменения фазы сигнала становятся примерно постоянными, что позволяет говорить о достижении режима, установившегося в статистическом смысле. Режим с такими же статистическими характеристиками возникает и при других начальных условиях, так что его следует классифицировать как хаотические автоколебания.

## 2. «СЛАБЫЙ» ХАОС И РАЗВИТЫЙ ХАОС В ДИНАМИКЕ ЛОВ. ФЕНОМЕНОЛОГИЯ И СТАТИСТИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ

Для детального анализа выберем два режима, которые наблюдаются в основной модели ЛОВ при нормированной длине L = 4,24 («слабый» хаос) и L = 6,1 (развитый хаос). На рис. 2 представлены зависимости амплитуды выходного сигнала от времени, имеющие место по истечении порядка сотни характерных периодов колебаний амплитуды от начала процесса.

На рис. 3 показаны фазовые портреты — двумерные проекции странных аттракторов, построенные с использованием наблюдаемой на выходе ЛОВ амплитуды сигнала по методу Такенса: по осям координат отложены амплитуды выходного сигнала в текущий и запаздывающий моменты времени. В случае слабого хаоса фазовый портрет демонстрирует визуально хорошо различимую тонкую структуру, что качественно свидетельствует о малой размерности странного аттрактора. Во втором случае такой структуры не видно, что указывает на существенно большую размерность.

На рис. 4 приводится график распределения среднего квадрата амплитуды поля по длине системы  $\sigma^2(\zeta) = \overline{|F(\tau,\zeta)|^2}$  и среднеквадратичного отклонения этой величины  $\kappa(\zeta) = \sqrt{|F(\tau,\zeta)|^4 - (\overline{|F(\tau,\zeta)|}^2)^2}$ , где черта означает усреднение по времени. Величина  $\sigma^2(\zeta)$  определяет средний поток энергии электромагнитной волны в данном сечении системы  $\zeta$ , а  $\kappa(\zeta)$  характеризует флуктуации потока энергии. Видно, что обе эти величины монотонно нарастают от нуля до максимума справа налево вдоль пространства взаимодействия. При этом в режиме слабого хаоса  $\kappa(\zeta)$  больше, чем  $\sigma^2(\zeta)$ , что связано с наличием интенсивной почти периодической составляющей в динамике системы. Заметим, что для развитого хаоса имеет место обратное соотношение.

На рис. 5 показаны функции распределения амплитуды выходного сигнала f(|F|). Для слабого хаоса эта функция имеет характерный вид с рядом пиков, которые ассоциируются с наиболее вероятными значениями минимумов и максимумов амплитуды выходного сигнала, реализующимися с достаточно правильной регулярностью. В режиме развитого хаоса функция распределения

С. П. Кузнецов, Д. И. Трубецков



Рис. 2. Зависимости амплитуды выходного сигнала ЛОВ от времени, наблюдаемые после окончания переходного процесса, по результатам численного решения уравнений (1), (2) при L = 4,24 (*a*) и L = 6,1 (*б*)



Рис. 3. Фазовые портреты слабого хаоса при L = 4,24 (a) и развитого хаоса при L = 6,1 (b)

имеет сглаженный вид с одним выраженным максимумом. При дальнейшем увеличении параметра L функция распределения приближается к релеевской, т. е. к той форме, какую она имела бы, если бы комплексная амплитуда выходного сигнала вела себя как случайный процесс с гауссовым распределением вещественной и мнимой частей.

На рис. 6 показан модуль автокорреляционной функции выходного сигнала ЛОВ

$$K(T) = \overline{F(\tau, 0)F^*(\tau + T, 0)} / \overline{|F(\tau, 0)|^2}$$
(3)

для случая слабого и развитого хаоса. Для хаотических режимов, как известно, характерно исчезновение корреляции между достаточно удалёнными по времени участками реализации, т. е.

С. П. Кузнецов, Д. И. Трубецков



Рис. 4. Распределение среднего квадрата амплитуды поля  $\sigma^2(\zeta)$ , характеризующего средний поток энергии волны, и среднеквадратичного отклонения этой величины  $\kappa(\zeta)$ , характеризующего флуктуации потока энергии, по длине системы в режиме слабого хаоса при L = 4,24 (*a*) и развитого хаоса при L = 6,1 (*b*)



Рис. 5. Функция распределения безразмерной амплитуды выходного сигнала по результатам численного решения уравнений (1), (2) в режиме слабого хаоса при L = 4,24 (*a*) и развитого хаоса при L = 6,1 (*б*). Пунктиром показана функция распределения Релея, отвечающая случайному сигналу, у которого действительная и мнимая части комплексной амплитуды характеризуется гауссовым распределением



Рис. 6. Функция автокорреляции выходного сигнала по результатам численного решения уравнений (1), (2) в режиме слабого хаоса при L = 4,24 (*a*) и развитого хаоса при L = 6,1 (*б*)



Рис. 7. Спектры мощности выходного сигнала ЛОВ по результатам численного решения уравнений (1), (2) в режиме слабого хаоса при L = 4,24 (слева) и развитого хаоса при L = 6,1 (справа). На верхних диаграммах спектр показан в квадратичном масштабе, на нижних — в логарифмическом

 $K(T) \to 0$  при  $T \to \infty$ . Из рис. 6 видно, что в режиме развитого хаоса функция корреляции действительно быстро спадает, совершая осцилляции, при увеличении параметра T. В случае слабого хаоса осцилляции убывают намного медленнее.

Фурье-образ автокорреляционной функции, согласно теореме Винера—Хинчина, даёт спектральную плотность мощности сигнала, и в случае затухания корреляций  $K(T) \to 0$  оказывается сплошным.

На рис. 7 приведены спектры мощности выходного сигнала ЛОВ в режиме слабого и развитого хаоса. Для построения спектров, в соответствии с рекомендациями теории численного спектрального анализа случайных процессов, имеющаяся реализация разбивалась на отрезки протяжённости  $T_0$  (величина  $\Delta \omega = \pi/T_0$  определяет разрешающую способность анализа), на каждом отрезке проводилось умножение на функцию  $\sin^2(\pi \tau/T_0)$  (так называемое «окно»), после чего выполнялось преобразование Фурье, и результат усреднялся по всем отрезкам реализации. (Чем больше количество имеющихся в наличии отрезков разбиения, тем меньше среднеквадратичная погрешность оценки спектральной плотности мощности.) Спектры представлены в квадратичном и логарифмическом масштабах. Первый позволяет визуально оценить реальное распределение мощности по спектру, второй даёт представление о деталях тонкой структуры спектра.

На графиках в логарифмическом масштабе хорошо видно, что в обоих рассматриваемых ре-

С. П. Кузнецов, Д. И. Трубецков

жимах спектр сплошной, т. е. имеет такой же характер, как спектр стационарного случайного процесса. Следует отметить при этом, что в спектре присутствуют высокие «пики», особенно явно выраженные в случае слабого хаоса. В режимах развитого хаоса они сглаживаются тем сильнее, чем больше параметр L.

## 3. СВОЙСТВА ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ ДИНАМИКИ К ВОЗМУЩЕНИЯМ НАЧАЛЬНЫХ УСЛОВИЙ. ПОКАЗАТЕЛИ ЛЯПУНОВА

Как известно, один из главных атрибутов динамического хаоса — неустойчивость фазовых траекторий, или наличие высокой чувствительности движения к малым вариациям начальных условий. Продемонстрируем, что это свойство присутствует в динамике ЛОВ. Выберем нормированную длину лампы, отвечающую хаотическому режиму, и проведём численное решение уравнений (1) и (2) многократно, задавая каждый раз в качестве начальных условий некоторое распределение поля малой амплитуды с малой случайной добавкой, и представим набор полученных реализаций — зависимостей амплитуды выходного сигнала от времени — на одном графике.

На рис. 8 показаны полученные таким образом результаты численных расчётов для режимов слабого хаоса при L = 4,24 и развитого хаоса при L = 6,1. Видно, что на начальном участке реализации повторяют друг друга, но с течением времени, ближе к правому краю диаграммы, они расходятся относительно друг друга всё сильнее и сильнее, и картина «замазывается». Проведённый численный эксперимент аналогичен реальному эксперименту, описанному в работах [7–9].

Как известно, для количественной характеристики присущей хаосу неустойчивости фазовых траекторий используют показатели Ляпунова, которые определяют экспоненциальный в среднем рост (или затухание) возмущений вблизи типичной принадлежащей аттрактору фазовой траектории. При этом полное число показателей Ляпунова отвечает размерности фазового пространства исследуемой системы. Критерием хаоса является наличие у аттрактора, по крайней мере, одного положительного показателя Ляпунова. Если имеется более одного положительного показателя, то говорят о гиперхаосе.

В нашем случае фазовое пространство системы, заданной уравнениями (1) и (2), бесконечномерное, и полное число показателей Ляпунова должно быть бесконечным. В работах [8, 9] была рассмотрена процедура (адаптированный соответствующим образом алгоритм Бенеттина) [29, 31] для вычисления старшего показателя. Здесь мы намерены усовершенствовать эту процедуру по аналогии с [29, 32] с тем, чтобы получить несколько наибольших показателей Ляпунова из их полного спектра. В частности, это позволит различить «простой» хаос и гиперхаос, а также получить данные для оценки фрактальной размерности аттрактора по формуле Каплана—Йорке.

Вводя показатели Ляпунова, удобно использовать нормированное время, отнесённое к нормированной длине лампы:  $\tau/L$ , и полагать, что эволюция возмущения определяется выражением  $\tilde{F} \propto \exp(\Lambda \tau/L)$ . При таком определении нормировка безразмерного показателя Ляпунова  $\Lambda$  оказывается не зависящей от тока пучка.

Для численного расчёта *n* показателей Ляпунова рассмотрим n + 1 экземпляров системы, описываемой уравнениями (1), (2). Пусть распределение амплитуды поля в некоторый момент  $\tau_0$  в системе с номером k = 0 задаётся комплексной функцией  $F(\zeta)$ , а в остальных системах функциями  $F_k(\zeta) = F(\zeta) + \varepsilon \tilde{F}_k(\zeta)$ , где  $\|\tilde{F}_k\| = \int_0^1 |\tilde{F}_k|^2 d\zeta = 1$  и  $\varepsilon \leq 1, k = 1, 2, ..., n$ . Решая численно n + 1 систему уравнений нестационарной краевой задачи, для следующего момента времени  $\tau_1 = \tau_0 + \Delta \tau$  получим новый набор функций  $\tilde{F}_k(\zeta) = [F_k(\zeta) - F(\zeta)]/\varepsilon$ . При этом интервал  $\Delta \tau$  выбирается небольшим, чтобы возмущения по норме оставались малыми. По методу Грама— Шмидта с помощью соотношений

$$\tilde{F}_1^0 = \tilde{F}_1 / \|\tilde{F}_1\|, \qquad \tilde{F}_2' = \tilde{F}_2 - (\tilde{F}_2, \tilde{F}_1^0) \tilde{F}_1^0, \qquad \tilde{F}_2^0 = \tilde{F}_2' / \|\tilde{F}_2'\|,$$

С. П. Кузнецов, Д. И. Трубецков



Рис. 8. Иллюстрация чувствительности динамики ЛОВ к малому возмущению начальных условий в численном эксперименте при L = 4,24 (a) и L = 6,1 (b). На каждом графике представлены по 20 зависимостей амплитуды выходного сигнала от времени, причём в качестве начальных условий задавалось распределение амплитуды поля на уровне 0,01 со случайной добавкой порядка 0,001

проводим ортогонализацию и перенормировку векторов возмущений. Здесь круглые скобки обозначают скалярное произведение:  $(f,g) = \int_0^1 f(\zeta) g^*(\zeta) \, \mathrm{d}\zeta$ . Далее продолжаем вычисления на следующей «ступеньке» алгоритма длительности  $\Delta \tau$  с переопределёнными возмущениями:

$$F_m(\zeta) \leftarrow F_m(\zeta) + \varepsilon \tilde{F}_m^0(\zeta).$$
 (5)

Вся процедура повторяется многократно, на протяжении большого числа «ступенек». Произведение  $\prod_{k=1}^{M_0} \|\tilde{F}_m\|_{\tau=k\Delta\tau}$  показывает, во сколько раз изменится норма *m*-го вектора возмущения в линейном приближении за  $M_0$  шагов алгоритма, и соответствующий показатель Ляпунова выражается через логарифм этой величины:

$$\Lambda_m = S_m \left( M_0 \,\Delta \tau \right) / (M_0 L \,\Delta \tau), \qquad S_m = \sum_{k=1}^{M_0} \ln \|\tilde{F}_m\|_{\tau=k\Delta\tau}. \tag{6}$$

С. П. Кузнецов, Д. И. Трубецков

Говоря о спектре показателей Ляпунова, полезно иметь в виду, что у любого аттрактора нашей системы, отличного от тривиальной неподвижной точки, обязательно присутствуют два нулевых показателя. Это связано с тем, что из-за присущей уравнениям нестационарной теории ЛОВ инвариантности по отношению к двум типам инфинитезимальных сдвигов (по времени и по фазе) возмущения вида

$$\tilde{F}_{\tau}(\zeta,\tau) \equiv \partial F(\zeta,\tau)/\partial \tau$$
 и  $\tilde{F}_{\varphi}(\zeta,\tau) \equiv iF(\zeta,\tau)$  (7)

в ходе эволюции состояния системы в среднем не нарастают и не убывают во времени. Следовательно, им отвечают нулевые показатели Ляпунова. При вычислении остальных показателей точность их оценки существенно возрастает, если в процессе выполнения процедуры на каждой «ступеньке» алгоритма исключать из рассматриваемого вектора возмущений добавки типа (7):

$$\tilde{F}(\zeta) \leftarrow \tilde{F}(\zeta) - c_1 \tilde{F}_\tau - c_2 \tilde{F}_\varphi,$$
(8)

где  $c_1 = (\tilde{F}, \tilde{F}_{\tau}) / \|\tilde{F}_{\tau}\|$  и  $c_2 = (\tilde{F}, \tilde{F}_{\varphi}) / \|\tilde{F}_{\varphi}\|$  — комплексные коэффициенты, обеспечивающие минимизацию нормы возмущения.

На рис. 9 приводятся типичные графики зависимости «накапливающихся сумм»  $S_m = \sum_{k=1}^{M_0} \ln \|\tilde{F}_m\|_{\tau=k\Delta\tau}$  от нормированного времени при расчёте двух ненулевых показателей Ляпунова в режиме слабого хаоса при L = 4,24 и пяти показателей в режиме развитого хаоса при L = 6,1. Оценка показателей Ляпунова даётся угловыми коэффициентами прямых, аппроксимирующих эти зависимости. В табл. 1 даётся сводка показателей Ляпунова, полученных обработкой десятка таких графиков и расположенных в порядке убывания (к ним добавлены два нулевых показателя, существование которых следует из инвариантности уравнений по отношению к сдвигам по времени и фазе). Сигнатура спектра показателей Ляпунова хаотического аттрактора в первом случае  $\langle +, 0, 0, -, \ldots \rangle$ , т. е. это маломерный хаос с одним положительным показателем Ляпунова. Во втором случае положительных показателей два, т. е. это гиперхаос:  $\langle +, +, 0, 0, -, \ldots \rangle$ .

В табл.1 приведены и другие характеристики двух рассмотренных хаотических режимов, которые можно получить на основании спектра показателей Ляпунова. Это, в частности, оценка энтропии Колмогорова—Синая как суммы положительных показателей Ляпунова, дающая показатель роста во времени информации, произведённой системой в процессе движения по хаотическому аттрактору. Другая характеристика — это размерность аттрактора по формуле Каплана— Йорке:

$$D_{\rm L} = M + \left(\sum_{i=1}^{M} \Lambda_i\right) / |\Lambda_{M+1}|, \tag{9}$$

где M — целое число, определённое так, что  $S_M = \sum_{i=1}^M \Lambda_i > 0$ , но уже  $S_{M+1} = \sum_{i=1}^{M+1} \Lambda_i < 0$ . На практике эта формула даёт обычно довольно точную оценку фрактальной размерности странных аттракторов. Размерность, вычисленную по формуле (9), принято называть ляпуновской размерностью. В нашем случае ляпуновская размерность оказывается равной 3,45 в режиме слабого хаоса и 6,38 в режиме гиперхаоса.

Полезно изобразить зависимость суммы ляпуновских показателей  $\Sigma_m = \Sigma_{i=1}^m \Lambda_i$  от числа слагаемых, соединив точки ломаной линией (рис. 10). Этот график позволяет почувствовать взаимное соотношение между несколькими существенными для нелинейной динамики характеристиками аттрактора. В частности, получаемая при m = 1 величина  $\Sigma_1$  есть старший ляпуновский показатель  $\Lambda_1$ , а максимальное значение  $\Sigma_m$  отвечает энтропии Колмогорова—Синая. Точка пересечения графика с осью абсцисс соответствует размерности  $D_L$ , подсчитанной по формуле Каплана—Йорке.



Рис. 9. Типичные графики зависимости «накапливающихся сумм» от нормированного времени при расчёте по обобщённому алгоритму Бенеттина двух ненулевых показателей Ляпунова в режиме слабого хаоса при L = 4,24 и пяти показателей в режиме развитого хаоса при L = 6,1. Оценка показателей Ляпунова даётся угловыми коэффициентами прямых, аппроксимирующих эти зависимости

Таблица 1. Показатели Ляпунова и связанные с ними величины, полученные в численных расчётах для основной модели ЛОВ

	Показатели	Сигнатура	Энтропия	Ляпуновская
	Ляпунова	спектра	Колмогорова—	размерность
			Синая	
Слабый хаос,	$\Lambda_1 = 0.268 \pm 0.010$	$\langle +, 0, 0, -, \dots \rangle$	$h = \Lambda_1 = 0,268$	$D_{\rm L} = 3,45$
L = 4,24	$\Lambda_2 = \Lambda_3 = 0$			
	$\Lambda_4 = -0,593 \pm 0,006$			
Развитый хаос	$\Lambda_1 = 0,594 \pm 0,006$	$\langle +, +, 0, 0, \rangle$	$h = \Lambda_1 + \Lambda_2 =$	$D_{\rm L} = 6,38$
(гиперхаос), $L = 6,1$	$\Lambda_2 = 0.254 \pm 0.003$	$-,-,-,\ldots angle$	= 0,848	
	$\Lambda_3 = \Lambda_4 = 0$			
	$\Lambda_5 = -0.093 \pm 0.010$			
	$\Lambda_6 = -0.449 \pm 0.020$			
	$\Lambda_7 = -0.803 \pm 0.005$			

## 4. КОРРЕЛЯЦИОННАЯ РАЗМЕРНОСТЬ АТТРАКТОРА

Одной из наиболее популярных процедур оценки количественных характеристик хаоса в нелинейной динамике и её приложениях служит вычисление корреляционной размерности по Грассбергеру—Прокаччиа с реконструкцией аттрактора методом запаздывания.

Применительно к нашей системе скалярный временной ряд для последующей обработки получался из численного решения нестационарных нелинейных уравнений (1), (2) с выборкой значений квадрата амплитуды выходного сигнала с определённым шагом  $\tau_0$  по времени, который обычно составлял несколько шагов разностной схемы:

$$x_0 = |F(0,0)|^2, \qquad x_1 = |F(\tau_0,0)|^2, \qquad x_2 = |F(2\tau_0,0)|^2, \qquad x_3 = |F(3\tau_0,0)|^2, \qquad \dots$$
(10)

Зададимся некоторым целым m и построим последовательность векторов в пространстве размерности m, полагая

$$\mathbf{x}_i = (x_i, x_{i-p}, x_{i-2p}, \dots, x_{i-(m-1)p}).$$
 (11)

Здесь i = 1, 2, ..., P, p — целое число, которое целесообразно подобрать так, чтобы по возможности улучшить получаемый результат.

С. П. Кузнецов, Д. И. Трубецков

394



Рис. 10. Зависимость суммы нескольких первых ляпуновских показателей от числа слагаемых в случае слабого хаоса при L = 4,24 (a) и развитого хаоса при L = 6,1 (b). На графиках отмечены старший ляпуновский показатель  $\Lambda_1$ , энтропия Колмогорова—Синая и ляпуновская размерность по формуле Каплана—Йорке  $D_{\rm L}$ 

Рассматривая множество точек  $\mathbf{x}_i$ , можно оценить его размерность по методу Грассбергера— Прокаччиа, для чего следует вычислить для разных  $\varepsilon$  так называемый корреляционный интеграл

$$C(\varepsilon) = \lim_{P \to \infty} \frac{1}{P(P-1)} \sum_{i,j=1}^{P} \theta(\varepsilon - \|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j\|).$$
(12)

Полученная зависимость откладывается на графике в двойных логарифмических координатах. Отыскивая на ней линейный участок, определяем угловой коэффициент D(m), который и даёт оценку размерности проекции аттрактора на *m*-мерное пространство.

Описанную процедуру выполняют несколько раз, рассматривая последовательно  $m = 1, 2, 3, \ldots$ . Наличие или отсутствие насыщения зависимости D(m) при увеличении m рассматривается как критерий того, генерируется ли сигнал динамической системой или же он является шумовым. Если наблюдается насыщение на некотором уровне D, эту величину принимаем в качестве оценки корреляционной размерности аттрактора динамической системы, породившей наблюдаемый сигнал.

Рассмотрим применение такого подхода к обработке временно́го ряда, полученного при численном решении нестационарных уравнений ЛОВ в режиме слабого хаоса при L = 4,24 и развитого хаоса при L = 6,1.

На рис. 11 приводятся зависимости корреляционного интеграла от  $\varepsilon$  и от размерности вложения m. В области, где график аппроксимируется прямой, её наклон с ростом m имеет тенденцию к насыщению для двух рассмотренных режимов на уровне  $D_2 \approx 2,3$  и  $D_2 \approx 5,8$  соответственно. При принятом определении временно́го ряда игнорировалась фазовая переменная, поэтому фактическая корреляционная размерность аттрактора на единицу больше, и её следует считать равной  $D_2 \approx 3,3$  и  $D_2 \approx 6,8$  соответственно. Это находится в разумном соответствии с полученными выше оценками ляпуновской размерности ( $D_L \approx 3,45$  и  $D_L \approx 6,38$  соответственно). Дробная величина размерности даёт дополнительное указание на то, что мы имеем дело со странным аттрактором. Конечная величина размерности указывает, что в рассмотренных режимах динамики задействовано фактически конечное (притом не очень большое) число степеней свободы рассматриваемой



Рис. 11. Графики зависимости корреляционного интеграла от масштаба разрешения  $\varepsilon$  и размерности вложения m (вверху) и зависимости оценки корреляционной размерности от m (внизу) по скалярному временному ряду, полученному при численном решении уравнений (1) и (2) в режиме слабого хаоса при L = 4,24 (a) и в режиме развитого хаоса при L = 6,1 (b). Параметры алгоритма см. в табл. 2

Таблица 2. Параметры алгоритма, использованные при оценке корреляционной размерности

Тип режима	Нормированная	Шаг выборки по	Число отсчётов	Шаг выборки
	длина	нормированному	обрабатываемой	элементов
		времени	реализации	временного ряда
				при реконструкции
				векторов
Слабый хаос	4,24	5/160	74000	6
Развитый хаос	6,1	3/100	200000	7

распределённой системы: в соответствии с теоремой Мане размерность фазового пространства, в которое вкладывается аттрактор, не превышает величины 2D + 1, т. е. 8 в первом и 15 во втором из рассмотренных режимов.

## 5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной статье был вновь рассмотрен вопрос о природе хаоса в лампе обратной волны, причём ключевой момент состоял в разработке алгоритма и проведении вычисления нескольких показателей Ляпунова. Показано, что развитый хаотический режим, наблюдаемый при превышении тока пучка над стартовым током в 30 и более раз, должен квалифицироваться как гиперхаос,

поскольку характеризуется наличием более одного положительного показателя Ляпунова. Проведено сравнение такого режима со слабым хаосом, возникающим при меньших значениях тока через каскад бифуркаций удвоения периода автомодуляции, обращено внимание на отличие в спектральных и корреляционных характеристиках, функции распределения, спектре показателей Ляпунова, размерностных свойствах аттракторов.

Появление режимов с возрастающим количеством положительных показателей Ляпунова при увеличении параметра неравновесности является характерным свойством распределённых систем, представителем которых является ЛОВ. Следует отметить, что именно режимы гиперхаоса перспективны с точки зрения использования ЛОВ как генератора узкополосного шума с электронной перестройкой частоты.

Благодаря универсальной природе уравнений (1) полученные результаты могут быть отнесены к широкому кругу электронных устройств с длительным взаимодействием на обратной волне с инерционным механизмом группировки, в том числе к релятивисткой ЛОВ, убитронам и скаттронам, гиро-ЛОВ и др. в определённых областях рабочих параметров.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № 03–02–16192) и Научно-образовательного центра нелинейной динамики и биофизики при Саратовском госуниверситете (грант АФГИР и Минобразования РФ REC-006). Авторы признательны Б.П.Безручко, А.П.Кузнецову, Н.М.Рыскину и В.Н.Титову за обсуждение, И.Р.Сатаеву и Е.П.Селезнёву за помощь в численных расчётах.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Электроника ламп с обратной волной / Под ред. В. Н. Шевчика, Д. И. Трубецкова. Изд-во СГУ, 1975. Гл. III. С. 135.
- Гинзбург Н. С., Кузнецов С. П., Федосеева Т. Н. // Изв. вузов. Радиофизика. 1978. Т. 21, № 7. С. 1037.
- 3. Гинзбург Н. С., Кузнецов С. П. // Релятивистская высокочастотная электроника. Проблемы повышения мощности и частоты излучения. Горький: ИПФ АН СССР, 1981. С. 101.
- 4. Безручко Б. П., Гинзбург Н. С., Кузнецов С. П. // Лекции по электронике СВЧ. Изд-во СГУ, 1978. Кн. 5. С. 236.
- 5. Безручко Б. П., Кузнецов С. П. // Изв. вузов. Радиофизика. 1978. Т. 21, № 7. С. 1053.
- 6. Безручко Б. П., Кузнецов С. П., Трубецков Д. И. // Письма в ЖЭТФ. 1979. Т. 29, № 3. С. 180.
- Безручко Б. П., Кузнецов С. П., Трубецков Д. И. // Нелинейные волны. Стохастичность и турбулентность. Горький: ИПФ АН СССР, 1980. С. 29.
- 8. Безручко Б. П., Булгакова Л. В., Кузнецов С. П., Трубецков Д. И. // Лекции по электронике СВЧ и радиофизике. Изд-во СГУ, 1981. Кн. 5. С. 25.
- 9. Безручко Б. П., Булгакова Л. В., Кузнецов С. П., Трубецков Д. И. // Радиотехника и электроника. 1983. Т. 28, № 6. С. 1 136.
- 10. Ginzburg N.S., Zaitsev N.I., Ilyakov E.V., et al. // Phys. Rev. Lett. 2002. V. 89. 108 304.
- 11. Гинзбург Н.С., Зайцев Н.И., Иляков Е.В. и др. // Письма в ЖТФ. 1998. Т. 24, № 20. С. 66.
- 12. Гинзбург Н.С., Зайцев Н.И., Иляков Е.В. и др. // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 1999. Т. 7, № 5. С. 60.
- 13. Балакирев В. А., Островский А. О., Ткач Ю. В. // ЖТФ. 1991. Т. 61, № 2. С. 158.
- 14. Пегель И.В. // Изв. вузов. Физика. 1996. Т. 39, № 12. С. 62.
- Kuznetsov S. P. // Proc. Int. Symposium "Topical problems of nonlinear wave physics", Nizhni Novgorod, Russia, 6–12 Sept. 2003. P. 78.

- Амиров Р. Ш., Безручко Б. П., Исаев В. А., Четвериков А. П. // Лекции по электронике СВЧ и радиофизике. Изд-во СГУ, 1983. Кн. 2. С. 90.
- 17. Кац В. А. Стохастические автоколебания в электронных распределённых системах на сверхвысоких частотах: Дисс. ... канд. физ.-мат. наук. Саратов: СГУ, 1985.
- Levush B., Antonsen T. M., Bromborsky A., et al. // IEEE Trans. on Plasma Sci. 1992. V. 20, No. 3. P. 263.
- 19. Астахов С. А., Безручко Б. П., Зборовский А. В., Трубецков Д. И. // Актуальные проблемы электронного приборостроения (АПЭП-98): Материалы международной научно-технической конференции. Саратов: СГТУ, 1998. Т. 1. С. 39.
- 20. Рыскин Н. М., Титов В. Н. // Изв. вузов. Радиофизика. 2001. Т. 44, № 10. С. 860.
- 21. Храмов А. Е. // Письма в ЖТФ. 2003. Т. 29, вып. 11. С. 56.
- 22. Короновский А. А., Храмов А. Е. // Письма в ЖТФ. 2003. Т. 29, вып. 12. С. 54.
- 23. Рыскин Н. М., Титов В. Н., Трубецков Д. И. // Докл. АН. 1998. Т. 358, № 5. С. 620.
- 24. Рыскин Н. М., Титов В. Н. // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 1998. Т. 6, № 1. С. 75.
- 25. Ефимов Б. П., Кривицкий Б. Я., Лукин К. А. и др. // Электроника миллиметрового и субмиллиметрового диапазонов. Сб. научных трудов. Киев: Наукова думка, 1988. С. 68.
- 26. Ракитянский В.А. // Радиофизика и электроника: Сб. научн. трудов. Харьков: Институт радиофизики и электроники НАН Украины, 1997. Т. 2, № 1. С. 111.
- 27. Фейгенбаум М. // УФН. 1983. Т. 141, № 2. С. 343.
- 28. Шустер Г. Детерминированный хаос. М.: Мир, 1988.
- 29. Кузнецов С.П. Динамический хаос. М.: Наука, 2001.
- 30. Берже П., Помо И., Видаль К. Порядок в хаосе. М.: Мир, 1991.
- 31. Benettin G., Galgani L., Strelcyn J.-M. // Phys. Rev. A. 1976. V. 14. P. 2338.
- 32. Benettin G., Galgani L., Giorgilli A., Strelcyn J.-M. // Meccanica. 1980. V. 15. P. 9.

Саратовский госуниверситет, Саратовское отделение Института радиотехники и электроника РАН, г. Саратов, Россия Поступила в редакцию 10 декабря 2003 г.

## CHAOS AND HYPERCHAOS IN A BACKWARD-WAVE TUBE

S. P. Kuznetsov and D. I. Trubetskov

Based on numerical solution of the equations of the nonstationary nonlinear theory, we study chaotic self-oscillation regimes in a backward-wave tube. For the "weak" chaos, arising via perioddoubling cascade of self-modulation for moderate values of the dimensionless length parameter, and the developed chaos, which corresponds to large values of this parameter, we present the temporal dependences of the output-signal amplitude, the phase portraits, and the statistical parameters of the dynamics. It is shown that the developed chaos is characterized by the presence of more than one positive Lyapunov exponent (hyperchaos). We also present estimates of the Kolmogorov–Sinai entropy, the Lyapunov dimension, and the correlation dimension obtained from the Grassberger– Procaccia algorithm. The results confirm that a finite-dimension strange attractor is responsible for chaotic regimes in a backward-wave tube.

УДК 621.385.6

# ВОЛНОВАЯ ТЕОРИЯ ЛБВ ВБЛИЗИ ГРАНИЦЫ ПОЛОСЫ ПРОПУСКАНИЯ

А. П. Кузнецов<sup>1</sup>, С. П. Кузнецов<sup>1</sup>, А. Г. Рожнев<sup>2</sup>, Е. В. Блохина<sup>2</sup>, Л. В. Булгакова<sup>3</sup>

Изложены основные принципы волновой теории взаимодействия электронного потока с волнами в замедляющей системе вблизи границы полосы пропускания. Рассмотрена формулировка основных уравнений и граничных условий при последовательном учёте малости параметра взаимодействия. Обсуждается сравнение результатов с дискретной теорией, стартовые условия генерации и режимы линейного усиления, а также некоторые эффекты, обнаруженные в рамках нестационарной нелинейной теории — паразитное самовозбуждение в режимах усиления и жёсткое возбуждение генерации.

#### ВВЕДЕНИЕ

В истории Саратовских школ по СВЧ электронике выделяется несколько проблем, обсуждение которых всегда привлекало значительное внимание. К одной из них можно отнести теорию лампы бегущей волны на цепочке связанных резонаторов (ЛБВ ЦСР), или, в более общем случае, теорию взаимодействия электронного потока с электромагнитным полем вблизи границы полосы пропускания замедляющей системы. В 80-х годах эта проблема активно исследовалась, и на школах были представлены лекции по дискретному взаимодействию [1], по теории возбуждения периодических структур [2, 3], результаты наших исследований по волновой теории ЛБВ, работающей вблизи границы полосы пропускания [4–14]. Цель настоящей статьи состоит в обобщении полученных нами результатов и раскрытии физической картины взаимодействия потока электронов и поля вблизи границы полосы пропускания замедляющей системы.

Нашей основной задачей было построение теории, которая описывала бы основные физические эффекты, происходящие при взаимодействии пучка электронов с полем вблизи границы полосы пропускания, с минимальным набором безразмерных параметров. В некотором смысле эта теория должна быть аналогом теории Пирса в этой области частот. Принципиальный подход состоит в том, чтобы строить теорию, работающую именно вблизи границы полосы пропускания, причём она должна переходить в теорию Пирса при достаточно большой отстройке от критической частоты.

ЛБВ ЦСР представляет собой последовательность связанных резонаторов, пронизываемых электронным потоком (рис. 1*a*). Поскольку это периодическая структура, то её дисперсионная характеристика на диаграмме волновое число—частота периодична с периодом  $2\pi/d$ ; для пучка со скоростью  $v_0$  дисперсионная характеристика представляется прямой линией. Хорошо видно, что, изменяя ускоряющее напряжение  $V_0$ , можно обеспечить взаимодействие пучка с полем в середине полосы пропускания, вблизи высокочастотной границы или вблизи низкочастотной границы (рис. 1*б*). С теоретической точки зрения наиболее интересной особенностью этой системы является возможность плавного перехода при перестройке ускоряющего напряжения от взаимодействия с прямыми волнами к взаимодействию с обратными волнами.

Оказалось, что развитая теория применима не только к ЛБВ ЦСР, но и к довольно широкому классу электронных приборов. Один из них — релятивистский оротрон, представляющий собой гофрированный волновод, который пронизывается релятивистским электронным пучком (рис. 2*a*). Степень гофрировки достаточно слабая, поэтому дисперсионная характеристика системы получается периодическим продолжением дисперсии гладкого волновода. Вблизи волновых

А. П. Кузнецов, С. П. Кузнецов, А. Г. Рожнев и др.



Рис. 1. ЛБВ на цепочке связанных резонаторов: схематический вид прибора (*a*) и дисперсионные характеристики (*б*)



Рис. 2. Релятивистские оротроны: генератор и усилитель (а) и дисперсионная характеристика (б)



Рис. 3. Гироприборы, работающие вблизи критической частоты гладкого волновода

чисел  $\beta = \pi (2n + 1)/d$ , где  $n = 0, \pm 1, \ldots$ , разные пространственные гармоники связываются, образуя дисперсионную характеристику гофрированного волновода (рис. 26). Синхронизм пучка с полем осуществляется вблизи низкочастотной границы, где  $\beta_0 \sim 2\pi/d$ , поэтому говорят, что оротрон работает на  $2\pi$ -виде. Оротрон может функционировать как в режиме генерации, так и в режиме усиления.

А. П. Кузнецов, С. П. Кузнецов, А. Г. Рожнев и др.

Замечательно, что те же самые физические представления и те же самые уравнения возбуждения описывают работу приборов, в которых вообще нет периодической структуры, но взаимодействие осуществляется, как и в предыдущем случае, вблизи критической частоты. Примером может служить гиротрон (рис. 3a). Не останавливаясь подробно на пояснениях, скажем только, что при изменении магнитного поля дисперсионная характеристика пучка смещается параллельно самой себе, и взаимодействие может происходить как с прямыми или обратными волнами, так и непосредственно в окрестности границы полосы (рис. 36).

Интересно отметить, что стационарная теория гиротрона с нефиксированной структурой поля была предложена в 1973 году [15], задолго до тех работ, которые здесь обсуждаются, а нестационарная теория [16] — несколько позже, чем были опубликованы уравнения нестационарной теории ЛБВ ЦСР [4].

#### 1. ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Как и для любого электронного прибора, теория взаимодействия вблизи границы полосы пропускания состоит из уравнений возбуждения поля и движения электронов. Что касается уравнений движения, то они ничем не отличаются от уравнений обычной теории ЛБВ. Основные проблемы возникают при формулировке уравнений возбуждения. Мы не будем делать исторический обзор различных попыток записи уравнений возбуждения вблизи границы полосы, упомянем только, что значительный вклад в решение этой проблемы внёс В. А. Солнцев и его ученики [17– 21]. Существуют несколько способов вывода этих уравнений, и все они приводят к одинаковому результату, если ограничиться описанием временных процессов, спектр которых сосредоточен в непосредственной близости от границы полосы. Когда речь идёт о цепочке сравнительно слабо связанных резонаторов, наиболее естественным представляется вывод на основе уравнений возбуждения периодических структур [22].

Полное электрическое поле представим в виде ряда по собственным функциям с добавлением члена, отвечающего за поле пространственного заряда:

$$\mathbf{E}(x,y,z,t) = \sum_{s} \sum_{n} C_{sn}(t) \mathbf{E}_{0s}(x,y,z-nd) - \nabla \Phi(x,y,z).$$
(1)

Здесь  $C_{sn}(t)$  — амплитуда *s*-го типа колебаний, локализованного вблизи *n*-го резонатора,  $\mathbf{E}_{s}(x, y, z, t) = \Sigma_{n}C_{sn}(t)\mathbf{E}_{0s}(x, y, z - nd)$  — распределение поля этого типа колебаний. Поскольку резонаторы предполагаются идентичными, то колебания, локализованные вблизи *n*-го резонатора, получаются трансляцией колебаний «нулевого» резонатора. Важно подчеркнуть, что краевая задача, позволяющая рассчитать собственные функции  $\mathbf{E}_{ns} = \mathbf{E}_{0s}(x, y, z - nd)$ , сформулирована так, что эта собственная функция не ограничена одним резонатором, а проникает и в другие резонаторы. Это позволяет учесть «просачивание» полей колебаний из «своего» резонатора в соседние.

Для коэффициентов C<sub>sn</sub> справедливы следующие уравнения:

$$\frac{\partial C_{sn}(t)}{\partial t} - i \sum_{m} \omega_{sm} C_{s(n-m)}(t) = -\int \mathbf{j}(x, y, z, t) \mathbf{E}_{0s}^{*}(x, y, z - nd) \,\mathrm{d}V.$$
(2)

Здесь  $\mathbf{j}(x, y, z, t)$  — плотность тока пучка, интегрирование ведётся по полному объёму волновода, а  $\omega_{sn}$  — коэффициенты разложения дисперсионной характеристики в ряд Фурье:

$$\omega_s(\beta) = \sum_n \omega_{sn} \exp(in\beta d). \tag{3}$$

А. П. Кузнецов, С. П. Кузнецов, А. Г. Рожнев и др. 401

Уравнения (1)–(3) являются строгими, и, в принципе, их можно использовать для построения теории ЛБЦ ЦСР, но это будет дискретная теория. Наша цель — получить волновые уравнения, опираясь на существование в этой задаче малых параметров, связанных с узким спектром волновых чисел и слабым взаимодействием.

Сделаем обычное предположение, что пучок эффективно взаимодействует с одной синхронной ему модой электродинамической структуры, тогда из суммы по индексу s в (1) оставим одно слагаемое, соответствующее синхронному полю. Применяя к этому полю непрерывное преобразование Фурье по продольной координате z, получим

$$\mathbf{E}_{s}(x, y, t, \beta) = \mathbf{E}_{0s}(x, y, \beta) \sum_{n} C_{sn}(t) \exp(i\beta n d),$$

$$\mathbf{E}_{0s}(x,y,\beta) = \int_{-\infty}^{+\infty} \mathbf{E}_{0\beta}(x,y,z) \exp(-i\beta z) \,\mathrm{d}z, \qquad \mathbf{j}(x,y,\beta,t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \mathbf{j}(x,y,z,t) \exp(-i\beta z) \,\mathrm{d}z. \tag{4}$$

Дальше сделаем следующие предположения:

— спектральные компоненты сигнала сосредоточены вблизи критического волнового числа  $\beta_0$ ;

— поперечное распределение поля для волновых чисел в области  $|\beta - \beta_0| \ll \beta_0$  можно считать не зависящим от  $\beta$ ;

— несинхронными слагаемыми в правой части уравнения возбуждения (1) можно пренебречь.

С учётом сделанных приближений разлагаем дисперсионную характеристику в точке экстремума в ряд Тейлора вблизи критического волнового числа и оставляем два главных слагаемых:

$$\omega_s(\beta) = \omega_{0s} \mp \frac{|\omega_s''(\beta_0)|}{2} (\beta - \beta_0)^2, \qquad |\beta - \beta_0| \ll \beta_0, \tag{5}$$

где  $\omega_{0s} = \omega_s(\beta_0)$ , штрих обозначает производную по аргументу. Здесь и далее во всех уравнениях верхний знак будет соответствовать случаю взаимодействия вблизи высокочастотной границы полосы пропускания, а нижний — вблизи низкочастотной границы.

