ИСПРАВЛЕНИЯ

к статье А. П. Николаенко, Л. М. Рабинович, А. В. Швец, А. Ю. Щекотов «ПОЛЯРИЗАЦИОННЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ НИЗКОЧАСТОТНЫХ РЕЗОНАНСОВ В ПОЛОСТИ ЗЕМЛЯ–ИОНОСФЕРА» (Изв. вузов. Радиофизика. 2004. Т. 47, № 4. С. 267–291)

В номере 4 журнала «Известия вузов. Радиофизика» за 2004 г. на стр. 279 по вине редакции был опубликован неверный рисунок, не соответствующий авторскому оригиналу и содержанию статьи.

Правильный рисунок приведён ниже.

Редакция журнала приносит извинения авторам и читателям.

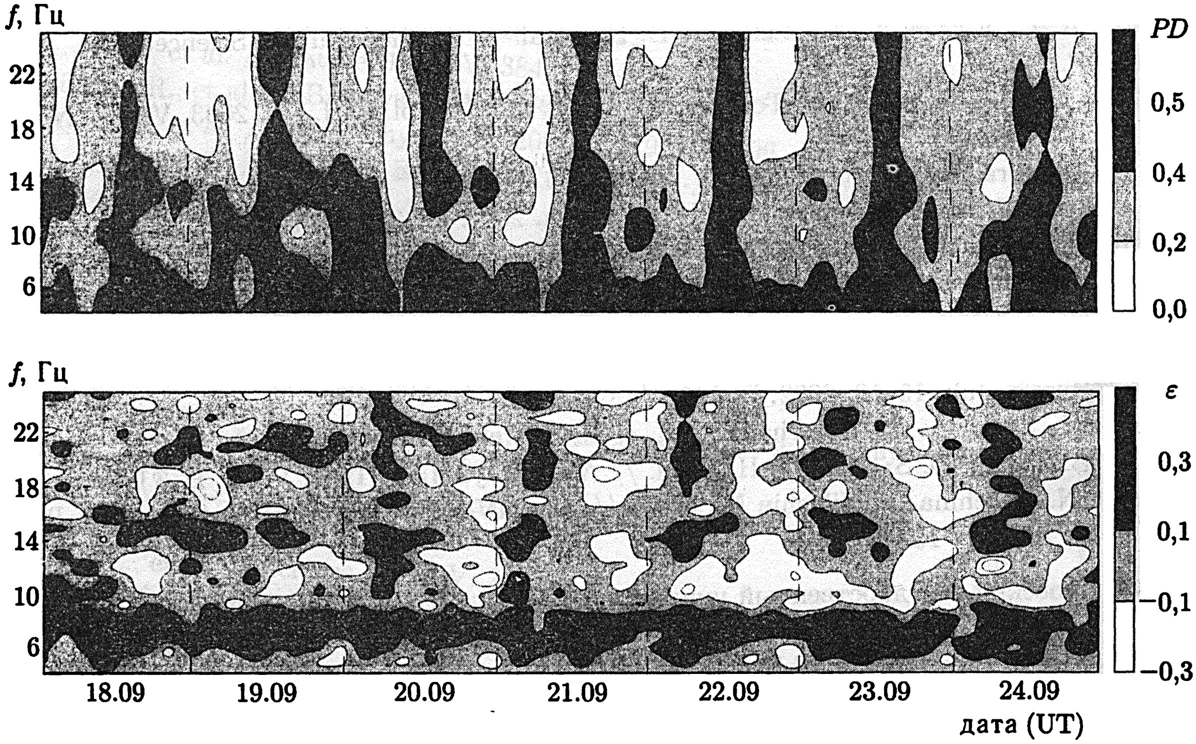


Рис. 5. Результаты мониторинга поляризации горизонтального магнитного поля в обсерватории Лехта с 18 по 24 сентября 2000 г.

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Известия высших учебных заведений

РАДИОФИЗИКА

ежемесячный научно-технический журнал

Издаётся с апреля 1958 г.

Том XLVII № 4 **Нижний Новгород** **2004**

Содержание

УДК 520.24+520.274.3+52-17

МНОГОАЗИМУТАЛЬНЫЙ РЕЖИМ НАБЛЮДЕНИЙ НА ЮЖНОМ СЕКТОРЕ РАТАН-600 С ПЕРИСКОПИЧЕСКИМ ОТРАЖАТЕЛЕМ

В. М. Богод[1], *Г. Н. Жеканис*[1], *М. Г. Мингалиев*[1], *С. Х. Тохчукова*[2]

Данная работа посвящена развитию возможностей радиотелескопа РАТАН-600 путём внедрения в регулярное пользование режима многоазимутальных наблюдений на южном секторе с перископическим отражателем. Этот метод делает возможным изучение динамики переменных радиоисточников на временны́х интервалах с длительностью до нескольких минут и на порядок увеличивает количество переменных радиообъектов при проведении обзоров неба. В настоящее время проведено более десятка серий наблюдений Солнца в новом режиме на многоволновом приёмном комплексе и получены новые астрофизические результаты. Разработано программное обеспечение для многоволнового картографирования Солнца и вейвлет-анализа временны́х рядов. Достигнутые характеристики режима: временно́е разрешение 4 минуты в течение до 4,5 часов при наблюдениях в интервале азимутальных углов от 30° до -30°.

ВВЕДЕНИЕ

При исследовании переменных радиоисточников в широком диапазоне частот и характерных временны́х масштабов возникают задачи частых наблюдений. В течение 2000–2003 гг. на РАТАН-600 разработан и внедрён в регулярное пользование режим многократных азимутальных наблюдений на южном секторе с перископом (ЮП). Указанные наблюдения открывают новые возможности не только при исследовании такого переменного объекта, как Солнце, но и при проведении крупных обзоров переменных радиоисточников. В перспективе развитие данного режима может привести к развитию многоволновых наблюдений пульсаров, что весьма важно, учитывая большую эффективную площадь рефлекторной системы. В данной работе режим наблюдений был применён для исследования Солнца с повышенным временны́м разрешением. Известно, что в солнечной радиоастрономии перед исследователями стоит задача получения изображения с хорошим пространственным, временны́м и спектральным разрешением в широком диапазоне, с высокой чувствительностью по потоку излучения и степени поляризации. Существующие на сегодняшний день крупные радиотелескопы (VLA, CCPT, WSRT, OVRO, NoRH, РАТАН-600) позволяют исследовать структуру солнечных образований с пространственным разрешением до $3\div15''$. Каждый их этих инструментов имеет свои ограничения, определяющие его круг задач. РАТАН-600 [1] является рефлекторной антенной с переменным профилем отражающей поверхности, с большой эффективной площадью ($400\div600$ м^2 в одном секторе) и рабочим диапазоном длин волн от 50 см до 8 мм, что является преимуществом по сравнению с интерферометрическими системами. В сочетании с панорамным анализатором спектра (ПАС) [2] радиотелескоп является уникальным инструментом для солнечных исследований, позволяющим вести параллельный приём в широком диапазоне длин волн с 5-процентным спектральным разрешением, высокой чувствительностью по потоку (несколько миллиянских) и высокой точностью измерения степени поляризации (доли процента). В то же время главными недостатками РАТАН-600 как инструмента для исследований Солнца являются относительно низкое временно́е разрешение и одномерность получаемых изображений. До настоящего времени РАТАН-600 использовался в основном для получения одномерных изображений (сканов) радиоисточников в режиме прохождения. Однако конструкция телескопа позволяет реализовать множество различных режимов наблюдений, включая несколько методов картографирования (азимутальный апертурный синтез двумерных изображений на круговом отражателе и в антенной системе ЮП [1], параллельный околозенитный синтез [3], режим радиогелиографа [4]. Здесь мы рассматриваем более детально режим многоазимутальных наблюдений на ЮП.

Наблюдения Солнца проводятся на ЮП с 1976 года в режиме пассажного инструмента регулярно один раз в день, в местный полдень (около 9:13 UT, или, точнее, с учётом уравнения времени, от 8:57 до 9:27 UT). В июле 1982 года была проведена первая пробная серия наблюдений в интервале азимутов от -8° до 8° от меридиана [5]. При этом были уточнены формулы, полученные ранее Шиврисом [6], для расчёта высоты установки плоского отражателя и момента прохождения источника через диаграмму направленности радиотелескопа с учётом рефракции и изменения координат источника в период наблюдений. Был предложен итеративный алгоритм для расчёта параметров установки антенны, который используется по настоящее время. На основе наблюдений, проведённых 19 июля 1982 года, были построены первые двумерные изображения активной области на Солнце на длине волны 2 см [7]. Восстановление одномерных проекций двумерного распределения радиояркости может быть реализовано как в пространстве сигналов, так и в пространстве фурье-спектров. Выбор второго способа в то время был обусловлен возможностями существовавших ЭВМ, точнее, ограничен ресурсами их оперативной памяти. Синтезируемый сектор позиционных углов при этом составил $\pm 12^\circ$. Качество полученных карт было невысоким, что затрудняло их использование для астрофизических исследований.

Позднее для азимутального картографирования Солнца на РАТАН-600 использовали методику синтеза изображений в пространстве сигналов [8]. Для коррекции изображения, как и в первом случае, была использована стандартная процедура чистки CLEAN (алгоритм Хегбома).

В последние годы появились новые возможности для проведения частых и качественных многоазимутальных наблюдений на ЮП благодаря автоматизации плоского отражателя [9] и частичной автоматизации 3-го облучателя [10], на котором был установлен высокоточный привод «Movitrac 31C» фирмы «Seweurodrive», управляемый с компьютера или пульта. Установленный на облучателе солнечный многоволновый комплекс с единым фазовым центром в широком диапазоне длин радиоволн даёт возможность строить одновременные карты на 30 длинах волн в диапазоне от 2 до 15 см.

Кроме того, возросшие возможности вычислительной техники уже не налагают ограничения на объём вычислений, необходимый для картографирования на ЮП. Основными задачами при современном картографировании на РАТАН-600 становятся повышение качества изображений и удобство пользования программным обеспечением.

С другой стороны, большой объём информации (измерения при 61 азимуте на 36 длинах волн дают 2 196 сканов Солнца в день) делает актуальной задачу автоматизации процесса обработки и представления данных в виде, удобном для восприятия и анализа.

При проведении многоазимутальных наблюдений, кроме задач по картографированию, важное место занимают исследования быстропеременных процессов в солнечной атмосфере.

Начиная с 1999 года было проведено несколько серий наблюдений во всём диапазоне азимутов (от 30° до -30°), доступных на ЮП, в месяцы, близкие к летнему и зимнему солнцестоянию (июнь–июль, декабрь) и к весеннему и осеннему равноденствию (сентябрь–октябрь, март–апрель). Таблица наблюдений приведена в сети Интернет на странице группы солнечных исследований (ГСИ) [11].

В марте 2002 года впервые были проведены наблюдения с интервалом между двумя последовательными кульминациями 4 минуты и интервалом между последовательными установками антенной системы, равным 1 минуте. Такая частота регистрации излучения Солнца является практически предельной для наблюдения всего диска в режиме прохождения, с неподвижными облучателем и кареткой, поскольку время прохождения Солнца через диаграмму направленности антенны (ДНА) составляет около 2,5 минут, а время установки кругового отражателя с помощью автоматической системы управления (АСУ) в настоящее время составляет около 1 минуты.

В принципе, для исследования отдельных локальных источников на Солнце можно повысить временно́е разрешение до 2 минут между кульминациями, но при этом теряется возможность калибровки по полному потоку, в связи с чем налагаются повышенные требования на стабильность аппаратуры в период наблюдений (до 4 часов).

1. МЕТОДИЧЕСКИЕ ОСОБЕННОСТИ МНОГОАЗИМУТАЛЬНЫХ НАБЛЮДЕНИЙ СОЛНЦА С ПОМОЩЬЮ АНТЕННОЙ СИСТЕМЫ ЮЖНОГО СЕКТОРА С ПЕРИСКОПИЧЕСКИМ ОТРАЖАТЕЛЕМ

Южный сектор кругового отражателя РАТАН-600 образует перископическую систему вместе с плоским зеркалом, состоящим из 124 плоских отражающих элементов размером $3{,}1 \times 8{,}5$ м, которые могут отклоняться от вертикали на угол до 70°. Протяжённость плоского отражателя около 400 м. Он ориентирован точно в направлении восток—запад и отстоит от центра радиотелескопа на 104 м к югу. Между плоским зеркалом и южным сектором главного зеркала радиотелескопа находится круговой рельсовый путь, радиус кривизны которого составляет 160 м. Кабина со вторичным зеркалом (облучатель) может двигаться по этим рельсовым путям, обеспечивая наблюдения в пределах азимутов $\pm 30^\circ$ от направления на юг (рис. 1). В системе ЮП для указанного диапазона азимутов сохраняется ножевая диаграмма направленности при больших углах места (в отличие от режимов наблюдения без плоского отражателя, когда вертикальный размер диаграммы быстро уменьшается при увеличении высоты источника).

Рис. 2 иллюстрирует особенности солнечных наблюдений с помощью системы ЮП, связанные с изменением ориентации ножевой диаграммы относительно траектории Солнца [6]. Из рис. 2 видно, что в периоды, близкие к весеннему и осеннему равноденствию, ориентация луча диаграммы относительно оси Солнца сохраняется, что удобно для наблюдения переменных процессов. С другой стороны, в периоды летнего и зимнего солнцестояния позиционные углы достигают максимальных значений, что благоприятствует построению двумерных карт стабильных областей на Солнце.

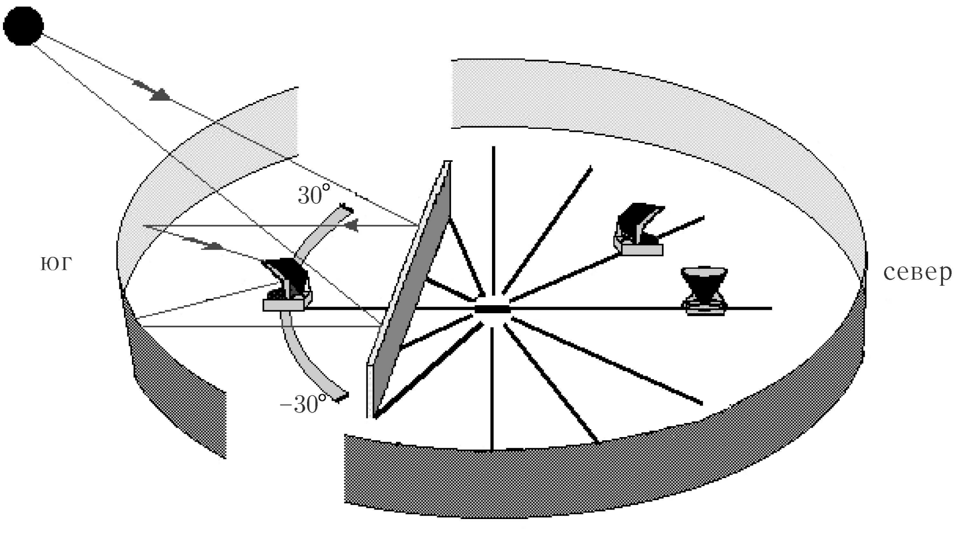


Рис. 1. Схема работы РАТАН-600 при использовании антенной системы южного сектора с плоским отражателем

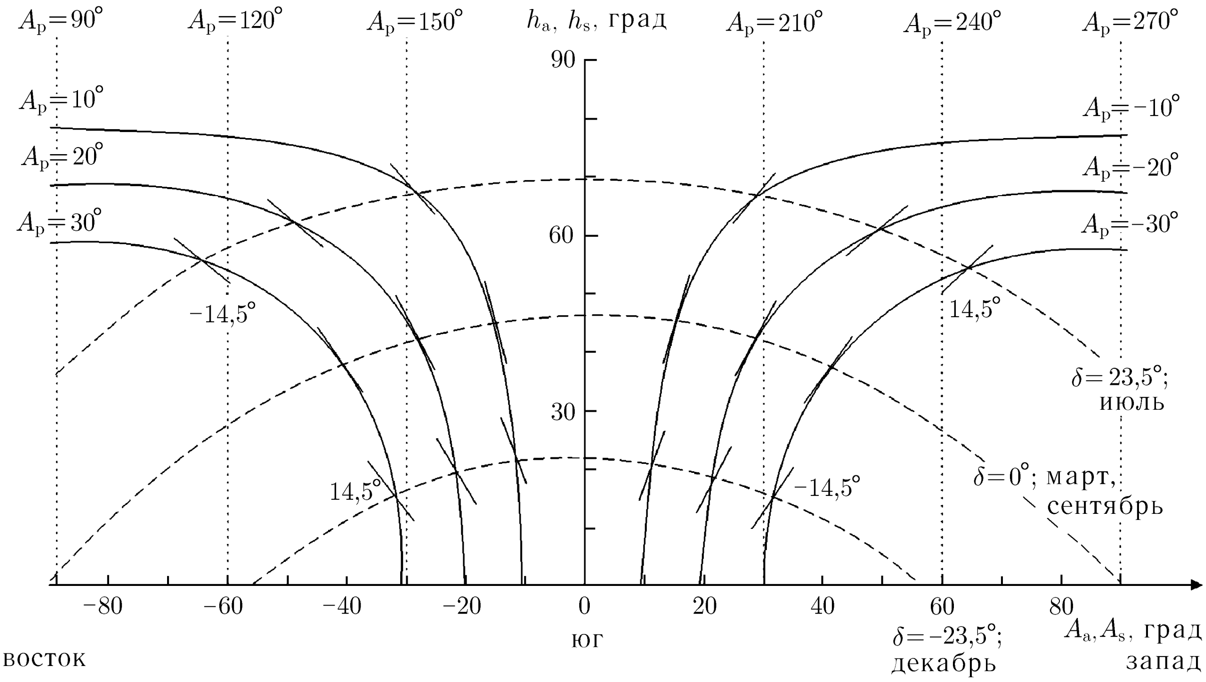


Рис. 2. Траектории источника (пунктирные полуокружности) и центра ДНА (сплошные линии) при различных склонениях источника δ. В точках пересечения этих кривых прямыми отрезками показаны ориентации вертикальных диаграмм направленности антенны. Показано, что при $\delta = 0°$ ориентация ДНА относительно источника не меняется. При склонениях $\delta \approx \pm 23°$ позиционные углы меняются от $-14{,}5°$ до $14{,}5°$ при наблюдениях в диапазоне азимутов от $-30°$ до $30°$. Здесь $A_{\rm p}$ — азимут вершины параболы, вдоль которой устанавливаются элементы кругового отражателя телескопа, $A_{\rm a}$ и $h_{\rm a}$ — азимут и угол наклона центра диаграммы направленности антенны, $A_{\rm s}$ и $h_{\rm s}$ — азимут и угол места источника

Следует отметить, что метод азимутального картографирования пригоден лишь для изучения стабильных (невспышечных) образований, тогда как многоазимутальные наблюдения с наименьшим временны́м интервалом необходимы для наблюдений быстропеременных процессов, колебаний солнечной атмосферы и всплесков.

Для взаимной привязки изображений, полученных для разных азимутов, следует учитывать азимутальные изменения параметров антенны (эффективной площади антенны и размера ДНА). Что касается размера ДНА, в первом приближении он должен быть постоянным. Эффективная площадь антенны изменяется пропорционально произведению косинуса угла наклона плоского отражателя от вертикали и косинуса азимута облучателя [6]. На рис. 3 приведён график этой зависимости. В периоды равноденствия, когда угол наклона плоского отражателя от вертикали практически не меняется, эффективная площадь антенны уменьшается пропорционально косинусу азимута облучателя и при крайних азимутах падает на 15 %. В периоды солнцестояния это падение увеличивается до 30 %. Сказанное особенно справедливо для длинных волн. На коротких волнах косинус угла наклона плоского отражателя не влияет на уменьшение эффективной площади антенны, поскольку вертикальный размер принимающей поверхности ограничивается вертикальным размером зеркала облучателя, который равен 5,5 м. Для солнечных склонений высота облучателя заведомо меньше высоты плоского отражателя (7,4 м), умноженного на косинус угла его наклона. Это приводит к тому, что на коротких волнах работает верхняя кривая на рис. 3 независимо от периода наблюдений (т. е. и в равноденствие, и в солнцестояние). Калибровка по полному потоку излучения позволяет осуществлять взаимную привязку азимутов,

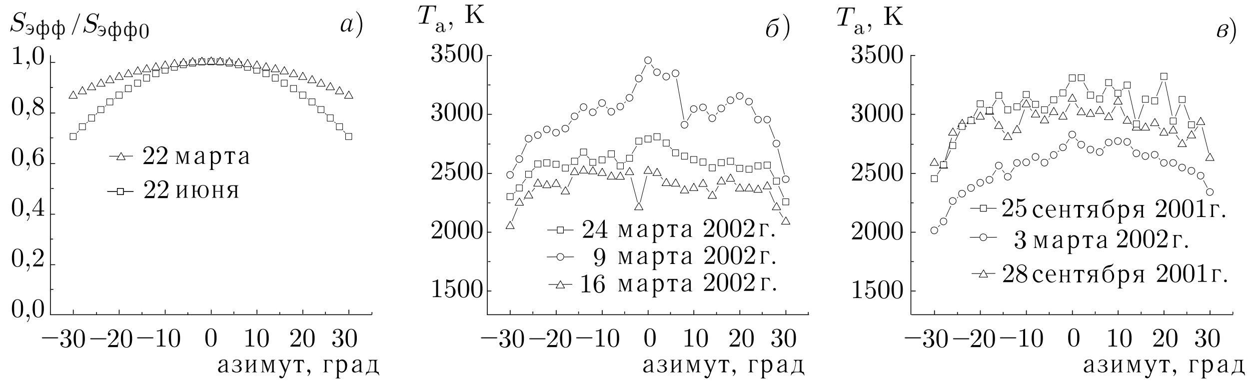


Рис. 3. (*а*) Расчётное относительное (по сравнению с меридианом) падение эффективной площади антенны $S_{эфф}$ при наблюдениях в различных азимутах. В периоды равноденствий (март, сентябрь) для крайних азимутов происходит уменьшение эффективной площади, достигающее 15 %, в период солнцестояний (декабрь, июнь) — до 30 %. (*б*) Изменение антенной температуры $T_а$ при наблюдениях спокойного Солнца при различных азимутах на длине волны 3,21 см для установок с сокращённой апертурой (109 щитов). (*в*) Изменение антенной температуры для установок с полной апертурой (166 щитов)

но на практике существуют некоторые расхождения с расчётными параметрами (рис. 3). Наибольшие расхождения проявляются в крайних восточных азимутах, от -30° до -26°. Здесь падение антенной температуры по сравнению с меридианом составляет до 30 % в равноденствие вместо ожидаемого падения на 15 %. Для остальных азимутов расхождение составляет не более 5 %.

Причины этой и других ошибок бывает трудно выявить из-за сложности используемой трёхзеркальной антенной системы. Некоторые ошибки (например, в расчётах времени кульминации и метках для установки облучателя в азимут) были выявлены при наблюдениях и минимизированы, а другие (например, смещение ДНА по высоте) следует учитывать при обработке. Ниже описываются основные виды ошибок, влияющих на качество наблюдений, и методики их определения по наблюдениям Солнца. Все ошибки можно разбить на две основные группы: 1) ошибки установки антенной системы по азимуту; 2) ошибки наведения антенной системы по высоте.