Второе предположение позволяет представить поле в резонаторе в виде произведения мембранных функций на амплитуду поля:

$$\mathbf{E}_{0s}(x, y, \beta) \approx E_{0s}(\beta_0) \boldsymbol{\psi}(x, y), \qquad \mathbf{E}_s(x, y, \beta, t) \approx E_s(\beta, t) \boldsymbol{\psi}(x, y), \tag{6}$$

где  $E_{0s}$  — амплитуда продольной компоненты электрического поля синхронной пучку моды на оси системы,  $\psi(x,y)$  — мембранная функция, нормированная условием  $\psi_z(0,0) = 1$ . Для величины  $E_s(\beta,t)$  выполняется уравнение возбуждения в  $(\beta,t)$ -представлении:

$$\frac{\partial E_s(\beta, t)}{\partial t} - i\omega_s(\beta_0)E_s(\beta, t) \pm i \frac{|\omega_s''(\beta_0)|}{2} (\beta - \beta_0)^2 E_s(\beta, t) = -|E_0(\beta_0)|^2 I(\beta, t),$$

$$I(\beta, t) = \int_{S_\perp} \mathbf{j}(x, y, \beta, t) \boldsymbol{\psi}^*(x, y) \,\mathrm{d}S,$$
(7)

где  $I(\beta,t)$  — интеграл возбуждения,  $S_{\perp}$  — поперечное сечение резонатора.

Чтобы получить уравнения в пространственно-временном представлении, нужно ввести медленно меняющиеся амплитуды поля и тока  $E(z,t) = \operatorname{Re}[\mathcal{E}(z,t)\exp[i(\omega_{0s}t - \beta_0 z)]], I(z,t) =$ =  $\operatorname{Re}[J(z,t)\exp[i(\omega_{0s}t - \beta_0 z)]]$ , выделить из полного поля компоненты, соответствующие волне

А. П. Кузнецов, С. П. Кузнецов, А. Г. Рожнев и др.

с волновым числом  $\beta_0$ , и выполнить обратное преобразование Фурье по координате. В результате получаем уравнение возбуждения для медленной амплитуды поля (индекс *s* здесь и далее для краткости опущен):

$$\frac{\partial \mathcal{E}}{\partial t} \pm i \, \frac{|\omega''(\beta_0)|}{2} \, \frac{\partial^2 \mathcal{E}}{\partial z^2} = - \, \frac{|\omega''(\beta_0)| \, \beta_0^3}{2} \, RJ(z,t). \tag{8}$$

Это уравнение описывает действие пучка на поле. Легко понять, что в нём учитываются только две пространственные гармоники, синхронные пучку, когда пересечение дисперсионных характеристик пучка и замедляющей системы располагается в окрестности точки экстремума. В уравнении (8) фигурирует величина *R* с размерностью сопротивления, которую мы будем называть модифицированным сопротивлением связи:

$$R = \frac{2 |E_0(\beta_0)|^2}{|\omega''(\beta_0)| \beta_0^3} .$$
(9)

Она является постоянной и не зависит от частоты. Можно предложить прямые методы измерения этой величины, а можно показать, что модифицированное сопротивление связи выражается через традиционные сопротивления связи пространственных гармоник  $R_{\pm}(\beta)$  формулой

$$R = \lim_{\beta \to \beta_0} \frac{\beta - \beta_0}{\beta_0} R_{\pm}(\beta).$$
(10)

Уравнение возбуждения (8) является уравнением параболического типа, его появление в теории напрямую связано с использованием для дисперсионной характеристики синхронной моды приближённого разложения (5). Условие применимости этого разложения, очевидно, связывает между собой величину  $\Delta \omega = \max |\omega - \omega_0|$ , определённую по всем частотным компонентам усиливаемого или генерируемого в системе сигнала (величина  $\Delta \omega$  характеризует локализацию фурьеспектра вблизи критической частоты), и полное время наблюдения *T*. Вид этой связи зависит от конкретного типа дисперсионной характеристики. Например, во многих случаях из соображений симметрии выполняется условие  $\omega'''(\beta_0) = 0$ , при этом критерий применимости параболического уравнения выражается двумя неравенствами

$$\Delta \omega \ll |\omega''(\beta_0)|^2 / |\omega^{\mathrm{IV}}(\beta_0)|, \qquad (\Delta \omega)^2 T \le |\omega''(\beta_0)|^2 / |\omega^{\mathrm{IV}}(\beta_0)|$$

Как уже было отмечено, уравнения движения остаются такими же, как и для обычной теории ЛБВ. Если ввести фазу электрона с помощью соотношения  $\theta = \omega_0 t - \beta_0 z$ , в переменных Лагранжа уравнения движения записываются в виде

$$\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}z} = \frac{\omega_0}{v_z} - \beta_0,\tag{11}$$

$$\frac{\mathrm{d}\mathbf{r}}{\mathrm{d}z} = \frac{\mathbf{p}}{p_z} , \qquad \frac{\mathrm{d}\mathbf{p}}{\mathrm{d}z} = -\frac{e}{v_z} \left( \mathbf{E} + [\mathbf{v}, \mathbf{B}] \right), \qquad (12)$$

где  $\mathbf{p} = m_0 \gamma \mathbf{v}$  — импульс,  $\gamma$  — релятивистский фактор,  $m_0$  — масса покоя электрона.

Поскольку нашей целью является построение наиболее простой теории, которая отражала бы специфику взаимодействия вблизи границы полосы пропускания, примем следующие обычные приближения:

- 1) затухание в системе на данном этапе не учитывается;
- 2) изменение энергии электронов считается малым;
- 3) пучок предполагается нерелятивистским;

А. П. Кузнецов, С. П. Кузнецов, А. Г. Рожнев и др.

4) влиянием пространственного заряда можно пренебречь;

5) присутствует бесконечное фокусирующее магнитное поле.

Если необходимо отказаться от какого-либо из приближений 1)–4) в рамках одномерной теории, это нетрудно сделать. Учёт конечного фокусирующего магнитного поля требует рассмотрения трёхмерного движения электронов, что, в принципе, возможно, однако существенно усложняет численное моделирование и поэтому здесь рассматриваться не будет.

Вводя безразмерные переменные и параметры, которые обсудим позже, приходим к системе уравнений, описывающих нестационарные процессы вблизи критической частоты периодической замедляющей структуры:

$$\frac{\partial F}{\partial \tau} \pm i \, \frac{\partial^2 F}{\partial \xi^2} = iI, \qquad I = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \exp(-i\theta) \,\mathrm{d}\theta_0, \tag{13}$$

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial \xi^2} = -\operatorname{Re}[F(\xi, \tau) \exp(i\theta)].$$
(14)

Уравнения (13), (14) следует дополнить условиями для фаз электронов в плоскости влёта в пространство взаимодействия и начальными условиями для поля:

$$\theta(0) = \theta_0, \qquad \left. \frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}\xi} \right|_{\xi=0} = -B, \qquad \theta_0 \in [0, 2\pi],$$
(15)

$$F(\xi, \tau = 0) = F_0(\xi).$$
(16)

Наряду с условиями (15) и (16) для полной формулировки краевой задачи необходимо также записать граничные условия для поля  $F(\xi, \tau)$  на концах пространства взаимодействия, что будет сделано ниже. Представленные уравнения описывают процессы вблизи низкочастотной или высокочастотной границы полосы пропускания в зависимости от выбора знака в уравнении возбуждения (13).

Отметим, что при выводе уравнения движения (14) неявно было использовано ещё одно приближение. Поскольку мы рассматриваем волновые пакеты, в которых синхронные компоненты имеют волновые числа, близкие к  $\beta_0$ , групповая скорость электромагнитной волны вдоль системы мала, и за время пролёта частиц через систему распределение поля  $F(\xi, \tau)$  можно считать практически неизменным. Поэтому в уравнении (14) отсутствует производная по времени.

#### Таблица 1

$\tau =  \omega''(\beta_0)  \beta_0^2 t\varepsilon/2$	нормированное время	
$\xi = arepsilon eta_0 z$	нормированная координата	
$F = \mathcal{E}/(\beta_0 V_0 \varepsilon^2)$	медленная амплитуда поля	
$I = J/I_0$	медленная амплитуда тока	
$l = \varepsilon \beta_0 L$	безразмерная длина системы	
$Bl = \left(\beta_0 - \omega_0 / v_0\right) L$	относительный угол пролёта пучка	
	и поля на критической частоте	
$\Omega l^2 = 2 \left( \omega - \omega_0 \right) L^2 /  \omega''(\beta_0) $	расстройка частоты от	
	критического значения	
$\varepsilon^4 = I_0 R / (2V_0)$	параметр взаимодействия	

А. П. Кузнецов, С. П. Кузнецов, А. Г. Рожнев и др.

Безразмерные переменные и параметры представлены в табл. 1. В ней, кроме уже определённых величин, фигурируют также  $I_0$  — полный ток пучка и  $V_0$  — ускоряющее напряжение пучка. При численных расчётах удобно использовать параметры B,  $\Omega$  и l, а при анализе результатов — Bl,  $\Omega l^2$  и l, поскольку в таком виде первые два параметра не зависят от тока пучка.

## 2. ГРАНИЧНЫЕ УСЛОВИЯ ДЛЯ ЭЛЕКТРОННЫХ СВЧ ПРИБОРОВ, РАБОТАЮЩИХ ВБЛИЗИ КРИТИЧЕСКОЙ ЧАСТОТЫ

Существенной особенностью теории, описывающей прибор, работающий вблизи критической частоты электродинамической структуры, является адекватная формулировка граничных условий, отвечающих за отражения волн от концов замедляющей системы. В отличие от обычной теории ЛБВ, в которой используется описание поля в терминах распространяющихся в положительном и отрицательном направлении волн, преобразующихся друг в друга на неоднородностях системы, в наших уравнениях полное поле не разделяется на такие волны. Описание процессов отражения с помощью коэффициентов отражения теряет смысл вблизи границы полосы пропускания. Это тем более существенно, поскольку мы хотим описывать не только распространяющиеся волны, но и волны вне полосы частот (с мнимыми волновыми числами), для которых понятие коэффициента отражения в обычном смысле вообще отсутствует.

Если тем не менее использовать для формулировки граничных условий коэффициенты отражения, то можно столкнуться со следующей неприятностью. Пусть в некоторой регулярной структуре, имеющей критическую частоту (однородной или периодической, это не играет роли), существует небольшая неоднородность (см. врезку на рис. 4). Из общих соображений можно показать, что коэффициент отражения от этой неоднородности ведёт себя так, как показано на рис. 4. Он обращается по модулю в единицу точно на частоте отсечки  $\omega_{\rm c}$  и имеет в этой точке корневую особенность:  $\Gamma(\omega) = -1 + \mathcal{C} \sqrt{\omega - \omega_{c}}$ , где  $\mathcal{C}$  – некоторая постоянная. Таким образом, коэффициент отражения является неаналитической функцией частоты в окрестности критической точки и, следовательно, сильно меняется при небольшом изменении частоты.



Рис. 4. Качественный вид зависимости  $|\Gamma(\omega)|$  при отражении волны от неоднородности в гладком волноводе

Чтобы понять, чем заменить коэффициент отражения, рассмотрим следующую ситуацию [5]. Пусть слева на неоднородность падает волна с частотой  $\Omega$  и отражается от неё. Предполагая зависимость от времени в виде  $\exp(i\Omega\tau)$ , получаем для волны стационарное уравнение, в котором квадрат волнового числа равен  $\pm \Omega$  в зависимости от типа границы — нижней или верхней:

$$\frac{\mathrm{d}^2 F}{\mathrm{d}\xi^2} + k^2 F = 0, \qquad k(\Omega) = \sqrt{\pm\Omega} \,. \tag{17}$$

Представим решение в виде суммы двух волн с амплитудами F<sub>+</sub> и F<sub>-</sub>:

$$F(\xi) = F_{+} \exp[-ik(\Omega)\xi] + F_{-} \exp[ik(\Omega)\xi].$$
(18)

А. П. Кузнецов, С. П. Кузнецов, А. Г. Рожнев и др. 405

Дифференцируя соотношение (18) и считая, что амплитуды падающей на неоднородность и отражённой от неё волн связаны в плоскости  $\xi = 0$  коэффициентом отражения:  $F_+(0) = \Gamma(\Omega)F_-(0)$ , получаем уравнение, связывающее производную полного поля и само поле:

$$[F'(\xi) + i\alpha(\Omega)F(\xi)]_{\xi=0} = 0,$$
(19)

в котором функция  $\alpha(\Omega)$  определяется выражением

$$\alpha(\Omega) = k(\Omega) \frac{1 - \Gamma(\Omega)}{1 + \Gamma(\Omega)} .$$
(20)



Рис. 5. Эквивалентная схема простейшей модели периодической структуры на связанных резонаторах. Пунктиром выделена одна ячейка системы

Несмотря на то, что  $k(\Omega)$  и  $\Gamma(\Omega)$  имеют особенности, функция  $\alpha(\Omega)$  является аналитической функцией частоты в пределах полосы пропускания и может быть продолжена за пределы полосы. Соотношение (19) представляет собой искомое граничное условие для поля.

В качестве примера рассмотрим простую модель периодической структуры в виде цепочки LC-контуров, связанных индуктивностями (рис. 5). Неоднородность в системе моделируется сопротивлением  $Z_0$ , совпадающим с волновым сопротивлением линии, отводящей энергию. Достаточно простые вычисления дают для коэффициента отражения и для функции  $\alpha(\Omega)$  следующие выражения (в размерных переменных):

$$\Gamma(\omega) = -1 + \frac{\sqrt{2} Z_0 \omega_0^{1/2}}{\omega \sqrt{L_1/C_0}} \sqrt{\omega - \omega_0} + \dots, \qquad \alpha(\omega) = \frac{\omega L_1}{Z_0 d} \left[ 1 - \frac{2L_1 C_0}{\sqrt{L_0 C_0}} (\omega - \omega_0) + \dots \right], \qquad (21)$$

где  $\omega_0 = 1/\sqrt{L_0C_0}$ ,  $L_1/d$  — погонная индуктивность, d — характерный размер ячейки. Видно, что  $\alpha(\omega)$  в самом деле является аналитической функцией частоты, хотя  $\Gamma(\omega)$  имеет корневую особенность. Аналитичность функции  $\alpha(\omega)$  позволяет в небольшом частотном диапазоне вблизи критической частоты считать её постоянной:  $\alpha(\omega) \approx \alpha(\omega_0)$ , что в дальнейшем мы и будем делать.

Для ряда приборов оказывается, что конкретизация устройства вывода энергии позволяет получить явный вид функции  $\alpha(\Omega)$ . Существует несколько типов граничных условий, для которых это можно сделать. Остановимся кратко на двух из них. Исторически первой формой граничных условий, применённых для описания отражений в релятивистских приборах с нефиксированной структурой поля, были условия идеального согласования [15]. Эти условия были сформулированы для гиротрона с нефиксированной структурой поля, у которого электродинамическая структура представляет собой гладкий волновод с радиусом, медленно меняющимся вдоль продольной оси. Модель, использованная в [15] для формулировки граничных условий, показана на рис. 6*a*. Предполагается, что область взаимодействия поля с пучком располагается при  $\xi < 0$ , и эта область может быть неоднородной. Справа от точки  $\xi = 0$  волновод является однородным, так что в этой области нет отражения волн. Тогда при  $\xi > 0$  должны существовать только волны, убегающие от области взаимодействия. Предполагая спектр сигнала в такой системе узким, легко получить граничное условие в виде (19), в котором функция  $\alpha(\Omega)$  определена следующим образом:

$$\alpha(\Omega) = \sqrt{\Omega} \ . \tag{22}$$

А. П. Кузнецов, С. П. Кузнецов, А. Г. Рожнев и др.





Рис. 6. Модели, используемые для описания вывода энергии в приборах гиротронного типа: идеальное согласование в сечении  $\xi = 0$  [15, 16] (*a*) и волновод, нагруженный на рупор с малым углом раскрыва [23] (*б*)

Рис. 7. Вид функции  $\alpha(\Omega)$  для систем с дифракционным выводом энергии: пунктир соответствует случаю идеального согласования, сплошные линии — случаю, когда волновод нагружен на рупор с малым углом раскрыва

Если частота сигнала не слишком близка к критической, предположение об отсутствии отражений справедливо, однако если спектр сигнала расположен очень близко к критической частоте, это приближение перестаёт быть физически оправданным. Достаточно сказать, что точно на критической частоте, как уже указывалось выше, сколь угодно малая неоднородность справа от выходного сечения приводит к появлению конечных по величине отражений. Поэтому для любой реальной системы составляющие сигнала с частотами, близкими к критической, будут испытывать сильные отражения. Поскольку в рассматриваемых системах особый интерес представляют режимы генерации или усиления колебаний с частотами, близкими к критической частоте, естественно рассмотреть более реалистичную систему, в которой пространство взаимодействия заканчивается рупором, служащим для вывода энергии (рис. 66). В этом случае граничное условие сохраняет вид (19), а функция  $\alpha(\Omega)$  равна [23]

$$\alpha(\Omega) = \kappa_0 \exp(5i\pi/6) \frac{\text{Ai}'(\exp(i\pi/3)\Omega/\kappa_0^2)}{\text{Ai}(\exp(i\pi/3)\Omega/\kappa_0^2)} , \qquad \kappa_0 = \frac{(2\Psi\nu_{nm}^2)^{1/3}}{R_0} , \qquad (23)$$

где  $\operatorname{Ai}(x)$  — функция Эйри,  $\nu_{nm}$  — корни производной функции Бесселя:  $J'_n(\nu_{nm}) = 0$ , а параметр  $\kappa_0$  выражается через геометрические параметры системы — угол раскрыва рупора  $\Psi$  и радиус волновода  $R_0$ . Вид модуля и аргумента функции  $\alpha(\Omega)$  представлен на рис. 7 сплошной линией, пунктиром показаны эти же величины для функции  $\alpha(\Omega)$ , задаваемой уравнением (22).

Полученные граничные условия справедливы для одной спектральной компоненты. Чтобы получить граничные условия во временном представлении, нужно применить обратное преобразование Фурье к уравнению (19). Тогда нестационарное граничное условие приобретает вид

$$F(0,\tau) - i \int_{0}^{\tau} G(\tau - \tau') \frac{\partial F(0,\tau - \tau')}{\partial \xi} \,\mathrm{d}\tau' = 0, \tag{24}$$

где

$$G(\tau) = \exp(i\pi/4)/\sqrt{\pi\tau} \tag{25}$$

А. П. Кузнецов, С. П. Кузнецов, А. Г. Рожнев и др. 407

для случая идеального согласования [16], т. е. когда функция  $\alpha(\Omega)$  задана уравнением (22), и

$$G(\tau) = \exp(i\pi/3) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\exp(-a'_n \exp(i\pi/6)\tau)}{a'_n} , \qquad (26)$$

когда в качестве выходного устройства используется рупор [23] (функция  $\alpha(\Omega)$  задана уравнением (23)). В формуле (26)  $a'_n$  — абсолютные величины аргументов, при которых производная функции Эйри обращается в нуль. Способ эффективного вычисления суммы в (26) приведён в [23]. Вид функции  $G(\tau)$  для обоих случаев показан на рис. 8 (сплошная линия соответствует формуле (26), пунктир — формуле (25)).

Следует отметить, что полученные нестационарные граничные условия нелокальны во времени: поле в выходной плоскости в момент  $\tau$  зависит от значений поля во все предыдущие моменты времени. Наличие такой нелокальной связи объясняется сильной дисперсией волн, распространяющихся в выходном устройстве на частотах, близких к критической частоте.

Возвращаясь к рассмотрению граничных условий для описания процессов в ЛБВ ЦСР, отметим, что здесь периодическая структура связана с входным и выходным трактами через согласующие устройства  $T_1$  и  $T_2$ , как это показано на рис. 9, причём параметры трактов выбираются так, чтобы их дисперсия в рабочем диапазоне частот была как можно более слабой. В этом случае функция  $\alpha(\Omega)$  в граничном условии медленно меняется в рабочем диапазоне частот и с хорошей точностью её можно считать постоянной [5]. Это значительно упрощает моделирование нестационарных процессов, поскольку в этом приближении граничные условия в нестационарном случае имеют такой же вид, как и в стационарной теории.

В наиболее общей постановке можно считать, что в систему подаются сигналы как с пушечного, так и с коллекторного концов, амплитуды которых обозначим через  $F_{\rm BX}(\tau)$  и  $F_{\rm BCTP}(\tau)$ . В результате отражений этих волн от концов системы, а также выхода энергии из пространства взаимодействия в подводящих трактах также образуются волны, бегущие от периодической структуры, амплитуды которых обозначаются как  $F_{\rm orp}(\tau)$  и  $F_{\rm Bbix}(\tau)$  (см. рис. 9). Тогда граничные условия, описывающие эти процессы на обоих концах пространства взаимодействия, принимают вид [5]

$$\left[\frac{\partial F(\xi,\tau)}{\partial \xi} \pm i\alpha_1 F(\xi,\tau)\right]_{\xi=0} = F_{\rm BX}(\tau), \qquad (27a)$$

$$\left[\frac{\partial F(\xi,\tau)}{\partial \xi} \mp i\alpha_1 F(\xi,\tau)\right]_{\xi=0} = F_{\rm orp}(\tau), \tag{276}$$

$$\left[\frac{\partial F(\xi,\tau)}{\partial \xi} \mp i\alpha_2 F(\xi,\tau)\right]_{\xi=l} = F_{\rm BCTP}(\tau), \tag{27b}$$

$$\left[\frac{\partial F(\xi,\tau)}{\partial \xi} \pm i\alpha_2 F(\xi,\tau)\right]_{\xi=l} = F_{\rm Bbix}(\tau).$$
(27r)

В этих формулах выбор знака определяется типом границы полосы пропускания: верхний знак соответствует высокочастотной границе, а нижний — низкочастотной. Строго говоря, в (27) граничными условиями являются только уравнения (27а) и (27в), а оставшиеся уравнения (27б) и (27г) определяют сигналы  $F_{\text{отр}}(\tau)$  и  $F_{\text{вых}}(\tau)$ , убегающие от системы во входном и выходном трактах.

Далее при рассмотрении различных режимов работы прибора для сокращения числа параметров будем считать, что подводящие тракты и согласующие трансформаторы одинаковы, а

А. П. Кузнецов, С. П. Кузнецов, А. Г. Рожнев и др.





Рис. 8. Вид функции  $G(\tau)$  для нестационарных граничных условий (24): пунктир соответствует случаю идеального согласования, сплошные линии — случаю, когда волновод нагружен на рупор с малым углом раскрыва

Рис. 9. Модель ЛБВ ЦСР, используемая при анализе: 1 — входной волновод, 2 — пространство взаимодействия, 3 — выходной волновод,  $T_1$  и  $T_2$  — согласующие устройства

система полностью согласована в некоторой точке полосы пропускания. Тогда безразмерные параметры  $\alpha_1 l$  и  $\alpha_2 l$  равны друг другу и приближённо определяются соотношением  $\alpha_1 l = \alpha_2 l =$  $= \alpha l \approx |\beta_{\text{согл}} - \beta_0| L$ , где  $\beta_{\text{согл}}$  — волновое число «холодной системы» в точке согласования. По оценкам реалистичные значения параметра  $\alpha l$  для ЛБВ ЦСР составляют величины порядка  $5\div50$  [5, 6].

Уравнения (13)–(16) совместно с граничными условиями (27а) и (27в) полностью определяют динамику системы во всех возможных режимах работы.

## 3. ЛИНЕЙНАЯ ТЕОРИЯ ЛБВ ЦСР: УСИЛЕНИЕ И ПАРАЗИТНОЕ САМОВОЗБУЖДЕНИЕ

Для рассмотрения стационарных линейных режимов работы ЛБВ ЦСР будем считать, что все величины меняются по закону  $\exp(i\Omega\tau)$ . Тогда, переходя от уравнений движения электронов к уравнению для безразмерной амплитуды тока  $I(\xi)$ , получаем следующие соотношения, описывающие работу устройства [6, 7, 12]:

$$\mp \frac{\mathrm{d}^2 F(\xi)}{\mathrm{d}\xi^2} + \Omega F(\xi) = iI(\xi), \qquad \left(\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\xi} - iB\right)^2 I(\xi) = iF(\xi). \tag{28}$$

Указанные уравнения дополняются граничными условиями для тока при  $\xi = 0$ :

$$I(0) = 0, \qquad I'(0) = 0,$$
 (29)

а также граничными условиями для поля, которые следуют из (27а) и (27в), если положить в них  $F_{\rm BCTP} = 0, F_{\rm BX}(\tau) = \bar{F}_{\rm BX} \exp(i\Omega\tau)$  и опустить общий экспоненциальный множитель. Комплексную амплитуду выходного сигнала  $\bar{F}_{\rm BMX}$  находим из преобразованного таким же образом уравнения (27г).

Зависимости коэффициента усиления ЛБВ ЦСР в линейном режиме от параметра рассинхронизма *B*, рассчитанные для различных частот, показаны на рис. 10 для высокочастотной и на рис. 11 для низкочастотной границы полосы пропускания. Для сравнения на представленных иллюстрациях приведены отмеченные точками результаты, полученные с использованием дискретного подхода [6]. Как видно, совпадение результатов, рассчитанных вблизи высокочастотной



Рис. 10. Коэффициент усиления ЛБВ ЦСР в линейном режиме при взаимодействии вблизи высокочастотной границы полосы пропускания. Точки соответствуют расчёту по дискретной теории [6]



Рис. 11. Коэффициент усиления ЛБВ ЦСР в линейном режиме при взаимодействии вблизи низкочастотной границы полосы пропускания. Точки соответствуют расчёту по дискретной теории

границы, достаточно хорошее. Для низкочастотной границы на рис. 11 приведены зависимости для разного числа ячеек N в замедляющей системе; при увеличении N некоторое расхождение в результатах исчезает.

Одной из важных задач при исследовании режимов работы ЛБВ является анализ паразитного самовозбуждения на частотах, находящихся вблизи границы полосы пропускания [7, 9]. Стартовые условия паразитной генерации находятся при совместном решении уравнений линейной теории (28), условий для тока (29) и граничных условий (27а) и (27в), в которых следует положить  $F_{\rm Bx} = 0$  и  $F_{\rm BCTP} = 0$ . Требование существования нетривиального решения этой системы уравнений приводит к стартовым условиям генерации

$$\sum_{i=1}^{4} \frac{(k_i \pm \alpha_1) (k_i \pm \alpha_2) \exp(-ik_i l)}{k_i + (k_i \pm \Omega)/(k_i + B)} = 0, \quad (30)$$

где  $k_i$  — корни дисперсионного уравнения

410

$$(k^2 \pm \Omega) (k+B)^2 - 1 = 0.$$
(31)

Если зафиксировать параметры граничных условий  $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$  и параметр рассинхронизма *B*, то комплексное уравнение (30) позволяет найти действительные величины *l* и  $\Omega$ , т. е. без-

А. П. Кузнецов, С. П. Кузнецов, А. Г. Рожнев и др.



Рис. 12. Пусковые условия самовозбуждения ЛБВ вблизи высокочастотной границы полосы пропускания. На верхних рисунках пунктиром показаны пусковые условия ЛОВ, штриховая линия разделяет области, в которых реализуется абсолютная и конвективная неустойчивости в системе с бесконечной длиной

размерную пусковую длину и частоту самовозбуждения. Результаты расчётов представим в виде зависимостей l(Bl) и  $\sqrt{|\Omega|} l(Bl)$ .

Рассмотрим сначала самовозбуждение вблизи высокочастотной границы полосы пропуска-

А. П. Кузнецов, С. П. Кузнецов, А. Г. Рожнев и др.

2004



Рис. 13. Пусковые условия самовозбуждения ЛБВ вблизи низкочастотной границы полосы пропускания. Обозначения линий те же, что на рис. 12

ния. Результаты численного расчёта пусковых параметров представлены на рис. 12 для разных значений параметра *αl*. На этих графиках увеличение параметра *Bl* соответствует увеличению ускоряющего напряжения пучка и переходу от режима преимущественного взаимодействия с

А. П. Кузнецов, С. П. Кузнецов, А. Г. Рожнев и др.

413

обратной волной к режиму преимущественного взаимодействия с прямой волной.

В окрестности высокочастотной границы можно отметить два механизма, ответственных за возбуждение ЛБВ. Первый механизм реализуется при больших значениях  $\alpha l$  и связан с возбуждением резонансных мод. По своему смыслу величина  $\alpha l$  определяет свойства «холодной» системы и интенсивность излучения из неё электромагнитного поля. При больших значениях этого параметра проявляются резонансные свойства системы, и электронный поток эффективно взаимодействует с прямой волновой составляющей (резонансной модой), если  $n\pi < Bl < n\pi +$  $+2\pi$ , или с обратной составляющей, если  $n\pi - 2\pi < Bl < n\pi$ . При выполнении одного из этих условий при соответствующем токе произойдёт самовозбуждение *n*-й моды, причём стартовые линии  $\sqrt{|\Omega|} l(Bl)$ , определяющие пусковые частоты, будут напоминать ступеньки с частотой, мало меняющейся при изменении скорости пучка.

При уменьшении параметра  $\alpha l$  система будет терять свои резонансные свойства, и описанная картина самовозбуждения меняется. В случае малых  $\alpha l$  механизм возбуждения колебаний в системе больше не будет связан с отражениями электромагнитной волны от концов замедляющей системы, в этом случае реализуется механизм, обусловленный наличием распределённой обратной связи за счёт взаимодействия с обратной волной. В области отрицательных значений Bl самовозбуждение происходит как в обычной ЛОВ, это хорошо видно на рис. 12 при  $\alpha l = 10$ , где пунктир соответствует пусковым условиям самовозбуждения ЛОВ. При синхронизме пучка с прямой волной (Bl > 0) самовозбуждение происходит за счёт специфического механизма, связанного с возможностью существования в системе вблизи высокочастотной отсечки абсолютной неустойчивости даже при синхронизме пучка преимущественно с прямыми волнами [8]. На этом же рисунке штриховая линия разделяет области на плоскости параметров (Bl, l), в которых реализуются абсолютная и конвективная неустойчивости в бесконечно длинной системе, описываемой дисперсионным уравнением (31).

Интересно отметить, что минимум пускового тока соответствует такому ускоряющему напряжению пучка, при котором точка синхронизма находится ещё на прямой ветви дисперсионной характеристики. Этим обстоятельством объясняется повышенная опасность самовозбуждения ЛБВ ЦСР именно вблизи высокочастотной границы полосы пропускания [7].

Для случая взаимодействия вблизи низкочастотной границы полосы пропускания результаты расчёта пусковых условий показаны на рис. 13. Теперь при увеличении напряжения (или параметра Bl) происходит переход от взаимодействия пучка с прямой ветвью дисперсионной характеристики холодной системы к взаимодействию с обратной ветвью. В целом пусковые характеристики паразитной генерации качественно остаются такими же, как и для случая высокочастотной границы. Однако теперь при малых отражениях от концов замедляющей системы самовозбуждению на прямой ветви соответствуют очень большие пусковые токи. Это связано с тем, что границе между абсолютной и конвективной неустойчивостью теперь соответствует значение Bl = 0 (штриховая линия на рис. 13), поэтому, если пучок находится в синхронизме с прямой волной, единственной причиной самовозбуждения остаются отражения сигнала от концов системы. Любопытно отметить, что при точном синхронизме пучка с полем на критической частоте пусковые токи оказываются равными бесконечности. Минимум стартового тока лежит в области синхронизма с обратными волнами. При постепенном увеличении уровня отражений от концов системы начинает проявляться также резонансный механизм самовозбуждения (см. рис. 13 при  $\alpha l = 30; 50$ ).

#### 4. НЕСТАЦИОНАРНЫЕ ЭФФЕКТЫ

Для исследования более широкого класса проблем, связанных с взаимодействием электронного потока с электромагнитным полем, необходимо привлекать подход, основанный на нестаци-

А. П. Кузнецов, С. П. Кузнецов, А. Г. Рожнев и др.
онарных нелинейных уравнениях взаимодействия [4, 13, 14]. Основным преимуществом нестационарного подхода является то, что он позволяет не делать априорных предположений о характере установившегося режима колебаний, который получается естественным образом в результате моделирования поведения системы во времени, при этом автоматически решается вопрос об устойчивости найденного режима. В таких сложных распределённых динамических системах, как электронный пучок—электромагнитная волна, возможны различные режимы колебаний стационарные, периодические, хаотические, а также возможны некоторые нетривиальные эффекты, предсказание и анализ которых возможны только в рамках нестационарного подхода. Ниже рассмотрены несколько таких эффектов.

Для исследования нестационарных процессов проводилось численное моделирование уравнений (13) и (14), дополненных начальными условиями (15), (16). Граничное условие для поля на правом конце пространства взаимодействия задавалось уравнением (27в), в котором считалось, что  $F_{\text{встр}} = 0$ ; граничное условие на пушечном конце лампы определялось типом решаемой задачи.

В качестве первого эффекта рассмотрим самовозбуждение ЛБВ ЦСР, инициированное усиливаемым сигналом. Будем считать, что на вход лампы подаётся монохроматический сигнал. В этом случае граничное условие при  $\xi = 0$  следует взять в виде (27а), положив  $F_{\rm BX}(\tau) = F_{\rm BX}^0 \exp(i\Omega\tau)$  при  $\tau > 0$ , где  $\Omega$  — частота входного сигнала.



Рис. 14. Процесс установления стационарного режима усиления при взаимодействии вблизи низкочастотной границы полосы пропускания. Кривые соответствуют разной мощности входного сигнала

Рассмотрим вначале процесс установления стационарного режима усиления, когда взаимодействие происходит вблизи низкочастотной границы полосы пропускания. На рис. 14 показаны зависимости амплитуды выходного сигнала от времени для  $\Omega l^2 = 121; Bl = -3,5\pi; l = 4,5; \alpha_1 l =$  $= \alpha_2 l = 20;$  параметром кривых на рисунке является начальная амплитуда входного сигнала. Как видно, у низкочастотной границы полосы пропускания все переходные процессы заканчиваются установлением стационарных колебаний с постоянной амплитудой и частотой, равной частоте подаваемого на вход сигнала, даже если амплитуда входного сигнала достаточно велика. У низкочастотной границы полосы пропускания учёт нелинейных эффектов приводит лишь к уменьшению

коэффициента усиления с ростом амплитуды входного сигнала.

Другую ситуацию можно наблюдать вблизи высокочастотной границы полосы пропускания. Пусть, например, параметры выбраны следующим образом:  $Bl = 2,8\pi$ ; l = 3,5;  $\Omega l^2 = -30,6$ . В этом случае, если амплитуда входного сигнала сравнительно невелика ( $F_{\rm bx}^0 = 2,0$ ), также устанавливаются стационарные режимы после переходного процесса (рис. 15*a*). Если же на вход подаётся достаточно мощный сигнал с  $F_{\rm bx}^0 = 4,0$ , наблюдаются осцилляции амплитуды сигнала, не затухающие со временем.

На рис. 15 показаны также спектры выходного сигнала в обоих случаях. При малой входной мощности спектр состоит из единственной линии, частота которой равна частоте входного сигнала. Во втором случае спектр дискретный, в нём присутствуют составляющая на частоте усиливаемого сигнала и основная паразитная компонента, имеющая частоту  $\Omega l^2 \approx -9.9$ , близкую к собственной частоте первой резонансной моды «холодной» системы ( $\Omega l^2 \approx -\pi^2$ ). Остальные линии в спектре представляют собой всевозможные комбинации этих частот.

Существенно разное поведение системы вблизи низкочастотной и высокочастотной границ по-

А. П. Кузнецов, С. П. Кузнецов, А. Г. Рожнев и др.



Рис. 15. Самовозбуждение, инициированное мощным входным сигналом при взаимодействии вблизи высокочастотной границы полосы пропускания: установление колебаний при относительно малой входной мощности (*a*) и при большой входной мощности (*b*). Сверху приведены зависимости амплитуды выходного сигнала от времени, на нижних — спектры выходного сигнала

лосы пропускания связано с нелинейными эффектами торможения электронного пучка полем излучения. На рис. 12 и 13 чёрными кружками отмечены точки на плоскости параметров (Bl, l), в которых проводилось моделирование. Для высокочастотной границы торможение пучка и уменьшение его средней скорости приводит к эффективному уменьшению параметра Bl, рабочая точка на рис. 12 сдвигается влево и попадает в область самовозбуждения. Вблизи низкочастотной границы уменьшение параметра Bl за счёт нелинейного торможения, наоборот, отодвигает рабочую точку от зоны самовозбуждения (см. рис. 13), поэтому паразитной генерации не происходит.

Ещё один нелинейный эффект, который можно наблюдать в ЛБВ ЦСР при взаимодействии вблизи границы полосы пропускания — жёсткое возбуждение колебаний. В качестве примера рассмотрим взаимодействие в окрестности высокочастотной границы. На рис. 12 треугольниками отмечены точки, в которых проводилось моделирование установления колебаний в системе при отсутствии входного сигнала. Начальное распределение поля задавалось в виде первой резонансной моды:  $F(\xi, 0) = F_0 \sin(\pi \xi/l)$ , и расчёты проводились для разных значений начальной амплитуды  $F_0$ . Полученные результаты приведены на рис. 16 в виде временны́х зависимостей амплитуд сигналов, излучаемых из системы в выходной тракт (сплошная линия) и во входной тракт (пунктир). Рис. 16*a* соответствует параметрам Bl = 2,5; l = 3,4, рис. 166 - Bl = 3; l = 4и рис. 16e - Bl = 3,5; l = 4,7. Во всех трёх случаях наблюдался эффект жёсткого возбуждения колебаний. При малых амплитудах начального распределения поля колебания с течением времени полностью затухают. Но если величина  $F_0$  превышает некоторое пороговое значение, в результате переходного процесса в системе устанавливаются стационарные колебания, при этом распределение поля вдоль пространства взаимодействия и частота колебаний соответствуют первой резонансной моде «холодной» системы.

Жёсткое возбуждение также связано с тем, что при большой амплитуде сигнала нелинейное торможение электронного пучка в выбранной области параметров на плоскости (*Bl*, *l*) улучшает условия взаимодействия электронов с полем первой резонансной моды. Хотя в линейном ре-





Рис. 16. Жёсткое возбуждение колебаний в ЛБВ ЦСР: (a) — Bl = 2,5; l = 3,4; (b) - Bl = 3; l = 4;(b) — Bl = 3,5; l = 4,7. Сплошные и пунктирные линии соответствуют сигналам, излучаемым из коллекторного и пушечного концов лампы

жиме это взаимодействие неэффективно, в нелинейном режиме, при большом уровне сигнала, эти колебания оказываются самоподдерживающимися. Из-за возможности жёсткого установления колебаний в системе становится также возможным наблюдение явления гистерезиса вблизи границы зоны генерации. При переходе через эту границу в системе возникнут колебания с конечной по величине амплитудой, если же потом, изменяя параметры, выйти за пределы линейной зоны генерации, эти колебания будут существовать, пока не произойдёт их срыв при некотором конечном смещении от границы зоны генерации.

#### 5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Для электроники CBЧ разработка волновой теории взаимодействия электронных потоков с электромагнитными волнами вблизи границы полосы пропускания представляет фундаментальный интерес. В самом деле, такая теория призвана заполнить очевидный пробел. Если взаимодействие отдельно с прямой или с обратной волной давно понято качественно и изучено теоретически, то проблема описания промежуточной ситуации, когда область синхронизма пучка и колебаний в электродинамической структуре располагается вблизи границы полосы пропускания, в течение долгого времени вызывала трудности и в принципиальном отношении оставалась нерешённой. В то же время понимание особенностей взаимодействия вблизи границы полосы жизненно важно для целого ряда устройств CBЧ электроники, таких, как ЛБВ ЦСР, оротрон, гиротрон и др.

А. П. Кузнецов, С. П. Кузнецов, А. Г. Рожнев и др.

С теоретической точки зрения исследование устройств, функционирующих у границы полосы, особенно интересно, поскольку они нетривиальным образом сочетают особенности, характерные для устройств с прямыми волнами, со встречными волнами, а также устройств с локализованными колебаниями резонаторного типа. Особенно важным представляется использование нестационарной нелинейной теории для описания динамики электронных генераторов и усилителей вблизи границы полосы пропускания, поскольку при этом характер реализующегося режима определяется непосредственно в ходе численного моделирования процесса установления колебаний.

В серии работ, изложение которых составило содержание настоящего обзора, была разработана волновая теория взаимодействия электронного потока с полем электродинамической структуры вблизи границы полосы пропускания, в которой все принципиальные трудности удалось преодолеть. Эта теория построена с учётом специфики длительного взаимодействия, отличается простотой и наличием минимального набора существенных параметров. С другой стороны, она включает все основные эффекты, реализующиеся в области вблизи границы полосы пропускания, и позволяет составить ясную качественную картину этих эффектов. При этом все используемые переменные и параметры не имеют сингулярностей и расходимостей и пригодны, следовательно, для измерения и применения на практике. Как можно полагать, развитая теория и основанная на ней картина явлений должны существенно помочь в разработке и оптимизации приборов СВЧ электроники, функционирующих вблизи границы полосы пропускания.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (гранты № 03-02-16192 и 02-02-17317).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Л. В. Булгакова, Д. И. Трубецков, В. Л. Фишер, В. Н. Шевчик // Лекции по электронике СВЧ приборов типа О. Саратов: СГУ, 1974. С. 221.
- 2. Солнцев В. А., Осин А. В. // Лекции по электронике СВЧ и радиофизике. 5-я зимняя школасеминар инженеров. Кн. 4. Саратов: СГУ, 1981. С. 142.
- Мухин С. В., Солнцев В. А. Лекции по электронике СВЧ и радиофизике. 7-я зимняя школасеминар инженеров. Кн. 1. Саратов: СГУ, 1986. С. 43.
- 4. Кузнецов А. П., Кузнецов С. П. // Изв. вузов. Радиофизика. 1984. Т. 27, № 12. С. 1575.
- 5. Кузнецов А. П. // Электронная техника. Сер. 1. Электроника СВЧ. 1984. № 7(367). С. 3.
- 6. Булгакова Л. В., Гаврилов М. В., Кузнецов А. П. и др. // Электронная техника. Сер. 1. Электроника СВЧ. 1985. № 6(378). С. 34.
- Кузнецов А. П., Рожнев А. Г. // Электронная техника. Сер. 1. Электроника СВЧ. 1985. № 9(381). С. 3.
- 8. Кузнецов А. П. // Письма в ЖТФ. 1982. Т. 8, № 15. С. 941.
- 9. Кузнецов А. П., Кузнецов С. П., Рожнев А. Г. // Лекции по электронике СВЧ и радиофизике. 7-я зимняя школа-семинар инженеров. Кн. 2. Саратов: СГУ, 1986. С. 44.
- 10. Булгакова Л.В., Кузнецов С.П. // Лекции по электронике СВЧ и радиофизике. 7-я зимняя школа-семинар инженеров. Кн. 2. Саратов: СГУ, 1986. С. 56.
- 11. Кузнецов А. П., Рожнев А. Г. // Изв. вузов. Радиофизика. 1988. Т. 31, № 9. С. 1113.
- 12. Булгакова Л. В., Кузнецов А. П., Кузнецов С. П., Рожнев А. Г. // Электронная техника. Сер. 1. Электроника СВЧ. 1988. № 3(407). С. 7.
- 13. Булгакова Л. В., Кузнецов С. П. // Изв. вузов. Радиофизика. 1988. Т. 31, № 2. С. 207.
- 14. Булгакова Л. В., Кузнецов С. П. // Изв. вузов. Радиофизика. 1988. Т. 31, № 5. С. 612.
- Братман В. Л., Моисеев М. А., Петелин М. И., Эрм Р. Э. // Изв. вузов. Радиофизика. 1973. Т. 16, № 4. С. 622.

А. П. Кузнецов, С. П. Кузнецов, А. Г. Рожнев и др.

- Гинзбург Н. С., Завольский Н. А., Нусинович Г. С., Сергеев А. С. // Изв. вузов. Радиофизика. 1986. Т. 29, № 1. С. 106.
- 17. Солнцев В. А., Кравченко Н. П. // Радиотехника и электроника. 1978. Т. 23, № 5. С. 1103.
- 18. Осин А.В., Солнцев В.А. // Радиотехника и электроника. 1979. Т. 24, № 7. С. 1 380.
- 19. Кравченко Н. П., Солнцев В. А. // Радиотехника и электроника. 1980. Т. 25, № 3. С. 601.
- 20. Осин А.В., Солнцев В.А. // Радиотехника и электроника. 1982. Т. 27, № 11. С. 2 207.
- 21. Осин А.В., Солнцев В.А. // Радиотехника и электроника. 1982. Т. 27, № 12. С. 2435.
- 22. Кузнецов С. П. // Радиотехника и электроника. 1980. Т. 25, № 2. С. 419.
- 23. Rozhnev A. G. // J. Commun. Techn. Electron. Suppl. 2000. V. 45, No. 1. P. 95.

<sup>1</sup> Саратовское отделение ИРЭ РАН;

Поступила в редакцию 25 июня 2004 г.

<sup>2</sup> Саратовский госуниверситет им. Н. Г. Чернышевского; <sup>3</sup> Саратовская государственная академия права,

г. Саратов, Россия

## WAVE THEORY OF A TRAVELING-WAVE TUBE OPERATED NEAR THE CUTOFF

A. P. Kuznetsov, S. P. Kuznetsov, A. G. Rozhnev, E. V. Blokhina, and L. V. Bulgakova

We outline the main principles of the wave theory of interaction between the electron beam and the electromagnetic field in a slow-wave structure near the boundary of the transmission band. Formulation of the basic equations and the boundary conditions is considered taking consistently into account that the interaction parameter is small. A comparison of the results with a discrete version of the theory is discussed. We also consider the starting conditions for the generation regime, the linear amplification regimes, as well as some effects found within the framework of the nonstationary nonlinear theory, e.g., parasitic self-excitation in the amplification regime and hard excitation of the generation regime.

УДК 537.862+537.86:539.12+537.5

## ФИЗИКА ПАСОТРОНА

### Ю. П. Блиох

Пасотрон — это источник СВЧ излучения, в котором транспортировка пучка осуществляется без внешнего магнитного поля за счёт фокусирующего действия ионного канала, создаваемого самим пучком. Рассмотрены основные физические эффекты, определяющие специфические свойства пасотрона.

#### ВВЕДЕНИЕ

В работе представлены результаты выполненных в последние годы исследований по теории пасотрона [1–5]. Основное внимание уделено качественному описанию физических явлений и взаимосвязей между ними, определяющих специфику работы этого устройства СВЧ электроники. Роль большинства из них была выявлена теоретически значительно позже создания экспериментальной модели пасотрона, и список таких «открытий» ещё далёк от завершения. Тем не менее уже сейчас можно предложить читателю общую картину взаимосвязанных физических процессов, протекающих в пасотроне.

## 1. ЧТО ТАКОЕ ПАСОТРОН?

Пасотрон — это аббревиатура английского названия Plasma Assisted Slow-wave Oscillator. СВЧ колебания в пасотроне возбуждаются, как и в традиционных ЛБВ или ЛОВ, прямолинейным электронным пучком, проходящим сквозь замедляющую структуру. «Изюминкой» пасотрона является транспортировка пучка без внешнего ведущего магнитного поля. Для этого камера взаимодействия заполняется газом низкого ( $10^{-4} \div 10^{-5}$  мм рт. ст.) давления. Пучок ионизует газ и своим кулоновским полем выбрасывает образующиеся электроны из области распространения. Остающиеся ионы формируют канал, который частично компенсирует заряд пучка.

Движение частиц пучка определяют две радиальные силы: сила кулоновского расталкивания нескомпенсированного заряда пучка и сила радиального сжатия магнитным полем тока пучка. Если заряд пучка частично скомпенсирован, то магнитное сжатие может оказаться сильнее кулоновского расталкивания. Для этого степень зарядовой компенсации пучка  $f = n_i/n_b$  должна превышать критическое значение  $f_c = 1 - \beta^2 =$  $= \gamma^{-2}$  (условие Будкера [6]). Здесь  $n_i$  и  $n_b$  — плотности ионов, компенсирующих заряд, и пучка соответственно. Очевидно, что для ультрареляти-



Рис. 1. Схема пасотрона

вистского пучка достаточно малой степени компенсации его заряда, чтобы пучок распространялся без расходимости. Такой метод транспортировки пучка был использован на ускорителе ATA (Advanced Test Accelerator) [7–9], где ионный канал создавался предварительно пробоем газа лазерным лучом. В результате пучок с током 8 кА транспортировался без потерь на расстояние 95 м без внешнего ведущего магнитного поля, при этом отклонение пучка от оси было менее 1 мм.

Ю. П. Блиох

В пасотроне ионный канал создаётся ионизацией газа самим пучком. Поэтому в начале импульса тока пучок расходится. По мере накопления ионов в канале расходимость уменьшается и сменяется сжатием при достижении критического значения степени зарядовой компенсации. В условиях эксперимента время зарядовой компенсации составляет несколько микросекунд при длительности импульса до ста микросекунд, т. е. большую часть импульса пучок распространяется в режиме ионной фокусировки.

Наличие аномально большого количества ионов в пространстве взаимодействия пасоторна потребовало применения в качестве источника электронов плазменного катода, поскольку термоэмиссионный катод разрушается ионной бомбардировкой. В результате прибор приобрёл свой окончательный вид: плазменный катод как источник пучка и ионная фокусировка как способ проводки пучка (рис. 1).

## 2. ЧЕМ ИНТЕРЕСЕН ПАСОТРОН?

За время, прошедшее с момента создания первого экспериментального образца [10], было опробовано довольно много модификаций пасотрона, рассчитанных для работы в разных частотных диапазонах. В табл. 1 приведены сводные данные по всем модификациям [11–14].

Длительность импульса тока	до 120 мкс
Ток пучка	от 30 А до 1 кА
Плотность тока плазменного катода	до 50 A/см <sup>2</sup>
Ускоряющее напряжение	от 30 до 220 кВ
Рабочий газ	Xe, He
Частотный диапазон	L, S, C, X
Мощность СВЧ излучения	$1 \div 5 \text{ MBt}$
К. п. д.	$15 \div 25\%$

Таблица 1

Как видно, это довольно мощный прибор с неплохим к. п. д. <sup>1</sup> и длинным импульсом. Продольный размер пространства взаимодействия в зависимости от частотного диапазона составляет  $1\div 3$  м. Это означает, что ионная фокусировка позволила избавиться от соленоида с размером в несколько метров, создающего магнитное поле с напряжённостью не менее 1 кГс. Такой соленоид — это и немалый вес, и дополнительное питание, и увеличение размеров прибора. Значительное улучшение весогабаритных и энергетических характеристик делает пасотрон привлекательным с практической точки зрения. С точки зрения физики пасотрон интересен многообразием протекающих в нём процессов, которые условно можно разделить на два класса: (*a*) образование ионного канала и транспортировка пучка и (*б*) возбуждение синхронной волны пучком. Условность такого разделения обусловлена тем, что эти процессы, вообще говоря, взаимосвязаны. Но об этом речь пойдёт ниже, а пока рассмотрим их в отдельности.

### 2.1. Образование ионного канала

Описанная выше картина образования ионного канала и транспортировки пучка кажется простой только на первый взгляд. Проследим внимательнее за поведением всех частиц, участвующих в этом процессе.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> О последних достижениях в области повышения к. п. д. пасотрона см. ниже.

Сначала пучок инжектируется в нейтральный газ, и силы кулоновского расталкивания приводят к его расширению и выбрасыванию частиц пучка на стенки камеры. Одновременно начинается ионизация газа. Образующиеся электроны быстро осаждаются на стенках и не участвуют в процессе образования канала, ионы же оказываются в потенциальной яме заряда пучка. Радиальный профиль потенциальной ямы определяется распределением суммарного заряда ионов и электронов пучка и меняется как вдоль системы, так и со временем. Колебания ионов в самосогласованном потенциале приводят к быстрому перемешиванию частиц и образованию квазистационарного радиального распределения концентрации ионов. Характерное время перемешивания составляет порядка десятых долей микросекунды, а характерное время накопления заряда ионов до уровня, требуемого для радиального удержания пучка, — несколько микросекунд. Мы не будем рассматривать быстрые процессы, обусловленные радиальным движением ионов, а будем для простоты предполагать, что степень нейтрализации заряда f постоянна в поперечном сечении пучка.

Обратим теперь внимание на продольное движение ионов. Для этого рассмотрим распределение электрического потенциала в камере. На входном торце камеры расположена сетка, служащая анодом пушки, а на выходном торце расположен коллектор. Анодная сетка, коллектор и стенки камеры обладают одним потенциалом  $\varphi =$ = 0. Частично скомпенсированный по заряду электронный пучок создаёт в камере потенциальную яму, имеющую форму «корыта» (см. рис. 2). Без учёта краевых эффектов у торцов камеры, потенциал на оси определяется выражением



 $\varphi(r, z)$ 

$$\varphi|_{r=0} = -\frac{I_{\rm b}}{v_z} \left[1 - f(z, t)\right] \left[1 + 2\ln\frac{R_w}{a(z, t)}\right], \quad (1)$$

Рис. 2. Профиль потенциала объёмного заряда пучка

где $I_{\rm b}$  — ток пучка,  $v_z$  — его продольная скорость,  $R_{\rm w}$  и a — радиусы камеры и пучка соответственно.

Вблизи торцов, на расстоянии порядка радиуса камеры, потенциал (1) возрастает до потенциала камеры  $\varphi = 0$ . Продольное движение ионов определяется продольным электрическим полем с потенциалом (1).

Описание продольного движения ионов является сложной самосогласованной задачей. Действительно, безразмерная погонная плотность ионов f меняется как со временем, так и с расстоянием. Причинами изменения f являются как движение ионов в поле с потенциалом (1), так и ионизация газа пучком. В свою очередь, потенциал  $\varphi$  зависит от продольного распределения ионов и от радиуса пучка a. Последний же зависит от профиля плотности ионов f, поскольку величина f определяет радиальную силу, действующую на электроны пучка. Очевидно, что такая сложная задача нуждается в дальнейших упрощающих предположениях и моделях.

Рассмотрим одну из таких моделей. Пусть  $t_{\parallel}$  — характерное время движения ионов вдоль камеры в потенциале (1), а  $t_{\rm ion}$  — время, необходимое для полной зарядовой нейтрализации пучка. Рассмотрим два крайних случая:  $t_{\rm ion} \ll t_{\parallel}$  и  $t_{\rm ion} \gg t_{\parallel}$ . В первом случае погонная плотность ионов достигнет значения f = 1, при котором исчезает потенциальная яма объёмного заряда, раньше, чем ионы существенно сместятся в продольном направлении. Пренебрегая таким смещением, будем считать ионы продольно-неподвижными. В этом случае изменение погонной плотности ионов обусловлено только локальной скоростью ионизации, которая определяется плотностью



Рис. 3. Слева в безразмерных переменных изображены зависимости радиуса пучка  $\rho(\zeta) = a(z)/a(0)$  от продольной координаты  $\zeta = (2I_{\rm b}/I_{\rm A})^{1/2}(\gamma\beta)^{-1}z/a(0)$  ( $I_{\rm A} = (mc^3/e)\beta\gamma$  — альвеновский ток) в различные моменты времени  $\tau = t/t_{\rm ion}|_{z=0}$ , полученные в модели с неподвижными ионами ( $t_{\rm ion} \ll t_{\parallel}$ ) при различных значениях масштаба неоднородности L плотности нейтрального газа. На рисунках указан интервал времени  $\Delta\tau$ , отделяющий одну кривую от другой. Справа изображены аналогичные зависимости для тех же значений L, но рассчитанные в рамках модели подвижных ионов ( $t_{\rm ion} \gg t_{\parallel}$ ). Соответствующие моменты времени  $\tau$  указаны на рисунках

(вообще говоря, продольно-неоднородной) нейтрального газа. Решая уравнения для огибающей пучка, в котором плотность ионов линейно возрастает во времени, можно описать динамику сжатия пучка и установления стационарного состояния.

Если времена  $t_{\parallel}$  и  $t_{\rm ion}$  одного порядка ( $t_{\rm ion} \sim t_{\parallel}$ ), то для описания динамики продольного движения ионов нельзя использовать гидродинамическое приближение, а следует воспользоваться кинетическим уравнением. Это связано с тем, что скорость иона зависит от потенциала объёмного заряда в месте возникновения иона. Поэтому в данной точке пространства присутствуют ионы с различными скоростями. В общем случае задача о нахождении функции распределения ионов может быть решена только путём численного моделирования движения частиц в самосогласованном поле пространственного заряда пучка и самих ионов. Можно, однако, указать на следующие ожидаемые проявления продольного движения ионов. Во-первых, перераспределение плотности ионов в продольном направлении вызовет вариации радиуса пучка с характерным временем  $t_{\parallel}$ . Во-вторых, и это особенно важно в системах с сильной продольной неоднородностью нейтрального газа, вынос ионов из области с высокой плотностью газа в области с низкой плотностью приводит к значительно более равномерному, чем у нейтрального газа, продольному распределения и онов из области, где темп ионизации максимален, приводит не только к более однородной ионной фокусировке пучка, но и значительно сокращает время установления стационарного режима транспортировки пучка.

Если время ионизации намного превышает время продольного движения ( $t_{\rm ion} \gg t_{\parallel}$ ), переме-

шивание колеблющихся в продольном направлении частиц происходит быстрее, чем изменение их общего числа. Поэтому можно пренебречь быстрыми вариациями плотности с характерным временем  $t_{\parallel}$  и рассматривать стационарное согласованное распределение плотности ионов и потенциала. Полное число ионов в таком приближении является параметром указанного распределения.

На рис. 3 представлены результаты решения соответствующих уравнений для случаев «быстрой» и «медленной» ионизации. Сравнение приведённых слева и справа на рис. 3 зависимостей наглядно демонстрирует влияние подвижности ионов на ускорение процесса ионной фокусировки пучка в сильно неоднородном газе. В однородном газе (последние рис. 3*6* и *г*) различие между моделями с подвижными и неподвижными ионами практически отсутствует.

#### 2.2. Равновесная конфигурация пучка (пинч Беннетта)

Для описания продольной структуры пучка часто используется уравнение для его радиуса a(z):

$$\frac{\mathrm{d}^2 a}{\mathrm{d}z^2} = \frac{2I_{\rm b}}{I_{\rm A}\beta^2} \left(\gamma^{-2} - f\right) \frac{1}{a} + \frac{\langle M^2 \rangle}{m^2 \gamma^2 v_z^2} \frac{1}{a^3} \,. \tag{2}$$

Здесь  $I_{\rm A} = (mc^3/e) \beta \gamma$  — альвеновский ток,  $\langle M^2 \rangle$  — средний квадрат момента импульса частиц пучка. В литературе вместо  $\langle M^2 \rangle$  в (2) можно встретить эмиттанс пучка (с соответствующим изменением коэффициентов), который, как и момент импульса, является инвариантом движения частиц пучка при отсутствии столкновений.

Проанализируем решения уравнения (2). Они описывают незатухающие колебания в окрестности равновесного радиуса  $a_*$ , при котором правая часть уравнения (2) обращается в нуль. Равновесный радиус тем меньше, чем меньше эмиттанс пучка. Таким образом, описываемая уравнением (2) ионная фокусировка приводит к сжатию пучка в окрестности узлов, а в области пучности радиус пучка равен исходному. Но как же тогда транспортируется пучок в пасотроне, где исходный радиус пучка может в несколько раз превосходить радиус замедляющей структуры? Дело в том, что уравнение (2) справедливо только на коротком участке вблизи плоскости инжекции, до первого фокуса. Причиной, из-за которой уравнение (2) становится неприменимым, является неизохронность радиальных колебаний электронов (бетатронных колебаний). Сильная зависимость частоты колебаний электронов от амплитуды очень быстро, практически за первым фокусом, приводит к потере когерентности движения частиц (рис. 4). Такой фазово-перемешанный пучок (phase-mixed beam) [15] уже нельзя описывать гидродинамическими уравнениями, следствием которых является уравнение (2).

Фазовое перемешивание приводит к быстрому (на расстоянии порядка одного периода) затуханию колебаний огибающей пучка и установлению продольно-однородного равновесного состояния с некоторым характерным радиусом  $a_{\infty}$ . Чем определяется этот радиус?

Впервые теория равновесного пучка, частично скомпенсированного по заряду, была построена в 1934 г. Беннеттом [16, 17]. В основе теории лежит предположение, что столкновения частиц пучка приводят к его термализации, и установившееся состояние является термодинамически равновесным. Радиальный профиль концентрации  $n_{\rm B}(r)$  такого термодинамически равновесного пучка описывается формулой

$$n_{\rm B}(r) = \frac{I_{\rm b}}{\pi r_{\rm B}^2} \left( 1 + \frac{r^2}{r_{\rm B}^2} \right)^{-2}.$$
 (3)

Здесь  $r_{\rm B}$  — беннеттовский радиус, квадрат которого пропорционален температуре пучка  $T_{\rm b}$ :  $r_{\rm B}^2 \propto \propto T_{\rm b}$ . Роль столкновений в теории Беннетта решающая: без столкновений пучок не переходит в



Рис. 4. Движение частиц ламинарного (а) и фазово-перемешанного (б) пучков

термодинамически равновесное состояние.

Пасотрон работает при низком давлении в камере дрейфа:  $p \sim 10^{-5} \div 10^{-4}$  мм рт. ст. Частоты соударений электронов пучка с ионами канала и атомами газа намного меньше обратного времени пролёта электрона через камеру дрейфа, т. е. столкновениями можно пренебречь. Отсутствие столкновений, однако, не является препятствием для установления термодинамического равновесия. Движение ансамбля частиц в собственном коллективном самосогласованном поле приводит к быстрому перераспределению энергии между ними и установлению стационарного распределения. Большая напряжённость коллективного поля и его постоянное (а не только в момент столкновения) действие на частицы ансамбля обеспечивают значительно более быстрое установление равновесия, чем это было бы за счёт только парных столкновений. Правда, такое равновесие может отличаться от «настоящего» термодинамического равновесия. В рассматриваемой задаче, например, момент импульса каждой из частиц является инвариантом движения, поэтому в установившемся равновесном состоянии «радиальная» и «угловая» температуры не могут быть равными друг другу, как это имеет место в «настоящем» термодинамическом равновесии. Столкновения, в отличие от коллективного поля, приводят к выравниванию температур по всем степеням свободы.

Характер движения частиц пучка принципиально различен в областях его формирования (вблизи электронной пушки) и транспортировки в режиме ионной фокусировки. Если в первой области, как правило, движение частиц близко к ламинарному, с малым разбросом по скоростям, то во второй области ламинарное течение переходит в термодинамически равновесное движение ансамбля осцилляторов с равномерным распределением по фазам колебаний. Как и всякое другое термодинамическое равновесие, такое движение пучка не зависит от деталей исходного состояния, а характеризуется только интегралами движения. В нашем случае это свободная энергия F, равная разности кинетической энергии частиц и энергии магнитного поля тока [18], полный ток пучка и моменты импульса M каждого из электронов пучка. Возникновение термодинамически равновесие, такое для улектронов пучка. Возникновение термодинамически равновеской энергии частиц и энергии магнитного поля тока [18], полный ток пучка и моменты импульса M каждого из электронов пучка. Возникновение термодинамически равновесного состояния происходит вследствие неизохронности меняется в процессе установления равновесного состояния, поскольку колебания происходят в поле коллективного потенциала, определяемого движением всех частиц пучка и радиальным распределением плотности ионов канала. Поэтому роль исходной неизохронности (отличия от ламинарного движения) колебаний частиц на входе в пространство дрейфа, связанной с наличием углового движения и флуктуа-

Ю. П. Блиох

циями радиального распределения плотности пучка, невелика. Она определяет только скорость установления равновесного состояния, а не его параметры. Исходя из этого, при нахождении равновесного состояния можно пренебречь исходным эмиттансом пучка. Хотя формально эмиттанся является интегралом движения, но в термодинамически равновесном состоянии фазовый объём пучка становится настолько «дырявым», что характеристикой пучка является эффективный фазовый объём, намного превосходящий исходный [19, 20]. Эффективный фазовый объём, как и другие характеристики пучка, определяется условием термодинамического равновесия.

Описание равновесного пучка распределением Гиббса с параметрами, определяемыми законами сохранения, позволяет найти радиальное распределение плотности в таком пучке. Функциональная зависимость плотности от радиуса оказывается такой же, как и в решении Беннетта (3), но вместо  $r_{\rm B}$  в распределении фигурирует характерный радиус  $a_{\infty} = a(0)/\exp(1)$ , определяемый только начальным радиусом пучка a(0) и не зависящий от других параметров. Плотность равновесного пучка на оси примерно в 10 раз превосходит первоначальную плотность пучка. Это значение находится в хорошем соответствии с экспериментальными данными по ионной фокусировке пучка в пасотроне [11–14]. Численное моделирование методом макрочастиц подтверждает как переход в термодинамически равновесное состояние, так и его параметры.

#### 2.3. Устойчивость равновесного состояния

Пучок переходит в равновесное состояние практически сразу за первым фокусом вне зависимости от того, какова степень зарядовой компенсации (если она превышает пороговое значение). Поэтому на большей части камеры дрейфа пучок имеет постоянный радиус, величина которого медленно (с характерным временем  $t_{ion}$ ) уменьшается по мере роста f. Оказывается, что такое состояние пучка неустойчиво относительно возбуждения продольных волн плотности ионов канала, приводящих к ускорению ионов и их выносу в продольном направлении. Механизм ускорения можно понять на простой модели.

Пусть на фоне однородной плотности ионов возникло малое локализованное положительное возмущение. В этом месте на частицы пучка действует повышенная сила радиального сжатия. Если продольный размер неоднородности мал по сравнению с периодом бетатронных колебаний, то все электроны-осцилляторы, пролетающие через эту неоднородность, получают импульс силы, направленный к оси. В результате у ансамбля несфазированных осцилляторов возникает когерентная компонента, которая проявляется в виде осцилляций радиуса пучка за неоднородностью (адиабатическое изменение параметров колебаний электронов при прохождении крупномасштабной неоднородности не приводит к появлению когерентной компоненты). Если бы бетатронные колебания были изохронными, то осцилляции радиуса не затухали бы. В действительности же наблюдается только первое колебание радиуса пучка за неоднородностью плотности. В возникшей перетяжке потенциал понижен, т. е. появляется потенциальная яма, на краю которой и расположен вызвавший её сгусток ионов (рис. 5). Ионы сгустка начинают ускоряться в направлении движения пучка, но и яма движется в том же направлении. В результате ионный сгусток и потенциальная яма смещаются с ускорением к катодному концу системы. Ионы приобретают энергию, достаточную для преодоления прикатодного потенциального барьера, и выносятся из системы. Этот эффект тем сильнее, чем ближе степень зарядовой компенсации пучка к единице, поскольку при этом высота прикатодного барьера ниже.

Более детальный анализ показывает, что распространяющиеся против движения пучка возмущения затухают, а возмущения, распространяющиеся в попутном направлении, нарастают, что ещё более усиливает вынос ионов в продольном направлении. В результате возникает динамическое равновесие между процессами ионизации и выноса ионов, и степень зарядовой компенсации

Ю. П. Блиох



Рис. 5. Схематическое объяснение механизма ускорения ионов (слева) и результат численного моделирования методом макрочастиц (справа). Стрелкой на правом рисунке указан ускоренный сгусток ионов



Рис. 6. Слева — пространственно-временная динамика погонной плотности и<br/>онов, справа — степень зарядовой компенсации (a) и нормированная плотность пучка<br/> (б) в режиме статистического равновесия. Пунктиром отмечено критическое значение<br/>  $f_{\rm c}$ 

пучка не достигает единицы. На рис. 6 изображена пространственно-временная динамика плотности ионов в пространстве взаимодействия в режиме такого статистического равновесия.

Наличие флуктуаций плотности ионов проявляется в флуктуациях радиуса пучка (рис. 6). Экспериментально это наблюдается как сильные вариации коллекторного тока с характерным временным масштабом порядка микросекунды, что совпадает со временем пролёта ионами длины, равной периоду бетатронных колебаний электронов пучка. Флуктуации тока — это источник шума в СВЧ сигнале пасотрона. Подавление этого шума — первоочередная задача на сегодняшний день. Сейчас, когда выяснилась природа этого явления, разрабатываются и методы борьбы с ним.

### 2.4. Возбуждение СВЧ колебаний

Рассмотрим возбуждение синхронных волн пучком электронов. Будем предполагать, что в исходном пучке и в ионном канале нет флуктуаций. Бетатронные колебания нас тоже не будут

интересовать, поскольку их частота значительно ниже частоты генерации. Возбуждение собственных волн структуры таким пучком ничем, на первый взгляд, не отличается от возбуждения волн в традиционных ЛБВ или ЛОВ. Единственное отличие — это способ радиального удержания пучка. В традиционных устройствах пучок удерживается сильным магнитным полем, а в пасотроне — потенциальной ямой ионного канала. Если потенциальная яма глубока, то радиальное движение электронов будет так же ограничено, как и при удержании пучка сильным магнитным полем. В этом случае нет различий между пасотроном и обычными СВЧ устройствами. Но что значит «достаточно глубока»? И что будет, если яма «недостаточно глубока»?

Черенковский механизм возбуждения предполагает, что фазовая скорость волны и скорость частиц пучка совпадают. На электроны пучка действует постоянное продольное электрическое поле волны. Но возбуждаемая *E*-волна имеет не только продольную, но и радиальную компоненту электрического поля. Поэтому на электроны действует и постоянное радиальное поле волны, пытающееся сместить их в радиальном направлении. Теперь мы можем сказать, какую потенциальную яму ионного канала можно считать «достаточно глубокой». Если поле волны не в состоянии выбросить частицы из ямы в радиальном направлении, то яма считается глубокой, если же электроны в состоянии преодолеть потенциальный барьер под действием поля волны то яма мелкая. Как видно, такой критерий зависит от напряжённости поля волны, т. е. от мощности СВЧ излучения. Более того, яма может быть «глубокой» на входе в ЛБВ, где поле мало, и оказаться «мелкой» ближе к коллекторному концу.

Пучковая неустойчивость приводит к образованию сгустка электронов в тормозящей фазе продольного поля волны. Какова радиальная сила в этой фазе, в которой находятся «главные» частицы пучка, определяющие передачу энергии волне? Ответ зависит от величины расстройки синхронизма между волной и пучком. Если расстройка отсутствует, то радиальная сила направлена от оси, а при достаточно большой положительной расстройке становится направленной к центру.

Рассмотрим качественно развитие пучковой неустойчивости в ЛБВ с ионным удержанием пучка. Пусть на входе системы поле волны мало, и ионную яму можно считать глубокой. На этом участке неустойчивость развивается обычным образом, и формируется тормозящийся сгусток частиц пучка. На некотором расстоянии от входа поле волны становится настолько большим, что частицы сгустка выбрасываются из ионной ямы и начинают двигаться к границе замедляющей структуры. Поскольку напряжённость поля замедленной волны возрастает по мере приближения к границе структуры (например, спирали), то коэффициент связи волны с пучком возрастает, и неустойчивость развивается ещё интенсивнее. Амплитуда волны может превысить ту, которая была бы в данной системе при магнитном удержании пучка. В конце концов частицы пучка высыпаются на структуру, и развитие неустойчивости на этом заканчивается. Дальше волна распространяется до выхода из системы без изменения амплитуды. Интересной особенностью данного процесса является то, что амплитуда выходного сигнала такого ЛБВ-усилителя в широких пределах не зависит от амплитуды входного сигнала (рис. 7). При увеличении амплитуды входного сигнала место срыва неустойчивости (место высыпания частиц на стенки) просто приближается к входу системы, а амплитуда поля в точке высыпания остаётся той же, поскольку начало движения сгустка к стенкам начинается при одной и той же амплитуде волны, когда преодолевается радиальный потенциальный барьер.

Учёт теоретически предсказанного эффекта выброса электронов из потенциальной ямы ионного канала позволил экспериментально оптимизировать параметры пасотрона, что привело к увеличению электронного к. п. д. до 50% с одновременным уменьшением длины пространства взаимодействия [21].

В ЛОВ выбрасывание частиц из ионного канала может привести к появлению сильной авто-





Рис. 7. Зависимость амплитуды выходного сигнала  $A_{\rm вых}$  от амплитуды входного сигнала  $A_{\rm вх}$  в ЛБВ-усилителе с ионной фокусировкой электронного пучка

Рис. 8. Зависимость от времени  $\tau = \delta \omega t$  выходного сигнала ЛОВ с ионной фокусировкой пучка ( $\delta \omega$  — инкремент пучковой неустойчивости)

модуляции генерируемого сигнала. Высыпание частиц на стенки прерывает генерацию, которая возобновляется только после «очистки» системы, т. е. выноса возбуждённой волны через входной конец системы. При этом амплитудная модуляция СВЧ сигнала имеет типичный для релаксационных колебаний вид (рис. 8).

## 3. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Как показано выше, транспортировка пучка взаимосвязана как с движением ионов канала, так и с процессом возбуждения синхронной волны. В настоящее время относительно хорошо развита самосогласованная теория распространения пучка в ионном канале без учёта возбуждения волны и определена специфика взаимодействия пучка с волной при ионной фокусировке. Но в реальном приборе все три процесса — образование канала, транспортировка пучка и возбуждение электромагнитной волны — происходят одновременно и влияют друг на друга. Поэтому дальнейшее развитие теории пасотрона должно включать в себя одновременное самосогласованное описание этих процессов. В первую очередь, по-видимому, следует выявить, как флуктуации радиуса пучка, обусловленные подвижностью ионов канала, сказываются на характеристиках возбуждаемого сигнала. Затем следует вернуться к описанию транспортировки пучка, но с учётом возможного выброса его из потенциальной ямы канала полем возбуждаемой волны. Радиальный выброс пучка сразу меняет и условия движения ионов канала, и процесс ионизации газа.

Отметим, что сложность задачи связана с большой длительностью импульса тока в пасотроне. Для короткоимпульсных устройств (например, для упомянутого выше ускорителя ATA) с предварительно создаваемым ионным каналом большинство из обсуждавшихся выше проблем отсутствует. За время импульса ионы не успевают сместиться, и канал можно считать заданным и стационарным. Правда, одновременно с упрощением задача теряет значительную часть своей привлекательности, заключающейся в самосогласованности различных физических явлений, протекающих в пасотроне.

Работа выполнена при поддержке BSF (грант № 2000140), AEOSR/EOARD (грант № FA 8655–03–1–3006) и Министерства иммиграции и абсорбции Израиля.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Nusinovich G. S., Bliokh Yu. P. // Phys. Rev. E. 2000. V. 62. P. 2657.
- 2. Nusinovich G. S., Bliokh Yu. P. // Phys. Plasmas. 2000. V. 7. P. 1284.
- 3. Bliokh Yu. P., Nusinovich G. S. // IEEE-PS. 2001. V. 29. P. 951.
- 4. Nusinovich G.S., Bliokh Yu.P., Abu-Elfadl T.M., et al. // Proc. AIP Conf. 2002. V. 625. P. 45.
- Bliokh Yu. P., Nusinovich G. S., Felsteiner J., Granatstein V. L. // Phys. Rev. E. 2002. V. 66. P. 056503.
- Budker G. I. // CERN Symposium on High Energy Accelerators, Geneva, Switzerland, 1956. V. 1. P. 68.
- 7. Prono D. S., Caporaso G. J., Cole A. G., et al. // Phys. Rev. Lett. 1983. V. 51. P. 723.
- 8. Martin W. E., Caporaso G. J., Fawley W. M., et al. // Phys. Rev. Lett. 1985. V. 54. P. 685.
- 9. Caporaso G. J., Rainer F., Martin W. E., et al. // Phys. Rev. Lett. 1986. V. 57. P. 1591.
- 10. Goebel D. M., Schumacher R. W., Butler J. M., et al. // Proc. SPIE. 1992. V. 1629. P. 119.
- 11. Goebel D. M., Butler J. M., Schumacher R. W., et al. // IEEE-PS. 1994. V. 22. P. 547.
- Ponti E. S., Goebel D. M., Feicht J., Santoru J. // Proc. SPIE Intense Microwave Pulses III. 1995. V. 2557. P. 60.
- Goebel D. M., Ponti E. S., Feicht J., Watkins R. M. // Proc. SPIE Intense Microwave Pulses IV. 1996. V. 2843. P. 69.
- 14. Goebel D. M., Schumacher R. W., Eisenhart R. L. // IEEE-PS. 1998. V. 26. P. 354.
- 15. Lee E. P. // Phys. Fluids. 1978. V. 21. P. 1 327.
- 16. Bennett W. H. // Phys. Rev. 1933. V. 45. P. 890.
- 17. Bennett W. H. // Phys. Rev. 1955. V. 98. P. 1584.
- 18. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Электродинамика сплошных сред.
- 19. Prono D. S., Caporaso G. J., Clark J. C., et al. // IEEE-NS. 1983. V. 30. P. 2510.
- 20. Buchanan H. L. // Phys. Fluids. 1986. V. 30. P. 221.
- 21. Shkvarunets A.G., Carmel Y., Nusinovich G.S., et al. // Phys. Plasmas. 2002. V.9. P.4114.

Технион, г. Хайфа, Израиль

Поступила в редакцию 11 сентября 2003 г.

## THE PHYSICS OF A PASOTRON

Yu. P. Bliokh

A pasotron is a microwave source in which the beam transport is realized without external magnetic field by the focusing action of a beam generated ion channel. We consider the basic physical effects which determine specific properties of a pasotron.

УДК 533.9:621.039

# ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ ГЕНЕРАЦИИ ЦИКЛОТРОННОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В РЕАКТИВНОЙ СРЕДЕ

## М. А. Ерухимова, М. Д. Токман

Представлены результаты численного моделирования эффекта усиления когерентного бихроматического излучения при его циклотронном параметрическом взаимодействии с промодулированным ансамблем электронов в отсутствие парциального синхронизма волн с частицами. Получено согласие с аналитическими выводами. Установлено, что развивающаяся параметрическая неустойчивость в определённых условиях сопровождается «втягиванием» частот волн в резонанс с частицами, что приводит к её значительному «обострению».

## **ВВЕДЕНИЕ**

Процессы параметрического взаимодействия электромагнитных волн в среде заряженных частиц представляют несомненный интерес в физике плазмы, плазменной и вакуумной электронике.

В ряде работ последних лет [1–3] нами обсуждались новые режимы параметрического взаимодействия волн с модулированными ансамблями электронов, являющиеся классическими аналогами квантового эффекта «безынверсной» генерации (см. обзор [4]). В том числе была предсказана возможность усиления двух электромагнитных волн высокой частоты при низкочастотной модуляции электронной среды в условиях, когда без модуляции энергообмен волн с частицами отсутствует. При этом частицы, совершающие циклотронные колебания, находятся вне доплеровского синхронизма с волнами и, следовательно, среда является реактивной по отношению к монохроматическому излучению.

Развитая в работах [2, 3] теория процесса «безрезонансного» параметрического усиления требовала подтверждения численными расчётами. Кроме того, важным представлялось установить, насколько критичными являются ограничения, в рамках которых построена теория.

В данной работе представлены результаты численного моделирования процесса параметрического усиления циклотронного излучения модулированным ансамблем электронов. Получено убедительное согласие результатов численных расчётов с аналитическими выводами работы [3]. Кроме того, выявлены новые эффекты, во многом повышающие интерес к данному механизму взаимодействия циклотронного излучения с веществом.

План статьи следующий. В разделе 1 с необходимой степенью подробности приводятся основные теоретические выводы, полученные в работе [3]. В разделе 2 продемонстрированы результаты численного анализа. В разделе 3 обсуждаются полученные результаты.

## 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ. ТЕОРИЯ ЭФФЕКТА «БЕЗРЕЗОНАНСНОГО» ПАРАМЕТРИЧЕСКОГО УСИЛЕНИЯ

Режим параметрической неустойчивости в отсутствие резонансных частиц может быть обнаружен при циклотронном взаимодействии двух волн, направление распространения которых отличается от поперечного по отношению к магнитному полю. Для этого в импульсном пространстве модуляция пучка частиц должна обеспечивать противофазные осцилляции отличных от нуля

М. А. Ерухимова, М. Д. Токман

отстроек синхронизма частиц с двумя волнами. Такой тип модуляции возможен в силу специфичной зависимости отстроек синхронизма от компонент импульса, учитывающей как отстройку от циклотронной частоты, так и доплеровский сдвиг. При этом осцилляции соответствующих «реактивных» восприимчивостей оказываются противофазными, что обеспечивает необходимый для одновременного усиления двух мод тип параметрической связи.

Рассмотрим данный режим в наглядной и в то же время наиболее эффективной схеме взаимодействия. Две плоские электромагнитные волны распространяются вдоль магнитного поля  $B\mathbf{z}_0$ навстречу друг другу с близкими частотами. Без ограничения общности положим частоты двух волн равными<sup>1</sup>. Электрическое поле волн запишем в виде

$$\mathbf{E} = \operatorname{Re}\left[\mathbf{e}_{+} \Sigma_{j=1}^{2} E_{j} \exp(ik_{j}z - i\omega t)\right], \qquad (1)$$

где  $E_j$  — комплексные амплитуды парциальных волн,  $\mathbf{e}_+ = \mathbf{x}_0 + i\mathbf{y}_0$  (волны циркулярно поляризованы),  $k_1 = -k_2 = k$ ,  $\omega = ck$ , c — скорость света в вакууме,  $\mathbf{x}_0$  и  $\mathbf{y}_0$  — орты осей x и y декартовой системы координат (x, y, z).

Ансамбль электронов с определённым разбросом по поперечному и продольному импульсу описывается функцией распределения  $f(p_{||}, \mathbf{p}_{\perp}, z, t)$ . Компоненты импульсов частиц отличаются от резонансных значений  $p_{||R}, p_{\perp R}$ , соответствующих условию доплеровского синхронизма с обеими волнами (1) на первой циклотронной гармонике

$$\omega = eB/(mc\gamma_{\rm R}) + ck_j\beta_{||\rm R},\tag{2}$$

где  $\gamma_{\rm R}$  и  $\beta_{||{\rm R}}$  — релятивистский гамма-фактор и нормированная на скорость света продольная скорость резонансных частиц соответственно, *е* и *m* — элементарный заряд и масса покоя электрона. Очевидно, что частицы, резонансные одновременно двум волнам с равными частотами и отличными продольными волновыми числами, обладают нулевой продольной скоростью ( $\beta_{||{\rm R}} = 0$ ). Функция распределения частиц промодулирована в начальный момент по продольной координате, что обеспечивает параметрическую связь двух волн:

$$f_{\rm in}(t=0) = f_0(p_\perp, p_{||}) + f_{\rm M}(p_\perp, p_{||})\cos(\varphi_{\rm M} + 2kz).$$
(3)

Противофазные осцилляции отстроек парциального синхронизма с первой и второй волнами

$$\Delta_1 = \omega - eB/(mc\gamma) - ck\beta_{||}, \qquad \Delta_2 = \omega - eB/(mc\gamma) + ck\beta_{||} \tag{4}$$

обеспечиваются антисимметричной зависимостью модулированной компоненты функции распределения от  $p_{||}^{2}$ :

$$f_{\rm M}(p_{\perp}, p_{||}) = -f_{\rm M}(p_{\perp}, -p_{||}).$$
<sup>(5)</sup>

В работе [3] наиболее полно представлена линейная теория данного режима параметрического взаимодействия. Рассмотрим решение кинетического уравнения в условиях близости импульсов электронов к резонансным значениям  $p_{||R}$ ,  $p_{\perp R}$ , когда выполняется условие

$$\frac{v_{\perp R}^2}{c^2} \frac{\omega}{\Delta_j} \gg 1,\tag{6}$$

М. А. Ерухимова, М. Д. Токман

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> При этом, фактически, рассматриваем процесс взаимодействия в системе отсчёта, где частоты волн равны. Заметим, что для стандартного режима рассеяния волн в этой системе отсчёта отсутствует энергообмен частиц с полем, т. к. частоты падающего и рассеянного фотонов равны.