Первая группа складывается из ошибок наведения кругового отражателя, ошибок установки плоского отражателя и ошибок установки облучателя на данный азимут. Точность установки кругового отражателя определяется, прежде всего, точным определением мест нулей отражающих элементов и точностью юстировки отражающей поверхности. К такого рода ошибкам особенно чувствительны короткие волны.

Ошибки установки плоского отражателя сказываются на качестве наблюдений минимальным образом. Обнаруженный разворот всего плоского отражателя по азимуту, который приводил к образованию бокового лепестка диаграммы, уменьшен до приемлемых значений.

Ошибки установки облучателя на данный азимут наиболее явно видны в данных наблюдений, поэтому их легко выделить и контролировать. Перестановки облучателя в настоящее время управляются с пульта при участии операторов. Пробные наблюдения в режиме автоматического управления с использованием компьютера показали, что расстояние, проходимое облучателем по рельсам, соответствует ожидаемому угловому перемещению с точностью около 0,01 %, что даёт ошибку до 1,5 см при перемещении между установками. Для исключения систематических ошибок была составлена карта положений реперов на дуговых рельсовых путях, которая представляет собой таблицу расстояний между азимутами в инкрементах оборота двигателя привода. Эта таблица используется программой управления приводом, которая была написана для реализации

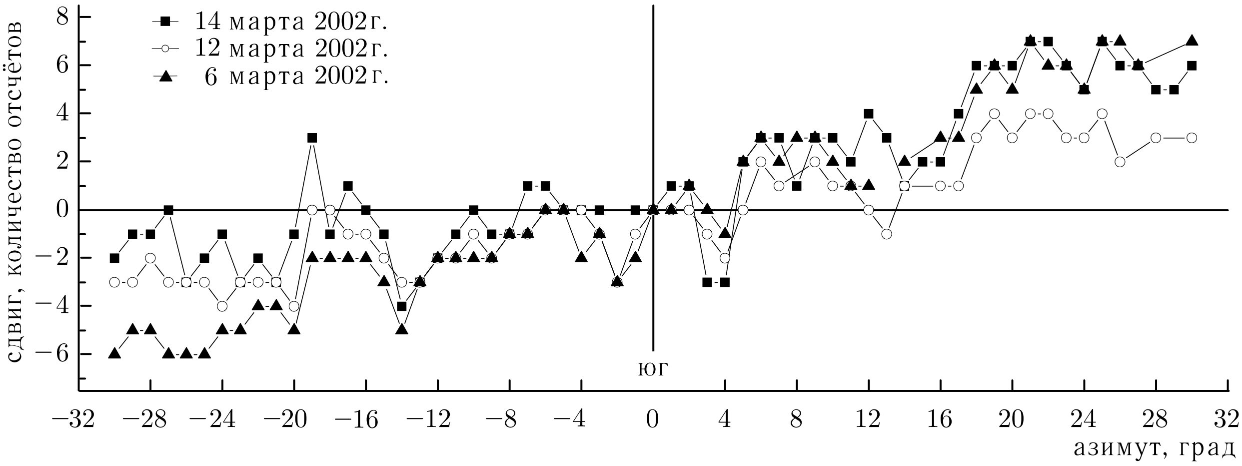


Рис. 4. График смещения максимума локального источника относительно меридиана при азимутальных наблюдениях. По вертикальной оси отложено количество отсчётов; 1 отсчёт равен примерно 5 секундам дуги на небе. Наклон кривых обусловлен смещением источника за счёт вращения Солнца. Величина отклонений от наклонной прямой определяется суммарным влиянием ошибок установки облучателя в фокус и ошибок фокусировки и наведения антенны

автоматических перестановок облучателя при многоазимутальных наблюдениях. Однако шумы, связанные с люфтами, не позволили реализовать необходимую точность установки для наблюдений на коротких волнах. Поэтому возможности точного цифрового привода в настоящее время полностью не используются, нужна более сложная система управления с обратной связью (информация, связанная с управлением приводом с использованием компьютера и положением реперов, приведена в Интернете на странице группы солнечных исследований [12], в «Справочнике по наблюдениям Солнца на РАТАН-600», см. «Инструкцию для наблюдателя на облучателе № 3»).

Другой источник ошибок заключается в температурных изменениях положений реперов, которые могут превышать 1 см. Более стабильные выносные реперы пока установлены только через каждые 4°. Планируется их установка через каждые 2°, что должно улучшить точность установки облучателя. Следует также упомянуть ошибки установки вторичного зеркала в горизонтальной плоскости (горизонтирования). При интервале между азимутальными наблюдениями 1 минута не хватает времени для горизонтирования с участием операторов. В этом случае необходимо применять автоматическую установку зеркала (такая система реализована на облучателе № 1).

Таким образом, совокупность ошибок установки облучателя на определённый азимут, расчёта времени кульминации, наведения кругового и плоского отражателей по азимуту может приводить к аберрациям, а также к тому, что расчётное время кульминации может не совпадать с моментом прохождения центра Солнца при сканировании. На рис. 4 приведены результаты измерения совокупной ошибки наведения по азимуту при смещении максимума локального источника от меридиана после коррекции положения реперов.

Если предположить, что ошибка обусловлена точностью установки облучателя по азимуту, то среднеквадратичное отклонение составляет (в переводе на расстояние по рельсам) около 3 мм. Ошибки такой величины не приводят к заметным аберрациям. Для восстановления центра источника в программе «WorkScan» [13] обычно используется процедура выравнивания по краям скана. Если на краях Солнца есть источники, этот метод работает неточно. В разработанном нами программном обеспечении в этом случае используется выравнивание по максимуму сигнала от стабильного локального источника на Солнце.

Что касается ошибок наведения антенны по высоте, они меньше влияют на качество наблюдений, поскольку размер ДНА в большей части рабочего диапазона длин волн больше размера Солнца. Но эти ошибки также следует измерять и учитывать их при вычислении потоков излучения от локальных источников на коротких волнах. По специальной методике было установлено, что существует систематическое смещение ДНА по высоте, которое составляет от -4 до -6 минут дуги на всех длинах волн и при всех азимутах. К такого рода ошибкам может приводить, например, недостаточно точный расчёт эфемерид (например, из-за неточного учёта рефракции) или неточное определение мест нулей отражательных элементов. Для выяснения причины смещения ДНА необходимо провести наблюдения калибровочных источников при различных азимутах. Для более точных вычислений потоков излучения локальных источников на коротких волнах (меньше 4 см) необходимо учитывать, что за время прохождения диска Солнца через ДНА (приблизительно 2,5 минут) высота Солнца изменяется. В утренние часы она увеличивается, а в послеобеденные — уменьшается, проходя вблизи моментов солнцестояния около 10 угловых минут по высоте за время одного наблюдения. Из-за этого ДНА пересекает Солнце не по прямой, а по некоторой кривой, в направлении северо-запад—юго-восток утром и юго-запада—северо-восток после полудня. Позиционный угол $q = -\arcsin(\operatorname{tg} A \operatorname{tg} \delta)$ летом увеличивает этот наклон, а зимой уменьшает на величину до $h_1 = R_\odot \sin q = 16 \sin(14{,}5^\circ) = 4$ угловые минуты, где $R_\odot$ — угловой радиус Солнца.

Для наблюдений с повышенным временны́м разрешением число отражательных элементов было снижено с 166 до 109, что уменьшило влияние диаграммных ошибок и время наведения антенны. Измерения размеров точечного источника на Солнце показали, что размеры ДНА сохраняются в большом интервале азимутальных углов, и лишь при крайних азимутах (от -26° до -30°) возможно заметное уширение диаграммы по сравнению со значением в меридиане. Для задач картографирования рекомендуется не использовать эти азимуты, пока качество изображения не будет улучшено с помощью юстировки и включения в процесс наблюдения элементов смежных секторов.

2. МНОГОВОЛНОВОЕ КАРТОГРАФИРОВАНИЕ С АЗИМУТАЛЬНЫМ СИНТЕЗОМ АПЕРТУРЫ

Для обработки данных многоазимутальных наблюдений разработано новое программное обеспечение в среде IDL с использованием стандартного формата FITS и библитотек ASTROLIB. Данная программа RAIS [14] имеет графический интерфейс, работает как в пакетном, так и в интерактивном режимах и открыта для модификации пользователем. Программа позволяет строить карты всего диска Солнца с использованием в качестве входных данных как наблюдений на ЮП, так и в других режимах, в частности в режиме «эстафета с зонированием» [15]. Методика картографирования включает синтез двумерного распределения яркости по одномерным профилям, полученным при сканировании объекта лучами с ножевой диаграммой направленности. В основе процедуры построения синтезированного изображения лежит алгоритм суммирования соответствующих значений одномерных профилей [16]:

$$g(x,y) = \sum g_{qi}\,(x \cos q_i + y \sin q_i). \tag{1}$$

Полученная «грязная» карта $g(x,y)$ эквивалентна свёртке исходного изображения объекта $f(x,y)$ с синтезированной диаграммой h:

$$g(x_0,y_0) = \iint h(x-x_0, y-y_0) f(x,y)\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y + n(x_0,y_0), \tag{2}$$

где $n(x_0,y_0)$ — случайный шум.

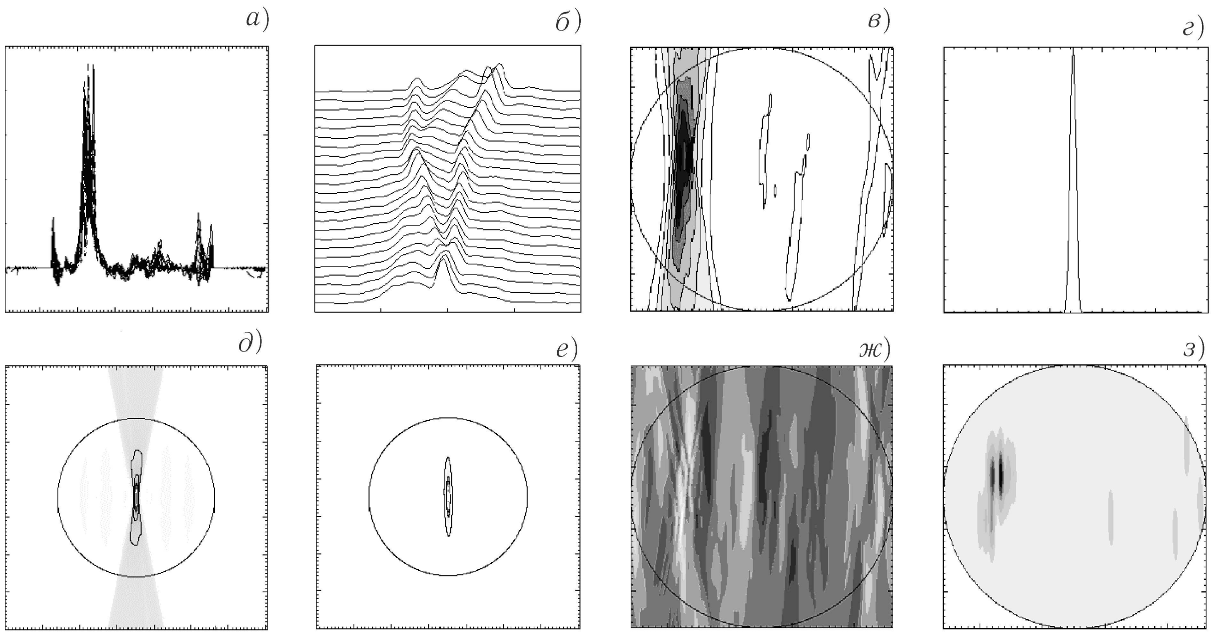


Рис. 5. Визуализация основных этапов картографирования: (*а*) одномерные сканы Солнца. Размер по горизонтали на 20 % превышает размер оптического диска; (*б*) сканы отдельной активной области. Размер по горизонтали — около 7 минут дуги; (*в*) «грязная» двумерная карта. Сплошным кругом изображён оптический диск Солнца; (*г*) одномерная диаграмма на длине волны 2,24 см. Полуширина диаграммы составляет около 20 секунд дуги; (*д*) «грязная» синтезированная двумерная диаграмма; (*е*) «чистая» двумерная диаграмма; (*ж*) остатки после вычитания источников из «грязной» карты («residuals»). Стандартное отклонение составляет 1,5 % от максимума исходной карты; (*з*) «чистая» двумерная карта Солнца

Восстановление исходного распределения яркости f в математическом смысле является задачей обращения линейного уравнения Фредгольма первого рода типа свёртки. Эта задача в данном случае решается с помощью алгоритма CLEAN.

Соответственно, процесс построения карты состоит из четырёх основных процедур-команд (рис. 5):

— синтезирование «грязной» карты (команда MAP CALC);

— построение «грязной» синтезированной диаграммы (2D BEAM CALC);

— вычисление «чистой» двумерной диаграммы (2D BEAM CLEAN);

— чистка «грязной» карты (MAP CLEAN).

На рис. 5*а* показаны одномерные сканы полного диска Солнца на длине волне 2,24 см, полученные 19 декабря 2001 г. На следующем рис. 5*б* в большем масштабе по горизонтали представлена активная область в восточном полушарии, сканированная под разными позиционными углами. Видно, что источник, сигнал которого при первом азимуте состоит из одного пика и протяжённого фона, к последнему азимуту постепенно разрешается на три источника примерно одинаковой яркости. Полученная «грязная» карта представлена на рис. 5*в*. Из-за того, что синтезированная диаграмма имеет боковые лепестки, изображения источников также получаются с подобными лепестками, т. е. «грязные». Алгоритм чистки лепестков процедурой CLEAN состоит в том, что программа находит максимумы яркости на изображении, вычитает из них «грязную» диаграмму направленности и добавляет (с заданным усилением) «чистую» диаграмму. «Грязная» двумерная диаграмма вычисляется таким же способом, что и «грязная» карта, но вместо сканов суммируется одномерная диаграмма, поворачиваемая под теми же углами распределения. «Чистая» двумерная

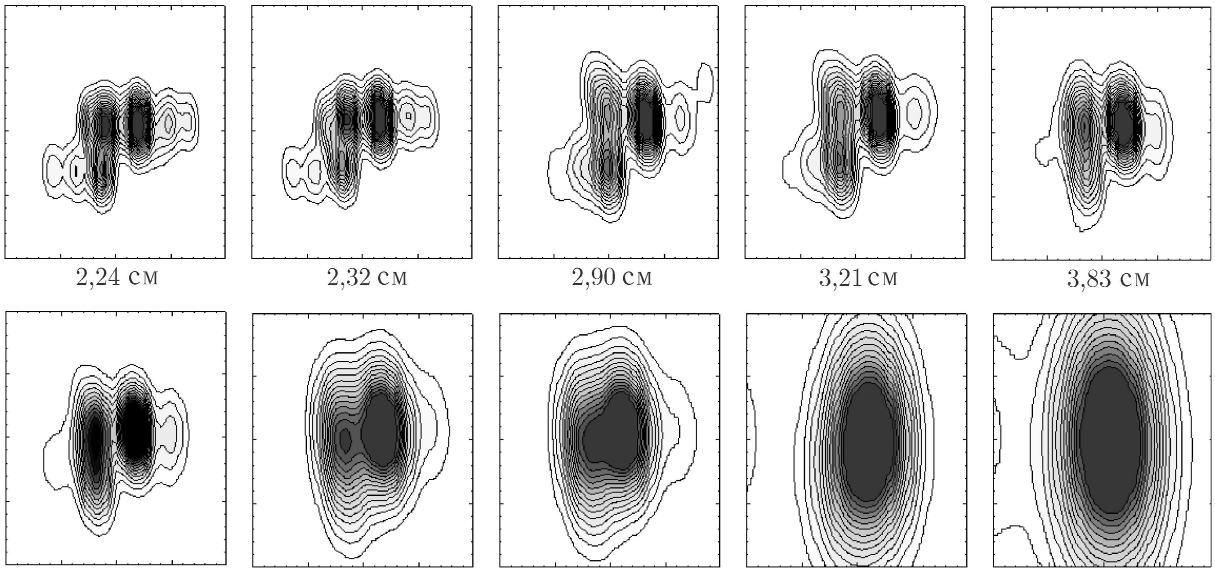


Рис. 6. Синтезированные карты активной области на Солнце на 10 длинах волн от 2,24 до 8,96 см по наблюдениям на ЮП РАТАН-600. Размер каждого изображения по горизотали около 4 минут дуги, по вертикали — 8 минут дуги

диаграмма получается путём вписывания двумерного гауссового распределения в ядро «грязной» диаграммы (рис. 5*е*). На длине волны 3,21 см размер синтезированной диаграммы составляет $20'' \times 155''$. Вертикальный размер «чистой» диаграммы будет тем меньше, чем больше сектор позиционных углов. Для ЮП этот сектор ограничивается геометрией системы, поскольку при угле раскрыва рельсовых путей от 30° до -30° максимальный сектор позиционных углов составляет приблизительно от $-14{,}5^\circ$ до $14{,}5^\circ$. Таким образом, вместо ножевой диаграммы мы получаем ограниченный размер диаграммы по двум координатам, но при этом источники вытянуты по вертикали. Что касается углового разрешения между одномерными изображениями, для точного восстановления двумерного распределения радиояркости Солнца необходимо иметь 150 сечений через равные угловые промежутки [17]. Поскольку в нашем случае сектор составляет 30° вместо 180° при полном заполнении uv-плоскости, для картографирования достаточно использовать 25 сканов между азимутами 30° и -30°, а при наблюдениях в интервале азимутов от 20° до -20° достаточно 18 сканов. Наблюдения через 2° по азимуту обеспечивают именно такое количество изображений. Следует помнить ещё об одном важном факторе, влияющем на качество синтезированных двумерных изображений — это точность вычитания уровня излучения спокойного Солнца. На рис. 6 приведён пример многоазимутального картографирования активной области на Солнце на 10 длинах волн сантиметрового диапазона.

3. НАБЛЮДЕНИЯ ПЕРЕМЕННЫХ РАДИОИСТОЧНИКОВ

Анализ временны́х вариаций излучения источников на масштабах от минут до часов — ещё не полностью освоенное на РАТАН-600 направление исследований.

На рис. 7 приведён пример наблюдений на ЮП на 61 азимуте. Представлены наложение одномерных распределений интенсивности I и круговой поляризации V, а также динамика максимума антенной температуры двух локальных источников на скане. Видно, что в ведущем пятне в период наблюдения произошёл всплеск, тогда как хвостовое пятно было относительно стабильным.

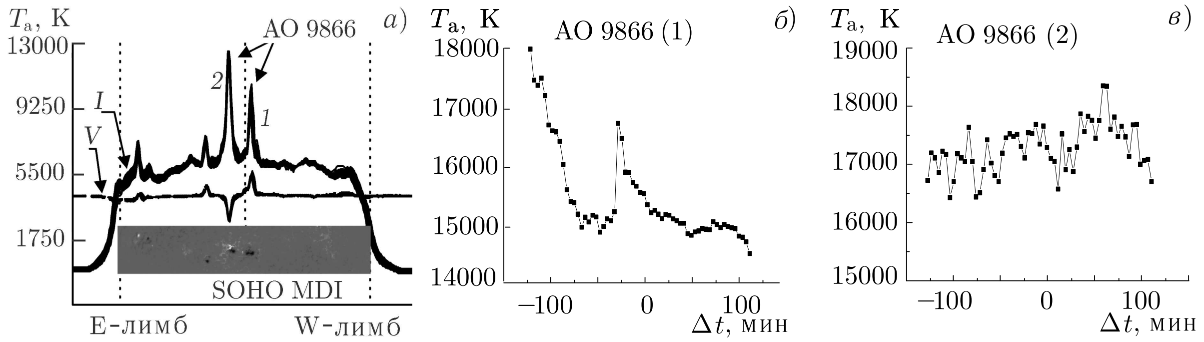


Рис. 7. (*а*) Наложение 61 азимутального скана и сопоставление с магнитными полями по данным SOHO MDI. Стандартное отклонение антенной температуры точки на спокойном Солнце составляет 1 %. Изменение антенной температуры по азимуту: (*б*) — ведущее пятно (источник *1* на рисунке слева), (*в*) — хвостовое пятно (источник *2*)

Благодаря многоазимутальным наблюдениям различные виды инверсии круговой поляризации, которые раньше периодически наблюдались в излучении активных областей, были зарегистрированы в их динамике, и отмечена их связь с предвспышечным состоянием мощных активных областей [18]. Дальнейшие исследования в этом направлении и сопоставление с данными других диапазонов могут развить представления о том, как начинается вспышка, и помочь выбрать наиболее реалистичный сценарий вспышки из множества теоретических разработок.

Метод также даёт уникальные возможности для исследования колебаний магнитных полей в хромосфере и короне. Высокая чувствительность и разрешение телескопа в сочетании со спектральным разрешением ПАС в диапазоне длин волн 1÷4 см позволяют регистрировать даже небольшие изменения магнитных полей на уровне хромосферы, переходной области и короны. Вейвлет-анализ многоазимутальных данных позволил обнаружить колебания радиояркости активных областей с разными периодами, из которых наиболее заметны 80 и 50 минут (рис. 8). Большой интерес также представляет исследование колебаний с периодом около 3 минут. Возможно, дальнейшее развитие режима наблюдений и уменьшение промежутка между моментами наблюдений до 2 минут позволит получить новые данные о природе этих колебаний.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Реализация режима многоазимутальных наблюдений на ЮП позволила выполнить следующее.

1) Впервые на РАТАН-600 проведено несколько серий наблюдений Солнца в интервалах азимутов от 30° до −30° с временны́м разрешением до 4 минут (промежуток времени между сканами 1 минута) в течение 4÷4,5 часов.

2) Для обеспечения проведения многоазимутальных наблюдений внесены изменения в существующее программное обеспечение и создано новое программное обеспечение для обработки и анализа данных многоазимутальных наблюдений, которое включает:

— анализ вариаций излучения различных образований на Солнце,

— многоволновое картографирование.

На основе наблюдений в новом режиме получен ряд астрофизических результатов [18, 20]. Реализация данного режима наблюдений открывает также перспективы для других (не солнечных) направлений исследования переменных радиоисточников на РАТАН-600.