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Такой характер модуляции функции распределения не является искусственным. Как было отмечено в работе [2], именно такой тип модуляции электронного ансамбля формируется в лабораторной «разночастотной» системе отсчёта в результате предварительного кратковременного воздействия поля продольной волны с частотой  $\Omega = \omega_1 - \omega_2$  и волновым числом  $\kappa = k_1 - k_2$ .

(здесь  $v_{\perp R}^2$  — резонансное значение поперечной скорости, j = 1, 2). В этом случае можно пользоваться укороченными уравнениями движения частиц [3, 5–7], а также «квазивакуумным» приближением. Используя также укороченные уравнения возбуждения волн получены следующие уравнения параметрической связи волн:

$$\frac{\mathrm{d}\alpha_1}{\mathrm{d}t} = -\exp(i\varphi_{\mathrm{M}})\left[\Gamma(t) + iD\right]\alpha_2, \qquad \frac{\mathrm{d}\alpha_2}{\mathrm{d}t} = \exp(-i\varphi_{\mathrm{M}})\left[\Gamma(t) + iD\right]\alpha_1.$$

Здесь  $\alpha_j = eE_j/(mc\omega)$  — нормированные амплитуды волн, а коэффициенты параметрической связи определяются следующими соотношениями <sup>3</sup>:

$$\Gamma(t) = -2\pi e^2 v_{\perp R}^2 \omega t / \left(c^2 m \gamma_R\right) \int dp_\perp dp_{||} f_M 2k v_{||} \frac{1}{\Delta_0^2},$$
  
$$D = 2\pi e^2 v_{\perp R}^2 \omega / \left(c^2 m \gamma_R\right) \int dp_\perp dp_{||} f_M 2k v_{||} \frac{1}{\Delta_0^3},$$
(7)

где  $\Delta_0 = \omega - eB/(mc\gamma)$ . При выводе уравнений (7), (7) предполагалось, что все частицы ансамбля нерезонансны волнам в том смысле, что выполняется условие

$$\Delta_j t \gg \pi. \tag{8}$$

Одновременно налагалось условие сохранения параметрического синхронизма волн с частицами в течение взаимодействия:

$$2kv_{||}t \ll \pi. \tag{9}$$

Одна из двух экспоненциальных мод  $(\alpha_j \propto \exp(\mu t))$ , являющихся решением системы (7), с отношением парциальных амплитуд

$$(\alpha_1/\alpha_2)_+ = -i\left(D/|D|\right)\exp(i\varphi_{\rm M}) \tag{10}$$

и показателем экспоненты

$$\mu_{+} = |D| - i\Gamma(t) \left(D/|D|\right) \tag{11}$$

является неустойчивой. В этом, фактически, и заключается эффект параметрической неустойчивости в нерезонансной электронной среде. Вторая нормальная мода с соответствующими характеристиками

$$(\alpha_1/\alpha_2)_{-} = i \left( D/|D| \right) \exp(i\varphi_{\mathrm{M}}), \tag{12}$$

$$\mu_{-} = -|D| + i\Gamma(t)\left(D/|D|\right) \tag{13}$$

является затухающей. Отметим, что помимо усиления (или затухания) параметрическое взаимодействие приводит к линейной зависимости частот волн от времени — коэффициент Γ в соответствии с выражением (7) пропорционален времени, причём при условии (8) сдвиг частоты волн оказывается много больше инкремента. Требование узости спектра волновых пакетов по сравнению с разбросом отстроек синхронизма частиц с волнами в пучке, необходимое при решении

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> Отметим, что в рамках приближения (6) волны с показателем преломления  $|ck_j/\omega| = 1$  могут взаимодействовать с пучком только за счёт параметрической связи мод (подробнее см. [3]).

кинетического уравнения в поле волн определённой частоты и фиксированной амплитуды, налагает в этой связи весьма сильное ограничение на концентрацию пучка и время взаимодействия. Как мы увидим из численного анализа, результаты которого представлены в следующем разделе статьи, вне рамок этих ограничений зависимость частот волн от времени приводит к существенному «обострению» параметрической неустойчивости.

При произвольной отстройке от резонанса (когда не выполнено условие (6)), основываясь непосредственно на решении уравнений движения частиц в поле волн постоянной амплитуды, в квадратичном приближении по амплитуде волн в работе [3] получено следующее выражение для скорости изменения средней энергии ансамбля электронов:

$$\frac{\mathrm{d}\langle W\rangle}{\mathrm{d}t} = \frac{e^2 |E_j|^2}{m\gamma_{\mathrm{R}}} \sin(\varphi_0 - \varphi_{\mathrm{M}}) \int \frac{1}{\Delta_0} \left[ 1 - R + \frac{\omega}{\Delta_0} \left( 2R - 1 \right) \right] \frac{v_{||}}{c} f_{\mathrm{M}}(p_{\perp}, p_{||}) \,\mathrm{d}p_{\perp} \,\mathrm{d}p_{||}. \tag{14}$$

Здесь  $R = (v_{\perp R}^2/c^2) (\omega/\Delta_0)$ . Отбор энергии у ансамбля электронов осуществляется при следующем соотношении между фазой модуляции  $\varphi_{\rm M}$  и фазой  $\varphi_0$  комплексного отношения  $E_1/E_2$  амплитуд двух волн:

$$\varphi_0 = \varphi_{\rm M} - \frac{\pi}{2} \, \text{sign} \left\{ \frac{1}{\Delta_0} \left[ 1 - R + \frac{\omega}{\Delta_0} \, \left( 2R - 1 \right) \right] \right\}. \tag{15}$$

Оценить максимальное изменение энергии электронного ансамбля в ходе «безрезонансного» энергообмена можно по формуле

$$\frac{\Delta \langle W \rangle}{W_0} = \frac{\alpha_0^2}{2\gamma_{\rm R} (\gamma_{\rm R} - 1)} \left| \frac{\omega}{\Delta_0} \left[ 1 - R + \frac{\omega}{\Delta_0} (2R - 1) \right] \right|,\tag{16}$$

где  $W_0$  — начальная кинетическая энергия электронов,  $\alpha_0$  — модуль начальных нормированных амплитуд взаимодействующих волн.

Эффект «безрезонансного» усиления не подавляется поглощением волн на начальной стадии взаимодействия (т.е. на стадии «включения») в двух предельных случаях: когда  $R \gg 1$ , т.е. импульсы частиц близки к резонансу, и когда, наоборот,  $|\Delta_0| \gg \omega$  (или, иными словами, частота поля много меньше гирочастоты электронов:  $\omega \ll eB/(mc\gamma_R)$ ). При этом в первом случае источником усиления является энергия поперечного движения, в то время как во втором — энергия продольного движения частиц.

Необходимо отметить, что при построении теории «безрезонансного» усиления здесь (как и в работах [2, 3]) не принималось во внимание возбуждение продольного поля, связанного с неизбежным разделением зарядов в среде электронов, модулированной по продольной координате. Это допустимо при достаточно низкой концентрации заряженных частиц, когда описанный процесс «безрезонансного» энергоотбора осуществляется за время, меньшее по сравнению с периодом плазменных колебаний  $\omega_{\rm p}^{-1}$ , где  $\omega_{\rm p} = (4\pi N_{\rm c} e^2/m)^{1/2}$  — плазменная частота электронов с концентрацией  $N_{\rm c}$ .

## 2. РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ РЕЖИМА «НЕРЕЗОНАНСНОЙ» ПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ

Численный анализ данного режима параметрического взаимодействия основан на решении строгих уравнений движения частиц ансамбля в поле двух волн переменной амплитуды, заданной циркулярной поляризации и пространственной структуры, подчиняющихся строгим волновым

уравнениям. Итак, основная система уравнений имеет следующий вид:

$$d\mathbf{p}/dt = -e\mathbf{E}(z,t) - \frac{e}{c} \left[ \mathbf{v}, \mathbf{B}(z,t) + \mathbf{B}_0 \right],$$
(17)

$$\mathbf{p} = \operatorname{Re}(\mathbf{e}_{+}p_{\perp}) + \mathbf{z}_{0}p_{||}, \qquad \mathbf{v} = \operatorname{Re}(\mathbf{e}_{+}v_{\perp}) + \mathbf{z}_{0}v_{||}, \tag{18}$$
$$\frac{dz}{dt} = v_{||}, \tag{19}$$

$$\mathbf{E}(z,t) = \operatorname{Re}\left[\mathbf{e}_{+}\sum_{j=1}^{2} E_{j}(t) \exp(ik_{j}z - i\omega t)\right],$$

$$\mathbf{B}(z,t) = \operatorname{Re}\left[\mathbf{e}_{+}\sum_{j=1}^{2}B_{j}(t)\exp(ik_{j}z-i\omega t)\right],$$
(20)

$$dE_j/dt = -4\pi I_j + ck_j B_j + i\omega E_j, \qquad (21)$$

$$\mathrm{d}B_j/\mathrm{d}t = -ck_j E_j + i\omega B_j,\tag{22}$$

$$I_{j} = -eN_{c} \frac{\int v_{\perp}(p_{\perp 0}, p_{||0}, z_{0}, t) f_{in}(p_{\perp 0}, p_{||0}, z_{0}) \exp[i\omega t - ik_{j}z(p_{\perp 0}, p_{||0}, z_{0}, t)] dp_{\perp 0} dp_{||0} dz_{0}}{\int f_{in}(p_{\perp 0}, p_{||0}, z_{0}) dp_{\perp 0} dp_{||0} dz_{0}} .$$
 (23)

Рассматривается начальная задача. В начальный момент времени t = 0 задаются амплитуды поперечного импульса частиц  $p_{\perp 0}$  с разбросом  $\Delta p_{\perp}$  вблизи центрального значения  $p_{\perp c}$ , равномерно распределённые в интервале от 0 до  $2\pi$  фазы поперечного импульса и продольный импульс частиц  $p_{||0}$  с разбросом  $\Delta p_{||}$  в окрестности нуля. Число частиц с определёнными начальными условиями периодически зависит от продольной координаты в соответствии с модельной функцией распределения, описывающей модуляцию по продольному импульсу:

$$f_{\rm in}(p_{\perp 0}, p_{||0}, z_0) = \cos^{10}[\pi \left(p_{\perp 0} - p_{\perp c}\right) / \Delta p_{\perp}] \left[1 + 0.9 \sin(\pi p_{||0} / \Delta p_{||}) \cos(2kz)\right].$$
(24)

Амплитуды полей каждой из волн в начальный момент времени определяются условием

$$B_{j0} = -i \left( ck_j / \omega \right) E_{j0},\tag{25}$$

амплитуды двух волн в начальный момент полагаются по модулю равными друг другу:

$$E_{10}/E_{20} = \exp(i\varphi_0).$$
 (26)

Основными параметрами в задаче являются отношения частоты волн к циклотронной частоте  $\omega_B = eB_0/(mc)$ , плазменной частоте электронного ансамбля  $\omega_p$  (определяется концентрацией частиц  $N_c$ ), характерной отстройке парциального синхронизма к частоте волн  $\Delta_0$  (определяется отличием  $p_{\perp c}$  от резонансного значения), разбросу по отстройкам парциального синхронизма  $\delta\Delta_0$  (определяется в основном величиной  $\Delta p_{\perp}$ ), а также характерной отстройке параметрического синхронизма  $\Delta_M$  (определяется величиной  $\Delta p_{\parallel}$ ).

На рис. 1 показаны результаты вычислений в виде зависимости от времени отношения изменения энергии частиц к начальной кинетической энергии электронов (к. п. д. процесса с обратным знаком), а также отношения изменения интенсивности первой и второй волн к начальному значению при  $\alpha_0 = 10^{-5}$ ;  $\omega_B/\omega = 2$ ;  $\omega_p/\omega = 10^{-3}$ ;  $\Delta_0/\omega = 0.07$ ;  $\delta\Delta_0/\omega = 0.06$ ;  $\Delta_M/\omega = 2 \cdot 10^{-3}$ для разных фаз  $\varphi_0$ . Рассматривается случай, когда частицы близки к резонансу (резонансный параметр R = 11). Задавая относительную фазу волн в соответствии с условием (15)  $\varphi_0 = -\pi/2$  (рассматривая «положительную» моду (10)), получаем усиление поля и, соответственно,



Рис. 1. Зависимость от времени (нормированного на период поля) отношения изменения энергии частиц к начальной кинетической энергии (*a*) и отношения изменения интенсивности волн к начальному значению (*b*) при  $\alpha_0 = 10^{-5}$ ;  $\omega_B/\omega = 2$ ;  $\omega_p/\omega = 10^{-3}$ ;  $\Delta_0/\omega = 0.07$ ;  $\delta\Delta_0/\omega = 0.06$ ;  $\Delta_M/\omega = 2 \cdot 10^{-3}$  в случае взаимодействия модулированного ансамбля частиц с «положительной» модой (сплошная линия), «отрицательной» модой (штриховая линия), при взаимодействии изначально немодулированного ансамбля электронов с двумя волнами (штрих-пунктирная линия) и при взаимодействии ансамбля частиц с полем одной волны (пунктирная линия)

уменьшение энергии электронов. Этот энергообмен продолжается в течение промежутка времени продолжительностью порядка  $\pi/(2\Delta_{\rm M})$ , а затем меняет знак в силу «баллистического» перемешивания фазы модуляции, связанного с конечным разбросом частиц по продольной скорости. Для фазы  $\varphi_0 = \pi/2$  (что соответствует отношению (12) парциальных амплитуд «отрицательной» моды) получаем, что поле поглощается. Отметим, что на ранней стадии взаимодействия (на временах порядка  $1/(\delta \Delta_0)$  — стадия «включения») поле поглощается в любом случае и, соответственно, средняя энергия ансамбля электронов увеличивается. Это поглощение происходит в течение времени, когда разделение частиц на резонансные и нерезонансные невозможно, и все частицы эффективно участвуют в энергообмене с полем. Однако это начальное поглощение мало́ по сравнению с усилением за счёт «нерезонансного» параметрического взаимодействия. Заметим, что если в системе запретить распространение одной из волн (положить амплитуду этой волны строго равной нулю), то энергообмен распространяющейся волны с частицами прекращается на временах порядка  $1/(\delta \Delta_0)$  в силу отсутствия в системе частиц, находящихся в синхронизме с этой волной. В случае же распространения двух волн в изначально немодулированной среде энергообмен по истечении времени  $1/(\delta \Delta_0)$  оказывается гораздо слабее, чем в модулированной среде, но тем не менее не пропадает. В данном случае, по-видимому, становится заметным нелинейный эффект модуляции функции распределения под действием двух полей.

На рис. 2 для сравнения приведены результаты расчёта характера параметрического взаимодействия при отрицательном знаке отстройки синхронизма частиц с волнами. В этих условиях усиливается мода с относительной фазой  $\varphi_0 = \pi/2$ , а поглощается мода с фазой  $\varphi_0 = -\pi/2$ . В остальном результат прежний.

Определённый интерес также представляет иная область параметров, когда циклотронная частота намного превышает частоту волн:  $|\Delta_0| \gg \omega$ , а частицы могут быть нерелятивистскими. В этом случае, как показывает анализ, проведённый в статье [3], «безрезонасный» энергообмен также может существенно превышать поглощение поля на начальном этапе взаимодействия. Для



Рис. 2. Зависимость от времени (нормированного на период поля) отношения изменения энергии частиц к начальной кинетической энергии (*a*) и отношения изменения интенсивности волн к начальному значению (*b*) при  $\alpha_0 = 10^{-5}$ ;  $\omega_B/\omega = 2$ ;  $\omega_p/\omega = 10^{-3}$ ;  $\Delta_0/\omega = -0.07$ ;  $\delta\Delta_0/\omega = 0.06$ ;  $\Delta_M/\omega = 2 \cdot 10^{-3}$  в случае взаимодействия модулированного ансамбля частиц с «положительной» модой (сплошная линия) и «отрицательной» модой (штриховая линия)

параметров  $\alpha_0 = 0.3$ ;  $\omega_B/\omega = 20$ ;  $\omega_p/\omega = 0.5$ ;  $\Delta_0/\omega = -19$ ;  $\Delta_M/\omega = 0.7$  зависимость энергии частиц и энергии поля от времени приведены на рис. 3. В соответствии с условием (15) в среднем осуществляется отбор энергии у частиц, если относительная фаза волн равна  $\varphi_0 = \pi/2$ , а мода, для которой  $\varphi_0 = -\pi/2$ , в среднем поглощается (на временах  $t < \pi/(2\Delta_M)$ ). Наличие быстрых временных осцилляций энергии ансамбля частиц с частотой  $\Delta_0 \approx \omega_B$  связано с отсутствием физического механизма усреднения по быстрым осцилляциям, частота которых в нерелятивистском приближении не зависит от энергии электронов.

Результаты расчётов, представленные на рис. 1–3, в полной мере отражают полученные ранее в работах [2, 3] аналитические выводы. В рассмотренных случаях выполняются основные условия, при которых построена теория процесса: амплитуды волн малы настолько, что с хорошей точностью справедливо линейное приближение; малость же выбранных значений плазменной частоты обеспечивает правомерность использования решения кинетического уравнения (или непосредственно уравнений движения отдельных частиц) в поле волн частоты  $\omega = c |k|$ и заданной амплитуды, а также позволяет пользоваться укороченными уравнениями возбуждения волн. В данных условиях эффективность «безрезонансного» энергообмена очень низка. В нерелятивистском приближении к.п. д. такого процесса, как видно из рис. За, составляет несколько процентов, в то время как в «квазирезонансном» приближении эффективность существенно ниже и составляет порядка 10<sup>-6</sup> %, как видно из рис. 1*а*. Тем не менее этот режим может представлять больший интерес, поскольку энергия, полученная полем от среды, в этих условиях может превышать энергию, вкладываемую в среду при создании модуляции. Отметим, что эти результаты совпадают с теоретическими оценками, задаваемыми формулой (16). К.п.д. процесса естественно повышается при взаимодействии с полем большей амплитуды, и на пороге применимости линейного приближения составляет по оценкам (16) и по результатам расчёта  $10^{-3}$  %. Важно отметить, что, как показывают численные расчёты, уже при таких амплитудах поля параметрический режим взаимодействия становится принципиально нелинейным, т.е. некритичным по отношению к свойствам начальной модуляции пучка и сохраняется и в отсутствие та-



Рис. 3. Зависимость от времени (нормированного на период поля) отношения изменения энергии частиц к начальной кинетической энергии (*a*) и отношения изменения интенсивности волн к начальному значению (*b*) при  $\alpha_0 = 0.3$ ;  $\omega_B/\omega = 20$ ;  $\omega_p/\omega = 0.5$ ;  $\Delta_0/\omega = -19$ ;  $\Delta_M/\omega = 0.7$  при взаимодействии модулированного ансамбля частиц с «положительной» модой (сплошная линия), «отрицательной» модой (штриховая линия), при взаимодействии изначально немодулированного ансамбля электронов с двумя волнами (штрих-пунктирная линия) и при взаимодействии ансамбля частиц с полем одной волны (пунктирная линия)



Рис. 4. Зависимость от времени (нормированного на период поля) отношения изменения энергии частиц к начальной кинетической энергии при  $\alpha_0 = 2 \cdot 10^{-4}$ ;  $\omega_B/\omega = 2$ ;  $\omega_p/\omega = 10^{-3}$ ;  $\Delta_0/\omega = 0.07$ ;  $\delta\Delta_0/\omega = 0.06$ ;  $\Delta_{\rm M}/\omega = 2 \cdot 10^{-3}$  в случае взаимодействия модулированного ансамбля электронов с «положительной» модой (сплошная линия), «отрицательной» модой (штриховая линия), при взаимодействии изначально немодулированного ансамбля с двумя волнами (штрих-пунктирная линия), и при взаимодействии ансамбля с полем одной волны (пунктирная линия)

ковой. Модуляция электронного ансамбля, формируемая самосогласованно под действием двух волн, приводит к их одновременному усилению. Распространение же одной волны в таких условиях сопровождается её поглощением на начальном этапе взаимодействия, при  $t < 1/(\delta \Delta_0)$ , далее её энергия не меняется. На рис. 4 можно видеть, как меняется энергия изначально модулированного ансамбля электронов при взаимодействии с «положительной» и «отрицательной» модами и как меняется энергия ансамбля в отсутствие начальной модуляции при взаимодействии с одной и двумя волнами при  $\alpha_0 = 2 \cdot 10^{-4}$ ;  $\omega_B/\omega = 2$ ;  $\omega_p/\omega = 10^{-3}$ ;  $\Delta_0/\omega = 0.07$ ;  $\delta \Delta_0/\omega = 0.06$ ;  $\Delta_M/\omega = 2 \cdot 10^{-3}$ .

Интересный режим параметрической неустойчивости обнаружен при численном анализе взаимодействия волн с электронной средой большей концентрации. Рассмотрим прежние условия,

М. А. Ерухимова, М. Д. Токман



Рис. 5. Зависимость от времени (нормированного на период поля) отношения изменения энергии частиц к начальной кинетической энергии  $(a, \delta)$  и отношения изменения интенсивности волн к начальному значению ( $\epsilon$ ) при  $\alpha_0 = 10^{-5}$ ;  $\omega_B/\omega = 2$ ;  $\omega_p/\omega = 3.5 \cdot 10^{-2}$ ;  $\Delta_0/\omega = 0.07$ ;  $\delta\Delta_0/\omega = 0.06$ ;  $\Delta_M/\omega = 2 \cdot 10^{-3}$  в случае взаимодействия модулированного ансамбля электронов с «положительной» модой (сплошная линия), «отрицательной» модой (штриховая линия) и при взаимодействии ансамбля с полем одной волны (пунктирная линия). Графики зависимости изменения энергии от времени представлены в двух различных масштабах по оси энергии

в которых импульсы электронов близки к резонансным значениям, а амплитуда поля «линейная» (см. параметры для рис. 1), повысив на порядок плазменную частоту:  $\omega_{\rm p}/\omega = 3.5 \cdot 10^{-2}$ . Результаты вычислений представлены на рис. 5.

Прежде всего, необходимо отметить существенное повышение к.п.д. процесса усиления при взаимодействии частиц с «положительной» модой (10). К.п.д. в новых условиях достигает 14 %, при этом увеличение энергии поля по сравнению с начальным значением в некоторый момент достигает  $10^6$  раз. Этот эффект можно объяснить следующим образом. Слабое усиление «положительной» моды, описываемое уравнениями (7), сопровождается линейным во времени изменением частоты взаимодействующих волн. Причём, как видно из формул (7) и (11), указанное изменение частоты  $\Delta \omega_+$  связано со средней отстройкой частиц от резонанса и инкрементом неустойчивости следующим образом:

$$\Delta\omega_{+} \sim -\Delta_{0} \left( t \operatorname{Re} \mu_{+} \right). \tag{27}$$

Частота волн при их относительной фазе, соответствующей «положительной» моде, изменяется таким образом, что отстройка синхронизма частиц с волнами по модулю уменьшается. Иными словами, частоты волн за счёт параметрического «безрезонансного» взаимодействия «втягиваются» в резонанс с частицами за время, равное обратному инкременту неустойчивости, причём этот эффект не зависит от знака первоначальной отстройки синхронизма. Дальнейшее усиление волн происходит намного эффективнее в силу значительного увеличения коэффициентов параметрической связи волн при наличии резонансных частиц. Отметим, что при этом энергообмен корректируется и независимым резонансным взаимодействием волн с частицами. Но поскольку скорость распространения волн остаётся близкой к скорости света, эти поправки к параметрическому эффекту оказываются не определяющими. Для строгого анализа данного эффекта, проявляющегося при достаточно большой концентрации частиц, нельзя ограничиваться решением кинетического уравнения в поле волн «вакуумной» частоты  $\omega_0 = kc$  и неизменной амплитуды.

М. А. Ерухимова, М. Д. Токман

В частности, необходимо каким-то образом учитывать изменение частоты поля при кинетическом расчёте тока. Для качественных оценок можно пользоваться коэффициентами связи волн, рассчитанными на основе линеаризованного кинетического уравнения в поле волн сдвинутой относительно  $\omega_0 = kc$  частоты и неизменной амплитуды. Полагая  $\alpha_j = \alpha_{j0} \exp(i\Omega t)$ , с учётом резонансного взаимодействия вместо (7), (7) получаем

$$\frac{\mathrm{d}\alpha_{10}}{\mathrm{d}t} + i\Omega\alpha_{10} + (\Gamma_0 + iD_0)\,\alpha_{10} = -\exp(i\varphi_{\mathrm{M}})\,(\Gamma + iD)\,\alpha_{20},\\ \frac{\mathrm{d}\alpha_{20}}{\mathrm{d}t} + i\Omega\alpha_{20} + (\Gamma_0 + iD_0)\,\alpha_{20} = \exp(-i\varphi_{\mathrm{M}})\,(\Gamma + iD)\,\alpha_{10},$$
(28)

$$\Gamma_{0} = \frac{2\pi e^{2} v_{\perp}^{2} \omega}{c^{2} m \gamma_{\mathrm{R}}} \left[ 1 - \left(\frac{ck}{\omega_{0} - \Omega}\right)^{2} \right] \int \mathrm{d}p_{\perp} \,\mathrm{d}p_{||} f_{0} \frac{\partial}{\partial \Delta_{\Omega}} \frac{\sin(\Delta_{\Omega}t)}{\Delta_{\Omega}} ,$$

$$D_{0} = \frac{2\pi e^{2} v_{\perp}^{2} \omega}{c^{2} m \gamma_{\mathrm{R}}} \left[ 1 - \left(\frac{ck}{\omega_{0} - \Omega}\right)^{2} \right] \int \mathrm{d}p_{\perp} \,\mathrm{d}p_{||} f_{0} \frac{\partial}{\partial \Delta_{\Omega}} \frac{1 - \cos(\Delta_{\Omega}t)}{\Delta_{\Omega}} ,$$

$$\Gamma = -\frac{2\pi e^{2} v_{\perp}^{2} \omega}{c^{2} m \gamma_{\mathrm{R}}} \int \mathrm{d}p_{\perp} \,\mathrm{d}p_{||} f_{\mathrm{M}} 2k v_{||} \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial \Delta_{\Omega}} \left[ \frac{\sin(\Delta_{\Omega}t)}{\Delta_{\Omega}^{2}} + t \frac{\cos(\Delta_{\Omega}t)}{\Delta_{\Omega}} + \frac{2t}{\Delta_{\Omega}} \right] ,$$

$$D = -\frac{2\pi e^{2} v_{\perp}^{2} \omega}{c^{2} m \gamma_{\mathrm{R}}} \int \mathrm{d}p_{\perp} \,\mathrm{d}p_{||} f_{\mathrm{M}} 2k v_{||} \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial \Delta_{\Omega}} \left[ \frac{1 - \cos(\Delta_{\Omega}t)}{\Delta_{\Omega}^{2}} + t \frac{\sin(\Delta_{\Omega}t)}{\Delta_{\Omega}} \right] ,$$

$$(29)$$

где  $\Delta_{\Omega} = \Delta_0 - \Omega$ . Показатели экспоненты  $\alpha_{\pm} \propto \exp(\mu_{\pm}t)$  для «положительной» и «отрицательной» моды соответственно определяются соотношением

$$\mu_{+} = -i\Omega - \Gamma_{0} - iD_{0} + D - i\Gamma, \qquad \mu_{-} = -i\Omega - \Gamma_{0} - iD_{0} - D + i\Gamma.$$
(30)

В подтверждение сказанного можно на основании формул (29), (30) показать, что инкремент неустойчивости «положительной» моды увеличивается за счёт эффекта «втягивания» в резонанс по сравнению с начальным «безрезонансным» значением по порядку величины в  $t \Delta_0^3/(\delta \Delta_0^2) \sim 100$  раз. При этом неустойчивость по-прежнему определяется параметрическим взаимодействием. Отношение коэффициента параметрической связи D, ответственного за усиление, к возникающему на сдвинутой относительно kc частоте декременту  $\Gamma$ , обусловленному «независимым» взаимодействием волн с резонансными частицами, по порядку величины равен  $\gamma_{\rm R} \Delta_0^2/(\beta_{\perp}^2 \omega_{\rm p}^2) \sim 10$ . Значительное усиление поля приводит к выходу из линейного режима взаимодействия, к «захвату» резонансных частиц. Нелинейные эффекты по-разному проявляются при разном знаке первоначальной отстройки синхронизма. Более эффективным оказывается взаимодействие, если отстройка положительна. Итак, важно, что для эффективного усиления взаимодействия необходимо, чтобы инкремент «безрезонансной» неустойчивости (и, соответственно, обратное время «втягивания» частот волн в резонанс) превышал обратное время расфазировки модуляции, т. е. концентрация частиц должна быть достаточно большой.

Что касается «отрицательной» моды (10), то для неё согласно формуле (13) частоты волн удаляются от резонанса. Но, как видно из графика на рис. 5, взаимодействие «отрицательной» моды с модулированным ансамблем частиц приводит к эффективной раскачке колебаний на сдвинутой относительно  $\omega_0 = kc$  частоте, которая удовлетворяет условию доплеровского резонанса с частицами, причём эта раскачка стартует с момента «включения» взаимодействия. Результирующий к.п.д. процесса усиления в данном случае составляет около 2 %. Этот эффект можно объяснить следующим образом. Как показывают численные оценки коэффициентов (29), для «отрицательной» моды, в отличие от «положительной», изначально помимо  $\omega \approx kc$ 



Рис. 6. Зависимость от времени (нормированного на период поля) отношения изменения энергии частиц к начальной кинетической энергии (*a*) и отношения изменения интенсивности волн к начальному значению (*б*) при  $\alpha_0 = 2 \cdot 10^{-4}$ ;  $\omega_B/\omega = 2$ ;  $\omega_p/\omega = 10^{-3}$ ;  $\Delta_0/\omega = 0.07$ ;  $\delta\Delta_0/\omega = 0.06$ ;  $\Delta_M/\omega = 2 \cdot 10^{-3}$  в случае взаимодействия ансамбля частиц без начальной модуляции с полем двух волн

имеется иной корень дисперсионного уравнения с частотой  $\omega \approx kc - \Delta_0$ . Иными словами, существует такая отстройка от вакуумной частоты  $\Omega \approx \Delta_0$ , что определяемый соотношением (30) сдвиг частоты Im  $\mu_-(\Omega)$ , связанный с взаимодействием с частицами, мал по сравнению с  $\Delta_0$ . Важно, что мода на данной «сдвинутой» частоте при достаточно большой концентрации частиц оказывается неустойчивой опять же за счёт параметрического взаимодействия. Для сравнения на рис. 5*a*, *б* приводим график, описывающий взаимодействие частиц с полем одной волны в данных условиях. По наличию биений энергии поля с частотой, примерно равной  $\Delta_0$ , можно судить о том, что и для одной волны при достаточно большой концентрации частиц имеется решение на частоте, удовлетворяющей условию доплеровского резонанса с частицами, однако в отсутствие параметрического взаимодействия это решение является устойчивым.

Ещё раз подчеркнём, что при наличии начальной модуляции распределения электронов параметричекое взаимодействие обеспечивает усиление как «положительной» бикомпонентной моды (более эффективное), так и «отрицательной» моды (менее эффективное). Это означает, что при любом начальном отношении парциальных амплитуд двух волн их взаимодействие с модулированной средой приведёт к более или менее эффективному энергоотбору у электронной среды.

На рис. 6 представлены результат расчёта взаимодействия достаточно плотной электронной среды в отсутствие начальной модуляции с достаточно сильным полем двух волн при  $\alpha_0 = 2 \cdot 10^{-4}$ ;  $\omega_B/\omega = 2$ ;  $\omega_p/\omega = 3.5 \cdot 10^{-2}$ ;  $\Delta_0/\omega = 0.07$ ;  $\delta\Delta_0/\omega = 0.06$ ;  $\Delta_M/\omega = 2 \cdot 10^{-3}$ . В течение ограниченного промежутка времени снова происходит одновременное усиление двух волн, при этом к.п. д. составляет около 14 %. Данный результат пока не имеет строгого аналитического объяснения, однако на основании имеющихся результатов можно сделать вывод, что воздействие достаточно сильного поля двух волн на «реактивную» среду электронов приводит к её модуляции с фазой  $\varphi_M$ , в определённой степени согласующейся с условием (15), что обеспечивает механизм усиления «положительной» моды с эффектом «втягивания» частоты волн в резонанс. Интересно, что, как показывают расчёты, данный режим неустойчивости проявляется в кратковременном усилении поля. Как видно из рис. 5 и 6, продолжительность генерируемого импульса составляет примерно 50 периодов поля. При этом пиковая интенсивность излучения на длине волны 1 мм при взаимодействии с релятивистским электронным пучком концентрации  $2 \cdot 10^{12}$  см<sup>-3</sup>

М. А. Ерухимова, М. Д. Токман

В заключение необходимо отметить, что обнаруженный в результате численного моделирования системы уравнений (17)–(23) режим «обострённой» параметрической неустойчивости с эффективностью вплоть до 14 % представляет несомненный теоретический интерес, но при рассмотренных параметрах далеко не полно отражает реальную картину протекания процесса, поскольку численная модель содержит ряд упрощений. Во-первых, в рассмотренной модели не учитывается возбуждаемое продольное поле, связанное с разделением зарядов в результате эволюции модулированной функции распределения электронов. А поскольку для реализации эффекта «втягивания» частоты волн в резонанс необходимо, чтобы концентрация частиц была достаточно высока, при таких параметрах продольное плазменное поле может существенно модифицировать распределение частиц по продольным скоростям и, следовательно, повлиять на параметрический процесс. Однако обоснованием для полученных результатов может служить тот факт, что в задаче существует иная область параметров, в которой обратное время «втягивания» частот волн в резонанс превышает как обратное время расфазировки модуляции, так и плазменную частоту, т.е. учёт продольного поля при таких параметрах может оказаться не принципиальным. Кроме того, поскольку процесс «обострённой» параметрической неустойчивости довольно быстро выходит на нелинейную стадию, используемая модель с фиксированной синусоидальной структурой поля без учёта генерации иных пространственных гармоник может дать искажённый результат.

В будущем необходимым представляется построение более корректной модели с учётом обозначенных особенностей.

### 3. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Один из важных выводов, которые следуют из полученных в данной работе результатов, состоит в следующем.

В условиях, когда обычное резонансное взаимодействие ансамбля электронов с циклотронным излучением малоэффективно (нет резонансных частиц либо взаимодействие слабо в силу компенсации эффектов продольной и поперечной группировок, проявляющейся при скорости распространения волн, близкой к скорости света), намного более эффективным может оказаться параметрическое взаимодействие двух волн, не критичное к наличию резонансных частиц и, напротив, тем более эффективное, чем ближе скорость распространения волн к скорости света.

В дальнейшем несомненный интерес представляет более полное исследование полученного в данной работе нелинейного режима взаимодействия двух волн с электронным ансамблем.

Интересно также отметить следующую особенность изучаемого эффекта. Ранее в работе [3] нами уже указывалось на определённую близость и принципиальные отличия исследуемого режима параметрической «безрезонансной» неустойчивости и стандартного режима индуцированного рассеяния [8, 9]. Условия, при которых реализуется нелинейный режим усиления двух волн, в принципе, ничем не отличаются от условий, в которых протекает индуцированное рассеяние. В обоих случаях частицы ансамбля, не являясь резонансными по отношению к двум высокочастотным волнам, находятся в резонансе с биениями этих волн, и модуляция функции распределения частиц, осуществляющая взаимодействие волн, формируется самосогласованно под действием бихроматического поля. Однако в отличие от обсуждаемого в данной работе эффекта, в режиме стандартного индуцированного рассеяния невозможно одновременное усиление двух взаимодействующих волн. Более того, в рассматриваемой системе отсчёта, где частоты волн равны, при рассеянии, когда выполняются соотношения Мэнли—Роу, энергообмен поля со средой

отсутствует. Очевидно, что в режиме «безрезонансного» усиления принципиальным оказывается ограничение на время взаимодействия. Реализация нелинейного режима «безрезонансного» усиления подтверждает высказанное ранее предположение о том, что на стадии «включения» режима индуцированного рассеяния может происходить одновременное усиление волн в соответствии с изложенным здесь механизмом. Это утверждение подтверждается графиком, представленным на рис. 4. По истечении определённого промежутка времени, в течении которого осуществляется более или менее эффективный энергообмен поля с частицами, данный энергообмен прекращается, что соответствует переходу в режим «рассеяния».

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проекты № 03-02-17234, 03-02-17176).

# СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Гапонов-Грехов А. В., Токман М. Д. // ЖЭТФ. 1997. Т. 112, № 4. С. 1176.
- 2. Ерухимова М. А., Токман М. Д. // ЖЭТФ. 2000. Т. 118, № 2. С. 291.
- 3. Ерухимова М. А., Токман М. Д. // Изв. вузов. Радиофизика. 2003. Т. 46, № 4. С. 280.
- 4. Kocharovskaya O. // Phys. Rep. 1992. V. 219, No. 3–6. P. 175.
- 5. Братман В. Л., Гинзбург Н. С., Нусинович Г. С. и др. // Релятивистсткая высокочастотная электроника / Под ред. А. В. Гапонова-Грехова. Горький: ИПФ АН СССР, 1979. С. 157.
- 6. Киценко А. Б., Панкратов И. М., Степанов К. Н. // ЖТФ. 1975. Т. 45. С. 912
- Litvak A. G., Sergeev A. M., Suvorov E. V., Tokman M. D., Khasanov I. V. // Phys. Fluids. B. 1993. V. 5. P. 2255.
- 8. Железняков В. В. Излучение в астрофизической плазме. М.: Янус-К, 1997. 528 с.
- 9. Литвак А. Г. // Вопросы теории плазмы / Под ред. М. А. Леонтовича. М.: Энергоатомиздат, 1980. Вып. 10. С. 164.

Институт прикладной физики РАН, г. Нижний Новгород, Россия Поступила в редакцию 16 апреля 2004 г.

# NUMERICAL MODELING OF THE PROCESS OF PARAMETRIC GENERATION OF THE CYCLOTRON RADIATION IN A REACTIVE MEDIUM

M. A. Erukhimova and M. D. Tokman

We present the results of numerical modeling of the effect of amplification of bichromatic radiation due to its interaction with a modulated ensemble of electrons in the absence of partial synchronism of the waves and particles. The numerical results agree with the analytical conclusions. We find that under certain conditions, the developing parametric instability is accompanied by "driving" of the wave frequencies to the resonance with particles, which results in a significant "peaking" of the instability.

2004

УДК 621.385

## РАЗРАБОТКА ПРОТОТИПА МНОГОЧАСТОТНОГО МЕГАВАТТНОГО ГИРОТРОНА В ДИАПАЗОНЕ 105÷156 ГГЦ

В. Е. Запевалов, А. А. Богдашов, Г. Г. Денисов, А. Н. Куфтин, В. К. Лыгин, М. А. Моисеев, А. В. Чирков

Для прототипа ступенчато перестраиваемого в диапазоне 105÷156 ГГц гиротрона с выходной мощностью 1 МВт и различными рабочими модами представлены результаты исследования возможности численной и экспериментальной оптимизации системы формирования винтового электронного пучка и процессов взаимодействия мод в системе резонатор—электронный пучок. Параметры системы обеспечивают достижение максимальной эффективности гиротрона с приемлемой омической нагрузкой в резонаторе. Исследовано также влияние конкуренции мод, «провисания» потенциала электронного пучка и возможность рекуперации энергии отработанного электронного пучка. Продемонстрирована возможность оптимизации преобразователя для различных рабочих мод.

#### ВВЕДЕНИЕ

Очевидные преимущества использования частотно перестраиваемых гиротронов миллиметрового диапазона длин волн мегаваттного уровня мощности для плазменных экспериментов в последнее время вызывают явный интерес со стороны разработчиков установок УТС [1]. Поглощение излучения гиротрона в токамаке или стеллараторе происходит только в узком слое, где выполнено условие циклотронного резонанса между высокочастотной волной и электронами плазмы. Другое положение области нагрева может быть достигнуто изменением частоты гиротрона. Соответственно, использование гиротронов с перестройкой частоты принципиально упрощает антенные системы установок. Для реализации программы экспериментов уже во многих из существующих и планируемых плазменных установок требуются гиротроны со ступенчато изменяемой частотой в интервале 100÷170 ГГц и мощностью порядка 1 МВт в квазинепрерывном режиме.

О возможности ступенчатой перестройки частоты в гиротроне со сверхразмерным резонатором было известно сравнительно давно [2, 3]. Соответствующая перестройка осуществляется изменением либо статического магнитного поля, либо ускоряющего напряжения [1–5]. В первом случае изменение частоты сравнительно медленное, но осуществляется в широких пределах. Во втором случае изменение частоты быстрое, но небольшое. Серьёзной проблемой является реализация в многочастотном гиротроне при мегаваттном уровне выходной мощности того же уровня эффективности (КПД, структуры выходного излучения и т. д.), что и для лучших образцов одночастотных гиротронов [6–8].