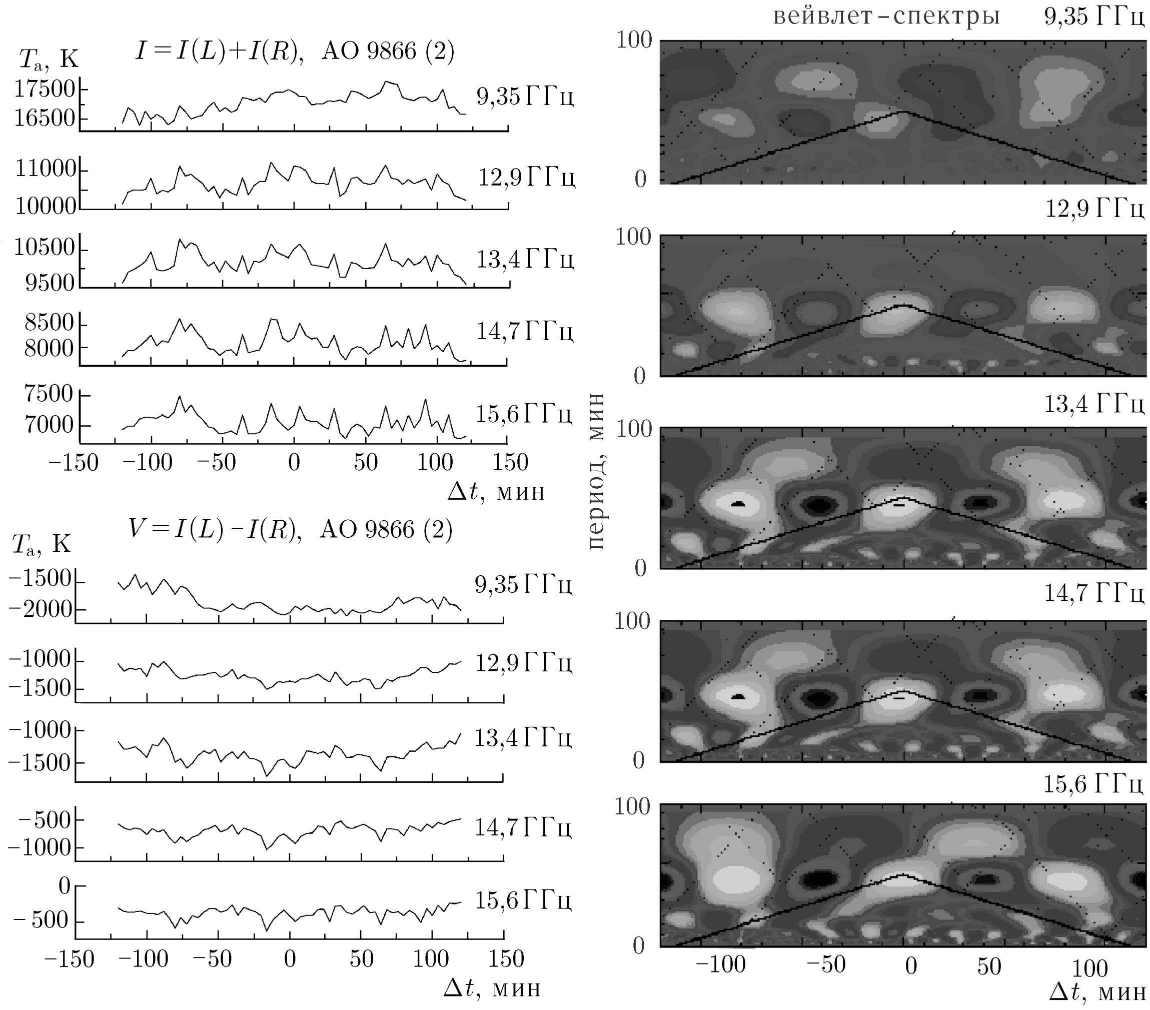


Рис. 8. Временные ряды параметров Стокса I и V локального источника в хвостовой части АО 9866 (слева) и вейвлет-спектры этого же источника на нескольких частотах из коротковолновой части диапазона ПАС [2] (справа). Сплошными линиями на спектрах нарисован косинус достоверности периодов. На спектрах в большинстве случаев виден период 80 минут, однако длина реализации недостаточна для однозначного утверждения о достоверной регистрации этих колебаний. Для вейвлет-анализа данных использовалась модификация программы [19]

Авторы выражают благодарность РФФИ (гранты № 02–02–16430, 03–02–06714, 02–07–90247) и ИНТАС (проекты № 00–0181 и 00–0543), финансовая поддержка которых была существенна при выполнении данной работы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Парийский Ю. Н., Шиврис О. Н. // Изв. ГАО. 1972. Т. 188. С. 3.
2. Богод В. М., Ватрушин С. М., Абрамов-Максимов В. Е., Цветков С. В., Дикий В. Н. Панорамный радиометрический анализатор спектра диапазона 3,5 ГГц–18 ГГц с цифровой обработкой информации: Препринт № 84 САО РАН. Нижний Архыз, 1993.
3. Парийский Ю. Н. РАТАН-600 и апертурный синтез: Препринт № 33Л САО АН СССР. Нижний Архыз, 1986.

4. Гельфрейх Г. Б., Опейкина Л. В. Моделирование работы РАТАН-600 в режиме радиогелиографа: Препринт № 96 САО РАН. Нижний Архыз, 1992.
5. Богод В. М., Минченко Б. И., Петров З. Е., Зверев Ю. К. и др. Результаты совместных наблюдений Солнца на радиотелескопах РАТАН-600 (южный сектор с перископом в 5 азимутах) и VLA (США) в июле 1982 года: Отчёт САО. 1983.
6. Шиврис О. Н. // Изв. САО. 1980. Т. 12. С. 134.
7. Минченко Б. С. // Изв. САО. 1986. Т. 21. С. 91.
8. Nindos A., Alissandrakis C. E., Gelfreikh G. B., et al. // Solar Physics. 1996. V. 165. P. 41.
9. Жеканис Г. В. // Тезисы конференции «Радиотелескопы РТ-2002. Антенны, аппаратура, методы», 9–11 октября 2002. С. 45.
10. Khaikin V. B., Majorova E. K., Efimov I. G., et al. // Proceedings of the VIII Russian-Finnish Symposium on Radioastronomy. 1999. P. 125.
11. http://www.sao.ru/hq/sun/obs_table.html.
12. http://www.sao.ru/hq/sun.
13. Гараимов В. И. Обработка массивов одномерных векторов данных в ОС Windows. Программа Work Scan — версия 2.3: Препринт № 127Т САО РАН. Нижний Архыз, 1997.
14. Тохчукова С. Х. Реализация метода многоазимутальных наблюдений Солнца на РАТАН-600: Препринт № 174 САО РАН. Нижний Архыз, 2002.
15. Golubchina O. A., Zhekanis G. V., Bogod V. M., et al. // Solar Researches in the South-Eastern European Countries: Present and Perspectives, 24–28 April 2001, Bucharest, Romania. Editura Academiei Romane, 2002. P. 18.
16. Агафонов М. И., Подвойская О. А. // Изв. вузов. Радиофизика. 1989. Т. 32, № 6. С. 742.
17. Минченко Б. С. Синтез двумерных изображений с помощью радиотелескопа РАТАН-600: Дисс. . . . канд. физ.-мат. наук. 1979.
18. Богод В. М., Тохчукова С. Х. // Письма в Астрон. журн. 2003. Т. 29, № 4. С. 263.
19. Sych R. A., Yan Y.-H. // Chinese J. of Astronomy and Astrophysics. 2002. V. 2. P. 183.
20. Tokhchukova S., Bogod V. // Solar Physics. 2003. V. 212, No. 1. P. 99.

[1] Специальная астрофизическая обсерватория РАН, п. Нижний Архыз, Россия;
[2] Главная (Пулковская) астрономическая обсерватория РАН, г. Санкт-Петербург, Россия

Поступила в редакцию 6 июня 2003 г.

MULTI-AZIMUTH REGIME OF OBSERVATIONS AT THE RATAN-600 SOUTHERN SECTOR WITH PERISCOPE REFLECTOR

V. M. Bogod, G. N. Zhekanis, M. G. Mingaliev, and S. Kh. Tokhchukova

This paper is aimed at the development of capabilities of the RATAN-600 radiotelescope by putting the regime of multi-azimuth observations at the southern sector with periscope reflector into regular operation. This method makes it possible to study the dynamics of variable radio sources at time scales down to a few minutes and increase by one order of magnitude the number of variable sources observed during sky surveys. At present, over ten series of observations of the Sun are performed in the new regime, and new astrophysical results are obtained. The software for multi-wavelength mapping of the Sun and wavelet analysis of time series is developed. The following characteristics of the regime are achieved: a temporal resolution of 4 min during a time interval of up to 4.5 h for observations at azimuth angles in the interval from 30° to −30°.

УДК 550.388.2+521.37

ПОЛЯРИЗАЦИОННЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ НИЗКОЧАСТОТНЫХ РЕЗОНАНСОВ В ПОЛОСТИ ЗЕМЛЯ—ИОНОСФЕРА

А. П. Николаенко [1], *Л. М. Рабинович* [1], *А. В. Швец* [1], *А. Ю. Щекотов* [2]

Приведены результаты измерений и теоретические расчёты поляризационных характеристик сверхнизкочастотных полей в резонаторе Земля—ионосфера. Показано, что горизонтальная магнитная составляющая поля в резонаторе Земля—ионосфера является эллиптически поляризованной. В окрестности первого резонансного максимума знак поляризации постоянен, что связано с преобладанием одной боковой волны в триплете, на который расщепляется первая собственная частота. Возможно случайное вырождение собственных частот резонатора в модели геомагнитного поля в виде двух «полуежей».

ВВЕДЕНИЕ

В настоящей работе мы рассматриваем поляризацию горизонтального магнитного поля сигналов шумановского резонанса и приводим экспериментальные данные о поляризации сигналов ионосферного альфвеновского резонанса. Экспериментальное исследование поляризации в области частот шумановского резонанса было впервые предпринято в работе [1]. Впоследствии эти исследования были продолжены в публикациях [2, 3].

Глобальный электромагнитный резонанс в сферической полости, образованной поверхностью Земли и нижней границей ионосферы, был назван шумановским в честь автора работы [4], где было предсказано существование таких резонансов, получено и исследовано дисперсионное соотношение, оценены собственные частоты полости Земля—ионосфера. Электромагнитная волна, обежавшая земной шар, приобретает фазовое запаздывание, равное 2π, на частоте 8 Гц, а сами резонансы наблюдаются как последовательность пиков в энергетическом спектре земного радиошума, создаваемого радиоизлучением мировых гроз. Максимумы спектральной плотности приходятся на частоты 8, 14, 20, 26 и т. д. герц.

На столь низких частотах в слое воздуха, ограниченном снизу Землёй, а сверху — ионосферной плазмой, распространяются только волны ТМ-поляризации, или E-типа, возбуждаемые вертикальными электрическими токами. Поле такой волны состоит из вертикальной электрической E_r и горизонтальной магнитной H_ϕ составляющих. Существует ещё компонента поля E_θ, но она обращается в нуль на идеально проводящей поверхности Земли. Волна E-типа, возбуждаемая вертикальной компонентой тока грозовых разрядов, допускает предельный переход к нулевым частотам ($\omega \to 0$), когда горизонтальное магнитное поле исчезает ($H_\phi \to 0$), а вертикальное электрическое поле стремится к константе ($E_r \to \mathrm{const}$), отвечающей электростатическому полю заряженного конденсатора Земля—ионосфера. Напряжённость этого поля составляет примерно 100 В/м и называется полем ясной погоды. Поле ясной погоды поддерживается мировой грозовой активностью, хотя возможны и дополнительные источники [5–7].

Из сказанного выше ясно, что термин «поляризация» уже занят, поскольку в волноводе Земля—ионосфера мы имеем дело с ТМ- или ТЕМ-поляризованной электромагнитной волной. Кроме того, понятие поляризации обычно связывают с поведением во времени и пространстве вектора электрической компоненты поля. В нашем резонаторе такая проекция единственная — это E_r. Тем не менее мы предпочтём использовать термин «поляризация», подразумевая под ним поведение полного вектора горизонтального магнитного поля. Здесь уместно сделать некоторые пояснения.

Обычно предполагается, что Земля представляет собой идеально проводящий шар. Такое предположение оказывается весьма близким к действительности на низких частотах. Если рассматривают изотропную ионосферную плазму, параметры которой не зависят от угловых координат (сферическая система координат (r, θ, φ) имеет начало в центре Земли), то говорят об однородном изотропном резонаторе Земля—ионосфера. В рамках такой модели полярную ось $\theta = 0$ направляют на источник поля (вертикальную молнию), расположенный в точке $M_{\rm S} = (a, 0, 0)$. Наблюдатель располагается на поверхности Земли $r = a$ в точке $M_0 = (a, \theta_{\rm H}, 0)$.

Поскольку однородный и изотропный резонатор обладает сферической симметрией, такой выбор системы координат с источником на полюсе и наблюдателем на нулевом меридиане возможен всегда, и поля оказываются функциями частоты ω и углового расстояния от источника до наблюдателя $\theta_{\rm H}$ [5, 6]. Важно отметить, что в симметричном и изотропном резонаторе поле E_r всегда направлено вертикально (по радиусу), а поле H_ϕ — вдоль перпендикуляра к дуге большого круга, соединяющей источник и приёмник.

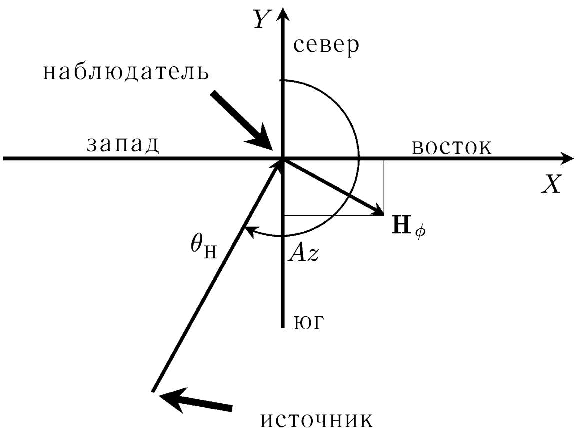


Рис. 1. Географическая система координат в точке наблюдения и компоненты горизонтального магнитного поля

В реальной ситуации приходится переходить к географической системе координат, когда ось $\theta = 0$ направлена на северный полюс, а источник и наблюдатель находятся в точках с координатами $M_{\rm S} = (a, \theta_{\rm S}, \varphi_{\rm S})$ и $M_0 = (a, \theta_0, \varphi_0)$ соответственно. Глобальная грозовая активность сконцентрирована в тропиках, над континентами, там, где местное время соответствует интервалу между 15 и 18 часами. В результате гро́зы в течение дня «объезжают» вокруг земного шара, следуя за Солнцем, а направление на источник из фиксированной точки наблюдения в течение дня изменяется. Поэтому в пункте приёма приходится использовать три антенны: одну вертикальную электрическую и две скрещенные горизонтальные магнитные антенны. Ориентация магнитных датчиков привязана к географической системе координат, а проекции поля обозначают как H_X и H_Y. Компонента магнитного поля H_X направлена вдоль параллели: $H_X \equiv H_{\rm ew} \equiv H_\phi$, а компонента H_Y — вдоль меридиана: $H_Y \equiv H_{\rm ns} \equiv -H_\theta$. В однородном и изотропном резонаторе имеет место простая связь между проекциями полного вектора поля (см. схему на рис. 1):

$$H_X = H_\phi \cos(Az - 180^\circ) = -H_\phi \cos(Az), \tag{1а}$$

$$H_Y = H_\phi \sin(Az - 180^\circ) = -H_\phi \sin(Az), \tag{1б}$$

где Az — географический азимут источника, отсчитываемый от направления на север по часовой стрелке, т. е. к востоку.

Если ионосферная плазма изотропна и однородна относительно угловых координат, то резонатор Земля—ионосфера оказывается однородным, изменения компонент поля H_X и H_Y происходят синфазно, и конец вектора полного поля $\mathbf{H}$ движется во времени вдоль прямой линии. В этом случае можно говорить, что горизонтальное магнитное поле «поляризовано линейно». Словосочетание «линейная поляризация» значительно компактнее, чем «временны́е изменения вектора магнитного поля вдоль прямой линии», поэтому в дальнейшем мы будем придерживаться этой нестрогой, но удобной терминологии.

В том случае, когда плазма ионосферы под влиянием магнитного поля Земли становится гиротропной, мы говорим об анизотропном резонаторе Земля—ионосфера. Теперь ось $\theta = 0$ ориентируют параллельно оси симметрии геомагнитного поля, т. е. направляют на магнитный полюс. Если мы пренебрежём наклоном и эксцентриситетом магнитного поля Земли, то окажется, что мы снова используем географическую систему координат.

В гиротропном резонаторе отличными от нуля оказываются уже пять компонент поля, а на поверхности Земли присутствуют в общем случае три компоненты: E_r, H_θ и H_φ [5, 6]. Первая компонента направлена вдоль вертикали, вторая ориентирована вдоль меридиана, а третья — вдоль параллели. Две горизонтальные компоненты магнитного поля появляются естественным образом как элемент решения электродинамической задачи. Этим они отличаются от двух горизонтальных компонент магнитного поля в изотропном резонаторе: там на самом деле имеется только одна азимутальная составляющая поля H_ϕ, которая при произвольном расположении источника разлагается на проекции H_X и H_Y.

Анизотропия ионосферы, формирующей резонатор, должна приводить к расщеплению его собственных частот, т. е. к снятию вырождения колебаний [5, 6, 8, 9]. Как результат, появляется фазовый сдвиг между компонентами поля $H_X = H_\varphi$ и $H_Y = -H_\theta$, который зависит от частоты. Так возникает поляризация, отличная от линейной, наблюдаемой в изотропном резонаторе, когда компоненты H_X и H_Y изменяются синфазно. Таким образом, эллиптическая поляризация горизонтального магнитного поля радиоволны указывает на гиротропию ионосферной плазмы и связанное с нею расщепление частот шумановского резонанса.

Эллиптическая поляризация была обнаружена уже в первых экспериментах [1]. Однако корректная постановка задачи и формально строгая интерпретация результатов в этой и позднее опубликованных работах отсутствуют, не говоря уже о сопоставлении измерений с модельными данными. Это снижает ценность исследований, поскольку из-за отсутствия моделирования неясно, как вообще должно проявиться влияние гиротропии. Эти эффекты обсуждались чисто умозрительно и не всегда корректно.

Цель настоящей работы состояла в проведении независимых измерений поляризации горизонтального магнитного поля в области частот от долей герца до 50 Гц, в моделировании сигналов, ожидаемых в гиротропном резонаторе Земля—ионосфера, и в сопоставлении результатов измерений как с модельными расчётами, так и с опубликованными экспериментальными данными. Кроме того, сопоставление поляризационных характеристик поля со спектрами и функциями когерентности поля указывает на явное преимущество поляризационной методики. Мы продемонстрируем это преимущество на экспериментальных спектрах ионосферного альфвеновского резонанса (ИАР) [10].

1. МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОЛЯРИЗАЦИОННЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ПОЛЯ В ГИРОТРОПНОМ РЕЗОНАТОРЕ

Прежде всего необходимо оценить, как скажется анизотропия ионосферы на поляризации поля. Для этого придётся использовать решение задачи, приведённое в работах [5, 6, 8, 9, 11], и затем привести расчётные данные. Пусть источником поля служит точечный вертикальный электрический диполь

$$\mathbf{j}(\mathbf{r},\omega) = \mathbf{n} I \,\mathrm{d}S(\omega)\, \frac{\delta(r-a)\,\delta(\theta-\theta_\mathrm{S})\,\delta(\varphi-\varphi_\mathrm{S})}{r^2 \sin\theta}\ , \tag{2}$$

расположенный на поверхности Земли в точке с координатами $(a, \theta_\mathrm{S}, \varphi_\mathrm{S})$. Используется сферическая система координат с началом в центре Земли и осью $\theta = 0$, направленной на северный полюс. В формуле (2) $\mathbf{j}$ — фурье-компонента тока источника, ω — круговая частота, $\mathbf{n}$ — орт внешней нормали к поверхности Земли, $I\,\mathrm{d}S(\omega)$ — токовый момент диполя, a — радиус Земли.

Предполагается, что поле зависит от времени как $\exp(i\omega t)$ и что поверхность Земли является идеально проводящей. Влияние анизотропии ионосферы учтём с помощью импедансных граничных условий

$$[\mathbf{nE}]|_{S_b} = \hat{z}\,[\mathbf{n}\,[\mathbf{Hn}]]|_{S_b}, \tag{3}$$

где $\mathbf{E}$ и $\mathbf{H}$ — электрическая и магнитная составляющие электромагнитного поля, S_b — нижняя граница ионосферы, представляющая собой сферу радиуса b, концентричную поверхности Земли $r = a$, $\hat{\mathbf{z}}$ — тензор эффективного поверхностного импеданса ионосферы, имеющий следующий вид:

$$\hat{\mathbf{z}} = \left\| \begin{matrix} z_{\theta\theta} & z_{\theta\varphi} \\ z_{\varphi\theta} & z_{\varphi\varphi} \end{matrix} \right\|. \tag{4}$$

Для простоты мы будем использовать модель геомагнитного поля в виде двух «полуежей». Такое поле направлено по радиусу $\mathbf{r}$, его величина не зависит от угловых координат и скачком меняет знак при переходе через экватор. Тогда компоненты тензора эффективного поверхностного импеданса упрощаются [5, 6]:

$$z_{\theta\theta} = z_{\varphi\varphi} = z_1 = \frac{z_0}{\sqrt{2}}\sqrt{1 + \sqrt{1 + \rho^2}}\,, \tag{5а}$$

$$z_{\varphi\theta} = -z_{\theta\varphi} = z_2 \operatorname{sign}(\cos\theta) = \frac{z_0}{\sqrt{2}}\;\frac{\rho \operatorname{sign}(\cos\theta)}{\sqrt{1 + \sqrt{1 + \rho^2}}}\;. \tag{5б}$$

Здесь $\rho = |\omega_r/\nu_{\mathrm{e}}|$ — параметр гиротропии, $\omega_r = -\omega_H \operatorname{sign}(\cos\theta)$ — гирочастота электронов, ν_{e} — эффективная частота соударений электронов, $z_0 = \sqrt{i\omega\nu_{\mathrm{e}}/\omega_0^2}$ — эффективный поверхностный импеданс изотропной ионосферы, ω_0 — электронная плазменная частота. Предполагается, что ионосфера имеет резкую нижнюю границу.

При решении задачи о возбуждении гиротропного резонатора его поля представляются в виде разложений по собственным функциям идеального сферического резонатора [5, 6]:

$$\mathbf{H} = \sum_{n,m} \alpha_{nm}\mathbf{H}_{nm}, \tag{6а}$$

$$\mathbf{E} = \sum_{n,m} \beta_{nm}\mathbf{E}_{nm}. \tag{6б}$$

Ниже приведены простейшие соотношения, поясняющие физические свойства и особенности решения. Процедура решения и полные соотношения, использованные при расчётах, приведены в приложении.

Система (6) эквивалентна матричному уравнению для коэффициентов α_{nm}, причём вклад в решение от недиагональных членов матрицы оказывается квадратичным по малому параметру задачи $\mu_p = Z/(kh)$, где Z — эффективный поверхностный импеданс, k — волновое число, h — эффективная высота ионосферы над землёй. Легко показать, что этот параметр связан с глубиной скин-слоя в ионосфере δ_{S}, и его можно оценить, пользуясь известной из эксперимента добротностью колебаний $3 < Q \le 4$. Добротность Q по определению есть отношение полной энергии поля к энергии, потерянной за один период колебаний. Поскольку потери сосредоточены в скин-слое, а высота резонатора Земля—ионосфера существенно меньше его радиуса, имеет место простое соотношение $Q = V_{\text{поля}}/V_{\text{потерь}} = h/\delta_{\mathrm{S}} \approx 3\div4$, где $V_{\text{поля}}$ — объём, занятый полем, а $V_{\text{потерь}}$ — объём области потерь, откуда $\mu_{\rm p} \in [1/4, 1/3]$. Следовательно, мы можем учитывать в решении только диагональные элементы матрицы и использовать в окрестности первого резонансного максимума ($n = 1$; $m = -1$, $m = 0$ или $m = 1$) соотношения, приведённые в табл. 1.

Таблица 1. Главные компоненты поля в окрестности первой моды шумановского резонанса в резонаторе с гиротропной ионосферой

	$n = 1$, $m = 0$; стоячая волна	$n = 1$, $m = 1$; волна, бегущая на запад	$n = 1$, $m = -1$; волна, бегущая на восток
$-E_r$	$\dfrac{R_{10}^1 \cos\theta_{\rm S} \cos\theta_0}{R_{10}} \times$ $\times \exp(i\omega t)$	$\dfrac{R_{11}^1 \sin\theta_{\rm S} \sin\theta_0 \exp[i(\omega t + \varphi_0 - \varphi_{\rm S})]}{2R_{11}}$	$\dfrac{R_{1\,-1}^1 \sin\theta_{\rm S} \sin\theta_0 \exp[i(\omega t - \varphi_0 + \varphi_{\rm S})]}{2R_{1\,-1}}$
H_φ	$\dfrac{\cos\theta_{\rm S} \sin\theta_0}{R_{10}} \exp(i\omega t)$	$\dfrac{-\sin\theta_{\rm S} \cos\theta_0 \exp[i(\omega t + \varphi_0 - \varphi_{\rm S})]}{2R_{11}}$	$\dfrac{-\sin\theta_{\rm S} \cos\theta_0 \exp[i(\omega t - \varphi_0 + \varphi_{\rm S})]}{2R_{1\,-1}}$
H_θ	0	$i\,\dfrac{\sin\theta_{\rm S} \exp[i(\omega t + \varphi_0 - \varphi_{\rm S})]}{2R_{11}}$	$-i\,\dfrac{\sin\theta_{\rm S} \exp[i(\omega t - \varphi_0 + \varphi_{\rm S})]}{2R_{1\,-1}}$
R_{nm}	$\omega_1^2 - \omega^2 + \dfrac{ic\omega z_1}{h}$	$\omega_1^2 - \omega^2 + \dfrac{ic\omega z_1}{h} + \dfrac{3c\omega z_2}{4h}$	$\omega_1^2 - \omega^2 + \dfrac{ic\omega z_1}{h} - \dfrac{3c\omega z_2}{4h}$
R_{nm}^1	$\omega - \dfrac{icz_1}{h}$	$\omega - \dfrac{icz_1}{h} - \dfrac{3cz_2}{4h}$	$\omega - \dfrac{icz_1}{h} + \dfrac{3cz_2}{4h}$

Простые выражения для полей можно использовать для оценки поляризации горизонтальной магнитной составляющей сверхнизкочастотного поля в резонаторе Земля—ионосфера. Каждый из столбцов табл. 1 отвечает отдельной собственной функции, которые в анизотропном резонаторе имеют различные собственные частоты. Последнее означает, что частотные характеристики, отвечающие различным подуровням $|R_{nm}(\omega)|^{-1}$, достигают максимума на разных частотах. Пусть в некоторой области частот (мы назовём её первой) доминирует собственная функция с $n = 1$ и $m = 1$. Это значит, что $|R_{11}(\omega)| < |R_{10}(\omega)|$ и $|R_{11}(\omega)| < |R_{1\,-1}(\omega)|$, поэтому амплитуда волны, бегущей с востока на запад, оказывается наибольшей. Собственная функция с $n = 1$, $m = -1$ может играть главную роль в другой, второй области, где выполняются противоположные соотношения $|R_{1\,-1}(\omega)| < |R_{11}(\omega)|$ и $|R_{1\,-1}(\omega)| < |R_{10}(\omega)|$. Во втором случае будет превалировать волна, бегущая с запада на восток.

Как видно из табл. 1, компоненты поля H_φ и H_θ комбинируются из различных собственных функций, причём множитель $\pm i$, присутствующий во второй компоненте, говорит о фазовом сдвиге поля H_θ на $\pm\pi/2$ по отношению к H_φ. Напомним, что нами используется зависимость от времени вида $\exp(i\omega t)$. В первой области частот, где доминируют функции с $n = 1$ и $m = 1$, компонента поля H_θ умножается на i (см. табл. 1), т. е. эта составляющая сдвигается по фазе на четверть периода. Тогда поле $H_Y = -H_\theta$ отстаёт от компоненты $H_X = H_\varphi$, и вектор полного магнитного поля в первой области частот вращается по часовой стрелке (мы смотрим на наблюдателя сверху и предполагаем, что $\cos\theta_0 > 0$). В этом случае говорят о левой круговой поляризации поля. Во второй области частот, где доминирует собственная функция с $n = 1$ и $m = -1$, знак m изменяется на противоположный, а значит, запаздывание заменяется опережением, и вектор полного горизонтального магнитного поля вращается против часовой стрелки. Поляризация, таким образом, становится правой. При изменении частоты направление вращения магнитного вектора может измениться, и тогда знак поляризации тоже станет противоположным.

Понятие правого и левого вращения является результатом соглашения. Например, мы можем направить вертикальную ось системы координат Z не в зенит, а в надир (к центру Земли). Тогда мы станем смотреть на пункт наблюдения не сверху, из космоса, а снизу, из-под земли. В результате правое вращение станет левым, и наоборот. Аналогичный результат получится, если наблюдатель переместится в южное полушарие, где $\cos\theta_0 < 0$, а магнитное поле Земли направлено в противоположную сторону. В заключение напомним, что в оптике и радиофизике понятия правого и левого вращения противоположны. В оптике наблюдатель смотрит на источник волны, т. е. навстречу направлению распространения. В радиофизике наблюдатель смотрит от источника поля, вслед волне, поэтому правое и левое вращение меняются местами.

При расчётах поляризации, результаты которых мы приведём ниже, использовалось решение задачи, описанное в приложении. Мы используем матрицу когерентности, или матрицу поляризации [12], определённую следующим образом:

$$\mathbf{J} = \begin{Vmatrix} j_{XX} & j_{XY} \\ j_{YX} & j_{YY} \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} \langle H_X H_X^* \rangle & \langle H_X H_Y^* \rangle \\ \langle H_Y H_X^* \rangle & \langle H_Y H_Y^* \rangle \end{Vmatrix} . \tag{7}$$

Здесь угловые скобки обозначают усреднение по ансамблю, звёздочка — комплексное сопряжение. Из рис. 1 ясно, что имеют место соотношения $H_X = H_\varphi$ и $H_Y = -H_\theta$, тогда матрица когерентности принимает вид

$$\mathbf{J} = \begin{Vmatrix} \langle H_\varphi H_\varphi^* \rangle & \langle -H_\varphi H_\theta^* \rangle \\ \langle -H_\theta H_\varphi^* \rangle & \langle H_\theta H_\theta^* \rangle \end{Vmatrix} \tag{8}$$

Форма и ориентация эллипса поляризации определяются углом χ [12], который находят из соотношения

$$\sin(2\chi) = \frac{2\,\mathrm{Im}(j_{XY})}{\sqrt{(j_{XX} - j_{YY})^2 + 4 j_{XY} j_{YX}}} \, . \tag{9а}$$

Нами предполагается, что неполяризованная компонента поля отсутствует. С учётом (8) имеем

$$\sin(2\chi) = -\frac{2\,\mathrm{Im}(\langle H_X H_Y^* \rangle)}{\langle |H|^2 \rangle} \, , \tag{9б}$$

где $\langle |H|^2 \rangle = \langle |H_\varphi|^2 \rangle + \langle |H_\theta|^2 \rangle$ — полная энергия магнитного поля на данной частоте. В случае регулярного поля, когда $H_X = A_1 \exp[i\,(\omega t + \eta_1)]$ и $H_Y = A_2 \exp[i\,(\omega t + \eta_2)]$, а полная энергия $\langle |H|^2 \rangle = A_1^2 + A_2^2$, имеем

$$\sin(2\chi) = \frac{2 A_1 A_2}{A_1^2 + A_2^2} \sin(\eta_1 - \eta_2). \tag{9в}$$

Эллиптичность $\varepsilon = \mathrm{tg}\,\chi$, равная отношению малой и большой полуосей эллипса, описываемого во времени вектором полного поля, характеризует отличие поляризации от линейной. Пусть, например, мы имеем дело с волной с индексами $n = 1$, $m = -1$ (волна, бегущая с запада на восток), амплитуды составляющих которой равны ($A_1 = A_2$), а фазы различны: $\eta_1 = \pi$ и $\eta_2 = \pi/2$. Тогда компонента поля H_Y отстаёт по фазе от компоненты поля H_X на четверть периода, и вращение единичного вектора полного поля во времени происходит против часовой стрелки, а $\varepsilon = \mathrm{tg}(\pi/4) = 1$. В этом случае сигнал имеет правую круговую поляризацию. В обратной ситуации $n = 1$, $m = 1$, тогда $\eta_1 = \pi$, но $\eta_2 = 3\pi/2$. Поле вращается по часовой стрелке, эллиптичность $\varepsilon = \mathrm{tg}(-\pi/4) = -1$, и мы имеем левую круговую поляризацию. При $\eta_1 = \eta_2 = \mathrm{const}$ оказывается, что $\varepsilon = 0$, и сигнал поляризован линейно. Видно, что доминирование собственной функции с $n = 1$, $m = -1$ отвечает положительным значениям ε, связанным с правой круговой поляризацией, когда вращение вектора полного горизонтального магнитного поля происходит против часовой стрелки.

При решении задачи сначала вводят скалярный эффективный поверхностный импеданс ионосферы z_0 так, чтобы при отсутствии геомагнитного поля (параметр гиротропии $\rho = 0$) получить наблюдаемые экспериментально резонансные частоты. После этого на ионосферу налагают геомагнитное поле, параметр гиротропии ρ становится отличным от нуля, а поверхностный импеданс превращается в тензор (4), элементы которого описываются формулами (5). Элементы, стоящие на главной диагонали, равны $z_1 = (z_0/\sqrt{2})\,\sqrt{1+\sqrt{1+\rho^2}}$, а боковые элементы $z_{\varphi\theta} = -z_{\theta\varphi} = z_2\,\mathrm{sign}(\cos\theta)$, где $z_2 = (z_0/\sqrt{2})\,\rho/\sqrt{1+\sqrt{1+\rho^2}}$ (см. (5б)).

Описанный выше способ задания импеданса неудобен. Действительно, при изменениях параметра гиротропии ρ величина диагональных элементов z_1 также изменяется, что сказывается на частоте шумановского резонанса. Очевидно, что желательно зафиксировать диагональные элементы матрицы z_1 так, чтобы они (и частота резонанса) перестали зависеть от параметра гиротропии. Для этого мы сначала подберём величину z_1, не зависящую от ρ и дающую разумные значения резонансных частот, а затем используем её, чтобы ввести боковые элементы тензора по формуле

$$z_2 = z_1\,\frac{\rho}{1+\sqrt{1+\rho^2}}\,. \tag{10}$$

Мы выполнили расчёты эллиптичности ε для двух моделей резонатора Земля—ионосфера, имевших различные частотные зависимости эффективного поверхностного импеданса ионосферы. Физически это означает, что каждая из моделей отвечает разным высотным профилям проводимости ионосферной плазмы.

В простейшей модели (модель А) предполагалось, что ионосферная плазма однородна по высоте и имеет резкую нижнюю границу. В этом случае действительная и мнимая части изотропного поверхностного импеданса оказываются равными по величине и изменяются с частотой как $\sqrt{f}$ [5, 6, 13]. Подбирая импеданс так, чтобы первая резонансная частота оказалась равной 8 Гц, мы получим следующее соотношение [11]:

$$z_1 = \frac{28h[\text{м}]\,(1+i)}{c[\text{м/с}]}\,\sqrt{\frac{f[\text{Гц}]}{8}}\,. \tag{11}$$

Здесь $h = b - a$ — эффективная высота ионосферы, равная примерно 75 км, c — скорость света в вакууме, f — частота. Таким образом, на частоте 8 Гц эффективный поверхностный импеданс ионосферы оказывается равным $z_1 = 7\cdot 10^{-3}\,(1+i)$.

Хорошо известно, что модель резко ограниченной снизу ионосферы позволяет правильно описать поведение только одного типа колебаний (моды). При переходе к более широкой полосе частот, охватывающей несколько резонансных пиков, такая модель оказывается несостоятельной. Поэтому в широкой полосе частот вводят эффективные частотные зависимости постоянной распространения $\nu(\omega)$, в простейшем случае линейную зависимость. Если нам известна функция $\nu(\omega)$, из неё можно получить частотную зависимость эффективного поверхностного импеданса ионосферы (модель Б) по формуле

$$z_1 = \frac{ih}{\omega}\left[\frac{c^2}{a^2}\,\nu(\nu+1) - \omega^2\right]. \tag{12}$$

Поскольку энергетический спектр шумановского резонанса достаточно хорошо описывается с помощью эвристической модели $\nu(\omega) = (f-2)/6 - if/100$, где f — частота в герцах (см. [9, 14]), мы использовали в настоящей работе семейство линейных зависимостей вида

$$\nu(f) = \frac{f-2}{6} - i\gamma f, \tag{13}$$

которые могут отличаться от этой модели затуханием γ.

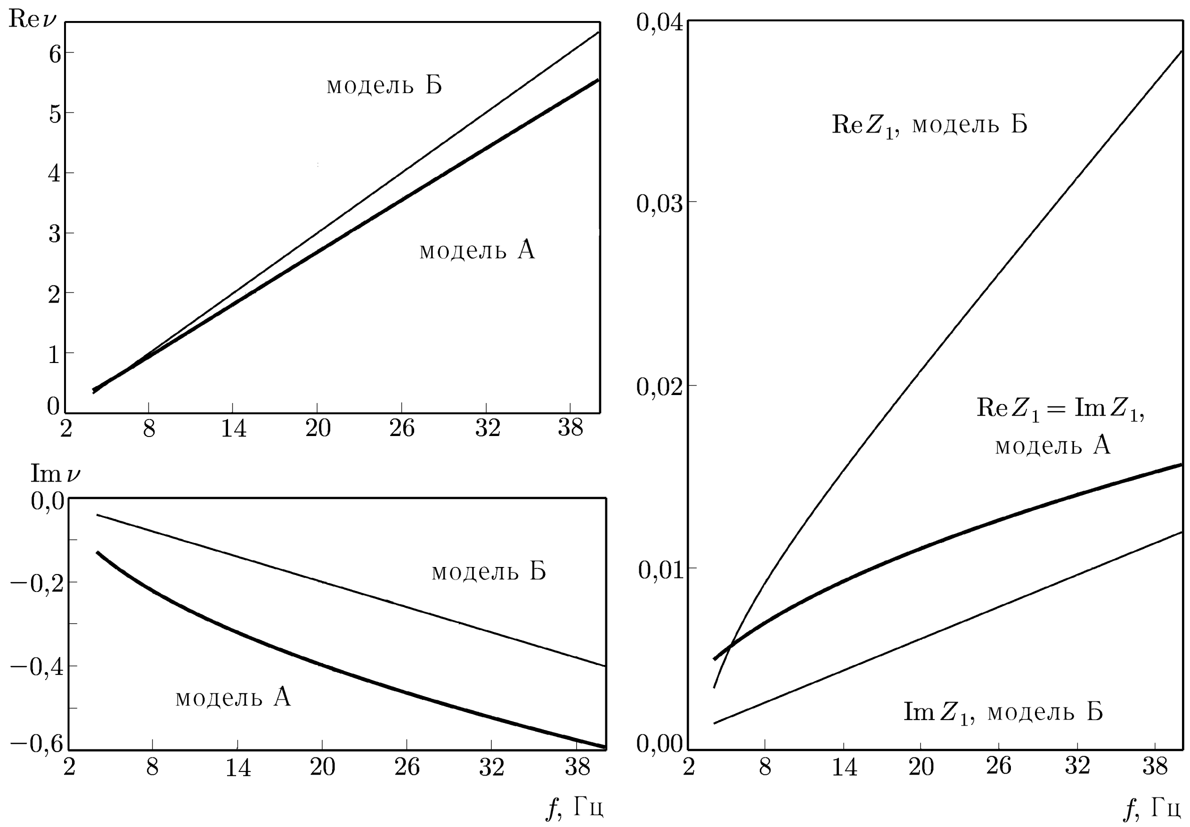


Рис. 2. Действительная и мнимая части постоянной распространения (слева) и диагональных элементов тензора поверхностного импеданса ионосферы (справа) для двух моделей резонатора Земля—ионосфера

В модели Б действительная и мнимая части импеданса z_1 отличаются по величине и зависят от частоты иначе, чем в модели А, что демонстрирует рис. 2, где представлены графики действительной и мнимой частей постоянной распространения $\nu(f)$ (левый график) и диагональных элементов $z_1(f)$ тензора поверхностного импеданса ионосферы при $\gamma = 0{,}01$ (правый график). Как мы отмечали выше, коэффициенты в формулах (11) и (13) подобраны так, чтобы максимумы резонансных кривых лежали вблизи экспериментально наблюдаемых частот шумановского резонанса 8, 14, 20, 26 и т. д. герц.

Мы выполнили расчёты поля в резонаторе с анизотропной ионосферой, положив параметр гиротропии равным $\rho = 1$. Анализировалась полоса частот от 6 до 24 Гц, охватывающая три моды колебаний, но мы увидим, что наиболее ярко эффекты проявляются в окрестности первого резонанса. Предполагалось, что наблюдатель расположен на гринвичском меридиане на 50° ю. ш. В качестве источника мы рассматривали вертикальный электрический диполь, токовый момент которого не зависит от частоты. Диполь находится на экваторе вблизи вечернего терминатора, в точке, соответствующей 17 часам местного времени. Таким образом, источник в течение дня перемещается вокруг земного шара, то приближаясь к наблюдателю (днём), то удаляясь от него (ночью).

Левый график на рис. 3 показывает результаты расчёта амплитудного спектра компоненты поля H_φ, рассчитанного в модели Б для параметра гиротропии $\rho = 1$. Данные относятся к 17 часам мирового времени, когда расстояние между источником и наблюдателем минимально.

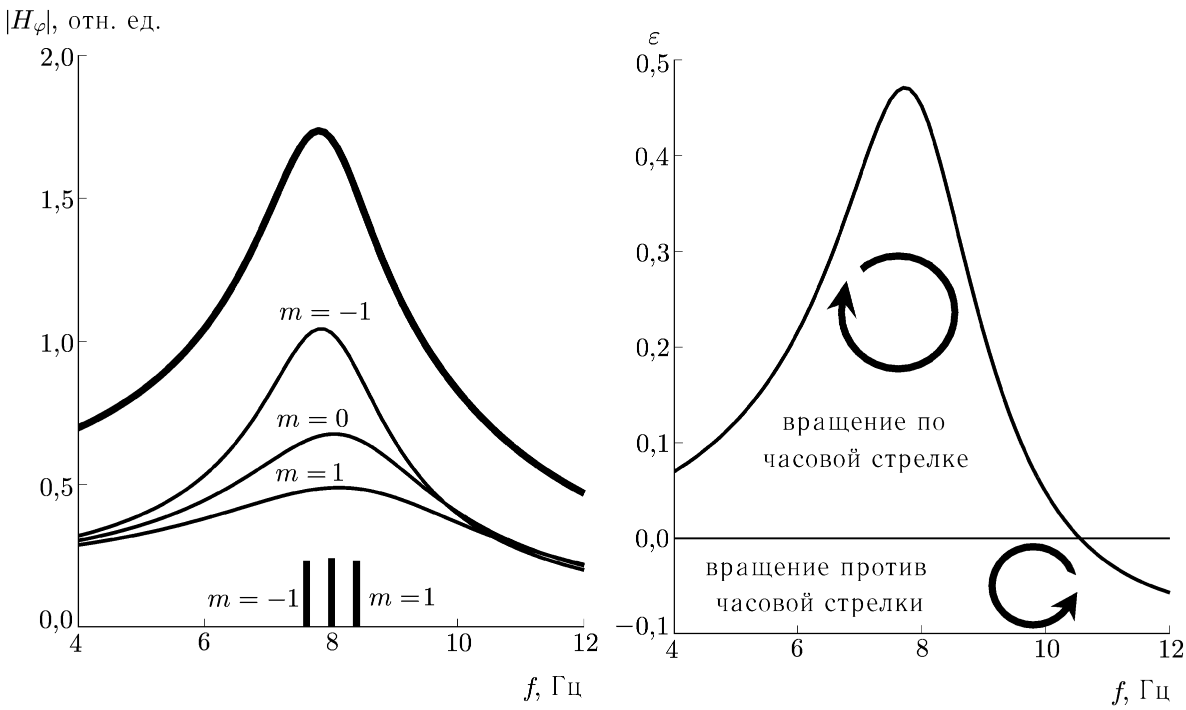


Рис. 3. Расчётный амплитудный спектр компоненты поля H_φ и эллиптичности ε горизонтального магнитного поля в модели Б. Наблюдатель находится на 50° ю. ш.

В этот момент экваториальный источник располагается на нулевом меридиане, а наблюдатель также расположен на этом меридиане, но на 50-й параллели. Тонкие линии на графике показывают частотные отклики $|(R_{11})|^{-1}$, $|(R_{10})|^{-1}$ и $|(R_{1\,-1})|^{-1}$, отвечающие подуровням $m=1$, $m=0$ и $m=-1$, на которые расщепилась первая ($n=1$) резонансная мода. Вертикальные столбики на оси частот показывают положение собственных чисел в гиротропном резонаторе. Жирная линия показывает результирующий амплитудный спектр компоненты поля H_φ при упомянутом выше расположении источника и приёмника. Как видно, расщепление, в принципе, существует, однако его величина мала по сравнению с шириной самих резонансных линий, и в результирующей резонансной кривой расщепление себя не проявляет. Надо подчеркнуть, что для экваториального положения источника поле в окрестности первого резонанса формируется только двумя собственными функциями, соответствующими индексам $m=-1$ и $m=1$, а подуровень $m=0$ не возбуждается (см. табл. 1). Оказывается, что поле создаётся подуровнями, имеющими максимальный разнос по частоте, однако и в этом крайнем случае расщепление в форме резонансной кривой не проявляется.

Правый график на рис. 3 показывает частотную зависимость эллиптичности ε. Как видно, эллиптичность положительна вблизи первой пиковой частоты, а вектор полного поля вращается по часовой стрелке. Такой результат прямо следует из левого графика того же рисунка. Здесь мы видим, что частотный отклик, соответствующий собственной функции с $m=-1$, значительно превышает отклик, отвечающий $m=1$. Этот результат был известен из расчётов вертикального электрического поля [5, 6, 8, 11], когда из-за неравенства амплитуд парциальных волн в большей части резонатора преобладает волна с $m=-1$, бегущая с запада на восток и отвечающая временно́й зависимости $\exp[i\,(\omega t-\varphi)]$. Режим стоячей волны реализуется при этом только вблизи экваториального источника поля.

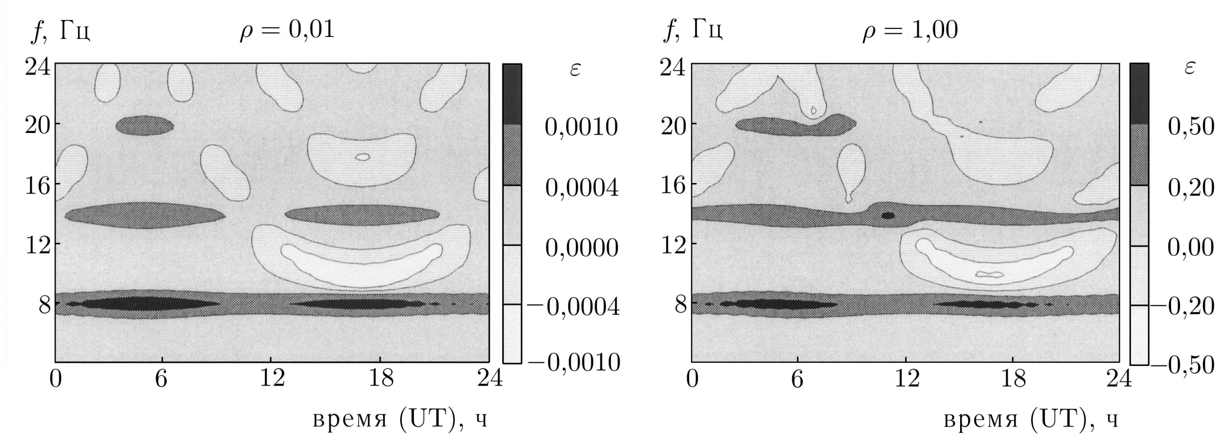


Рис. 4. Результаты расчётов суточных вариаций эллиптичности полной горизонтальной магнитной компоненты поля для изотропного (слева) и гиротропного (справа) резонаторов

Таким образом, на первой пиковой частоте шумановского резонанса преобладает волна, распространяющаяся с запада на восток ($m = -1$), которая обеспечивает правое вращение вектора полного горизонтального магнитного поля. Как показано ниже, аналогичное вращение оказывается характерным для всех пиковых частот, тогда как противоположная поляризация может наблюдаться между резонансными пиками.