Ниже представлена конструкция и результаты численного моделирования и экспериментального исследования короткоимпульсного прототипа ступенчато перестраиваемого в диапазоне 105÷ ÷170 ГГц гиротрона с выходной мощностью 1 МВт. Перестройка частоты магнитным полем была реализована путём изменения тока в главных сверхпроводящих катушках криомагнита и дополнительной (обычной) катушке в области катода. Практически все подсистемы гиротрона были оптимизированы для его эффективной работы на различных модах. Все элементы гиротрона рассчитаны на освоение непрерывного режима работы с использованием в опытно-промышленном варианте выходного окна на основе синтетического алмаза (CVD-технология). Электронно-оптическая система для формирования винтового электронного пучка была выбрана с учётом работы гиротрона в широком интервале магнитных полей. Параметры резонатора оптимизированы для

В. Е. Запевалов, А. А. Богдашов, Г. Г. Денисов и др.

достижения максимальной эффективности гиротрона с приемлемой омической нагрузкой. Высокоэффективный квазиоптический встроенный преобразователь рабочих мод в волновой пучок был разработан для использования с различными модами резонатора. Далее обсуждаются главные проблемы разработки прототипа ступенчато перестраиваемого многочастотного гиротрона с выходной мощностью 1 МВт.

## 1. МОДЫ РЕЗОНАТОРА

Различные пространственно-развитые рабочие моды TE<sub>17.6</sub>, TE<sub>19.6</sub>, TE<sub>20.7</sub>, TE<sub>21.7</sub>, TE<sub>22.8</sub>, TE<sub>23.9</sub>, TE<sub>24.9</sub>, TE<sub>25.10</sub> при изменении магнитного поля могут возбуждаться в одном резонаторе гиротрона, который работает при этом на частотах от 105 до 168,3 ГГц. Радиус регулярной части резонатора гиротрона был выбран равным  $R_{\rm r} = 17,95$  мм. При этом задаются частоты основных рабочих мод гиротрона: TE<sub>17.6</sub> (105 ГГц), TE<sub>19.6</sub> (111,5 ГГц), TE<sub>22.8</sub> (140 ГГц) и TE<sub>25.10</sub> (168,3 ГГц).

Рабочие частоты мод соответствуют полосам пропускания однодискового выходного окна, когда толщина окна d кратна числу полуволн:  $d = N\lambda/(2n)$ , где  $\lambda$  — длина волны в свободном пространстве, n — показатель преломления вещества окна. Для алмазного CVD-окна показатель преломления n = 2,38. В этом случае N = 4,5,6, когда толщина окна d = 2,25 мм (основные моды TE<sub>19.6</sub>, TE<sub>22.8</sub>, TE<sub>25.10</sub>), или N = 3,4, когда d = 1,8 мм (моды TE<sub>17.6</sub>, TE<sub>22.8</sub>). Моды TE<sub>20.7</sub>, TE<sub>21.7</sub>, TE<sub>23.9</sub> и TE<sub>24.9</sub> рассматривались как дополнительные.

Для моды  $TE_{22.8}$  (140 ГГц) оптимальный радиус электронного пучка  $R_0 = 7,92$  мм. Согласно адиабатической теории для сохранения установленного значения питч-фактора при изменении частоты f радиус электронного пучка в гиротроне с диодной электронной пушкой должен изменяться пропорционально  $f^{-1/3}$ . Изменение радиуса осуществляется путём изменения отношения магнитных полей в резонаторе гиротрона и на катоде. При изменении частоты от 168,3 до 111,5 ГГц радиус электронного пучка в данном гиротроне увеличивается от 7,47 до 8,55 мм путём изменения магнитного поля дополнительной катодной катушки (рис. 1). Значение  $R_0 = 8,55$  мм очень близко к оптимальному радиусу пучка для моды  $TE_{19.6}$  ( $R_0 = 8,62$  мм).

В расчётной модели гиротрона с оптимизированной структурой резонатора, питч-фактором g = 1,2 и относительным разбросом осцилляторных скоростей  $\delta v_{\perp} = 0,4$  выходная мощность P = 1 МВт на рабочей моде  $\text{TE}_{22.8}$  достигается с эффективностью (КПД)  $\eta = 35$  % и приемлемой удельной омической нагрузкой в середине резонатора  $P_{\text{ohm}} = 1,7$  кВт/см<sup>2</sup>, а на моде  $\text{TE}_{25.10} - \text{с}$  КПД  $\eta = 34$  % и  $P_{\text{ohm}} = 2,3$  кВт/см<sup>2</sup>. Рабочая мода  $\text{TE}_{19.6}$  при выходной мощности P = 1 МВт имеет немного меньшую эффективность  $\eta = 32$  % и низкую омическую нагрузку 1,3 кВт/см<sup>2</sup> вследствие сокращения относительной длины резонатора  $L/\lambda$ . Если путём оптимизации системы формирования электронного пучка будет реализована возможность увеличить питч-фактор от 1,2 до 1,4, то в этом случае КПД гиротрона вырастет почти пропорционально росту относительной энергии осцилляторного движения электронов  $t_{\perp} = g^2/(1+g^2)$  до 40% на моде  $\text{TE}_{22.8}$  и до 37% на моде  $\text{TE}_{19.6}$ .

Теоретическое изучение взаимодействия мод в гиротроне проводилось численно для самосогласованной многомодовой модели гиротрона. Особое внимание было уделено обнаружению областей устойчивой высокоэффективной генерации рабочей моды. Численное моделирование взаимодействия мод в сверхразмерном резонаторе гиротрона выполнено при параметрах электронного пучка, полученных экспериментально (см. ниже). С целью обеспечения устойчивого возбуждения рабочей моды был проведён детальный анализ сценариев включения гиротрона при подаче на него высокого напряжения. Результаты этого исследования показали, что рабочие моды возбуждаются при включении гиротрона (подобно рис. 2*a* и *б*) и имеют устойчивый

В. Е. Запевалов, А. А. Богдашов, Г. Г. Денисов и др.



Рис. 1. Радиусы электронного пучка и частоты для рабочих мод

стационарный режим генерации. В процессе работы выяснилось, что при условии оптимизации электронно-оптической и электродинамической систем гиротрон может работать на разных рабочих частотах с эффективностью, характерной для лучших одночастотных гиротронов [6–8].

Влияние «провисания» потенциала электронного пучка и возможность рекуперации остаточной энергии отработанного электронного пучка для этого гиротрона также были исследованы с учётом выбранной конструкции резонатора и параметров электронного пучка. Оказалось, что «провисание» потенциала не приводит к заметному ухудшению параметров гиротрона, а использование рекуперации позволяет повысить КПД данного гиротрона в 1,6÷1,8 раза и существенно уменьшить нагрузку на коллектор.

В. Е. Запевалов, А. А. Богдашов, Г. Г. Денисов и др.



Рис. 2а. Сценарий возбуждения рабочей моды  $\mathrm{TE}_{19.6}$  (f=111,5ГГц;  $R_0=8,55$ мм;  $U_0=80$ кВ; I=38 А; g=1,3;  $\delta v_\perp=0,4).$ Зависимости КПД для моды  $\mathrm{TE}_{19.6}$ и стартового тока генерации  $I_{\mathrm{st}}$ для различных мод, а также тока пучка Iот ускоряющего напряжения  $U_0$ 



Рис. 26. Сценарий возбуждения рабочей моды <br/>  ${\rm TE}_{22.8}$  (f=140ГГц;  $R_0=7,92$ мм;  $U_0=80$ кВ;<br/> I=38 А; g=1,3;  $\delta v_\perp=0,4)$ 

В. Е. Запевалов, А. А. Богдашов, Г. Г. Денисов и др.

#### 2. ОПТИМИЗАЦИЯ СИСТЕМЫ ФОРМИРОВАНИЯ ЭЛЕКТРОННОГО ПУЧКА

Конструкция диодной версии магнетронно-инжекторной пушки (МИП) была основана на использовании катода с радиусом эмиттера  $R_c = 41,5$  мм, что близко к размерам катода, разработанного ранее для гиротронов с частотой 110, 140 и 170 ГГц [7, 8]. Для достижения проектных



Рис. 3. Зависимости разброса поперечных скоростей электронов и средней осцилляторной энергии от тока пучка при коэффициенте моделирования 0,1

41,5 мм, что близко к размерам катода, разрабо-140 и 170 ГГц [7, 8]. Для достижения проектных параметров гиротрона МИП должна сформировать винтовой электронный пучок с ускоряющим напряжением 80 кВ, током до 40 А, средним питчфактором 1,2 ÷ 1,4 и разбросом осцилляторных скоростей меньше 25 %. На первой стадии была произведена численная оптимизация формы катода и параметров катодной катушки с учётом магнитного поля используемого криомагнита и допустимой величины магнитного поля катодной катушки. После этого была выполнена оптимизация формы анода. Для процедуры численной оптимизации использовался код EPOS-V [9].

Магнетронно-инжекторная пушка (МИП) была спроектирована и изготовлена, а параметры формируемого ВЭП были исследованы экспериментально. Измерения параметров ВЭП были выполнены модернизированным методом тормозящего потенциала в моделирующем режиме, при котором сохраняется форма электронных траекторий, с использованием автоматизированной экспериментальной установки [10]. Зависимости разброса поперечных скоростей электронов и средней относительной осцилляторной энергии

от тока пучка, полученные для различных режимов (рис. 3), хорошо соответствовали результатам численного моделирования. Нарушение унимодальности функции распределения по колебательным скоростям, как правило, служит одним из признаков потери устойчивости пучка. В рассматриваемых частотных диапазонах нарушения унимодальности этой функции не наблюдалось до тока пучка I = 50 А.

В результате проведённых работ версия МИП с квазиламинарным электронным пучком, оптимизированная численно и экспериментально, была выбрана для экспериментов с короткоимпульсным экспериментальным гиротроном.

## 3. КВАЗИОПТИЧЕСКИЙ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЬ МОД

Квазиоптический преобразователь мод отделяет высокочастотное излучение от отработанного электронного пучка, преобразует сложную моду резонатора в параксиальный волновой пучок с оптимизированной структурой и позволяет минимизировать вредное действие возможных отражений высокочастотного излучения назад в гиротрон. Квазиоптический преобразователь предназначен для трансформации каждой из рабочих мод TE<sub>17.6</sub>, TE<sub>19.6</sub>, TE<sub>20.7</sub>, TE<sub>21.7</sub>, TE<sub>22.8</sub>, TE<sub>23.9</sub>, TE<sub>24.9</sub>, TE<sub>25.10</sub> с соответствующей частотой в диапазоне от 105 до 168,3 ГГц в линейно поляризованный гауссовый волновой пучок.

Преобразователь (рис. 4) состоит из цилиндрического волноводного излучателя, бочкообраз-

ного и квазипараболического зеркал и двух специальных профилированных зеркал, направляю-

щих выходное излучение через окно. Излучатель и квазипараболическое зеркало преобразуют рабочую моду в узконаправленный волновой пучок с линейной поляризацией. Для расчётов поля использовался дифракционный Гюйгенса—Кирхгофа. интеграл Квазипараболическое зеркало рассчитывается для моды с определённым радиусом каустики, поэтому при смене моды выходной волновой пучок отклоняется на некоторый угол (порядка 1°). В результате распределение поля смещается на выходном окне гиротрона (см. рис. 5) при изменении моды и рабочей частоты.

Для оптимизации преобразователя в широкой полосе частот использовалась процедура синтеза квазиоптических зеркал [11, 12]. Оптимизация проводилась с учётом углового отклонения выходного волнового пучка и содержания гауссовой компоненты при перестройке частоты. Алгоритм синтеза использовался для определения профиля зеркал. Для оптимизированного преобразователя содержание гауссовой компоненты на окне гиротрона с диаметром 80 мм составило  $\eta_{\rm g} = 95 \%$  на моде TE<sub>19.6</sub> (111,5 ГГц),  $\eta_{\rm g} = 96 \,\%$  на моде  ${\rm TE}_{22.8} \, (140 \, \Gamma \Gamma {\rm q})$  и не менее 92% для остальных рабочих мод.



Рис. 4. Схема квазиоптического преобразователя гиротрона

# 4. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ КОРОТКОИМПУЛЬСНОГО ПРОТОТИПА ГИРОТРОНА

Короткоимпульсный прототип многочастотного гиротрона с окном на основе нитрида бора (BN) был сконструирован, изготовлен и проверен на автоматизированном экспериментальном стенде. Все элементы гиротрона рассчитаны на освоение непрерывного режима работы. Эксперименты были выполнены на модах TE<sub>17.6</sub>, TE<sub>19.6</sub>, TE<sub>20.7</sub>, TE<sub>21.7</sub>, TE<sub>22.8</sub>, TE<sub>23.9</sub>, TE<sub>24.9</sub> с частотами от 105 до 156 ГГц. При испытании гиротрона на всех рабочих модах была получена выходная мощность более 1 МВт и КПД около 40% без рекуперации. Максимальная выходная мощность гиротрона (около 1,5 МВт) была достигнута на рабочих модах TE<sub>19.6</sub> и TE<sub>22.8</sub>. Некоторые ре-

В. Е. Запевалов, А. А. Богдашов, Г. Г. Денисов и др.



Рис. 5. Расчётные распределения амплитуды поля на окне гиротрона с диаметром 80 мм при f = 111,5 ГГц (a) и при f = 140 ГГц (b); x и y — оси декартовой системы координат в плоскости окна



Рис. 6. Зависимости выходной мощности P и КПД  $\eta$  от тока пучка I для моды  $\text{TE}_{22.8}$  ( $U_0 = 80 \text{ kB}; f = 140 \Gamma \Gamma \eta$ )

Рис. 7. Зависимости выходной мощности P и КПД  $\eta$  от тока пучка I для моды  $\text{TE}_{19.6}$  ( $U_0 = 80 \text{ kB}; f = 111.6 \Gamma \Gamma \mu$ )

449

зультаты измерений выходной мощности P и КПД  $\eta$  в зависимости от тока электронного пучка I для короткоимпульсного экспериментального гиротрона, работающего на различных модах, показаны на рис. 6–9.

Структура выходного волнового пучка наблюдалась в плоскости окна и на расстоянии 600 мм от него и соответствует расчётной на всех рабочих модах. Перестройка частоты сопровождается изменением положения волнового пучка на окне гиротрона и изменением содержания гауссовой компоненты.

В. Е. Запевалов, А. А. Богдашов, Г. Г. Денисов и др.




Рис. 8. Зависимости выходной мощности P и КПД  $\eta$  от тока пучка I для моды  $\text{TE}_{17.6}$  ( $U_0 = 80 \text{ kB}; f = 105 \Gamma\Gamma\eta$ )

Рис. 9. Зависимости выходной мощности P и КПД  $\eta$  от тока пучка I для мод TE<sub>20.7</sub>, TE<sub>21.7</sub>, TE<sub>23.9</sub>, TE<sub>24.9</sub> ( $U_0 = 80$  кВ)

В табл. 1 суммированы некоторые экспериментальные результаты для многочастотного гиротрона. Кроме значений мощности и КПД в разных рабочих режимах, в этой таблице приведены значения дифракционных потерь (в процентах) при использовании калориметрической нагрузки с апертурой диаметром 102 мм, отодвинутой от окна на расстояние 700 мм;  $f_{\rm w}$  — резонансная частота окна.

Для экспериментов по одноступенчатой рекуперации остаточной энергии электронного пучка на коллекторе (CPD) использовался тот же гиротрон с модами  $TE_{22.8}$  и  $TE_{19.6}$ . Измерения выходной мощности и КПД проводились в зависимости от тормозящего напряжения коллектора. Выходная мощность 1 МВт при длительности импульса 0,1 мс была получена при параметрах электронного пучка  $U_0 = 80$  кВ, I = 30 А. Согласно экспериментальным данным КПД гиротрона с использованием одноступенчатой рекуперации на коллекторе существенно повышается и достигает почти 70% при работе на обеих модах.

На ближайшую перспективу планируется изучение особенностей работы многочастотного гиротрона с брюстеровским окном. Указанное брюстеровское окно для прототипа многочастотного гиротрона спроектировано на основе кварцевого стекла, изготовлено и будет испытано в ближайшем будущем.

#### 5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На основе результатов численного моделирования разработан и испытан короткоимпульсный экспериментальный макет-прототип гиротрона со ступенчатой перестройкой частоты. Выбранные рабочие моды представляются наиболее привлекательными для достижения выходной мощности 1 МВт с учётом целого комплекса требований (часто́ты, радиусы электронного пучка, КПД, резонаторные омические нагрузки, электронная пушка, выходное окно). Гиротрон снабжён оптимизированной электронно-оптической системой, позволяющей формировать интенсивный винтовой электронный пучок с хорошими характеристиками в широком интервале магнитных полей. Выходная мощность гиротрона составляет более 1 МВТ при КПД выше 40 % (без рекуперации

В. Е. Запевалов, А. А. Богдашов, Г. Г. Денисов и др.

Мода	$f, \Gamma \Gamma$ ц	<i>U</i> <sub>0</sub> , кВ	<i>I</i> , A	Р, кВт	$\eta, \%$	Дифракционные
						потери, %
$TE_{17,6}$	105,080	80	30	1019	42,5	5,9
		70	35	1046	42,7	$(f_{\rm w} = 104,330 \ \Gamma \Gamma$ ц;
		75	35	1137	43,3	N=8 (добавочный
		70	40	1195	42,7	диск))
		75	40	1235	41,2	
$TE_{19,6}$	111,675	80	30	955	39,8	5,7
			35	1163	41,5	$(f_{\rm w} = 112,445 \ \Gamma \Gamma$ ц;
			40	1373	42,9	N = 8)
$TE_{20,7}$	124,277	80	30	946	39,4	6,9
			35	1056	37,7	$(f_{\rm w} = 126,500 \ \Gamma \Gamma$ ц;
			40	1183	37,0	N = 9)
$TE_{21,7}$	127,576	80	30	1024	42,7	$^{3,2}$
			35	1173	41,9	$(f_{\rm w} = 126,500 \ \Gamma \Gamma$ ц;
			40	1331	41,6	N = 9)
$TE_{22,8}$	140,140	80	30	1017	42,4	4,2
			35	1213	43,3	$(f_{\rm w} = 140,556 \ \Gamma \Gamma$ ц;
			40	1391	43,5	N = 10)
			45	1537	42,7	
			50	1521	38,0	
$TE_{23,9}$	$152,\!634$	80	30	1064	44,3	6,5
			35	1232	44,0	$(f_{\rm w} = 154, 612 \ \Gamma \Gamma$ ц;
			40	1414	44,2	N = 11)
$\overline{TE}_{24,9}$	$1\overline{55,990}$	80	30	924	$_{38,5}$	5,1
			35	1010	36,1	$(f_{\rm w} = 154,\!612\ \Gamma\Gamma$ ц;
			40	1094	34,2	N = 11)

Таблица 1. Экспериментальные результаты для многочастотного гиротрона

остаточной энергии электронов) на 7 рабочих модах в диапазоне 105÷156 ГГц. Каждая из рабочих мод с высокой эффективностью (92÷95%) преобразована в гауссовый волновой пучок с помощью встроенного в гиротрон квазиоптического преобразователя. Результаты испытаний короткоимпульсного прототипа многочастотного гиротрона находятся в хорошем соответствии с расчётными данными. Все элементы гиротрона рассчитаны на освоение непрерывного режима работы.

Длинноимпульсная и непрерывная версии опытно-промышленного многочастотного гиротрона находятся в стадии разработки в НПП «ГИКОМ».

Работа выполнена при поддержке МАЭ РФ, НПП «ГИКОМ» и РФФИ (гранты № 03–02–17560 и 02–02–17105).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Dumdrajs O., Heikkinen J. A., Zohm H. // Nuclear Fusion. 2001. V. 41, No. 7. P. 927.
- Zapevalov V. E., Kuftin A. N. // Proc. Int. Workshop "Strong Microwaves in Plasmas", Suzdal, 1990. P. 726.

В. Е. Запевалов, А. А. Богдашов, Г. Г. Денисов и др.

- Braz O., Dammertz G., Kuntze M., Thumm M. // Int. J. Infrared and Millimeter Waves. 1997. V. 18, No. 8. P. 1 465.
- 4. Dammertz G., Braz O., Chopra A. K., et al. // IEEE Trans. Plasma Sci. 1999. V. 27, No. 2. P. 330.
- 5. Thumm M., Arnold A., Borie E., et al. // Fusion Engineering and Design. 2001. V. 53. P. 407.
- Thumm M. State-of-the-Art of High Power Gyro-Devices and Free Electron Masers Update 1999. Institut fuer Hochlestungsimpuls- und Mikrowelentechnik, Projekt Kernfusion Association EUROATOM-FZK, 2000.
- Zapevalov V. E., Alikaev V. V., Denisov G. G., et al. // Proc. 10th Joint Workshop on ECE and ECH, Ameland, the Netherlands, 1997. P. 541.
- 8. Мясников В. Е., Агапова М. В., Ильин В. Н. и др. // Радиотехника. 2000. № 2. С. 67.
- 9. Lygin V. K. // Int. J. Infrared and Millimeter Waves. 1995. V. 16, No. 2. P. 363.
- Kuftin A. N., Lugin V. K., Manuilov V. N., et al. // Int. J. Infrared and Millimeter Waves. 1999. V. 20, No. 3. P. 361.
- 11. Каценеленбаум Б. З., Семёнов В. В. // Радиотехника и электроника. 1967. V. 2. P. 244.
- Bogdashov A. A., Chirkov A. V., Denisov G. G., et al. // Int. J. Infrared and Millimeter Waves. 1995. V. 16, No. 4. P. 735.

Институт прикладной физики РАН, г. Нижний Новгород, Россия Поступила в редакцию 28 мая 2003 г.

#### DEVELOPMENT OF A PROTOTYPE OF A 1-MW 105-156-GHz STEP-TUNABLE GYROTRON

V. E. Zapevalov, A. A. Bogdashov, G. G. Denisov, A. N. Kuftin, V. K. Lygin, M. A. Moiseev, and A. V. Chirkov

We present the results of studying the possibility of numerical and experimental optimization of the helical electron beam formation system and the processes of mode interaction in the electron beam – cavity system for a prototype of a 1-MW 105-156-GHz step-tunable gyrotron with various operating modes. The system parameters are optimized to achieve the maximum efficiency of the gyrotron with an acceptable ohmic load on the cavity. We also analyze the influence of mode competition and depression of the electron-beam potential, as well and the possibility of beam-energy recovery. The possibility to optimize the mode converter system for various operating modes is demonstrated.

УДК 681.7

## ФОРМИРОВАНИЕ И ДИАГНОСТИКА ИНТЕНСИВНЫХ РЕЛЯТИВИСТСКИХ ВИНТОВЫХ ЭЛЕКТРОННЫХ ПУЧКОВ ДЛЯ ГИРОТРОНОВ

Н. И. Зайцев<sup>1</sup>, Е. В. Иляков<sup>1</sup>, И. С. Кулагин<sup>1</sup>, В. К. Лыгин<sup>1</sup>, В. Н. Мануилов<sup>2</sup>, В. Е. Нечаев<sup>1</sup>

Разработана магнетронно-инжекторная пушка для релятивистского гиротрона с длиной волны 1 см, позволившая за счёт сокращения времени вывода электронов в область высоких потенциалов увеличить рабочий ток до 50 % от ленгмюровского тока пушки. Для измерения распределения электронов в винтовых пучках по скоростям при энергиях несколько сотен кэВ предложен, разработан и исследован новый анализатор распределения электронов по скоростям, основанный на эффекте отражения электронов от адиабатической магнитной пробки. Результаты исследований показали способность пушки формировать качественные интенсивные пучки, пригодные для генерации в гиротроне микроволнового излучения микросекундной длительности с мощностью свыше 10 МВт.

1. Недавно в работах [1, 2] была установлена и экспериментально подтверждена возможность сохранения высокой эффективности (КПД до 50 %) гиротронов в нетрадиционной для них области высоких энергий электронов (300 кэВ и выше). Это открывает дальнейшие перспективы повышения мощности СВЧ излучения по мере наращивания мощности используемых в гиротронах винтовых электронных пучков (ВЭП).

Основной системой формирования ВЭП гиротронов является адиабатическая магнетронноинжекторная пушка (МИП) [3, 4], работающая, как правило, в режиме температурного ограничения эмиссии с токами, составляющими обычно  $(0,1\div0,2) J_{\rm L}$ , где  $J_{\rm L}$  – ленгмюровский ток пушки, т. е. ток формируемого в данном магнитном поле электронного пучка, при котором пространственный заряд полностью экранирует внешнее поле на поверхности эмиттера. Последнее ограничение связано с необходимостью уменьшения негативного влияния пространственного заряда на разброс осцилляторных скоростей электронов при требуемых значениях питч-фактора *g* (отношения вращательной скорости электрона к поступательной). Выяснилось, однако, что существует возможность заметного увеличения рабочего тока (в масштабе  $J_{\rm L}$ ) за счёт, во-первых, более быстрого, неадиабатического вывода электронов в область высоких потенциалов уже вблизи эмиттера и, во-вторых, уменьшения времени действия сил, обусловленных пространственным зарядом, при снижении числа шагов винтовой электронной траектории между катодом и рабочим пространством [5]. Реализация такого подхода позволила получить приемлемые для эффективной работы гиротрона параметры ВЭП вплоть до токов  $(0.5 \div 0.7) J_{\rm L}$  [5] и достичь КПД гиротрона 50 % в трёхсантиметровом диапазоне длин волн при энергиях электронов 280 кэВ [2]. Указанный подход был взят за основу при численной оптимизации и экспериментальной отработке МИП для гиротрона с длиной волны излучения  $\lambda = 1$  см и выходной мощностью 7 MBт.

Задачей аналитических расчётов [4] и численного моделирования [6] являлось создание магнетронно-инжекторной пушки, формирующей ВЭП с параметрами, близкими к полученным в [2], в том числе с таким же диаметром пучка (около 2 см), но с увеличенным в 3 раза магнитным полем. Сохранение диаметра пучка стало возможным за счёт выбора в качестве рабочей волны гиротрона объёмной моды  $H_{53}$  вместо  $H_{01}$ . При этом усложняется обеспечение условий одномодовой генерации, но существенно упрощается задача формирования качественного интенсивного пучка [5].

Поскольку в расчётах не удаётся учесть все факторы, влияющие на условия формирования ВЭП, качество пучка должно исследоваться экспериментально. В классических гиротронах распределение электронов по скоростям измеряется методом тормозящего потенциала [7], как правило, в моделирующем режиме. Однако этот метод в области релятивистских энергий электронов по ряду причин становится неадекватным (см. п. 3), поэтому требуется разработка нового метода измерения распределения электронов по скоростям.

Перечисленные выше вопросы формирования и диагностики интенсивного релятивистского ВЭП и составляют предмет предлагаемого исследования.

2. Для обеспечения указанных выше выходных параметров гиротрона были выбраны следующие параметры ВЭП: энергия электронов 280 кэВ, ток пучка 50 A, питч-фактор  $g = v_{\perp}/v_{\parallel} = 1,3,$ средний диаметр пучка в канале транспортировки 19÷20 мм. Рассматривалась триодная конфигурация пушки, предоставляющая дополнительные возможности для управления параметрами пучка. В конструкции МИП применялись конфигурации первого анода и канала транспортировки (второго анода), использованные ранее в работающем гиротроне 3-сантиметрового диапазона длин волн [2, 5]. Подбор оптимального профиля катодной поверхности проводился на базе численного моделирования по статической модели пучка с помощью программы ЭПОС [6]. Конфигурация электродов пушки с расчётными траекториями электронов и нормированным распределением продольного магнитного поля  $H_z$  приведена на рис. 1a (1 — катод, 2 — промежуточный анод, 3 — анод, 4 — траектории электронов). Разработанная система формирования пучка отличается увеличенным углом наклона эмитирующего пояска к оси системы  $(50^{\circ})$ , что обеспечивает формирование квазиламинарного потока электронов и их более быстрый выход из эмиттерной области. В этом случае замедляется падение питч-фактора ВЭП по мере роста тока пучка. Повышение магнитного поля в канале транспортировки по сравнению с требовавшимся для работы гиротрона 3-сантиметрового диапазона длин волн [2, 5] привело к необходимости (для сохранения g) повысить электрическое поле в области эмиттера или увеличить степень адиабатической компрессии ВЭП. В рассматриваемой системе было сделано и то, и другое. Для этого диаметр эмитирующего пояска был увеличен до 100 мм при неизменных напряжении на первом аноде (112 кВ) и диаметре электронного пучка в канале транспортировки. Слева от эмитирующего пояска был сконструирован дополнительный выступ на катоде, который способствовал обеспечению минимального разброса скоростей электронов при рабочем токе пучка [8, 5]. Ширина эмитирующего пояска составляла 4,7 мм. Результаты расчётов параметров пучка в зависимости от тока представлены на рис. 16 сплошными линиями, где g- питч-фактор,  $t_{\perp}-$  отношение осцилляторной энергии электронов к полной,  $\delta v_{\perp}$  — относительный разброс поперечных скоростей, j — средняя плотность тока эмиссии,  $E_{\rm c}$  — поле в центре эмиттера с учётом пространственного заряда. Видно, что разброс поперечных скоростей не превышает допустимой для гиротронов [3, 9] величины 20÷30 % вплоть до токов 70÷90 А, составляющих примерно половину от ленгмюровского тока пушки  $J_{\rm L}$ . (Учитывая сложность конфигурации МИП и влияние на величину  $J_{\rm L}$  магнитного поля, оценка ленгмюровского тока пушки в рабочих режимах с условием, что электрическое поле полностью экранировано хотя бы в одной точке эмиттера, проводилась с помощью упомянутой выше программы ЭПОС [10, 11]:  $J_{\rm L} = 135$  А, также была получена оценка для «полного»  $\rho$ -режима с помощью PIC-кода KAPAT [12]:  $J_{\rm L} \approx 170$  A.) В итоге скорость поперечного движения в сформированном пучке значительно превысила рассчитанную по адиабатической теории [3, 4]. Этому результату можно дать простое физическое объяснение.

Рассмотрим первый виток траектории электрона, эмитированного с поверхности катода, когда электрон в среднем движется в азимутальном направлении в скрещенных электрическом **E** и магнитном **H** полях. При дальнейшем движении электрон отходит от катода, и его азимутальное дрейфовое движение переходит в поперечное движение по винтовой траектории. Для



Рис. 1. Электронно-оптическая система с катодом диаметра 100 мм: *a* — расчётные электронные траектории и силовые линии электрического поля, *б* — параметры электронного пучка в зависимости от тока с узким (сплошные линии) и широким (пунктирные линии) эмиттером

качественного анализа удобно рассмотреть наиболее простую модель МИП [13]: плоский диод с однородными электрическим и магнитным полями, где траектория электрона на первом витке является периодом циклоиды (см. рис. 2, траектория 1). В адиабатической электронной пушке скорости вращения и азимутального дрейфа в скрещенных полях равны cE/H, т. е. вдвое меньше максимальной скорости электрона в верхней точке циклоиды. Предположим, что удалось резко «выключить» электрическое поле после прохождения этой точки. Тогда электрон будет влетать поперёк магнитного поля со скоростью 2cE/H, и возможно удвоение скорости поперечного движения в формируемом ВЭП (вектор скорости 2 на рис. 2).

На практике, естественно, «выключение» поля происходит на конечном участке траектории, поэтому в описанной выше пушке с быстрым выводом электронов из области эмиттера, где этот подход был использован, выигрыш в поперечном движении электронов не достигал предельных значений. В результате скорость поперечного движения в сформированном пучке на 30 % превысила рассчитанную по адиабатической теории. Тот же показатель для пушек гиротронов 3-сантиметрового диапазона длин волн [5] достигал 50 %. Удвоенная скорость поперечного движении электронов (100 % превышения над результатами расчёта в адиабатическом приближении) не достигалась не только из-за недостаточно резкого «выключения» электрического поля в максимуме подъёма траектории, но и вследствие падения электрического поля при удалении от катода к точке максимального подъёма при коаксиальной конфигурации пушки. Следует отметить, что в обращённых электронных пушках (анод внутри катода) можно получить дополнительный выигрыш в поперечном движении электрона за счёт роста электрического поля от катода к точке максимального подъёма траектории.

С помощью численного моделирования была также исследована возможность дальнейшего увеличения рабочего тока пучка при рассмотренной конфигурации пушки за счёт увеличения ширины эмиттера. При расширении эмиттера с 4,7 до 16 мм разброс радиальных координат ведущих центров траекторий электронов в рабочем пространстве ещё не превышал характерного размера радиальной вариации рабочей моды, и все электроны находились примерно в одинаковом СВЧ поле, что необходимо для обеспечения высокого КПД гиротрона [14]. На рис. 1*а* приведены расчётные траектории электронов в МИП с широким эмиттером. Отметим, что в пушке с узким



Рис. 2. Траектория электрона, эмитированного с поверхности катода в скрещенных электрическом и магнитном полях. Пунктиром показана плоскость «выключения» электрического поля E

эмиттером электроны движутся примерно по тем же траекториям. Анализ в широком диапазоне рабочих токов, от нуля до  $J_{\rm L}$ , показал (см. рис. 16, пунктирные кривые), что разброс скоростей не превышает допустимой для гиротронов величины 20÷30 % вплоть до тока 380 А, составляющего 0,9 от J<sub>L</sub> для варианта пушки с широким эмиттером. Несмотря на то, что с ростом тока происходит постепенное падение питч-фактора q (вплоть до 0,7 при токе 380 A), величина qоказывается вполне приемлемой (не менее 1) вплоть до тока 250 A (составляющего  $0.6J_{\rm L}$ ), где скоростной разброс ещё мал (см. рис. 16). Отметим, что для достижения таких параметров пучка напряжение на первом аноде было увеличено по сравнению с пушкой с узким эмиттером (с 112 до 168 кВ) с целью компенсации экранирующего действия пространственного заряда. При этом была уменьшена компрессия пучка с целью получения более оптимального для работы прибора среднего диаметра пучка 20 мм вместо 19 мм в пушке с узким эмиттером. На рис. 16 приведена кривая зависимости электрического поля E<sub>c</sub> [кВ/мм] в середине эмитирующего пояска от тока пучка (пунктирная кривая), демонстрирующая степень экранирования эмиттера. При повышении напряжения на первом аноде электрическое поле на поверхности катода хоть и возрастает, но не превышает 3,5 кВ/мм, т. е. остаётся существенно ниже пробойного. Таким образом, результаты численного моделирования указывают на то, что сконструированная пушка позволит формировать качественный интенсивный пучок с током до 250 А при энергии электронов 280 кэВ и обеспечит принципиальную возможность генерации в гиротроне излучения мощностью 30÷35 MBT на длине волны 1 см.

3. Контроль качества ВЭП, формируемого в традиционных гиротронах, обычно проводится

456



Рис. 3. Схема анализатора с магнитным полем: 1 — катод, 2 — корпус инжектора (анод), 3 — промежуточный анод, 4 — катодный и основной соленоиды, 5 — пучок, 6 — конус, 7 — секторная диафрагма, 8 — соленоид анализатора, 9 — коллектор

методом тормозящего электростатического поля [7, 9] в моделирующем режиме со сниженным ускоряющим напряжением (не более 10÷15 кВ). Справедливость такого подхода базируется на идентичности траекторий в слаборелятивистском рабочем и моделирующем режимах согласно известным законам подобия (ток пропорционален напряжению в степени 3/2, магнитное поле пропорционально квадратному корню из напряжения). Но при больших энергиях электронов в рабочем режиме, когда масса электронов существенно зависит от скорости движения, этот метод определения качества ВЭП становится некорректным. Кроме того, существенное снижение температуры эмиттера, необходимое для реализации моделирующего режима (при коэффициентах моделирования около 20), может приводить к пятнистости эмиссии и неоднородности плотности инжектируемого тока. С другой стороны, применение этого метода в высоковольтном режиме требует разработки датчика с электропрочностью, превышающей достигаемую в экспериментах. Отсюда возникает необходимость разработки других адекватных методов диагностики интенсивных релятивистских ВЭП.

Был предложен, разработан и исследован анализатор распределения электронов по скоростям (см. рис. 3), который отличается от электростатического [7, 9] способом сепарирования электронов с поперечной скоростью выше заданной. Для этого вместо тормозящего потенциала применено адиабатически нарастающее (по ходу пучка) магнитное поле. Измеряя прошедший на коллектор ток в зависимости от максимального по продольной координате значения магнитного поля  $H_{\rm max}$ , можно получить информацию о распределении электронов по продольным и поперечным скоростям (см. ниже), а также о питч-факторе пучка. Основным преимуществом такого анализатора является его работоспособность при релятивистских энергиях электронов. Что касается отражённых от магнитной пробки электронов, то они, как и в электростатическом датчике, перехваты-

Н. И. Зайцев, Е. В. Иляков, И. С. Кулагин и др.

ваются коллимирующей секторной диафрагмой вследствие азимутального дрейфа в скрещенных полях в области формирования [7, 9].

В основу работы такого анализатора положены следующие предпосылки:

1) Несложный расчёт распределения потенциала U (и энергии движения) поперек ВЭП трубчатой конфигурации с толщиной в несколько ларморовских радиусов (обычная ситуация для гиротронов) даёт изменение U на величину менее 1 % от ускоряющего напряжения. Поэтому при анализе можно считать, что все электроны имеют одинаковую полную скорость ( $v^2 = v_{\perp}^2 + v_{\parallel}^2 = \text{const}$ ).

2) Адиабатичность нарастания магнитного поля создаёт обычную для магнитных пробочных конфигураций (в силу  $v_{\perp}^2 \propto H$ ) систему отсева электронов путём последовательного отражения скоростных фракций пучка по мере роста  $H_{\text{max}}$ .

3) Магнитный анализатор обладает двумя важными преимуществами применительно к релятивистскому В'ЭП: он позволяет анализировать электронный поток в условиях постоянства массы электронов и не содержит элементов с разными потенциалами, что снимает проблему электропрочности датчика.

4) Предварительные аналитические оценки, основанные на законе сохранения энергии и поперечного адиабатического инварианта, показали, что для получения информации о распределении скоростей электронов в пучке в рассматриваемом диапазоне скоростей требуется увеличение поля в магнитной пробке всего в 2–3 раза по сравнению с рабочим значением.

При таких условиях, если пучок с током  $J_0$  пропускается через область с плавным нарастанием магнитного поля H(z) до заданной величины  $H_{\text{max}}$ , часть электронов (с большими поперечными скоростями  $v_{\perp} \ge v/\sqrt{h}$ , где  $h = H_{\text{max}}/H_0$  — пробочное отношение,  $H_0$  — однородное поле в канале транспортировки) не проходит через пробку и отражается, а затем перехватывается секторной диафрагмой. Измеряя при различных пробочных отношениях прошедший на коллектор ток

$$J_{\rm c}(h) = J_0 \int_0^{x_{\rm max}} f(x) \,\mathrm{d}x,$$

где  $x = v_{\perp}/v$ ,  $x_{\max} = v_{\perp \max}/v = 1/\sqrt{h}$ , можно построить кривую отсечки коллекторного тока  $J_{\rm c}(h)$  и, дифференцируя её, получить функцию распределения электронов по поперечным скоростям f(x). Под разбросом скоростей можно понимать (договорившись об уровне отсчёта от максимума функции распределения) величину

$$\frac{\Delta v_{\perp}}{v_{\perp}} = \frac{x_2 - x_1}{0.5 \left(x_2 + x_1\right)} = \frac{h_1 - h_2}{h_1 + h_2 - 0.5 \left(\sqrt{h_1} - \sqrt{h_2}\right)^2} \approx \frac{h_1 - h_2}{h_1 + h_2} \ ,$$

а под питч-фактором электронного пучка — величину  $g = \bar{v}_{\perp}/\bar{v}_{\parallel}$ .

Чтобы скоростной разброс и питч-фактор, вычисляемые по этим формулам, были адекватны ранее принятым оценкам для гирорезонансных приборов [7, 15], нужно выбирать  $h_1$  и  $h_2$ , при которых через магнитную пробку проходит соответственно 10 % и 90 % тока пучка. На практике в качестве средней поперечной скорости  $\bar{v}_{\perp}$  вместо  $0.5 (x_2 + x_1) v$  берут величину, при которой анализатор отсекает половину тока (уровень 0,5 на кривой отсечки). В частности, для функции распределения гауссовой формы эти два определения дают одинаковый результат, а сама функция в точках  $x_1$  и  $x_2$  спадает примерно вдвое от максимума:  $f(x_1) \approx f(x_2) \approx 0.5 \max[f(x)]$ .

4. Экспериментальные исследования разработанной МИП в варианте с узким эмиттером и анализатора были проведены на ускорителе «Сатурн» [16]. В пушке использовался катод с импрегнированным алюминатно-бариевым эмиттером [17]. Магнитное поле, в котором происходило

Н. И. Зайцев, Е. В. Иляков, И. С. Кулагин и др.

формирование и транспортировка ВЭП, создавалось системой из двух импульсных соленоидов (см. рис. 3). Анализатор, со своим соленоидом внутри вакуумного кожуха (из нержавеющей стали), устанавливался в трубе канала транспортировки. Такая конструкция анализатора позволила, с одной стороны, обеспечить необходимую плавность нарастания магнитного поля, а с другой — устранить влияние анализатора на область формирования пучка за счёт достаточно быстрого уменьшения магнитного поля его соленоида, а также благодаря малой индуктивной связи с основным соленоидом. Измерения показали, что эта связь вызывала изменение магнитного поля в области электронной пушки не более чем на 0,5 % (при пробочном отношении 2). Отметим, что в эксперименте величина магнитного поля в канале транспортировки, создаваемого основным соленоидом, устанавливалась с точностью 0,1 %, а создаваемого соленоидом анализатора — с точностью 1 %. Точность определения напряжения составляла 4 %, а точность измерения тока равнялась 2 %. В результате при условии адиабатичности электронных траекторий магнитный датчик позволял измерять долю тока электронов с поперечной скоростью, меньшей заданной, с точностью не хуже 6 %.



Рис. 4. Кривые отсечки, полученные в моделирующем режиме с помощью электростатического анализатора (кривая 1) и анализатора с магнитным полем (кривая 2). Кривая 3 получена с помощью магнитного анализатора в случае квазипрямолинейных электронных траекторий

Для предотвращения разрушения электродов датчика в результате бомбардировки пучком применялся высоковольтный питающий импульс с длительностью не более 1 мкс, а электроды изготавливались из тугоплавкого металла (тантала). Чтобы ограничить длину участка возможного синхронизма ВЭП с квазикритической модой круглого волновода (т.е. подавить паразитную генерацию гиротронного СВЧ излучения), на участке канала транспортировки с однородным магнитным полем был установлен специальный конус (позиция 6 на рис. 3).

С целью апробации нового анализатора на базе разработанной МИП сначала были проведены тестовые измерения разброса электронов по скоростям в моделирующем режиме при сниженном напряжении 11 кВ (в пренебрежении релятивистскими поправками) и при сниженном токе, по закону подобия соответствующем рабочему току 50 А. Эти измерения выполнялись как с помощью нового датчика с магнитным полем, так и с помощью датчика с тормозящим потенциалом [7].

Кривые отсечки коллекторного тока, полученные с разных датчиков, и для сравнения пересчитанные к зависимости  $J_c/J_0$  от  $x_{\max} = \sqrt{H_0/H_{\max}}$  согласно (1) (для электростатического датчика  $x_{\max} = \sqrt{U_c/U_0}$ , т.е. выражается через отношение потенциалов на тормозящей сетке и в пучке относительно катода), приведены на рис. 4. Видно, что кривые отсечки токов в целом соответствуют друг другу. Некоторое отличие наблюдается на начальных участках кривых отсечки, соответствующих наибольшим осцилляторным

скоростям электронов. Электростатический датчик показывает отсутствие таких электронов (почти без продольной скорости), а магнитный — нет. По всей видимости, электростатический датчик не регистрирует электроны с g > 3, т. к. в этих условиях электроны скользят почти вдоль поверх-

Н. И. Зайцев, Е. В. Иляков, И. С. Кулагин и др.

ности сетки и перехватываются ею (мал угол наклона траекторий электронов к поверхности сетки). Это подтверждается как несложными оценками, так и тем, что кривая отсечки, перенормированная с учётом перехвата части тока сеткой (после этого кривая отсечки проходит ниже на 5÷10 %), ещё ближе подходит к кривой с магнитного датчика. Что же касается отличия кривых на участке, соответствующем электронам с большими продольными и малыми поперечными скоростями в анализируемом ВЭП, то более быструю отсечку «хвоста» распределения с электростатического датчика можно объяснить дополнительным уменьшением продольной скорости электронов при сильном торможении в датчике из-за перекачки части энергии в поперечное движение в микролинзах ячеек сетки (с нарушением адиабатичности движения). Отметим, что электростатический датчик, как и магнитный, позволял измерять долю тока с поперечной скоростью, не превышающей заданную, с точностью не хуже 6 %.

Тестирование магнитного датчика также было проведено в условиях одновременного увеличения магнитного поля катодного и основного соленоидов в 5 раз, когда должен формироваться квазипрямолинейный пучок с малыми поперечными скоростями. Проведённые измерения подтвердили, что траектории электронов близки к прямолинейным (кривая отсечки идёт горизонтально, см. кривую *3* на рис. 4).



Рис. 5. Осциллограммы тока J, напряжения Uи измеряемого сигнала  $J_c$  при пробочном отношении h = 1 (кривая 1) и при h = 2,6 (кривая 2)

5. На заключительном этапе с помощью магнитного анализатора были исследованы ВЭП, формируемые МИП в варианте с узким эмиттером при рабочем напряжении 280 кВ и различных токах: 35, 50 и 80 А. На рис. 5 приведены характерные осциллограммы измеряемых сигналов. Построенные с их помощью кривые отсечки позволяют найти распределения поперечных скоростей для различных значений тока пучка (см. рис. 6). Ограничение магнитного поля  $H_{\rm max} \leq 36~{\rm k}$ Э в условиях эксперимента не позволяло получать пробочные отношения выше  $h_{\text{max}} = 2,6$  (рабочее поле гиротрона  $H_0 = 14 \text{ к}\Theta$ ), поэтому удалось получить лишь часть кривой отсечки до значения, соответствующего отражению 80 % тока пучка. Полученные из кривых отсечки значения разброса и питч-фактора приведены на рис. 16 (звёздочки и точки соответственно). Видно, что с ростом тока происходит снижение g, что, как известно [4, 5], связано с экранировкой эмиттера пространственным зарядом. Измеренные питч-факторы для всех трёх значений токов

достаточно хорошо соответствовали расчётным величинам. Например, для пучка с током 50 А измеренный *g* составляет 1,2, а расчётное значение равно 1,3. Разброс по осцилляторным скоростям, если ввести оценку по уровням 0,2 и 0,9 кривых отсечки, остаётся приемлемым для гиротрона, т. е. не превышает 30 %.

По-видимому, больший разброс, полученный в измерениях, можно объяснить наличием существенной неоднородности эмиссии с поверхности катода в режиме температурного ограничения тока. Это подтверждают измерения распределения плотности тока в пучке, выполненные с помощью составного коллектора, представляющего собой кольцо с диаметром отверстия 16 мм, разрезанное на четыре изолированных сектора, с каждого из которых измерялся ток электрон-



Рис. 6. Кривые отсечки (слева) и функции распределения (справа) для различных токов пучка, полученные в рабочем режиме

ной бомбардировки. Если в *р*-режиме отличие токов с секторов не превышало 20 %, то со снижением накала катода оно возрастало до 2–4 раз. Что касается увеличения расхождения расчётного и измеренного значений питч-фактора с ростом тока пучка, то причиной этого, по-видимому, является большее количество электронов с запредельно высокими осцилляторными скоростями. Это приводит к большему накоплению заряда в области катода, экранировке катода и, соответственно, к понижению питч-фактора [5, 9]. Отметим, что в рамках расчётов по статической модели этот процесс не учитывался.

Таким образом, способ формирования ВЭП, заключающийся в более быстром, неадиабатическом выводе электронов в область высоких потенциалов и уменьшении времени действия сил, обусловленных пространственным зарядом, при снижении числа шагов винтовых электронных траекторий между катодом и рабочим пространством, распространён на область параметров, необходимую для создания гиротрона с длиной волны излучения 1 см. В соответствии с этим подходом разработана и реализована МИП для такого гиротрона с рабочими токами, составляющими половину от ленгмюровского тока пушки. Хорошее качество формируемых таким способом пучков подтверждено в ходе измерений их параметров непосредственно при рабочих энергиях электронов 280 кэВ с помощью предложенного анализатора с магнитным полем, применимого и для релятивистских энергий электронов. Результаты измерений позволяют надеяться на реализацию гиротрона с длиной волны излучения 1 см, мощностью 10 МВт и выше при длительности импульса в десятки микросекунд.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (гранты № 01–02–17173, 03–02–16650, 02–02–17105), Федеральной целевой научно-технической программы «Исследования и разработки по приоритетным направлениям развития науки и техники» на 2002–2006 годы.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Завольский Н. А., Запевалов В. Е., Моисеев М. А. // Изв. вузов. Радиофизика. 2001. Т. 44, № 4. С. 345.
- Зайцев Н. И., Гинзбург Н. С., Завольский Н. А. и др. // Письма в ЖТФ. 2001. Т. 27, № 7. С. 8.

Н. И. Зайцев, Е. В. Иляков, И. С. Кулагин и др.

- 3. Гольденберг А. Л., Петелин М. И. // Изв. вузов. Радиофизика. 1973. Т. 16, № 1. С. 141.
- 4. Гольденберг А. Л., Лыгин В. К., Мануилов В. Н. и др. // Гиротрон. Горький: ИПФ АН СССР, 1981. С. 86.
- 5. Зайцев Н. И., Иляков Е. В., Кривошеев П. В. и др. // Прикладная физика. 2003. № 1. С. 27.
- 6. Лыгин В. К., Мануилов В. Н., Цимринг Ш. Е. // Электронная техника. Сер. 1. Электроника СВЧ. 1987. Вып. 7. С. 36.
- 7. Авдошин Е. Г., Гольденберг А. Л. // Изв. вузов. Радиофизика. 1973. Т. 16, № 10. С. 1605.
- 8. А. с. 1034536 СССР. Электронная пушка мазера на циклотронном резонансе / Малыгин С. А., Мануилов В. Н., Цимринг Ш. Е. Заявл. 18.12.81.
- Kuftin A. N., Lygin V. K., Postnikova A. S., Zapevalov V. E. // Int. J. Infrared and Millimeter Waves. 1999. V. 20, № 3. P. 361.
- 10. Мануилов В. Н., Цимринг Ш. Е. // Изв. вузов. Радиофизика. 1981. Т. 24, № 4. С. 491.
- 11. Лыгин В. К., Цимринг Ш. Е. // ЖТФ. 1973. Т. 43, № 8. С. 1695.
- 12. Tarakanov V. P. User's Manual for Code KARAT. Springfield: Berkeley Research Associates, 1992.
- 13. Цимринг Ш. Е. // Изв. вузов. Радиофизика. 1972. Т. 15, № 8. С. 1247.
- 14. Гольденберг А. Л., Петелин М. И., Шестаков Д. И. // Электронная техника. Сер. 1. Электроника СВЧ. 1973. № 5. С. 73.
- 15. Tsimring Sh. E., Zapevalov V. E. // Int. J. Electronics. 1996. V. 81, № 2. P. 199.
- Зайцев Н. И., Иляков Е. В., Кораблёв Г. С. и др. // Приборы и техника эксперимента. 1995. Вып. 3. С. 138.
- 17. Batrak I. K., Glazman V. N., Zaitsev N. I., et al. // Proc. 8th Int. Conf. on High-Power Particle Beams. Novosibirsk, 1990. V. 1. P. 581.

<sup>1</sup> Институт прикладной физики РАН; <sup>2</sup> Нижегородский госуниверситет им. Н.И. Лобачевского, г. Нижний Новгород, Россия Поступила в редакцию 28 мая 2003 г.

# FORMATION AND MEASUREMENT OF PARAMETERS OF INTENSE RELATIVISTIC HELICAL ELECTRON BEAMS FOR GYROTRONS

N. I. Zaitsev, E. V. Ilyakov, I. S. Kulagin, V. K. Lygin, V. N. Manuilov, and V. E. Nechaev

We develop a magnetron-injection gun for a 1-cm wavelength gyrotron, which permits to increase the operating current up to 50% of the Langmuir current by means of reduction of the time required to bring electrons to the high-potential area. To measure velocity distributions of helical electron beams at energies of several hundreds keV, we propose, develop, and study a new velocity-distribution analyzer based on the effect of electron reflection from an adiabatic magnetic mirror. The results of our study demonstrate that the gun is capable to form high-quality intense beams which can be used in gyrotrons to generate microsecond pulses of microwave radiation with a power higher than 10 MW. УДК 535.5

## НИЗКОЧАСТОТНЫЕ ПАРАЗИТНЫЕ КОЛЕБАНИЯ ПРОСТРАНСТВЕННОГО ЗАРЯДА В ВИНТОВОМ ЭЛЕКТРОННОМ ПУЧКЕ ГИРОТРОНА

Д. В. Касьяненко<sup>1</sup>, О. И. Лукша<sup>1</sup>, Б. Пиосчик<sup>2</sup>, Г. Г. Соминский<sup>1</sup>, М. Тумм<sup>2</sup>

Создан импульсный гиротрон средней мощности, оснащённый системами диагностики, необходимыми для исследования низкочастотных паразитных колебаний пространственного заряда в винтовом электронном пучке и энергетического спектра электронов в коллекторной области. Предложены и испытаны способы подавления паразитных колебаний. Дано возможное объяснение механизма подавления паразитных колебаний.

## введение

Одним из трудноустранимых явлений, ухудшающих характеристики современных гиротронов, является развитие низкочастотных колебаний пространственного заряда на участке перемагничивания электронного пучка. Хотя колебания такого типа, связанные с движением сгустков пространственного заряда в своеобразной ловушке между катодом и пробкой магнитного поля, давно известны (см., например, [1–8]), информация об их характеристиках получена в основном не в действующих гиротронах, а в упрощённых системах формирования винтовых электронных пучков. С целью углублённого изучения колебаний пространственного заряда в действующем гиротроне, определения их воздействия на характеристики гиротрона и выявления применимых на практике способов подавления колебаний, в Санкт-Петербургском государственном политехническом университете создан экспериментальный импульсный гиротрон средней мощности. О первых результатах выполненного на этом приборе исследования низкочастотных колебаний пространственного заряда сообщается в настоящей работе.

## 1. ИССЛЕДОВАНИЕ НИЗКОЧАСТОТНЫХ ПАРАЗИТНЫХ КОЛЕБАНИЙ ПРОСТРАНСТВЕННОГО ЗАРЯДА В ГИРОТРОНЕ

Схематическое изображение сечения созданного экспериментального гиротрона показано на рис. 1. Важнейшие характеристики гиротрона приведены в табл. 1.

Магнитное поле, используемое для компрессии и удержания электронного пучка, формировалось с помощью системы 4-х включённых последовательно соленоидов. Импульсы магнитного поля колоколообразной формы имели у основания длительность приблизительно 10 мс. К управляющей катушке, расположенной вблизи входа в резонатор, можно было подключать специальный шунт. Изменяя сопротивление шунта, можно было регулировать ток через управляющую катушку  $I_{\rm ynp}$  от максимальной величины, равной току  $I_{\rm och}$  через основной соленоид, при отключённом шунте, до величины  $I_{\rm ynp} = 0$ , соответствующей режиму с отключённой катушкой. Направление дополнительного магнитного поля можно было выбирать совпадающим или противоположным основному магнитному полю. Будем в дальнейшем называть такие включения соответственно прямым (или сонаправленным) и встречным. Аналогичным образом изменяя ток катодного соленоида, можно было регулировать коэффициент перемагничивания  $\alpha = B_0/B_{\rm K}$ , где  $B_0$  — магнитное поле в резонаторе,  $B_{\rm K}$  — магнитное поле в области катода.

Д. В. Касьяненко, О. И. Лукша, Б. Пиосчик и др.



Рис. 1. Схематическое изображение сечения экспериментального гиротрона

Радиус резонатора	$14,\!45 \text{ mm}$
Средний радиус пучка в резонаторе	8,53 MM
Длина резонатора	28 MM
Средний радиус катода	35  MM
Угол между эмитирующей поверх-	
ностью катода и осью гиротрона	$35^{\circ}$
Рабочая мода	$TE_{12.3}$
Рабочая частота	74,2 ГГц
Генерируемая выходная мощность Р <sub>0</sub>	70 кВт
Рабочее напряжение $U$	30 кВ
Рабочий ток электронного пучка I	11,5 A

Таблица 1. Основные параметры экспериментального гиротрона

Гиротрон работал в режиме разовых импульсов, длительность  $\tau$  которых регулировалась в пределах 20÷60 мкс. Основные измерения были выполнены при  $\tau = 40$  мкс. Электронный пучок формировался магнетронно-инжекторной пушкой с гексаборид-лантановым термокатодом. Электроны пучка, пройдя сквозь резонатор, осаждались на цилиндрической поверхности коллектора. Излучение гиротрона сквозь выходное кварцевое окно поступало на согласованную калориметрическую нагрузку.

Регистрировались импульсы ускоряющего напряжения и тока пучка, а также выходная мощность гиротрона  $P_0$ . Частоту выходного излучения гиротрона можно было измерить в разовом импульсе на основе анализа сигнала, прошедшего через соединённый с выходной частью экспериментального прибора волновод.

Для измерения характеристик низкочастотных колебаний объёмного заряда использовался специальный ВЧ зонд, сообщающийся с пространством дрейфа пучка через малое отверстие в

Д. В. Касьяненко, О. И. Лукша, Б. Пиосчик и др.

канале транспортировки, или расположенная вне оболочки прибора антенна. Зонд регистрировал наведённые сигналы, связанные с движением сгустков пространственного заряда в ближней к нему зоне пространства транспортировки пучка. Внешняя антенна улавливала излучение из прибора через выводы катода и диэлектрические элементы конструкции. Экспериментальный гиротрон был оснащён энергоанализатором тормозящего поля, который был приспособлен для измерения энергии электронов, вылетающих из коллекторной области гиротрона вдоль силовых линий магнитного поля. По расчётам при разбросе электронов в пучке по поперечным скоростям до 40% конструкция анализатора позволяет определять на основе измерения продольной энергии полную энергию электронов с разрешением  $0.5 \div 1.0\%$ . Измерения энергетического спектра электронов запланировано на ближайшее время. На данном этапе щель в коллекторе, через которую электроны из пучка должны поступать в анализатор, была закрыта специальной заглушкой.



Рис. 2. Зависимости мощности выходного излучения гиротрона  $P_0$  от магнитного поля  $B_0$ , измеренные при ускоряющем напряжении U = = 30 кВ и токе пучка I = 10 А

Были исследованы характеристики низкочастотных паразитных колебаний пространственного заряда и работа гиротрона в широком интервале изменения магнитного поля  $B_0$  в резонаторе (от 2,4 до 3,0 Тл), ускоряющего электроны напряжения U (от 25 до 35 кВ) и тока пучка I (до 12 А). Пусковой ток, при превышении которого начиналась генерация излучения, составлял около 4 А. На рис. 2 показаны типичные зависимости мощности P<sub>0</sub> выходного излучения гиротрона от магнитного поля  $B_0$ , измеренные при фиксированных значениях напряжения U = 30 кВ и тока I = 10 А. Данные приведены не только для рабочей, но и для соседних мод колебаний. На рисунке указаны номера мод и частоты генерации на этих модах.

Для определения спектральных характеристик низкочастотных колебаний регистрирова-

лись разовые реализации сигналов длительностью около 0,4 мкс с зонда или с внешней антенны. Фурье-анализ этих реализаций позволял построить «мгновенный» частотный спектр колебаний. Как показали эксперименты, амплитудно-частотные характеристики колебаний, регистрируемых зондом и антенной, качественно подобны. Частота колебаний пространственного заряда увеличивалась с уменьшением тока пучка. При токе I = 10 A, близком к рабочему, наибольшую амплитуду имели, как правило, колебания на частотах 110÷120 МГц. Наряду с этим, в некоторых случаях регистрировались также колебания меньшей амплитуды на частоте 140÷150 МГц, а также колебания на разностной частоте (около 30 МГц). При уменьшении тока до 4 A частоты колебаний возрастали на 10÷15 МГц. На рис. 3 показаны типичные реализации сигналов и построенные на их основе спектры при разных токе I, напряжении U и магнитном поле  $B_0$ .

Проведённые численные расчёты, в которых методом крупных частиц [6] моделировалась динамика пространственного заряда в ловушке экспериментального гиротрона, дали частоту fколебаний и её зависимость от напряжения f(U). Расчётные частоты оказались близкими к измеренным экспериментально для упомянутой выше основной частоты паразитных колебаний. Это демонстрирует рис. 4, на котором сравниваются расчётная и экспериментально измеренная характеристики f(U). Таким образом, проведённые расчёты подтверждают связь обнаруженных экспериментально колебаний с аксиальным движением электронов в ловушке.

В расчётах также было показано, что сильное влияние на инкремент и амплитуду колебаний

Д. В. Касьяненко, О. И. Лукша, Б. Пиосчик и др. 465



Рис. 3. Типичные реализации сигналов, регистрируемых зондом, и «мгновенные» спектры колебаний пространственного заряда ( $\alpha = 17,5$ ; U = 28 кВ (a) и 30 кВ ( $\delta$ -e); I = 4 A (a) и 10 A ( $\delta$ -e);  $B_0 = 2,51$  Тл (a), 2,62 Тл ( $\delta$ ), 2,59 Тл (e) и 2,4 Тл (e))

оказывает профиль распределения магнитного поля в конце области перемагничивания перед входом в резонатор, где захваченные в ловушку электроны меняют направление продольной скорости на обратное. Такое влияние, видимо, связано с изменением профиля потенциальной ямы для захваченных электронов, что, в свою очередь, сказывается на особенностях развития неустойчивости в ансамбле неизохронных электронов-осцилляторов. Это стимулировало поиск

Д. В. Касьяненко, О. И. Лукша, Б. Пиосчик и др.



Рис. 4. Расчётная и экспериментально измеренная зависимости частоты колебаний f от ускоряющего напряжения U ( $\alpha = 17,5; I = 4$  A)



Рис. 5. Зависимости усреднённой по импульсу амплитуды колебаний пространственного заряда  $A_{\kappa}$  и питч-фактора g от магнитного поля  $B_0$ . Характеристики  $A_{\kappa}(B_0)$  получены при разных значениях тока  $I_{\rm ynp}$  через управляющую катушку, включённую во встречном по отношению к основной катушке направлении

конфигураций магнитного поля, способных подавить паразитные колебания.

На рис. 5 показаны зависимости амплитуды колебаний пространственного заряда, усреднённой по импульсу, от магнитного поля  $B_0$ . Здесь же приведена расчётная зависимость питчфактора g от  $B_0$ . Когда управляющая катушка отключена, т. е. при стандартном распределении магнитного поля, как и следовало ожидать для колебаний, связанных с накоплением в ловушке между катодом и пробкой магнитного поля отражённых от магнитной пробки электронов, амплитуда колебаний пространственного заряда увеличивалась с ростом питч-фактора.

Чтобы оценить воздействие происходящих под действием управляющей катушки вариаций магнитного поля на движение электронов, кроме упомянутого выше расчёта характеристик колебаний с помощью программы EGUN были рассчитаны траектории электронов при разных значениях тока  $I_{\rm ynp}$  через катушку. Статические самосогласованные траектории электронов для стандартного распределения магнитного поля (в отсутствие управляющей катушки), а также при прямом и встречном включении управляющей катушки показаны на рис. 6*a*, *б* и *в* соответственно. Здесь же приведены соответствующие распределения магнитного поля *B*(*z*). Расчёты показали, что уменьшение магнитного поля в области перед входом в резонатор, которое происходит при включении управляющей катушки во встречном основному магнитному полю направлении, может привести к перехвату всего пучка, когда ток катушки равен току через основной соленоид. На рис. 6*e* показан режим с частичным осаждением наружной части пучка при  $I_{\rm ynp} = 0.95I_{\rm och}$ .

Естественно было ожидать, что при частичном перехвате пучка уменьшится амплитуда аксиальных колебаний, поскольку захваченные в ловушку электроны должны при своём колебательном движении смещаться в радиальном направлении к периферии пучка и перехватываться в первую очередь стенкой. Однако заранее было трудно понять, насколько упадёт при этом мощность выходного излучения. В экспериментах была испытана такая возможность подавления паразитных колебаний. На рис. 5 показаны типичные зависимости средней амплитуды колебаний от тока  $I_{\rm ynp}$  через включённую во встречном направлении управляющую катушку. Оказалось, что колебания пространственного заряда на рабочей моде подавляются практически полностью, если ток через управляющую катушку  $I_{\rm ynp} = 0.75 I_{\rm occh}$ . При этом падение выходной мощности на рабочей моде происходит, но не превышает 20%. В области магнитных полей  $B_0 < 2.7$  Тл, т. е. в районе существования других мод колебаний, амплитуда колебаний пространственного заряда падает в 7÷10 раз.



Рис. 6. Рассчитанные траектории электронов в отсутствие управляющей катушки (a), при прямом  $(6, I_{\text{упр}} = I_{\text{осн}})$  и встречном  $(e, I_{\text{упр}} = 0.95I_{\text{осн}})$  включении. Приведены также соответствующие распределения магнитного поля B(z) в отсутствие управляющей катушки (стандартное распределение), при прямом и встречном её включении

Д. В. Касьяненко, О. И. Лукша, Б. Пиосчик и др.

Эксперименты показали, что и при прямом включении управляющей катушки удаётся подавить паразитные колебания. Подавление колебаний сонаправленным магнитным полем иллюстрирует рис. 7. При таком включении управляющей катушки в широком интервале магнитных полей достигается приблизительно одинаковое уменьшение амплитуды колебаний пространственного заряда в 2÷3 раза. При этом введение сонаправленного дополнительного магнитного поля управляющей катушки практически не влияет на выходную мощность гиротрона.

Таким образом, уже первые эксперименты показали продуктивность путей подавления паразитных колебаний пространственного заряда непосредственно в действующем гиротроне. Проведённые испытания свидетельствуют о возможности заметного уменьшения амплитуды паразитных колебаний при сохранении на приемлемом уровне мощности выходного излучения.

#### 2. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Подводя итоги работы, отметим важнейшие результаты.

1) Создан и испытан гиротрон средней мощности, оснащённый системами диагностики, необходимыми для исследования низкочастотных паразитных колебаний пространственного заряда в винтовом электронном пучке и энергетического спектра электронов в коллекторной области.

 Выявлена возможность подавления паразитных колебаний при сохранении на удовлетворительном уровне мощности выходного излучения гиротрона путём введения специальной коррекции распределения магнитного поля в области перед входом в резонатор.

3) Предложено возможное объяснение механизма подавления паразитных колебаний.

Авторы выражают глубокую признательность сотрудникам Института прикладной физики РАН (г. Нижний Новгород) Куфтину А.Н., Лыгину В.К., Моисееву М.А. и Запевалову В.Е. за помощь в проектировании гиротрона, а также в изготовлении катода и резонатора.



Рис. 7. Зависимости амплитуды колебаний пространственного заряда  $A_{\kappa}$ , усреднённой по импульсу, и питч-фактора g от магнитного поля  $B_0$ . Характеристики  $A_{\kappa}(B_0)$  получены при разных значениях тока  $I_{\rm ynp}$  через управляющую катушку, включённую в прямом по отношению к основной катушке направлении

Работа финансировалась Исследовательским центром г. Карлсруе (Германия), а также РФФИ (грант № 01–02–17081).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Tsimring Sh. E. // Int. J. Infrared Millimeter Waves. 2001. V. 22, No. 10. P. 1433.
- 2. Лукша О. И., Соминский Г. Г. // ЖТФ. 1994. Т. 64, № 11. С. 160.
- 3. Лукша О. И., Соминский Г. Г. // ЖТФ. 1995. Т. 65, № 2. С. 198.
- Louksha O.I., Sominski G.G. // Proc. 11th Int. Conf. High Power Particle Beams "BEAMS'96", Prague, Czech Rep., 1996. V.1. P.418.
- Andronov A. N., Ilyin V. N., Khmara V. A., et al. // Proc. 11th Int. Conf. High Power Particle Beams "BEAMS'96", Prague, Czech Rep., 1996. V.1. P. 485.
- 6. Борзенков Д. В., Лукша О. И. // ЖТФ. 1997. Т. 67, № 9. С. 98.

Д. В. Касьяненко, О. И. Лукша, Б. Пиосчик и др.

- Ilyin V. N., Louksha O. I., Mjasnikov V. E., et al. // Proc. 12th Int. Conf. on High-Power Particle Beams "BEAMS'98", Haifa, Israel, 1998. V. 2. P. 800.
- 8. Louksha O.I., Sominskii G.G., Kasyanenko D.V. // J. Commun. Techn. Electron. 2000. V.45, suppl. 1. P. 71.

<sup>1</sup> Санкт-Петербургский государственный политехнический университет, г. Санкт-Петербург, Россия; <sup>2</sup> Институт импульсной техники и микроволновой технологии Исследовательского центра г. Карлсруе, Германия

Поступила в редакцию 11 сентября 2003 г.

## LOW-FREQUENCY PARASITIC SPACE-CHARGE OSCILLATIONS IN THE HELICAL ELECTRON BEAM OF A GYROTRON

D. V. Kas'yanenko, O. I. Louksha, B. Piosczyk, G. G. Sominsky, and M. Thumm

We design and manufacture a moderate-power pulse gyrotron equipped with diagnostic systems for studying low-frequency parasitic space-charge oscillations in the helical electron beam and electron energy spectra in the collector region. Methods for suppression of parasitic oscillations are proposed and tested. An explanation of the possible mechanism of suppression of these oscillations is given. УДК 535.5

# ИССЛЕДОВАНИЕ ИНТЕНСИВНЫХ ИМПУЛЬСНЫХ ЭЛЕКТРОННЫХ ПУЧКОВ БОЛЬШОГО СЕЧЕНИЯ

А. В. Архипов<sup>1</sup>, В. Г. Ковалёв<sup>2</sup>, М. В. Мишин<sup>1</sup>, Г. Мюллер<sup>3</sup>, Г. Г. Соминский<sup>1</sup>, В. И. Энгелько<sup>2</sup>

Разработаны методы исследования интенсивных длинноимпульсных электронных пучков большого сечения. Определены пространственно-энергетические характеристики электронных пучков на технологической установке GESA. Выявлены колебания пространственного заряда в таких пучках и предложены возможные варианты объяснения их природы и влияния на энергетический спектр электронов.

#### ВВЕДЕНИЕ

Для модификации свойств поверхности материалов в последние годы всё более широко используются импульсные электронные пучки (см., например, [1, 2]). Применяемые для этих целей высоковольтные и сильноточные электронные потоки большого сечения должны быть максимально однородны и обладать малым разбросом электронов по скоростям. Создать такие потоки и поддерживать их высокое качество в процессе обработки материалов чрезвычайно трудно. Препятствуют этому сложные и недостаточно ещё понятые явления, связанные, например, с изменением во времени характеристик эмиттера, с развитием коллективных процессов в пучке, с накоплением в нём ионов, с возникновением и движением плотной коллекторной плазмы. Очевидно, что для отыскания эффективных методов формирования интенсивных электронных потоков высокого качества с указанными выше характеристиками необходимо разобраться с закономерностями происходящих в них процессов. Важно, кроме того, научиться контролировать характеристики этих потоков при их эксплуатации. Решению этих задач посвящена данная работа.

Были изучены пространственно-временные, энергетические и колебательные характеристики удерживаемых магнитным полем пучков со следующими основными параметрами: энергия эле- ктронов 60÷140 кэВ, ток пучка 40÷120 A, длительность импульсов 20÷50 мкс. Основные исследования выполнены на электронно-пучковых технологических установках типа GESA НИИ ЭФА им. Д. В. Ефремова с мишенями из нержавеющей стали. Для определения механизма коллективных процессов в пучках исследования колебаний пространственного заряда проводились на установках с мишенями не только из нержавеющей стали, но и из графита. Для отработки методов диагностики использовалась также модельная установка Санкт-Петербургского государственного политехнического университета [3] с более скромными параметрами: энергия электронов 30÷40 кэВ, ток пучка до 5 А.

#### 1. АНАЛИЗ ЭНЕРГЕТИЧЕСКОГО СПЕКТРА ЭЛЕКТРОНОВ И ПОПЕРЕЧНОЙ СТРУКТУРЫ ЭЛЕКТРОННОГО ПУЧКА

Сечение разработанной в НИИ ЭФА системы формирования электронного потока схематически показано на рис. 1. Источником электронов здесь является оригинальный многоострийный взрывоэмиссионный катод [1, 2], обеспечивающий получение электронных пучков с плотностью мощности на мишени  $10^6 \div 10^7$  BT/см<sup>2</sup> при длительности импульса  $10^{-5} \div 10^{-4}$  с.

А. В. Архипов, В. Г. Ковалёв, М. В. Мишин и др.

Катод находится под высоким отрицательным потенциалом  $U_0$  относительно земли. Сетка соединена с землёй через сопротивление R, и при протекании тока её потенциал автоматически устанавливается на уровне  $40\div50$  кВ относительно катода. Такого напряжения достаточно для возникновения взрывной эмиссии с катода. Далее электроны, прошедшие сквозь сетку, доускоряются до полной энергии  $eU_0$  и бомбардируют мишень. С помощью сравнительно небольшого магнитного поля  $B_0$ , увеличивающегося с удалением от катода и имеющего у мишени величину порядка 0,1 Тл, осуществляется компрессия и транспортировка пучка. Мишень располагается на расстоянии около 1 м от катода. Диаметр пучка на мишени меняется при изменении распределения магнитного поля в пределах приблизительно от 50 до 80 мм.

Описанная система формирования электронных пучков работает в режиме разовых импульсов. При обработке материалов важно знать угловое и энергетическое распределения электронов, т. к. они влияют на распределение энерговыделения по глубине мишени.

Для определения энергетических характеристик пучка нами был создан энергоанализатор тормозящего поля, сечение которого схематически показано на рис. 2a. Электроны из пучка, бомбардирующего мишень 1, проникали в анализатор через отверстие диаметром 1,5 мм. Задерживающее электроны поле создавалось системой двух электродов 5 и 5'. На электрод 5 подавалось отрицательное относительно земли задерживающее напряжение  $U_3$ . При этом половина задерживающего напряжения автоматически и одновременно подавалась на электрод 5'. Импульсы задерживающего напряжения длительностью около 10 мкс имели пилообразную форму. Меняя за-



Рис. 1. Схематическое изображение сечения системы формирования электронного пучка

держку импульсов напряжения  $U_3$  относительно импульса ускоряющего электроны напряжения  $U_0$ , можно было измерять энергетический спектр проникающих в анализатор электронов на разных участках импульса. Ток электронов  $I_{\rm K}$ , прошедших через область тормозящего поля, измерялся в цепи коллектора 7, выполненного в форме цилиндра Фарадея. Для экранировки коллектора от импульсных наводок была установлена сетка 6 с прозрачностью порядка 70 %. Использование электродов 2 и 3 позволяло измерять токи падающих на мишень ( $I_{\rm M}$ ) и отражённых задерживающим полем ( $I_0$ ) электронов соответственно. Сетка 4 экранировала эти электроды от наводок со стороны электродов 5 и 5', находящихся под высоким импульсным потенциалом.

Созданный анализатор в силу ограниченной электрической прочности высоковольтных зазоров мог быть использован для измерения энергий электронов ориентировочно до 70 кэВ. Поэтому приведённые ниже данные об энергетических спектрах получены при ускоряющем напряжении 60 кВ.

Оригинальная особенность энергоанализатора состояла в том, что измерение кривых задержки в нём (зависимостей тока на коллектор от напряжения  $U_3$ ) можно было проводить при наличии дополнительного локализованного внутри анализатора неоднородного магнитного поля  $B_a$ . Для создания этого поля использовалась система катушек, закреплённых на анализаторе. Это дополнительное поле практически не проникало в область транспортировки пучка и не меняло его характеристики даже у поверхности бомбардируемой мишени. На участке изменения «встроен-

А. В. Архипов, В. Г. Ковалёв, М. В. Мишин и др.



Рис. 2. (a) Схематическое изображение сечения энергоанализатора: 1 — мишень, 2 и 3 — коллекторы для измерения тока на мишень и тока отражённых электронов соответственно, 4 — сетчатый экран, 5 и 5' — электроды, формирующие задерживающее поле, 6 — сетчатый экран коллектора 7. (б) Типы распределений магнитного поля в анализаторе. Отмечены положение мишени и сечение минимума потенциала в анализаторе

ного» в анализатор магнитного поля происходит увеличение или уменьшение (в зависимости от полярности поля) поперечной составляющей скорости электронов и соответствующее обратное изменение продольной составляющей. Проводя измерения кривых задержки тока анализатора при разных амплитудах дополнительного магнитного поля, можно определить соотношение поперечной и продольной скоростей электронов при влёте в анализатор. На рис. 26 показаны три типичных распределения магнитного поля в анализаторе, при которых проводились измерения энергетического спектра электронов.



Рис. 3. Радиальное распределение плотности тока на мишени

При отключённых катушках анализатора магнитное поле в нём определяется внешними соленоидами установки и равно  $B_0$ . При одной из полярностей дополнительного поля  $B_a$  поле в анализаторе больше, а при другой — меньше  $B_0$ . Если характеризовать суммарное магнитное поле

А. В. Архипов, В. Г. Ковалёв, М. В. Мишин и др.



Рис. 4. (*a*) Импульсы токов на коллектор анализатора ( $I_{\kappa}$ ) и на мишень ( $I_{M}$ ), тока отражённых электронов ( $I_{o}$ ), а также импульс задерживающего электроны напряжения  $U_{3}/U_{0}$ . (*б*) Кривые задержки тока на коллектор анализатора — зависимости величины  $S = I_{\kappa}/I_{0}$  от  $U_{3}/U_{0}$ 

в анализаторе относительной величиной  $\beta = (B_0 \pm B_a)/B_0$ , то в первом из рассмотренных случаев  $\beta = 1$ , во втором  $\beta > 1$ , а в третьем  $\beta < 1$ .

Анализатор имел сильфонное соединение с корпусом экспериментальной установки и мог перемещаться в направлении, перпендикулярном оси исследуемого пучка. Измеряя токи в анализатор при разных положениях входного отверстия, можно было измерять распределение плотности тока пучка в его поперечном сечении. Пример измеренного распределения плотности тока показан на рис. 3.



Рис. 5. Спектры энергий продольного движения электронов — зависимости величины  $dS/dW_{\parallel}$  от  $W_{\parallel}/(eU_0)$ , где  $S = I_{\kappa}/I_0$ ,  $W_{\parallel} = eU_3$ . Характеристика, изобржённая сплошной линией, получена дифференцированием кривой задержки, приведённой на рис. 46. Пунктиром изображён типичный «широкий» спектр энергий продольного движения

Пространственные и энергетические характеристики пучка измерялись в разных его сечениях и в разные моменты времени в течение импульса тока. Распределения электронов по энергии продольного движения определялись по одиночному импульсу. Для получения информации о поперечных скоростях электронов и о поперечной структуре пучка были необходимы данные по серии импульсов. Относительные значения продольной энергии электронов  $W_{\parallel}/(eU_0)$  определялись с точностью порядка 1 %.

На рис. 4 приведены типичные импульсы токов на электроды анализатора (рис. 4*a*) и кривые задержки тока на его коллектор (рис. 4*b*). На рис. 4*a* показано, кроме того, изменение во времени относительной величины задерживающего потенциала  $U_3/U_0$ . На всех токовых характеристиках выделяется довольно глубокая модуляция, природу которой мы обсудим позже. Сейчас же обратим внимание на то, что кривые за-

держки, построенные в максимумах и в минимумах модуляции тока на коллектор (см. рис. 46), отличаются слабо.

Крутизна падающего участка кривых задержки определяется разбросом электронов по энергии, и распределение электронов по энергии строится в результате дифференцирования кривых

А. В. Архипов, В. Г. Ковалёв, М. В. Мишин и др.



Рис. 6. Усреднённые по большому количеству импульсов зависимости характерной ширины энергетических спектров (*a*) и положения их центра (*б*) от нормализованной амплитуды магнитного поля в анализаторе  $\beta = (B_0 \pm B_a)/B_0$ 

задержки. Энергетические спектры могут быть охарактеризованы двумя параметрами: положением их центра и характерной шириной. Использованный в данной работе способ определения указанных параметров пояснён на рис. 4*6*. Центр спектра соответствует полувысоте кривой задержки, а его ширина соответствует интервалу задерживающих напряжений между точками на кривой задержки с токами 0,2 и 0,8 от максимальной величины.

Было установлено, что вид кривых задержки и энергетических спектров сильно меняется в разных импульсах, а также при введении в анализатор дополнительного магнитного поля. На рис. 5 приведены типичные распределения электронов по продольной энергии  $W_{\parallel}$ , полученные на основании кривых задержки, измеренных в от-



Рис. 7. Изменение относительной энергии поперечного движения электронов по радиальному сечению пучка у мишени

сутствие дополнительного магнитного поля в анализаторе (при  $\beta = 1$ ). Проведённые измерения свидетельствуют, что в потоке электронов, бомбардирующих мишень, существуют частицы, энергия которых заметно (на 5 % и более) превосходит начальную энергию  $eU_0$ .

Рис. 6 иллюстрирует изменения величин  $U_{3\mathrm{H}}/U_0$  и  $\Delta U_3/U_0$  в широком интервале изменения амплитуды дополнительного магнитного поля (величины  $\beta$ ). Как и следовало ожидать, отсечка тока на коллектор при уменьшении  $\beta$  становится всё более резкой, т. е. величина  $\Delta U_3/U_0$  увеличивается с ростом  $\beta$ .

Как нетрудно показать, при адиабатическом распределении магнитного поля в энергоанализаторе по наклону зависимости  $U_{3ii}/U_0$  от  $\beta$  можно найти соотношение между энергиями продольного  $W_{\parallel}$  и поперечного  $W_{\perp}$  движения электронов при их падении на мишень, а следовательно, и средний угол падения  $\alpha$ . Выполненные в работе численные расчёты электронных траекторий в анализаторе свидетельствуют, что в исследованных режимах отклонениями движения частиц от адиабатичности можно пренебречь.

На рис. 7 показаны зафиксированные в экспериментах изменения энергии поперечного движения электронов на разных радиальных расстояниях от оси пучка. Как следует из этих данных, отсчитанный от нормали к мишени средний угол падения электронов невелик и по всему сечению

А. В. Архипов, В. Г. Ковалёв, М. В. Мишин и др.