На рис. 4 приведены расчётные динамические спектры суточных вариаций эллиптичности полной горизонтальной магнитной компоненты поля, связанные с движением источника. Изменения эллиптичности поля ε показаны на обеих картах в виде линий постоянного уровня, соответствующие шкалы показаны справа от карты. Левая карта показывает динамику суточных изменений эллиптичности в изотропном резонаторе Земля—ионосфера, когда параметр гиротропии мал: $\rho = 0{,}01$. Правая карта построена для резонатора с анизотропной ионосферной плазмой: $\rho = 1{,}0$.

Из правой карты на рис. 4 видно, что характерные черты частотной зависимости эллиптичности, показанные на рис. 3, сохраняются в течение всего дня, имеются только её незначительные изменения. На резонансной частоте 14 Гц горизонтальное магнитное поле тоже характеризуется правой поляризацией ($\varepsilon > 0$). Левое вращение поля может возникнуть на частотах между резонансными пиками. Сама величина эллиптичности оказывается не очень большой, она чуть превышает уровень 0,5 на первой резонансной моде, не всегда достигает этой величины на второй моде (14 Гц) и изменяется от 0,2 до $-0{,}2$ на третьей пиковой частоте 20 Гц.

Левая карта на рис. 4 построена для тех же положений наблюдателя и источника, что и правая, за тем исключением, что ионосфера является изотропной ($\rho = 0{,}01$). Из сопоставления карт кажется, что общая структура динамических изменений сохранилась, карты очень похожи друг на друга. Однако эллиптичность поля на левой карте близка к нулю и не превосходит по модулю 0,01, что говорит о линейной поляризации колебаний в изотропном резонаторе Земля—ионосфера.

Необходимо отметить, что эллиптичность сохраняет положительный знак на частотах вблизи первой резонансной моды как в модели А, так и в модели Б. Наиболее чётко это свойство выражено для наблюдателя, размещённого в средних и высоких широтах в модели Б при $\gamma = 0{,}01$, слабее — для наблюдателя в приэкваториальной области.

На более высоких частотах поведение эллиптичности усложняется. Её абсолютная величина убывает с частотой и в некоторые моменты времени может изменить знак. Перемена знака поляризации связана с пространственной структурой поля, «привязанной» к источнику, и вызывается изменениями расстояния до наблюдателя. Моделирование показало, что уменьшение затухания может приводить к многократной перемене знака ε на высоких модах, при этом ε сохраняет положительное значение в окрестности первого резонансного максимума. Такое поведение характерно для экваториального источника и наблюдателя, расположенного в средних широтах, оно наблюдается в моделях А и Б.

Результаты численного моделирования отчасти противоречат экспериментальным данным, опубликованным в работах [1–3], авторы которых описывают периодические изменения знака поляризации, включая частоту 8 Гц. Такое поведение поляризации интерпретировалось ими как доказательство расщепления собственных частот резонатора Земля—ионосфера. Как показывает моделирование, снятие вырождения колебаний, вызванное влиянием гиротропии ионосферы, действительно приводит к появлению эллиптической поляризации горизонтального магнитного поля. Однако суточное движение источника не изменяет направление вращения вектора полного горизонтального магнитного поля. Сопоставление литературных данных с нашими расчётами и измерениями (см. ниже) говорит, по-видимому, о том, что опубликованные ранее результаты содержали какую-то погрешность.

2. ПОСТАНОВКА ЭКСПЕРИМЕНТА

Непрерывные измерения сверхнизкочастотных (СНЧ) радиосигналов проводились на станции Лехта, Карелия (64° с. ш., 34° в. д.) и на станции Карымшино, Камчатка (53° с. ш., 157° в. д.). Выбор мест обусловлен необходимостью разместить датчики поля как можно дальше от источников промышленных помех, таких, как линии электропередачи, радиотрансляционные сети и т. п.

В состав приёмной аппаратуры в Лехте входят следующие устройства [15, 16]. В качестве магнитных антенн использованы индукционные датчики с ферромагнитным сердечником и со встроенными антенными усилителями. Сигналы от датчиков передаются по симметричному кабелю с длиной 100÷200 м на вход приёмника, задача которого — сформировать рабочую полосу частот и усилить рабочий сигнал до уровня, приемлемого для аналого-цифрового преобразования (АЦП). Трёхканальный приёмник содержит синхронные режекторные фильтры, предназначенные для подавления гармоник сети в окрестности 50, 100, 150 и т. д. герц [17], масштабирующие усилители, фильтры верхних (частота среза около 40 Гц) и нижних (частота среза около 3 Гц в Лехте и 0,01 Гц в Карымшино) частот. Магнитные антенны в Лехте ориентированы в направлении юг—север и запад—восток относительно географической системы координат, а в Карымшино — относительно геомагнитной системы координат. Датчики закопаны в землю с целью уменьшения вибрационных помех. Кроме того, в Карымшино используется третья магнитная антенна, ориентированная вертикально, а в Лехте имеется вертикальная электрическая антенна, которая представляет собой изолированную металлическую сферу с диаметром 40 см и ёмкостью около 22 пФ, установленную на мачте высотой 3 м.

Сигналы трёх компонент поля после усиления и фильтрации подаются на вход многоканального АЦП, установленного в компьютере. ЭВМ работает под управлением специальной программы и проводит в реальном масштабе времени накопление и предварительную обработку данных, а также отображает на дисплее временны́е реализации сигнала, их текущий спектр, средние и динамические спектры. Частота квантования составляет 150 Гц в Карымшино (где непосредственно записывается временная форма сигнала) и 172 Гц в Лехте. В Лехте на жёстком диске компьютера накапливаются средние за пять минут энергетические спектры (длительность одной временно́й реализации, идущей в обработку, равна 12 секундам) трёх компонент поля $\langle |E_r|^2\rangle$, $\langle |H_X|^2\rangle$ и $\langle |H_Y|^2\rangle$, средние комплексные спектры горизонтальных компонент вектора Умова—

Пойнтинга $\langle P_X \rangle$ и $\langle P_Y \rangle$, комплексные взаимные спектры горизонтальных компонент магнитного поля $\langle H_X H_Y^* \rangle$, а также временны́е реализации отдельных СНЧ всплесков, порождённых радиоизлучением сверхмощных молний, если амплитуда этих сигналов превысила заданный порог.

Комплексные передаточные частотные характеристики всех трактов были измерены перед началом измерений с помощью калибровочных катушек и ёмкостного эквивалента электрической антенны. Для текущего контроля передаточных характеристик трактов была разработана программа, позволяющая генерировать калибровочные сигналы с помощью АЦП, применяемого для основных измерений.

Аналогичная схема измерений использована на Камчатке, однако применение в системе сбора данных 24-разрядных АЦП со встроенным фильтром нижних частот расширило динамический диапазон и позволило исключить аналоговую часть измерительного комплекса, содержащую масштабирующие усилители и режекторные фильтры. Выходные данные камчатской системы сбора информации представляют собой непрерывные круглосуточные временны́е реализации двух горизонтальных и одной вертикальной компонент магнитного поля, оцифрованных с частотой 150 Гц.

3. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ПОЛЯРИЗАЦИОННЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ШУМАНОВСКОГО РЕЗОНАНСА

Поле в точке приёма формируется за счёт суперпозиции перекрывающихся по времени импульсов, излучённых различными молниями и приходящих поэтому с разных направлений. В отличие от модели, в эксперименте существуют как поляризованная (когерентная) часть магнитного поля, для которой собственно и рассчитываются параметры эллиптичности, так и неполяризованное, или некогерентное, излучение. Степень поляризации поля [12], обозначаемая как PD, определяется как отношение энергии поляризованной части магнитного поля I_{P} к полной энергии магнитного поля I: $PD = I_{\mathrm{P}}/I$, причём энергия поляризованного поля $I_{\mathrm{P}} = \sqrt{(\langle j_{XX} \rangle - \langle j_{YY} \rangle)^2 + 4\,\langle j_{XY} j_{YX} \rangle}$, а полная энергия поля $I = j_{XX} + j_{YY}$. Параметр PD принимает значения от 0 до 1. Степень деполяризации излучения определяется как $DD = 1 - PD$ и описывает некогерентную часть принимаемого поля.

Степень поляризации магнитного поля шумановского резонанса несёт информацию о пространственном распределении молний. Два крайних значения PD могут указывать на следующие характерные распределения источников:

1) $PD \approx 1$ соответствует концентрации мировой грозовой активности в узком секторе по отношению к точке наблюдения;

2) $PD \approx 0$ отвечает некогерентным сигналам. Такой сигнал реализуется, когда импульсы приходят со всех сторон, скажем, точка наблюдения расположена вблизи распределённого источника, имеющего большой угловой размер. Неполяризованное излучение может возникнуть и в случае компактных источников, если они некогерентны и находятся под ортогональными азимутами относительно обсерватории.

На рис. 5 приведены динамические спектры степени поляризации горизонтального магнитного поля (верхний график) и эллиптичности (нижний график), построенные по данным, накопленным с 18 по 24 сентября 2000 г. в обсерватории Лехта.

Как можно видеть из верхнего рисунка, степень поляризации поля имеет тенденцию изменяться на всех частотах с течением времени суток одинаковым образом, достигая максимума приблизительно в 15 часов мирового времени, когда мировая грозовая активность сосредоточена в африканском центре, ближайшем к пункту наблюдения. Нижний спектр демонстрирует дина-

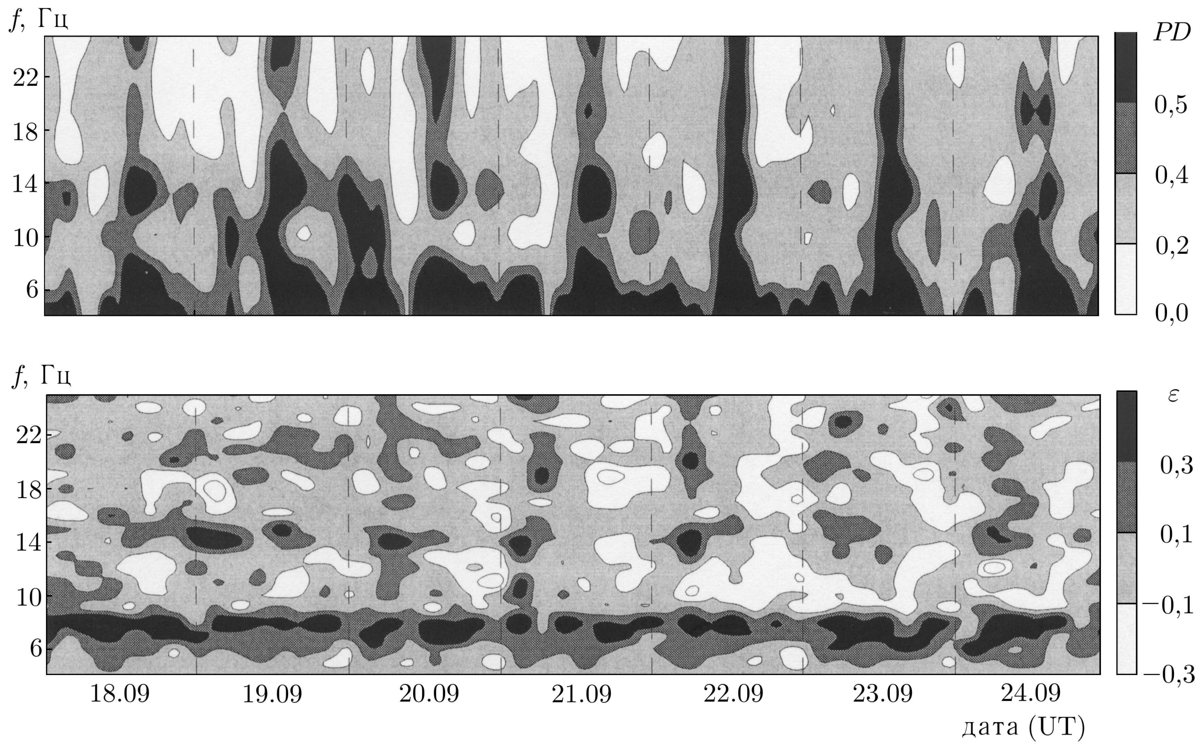


Рис. 5. Результаты мониторинга поляризации горизонтального магнитного поля в обсерватории Лехта с 18 по 24 сентября 2000 г.

мику изменения эллиптичности горизонтального магнитного поля. Легко видеть, что в области первого шумановского резонанса степень поляризации и её знак (направление вращения вектора поля) остаются практически неизменными. Этот результат находится в полном согласии с расчётными данными, приведёнными на рис. 4. Более подробное сопоставление данных по эллиптичности мы выполним в следующем разделе.

4. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ И СРАВНЕНИЕ С ДАННЫМИ ШУМАНОВСКОГО РЕЗОНАНСА

На рис. 6 проводится сравнение расчётных и экспериментальных поляризаций горизонтального магнитного поля в окрестности первого шумановского резонанса. На графиках вдоль горизонтальной оси отложена дата измерений (по мировому времени), а по вертикальной оси — частоты в окрестности первого шумановского резонанса 8 Гц. Эллиптичность поля показана с помощью заливки: более тёмные участки отвечают положительной поляризации, светлые — отрицательной.

Мы приводим непрерывные динамические спектры поляризации длиной в семь дней, поэтому рис. 6*а* семикратно повторяет расчётные суточные вариации, показанные на рис. 4 и соответствующие параметру гиротропии $\rho = 1{,}0$. Отличие состоит лишь в том, что мы несколько изменили линии постоянного уровня эллиптичности.

Рис. 6*б* и *в* показывают динамические спектры коэффициента эллиптичности, полученные экспериментально в результате мониторинга, проведённого в период с 18 по 24 сентября 2000 г. в обсерватории Лехта (Карелия) и в период с 7 по 13 июля 2000 г. в обсерватории Карымшино (Камчатка). Как видно, измерения в разнесённых пунктах наблюдения, выполненные в разное

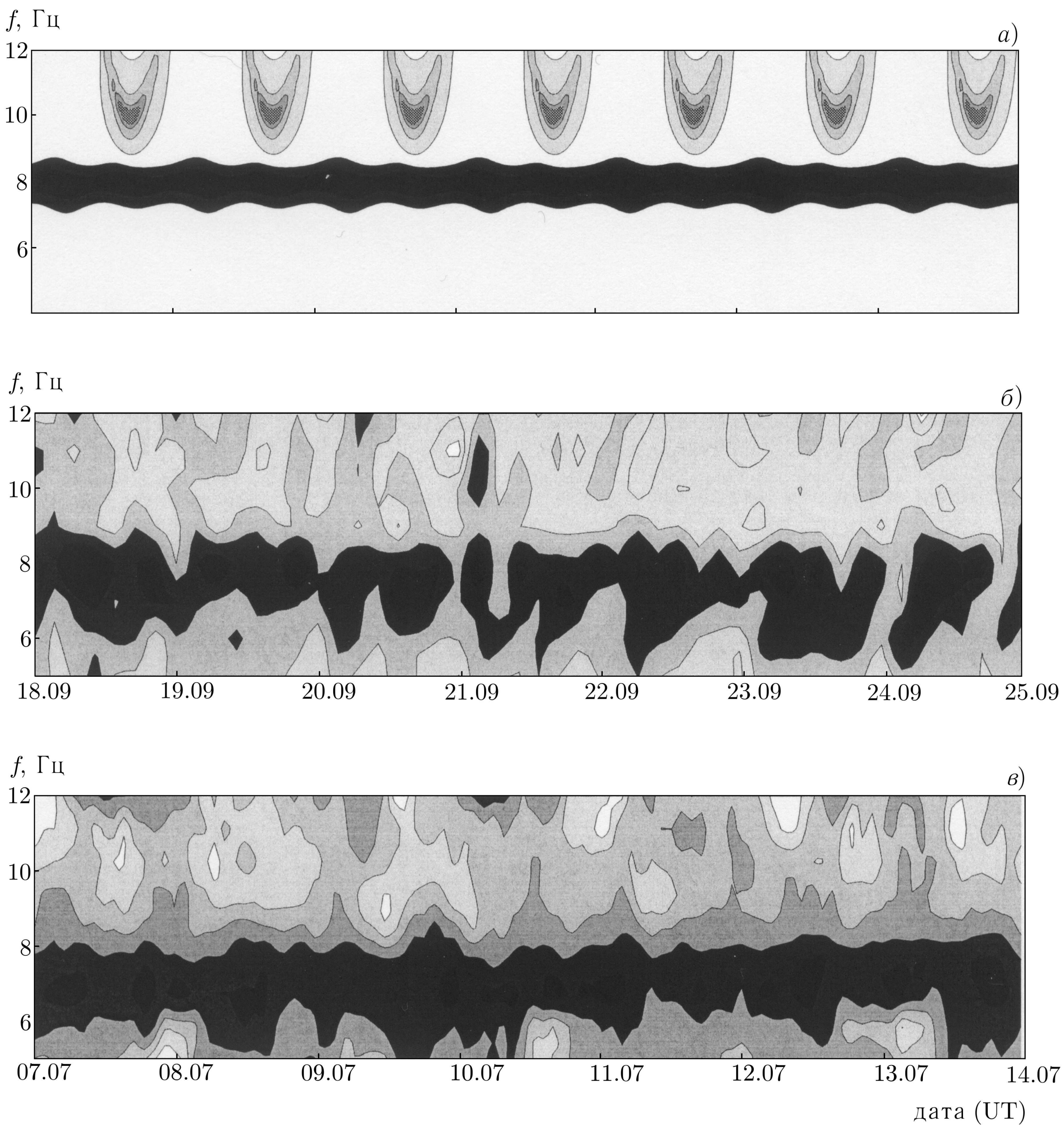


Рис. 6. Сопоставление динамических спектров эллиптичности: рассчитанного в модели гиротропного резонатора (*а*) и измеренных в Лехте (*б*) и Карымшино (*в*) в различные периоды 2000 г.

время, приводят к весьма похожим картинам частотно-временны́х изменений. Прежде всего, положительная эллиптическая поляризация в окрестности первой резонансной частоты сохраняется всё время и в расчёте, и в данных обеих обсерваторий. Положительный знак поляризации связан с преобладанием одной боковой волны в триплете, на который расщепляется первая мода колебаний. Отметим также, что диапазоны изменений эллиптичности несколько отличаются: $-0{,}5 < \varepsilon < 0{,}4$ в Лехте и $-0{,}7 < \varepsilon < 0{,}5$ в Карымшино. Это может быть использовано в дальнейшем для оценки величины расщепления.

Имеется качественное согласие между результатами измерений и модельными данными, что

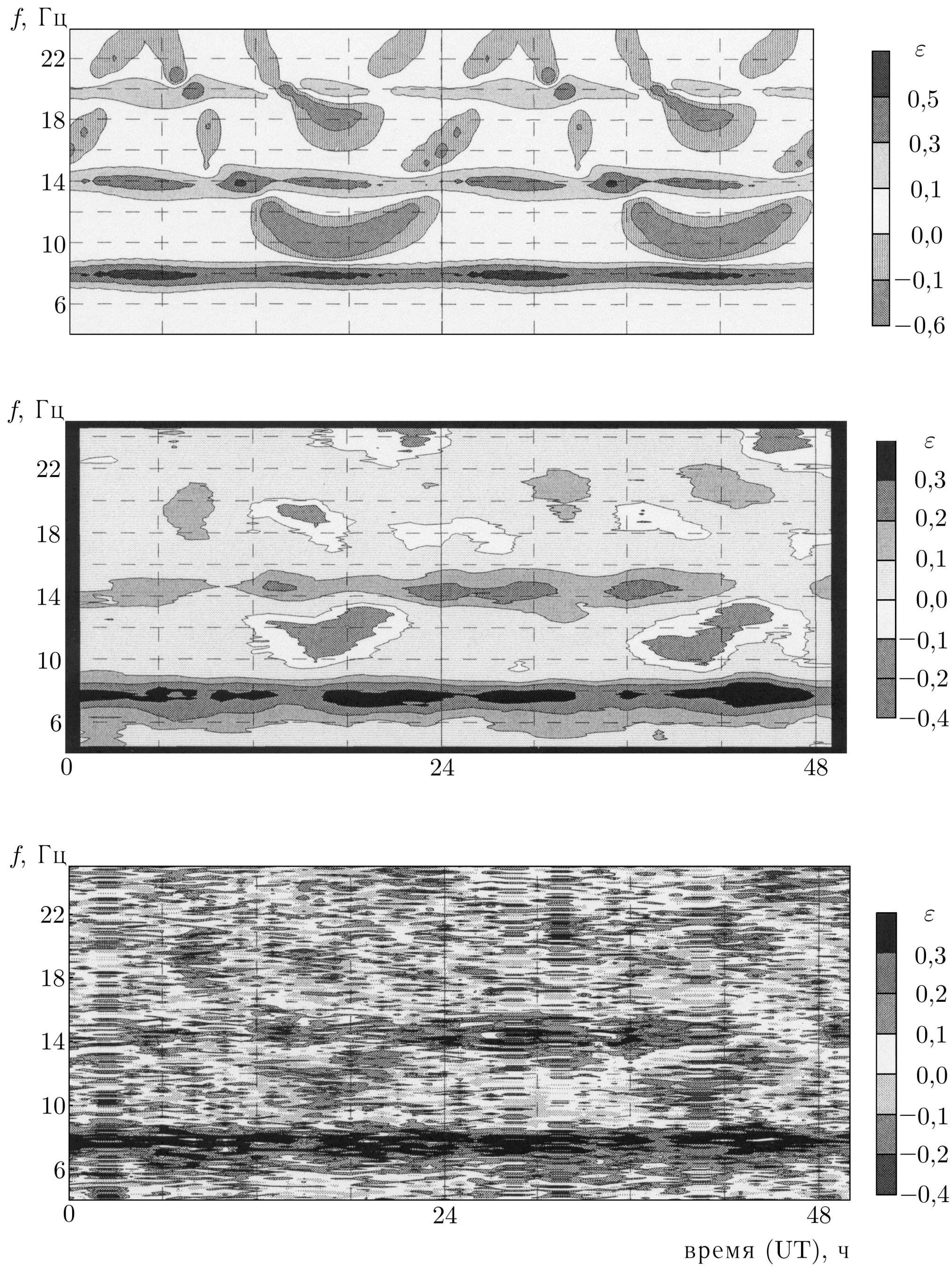


Рис. 7. Детальное сопоставление расчёта и данных эксперимента в Лехте, проведённого 18 и 19 сентября 2000 г.