пучка колеблется в пределах от 10° до 15°. Полученные сведения об углах падения электронов на мишень согласуются с результатами измерений, выполненных ранее с использованием метода колодцев [4].

Как уже отмечалось выше, в бомбардирующем мишень потоке присутствуют электроны с энергией, превышающей величину  $eU_0$ . Появление электронов с аномально большими энергиями может быть связано с действием переменных полей в пространстве формирования и транспортировки пучка, возникающих в результате развития коллективных процессов в пучке. Поэтому исследования энергетического спектра подтолкнули нас к изучению колебаний пространственно-го заряда в пучке.

## 2. ИССЛЕДОВАНИЕ КОЛЕБАНИЙ ПРОСТРАНСТВЕННОГО ЗАРЯДА В ЭЛЕКТРОННОМ ПУЧКЕ

Анализ коллективных процессов начнём с результатов, полученных при исследовании пучков электронов малой энергии 60 кэВ, бомбардирующих мишень из нержавеющей стали.

Низкочастотные колебания в таких пучках на частотах от сотен килогерц до 1÷2 МГц существуют практически всегда. Они определяют глубокую модуляцию потока электронов, проникающих в анализатор через малое входное отверстие, но практически незаметны в полном токе пучка. Такие колебания появляются с запозданием 3÷5 мкс по отношению к импульсу ускоряющего электроны напряжения и, видимо, связаны с ионными процессами в пучке. Измерения, выполненные с помощью системы электродов малого сечения, закреплённых на пути пучка у поверхности мишени перед входным отверстием анализатора, показали, что низкочастотные колебания связаны с движением сгустков пространственного заряда в направлении, перпендикулярном оси системы. Об этом свидетельствовало закономерное изменение фаз сигналов на электродах, смещённых друг относительно друга в азимутальном направлении.

Наряду с указанными, были выявлены и более высокочастотные колебания. Для измерения пространственно-временны́х характеристик таких колебаний использовались специальная коаксиальная зондовая система, перемещаемая вдоль внутренней стенки вакуумной камеры между мишенью и сеткой, и внешняя широкополосная антенна, которую устанавливали рядом с диэлектрическим окном вакуумной камеры, расположенным сбоку от мишени. Регистрировались разовые временны́е реализации сигналов длительностью около 1 мкс или продетектированные сигналы. Фурье-анализ временны́х реализаций позволял строить «мгновенные» спектры колебаний.

В измерениях было установлено, что спектр колебаний, зафиксированных внутренним зондом, несколько меняется с удалением от мишени в сторону катода. Спектральный состав сигнала внешней антенны практически не отличается от регистрируемого внутренним зондом вблизи мишени. У мишени превалируют квазигармонические колебания на частотах приблизительно 50 МГц (см. рис. 8*a*), которые можно связать с колебательным движением электронов между катодом и мишенью. В таких колебаниях могут участвовать электроны пучка, отражённые от мишени, а затем переотражённые электрическим полем у катода. Время движения таких электронов от мишени до катода и обратно приблизительно равно периоду колебаний. Колебания такого типа наблюдались ранее авторами данной работы в системах формирования релятивистских электронных пучков [5, 6]. Отмеченное в экспериментах обогащение спектра более высокочастотными составляющими (с частотой более 100 МГц) на больших расстояниях от мишени может быть обусловлено появлением гармоник основной частоты в области поворота электронных сгустков вблизи катода.

Амплитуда сигналов на частотах вблизи 50 МГц промодулирована в течение импульса с частотой около 8 МГц. Пиковые значения амплитуды колебаний такого типа падают во времени

А. В. Архипов, В. Г. Ковалёв, М. В. Мишин и др.



Рис. 8. Типичные «мгновенные» спектры колебаний пространственного заряда, измеренные на установке с мишенью из нержавеющей стали при ускоряющих электроны напряжениях 60 кВ (*a*) и 100 кВ (*б*)

с удалением от переднего фронта импульса тока. Такое изменение хорошо прослеживается при наблюдении продетектированных импульсных сигналов (рис. 9). Природа модуляции пока не имеет однозначного объяснения. Можно, видимо, только предположить, что она связана каким-либо образом с резонансными свойствами использованной триодной системы формирования электронного пучка.

Для того, чтобы экспериментально выявить влияние на описанные выше колебания пространственного заряда потока электронов, отражённых мишенью, были выполнены измерения с мишенями не только из нержавеющей стали, но и из графита. Графит имеет существенно меньший коэффициент отражения электронов, чем нержавеющая сталь [7]. Падение амплитуды колебаний при переходе к мишени из графита должно было бы свидетельствовать о важной роли отражённых электронов в их раскачке. Электронные колебания на частотах вблизи 50 МГц не пропадали полностью, но их максимальная амплитуда резко падала в течение всего импульса, за исключением его начала. Это хорошо видно из сравнения импульсов продетектированных сигналов для мишеней из нержавеющей стали и из графита, приведённых на рис. 9. Таким образом, эти данные подтверждают справедливость модели, связывающей развитие колебаний с отражением электронов от мишени.

Проведённые измерения показали, что характеристики колебаний пространственного заряда в системе формирования электронного пучка с мишенью из нержавеющей стали заметно меняются при увеличении ускоряющего напряжения до 100÷140 кВ. На рис. 10 и 8*6* изображены соответственно импульс продетектированного сигнала и спектр колебаний, зарегистрированные в системе формирования электронного пучка с мишенью из нержавеющей стали при ускоряющем напряжении 100 кВ. Обращают на себя внимание следующие изменения характеристик продетектированного сигнала, происходящие с ростом ускоряющего напряжения. Во-первых, при сохранении глубокой модуляции сигналов их амплитуда не уменьшается, а увеличивается во времени. Во-вторых, существенно (приблизительно в 2÷2,5 раза) увеличивается частота модуляции (рис. 9 и 10). Максимум амплитуды спектра колебаний смещается в область бо́льших частот (порядка 70÷100 МГц), что и следовало ожидать при увеличении напряжения и в связи с этим уменьшении времени движения электронов между катодом и мишенью.

Наконец, последнее, что хотелось бы отметить, анализируя колебания пространственного заряда. Из сопоставления продетектированных сигналов и непосредственного наблюдения временны́х реализаций сигнала для разных материалов мишени следует, что при использовании ми-

А. В. Архипов, В. Г. Ковалёв, М. В. Мишин и др.





Рис. 9. Импульсы продетектированных сигналов, полученные на установке с мишенями из нержавеющей стали и из графита при ускоряющем электроны напряжении 60 кВ

Рис. 10. Импульс продетектированного сигнала, полученный на установке с мишенью из нержавеющей стали при ускоряющем электроны напряжении 100 кВ

шеней из нержавеющей стали интенсивности колебаний, регистрируемых этими двумя методами, близки. В случае же графитовой мишени продетектированные сигналы, во всяком случае в интервале времён до середины импульса тока, обладают заметно большей мощностью. Отсюда, хотя и на основе косвенных данных, можно сделать вывод о том, что наряду с описанными низкочастотными колебаниями существуют и более высокочастотные. Действительно, детекторная система имеет гораздо более широкую полосу частот (до 1000÷1500 МГц), чем использованный при наблюдении временны́х реализаций осциллограф (порядка 250 МГц). Если такие рассуждения верны, можно предположить, что колебания на установке с графитовой мишенью более высокочастотны и, возможно, имеют другую природу.

#### 3. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Подводя итоги проделанной работы, отметим важнейшие её результаты.

1) Разработаны методы исследования пространственных и энергетических характеристик, а также колебаний объёмного заряда интенсивных длинноимпульсных пучков большого сечения.

2) Созданные энергоанализаторы нового типа с собственной системой создания неоднородного магнитного поля позволяют получать информацию о продольных и поперечных скоростях электронов у поверхности мишени-коллектора.

3) Определены важнейшие характеристики электронных потоков, используемых для обработки материалов, в том числе:

-определены энергетические спектры бомбардирующих мишень электронов и выявлены аномально быстрые электроны с энергиями, превышающими на 5 %и более величину, соответствующую ускоряющему напряжению;

— определены характерные углы (порядка 10°÷15°) падения электронов на мишень;

— выявлены колебания пространственного заряда и предложены возможные варианты объяснения их природы.

Работа финансировалась Исследовательским центром г. Карлсруе (Германия), а также РФФИ (грант № 01–02–17081).

А. В. Архипов, В. Г. Ковалёв, М. В. Мишин и др.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Engelko V. I., Lazarenko A. V., Pecherskii O. P. // Proc. of 9th Intern. Conf. On High Power Particle Beams, Washington, USA, 1992. V. 3. P. 1935.
- 2. Mueller G., Bluhm H., Engelko V., Yatsenko B. // Vacuum. 2001. V. 62. P. 211.
- 3. Архипов А. В., Соминский Г. Г. // Письма в ЖТФ. 1994. Т. 20, № 11. С. 6.
- Engelko V., Mueller G., Kovalev V., Komarov O. // Proc. of 14th Intern. Conf. On High Power Particle Beams, Albuquerque, USA, 2002.
- 5. Богданов Л. Ю., Соминский Г. Г., Фабировский А. Я. // ЖТФ. 1998. Т. 68, № 1. С. 102.
- 6. Ганичев Е. В., Дворецкая Н. В., Соминский Г. Г. // ЖТФ. 2002. Т. 72, № 7. С. 106.
- Аброян И. А., Андронов А. Н., Титов А. И. Физические основы электронной и ионной технологии. М.: Высшая школа, 1984. 320 с.
- <sup>1</sup> Санкт-Петербургский государственный политехнический Поступила в редакцию университет, г. Санкт-Петербург;
  <sup>2</sup> НИИ ЭФА им. Д. В. Ефремова, г. Санкт-Петербург, Россия;
  - <sup>3</sup> Исследовательский центр г. Карлсруе, Германия

## EXPERIMENTAL STUDIES OF INTENSE PULSED LARGE-AREA ELECTRON BEAMS

A. V. Arkhipov, V. G. Kovalev, M. V. Mishin, G. Mueller, G. G. Sominsky, and V. I. Engel'ko

We develop experimental techniques for studying intense long-pulsed large-area electron beams were developed and used to measure spatial and energy parameters of the electron beams in the GESA technological facility. Space-charge oscillations in such beams are discovered. Possible explanations of the nature of these oscillations and their effect on the electron energy spectrum are proposed. УДК 621.385.642.3

## АНАЛИЗ ХАРАКТЕРИСТИК АНОДНОГО БЛОКА МАЛОГАБАРИТНОГО МАГНЕТРОНА

Р. А. Силин, И. П. Чепурных

Продемонстрированы возможности созданного нами пакета прикладных программ «Стык» для решения трёхмерных задач электродинамики для устройств, которые можно представить в виде каскадного сочленения волноводов произвольного сечения. С помощью этого пакета исследован спектр собственных колебаний анодного блока малогабаритного магнетрона, определено распределение поля по высоте анодного блока и волновое сопротивление для  $\pi$ -колебаний. Показано, что в октавной полосе частот анодный блок имеет только три вида колебаний, а поле по высоте анодного блока распределено неравномерно.

#### ВВЕДЕНИЕ

Созданный нами ранее пакет прикладных программ «Стык» описан в работах [1–7]. Он предназначен для решения трёхмерных задач электродинамики для волноводных устройств, которые можно представить в виде каскадного сочленения волноводов произвольного сечения. Этот пакет позволяет рассчитывать многомодовые матрицы рассеяния устройств [1, 2], собственные частоты и внешние добротности резонаторов [3, 6], дисперсионные характеристики и сопротивление связи замедляющих систем [4, 5], изочастоты искусственных диэлектриков [7]. В настоящей работе возможности метода иллюстрируются на примере весьма сложной проблемы.

Исследуются электродинамические характеристики анодного блока магнетрона [8, 9] (см. рис. 1), отличающегося от обычного уменьшенными габаритами и более низкими рабочими напряжениями. До сих пор ни вид дисперсионной характеристики этого блока, ни поля его колебаний не были исследованы. Лишь грубо оценивалась частота  $\pi$ -колебаний, после чего размеры блока подбирались эмпирически.

Анодный блок содержит 24 ламели 1, представляющие собой штыри сечением  $0,4 \times 1,9$  мм и длиной 16 мм. Штыри соединены попеременно с двумя связками 2, расположенными одна над другой на расстоянии 6 мм. Сечение каждой связки  $1,5 \times 3$  мм, внутренний радиус 6 мм. Связки попеременно соединены с корпусом анодного блока с помощью восьми опор 3. Блок содержит 4 периода, в каждом из которых 6 ламелей, так что его можно рассматривать как замкнутую в цилиндр шестиступенчатую замедляющую систему (ЗС). Необходимая информация о спектре собственных колебаний ниже получена с помощью созданного нами комплекса программ «Стык» для расчёта электродинамических характеристик устройств, которые можно представить в виде сочленения (стыков) отрезков волноводов произвольного сечения. Сначала методом конечных элементов рассчитываются поля всех Т-волн и до 120-ти типов H- и E-волн. Потом поля соседних волноводов сшиваются проекционным методом. В результате определяются многомодовые матрицы рассеяния волноводных сочленений, а затем — собственные частоты резонаторов, их нагруженные добротности, дисперсионные характеристики и сопротивление связи соответствующих замедляющих систем [3–7].

Цель настоящей работы состоит в исследовании спектра частот и полей видов колебаний анодного блока магнетрона и замене натурного эксперимента численным.

Р. А. Силин, И. П. Чепурных





# 1. ДИСПЕРСИОННАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА АНОДНОГО БЛОКА КАК ЗАМЕДЛЯЮЩЕЙ СИСТЕМЫ

Анодный блок представляет собой резонатор, в котором возможны различные виды колебаний. Созданный нами пакет прикладных программ [1–7] для расчёта характеристик резонаторов позволяет определить их собственные частоты. С целью установления соответствия между собственными частотами и формой колебаний рассмотрим сначала резонатор как ЗС, т. е. «развернём» его. При этом размеры несколько исказятся, и соответствующие частоты изменятся. Вместе с тем станет более ясной связь формы колебаний с частотой и удастся определить сопротивление связи, которое можно пересчитать в волновое сопротивление. Количественно дисперсионная характеристика уточняется после вычисления собственных частот анодного блока как резонатора. ЗС имеет плоскости симметрии, перпендикулярные оси системы. Поэтому при расчёте можно рассматривать отрезок, равный половине периода. Его представляем в виде сочленения девяти волноводов разного сечения (рис. 2).

Результаты расчёта дисперсионной характеристики ЗС приведены на рис. 3. Резонатор содержит четыре периода, так что сдвиг фаз  $\psi$  поля на полном периоде ЗС может принимать значения [10, 11]  $\psi = 0; \pm \pi/2; \pi$ . При  $\psi = 0$  и  $\psi = \pi$  колебания не вырождены, а при  $\psi = \pm \pi/2$  двукратно вырождены. Каждый период d резонатора содержит 6 ламелей, так что сдвиг фазы  $\varphi$ поля пространственных гармоник между соседними ламелями (d/6) может принимать значения  $\varphi = 0; \pi/3; 2\pi/3; \pi$  при  $\psi = 0, \varphi = \pi/6; \pi/2; 5\pi/6$  при  $\psi = \pi$  и  $\varphi = \pi/12; \pi/4; 5\pi/12; 7\pi/12; 3\pi/4;$  $11\pi/12$  при  $\psi = \pi/2$ . Распределение поля по ламелям при различных  $\psi$  и  $\varphi$  показано на рис. 4.

Р. А. Силин, И. П. Чепурных



Геометрические места точек постоянных значений  $\varphi = \pi/6$ ;  $\pi/3$ ;  $\pi/2$ ;  $2\pi/3$ ;  $5\pi/6$ ;  $\pi$  нанесены на рис. 3 штриховыми линиями. Номера пространственных гармоник указаны на рисунке справа.

Ветви дисперсионной характеристики разбиваются на две группы [10, 11]. Одной из них соответствует симметричное распределение поля по высоте ламели относительно скользящей плоскости (они обозначены сплошными линиями и снабжены символами «с»), а другой — антисимметричное (штрих-пунктирные линии и символы «а»).

На рис. 5 представлены зависимости амплитуд первой ( $\varphi = \pi/3$ ) и третьей ( $\varphi = \pi$ ) пространственных гармоник от координаты z. Видно, что амплитуда поля рабочей гармоники ( $\varphi = \pi$ ) имеет минимум в центре анодного блока (z = 0), максимальна напротив связки ( $z = \pm 4$  мм) и минимальна на краях ( $z = \pm 8$  мм). Амплитуда нулевой гармоники максимальна в двух милли-

Р. А. Силин, И. П. Чепурных



Рис. 3. Дисперсионная характеристика замедляющей системы



Рис. 4. Распределение компоненты  $E_z$  электрического поля пространственных гармоник на половине периода (*a* и *б*) и на периоде замедляющей системы при  $\psi = 0$  (*a*),  $\psi = \pi$  (*б*) и  $\psi = \pi/2$  (*в*)

метрах от края блока ( $z = \pm 6$  мм) и равна нулю в скользящей плоскости симметрии.

## 2. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЁТА ДЛИН ВОЛН СОБСТВЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ АНОДНОГО БЛОКА КАК РЕЗОНАТОРА

Резонатор имеет четыре плоскости симметрии, параллельные оси z (см. рис. 1), поэтому расчёт собственных длин волн  $\lambda_{\pi}$  и  $\lambda_{5\pi/6}$  при  $\varphi = \pi$  ( $\psi = 0$ ) и  $\varphi = 5\pi/6$  ( $\psi = \pi$ ) с помощью программы «Стык» сводится к рассмотрению сектора с углом 45°. Этот сектор соответствует половине периода исследованной ЗС. Он ограничен в обеих плоскостях магнитными стенками

Р. А. Силин, И. П. Чепурных



Рис. 5. Распределение компоненты  $E_z$  электрического поля по высоте анодного блока для первой (*a*) и третьей (*б*) пространственных гармоник  $\pi$ -колебаний

при  $\varphi = \pi$ , с одной стороны — электрической стенкой, а с другой — магнитной при  $\varphi = 5\pi/6$ . Резонатор разбиваем по высоте на 7 однородных волноводов (рис. 6). Чтобы не проводить трудоёмких вычислений длины волны  $\lambda_{11\pi/12}$  собственных колебаний при  $\varphi = 11\pi/12$  ( $\psi = \pi/2$ ), определяем её по формуле  $\lambda_{11\pi/12} \approx (\lambda_{\pi} + \lambda_{5\pi/6})/2$ , воспользовавшись тем, что участок кривой дисперсии (рис. 3) между линиями  $\varphi = \pi$  и  $\varphi = 5\pi/6$  представляет собой почти прямую.

Результаты расчётов и измерений приведены в табл. 1. Как видно, расхождение не превышает 2%. Экспериментальные данные получены от А. Н. Каргина.

$\psi$	$\varphi$	$\lambda,$ mm	$\lambda$ , mm	расхождение,
		(измерение)	(расчёт)	%
0	$\pi$	201,3	196,7	2,3
$\pi$	$5\pi/6$	107,1	107,4	0,2
$\pi/2$	$11\pi/12$	152,3	$152,\!05$	0,02

Таблица 1

При расчёте в каждом из волноводов (см. рис. 2 и 6) учитывалось до 60 типов Т-, *H*- и *E*-волн. В качестве иллюстрации на рис. 6 приведены эпюры электрического поля и критические длины низших *H*-волн.

## 3. РАСЧЁТ ВОЛНОВОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ

Волновое сопротивление анодного блока, отнесённое к одному периоду ЗС, определяется соотношением  $\rho = U^2/(2\omega W_{\rm g})$ . Его можно выразить через сопротивление связи  $K_{\rm c} = e_m^2/(2\beta_m^2 P)$ , где U — амплитуда напряжения между ламелями, связанная с амплитудой *m*-й пространственной гармоники  $e_m$  и периодом пространства взаимодействия L соотношением  $e_m^2 = (U/L)^2 \sin^2 [\varphi_m l/(2L)]/[\varphi_m l/(2L)]^2$ , l — расстояние между ламелями (полагаем l/L = 0,5),  $\varphi_m$  сдвиг фаз поля между соседними ламелями для *m*-й пространственной гармоники,  $\omega = kc$  круговая частота, k — волновое число в свободном пространстве, c — скорость электромагнитной волны в свободном пространстве,  $W_{\rm g}$  — средняя по времени запасённая энергия, отнесённая к периоду пространства взаимодействия,  $\beta_m = n_m k = \varphi_m/L$  — волновое число *m*-й пространственной гармоники,  $P = W_{\rm g} v_{\rm r}/L$  — поток энергии через замедляющую систему,  $v_{\rm r}$  — групповая скорость волны.

Отношение  $\rho/K_{\rm c}$  можно записать в виде

$$\rho/K_{\rm c} = U^2 \beta_m^2 P / (\omega W_{\rm s} e_m^2) = \left\{ L^2 \left[ \varphi_m l / (2L) \right]^2 / \sin^2 [\varphi_m l / (2L)] \right\} \varphi_m n_m / n_{\rm r},$$

Р. А. Силин, И. П. Чепурных



Рис. 6. Сечения волноводов, на которые разбивается ячейка резонатора, соответствующая полупериоду замедляющей системы, эпюры электрического поля одного из 60 типов волн в каждом из них и соответствующие критические длины волн  $\lambda_{\kappa}$ 

где  $n_m$  — коэффициент замедления *m*-й пространственной гармоники,  $n_{\rm r} = c/v_{\rm r}$  — коэффициент замедления групповой скорости. Таким образом,

$$\rho \sin^2 [\varphi_m l/(2L)] / [\varphi_m l/(2L)]^2 = K_c \varphi_m n_m / n_r.$$

В нашем случае для  $\pi$ -колебаний  $\varphi_m = \pi$ ,  $n_m = 100$ ,  $n_r = 13$ , так что

$$\rho \sin^2 [\varphi_m l/(2L)] / [\varphi_m l/(2L)]^2 \approx 160 \text{ Om}$$

#### 4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, с помощью созданной нами программы «Стык» удалось решить сложную трёхмерную электродинамическую задачу, а именно исследовать характеристики анодного блока малогабаритного магнетрона со связками (решение таких задач на электродинамическом уровне нам неизвестно). Показано, что этот блок при наличии двадцати четырёх ламелей имеет в октавной полосе частот только три вида колебаний. С погрешностью не более 2% определены их собственные частоты. Для  $\pi$ -колебаний найдено волновое сопротивление и распределение электрического поля по высоте анодного блока.

*Р. А. Силин, И. П. Чепурных* 485
# СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Оганян Э.В., Чепурных И.П. // Электронная техника. Сер. 1. Электроника СВЧ. 1985. Вып. 1. С. 36.
- Иванов А. В., Фёдоров А. С., Чепурных И. П. // Тезисы XI Всесоюз. семинара «Решение внутренних краевых задач электродинамики», 21–26 сентября 1990 г. Самара, 1990.
- 3. Силин Р.А., Чепурных И.П. // Радиотехника и электроника. 1990. Т. 35, № 2. С. 287.
- 4. Силин Р. А., Чепурных И. П. // Радиотехника и электроника. 1990. Т. 35, № 5. С. 939.
- 5. Silin R. A., Chepurnykh I. P. // Proc. URSI Int. Symp. on EM Theory, St. Petersburg, Russia, 1995. P. 367.
- Chepurnykh I. P., Lisitsin A. A., Pleshanov S. A., Silin R. A. // Proc. DSNS of the 5th Int. Conf. on Differential Satellite Navigation Systems, St. Petersburg, Russia, May 20–24, 1996. V. II. Poster No. 5.
- 7. Силин Р.А., Чепурных И.П. // Радиотехника и электроника. 2001. Т. 46, № 10. С. 1 212.
- 8. А. С. 496908. Миниатюрный магнетрон / Некрасов Л. Г., Кандыбей В. Г. № 1926619/26-25; Заявл. 08.06.73.
- 9. Каргин А. Н. // Радиотехника. 2000. № 2. С. 62.
- 10. Силин Р.А., Сазонов В.П. Замедляющие системы. М.: Сов. радио, 1966.
- 11. Силин Р.А. Периодические волноводы. М.: Фазис, 2002. 436 с.

ГНПП «Исток», г. Фрязино Московской области, Россия

Поступила в редакцию 18 марта 2003 г.

# ANALYSIS OF THE PARAMETERS OF THE ANODE OF A MINIATURE MAGNETRON

R. A. Silin and I. P. Chepurnykh

We demonstrate the capabilities of the applied software package «Styk» which we develop for solving three-dimensional electrodynamic problems for devices which can be represented as cascade junctions of waveguides with arbitrary cross sections. Using this software, we study the spectrum of eigenoscillations of the anode (resonator) of a miniature magnetron, determine the field distribution in the anode along the axial direction, and calculate the characteristic impedance of the  $\pi$ -mode oscillation. It is shown that the considered miniature-magnetron anode has only three modes in the octave frequency band and that the field is distributed nonuniformly along the axial direction.

Р. А. Силин, И. П. Чепурных

УДК 621.384:541.142

# УСТРОЙСТВА НАНОЭЛЕКТРОНИКИ НА ОСНОВЕ УГЛЕРОДНЫХ НАНОТРУБОК

А. И. Жбанов<sup>1</sup>, Н. И. Синицын<sup>2</sup>, Г. В. Торгашов<sup>2</sup>

Предлагается обзор современного состояния электроники углеродных нанотрубок (УНТ). Акцент сделан на реально созданных устройствах. Изложена история открытия фуллеренов, рассмотрены их свойства. Рассказывается об экспериментальном обнаружении и технологиях синтеза нанотрубок, о зависимости проводимости УНТ от их геометрического строения. Продемонстрированы различные устройства наноэлектроники на нанотрубках: нанопроволока, гетеропереходы, диоды, полевые транзисторы. Обсуждаются квантовые свойства УНТ при низких температурах. Рассматриваются наномеханические устройства на УНТ, элементы памяти, переключатели. Анализируются эмиссионные свойства УНТ. Приводятся сведения о разработанных световых элементах и изготовленных опытных образцах плоско-панельных дисплеев на основе УНТ.

## ВВЕДЕНИЕ

Поразительные физико-химические свойства фуллеренов и углеродных нанотрубок открывают новые перспективы в развитии нанотехнологий. Горизонты возможных применений нанокластеров необычайно широки. Цель авторов настоящего обзора — рассмотреть только часть проблемы, а именно проанализировать положение дел в электронике углеродных нанотрубок и, в первую очередь, показать реально созданные на сегодняшний день устройства. Сами авторы почти 10 лет занимаются электроникой углеродных нанотрубок, а именно автоэлектронной эмиссией углеродных нанокластерных плёнок.

В первом разделе рассматривается история открытия, технологии макроскопического синтеза фуллеренов и описываются их физико-химические свойства. Во втором разделе рассказывается об экспериментальном обнаружении нанотрубок, их геометрическом строении и классификации. Электронным свойствам нанотрубок, зависимости их проводимости от строения, а также технологиям синтеза и механизмам формирования посвящён третий раздел. В четвёртом разделе демонстрируются различные устройства наноэлектроники на нанотрубках: нанопроволоки, гетеропереходы, диоды, полевые транзисторы. Квантовые свойства углеродных нанотрубок (УНТ) при низких температурах, такие, как эффект Ааронова—Бома и модель жидкости Латтинжера, обсуждаются в пятом разделе. Шестой раздел посвящён механическим свойствам УНТ (модули Юнга, изгиба, пределы прочности) и наномеханическим устройствам на УНТ (элементы памяти, переключатели). Эмиссионные свойства УНТ рассматриваются в последнем, седьмом разделе. В нём рассказано о разработанных световых элементах и изготовленных опытных образцах плоско-панельных дисплеев на основе УНТ.

## 1. ФУЛЛЕРЕНЫ

История открытия, технологии синтеза и физико-химические свойства фуллеренов.

### 1.1. Теоретические предсказания фуллеренов

Большим научным достижением двух последних десятилетий XX века явилось открытие фуллеренов — новой аллотропной формы чистого углерода наряду с графитом и алмазом. Фуллере-

А. И. Жбанов, Н. И. Синицын, Г. В. Торгашов





Рис. 1. Фуллерен C $_{60}$ — полая молекула из атомов углерода

Рис. 2. Схема установки производства фуллеренов в электрической дуге. Рисунок воспроизведён из обзора [8]

ны — полые сферические молекулы. Наиболее изученным из фуллеренов является C<sub>60</sub>, или бакминстерфуллерен (рис. 1), в котором атомы углерода располагаются в вершинах усечённого икосаэдра [1].

Существование фуллерена C<sub>60</sub> было предсказано в 1974 году российскими учеными Д. А. Бочваром и Е. Г. Гальперн задолго до экспериментального обнаружения [2].

Поверхностная структура фуллеренов состоит из пентагонов и гексагонов. Согласно принципу Эйлера требуется в точности 12 пентагонов, чтобы реализовать топологическое искривление, необходимое для полного закрытия оболочки. Поэтому C<sub>60</sub> и все другие фуллерены C<sub>2n</sub>, где  $n \ge 10$ , составленные только из пяти- и шестиугольников, имеют ровно 12 пентагонов и n - 10 гексагонов. В бакминстерфуллерене атомы углерода расположены на поверхности сферы. К фуллеренам относятся также замкнутые сфероидальные молекулы C<sub>70</sub>, C<sub>84</sub>, ..., C<sub>540</sub> и многие другие.

#### 1.2. Обнаружение и технология производства

Экспериментально существование углеродных кластеров  $C_n c 30 \le n \approx 10^2$  было доказано спустя 10 лет в работах Ролфинга, Кокса и Кэлдора (Rohlfing, Cox, Kaldor) [3]. Первая публикация об экспериментальном открытии фуллеренов и исследовании их свойств относится к 1985 году и принадлежит группе американских исследователей во главе со Смолли и Кёрлом (Smalley, Curl) и английской группе под руководством Крото (Kroto) [4]. Для получения фуллеренов использовался лазерный нагрев угольного конденсата. Первоначально фуллерены производились в ничтожных количествах, и для исследования их свойств ставились тончайшие эксперименты. Тем не менее уже в ранних работах [5, 6] обнаружились уникальные физико-химические свойства фуллеренов.

В 1990 году группы Крэтчмера и Хаффмана (Kratschmer, Huffman) отработали технологию макроскопического производства фуллеренов [7]. Выяснилось, что фуллерены синтезируются в электрической дуге между графитовыми электродами в разреженной атмосфере инертного газа.

А. И. Жбанов, Н. И. Синицын, Г. В. Торгашов

Схема установки Крэтчмера—Хаффмана показана на рис. 2. Эффективные технологии синтеза нанокластеров привели к появлению новых областей исследования в физике, химии, биологии, медицине.

#### 1.3. Некоторые свойства и применения фуллеренов

Диаметр фуллерена весьма велик (для  $C_{60}$  он составляет порядка 7,1 A), поэтому внутри его полости может свободно разместиться какая-либо частица. Такие соединения были названы эндоэдральными фуллеренами M@C<sub>n</sub>, где M — внедряемый атом, ион или группа атомов, n число атомов углерода в фуллерене. Экспериментально подтверждено существование молекул типа Y@C<sub>2n</sub> (30 < n < 50), U@C<sub>28</sub>, U@C<sub>60</sub> [9]. Известны эндоэдральные соединения из двух вложенных друг в друга фуллеренов:  $C_{60}$ @C<sub>240</sub>, из трёх фуллеренов:  $C_{60}$ @C<sub>240</sub>@C<sub>540</sub>, или из большего числа — луковичные фуллерены.

Смолли [9] была отмечена химическая инертность атомов металлов, заключённых внутри эндоэдральных фуллеренов. Это даёт возможность хранения ядовитых веществ. Высказана и обсуждается идея о создании твердотельных лазеров на основе эндоэдральных соединений. Внедрение полярных молекул может служить основой для получения нового класса сегнетоэлектрических кристаллов, ферроэлектрических материалов [10]. На основе эндоэдральных фуллеренов возможно создание класса высокотемпературных сверхпроводников со специфической электронфононной связью [11]. Большие перспективы открываются для хранения водородного топлива в клетке фуллерена.

Твёрдое состояние молекул фуллерена называется фуллеритом. Твёрдые фуллерены — полупроводники, для C<sub>60</sub> ширина запрещённой зоны составляет 1,5÷1,95 эВ [12].

## 2. НАНОТРУБКИ

Структура, экспериментальное обнаружение и методы синтеза углеродных нанотрубок

#### 2.1. Закрытая однослойная углеродная нанотрубка

Имея 12 пентагонов и практически произвольное число гексагонов, можно образовывать не только замкнутые сферические или сфероидальные структуры, но и вытянутые формы. Длина такой углеродной нанотрубки, по существу, ничем не ограничивается.

Поначалу углеродные нанотрубки (УНТ) рассматривались как сильно вытянутые фуллерены, но со временем выяснилось, что класс этих новых молекул необычайно широк, а по уникальности свойств и перспективам использования они значительно превосходят фуллерены.

Экспериментально УНТ были обнаружены в 1991 году японским ученым Иижимой (Iijima) [13] и практически одновременно и независимо Л. А. Чернозатонским и З. Я. Косаковской [14, 15]. Вначале были открыты многослойные углеродные нанотрубки (МСНТ). Существование однослойных углеродных нанотрубок (ОСНТ) было доказано в 1993 году [16, 17].

#### 2.2. Типы углеродных нанотрубок

Структуру боковой поверхности УНТ проще всего вообразить путём мысленного сворачивания плоского графитового листа — графена (рис. 3). Результатом этого действия должна быть бесшовная открытая с обоих концов цилиндрическая трубка. При преобразовании графитовой



Рис. 3. Схема сворачивания графенового листа в нанотрубку. Рисунок воспроизведён из статьи [18]

плоскости в цилиндр граничные условия бесшовного сворачивания будут выполнены, только если вектор **R**, определяемый парой целых индексов m и n и двумя примитивными векторами  $\mathbf{a}_1$ и  $\mathbf{a}_2$  ( $\mathbf{R} = m\mathbf{a}_1 + n\mathbf{a}_2$ ), представляет полную окружность трубки.

Положение и длина вектора **R** или набор индексов (m, n) определяют винтовую структуру и диаметр трубки. Все нанотрубки типа (n, n)называются трубками «кресло», а (n, 0) — «зигзаг». Боковая поверхность таких трубок не имеет винтовой структуры. Все остальные трубки типа (m, n) при  $m \neq n$  являются киральными. Киральность нанотрубки можно также определять углом  $\theta$  (см. рис. 3).

# 3. ЭЛЕКТРОННЫЕ СВОЙСТВА И ТЕХНОЛОГИИ СИНТЕЗА НАНОТРУБОК

Зависимость проводимости УНТ от строения, типы нанотрубок и технологии синтеза.

#### 3.1. Полупроводниковые и металлические нанотрубки

В 1992 году группой М. Дрессельхаус (Dresselhaus) из Массачусетского технологического института было теоретически предсказано (а экспериментально подтверждено 6 лет спустя), что в зависимости от угла киральности и диаметра УНТ могут быть либо металлами, либо полупроводниками [19].

Графен представляет собой двумерную сотовую структуру  $sp^2$  гибридизованных атомов углерода, как показано на рис. 4 а. Его зонная структура очень необычна, он имеет проводящие состояния при энергии Ферми  $E_f$  только в определённых направлениях в импульсном пространстве, когда волновой вектор точно попадает в угол первой зоны Бриллюэна, как видно на рис. 4 b. Такая структура называется полупроводником с нулевой шириной запрещённой зоны. Квантование импульсов электронов по окружности цилиндра приводит к тому, что существуют одномерные металлические (рис. 4 с) либо полупроводниковые (рис. 4 d) трубки. Скорость Ферми для металлических трубок  $v_f = 8 \cdot 10^5$  м/с сравнима со скоростью  $v_f$  для типичных металлов. Ширина щели полупроводниковой трубки оценивается как  $E_g = 0,9$  эВ/d [нм], где d — диаметр трубки [20]. Видно, что при больших диаметрах полупроводниковые трубки становятся металлами.

Если для киральной нанотрубки типа (m, n) разность индексов m-n делится на 3 без остатка, то такая трубка будет металлической, а в противном случае — полупроводниковой. На рис. 3 металлические трубки помечены белыми кружочками, а полупроводниковые — чёрными. Очевидно, что 1/3 возможных нанотрубок является металлами, а 2/3 — полупроводниками. Это справедливо для тонких трубок. Все однослойные трубки большого диаметра будут металлами. Кроме того, металлическими свойствами обладают все многослойные нанотрубки.

## 3.2. Экспериментальная проверка проводимости

В 1998 году в одном и том же номере журнала «Nature» появились две статьи об экспериментальном подтверждении металлических и полупроводниковых свойств однослойных углеродных

А. И. Жбанов, Н. И. Синицын, Г. В. Торгашов



Рис. 4. Получение металлической или полупроводниковой углеродной нанотрубки в зависимости от способа сворачивания графенового листа. Рисунок воспроизведён из статей [20, 21]

нанотрубок [22, 23]. Группам Деккера (Dekker) из Делфтского технического университета в Нидерландах и Лиебера (Lieber) из Гарвардского университета США потребовалось 6 лет, чтобы из синтезируемого материала выделить однослойные трубки без дефектов нужного диаметра, определить их киральность и исследовать проводимость.

# 3.3. Технологии синтеза нанотрубок

Первые обнаруженные нанотрубки производились в дуговом разряде с помощью установок, подобных показанной на рис. 2.

А. И. Жбанов, Н. И. Синицын, Г. В. Торгашов

Для получения углеродных нанотрубок на сегодняшний день очень широко применяются CVD-технологии (chemical vapor deposition).

В нашей исследовательской группе для синтеза используются две разновидности CVD-методов: каталитический пиролиз углеводородов и каталитический плазмо-химический синтез.

Кроме того, нами для получения углеродных нанокластерных плёнок применялось магнетронное распыление графитового катода в низкотемпературной плазме инертного газа.

## 3.4. Механизм роста нанотрубок

Управление процессом производства нанотрубок представляет серьёзную проблему. Механизмы роста нанотрубок ещё недостаточно хорошо изучены. Обычно при синтезе одновременно получаются как однослойные, так и многослойные УНТ со многими дефектами. В ряде случаев удаётся подобрать режимы, при которых образуются преимущественно однослойные нанотрубки приблизительно одинакового диаметра, однако углы киральности у них оказываются совершенно случайными. Выращенные трубки, как правило, собираются в жгуты и верёвки и образуют сильно спутанный «войлок». Очень важной задачей представляется разделение и очистка нанотрубок.



Рис. 5. Снимок УНТ с каталитической частицей на вершине (получен Ю. П. Волковым)

Считается, что как однослойные, так и многослойные УНТ растут за счёт последовательного добавления атомов углерода из газовой фазы к вершине роста. При этом однослойная трубка стремится закрыться сверху полусферической шапочкой фуллерена, чему мешает металлическая каталитическая частица.

Многослойные УНТ могут синтезироваться без катализатора, поскольку в процессе роста соседние слои графита образуют друг с другом нестабильные химические связи, которые легко разрываются, когда к ним достраивается новый атом углерода [18]. В процессе каталитического роста трубки могут достигать длины в сотни микрон.

На рис. 5 представлен снимок вершины выращенной нами открытой многослойной углеродной нанотрубки с частицей железа на конце, полученный с помощью электронного просвечивающего микроскопа.

# 4. УСТРОЙСТВА НАНОЭЛЕКТРОНИКИ НА НАНОТРУБКАХ

Нанопроволока, гетеропереходы, диоды, полевые транзисторы.

#### 4.1. Технологии получения приборов на УНТ

В последнее время изучался транспорт электронов как в идеальных металлических и полупроводниковых нанотрубках, так и в трубках с различными дефектами.

А. И. Жбанов, Н. И. Синицын, Г. В. Торгашов





Рис. 6. Зависимость проводимости нанотрубки G от напряжения на затворе  $V_{\rm g}$  для полевого транзистора p-типа. Рисунок воспроизведён из статьи [20]

Рис. 7. Дифференциальная проводимость dI/dV металлической ОСНТ как функция  $V_{sd}$  при различных температурах. Рисунок воспроизведён из статьи [20]

На основе УНТ созданы обычные диоды и полевые транзисторы. Отметим, что в настоящее время получение любого работоспособного прибора на УНТ является большой удачей. С точки зрения изготовления устройств технологии могут быть разделены на две категории. В первом случае трубки, выращенные заранее (например, дуговым синтезом), осаждаются на подложку с нанесёнными методом литографии электродами. Для этого трубки должны быть выделены из «войлока» и разрезаны на сегменты необходимого размера, что обычно делается ультразвуком в растворителе. Далее трубки осаждают на подложку, помещают в центрифугу и высушивают. Во втором подходе нанотрубки выращиваются непосредственно на подложке. Обычно для этого применяются CVD-технологии. Каталитический материал наносится на подложку, которая затем помещается в стандартную печь с потоком углеводородного газа.

После этого в обоих методах подложки изучаются под микроскопом и отыскиваются подходящие нанотрубки, которые должным образом соединили два металлических электрода. В том случае, когда удаётся получить пересекающиеся нанопроводники, исследуются гетеропереходы между скрещёнными трубками [24].

В некоторых лабораториях для правильного размещения нанотрубок используются специально разрабатываемые наноманипуляторы [25].

Таким образом, отработаны технологии изготовления устройств на УНТ, пригодных в исследовательских целях.

#### 4.2. Металлические однослойные углеродные нанотрубки

Если одиночная нанотрубка размещена на подложке так, что она соединяет два электрода, то один из электродов будет служить истоком, другой — стоком, а подложка — затвором. Схема такого устройства показана на врезке рис. 6. Когда измеряется зависимость проводимости трубки G от напряжения на затворе, проявляются два класса поведения. В одном случае напряжение на затворе  $V_{\rm g}$  слабо влияет на проводимость G, что соответствует металлической трубке. В другом случае обнаруживается сильная зависимость G от  $V_{\rm g}$ , что соответствует полупроводниковым трубкам.