показывают спектры на рис. 7, где выполнено более подробное сопоставление. На рис. 7 продемонстрировано соответствие модельных и опытных данных в более широкой полосе частот от 4 до 24 Гц. На среднем и нижнем графиках приведены динамические спектры эллиптичности поля за два дня записи (18 и 19 сентября 2000 г.) в Лехте, Карелия, которые мы сопоставляем с расчётом, показанным на верхнем графике. Нижний график показывает исходный динамический спектр эллиптичности, полученный из записей, обладающих высоким спектральным разрешением. Мы оставили шаг по частоте таким же, что и в исходных данных, т. е. равным 0,1 Гц, а энергетические ($\langle |H_X|^2\rangle$, $\langle |H_Y|^2\rangle$) и взаимные ($\langle H_X H_Y^*\rangle$, $\langle H_Y H_X^*\rangle$) спектры, входящие в матрицу когерентности, были усреднены на интервале в 1 час (т. е. по шести реализациям). Как видно из нижнего графика, из-за избыточного разрешения по частоте динамический спектр оказывается фрагментированным вдоль вертикальной оси. Если применить сглаживание вдоль этой оси и снизить спектральное разрешение до 0,5 Гц, мы получим сглаженный динамический спектр, показанный на среднем графике на рис. 7.

В сглаженном спектре (средний график на рис. 7) проступают горизонтальные тёмные дорожки, соответствующие положительной поляризации поля. Одновременно с этим становятся видны и серповидные элементы над первой пиковой частотой, предсказанные в модельных расчётах и отвечающие минимальному расстоянию между источником и наблюдателем. Оптимист найдёт ещё немало совпадающих деталей в модельном и сглаженном экспериментальном спектрах.

Нами была использована простейшая модель мировой грозовой активности: точечный экваториальный источник, движущийся вокруг Земли. Тем не менее согласие расчёта и эксперимента оказалось высоким. По-видимому, это связано в тем, что поляризационные характеристики поля нечувствительны к амплитуде радиосигнала, а зависят от фазовых соотношений, которые определяются свойствами резонатора и положением источника относительно наблюдателя (так же, как и пиковые частоты шумановского резонанса [5, 6]).

5. ПРЕИМУЩЕСТВА ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ПОЛЯРИЗАЦИИ ПРИ ДЕТЕКТИРОВАНИИ РЕЗОНАНСОВ

Мы также провели анализ поляризации на частотах ниже шумановского резонанса для данных, полученных на Камчатке. В этой области частот могут наблюдаться локальные ионосферные альфвеновские резонансы [10, 20–22], которые возникают в гидромагнитных волнах, захваченных в замагниченной ионосферной плазме. Итоги исследований ИАР подробно рассмотрены в специальном выпуске [22], а последние данные более чем двухлетнего мониторинга на Камчатке представлены в [23]. В ночное время нижняя ионосфера резко ограничена, и затухание магнитогидродинамических волн в ней уменьшается, что и позволяет обнаружить этот резонанс. Кроме того, в течение ночи толщина ионосферы сначала уменьшается, а затем снова возрастает, что сказывается на величине наблюдаемых резонансных частот, которые испытывают в течение ночи характерный дрейф (см. нижний динамический спектр на рис. 8). С наступлением утра альфвеновские резонансы исчезают. Сам резонанс наблюдается как последовательность спектральных пиков в горизонтальном магнитном поле, обычно на частотах ниже глобального электромагнитного резонанса. Но иногда эти пики простираются до 10 Гц и накладываются на первый максимум шумановского резонанса. Мы не будем обсуждать эту сложную картину, а ограничимся описанием поляризации поля на частотах ниже шумановского резонанса.

Результаты обработки записей, выполненных в обсерватории Карымшино с 12 по 18 сентября 2000 г., показаны на рис. 8, где приведены четыре типа динамических спектров одной и той же записи. Все динамические спектры показаны в виде отдельных контурных карт и построены в полосе частот от 0,1 до 5 Гц. Вдоль горизонтальной оси отложена дата измерений по местному времени. Сами спектры показаны на картах заливкой: более тёмные области соответствуют бо́льшим значениям спектральной плотности.

Два верхних графика на рис. 8 показывают динамические спектры амплитуд горизонтальных компонент магнитного поля H_H и H_D. Первая из них лежит в плоскости магнитного меридиана, а вторая — в плоскости, перпендикулярной к магнитному меридиану. Третий график показывает динамику изменений функции когерентности $K = \langle |H_\mathrm{H} H_\mathrm{D}^*|\rangle / \sqrt{\langle |H_\mathrm{H}|^2\rangle + \langle |H_\mathrm{D}|^2\rangle}$ горизонтальных

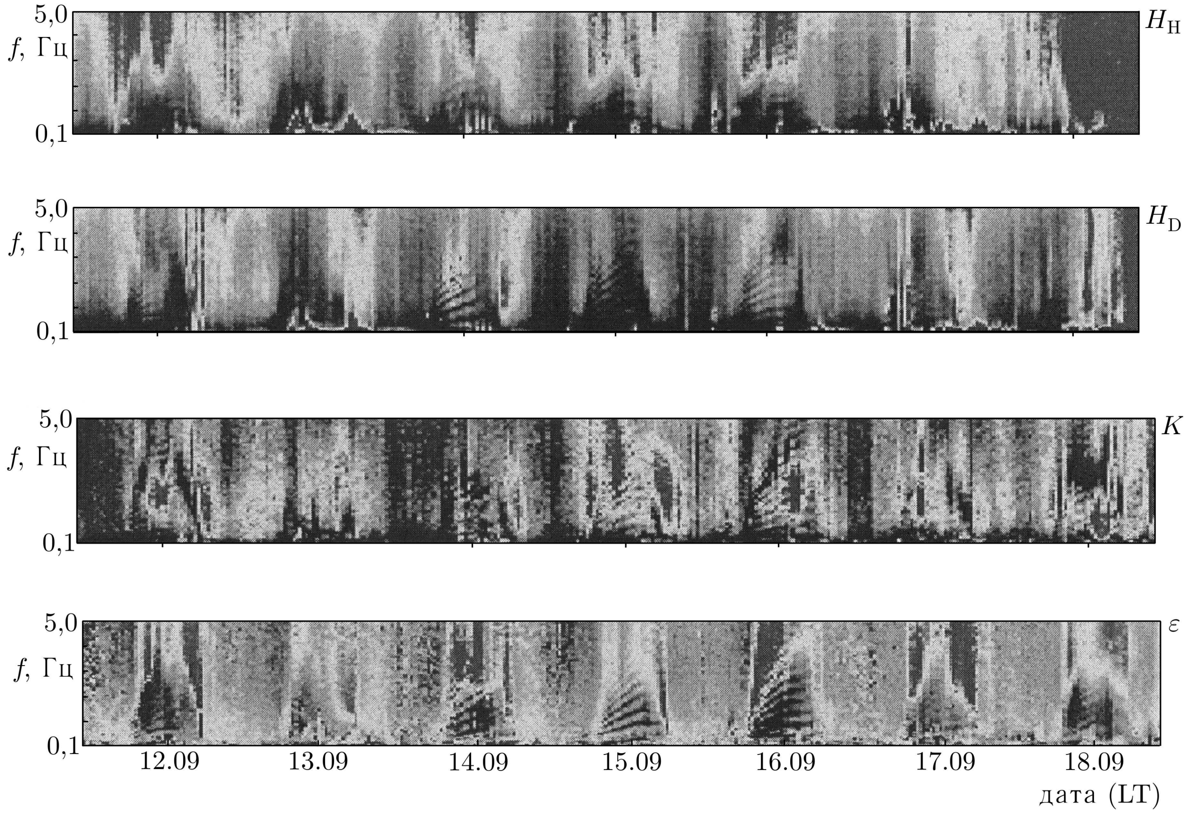


Рис. 8. Динамические спектры альфвеновского ионосферного резонанса в полосе частот от 0,1 до 5 Гц по наблюдениям в Карымшино с 12 по 18 сентября 2000 г.

компонент магнитного поля. Нижний график на рис. 8 демонстрирует динамический спектр эллиптичности ε поля, найденный с помощью соотношений (7)–(9).

Из рис. 8 видно, что наблюдать альфвеновский ионосферный резонанс в поляризации горизонтального магнитного поля значительно легче, чем в самих спектрах поля. Такой вывод был сделан в работе [21], и как видно, он подтверждается нашими данными. Динамический спектр эллиптичности поля указывает на наличие резонанса практически ежедневно, чего нельзя сказать о спектрах отдельных компонент поля или об их взаимном спектре.

Пиковым частотам отвечает поляризация одного знака (правая), а долинам — линейная поляризация. Наличие круговой поляризации не удивительно, поскольку сигнал приходит в точку наблюдения сквозь магнитоактивную плазму нижней ионосферы. И всё же спектры поляризации нельзя назвать тривиальными. Круговая поляризация говорит о режиме бегущих волн и связана с направлением распространения относительно внешнего магнитного поля Земли. Однако отсюда не следует непосредственно, что на пиковых частотах направление вращения поля должно отличаться от направления вращения между пиками. Кроме того, трудно утверждать, что на резонансных частотах вообще имеет место распространение, поскольку здесь должны наблюдаться стоячие волны. Возможно, максимумы поля, наблюдаемые на Земле, связаны с эффективной толщиной нижней ионосферы, которая оказывается кратной нечётному числу четвертей длины волны $\lambda/4$, что напоминает механизм работы «просветлённой» оптики. Важно, что по знаку наблюдаемой поляризации можно указать направление прихода волн и таким образом попытаться выяснить природу возникновения колебаний. Мы не будем останавливаться подробно на механизмах возбуждения и свойствах ИАР, тем более, что они весьма подробно обсуждались в литературе (см., например, специальный выпуск [22]). Отметим только, что по этому поводу высказываются разные мнения (см., например, работу [23], где приведены результаты непрерывных наблюдений ИАР в течение двух с половиной лет и упоминается ещё один возможный механизм генерации колебаний). К сожалению, во всех этих работах прямое сопоставление моделей с данными о поляризации поля отсутствует. Мы надеемся, что отмеченные свойства поляризации волн получат своё объяснение в ближайшем будущем.

Динамические спектры поляризации ясно указывают на временны́е изменения размера резонатора, который вначале довольно быстро убывает, затем становится постоянным, а к утру снова начинает увеличиваться (см. график поляризации за 15 и 16 сентября на рис. 8). Эти свойства говорят о перспективности использования поляризационных измерений при исследовании ионосферы низкочастотными пассивными методами.

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Подводя итоги, можно сделать следующие заключения.

1) Как глобальный (шумановский), так и локальный (альфвеновский) резонансы ярко проявляются в поляризационных характеристиках поля. Чувствительность и точность поляризационных измерений естественных сигналов оказывается сопоставимой с результатами фазовых измерений сигналов искусственного происхождения.

2) Сравнение опытных данных с расчётами поляризации шумановского резонанса говорит о расщеплении собственных частот резонатора под влиянием геомагнитного поля. Данные мониторинга резонансных сигналов, выполненного в пунктах приёма на Камчатке и в Карелии, оказываются весьма схожими и детально согласуются с результатами модельных расчётов, выполненных для полости Земля—ионосфера с учётом анизотропии ионосферы.

3) Поскольку вблизи резонансных максимумов главную роль играют боковые компоненты мультиплетов, отвечающие решениям, бегущим с запада на восток, эллиптичность характеризуется одинаковым знаком поляризации (вращение по часовой стрелке). Именно такое поведение поляризации наблюдается в эксперименте.

4) На частотах, лежащих в промежутке между резонансами, знак поляризации в течение дня может измениться, что связано с суточным движением мировой грозовой активности.

5) На высших резонансах знак поляризации в течение дня флуктуирует, что объясняется более сложным пространственным распределением поля у колебаний высших типов.

6) Наше исследование подтверждает вывод работы [21] о том, что ионосферный альфвеновский резонанс наиболее ярко проявляется в динамических спектрах поляризации горизонтального магнитного поля, что, по-видимому, связано с ослаблением влияния амплитудных характеристик поля на результаты измерений.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Пусть источником поля служит точечный вертикальный электрический диполь, расположенный на поверхности Земли в точке с координатами $(a, \theta_\mathrm{S}, \varphi_\mathrm{S})$:

$$\mathbf{j} = \mathbf{n} I \,\mathrm{d}S(\omega)\, \frac{\delta(r-a)\delta(\theta-\theta_\mathrm{S})\delta(\varphi-\varphi_\mathrm{S})}{r^2 \sin\theta} \, .$$

Здесь $\mathbf{j}$ — фурье-компонента тока источника, ω — круговая частота, $\mathbf{n}$ — орт внешней нормали к поверхности Земли, $I\,\mathrm{d}S(\omega)$ — токовый момент диполя, a — радиус Земли. Ось $\theta = 0$ сферической системы координат направлена на северный полюс. Предполагается зависимость поля от времени вида $\exp(i\omega t)$.

Поля резонатора представляются в виде разложений по собственным функциям идеальной сферической полости Земля—ионосфера [5, 6, 9, 18, 19]:

$$\mathbf{H} = \sum_{n,m} \alpha_{nm} \mathbf{H}_{nm}, \tag{П1а}$$

$$\mathbf{E} = \sum_{n,m} \beta_{nm} \mathbf{E}_{nm}, \tag{П1б}$$

где собственные функции описываются выражениями

$$E_{nm}^{(r)} = -\frac{i}{a\sqrt{2\pi h\varepsilon_0}}\,\tilde{P}_n^m(\cos\theta)\exp(im\varphi), \tag{П2а}$$

$$H_{nm}^{(\theta)} = \frac{im}{a\sqrt{2\pi h\mu_0}\,\sqrt{n\,(n+1)}\,\sin\theta}\,\tilde{P}_n^m(\cos\theta)\exp(im\varphi), \tag{П2б}$$

$$H_{nm}^{(\varphi)} = -\frac{1}{a\sqrt{2\pi h\mu_0}\,\sqrt{n\,(n+1)}}\,\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\theta}\,\tilde{P}_n^m(\cos\theta)\exp(im\varphi). \tag{П2в}$$

В приведённых выше формулах $\tilde{P}_n^m(x) = \sqrt{(2n+1)\,(n-m)!/[2\,(n+m)!]}\;P_n^m(x)$ обозначает нормированные присоединённые полиномы Лежандра, ε_0 и μ_0 — диэлектрическая и магнитная проницаемости вакуума.

Поскольку нами рассматривается только низшая нормальная мода TE_0 (квази-ТЕМ-волна), для α_{nm} можно получить следующую линейную систему уравнений [5, 6, 8, 11]:

$$\hat{\mathbf{D}}\hat{\boldsymbol{\alpha}} = \hat{\mathbf{I}}. \tag{П3}$$

Через $\hat{\boldsymbol{\alpha}}$ и $\hat{\mathbf{I}}$ обозначены матрицы-столбцы с элементами α_{nm} и $-\omega_n I_{nm}$ соответственно, а функция источника поля обозначена как

$$I_{nm} = i\int_V \mathbf{j}(\mathbf{r})\mathbf{E}_{nm}^*\,\mathrm{d}V, \tag{П4}$$

где V — объём резонатора, $\omega_n = (c/a)\sqrt{n\,(n+1)}$ — шумановская частота, т. е. собственная частота n-й моды идеального резонатора, c — скорость света в вакууме.

С учётом выражения (П2а) имеем

$$I_{nm} = -\frac{1}{a\sqrt{2\pi\,(b-a)\,\varepsilon_0}}\,\tilde{P}_n^m(\cos\theta_\mathrm{S})\exp(-im\varphi_\mathrm{S}). \tag{П5}$$

Элементы d_{nmpq} матрицы $\hat{\mathbf{D}}$ определяются соотношениями

$$d_{nmpq} = (\omega_n^2 - \omega^2)\,\delta_{np}\delta_{mq} + i\omega c\Lambda_{nmpq}, \tag{П6}$$

где параметр потерь

$$\Lambda_{nmpq} = \mu_0 \oint_{S_b} \hat{\mathbf{z}}\,[\mathbf{n}\,[\mathbf{H}_{pq}\mathbf{n}]]\,\mathbf{H}_{nm}^*\,\mathrm{d}s, \tag{П7}$$

$\mathbf{n} = \mathbf{r}/|\mathbf{r}|$, S_b — внутренняя поверхность ионосферы, δ_{nm} — символ Кронекера.

Коэффициенты разложения вертикального электрического поля β_{nm} находят из соотношения

$$\beta_{nm} = (I_{nm} + \omega_n \alpha_{nm})/\omega. \tag{П8}$$

В однородном и изотропном резонаторе поверхностный импеданс не зависит от координат, поэтому параметр потерь $\Lambda_{nmpq} = (z_0/h)\,\delta_{np}\,\delta_{mq}$, при этом коэффициенты разложения равны

$$\alpha_{nm}^{(0)} = -\frac{\omega_n}{\omega_n^2 - \omega^2 + i\omega c z_0(\omega)/h}\, I_{nm}, \tag{П9а}$$

$$\beta_{nm}^{(0)} = \frac{icz_0(\omega)/h - \omega}{\omega_n^2 - \omega^2 + i\omega c z_0(\omega)/h}\, I_{nm}. \tag{П9б}$$

Мы приведём также выражения для полей в однородном и изотропном резонаторе, когда полярная ось $\theta = 0$ системы координат направлена на полюс, а не на источник или на наблюдателя. Эти соотношения могут оказаться полезными при предельных переходах к нулевому параметру гиротропии:

$$E_r^{(0)} = -\frac{iI\,\mathrm{d}S}{2\pi a^2 h\varepsilon_0} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^{n} \frac{\omega - icz_0(\omega)/h}{\omega_n^2 - \omega^2 + i\omega c z_0(\omega)/h}\, \tilde{P}_n^m(\cos\theta_0)\tilde{P}_n^m(\cos\theta_{\mathrm{S}}) \exp[im\,(\varphi_0 - \varphi_{\mathrm{S}})], \tag{П10а}$$

$$H_\varphi^{(0)} = -\frac{c^2 I\,\mathrm{d}S}{2\pi a^3 h} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^{n} \frac{1}{\omega_n^2 - \omega^2 + i\omega c z_0(\omega)/h}\, \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\theta}\,[\tilde{P}_n^m(\cos\theta_0)]\, \tilde{P}_n^m(\cos\theta_{\mathrm{S}}) \exp[im\,(\varphi_0 - \varphi_{\mathrm{S}})], \tag{П10б}$$

$$H_\theta^{(0)} = \frac{ic^2 I\,\mathrm{d}S}{2\pi a^3 h \sin\theta} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^{n} \frac{m}{\omega_n^2 - \omega^2 + i\omega c z_0(\omega)/h}\, \tilde{P}_n^m(\cos\theta_0)\tilde{P}_n^m(\cos\theta_{\mathrm{S}}) \exp[im\,(\varphi_0 - \varphi_{\mathrm{S}})], \tag{П10в}$$

где $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\theta}\,\tilde{P}_n^m(\cos\theta_0) = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\theta}\,\tilde{P}_n^m(\cos\theta)|_{\theta=\theta_0}$. В модели магнитного поля в виде двух «полуежей» справедливы следующие соотношения [5, 6, 8, 11]:

$$\Lambda_{nmpq} = \frac{z_1}{h}\,\delta_{np}\,\delta_{mq} - im\,\frac{z_2}{h}\,B_{mnpq}, \tag{П11}$$

$$B_{nmpq} = (-1)^{m+(n+p)/2}\,\sqrt{\Pi_{nm}\Pi_{pq}}\;\delta_1(n+m)\,\delta_1(p+q)\,\delta_{mq}, \tag{П12}$$

$$\delta_1(k) = \begin{cases} 1, & k = 2l; \\ 0, & k = 2l+1, \end{cases} \tag{П13}$$

$$\Pi_{mn} = \frac{2n+1}{2n\,(n+1)}\;\frac{(n+m-1)!!}{(n+m)!!}\;\frac{(n-m-1)!!}{(n-m)!!}\,. \tag{П14}$$

Отметим, что собственные частоты резонатора определяются из условия совместности разложений (П1), откуда вытекает требование, чтобы детерминант матрицы этой системы был равен нулю:

$$\det[(\omega_n^2 - \omega^2)\,\delta_{np}\,\delta_{mq} + i\omega c\Lambda_{nmpq}] = 0. \tag{П15}$$

В общем случае для фиксированного номера моды n существует $2n+1$ различных решений этого уравнения, каждое из которых отвечает своему индексу (подуровню) m. Для изотропного резонатора параметр потерь оказывается диагональной функцией своих индексов: $\Lambda_{nmpq} = z_0/(b-a)\,\delta_{np}\,\delta_{mq}$, и его собственные частоты перестают зависеть от индекса m. Тогда мы говорим о вырождении собственных частот. Это означает, что одному и тому же собственному значению, найденному из дисперсионного уравнения (П15) при фиксированном n, отвечает набор собственных функций, имеющих разные зональные индексы m. Поскольку m пробегает значения от $-n$ до n, количество таких функций равно $2n+1$, что и составляет кратность вырождения.

Наличие гиротропии или неоднородности ионосферы в общем случае снимает вырождение колебаний, и тогда каждой собственной функции отвечает своя собственная частота. Если учесть цилиндрическую симметрию реального резонатора Земля—ионосфера, то окажется, что может наблюдаться частичное снятие вырождения колебаний [5, 6, 8, 9, 11, 14], когда собственные частоты зависят от модуля индекса m, но не от его знака. В этом случае n-ая мода характеризуется одним синглетом ($m=0$) и набором из n двукратно вырожденных дуплетов, отвечающих различным значениям $|m| = 1, 2, \ldots, n$. Две модели неоднородного изотропного резонатора достаточно хорошо отвечают реальной полости Земля—ионосфера — это резонатор с неоднородностью день—ночь и резонатор с полярной неоднородностью. Обе неоднородности обусловлены неравномерной освещённостью ионосферы Солнцем. Анализ влияния неоднородностей, а также анизотропии ионосферы был проведён в монографиях [5, 6, 9]. Здесь же мы ограничимся кратким комментарием относительно изотропных неоднородных моделей.

Из формулы (П7) видно, что волновые функции резонатора входят в параметр потерь парами, т. е. «чётным» образом. Поэтому интеграл в (П7) будет существенно отличаться от нуля, если возмущение (поверхностный импеданс) описывается чётной функцией координат. Таким образом, возмущения, вносимые в «средний» резонатор неоднородностью день—ночь, оказываются несимметричными, нечётными, а их влияние — пренебрежимо малым. Полярная неоднородность обладает свойством симметрии, поэтому собственные частоты шумановского резонанса оказываются чувствительными к таким неоднородностям (см., например, [9]). Слабое влияние неоднородности день—ночь на частоты глобального резонанса легко объяснить, используя следующее рассуждение. Шумановский резонанс наблюдается тогда, когда радиоволны многократно огибают Землю. Добротность резонатора на основной частоте (равная примерно трём-четырём) показывает, сколько раз волна успеет обежать вокруг планеты, прежде чем затухнет. При каждом цикле волна проходит одну половину пути по дневной стороне полости, вторую половину — по ночной, и отличия дня от ночи будут многократно усредняться, компенсироваться, а само поле станет мало отличаться от волны, распространявшейся в некотором среднем однородном резонаторе. Влияние асимметрии вида день—ночь начнёт сказываться на более высоких частотах, когда длина волны окажется много меньше длины экватора, зона Френеля сузится, и станет применимым понятие трассы распространения, а сама волна потеряет способность многократно огибать Землю (см., например, [9, 18, 19]).

В моделях резонатора с гиротропной ионосферой вращения вектора полного магнитного поля направо и налево перестают быть эквивалентными, и вырождение колебаний снимается полностью. В простейшей модели такого резонатора, когда структура магнитного поля задаётся в виде двух «полуежей», поверхностный импеданс ионосферы не зависит от долготы, поэтому $\Lambda_{nmpq} = \Lambda_{nmpm}\,\delta_{np}\,\delta_{mq}$, и матрица $\hat{\mathbf{D}}$ в (П3) разбивается по индексу m на жордановы блоки $\hat{\mathbf{D}}_m$, имеющие элементы [5, 6, 8, 9, 11, 19]

$$d_{nmpm} = (\omega_n^2 - \omega^2)\,\delta_{np}\,\delta_{mq} + i\omega c\Lambda_{nmpm}. \tag{П16}$$

Определитель матрицы $\hat{\mathbf{D}}$ приводится к произведению отдельных детерминантов:

$$\det\hat{\mathbf{D}} = \prod_m \det\hat{\mathbf{D}}_m. \tag{П17}$$

Легко показать, что $\delta_1(p+q)\,\delta_1(n+m)\,\delta_{mq} = \delta_1(n+p)\,\delta_1(n+m)\,\delta_{nm}$, тогда при чётном $n+p$ множители (П12) равны нулю: $B_{n\,m\,n+2k\,m} = 0$. Следовательно,

$$\Lambda_{nmpm} = \begin{cases} z_1/(b-a), & (n=p)\wedge(m=2k+1);\\ 0, & (n\neq p)\wedge(m=2k+1);\\ \Lambda_{nmpm}, & (n\neq p)\wedge(m\neq 2k+1). \end{cases} \tag{П18}$$

Каждый блок $\hat{\mathbf{D}}_m$ отвечает разреженной матрице, у которой элементы равны нулю, если они не расположены на главной диагонали и имеют номера строк и столбцов, которые отличаются от m на чётное число. Рассмотрим, например, матрицу $\hat{\mathbf{D}}_m$ при $m=0$. У неё элементы главной диагонали отличны от нуля. Соседние, параллельные ей («вторые») диагонали состоят из нулей, элементы третьих, пятых и других «нечётных» диагоналей будут отличными от нуля, а элементы четвёртой, шестой и всех «чётных» диагоналей будут равны нулю. Так получается «полосатая» матрица, причём такая структура оказывается характерной для всех матриц с чётным m. Если же m нечётное (скажем, $m=1$), то отличными от нуля окажутся элементы главной и прилегающих к ней двух «вторых» диагоналей, затем следует диагональ из нулей, ненулевая диагональ, снова нулевая диагональ и т. д. Мы снова получаем «полосатую» матрицу, но теперь центральная часть состоит не из одной, а из трёх диагоналей, элементы которых отличны от нуля.

Определитель жорданова блока $\hat{\mathbf{D}}_m$ имеет вид

$$\det\hat{\mathbf{D}}_m = (\det\hat{\mathbf{D}}_m^{(1)}) \prod_{k=0}^{\infty}\left(\omega^2_{|m|+2k+1} - \omega^2 + \frac{i\omega c}{h}\,z_1\right), \tag{П19}$$

где матрица $\hat{\mathbf{D}}_m^{(1)}$ состоит из элементов

$$d_{|m|+2k\,m\,|m|+2l\,m} = (\omega^2_{|m|+2k} - \omega^2)\,\delta_{kl}\,\delta_{mq} + i\omega c\Lambda_{|m|+2k\,m\,|m|+2l\,m}. \tag{П20}$$

Соответственно, полный определитель представляет собой произведение отдельных детерминантов:

$$\det\hat{\mathbf{D}} = \left(\prod_m \det\hat{\mathbf{D}}_m^{(1)}\right)\prod_m\prod_{k=0}^{\infty}\left(\omega^2_{|m|+2k+1} - \omega^2 + \frac{i\omega c}{h}\,z_1\right). \tag{П21}$$

Можно показать, что двойные произведения сводятся к однократным:

$$\prod_m\prod_{k=0}^{\infty}\left(\omega^2_{|m|+2k+1} - \omega^2 + \frac{i\omega c}{h}\,z_1\right) = \prod_{n=0}^{\infty}\left(\omega_n^2 - \omega^2 + \frac{i\omega c}{h}\,z_1\right)^{2[n/2]+1}, \tag{П22}$$

где $[n/2]$ — целая часть $n/2$. Тогда дисперсионное уравнение (П21) можно свести к виду

$$\det\hat{\mathbf{D}} = \prod_m \det\hat{\mathbf{D}}_m^{(1)} \prod_{n=0}^{\infty}\left(\omega_n^2 - \omega^2 + \frac{i\omega c}{h}\,z_1\right)^{2[n/2]+1}. \tag{П23}$$

Видно, что в гиротропном резонаторе с модельным магнитным полем в виде двух «полуежей» сохранится случайное вырождение собственных частот кратности $2\,[n/2]+1$, где n — номер моды.

Так, например, собственная частота второй моды ($n = 2$) расщепляется не на пять подуровней, а только на три частоты, причём собственные значения, соответствующие подуровням с зональным индексом $m = \pm 2$, оказываются невырожденными, а центральная частота $m = 0$ совпадает со значениями, соответствующими подуровням $m = \pm 1$, и потому является трёхкратно вырожденной. Аналогичное случайное вырождение будет наблюдаться и на более высоких модах. Этот факт в литературе до сих пор не отмечался.

Очевидно, что вклад недиагональных членов матрицы $\hat{\mathbf{D}}$ в решение системы уравнений (П3) оказывается квадратичным по малому параметру возмущения $i\omega c\Lambda_{nmpq}$, поэтому в линейном приближении мы отбросим эти элементы. Тогда для полей справедливы следующие выражения:

$$E_r = -\frac{iI\,\mathrm{d}S}{2\pi a^2 h\varepsilon_0}\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{m=-n}^{n}\frac{R^1_{nm}}{R_{nm}}\,\tilde{P}^m_n(\cos\theta_0)\tilde{P}^m_n(\cos\theta_\mathrm{S})\exp[im\,(\varphi_0-\varphi_\mathrm{S})], \tag{П24а}$$

$$H_\varphi = -\frac{c^2 I\,\mathrm{d}S}{2\pi a^3 h}\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{m=-n}^{n}\frac{1}{R_{nm}}\,\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\theta}\left[\tilde{P}^m_n(\cos\theta_0)\right]\,\tilde{P}^m_n(\cos\theta_\mathrm{S})\exp[im\,(\varphi_0-\varphi_\mathrm{S})], \tag{П24б}$$

$$H_\theta = -\frac{c^2 I\,\mathrm{d}S}{2\pi a^3 h\sin\theta}\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{m=-n}^{n}\frac{im}{R_{nm}}\,\tilde{P}^m_n(\cos\theta_0)\tilde{P}^m_n(\cos\theta_\mathrm{S})\exp[im\,(\varphi_0-\varphi_\mathrm{S})], \tag{П24в}$$

где

$$R_{nm} = \omega_n^2 - \omega^2 + \frac{ic\omega}{h}\,z_1 + (-1)^{n+m}\,\frac{2c\omega}{h}\,z_2 m\Pi_{nm}\,\delta_1(n+m), \tag{П25а}$$

$$R^1_{nm} = \omega - \frac{ic}{h}\,z_1 - (-1)^{n+m}\,\frac{2c}{h}\,z_2 m\Pi_{nm}\,\delta_1(n+m). \tag{П25б}$$

Эти формулы даны в табл. 1.

В заключение мы приведём соотношения более удобные для вычислений, поскольку они характеризуются более быстрой сходимостью. Для этого преобразуем представления (П24), выделив в явном виде поля однородного резонатора, имеющего «средний» поверхностный импеданс, равный среднему значению $\bar{z}$ диагональных элементов тензора поверхностного импеданса ионосферы:

$$4\pi\bar{z} = \int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} z_{\theta\theta}(\theta,\varphi)\sin\theta\,\mathrm{d}\theta\,\mathrm{d}\varphi. \tag{П26}$$

При модельном магнитном поле в виде двух «полуежей» эти диагональные элементы оказываются константами и $\bar{z} = z_1$. Добавляя к выражениям для полей (П24) и вычитая из них ряды, для однородного резонатора (П10) с заменой $z_0(\omega)$ на $\bar{z} = z_1$ получим решение в виде полей для эффективного изотропного однородного резонатора и некоторых сумм:

$$E_r = E_r^{(0)} + \frac{iI\,\mathrm{d}S\,cz_2}{\pi a^2 h^2\varepsilon_0}\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{m=-n}^{n}\frac{m\omega_n^2\,(-1)^{n+m}\,\Pi_{nm}\,\delta_1(n+m)}{R_{nm}R_{n0}}\times$$
$$\times\,\tilde{P}^m_n(\cos\theta_0)\tilde{P}^m_n(\cos\theta_\mathrm{S})\exp[im\,(\varphi_0-\varphi_\mathrm{S})], \tag{П27а}$$

$$H_\varphi = H_\varphi^{(0)} + \frac{I\,\mathrm{d}S\,\omega c^3 z_2}{\pi a^3 h^2}\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{m=-n}^{n}\frac{m\,(-1)^{n+m}\,\Pi_{nm}\,\delta_1(n+m)}{R_{nm}R_{n0}}\times$$
$$\times\,\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\theta}\,[\tilde{P}^m_n(\cos\theta_0)]\,\tilde{P}^m_n(\cos\theta_\mathrm{S})\exp[im\,(\varphi_0-\varphi_\mathrm{S})], \tag{П27б}$$

$$H_\theta = H_\theta^{(0)} - \frac{iI\,\mathrm{d}S\,\omega c^3 z_2}{\pi a^3 h^2 \sin\theta} \sum_{n=0}^{\infty}\sum_{m=-n}^{n} \frac{m^2\,(-1)^{n+m}\,\Pi_{nm}\,\delta_1(n+m)}{R_{nm}R_{n0}} \times$$
$$\times\, \tilde{P}_n^m(\cos\theta_0)\tilde{P}_n^m(\cos\theta_{\mathrm{S}})\exp[im\,(\varphi_0-\varphi_{\mathrm{S}})]. \qquad (\text{П27в})$$

Видно, что суммы, входящие в выражения (П27), сходятся быстрее, чем исходные ряды (П24). Кроме того, для вычисления полей однородного и изотропного резонатора имеются эффективные алгоритмы, значительно ускоряющие сходимость [5, 6].

При расчёте полей среднего однородного резонатора $E_r^{(0)}$, $H_\varphi^{(0)}$ и $H_\theta^{(0)}$ в модели Б для вычисления поверхностного импеданса по формуле (12) вместо постоянной распространения ν необходимо использовать её среднее значение $\bar\nu$, т. е. соотношение

$$\bar\nu\,(\bar\nu+1) = (ka)^2\,[1 - iz_1/(kh)]. \qquad (\text{П28})$$

Полученные выражения были использованы для численного моделирования поляризации горизонтального магнитного поля в резонаторе Земля—ионосфера.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Sentman D. D. // Radio Sci. 1987. V. 22. P. 595.
2. Sentman D. D. // J. Atmos. Terr. Phys. 1989. V. 51. P. 507.
3. Labendz D. // J. Atmos. Solar-Terr. Phys. 1998. V. 60. P. 1 779.
4. Schumann W. O. // Zeitschrift fur Naturforsh. A. 1952. V. 7. P. 149.
5. Блиох П. В., Николаенко А. П., Филиппов Ю. Ф. Глобальные электромагнитные резонансы в полости Земля—ионосфера. Киев: Наукова думка, 1977. 199 с.
6. Bliokh P. V., Nickolaenko A. P., Filippov Yu. F. Schumann resonances in the Earth—ionosphere cavity. New York, London, Paris. Peter Perigrinus, 1980. 168 p.
7. Беспалов П. А., Чугунов Ю. В. // Докл. АН. 1994. Т. 337. С. 467.
8. Николаенко А. П., Рабинович Л. М. Электромагнитное поле в сферическом резонаторе Земля—ионосфера с гиротропной верхней стенкой: Препринт № 36 ИРЭ АН УССР. Харьков, 1974. 33 с.
9. Nickolaenko A. P., Hayakawa M. Resonances in the Earth—ionosphere cavity. Dordrecht, Boston, London: Kluwer Academic Publishers, 2002.
10. Беляев П. П., Поляков С. В., Рапопорт В. О., Трахтенгерц В. Ю. // Докл. АН СССР. 1987. Т. 297. С. 840.
11. Рабинович Л. М. Расчёт электромагнитного поля в гиротропном сферическом резонаторе Земля—ионосфера при среднеширотном расположении источника: Препринт № 141 ИРЭ АН УССР. Харьков, 1979. 20 с.
12. Борн М., Вольф Э. Основы оптики. М.: Наука, 1973. 720 с.
13. Wait J. R. Electromagnetic waves in stratified media. New York: Pergamon Press, 1962.
14. Nickolaenko A. P. // Radio Sci. 1994. V. 29. P. 1 187.
15. Belyaev G. G., Schekotov A. Yu., Shvets A. V., Nickolaenko A. P. // J. Atmos. Solar-Terr. Phys. 1999. V. 61. P. 751.
16. Беляев Г. Г., Николаенко А. П., Швец А. В., Щекотов А. Ю. // Радиофизика и электроника. 1999. Т. 4, № 1. С. 63.
17. Щекотов А. Ю., Голявин А. М. // Приборы и техника эксперимента. 1978. № 4. С. 175.
18. Николаенко А. П. // Изв. вузов. Радиофизика. 1986. Т. 29, № 1. С. 33.
19. Рабинович Л. М. Глобальные электромагнитные резонансы в неоднородной и анизотропной полости Земля—ионосфера: Дис. ... канд. физ.-мат. наук. Харьков, 1988.

20. Беляев П. П., Поляков С. В., Рапопорт В. О., Трахтенгерц В. Ю. // Изв. вузов. Радиофизика. 1989. Т. 32, № 6. С. 663.
21. Belyaev P. P., Polyakov S. V., Rapoport V. O., Trakhtengerts V. Yu. // J. Atmos. Terr. Phys. 1990. V. 52, No. 9. P. 781.
22. J. Atmos. Solar-Terr. Phys. 2000. V. 62.
23. Hayakawa M., Mochanov O. A., Schekotov A. Yu., Fedorov E. // Adv. Polar Atmos. Res. 2004. (in press).

[1] Институт радиофизики и электроники им. А. Я. Усикова НАН Украины, г. Харьков, Украина;
[2] Институт земного магнетизма, ионосферы и распространения радиоволн РАН, г. Троицк, Россия

Поступила в редакцию 1 июля 2002 г.

POLARIZATION CHARACTERISTICS OF LOW-FREQUENCY RESONANCES IN THE EARTH–IONOSPHERE CAVITY

A. P. Nikolaenko, L. M. Rabinovich, A. V. Shvets, and A. Yu. Shchekotov

We present the results of measurements and model computations of the polarization characteristics of ELF fields in the Earth–ionosphere cavity. It is shown that the horizontal magnetic field in the resonator is elliptically polarized. The ellipticity sign remains constant in the vicinity of the first Schumann resonance. This is explained by the fact that the first resonance frequency splits into a triplet, and one side-band wave of this triplet plays the dominant role in the radio-wave propagation. It is also shown that occasional degeneracy may occur in the cavity within the framework of the hedgehog model of the geomagnetic field.

УДК 551.341

ИЗМЕРЕНИЕ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СВОЙСТВ МЁРЗЛОГО ПЕСКА В СВЧ РЕЗОНАТОРАХ

Г. С. Бордонский, А. О. Орлов, Т. Г. Филиппова

Выполнены измерения диэлектрических характеристик мёрзлого песка с использованием прямоугольного резонатора на частотах 5,3÷8,4 ГГц. В спектре пропускания полностью заполненного мёрзлым песком резонатора обнаружены дополнительные резонансы, отсутствующие при заполнении его сухим однородным песком. Наблюдается различие формы резонансных кривых при увлажнении песка обычной (H_2O) и тяжёлой (D_2O) водой. Предполагается, что наблюдаемые эффекты обусловлены перколяцией из-за существования жидких проводящих плёнок воды и особенностей их свойств на поверхности минеральных частиц. Для проверки предположения выполнены измерения для специальной среды, состоящей из смеси сухого песка и мелких металлических частиц. Эксперимент показал, что при некоторой концентрации частиц в спектре пропускания резонатора появляются дополнительные резонансные пики. То же наблюдается при неполном заполнении резонатора сухим песком. Наблюдаемые аномалии можно объяснить возникновением отрицательной дисперсии для волн в волноводе.

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время принято считать, что диэлектрические свойства пресного льда в широком диапазоне частот хорошо изучены [1, 2]. Что касается мёрзлых дисперсных сред (увлажнённых почв, грунтов и т. п.), то для них имеются противоречивые данные [3–6]. Согласно теориям определения комплексной относительной диэлектрической проницаемости ε^* для хаотических смесей замерзание среды должно приводить к уменьшению данной величины вследствие фазового перехода воды в лёд [7].

Однако в некоторых работах (см., например, [4]) при измерениях в волноводе наблюдался рост действительной части ε^* при переходе от талого к мёрзлому состоянию исследуемой среды. А в работе [5] при измерениях мёрзлого песка в полностью заполненном СВЧ резонаторе был обнаружен дополнительный резонанс, отсутствующий в спектре пропускания резонатора при заполнении его сухой однородной средой. По-видимому, результаты работ [4, 5] указывают на то, что мёрзлые дисперсные среды проявляют особые электродинамические свойства. В настоящее время исследуются причины этого явления, и некоторые авторы предполагают, что оно связано с особыми физико-химическими свойствами воды в дисперсных средах при температурах ниже 0 °C [8].

Из анализа результатов работ [4, 5] представляется, что резонаторный метод при микроволновых измерениях позволяет получить более полную информацию об электромагнитных свойствах вещества, чем методы, в которых производятся измерения коэффициентов отражения и пропускания в свободном пространстве или волноводе на одной частоте. Например, нами в СВЧ резонаторе были исследованы близкие по параметрам лёгкий лёд H_2O и тяжёлый лёд D_2O [9]. Хотя в спектре резонаторов не было обнаружено аномалий, но резонансные кривые оказались заметно асимметричными, причём для указанных видов льда асимметрия была различна. Подобные измерения позволяют не только определить действительную и мнимую части относительной диэлектрической проницаемости, но и обнаружить особенности поведения осцилляторов, составляющих среду [10].

В данной работе продолжено изучение мёрзлых дисперсных сред в СВЧ резонаторах. Цель работы заключалась в изучении аномальных свойств мёрзлых сред при увлажнении их обычной и тяжёлой водой, на которые указывают результаты предшествующих исследований [4–6, 9]. Измерения проведены в длинноволновой части сантиметрового диапазона длин волн.

1. МЕТОДИКА ИЗМЕРЕНИЙ

Измерения выполнялись в интервале частот 5,3 ÷ 8,4 ГГц с помощью измерителя частотных характеристик Р2-57 с использованием прямоугольных резонаторов типа H_{101} при полном заполнении резонаторов исследуемой средой. Методика измерений подробно рассмотрена в работах [5, 9]. В разрыв волноводной линии передач помещается резонатор с изучаемой средой, который охлаждается парами азота. Связь резонатора с волноводным трактом осуществляется через диафрагмы со щелями в H-плоскости (плоскости магнитного поля). Измерение температуры образца проводится терморезистором, расположенным в теле резонатора. Образец приготавливали замораживанием увлажнённого песка непосредственно в резонаторе при температуре около $-10\,^\circ$C.

Сечение резонатора составляет 8×17 мм, длина — 20 мм. Размеры и сечение резонатора выбраны таким образом, чтобы в частотном спектре при типичном значении диэлектрической проницаемости песка и льда наблюдалась одна резонансная линия пропускания, соответствующая низшей резонансной частоте [5, 9]. Собственная низшая частота полуволнового резонатора составляла 11,6 ГГц и определялась из формулы

$$f_{mnp} = \frac{c}{2\sqrt{\varepsilon'}} \sqrt{\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} + \frac{p^2}{l^2}}\,,$$

где c — скорость электромагнитной волны в вакууме, ε' — действительная часть относительной комплексной диэлектрической проницаемости, a, b и l — размеры прямоугольного резонатора, индексы m, n и p принимают значения 1, 2, 3, ... При этом ближайшая резонансная частота f_{102} согласно расчёту в 1,5 раза превышает низшую частоту f_{101}.

Измерение спектров пропускания резонаторов выполнены для относительно мелкого (с размерами частиц около 0,4 мм) и крупного (с размерами частиц около 0,8 мм) песка. Песок на 48 % состоял из кварца, на 51 % — из полевого шпата; другие минералы составляли около 1 %. Ферромагнитная фракция из образцов удалялась. Перед экспериментами песок промывался дистиллированной водой и просушивался при температуре $110\,^\circ$C. Далее среда увлажнялась и замораживалась в резонаторе при температуре $-10\,^\circ$C. Охлаждение резонатора осуществлялось до температуры $-120\,^\circ$C.

Особенность исследования заключалась в том, что увлажнение песка, в отличие от работ [3–6, 8], осуществлялось не только обычной водой $\mathrm{H_2O}$, но и тяжёлой водой $\mathrm{D_2O}$. Цель исследования при этом заключалась в определении влияния двух видов жидкости с незначительно отличающимися диэлектрическими свойствами [11] на микроволновые параметры дисперсных сред при температурах ниже $0\,^\circ$C.

Для выяснения механизма влияния проводящих плёнок воды в увлажнённых дисперсных средах на микроволновые спектры пропускания резонатора измерения выполнены также для специальной среды, состоящей из смеси сухого песка и мелких металлических частиц.

2. РЕЗУЛЬТАТЫ ИЗМЕРЕНИЙ

Основные результаты измерений диэлектрических свойств мёрзлого песка заключаются в следующем. Для мелкого песка при увлажнении двумя видами воды (весовая влажность 13 ÷

÷16 %) наблюдались две характерные области резонанса с появлением неравномерностей внутри области пропускания: типичным явлением было раздвоение линий (рис. 1). Корректных измерений ширины резонансов выполнить не удалось из-за заметного отличия линий от идеальных. Наблюдалась некоторая зависимость амплитуды линий от температуры, однако она была не столь существенной, как об этом сообщалось в работе [5] для более высокочастотного резонатора (с длиной 14,7 мм при этом же сечении).

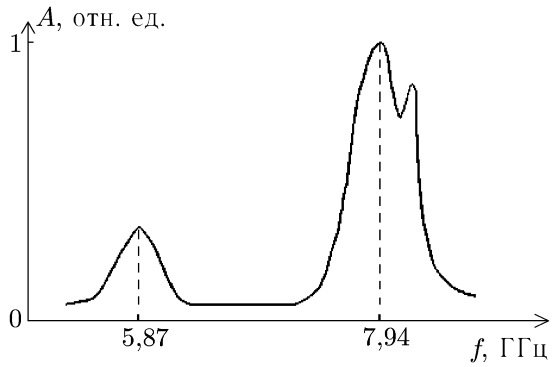


Рис. 1. Кривая пропускания резонатора в полосе частот 5,3÷8,4 ГГц, заполненного мелким песком с увлажнением H_2O (весовая влажность 14 %) при температуре −20 °C. Мощность проходящего сигнала приведена в относительных единицах

Для крупного увлажнённого песка в полосе частот 5,3÷8,4 ГГц обнаружены три характерные резонансные кривые. Наблюдалась существенная температурная зависимость амплитуды центральной линии относительно соседних (рис. 2). Отношение частот крайних резонансов составляло порядка 1,14.