Теоретически проводимость идеальной ОСНТ с баллистическим транспортом электронов составляет  $4e^2/h = 0.155$  мСм, что соответствует сопротивлению 6,5 кОм. Уменьшить это сопро-

тивление невозможно. Наличие дефектов, большая длина и несовершенные контакты между нанотрубкой и металлическими электродами только увеличивают измеряемое сопротивление [20].

Проводимость однослойных углеродных нанотрубок была впервые исследована в 1997 году [26, 27] и с тех пор интенсивно изучается. В последующих работах измеряемое при комнатной температуре сопротивление ОСНТ сильно варьировалось в интервале от нескольких килоом до нескольких мегаом. В дальнейшем выяснилось, что большой разброс объясняется различием в технологиях образования контактов между трубкой и металлическими электродами. Хорошие контакты стали получать при осаждении золота или платины поверх трубки с последующим отжигом. Это привело к согласованию результатов измерений проводимости, выполненных различными научными группами.

На рис. 7 представлена дифференциальная проводимость dI/dV металлической ОСНТ с длиной порядка 1 мкм как функция приложенного к концам трубки напряжения  $V_{sd}$  при различных температурах [20]. В других работах также экспериментально была получена проводимость, приближающаяся к теоретически предсказанной величине  $G = 4e^2/h$  [28, 29]. Можно показать, что длина свободного пробега электрона в нанотрубке превышает 1 мкм при комнатной температуре и ещё больше возрастает при охлаждении. В традиционных металлах эта величина при комнатной температуре составляет десятки нанометров.

При низких температурах и малых напряжениях электроны рассеиваются только на акустических фононах. При повышении температуры или напряжения импульс электронов становится достаточным для рассеяния на оптических фононах, и это приводит к резкому уменьшению проводимости.

Хотя в трубках длина свободного пробега электронов много больше, чем в металлах, проводимость нанотрубок не намного превышает проводимость лучших металлов из-за того, что плотность состояний в нанотрубках значительно ниже.

#### 4.3. Полевой транзистор на полупроводниковой ОСНТ

Полупроводниковые свойства нанотрубок были впервые изучены Тансом (Tans) с соавторами в 1998 году [30]. Рис. 6 показывает изменение проводимости полупроводниковой ОСНТ при изменении напряжения затвора, приложенного к проводящей подложке. Трубка проводит при отрицательных  $V_g$  и запирается при положительных  $V_g$ .

Полупроводниковые ОСНТ обычно бывают *p*-типа из-за наличия контактов, а также химических добавок, в особенности адсорбированного кислорода, действующих как слабая примесь *p*-типа. При больших положительных напряжениях затвора иногда наблюдается проводимость *n*-типа, в особенности в трубках большого диаметра. Возможно контролируемое химическое допирование трубок как *p*-, так и *n*-типа. Чувствительность к адсорбированным молекулам позволяет использовать нанотрубки в качестве химических сенсоров [31].

## 4.4. Зонды микроскопов, наноманипуляторы

Одиночные УНТ используются в качестве зондов для атомных и туннельных силовых микроскопов [32]. Этому применению благоприятствует сильно вытянутая геометрическая форма и уникальные механические свойства УНТ. Отношение длины нанотрубки к её диаметру может превышать тысячу. Трубки можно, не повреждая, согнуть пополам или растянуть на 1/6 длины. Удерживается нанотрубка на конце иглы микроскопа либо за счёт сил Ван-дер-Ваальса, либо специальным клеем, возможно и её целенаправленное каталитическое выращивание. УНТ



Рис. 8. Архитектура матрицы транзисторов из УНТ: (a) вертикально выращенные УНТ с диаметром 20 нм и высотой 40 нм после вытравливания шаблона; (b) элемент матрицы, расположенный в точке пересечения верхнего и нижнего электрода. Рисунок воспроизведён из статьи [34]

обеспечивают микроскопам очень высокую разрешающую способность. Единственным, пожалуй, недостатком такого зонда является слабое «боковое зрение».

Игла туннельного или атомно-силового микроскопа, оснащённая нанотрубкой, используется в качестве рабочего органа наноманипуляторов. С наноманипуляторами связываются большие надежды в биологических исследованиях, в частности в расшифровке структуры ДНК [33].



4.5. Технология изготовления и архитектура матрицы транзисторов из УНТ

Рис. 9. ВАХ вертикально ориентированного транзистора на УНТ при температуре 4,2 К; смещение на затвор не подавалось. На верхней врезке показана электрическая схема транзистора, на нижней — положение уровня Ферми для контакта металл—полупроводник. Рисунок воспроизведён из статьи [34]

Использование индивидуальных УНТ встречает очевидные ограничения при создании интегральных устройств ультравысокой плотности, связанные с трудностью позиционирования. В работе Чои (Won Bong Choi) и др. [34] предлагается технология изготовления матрицы транзисторов из УНТ, которые ориентированно выращиваются на плате из пористого алюминиевого оксида. Матрица получается в результате следующих шагов: формирование нанопор при анодизации,

электронно-лучевая разметка для выборочного роста, синтез УНТ, формирование металлических электродов, осаждение оксида, разметка и формирование затворного электрода.

В интегрированном устройстве каждая УНТ электрически соединяется с нижним электродом (строка) и верхним (столбец), а затворный электрод расположен близко к трубке. Ток течёт от нижнего электрода (источника) к верхнему (стоку) и может включаться или выключаться при подаче напряжения на затвор (рис. 8).

Синтезируемые трубки являются сильно дефектными многослойными УНТ с полостью в центре. В рассматриваемой работе [34] экспериментально исследовалось поведение только одного транзистора из матрицы. Низкотемпературная вольтамперная характеристика (BAX) отдельного полевого транзистора показана на рис. 9. Симметричное поведение BAX без смещения на затворе наблюдалось почти до 30 К.

Получаемые транзисторы могут быть интегрированы в большую матрицу с плотностью элементов порядка  $2 \cdot 10^{11}$  см<sup>-2</sup> и характеризуются очень низкой потребляемой мощностью.



Рис. 10. Изменение сопротивления резистора на нагревателе  $(R_h)$  и на холодильнике  $(R_s)$  в зависимости от мощности, выделяемой нагревателем. Рисунок воспроизведён из статьи [35]

## 4.6. Измерение теплопередачи через одиночную УНТ

Для измерения коэффициента теплопроводности Ким (Kim) и др. [35] соединяли одиночной МСНТ две площадки — нагреватель и холодильник. На каждой площадке электронно-лучевой литографией были нанесены тонкоплёночные платиновые резисторы. На верхней врезке рис. 10 приведён снимок трубки и двух площадок, полученный со сканирующего электронного микроскопа. Поскольку сопротивление платиновых резисторов зависит от температуры, каждый из них служил термометром для площадок. На нижней врезке рис. 10 показана модель тепловых потоков в устройстве.

По изменению сопротивления резисторов и разности температур между ними в зависимости от мощности нагревателя было найдено, что коэффициент теплопроводности нанотрубки со-

ставляет 3000 Bт/(м·K) при комнатной температуре. Отметим, что самой высокой теплопроводностью среди металлов обладает серебро 412 Bт/(м·K).

# 5. КВАНТОВЫЕ СВОЙСТВА ПРИ НИЗКИХ ТЕМПЕРАТУРАХ

При низких температурах устройства на ОСНТ демонстрируют ряд интересных квантовых явлений, включающих одноэлектронное заряжание, квантовую интерференцию, кулоновскую блокаду, эффект Кондо, эффект Ааронова—Бома, эффект жидкости Латтинжера. Опишем исследования, посвящённые двум последним свойствам.

#### 5.1. Эффект Ааронова-Бома для углеродных нанотрубок

В 1959 году Ааронов и Бом предсказали, что если заряженная квантовая частица будет рассеиваться на непроницаемой для неё области, в которой сосредоточено магнитное поле (например,

А. И. Жбанов, Н. И. Синицын, Г. В. Торгашов





Рис. 11. Многослойная УНТ, соединённая с четырьмя золотыми контактами, во внешнем магнитном поле. Рисунок воспроизведён из статьи [37]

Рис. 12. Зависимость магнетосопротивления верёвки нанотрубок от индукции внешнего магнитного поля при пяти различных температурах. Рисунок воспроизведён из статьи [37]

на тонком экранированном соленоиде), то возникнет сдвиг фаз волновой функции при различных траекториях частицы. Тогда должна наблюдаться интерференция даже при отсутствии прямого воздействия силы Лоренца на частицу [36]. Формально эффект объясняется тем, что в уравнение Шрёдингера для волновой функции частицы входит магнитный потенциал внешнего поля.

В 1999 году Бачтолд (Bachtold) и др. наблюдали эффект Ааронова—Бома на МСНТ [37]. Металлическая УНТ находилась в электрическом контакте с четырьмя электродами (рис. 11), внешнее однородное магнитное поле было направлено практически параллельно оси трубки.

Зависимость магнетосопротивления нанотрубки от индукции внешнего поля показана на рис. 12. Пунктирные линии — теоретические кривые, сплошные — эксперимент. Вид зависимости подчёркивает квантовый характер явления. Одна экспериментальная кривая, полученная при 18,8 К, прерывается, поскольку, по-видимому, нарушился электрический контакт между трубкой и электродами и провести измерение до конца не удалось.

## 5.2. Поведение жидкости Латтинжера

Транспорт электронов в проводниках обычно хорошо описывается теорией жидкости Ферми, которая предполагает, что энергетические состояния электронов вблизи уровня Ферми  $E_f$  несущественно изменяются за счёт кулоновского взаимодействия. В одномерных системах, однако,



Рис. 13. Проводимость G металлической нанотрубки при шести различных температурах как функция напряжения на затворе. На врезке показана зависимость средней проводимости трубки от температуры. Рисунок воспроизведён из статьи [39]



Рис. 14. Фемтобаланс для взвешивания небольшой сфероидальной углеродной частицы. Рисунок воспроизведён из статьи [40]

даже слабое кулоновское взаимодействие вызывает сильное возмущение. Результирующая система, известная как жидкость Латтинжера [38], резко отличается от двух- и трёхмерных систем.

Для исследования поведения жидкости Латтинжера в углеродных нанотрубках Бократ (Bockrath) и др. помещали верёвку из металлических трубок на подложку между двумя электродами [39]. Подложка из пористого кремния была покрыта слоем SiO<sub>2</sub> с толщиной 1 мкм и служила затвором.

Экспериментальные данные, представленные на рис. 13, показывают, что «кулоновские осцилляции» при низких температурах возникают каждый раз, когда дополнительные электроны добавляются в трубку. По существу, трубка представляет собой длинный одномерный потенциальный ящик для электронов, или, как зачастую говорят, «квантовую проволоку». На врезке рис. 13 показано уменьшение средней проводимости трубки при понижении температуры.

# 6. МЕХАНИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА УНТ И НАНОМЕХАНИЧЕСКИЕ УСТРОЙСТВА НА ИХ ОСНОВЕ

Модули Юнга и изгиба УНТ, элементы памяти, переключатели.

#### 6.1. Экспериментальные измерения механических свойств углеродных нанотрубок

Для измерения механических свойств углеродных нанотрубок используются два подхода. При одном определяются амплитуды и резонансные частоты колебаний трубки, возбуждаемых переменным электрическим полем либо температурным или механическим воздействием. В другом подходе нанотрубки непосредственно механически растягиваются, изгибаются или рвутся, а для

определения деформаций и измерения действующих сил применяется оборудование силовой или туннельной микроскопии.

Упругие свойства нанотрубок использовались Пончаралом (Poncharal) и др. [40] для взвешивания отдельных частиц молекулярного размера. Как видно на рис. 14, на конце нанотрубки подвешена частица, которая колеблется в переменном электрическом поле. Резонансная частота зависит от констант жёсткости и от массы частицы

Для измерения модуля изгиба углеродной нанотрубки Гао (Gao) и др. [41] прикладывали к ней переменное напряжение с перестраиваемой частотой. Одна из исследуемых трубок показана на рис. 15. Постоянное напряжение  $V_{\rm d} = 10$  В подавалось на электрод в форме шарика, расположенный на расстоянии в десятки микрон от вершины трубки.

Исследуемые нанотрубки, как видно на рис. 15, содержали дефекты и имели структуру «бамбу-ка».

Предполагалось, что нанотрубка представляет собой классическое твёрдое тело. Собственная резонансная частота изгибных колебаний трубки, определяемая по обычным формулам теории упругости, зависит от внешнего и внутреннего диаметра трубки, её длины, плотности и модуля изгиба.

Среднее значение измеренного модуля изгиба  $\langle Y_{\rm b} \rangle = 25$ ГПа. Малая величина модуля объясняется дефектами.

Считается, что среднее значение модуля Юнга  $\langle Y \rangle$  идеальных нанотрубок или трубок с малым количеством дефектов (как однослойных, так и многослойных) составляет от 1 до 2 ТПа, разрывается нанотрубка при растяжении более чем на 15 % от её первоначальной длины.



Рис. 15. Углеродная нанотрубка в спокойном состоянии (а) и на частоте первого резонанса (b). Рисунок воспроизведён из статьи [41]

Мы также теоретически рассчитывали модули упругости однослойных углеродных нанотрубок различной киральности с открытыми и закрытыми концами [42, 43]. Наши расчётные значения модуля Юнга ( $Y = 1 \div 2$  TПа) и коэффициента Пуассона ( $\mu = 0,44 \div 0,47$ ) хорошо согласуются с экспериментальными и теоретическими данными других исследователей.

## 6.4. Постоянная память с произвольным доступом

Уникальные упругие свойства позволяют использовать УНТ для изготовления нанопереключателей. Группой Лиебера (Lieber) предложена концепция компьютерной памяти молекулярных размеров [44]. Память должна выполняться в виде матрицы из перекрещённых однослойных металлических нанотрубок (рис. 16). Нанотрубки, представляющие столбцы матрицы, закреплены на подложке. Нанотрубки, являющиеся строками, возвышаются на пьедесталах.

При подаче потенциалов разного знака на строку и столбец нанотрубки притягиваются друг к другу, а после снятия напряжения остаются в замкнутом состоянии (ON), удерживаясь за счёт

сил Ван-дер-Ваальса. Для размыкания нанотрубок (OFF) на них подаются потенциалы одного

Рис. 16. Архитектура памяти на подвешенных нанотрубках. Рисунок воспроизведён из статьи [44]

На рис. 16 изображена матрица с двумя элементами в состоянии ON и двумя элементами в состоянии OFF. Каждая нанотрубка одним концом находится в контакте с металлическим электродом. Считывается информация из памяти путём измерения сопротивления между строкой и столбцом. Большое достоинство концепции состоит в том, что информация из памяти не стирается при отключении питания.

Расчёты показывают, что с учётом инерционности нанотрубок (массу они всё-таки имеют) и электрической ёмкости линий время срабатывания памяти должно составить  $10^{-11}$  с.

Макет устройства на двух перекрещивающихся многослойных углеродных трубках, сделанный в группе Лиебера, стабильно работал на воздухе в течение нескольких дней. Напряжения замыкания (размыкания) составляли порядка 5 (20) В.

Развиваются и другие направления в разработке модулей памяти.

В 1998 году Брайн Смит (Brian Smith) и др. [45] нашли технологию синтеза «гороховых стру-

чков» (peapods): эндоэдральных соединений из множества фуллеренов, помещённых в однослойные углеродные трубки. Научная группа С. Иижимы опубликовала снимки эндоэдральных молекул: Gd@C<sub>82</sub>@нанотрубка, действительно очень похожих на длинный плотно набитый стручок гороха [46]. Предлагается строить компьютерную память на спиновом взаимодействии между эндоэдральными частицами в «гороховом стручке».

# 7. ЭМИССИОННЫЕ СВОЙСТВА УНТ

Световые элементы, плоско-панельные дисплеи на УНТ.

# 7.1. Полевые эмиттеры на углеродных нанотрубках

Некоторое время тому назад наша исследовательская группа занималась поиском источников электронов для разработки микроминиатюрных вакуумных приборов СВЧ диапазона. Мы тогда предполагали использовать для этих целей либо микроскопические прямонакальные катоды, либо катоды Спиндта. Летом 1993 года Ю. В. Гуляев и Н. И. Синицын предложили исследовать эмиссионные свойства углеродных нанокластерных плёнок, и к концу года высокая и стабильная автоэлектронная эмиссия плёнок была нами обнаружена.

Первое сообщение об эмиссии углеродных нанотрубок было сделано Н. И. Синицыным на 7-й Международной конференции по вакуумной микроэлектронике в Гренобле в июле 1994 года [47]. В том же году, но немного позже, об эмиссии УНТ доложили две другие исследовательские группы [48–50].

А. И. Жбанов, Н. И. Синицын, Г. В. Торгашов



знака.

Первая журнальная статья на эту тему вышла в 1994 году [51], в 1995 году были опубликованы ещё четыре работы [52–55]. В два последующих года, как нам известно, появились ещё несколько работ: две в 1996 году [56, 57] и семь в 1997 году [58–64]. Начиная с 1998 года интерес к исследованию автоэмиссионных свойств углеродных нанотрубок буквально вспыхнул во всём мире. Счёт статьям давно идёт на тысячи.

За прошедшие годы мы совершенствовали технологии получения плёнок. Анализ литературных источников показывает, что эмиссионные характеристики наших катодов очень высокие. Для образцов плёнок, которые мы считаем хорошими, минимальная пороговая напряжённость электрического поля составляет 0,5÷1 В/мкм, рабочая — 5÷10 В/мкм, плотность тока в режиме постоянного тока достигает 0,5 A/см<sup>2</sup>, в импульсном режиме — 2 A/см<sup>2</sup>, долговечность катода превышает 2000 час.

#### 7.2. Технологии получения автоэмиссионных катодов на УНТ

Холодные катоды на УНТ изготавливают либо в форме объёмного твёрдого тела, содержащего нанотрубки, либо в виде плёнки с толщиной от сотен нанометров до десятков микрон.

Как нам известно, объёмные катоды делают двумя способами. В группе Алекса Зеттла (Alex Zettl) из университета Калифорнии (Беркли, США) готовый материал из несортированных перепутанных нанотрубок замешивают в компаунде, запекают и шлифуют поверхность. При шлифовке гибкие и упругие нанотрубки практически не разрушаются. В группе Яхачи Саито (Yahachi Saito) из Мие университета (Япония) обработанный электрической дугой материал графитовых электродов разрезается на таблетки и приклеивается серебряной пастой к пластинке из нержавеющей стали.

Во всех других случаях используются плёночные технологии.

Для изготовления плёночных катодов применяются два основных метода: либо размещение на подложке заранее синтезированных трубок, либо выращивание трубок непосредственно на подложке.

И в том, и в другом методе при различных технологиях получают плёнки как из хорошо ориентированных трубок, так и из сильно перепутанных.

Наша группа может синтезировать CVD-ме-

тодами как плёнки из регулярно выращенных нанотрубок (рис. 17), так и «войлок» из переплетённых волокон. Дорожки мы получали с помощью катализатора, напылённого через шаблон.

В группе Жина-Марка Бонарда (Jean-Marc Bonard) из Политехнической школы в Лозанне (Швейцария) разработана технология микроконтактной печати каталитического прекурсора для выращивания на подложке ориентированных трубок, расположенных в соответствии с заданным рисунком [65]. На поверхность штампа наносился катализатор — так называемые «чернила». Чер-



Рис. 17. Снимок дорожек из ориентированных УНТ, синтезированных на подложке (получен Ю. П. Волковым). Ширина дорожки составляет 20 мкм, просвет между дорожками — 5 мкм



Рис. 18. Рост нанотрубок в зависимости от концентрации каталитических чернил при нанесении прекурсора. Концентрация катализатора в растворе составляла 1 мМ (a), 5 мМ (b), 40 мМ (c) и 50 мМ (d). Рисунок воспроизведён из статьи [65]



Рис. 19. Полученное с помощью электронного микроскопа высокого разрешения изображение нанотрубок с коническими слоями. Графеновые слои отмечены стрелками с точками, а направление роста УНТ — большими стрелками [67]

нила представляли собой раствор, содержащий  $1\div50 \text{ мM} \text{ Fe}(\text{NO}_3)_3 \cdot 9\text{H}_2\text{O}$ . Длительность контакта при печати составляла 3 с. Осаждение нанотрубок проводилось CVD-методом в стандартном проточном реакторе при температуре 720 °C.

При низкой концентрации катализатора (1 мМ, рис. 18а) несколько одиночных нанотрубок случайно распределяются по зоне печати. Рост концентрации катализатора сопровождается формированием плёнок из запутанных нанотрубок, как показано на рис. 18 b, с. При концентрациях около 50 мМ формируются пучки нанотрубок, ориентированных перпендикулярно к поверхности. Как видно на рис. 18d стороны стенок являются плоскими и ни одна трубка не свисает наружу. Для концентраций выше 60 мМ рост нанотрубок сдерживается, и напечатанный шаблон покрывается аморфными углеродными частицами.

В группе Хонгжи Даи (Hongjie Dai) из Стэнфордского университета (США) для по-

лучения матриц из хорошо ориентированных углеродных нанотрубок использовалась следующая технология. Вначале на поверхности кремниевой подложки анодным травлением получали пористый кремний, после чего на него через теневую маску электронно-лучевым испарением осаждали плёнку железа [66]. Нанотрубки затем выращивались при разложении ацетилена при 700 °C в потоке аргона.

Группой Е. Ф. Куковицкого из Казанского физико-технического института разработана технология синтеза ориентированных нанотрубок с коническими слоями (рис. 19) [67]. На первой стадии процесса проводится пиролиз полиэтилена в первой печи при температуре 600 °C. Газовые продукты пиролиза затем переносятся потоком гелия во вторую печь, где при 800÷900 °C происходит рост нанотрубок на катализаторе из никелевой фольги. Для полученных образцов плотность тока 10 мА/см<sup>2</sup> наблюдалась при напряжённости поля 4÷4,5 В/мкм.

Напряжённость электрического поля E на вершине углеродной нанотрубки возрастает по сравнению со средней напряжённостью  $E_{av}$ :  $E = \beta E_{av}$ , где  $\beta$  — коэффициент усиления поля. С учётом этого зависимость Фаулера—Нордгейма приобретает вид

$$j [A/cm^2] \approx 1.56 \cdot 10^{-6} (\beta E_{av} [B/мкм])^2 / \varphi [эB] \exp[-6.83 \cdot 10^7 (\varphi [эB])^{3/2} / (\beta E_{av} [B/мкм])],$$

где j — плотность тока,  $E_{av}$  — напряжённость поля,  $\varphi$  — работа выхода. Вольтамперные характеристики для УНТ с коническими слоями в координатах Фаулера—Нордгейма (log  $[j/(E_{av})^2]$ ,  $1/E_{av}$ ) представляются прямыми линиями. Для нанотрубок полагалось  $\varphi = 4,7$  эВ. Коэффициент усиления поля  $\beta$  менялся от 1 300 до 3 000 в зависимости от размеров трубок.

# 7.3. Напряжённость электрического поля на вершинах ориентированных углеродных нанотрубок

Как показывает анализ литературы, практически все катоды на УНТ демонстрируют высокую эмиссию независимо от того, будут ли трубки многослойными или однослойными, хорошо ориентированными или перепутанными.

Мы полагаем, что под действием пондеромоторных сил во внешнем электрическом поле углеродные нанотрубки, пусть даже хаотично расположенные на подложке, распрямляются и становятся ориентированными [67, 68].

Для расчёта напряжённости электрического поля на вершинах нанотрубок мы приняли следующие допущения.

1) Нанотрубки регулярно расположены на плоской подложке в «сотовом» порядке. Нанотрубка представляет собой цилиндр с высотой *H* и диаметром *d*, закрытый полусферой. Расстояние до ближайших соседей равно *R*.

2) Нанотрубка подчиняется законам сплошной среды, является идеально проводящим материалом, и на всей её поверхности поддерживается потенциал катода.

Результаты вычислений напряжённости электрического поля и коэффициенты усиления поля  $\beta$  при различных значениях d, H и R представлены на рис. 20.

На сегодняшний день причины высокой автоэмиссионной способности углеродных нанокластерных плёнок до конца не ясны. Для более детального ознакомления с физикой электронной эмиссии углеродных плёнок мы рекомендуем обратиться к недавним обзорам, опубликованным Саито (Saito) и Уемурой (Uemura) [69], Бонардом (Bonard) с коллегами [65, 70] и А. В. Елецким [8].





Рис. 20. Коэффициент усиления пол<br/>я $\beta$ для матриц из ориентированных углеродных на<br/>нотрубок

Рис. 21. Траекторный анализ для плоскопанельного дисплея фирм ООО «Волга-Свет» и «СоруTele Inc.»

#### 7.4. Световые элементы с катодами на УНТ

Группой Бонарда разработан катодолюминесцентный световой элемент цилиндрической геометрии [71]. Катод в виде металлического стержня с осаждёнными УНТ располагается на оси стеклянной трубки, покрытой изнутри люминофором. Рабочее напряжение составляет 7,5 кВ, плотность тока на катоде — 0,25 мА/см<sup>2</sup>, на аноде — 0,03 мА/см<sup>2</sup>, яркость лампы — 10<sup>4</sup> кд/м<sup>2</sup>.

Световые элементы разных цветов на катодно-лучевой трубке, выполненные в форме прямонакальной электрической лампы, предлагаются группой Саито [69]. Рабочее напряжение на сетке составляет 0,2÷1,2 кВ, плотность тока на катоде с площадью 2 мм<sup>2</sup> – 10 мА/см<sup>2</sup>, средняя напряжённость электрического поля — 1,5 В/мкм, яркость элементов разных цветов лежит в интервале от 1,5 · 10<sup>4</sup> до 6,3 · 10<sup>4</sup> кд/м<sup>2</sup>.

На 4-й Международной конференции по вакуумным источникам электронов (IVeSC'02), проходившей в Саратове, образцы световых элементов демонстрировались А. Н. Образцовым [72] и Е. П. Шешиным [73].

Кроме того, разрабатываются холодные катоды на УНТ для использования в CBЧ приборах и в газоразрядных трубках для защиты от высокого напряжения.

#### 7.5. Плоские дисплеи с катодами на углеродных нанотрубках

Плоские панельные дисплеи с катодами на УНТ предлагаются как альтернатива другим экранам с плёночными эмиттерами. Первый дисплей, состоящий из 32 × 32 матрично адресованных пикселов в диодной конфигурации, был реализован Вангом (Wang) и др. в 1998 году [74]. В настоящее время разработки плоских дисплеев на автокатодах из УНТ ведутся в сотнях лабораторий и уже созданы опытные образцы.

На нескольких выставках демонстрировался 4,5-дюймовый полноцветный дисплей на нанотрубках фирмы «Samsung», разработанный Чои (Choi) и др. [75].

На конференции IVeSC'02 был показан полноцветный адресуемый дисплей совместного производства ООО «Волга-Свет» (Саратов, Россия) и «СоруТеle Inc.» (Нью-Йорк, США) [76]. В пред-

А. И. Жбанов, Н. И. Синицын, Г. В. Торгашов

лагаемой конструкции эмиссия осуществляется с тонких кромок углеродных нанокластерных плёнок, которые немного свешиваются с поддерживающих пьедесталов (рис. 21). На рис. 21 анод, покрытый слоем люминофора, расположен сверху. Отпирание/запирание эмиссионного тока осуществляется с помощью металлического управляющего электрода, который находится на подложке между пьедесталами. На рисунке показаны результаты проведённого нами траекторного анализа для одного из вариантов конструкции.

## 8. ЗАКЛЮЧЕНИЕ И БЛАГОДАРНОСТИ

Каким же является состояние электроники углеродных нанотрубок после десяти лет развития? Какие устройства наноэлектроники на УНТ сегодня реально работают?

Можно считать, что освоено оснащение в исследовательских целях иглами из УНТ кантилеверов атомных и туннельных силовых микроскопов.

Вплотную к промышленному производству источников электронов подошли научные группы, занимающиеся эмиссией углеродных нанотрубок. Ожидания успеха в этой области очень велики. Практически в каждом ведущем университете и во всех крупных компаниях созданы лаборатории и организованы научные группы по разработке холодных катодов на УНТ.

Продвижения в других направлениях электроники УНТ огромные и впечатляющие, однако изготовление устройств и приборов остаётся всё ещё на уровне исследовательских образцов, а многие разработки интегральных цепей и матриц на нанотрубках являются только концепциями.

Тем не менее мы убеждены, что за электроникой углеродных нанотрубок большое будущее.

Мы хотим поблагодарить наших коллег, без которых настоящая работа была бы невозможной: Белова В. В., Буянову З. И., Волкова Ю. П., Глухову О. Е., Гуляева Ю. В., Дружинина А. А., Коннова Н. П., Резкова А. Г., Савельева С. Г., Терентьева О. А., Торгашова И. Г.

Мы очень признательны Д. И. Трубецкову и Н. М. Рыскину за приглашение выступить с нашим обзором на XII зимней школе-семинаре по СВЧ электронике и радиофизике.

Благодарим РФФИ (гранты № 01–02–16779 и 04–02–17484) и МНТЦ (грант № 1024.2) за финансовую поддержку наших работ.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Клейн Ф. Лекции об икосаэдре и решении уравнений пятой степени. М.: Мир, 1989.

2. Бочвар Д. А., Гальперн Е. Г. // Докл. АН СССР. Сер. хим. 1974. Т. 209, № 3. С. 610.

- 3. Rohlfing E. A., Cox D., Kaldor A. // J. Chem. Phys. 1984. V. 81, No. 7. P. 3 322.
- 4. Kroto H. W., Heath J. R., O'Brien S. C., et al. // Nature. 1985. V. 318. P. 162.
- 5. Kroto H. W. // Science. 1988. V. 242. P. 1139.
- 6. Curl R. F., Smalley R. E. // Science. 1988. V. 242. P. 1017.
- 7. Kratschmer W., Fostiropoulos K., Huffman D. R. // Chem. Phys. Lett. 1990. V. 170. P. 167.
- 8. Елецкий А. В. // Успехи физических наук. 2002. Т. 172, № 4. С. 401.
- 9. Guo T., Diener M. D., Chai Y., et al. // Science. 1992. V. 257. P. 1661.
- 10. Cioslowski J., Nanayakkara A. // Phys. Rev. Lett. 1992. V. 69. P. 2871.
- 11. Wang Y., Tomanek D., Ruoff R. S. // Chem. Phys. Lett. 1993. V. 208. P. 79.
- 12. Ajie H., Alvarez M. M., Anz S. I., et al. // J. Phys. Chem. 1990. V. 94. P. 8630.
- 13. Iijima S. // Nature. 1991. V. 354. P. 56.
- 14. Chernozatonskii L. A. // Phys. Lett. A. 1992. V. 166. P. 55.
- Косаковская З. Я., Чернозатонский Л. А., Фёдоров Е. А. // Письма в ЖЭТФ. 1992. Т. 56, № 1–2. С. 26.

А. И. Жбанов, Н. И. Синицын, Г. В. Торгашов

- 16. Iijima S., Ichihashi T. // Nature. 1993. V. 363. P. 603.
- 17. Bethune D. S., Kiang C. H., De Vries M. S., et al. // Nature. 1993. V. 363. P. 605.
- 18. Ajayan P. M. // Chemical Reviews. 1999. V. 99. P. 1787.
- 19. Saito R., Fujita M., Dresselhaus G., Dresselhaus M. S. // Appl. Phys. Lett. 1992. V. 60. P. 2204.
- 20. McEuen P. L., Fuhrer M. S., Park H. // IEEE Trans. on Nanotech. 2002. V. 1, No. 1. P. 78.
- 21. McEuen P. L. // Physics Word. 2001. June. P. 31.
- 22. Wildoer J. W. G., Venema L. C., Rinzler A. G., et al. // Nature. 1998. V. 391, No. 6662. P. 59.
- 23. Odom T. W., Huang J.-L., Kim Ph., Lieber Ch. M. // Nature. 1998. V. 391, No. 6662. P. 62.
- 24. Ferreira M. S., Dargam T. G., Muniz R. B., Latge A. // Physical Review. B. 2000. V. 62, No. 23. P. 16040.
- 25. Falvo M. R., Clary G., Helser A., et al. // Microscopy and Microanalysis. 1999. V. 4. P. 504.
- 26. Tans S. J., Devoret M. H., Dai H., et al. // Nature. 1997. V. 386. P. 474.
- 27. Bockrath M., Cobden D. H., McEuen P. L., et al. // Science. 1997. V. 275. P. 1922.
- 28. Wenjie L., Bockrath M., Bozovic D., et al. // Nature. 2001. V. 411. P. 665.
- 29. Kong J., Yenilmez E., Tombler T. W., et al. // Phys. Rev. Lett. 2001. V. 87. Article no. 106 801.
- 30. Tans S. J., Verschueren A. R. M., Dekker C. // Nature. 1998. V. 393. P. 49.
- 31. Kong J., Franklin N. R., Zhou Ch., et al. // Science. 2000. V. 287. P. 622.
- 32. Dai H., Hafner J. H., Rinzler A. G., et al. // Nature. 1996. V. 384. P. 147.
- 33. Guthold M., Matthews G., Taylor R., et al. // Biophys. J. A. 1999. V. 76. P. 351.
- 34. Choi W. B., Chu J. U., Jeong K. S., et al. // Appl. Phys. Lett. 2001. V. 79. P. 3696.
- 35. Kim P., Shi L., Majumdar A., McEuen P. L. // Phys. Rev. Lett. 2001. V. 87. Article no. 215 502.
- 36. Aharonov Y., Bohm D. // Phys. Rev. 1959. V. 115. P. 485.
- 37. Bachtold A., Strunk C., Salvetat J.-P., et al. // Nature. 1999. V. 397. P. 673.
- 38. Luttinger J. M. // Phys. Rev. 1960. V. 119. P. 1153.
- 39. Bockrath M., Cobden D. H., Lu J., et al. // Nature. 1999. V. 397. P. 598.
- 40. Poncharal P., Wang Z. L., Ugarte D., de Heer W. A. // Science. 1999. V. 283. P. 1513.
- 41. Gao R., Wang Z. L., Bai Z., et al. // Phys. Rev. Lett. 2000. V. 85. P. 622.
- 42. Глухова О. Е., Жбанов А. И., Терентьев О. А. // Вопросы прикладной физики: Межвуз. науч. сб. Саратов: Изд-во Сарат. ун-та, 2001. Вып. 7. С. 57.
- 43. Глухова О. Е., Жбанов А. И., Терентьев О. А. // Вопросы прикладной физики: Межвуз. науч. сб. Саратов: Изд-во Сарат. ун-та, 2002. Вып. 7. С. 39.
- 44. Rueckes Th., Kim K., Joselevich E., et al. // Science. 2000. V. 289. P. 94.
- 45. Smith B. W., Monthioux M., Luzzi D. E. // Nature. 1998. V. 396. P. 323.
- 46. Iijima S. // Physica. B. 2002. V. 323. P. 1.
- 47. Gulyaev Yu. V., Nefyodov I. S., Sinitsyn N. I., et al. // 7th Int. Vacuum Microelectronics Conference, Grenoble, France, July 4–15, 1994. P. 319.
- 48. Fishbine B. H., Miglionico C. J., Hackett K. E., Hendricks K. J. // Mat. Res. Soc. Symp. Proc. 1994. V. 349. P. 319.
- Smalley R. E. // A Symposium in Honor of Professor Marvin L. Cohen's 60th Birthday, University of California at Berkeley, August 13, 1994. (Invited Presentations).
- 50. Rinzler A. G., Hafner J. H., Nikolaev P., et al. // MRS Proceedings. 1994. V. 359. P. 61.
- Chernozatonskii L. A., Gulyaev Y. V., Kosakovskaja Z. J., et al. // J. Mater. Res. 1994. V. 94. P. 927.
- Gulyaev Yu. V., Chernozatonskii L. A., Kosakovskaja Z. Ya., et al. // J. Vac. Sci. Technol. B. 1995. V. 12, No. 2. P. 435.
- Chernozatonskii L. A., Gulyaev Y. V., Kosakovskaja Z. J., et al. // Chem. Phys. Lett. 1995. V. 233. P. 63.

- 54. Rinzler A. G., Hafner J. H., Nikolaev P., et al. // Science. 1995. V. 269. P. 1550.
- 55. de Heer W. A., Chatelain A., Ugarte D. // Science. 1995. V. 270. P. 1179.
- Chernozatonskii L. A., Kosakovskaja Z. Ya., Gulyaev Yu. V., et al. // J. Vac. Sci. Technol. B. 1996. V. 14, No. 3. P. 2080.
- 57. Collins P. G., Zettl A. // Appl. Phys. Lett. 1996. V. 69. P. 1969.
- 58. Collins P. G., Zettl A. // Phys. Rev. B. 1997. V. 55. P. 9391.
- Gulyaev Yu. V., Sinitsyn N. I., Torgashov G. V., et al. // J. Vac. Sci. Technol. B. 1997. V. 15, No. 2. P. 422.
- 60. Sinitsyn N. I., Gulyaev Yu. V., Torgashov G. V., et al. // Appl. Surf. Sci. 1997. V. 111. P. 145.
- 61. de Heer W. A., Bonard J.-M., Fauth K., et al. // Adv. Mater. 1997. V. 9, No. 1. P. 87.
- 62. Saito Y., Hamaguchi K., Hata K., et al. // Nature. 1997. V. 389. P. 554.
- 63. Saito Y., Hamaguchi K., Nishino T., et al. // Jpn. J. Appl. Phys. A. 1997. V. 36, No. 10. P. L1340.
- 64. Lee Y. H., Kim S. G., Tomanek D. // Chem. Phys. Lett. 1997. V. 265. P. 667.
- 65. Bonard J.-M., Kind H., Stocli T., Nilsson L.-O. // Solid State Electronics. 2001. V. 45. P. 512.
- 66. Fan S., Chapline M. G., Franklin N. R., et al. // Science. 1999. V. 283. P. 512.
- Musatov A. L., Kiselev N. A., Zakharov D. N., et al. // Applied Surface Science. 2001. V. 183, No. 1–2. P. 111.
- Glukhova O. E., Zhbanov A. I., Torgashov I. G., et al. // Appl. Surf. Sci. 2003. V. 215, No. 1–4, P. 149.
- 69. Saito Y., Uemura S. // Carbon. 2000. V. 30. P. 169.
- 70. Bonard J.-M., Croci M., Klinke C., et al. // Carbon. 2002. V. 40. P. 1715.
- 71. Bonard J.-M., Stockli Th., Noury O., Chatelain A. // Appl. Phys. Lett. 2001. V. 78. P. 2775.
- Obraztsov A. N., Petrushenko Yu. V., Satanovskaya O. P., Volkov A. P. // Proc. IVeSC'2002 Supplement, Saratov, Russia, July 15–19, 2002. P. 254.
- Leshukov M. Yu., Baturin A. S., Chadaev N. N., Shehin E. P. // Proc. IVeSC'2002 Supplement, Saratov, Russia, July 15–19, 2002. P. 246.
- 74. Wang Q. H., Satlur A. A., Lauerhaas J. M., et al. // Appl. Phys. Lett. 1998. V. 72. P. 2912.
- 75. Choi W. B., Chung D. S., Kang J. H., et al. // Appl. Phys. Lett. 1999. V. 75. P. 3129.
- Abanshin N., Muchina E., Nikishin N., et al. // Proc. IVeSC'2002 Supplement, Saratov, Russia, July 15–19, 2002. P. 13.

<sup>1</sup> Саратовский государственный университет	Поступила в редакцию
им. Н. Г. Чернышевского,	9 декабря 2003 г.
<sup>2</sup> Саратовское отделение ИРЭ РАН, г. Саратов, Россия	

## NANOELECTRONIC DEVICES BASED ON CARBON NANOTUBES

A. I. Zhbanov, G. V. Torgashov, and N. I. Sinitsyn

We review the state-of-the-art of the carbon nanotube (CNT) electronics. The emphasis is made on actually created devices. We outline the history of discovery of fullerenes and consider their properties. The experimental discovery of nanotubes and the technologies for nanotube synthesis are reviewed. The dependence of the CNT conductivity on the geometrical structure of nanotubes is discussed. Various nanoelectronic CNT devices, such as wires, heterojunctions, diodes, and field-effect transistors, are presented. Quantum properties of CNTs at low temperatures are discussed. CNT-based mechanical devices, elements of memory, and switches are considered. Field emission properties of CNTs are analyzed. Data on the developed CNT-based light-emitting elements and the manufactured preproduction models of CNT flat-panel displays are given.

# ИСПРАВЛЕНИЯ

# к статье А.П. Николаенко, Л. М. Рабинович, А.В. Швец, А.Ю. Щекотов «ПОЛЯРИЗАЦИОННЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ НИЗКОЧАСТОТНЫХ РЕЗОНАНСОВ В ПОЛОСТИ ЗЕМЛЯ—ИОНОСФЕРА» (Изв. вузов. Радиофизика. 2004. Т. 47, № 4. С. 267–291)

В номере 4 журнала «Известия вузов. Радиофизика» за 2004 г. на стр. 279 по вине редакции был опубликован неверный рисунок, не соответствующий авторскому оригиналу и содержанию статьи.

Правильный рисунок приведён ниже.

Редакция журнала приносит извинения авторам и читателям.



Рис. 5. Результаты мониторинга поляризации горизонтального магнитного поля в обсерватории Лехта с 18 по 24 сентября 2000 г.