Значения действительной ε' и мнимой ε'' частей диэлектрической проницаемости крупного чистого песка с влажностью 12 % и плотностью 1,4 г/см^3 в зависимости от температуры вблизи частоты 5,5 ГГц приведены в табл. 1.

Значения диэлектрической проницаемости рассчитаны по линии пропускания резонатора на низшей частоте по формулам $\varepsilon' = (f_{\text{р}}/f_0)^2$ и $\varepsilon'' = (\Delta f/f_{\text{р}})\,\varepsilon'$, где $f_{\text{р}}$ — резонансная частота заполненного резонатора, а Δf — полоса по уровню 0,5 для мощности проходящего излучения. Абсолютная погрешность измерения ε' оценивалась как 0,03, а ε'' — как 0,005, и определялась погрешностью измерений частоты резонанса и его ширины. Величина ε' относительно слабо зависит от температуры и в интервале от −0,5 до −80 °C может быть аппроксимирована линейной зависимостью. Для данного случая $\varepsilon' = 4{,}5 + 0{,}002\,(t + 0{,}5)$, где температура t выражена в градусах Цельсия. Значение ε'' изменяется более существенно. Обе величины приближаются к насыщению при температуре ниже −80 °C, что свидетельствует о вымерзании основной массы жидкой воды при температуре ниже указанного значения.

Таблица 1

t, °C	ε'	ε''
− 0,5	4,55	0,120
− 7	4,42	0,094
− 19	4,46	0,088
− 30	4,41	0,070
− 40	4,40	0,068
− 60	4,37	0,063
− 76	4,35	0,061
− 94	4,34	0,060
−105	4,34	0,060
−120	4,34	0,058

При увлажнении крупного песка тяжёлой водой также обнаружены три резонансных максимума, но в отличие от случая увлажнения лёгкой водой центральный пик при этом был слабо выражен. При изменении температуры наблюдалась заметная изменчивость кривых пропускания резонатора (рис. 3). Для этого случая отношение частот крайних резонансов составило около 1,35. Значение ε' оказалось меньше, чем при увлажнении лёгкой водой, приблизительно на 10 %, причём при температуре −100 °C оно составляло 3,94, что близко к измеренному значению $\varepsilon' = 3{,}9$ для сухого песка. При $t = -14$ °C ε' равно 4,04. Отметим, что ε' льда из тяжёлой воды на несколько процентов меньше ε' лёгкого льда [11].

Исследовались также замёрзшие образцы с малой увлажнённостью (гигроскопическая влажность 0,13 %). Было установлено, что для них спектр пропускания резонатора соответствовал однородной среде. При этом в исследуемом спектре наблюдалась одна линия с характерной колоколообразной формой, хотя и с небольшой асимметрией. Таким образом, за появление дополнительных резонансов отвечает именно увлажнение песка.

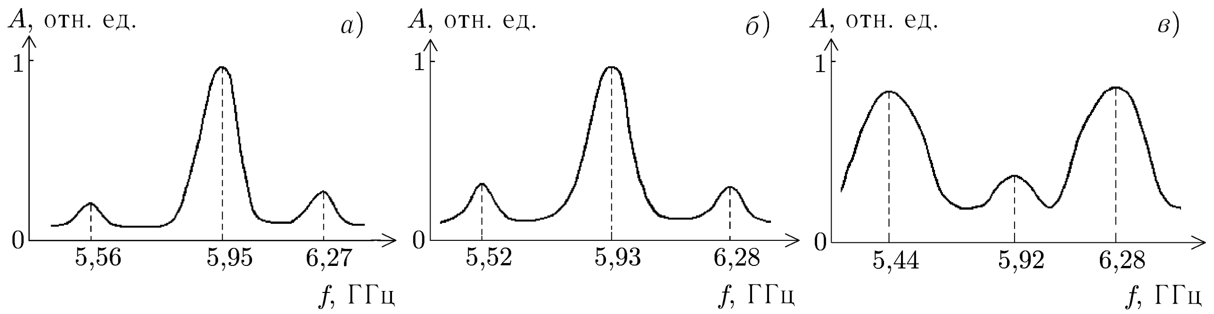


Рис. 2. Кривые пропускания резонатора в полосе частот 5,3÷8,4 ГГц, заполненного крупным песком с увлажнением H_2O (весовая влажность 12 %) для трёх значений температуры: (*а*) $t = -76\,^\circ$C, (*б*) $t = -7\,^\circ$C и (*в*) $t = -0{,}5\,^\circ$C

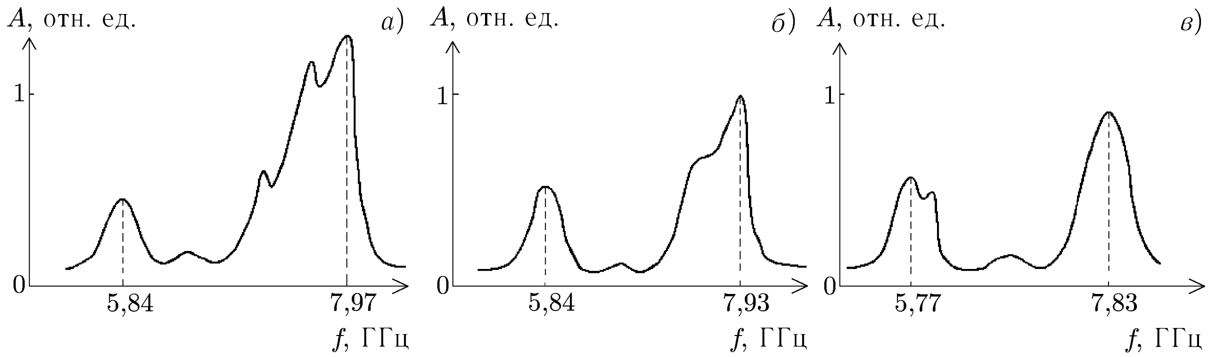


Рис. 3. Характеристики пропускания резонатора, заполненного крупным песком с увлажнением тяжёлой водой D_2O (весовая влажность 14 %) для трёх значений температуры: (*а*) $t = -96\,^\circ$C, (*б*) $t = -62\,^\circ$C и (*в*) $t = -14\,^\circ$C

Специальная среда. В работе [12] исследовались причины необычно высоких значений диэлектрической проницаемости мёрзлых грунтов на низких частотах. При этом было установлено, что аномалии возникают при появлении сквозной проводимости (перколяции), возникающей при определённых концентрации жидких включений и дисперсности среды. Эта особенность исследовалась с помощью специально приготовленной модельной среды, состоящей из смеси сухого песка и мелких проводящих частиц. Для такой специальной среды на частоте 1 кГц были смоделированы все особенности поведения диэлектрической проницаемости мёрзлого песка. Так, при росте концентрации проводящих частиц обнаружен резкий скачок действительной части диэлектрической проницаемости (на три порядка), что наблюдается и в мёрзлой среде при изменениях температуры (т. е. изменении концентрации жидких проводящих включений) [3, 6].

При наложении на среду квазистатического электрического поля наблюдался гистерезис при медленном циклическом изменении поля, а также нелинейная зависимость диэлектрической проницаемости, что наблюдалось ранее и для мёрзлого песка [6, 13].

Поэтому возникло предположение, что аномалии диэлектрических свойств мёрзлых дисперсных сред и спектров пропускания резонаторов в СВЧ диапазоне также определяются эффектами перколяции, т. е. возникновением сквозной проводимости по жидким проводящим плёнкам воды.

Для проверки влияния перколяции на спектр пропускания СВЧ резонатора были выполнены измерения его резонансных свойств при полном заполнении специальной средой в виде смеси сухого песка и проводящих латунных металлических частиц. Смесь приготавливалась из песка со средним размером частиц около 0,4 мм и металлических опилок с размером около 0,2 мм. Доля

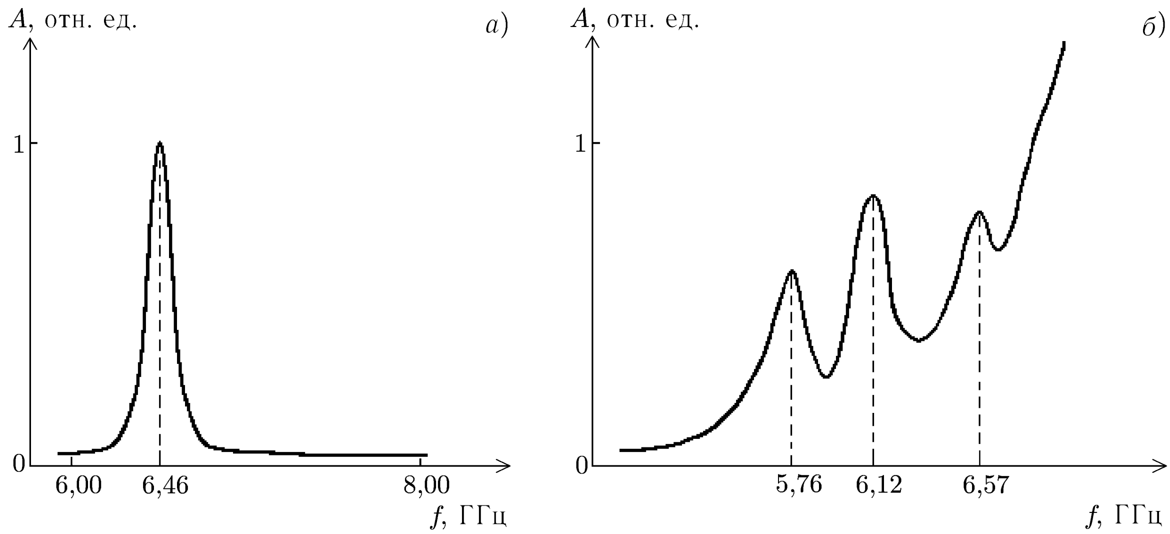


Рис. 4. Резонансная кривая для сухого песка (*а*) и для смеси сухого песка и металлических частиц (*б*) при отношении массы опилок к массе песка, равном единице. Мощность проходящего сигнала приведена в относительных единицах

проводящих частиц в смеси последовательно увеличивалась, и наблюдались кривые пропускания резонатора.

При нулевой или малой концентрации проводящих частиц наблюдалась одна резонансная линия в спектре пропускания резонатора, соответствующая его нижней резонансной частоте (рис. 4*а*). Однако по мере увеличения концентрации металлических частиц картина пропускания существенно изменялась. Результаты измерений приведены на рис. 4*б*.

Как следует из рис. 4, возникновение проводимости и протяжённых проводящих структур при росте концентрации металлических частиц коренным образом изменяет диэлектрические свойства среды. Вместо одной резонансной кривой в спектре пропускания резонатора появляется несколько перекрывающихся резонансов с ростом амплитуды на более высоких частотах.

Аналогичный эффект был получен нами при неполном заполнении резонатора сухим песком. В случае полного заполнения тем же песком в спектре пропускания наблюдается одна резонансная линия.

3. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Аномалии, наблюдающиеся в спектре прямоугольного СВЧ резонатора, очевидно, связаны со свойствами увлажнённого песка. При его охлаждении до $-160\,^\circ$C по некоторым данным на поверхности частиц остаётся незамёрзшая плёнка воды. Как было установлено недавно, даже на поверхности чистых кристаллов льда квазижидкий слой существует до температуры $-80\,^\circ$C [14].

Существование проводящей сети плёнок воды в объёме образца изменяет электромагнитные свойства среды. Например, возможно проявление дифракционных явлений, если образуются разделённые плёнками воды гранулы с характерными размерами порядка длины волны излучения. Такая среда обладает свойствами фотонных кристаллов [15], т. е. пропускает излучение в определённых частотных интервалах. Аналогичные свойства были недавно продемонстрированы на искусственных средах в СВЧ диапазоне. Если в однородную среду поместить периодическую структуру в виде отрезков проводников, спиралей, незамкнутых колец и т. п., можно получить как отрицательную магнитную, так и отрицательную диэлектрическую проницаемости [16, 17].

Среды, обладающие одновременно отрицательными диэлектрической и магнитной проницаемостями, теоретически рассматривались ещё в работе [18] и также созданы искусственно [19].

Как отмечено в работе [18], среды, обладающие одновременно отрицательными диэлектрической и магнитной проницаемостями, имеют отрицательную дисперсию. Следствием этого являются необычные законы преломления на границах сред из-за противоположного направления векторов фазовой ($V_{\text{ф}} = \omega/k$) и групповой ($V_{\text{гр}} = = \mathrm{d}\omega/\mathrm{d}k$) скоростей. Отрицательная дисперсия возникает также в анизотропных средах и в средах с пространственной дисперсией, для которых размер неоднородностей сравним с длиной волны излучения [18].

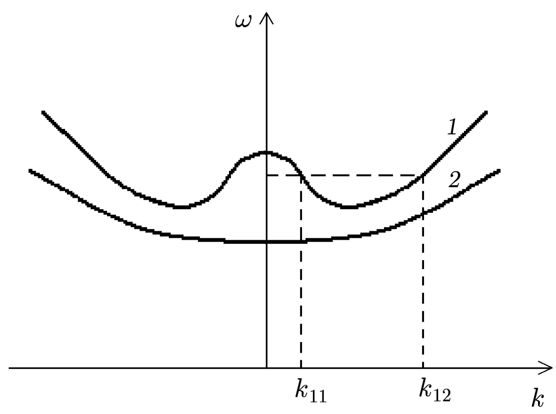


Рис. 5. Дисперсионные соотношения между угловой частотой и волновым числом при частичном заполнении волновода диэлектриком [16] (кривая *1*) и для полого волновода (кривая *2*). k_{11} и k_{12} — два значения волнового числа для одной частоты

Особенностью сред с отрицательной дисперсией являются не только необычные законы преломления, но и высокая чувствительность к изменению параметров среды в определённых спектральных интервалах [16]. В них возможно появление «новой» волны, имеющей ту же линейную поляризацию, но другое волновое число [20].

Известно также, что отрицательная дисперсия возникает в волноводах при их неполном заполнении твёрдым диэлектриком [16]. В этом случае их дисперсионная характеристика выглядит кривой *1* на рис. 5. Из графика следует, что одной частоте может соответствовать два волновых числа в волноводе. На рис. 5 представлена также дисперсионная зависимость для случая однородного заполнения или полого волновода (кривая *2*).

Как следует из описанного выше эксперимента с сухим песком, при неполном заполнении резонатора в его спектре пропускания появляются несколько экстремумов, напоминающих резонансы. По-видимому, в этом случае, как и в случае неполного заполнения волновода твёрдым диэлектриком, имеет место отрицательная дисперсия волн. Однако зависимость частоты от волнового вектора должна иметь иной характер, чем это показано на рис. 5 (кривая*1*).

Рассматривая полученные данные, можно предположить, что наблюдаемые особенности в спектрах пропускания резонаторов с мёрзлым песком также можно объяснить появлением отрицательной дисперсии. В этом случае одно значение волнового числа в спектре пропускания резонатора наблюдается на нескольких частотах. Число наблюдаемых резонансов зависит от вида кривой дисперсии. В представленных на рис. 3 графиках в исследуемом диапазоне частот их три. По полученным данным на рис. 6 построен график дисперсионного соотношения (кривая *1*), где использованы значения резонансных частот, приведённые на рис. 2. Кривая *2* — расчётное дисперсионное соотношение для волновода, заполненного однородной средой с действительной частью диэлектрической проницаемости ε', равной 4,4 (это значение найдено из измерений резонансной частоты низшего резонанса). Кривая *1* соединяет три экспериментальные точки для трёх значений частоты и одного значения волнового числа, соответствующего размерам используемого резонатора. Кривая имеет область отрицательной дисперсии (отрицательной производной $\mathrm{d}\omega/\mathrm{d}k$), на которую приходится резонансный пик с частотой f_2.

На этом же рисунке приведены результаты наших измерений, полученные в работе [5], при использовании другого прямоугольного резонатора и увлажнённого песка с близкими параметрами. Длина резонатора 14,7 мм при сечении 8×17 мм, что соответствует собственной частоте

13,6 ГГц. На рисунке представлены две экспериментальные точки, соответствующие двум резонансным частотам в спектре пропускания резонатора в исследуемой области частот — f_1' и f_2', а также возможный вид дисперсионной кривой (кривая *3*). Для резонанса на частоте f_2' экспериментально установлена аномальная зависимость амплитуды проходящего сигнала от температуры. Она заключалась в возрастании амплитуды резонанса при нагревании среды до температуры $-0{,}5\,^\circ$C, в то время как для резонансной кривой с частотой f_1' наблюдалось «нормальное» поведение, т. е. уменьшение амплитуды с ростом температуры среды. При последующем повышении температуры амплитуды обоих резонансов уменьшались и они пропадали, что свидетельствовало о таянии образцов.

Можно отметить, что значения ε', измеренные в двух разных резонаторах с использованием низшего резонанса в спектре пропускания, совпадают в пределах погрешности измерений.

ВЫВОДЫ

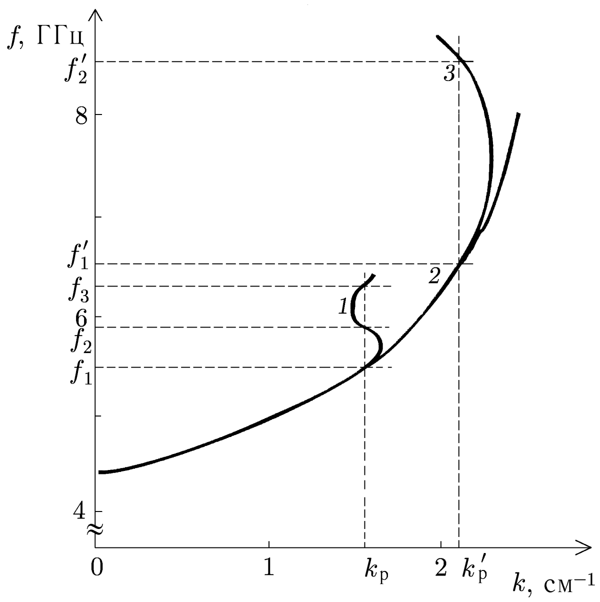


Рис. 6. Дисперсионные соотношения: кривая *1* построена для мёрзлого песка в резонаторе по данным для трёх резонансных частот: $f_1 = 5{,}5$ ГГц; $f_2 = 5{,}9$ ГГц; $f_3 = 6{,}3$ ГГц; $k_\text{р} = 1{,}57$ см$^{-1}$ — волновое число для волны, проходящей через резонатор; кривая *2* соответствует волноводу с однородным заполнением ($\varepsilon' = 4{,}4$) и сечением 8×17 мм; кривая *3* соответствует резонатору с другим значением волнового числа волны, проходящей через резонатор, $k_\text{р}' = 2{,}15$ см$^{-1}$; резонансные частоты: $f_1' = 6{,}5$ ГГц; $f_2' = 8{,}5$ ГГц

Хотя рассмотренная в настоящей работе перколяционная среда, на первый взгляд, не демонстрирует явно периодических проводящих структур, в ней могут существовать криогенные образования, например мёрзлые гранулы с характерными размерами. Существующие в мёрзлой среде проводящие жидкие включения создают в ней перколяционные кластеры с размерами порядка размеров волновода. Анизотропия кластеров может приводить к пространственной дисперсии, поэтому особенность мёрзлых дисперсных сред заключается как в возможности существования жидких включений до температур существенно ниже $-100\,^\circ$C, так и в существовании анизотропных кластеров макроскопических размеров, сравнимых с длиной волны.

Возникновение перколяционных кластеров следует учитывать при выборе методик измерений параметров мёрзлых увлажнённых сред. В случае волноводных измерений предпочтение следует отдавать резонаторным измерениям в широкой полосе частот для выявления неоднородностей среды. Особое значение при любых методиках измерений играют способы приготовления образцов (их форма, теплофизические свойства, температурные режимы при замораживании), т. к. они определяют особенности криогенной структуры и возникающих перколяционных кластеров. Эти особенности, по-видимому, приводили к наблюдавшейся разнице представленных результатов измерений у различных авторов.

Предметом специального исследования должно стать обнаруженное различие спектров пропускания при увлажнении песка обычной водой и тяжёлой водой. Здесь, по-видимому, проявилось различие в свойствах плёнок двух видов воды на поверхности ледяных и минеральных частиц.

Это различие может возникать вследствие особенностей электропроводности тонких плёнок и кластеров из молекул H_2O и D_2O, а также чувствительности электромагнитных свойств волноводных систем к малым изменениям параметров сред при проявлении отрицательной дисперсии.

Таким образом, мёрзлая дисперсная среда проявляет аномалии электромагнитных свойств, которые можно объяснить возникновением отрицательной дисперсии волн. Эти аномалии отчётливо проявляются при измерениях в резонаторах в виде дополнительных резонансных линий, обнаруживая чувствительность к незначительным изменениям параметров среды (температуре, размерам резонаторов и даже видам воды). Анизотропия в образцах, по-видимому, определяется тепловыми условиями при формировании криогенной структуры в среде.

Работа выполнена при частичной поддержке РФФИ (грант № 03–02–16042).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Warren S. G. // Appl. Optics. 1984. No. 23. P. 1 206.
2. Matzler C., Wegmuller U. // J. Phys. D. 1987. P. 1 623.
3. Фролов А. Д. Электрические и упругие свойства мёрзлых пород и льдов. Пущино: ОНТИ ПНЦ РАН, 1998. 515 с.
4. Ильин В. А., Райзер В. Ю., Российский А. В., Сосновский Ю. М. // Радиотехника и электроника. 1995. Т. 40, № 12. С. 1 882.
5. Бордонский Г. С., Головкова Ю. В., Крылов С. Д., Филиппова Т. Г. // Радиотехника и электроника. 1999. Т. 44, № 7. С. 871.
6. Бордонский Г. С., Филиппова Т. Г. Использование многочастотной диэлектрометрии для изучения физикохимических процессов в мёрзлых дисперсных средах: Деп. ВИНИТИ 24.03.2000. № 778-В00. 40 с.
7. Tinga W. R., Voss V. A. G., Blossey D. F. // J. Appl. Phys. 1977. V. 44, No. 9. P. 3 897.
8. Бахтина Е. Ю., Ильин В. А., Смородин В. Е. // Поверхность. 1999. № 8. С. 110.
9. Бордонский Г. С., Филиппова Т. Г. // Физика твёрдого тела. 2001. Т. 43, вып. 9. С. 1 575.
10. Магнус К. Колебания. Введение в исследование колебательных систем. М.: Мир, 1982. 304 с.
11. Бордонский Г. С., Крылов С. Д. // Журн. физич. химии. 2001. Т. 75, № 5. С. 930.
12. Бордонский Г. С., Филиппова Т. Г. // Конденсированные среды и межфазные границы. 2002. Т. 4, № 1. С. 21.
13. Черняк Г. Я. Электромагнитные методы в гидрогеологии и инженерной геологии. М.: Недра, 1987. 214 с.
14. Xing W., Miranda P. B., Shen Y. R. // Phys. Rev. Lett. 2001. V. 86, No. 8. P. 1 554.
15. Villenenve P. R., Fan S. // Nature. 1997. V. 386. P. 143.
16. Силин Р. А., Чепурных И. П. // Радиотехника и электроника. 2001. Т. 46, № 10. С. 1 212.
17. Pendry J. B. // Phys. Rev. Lett. 1996. V. 76, No. 25. P. 4 773.
18. Веселаго В. Г. // Успехи физич. наук. 1967. Т. 92, вып. 3. С. 517.
19. Smith D. R., Padilla W. J., Vier D. C., et al. // Phys. Rev. Lett. 2000. V. 84, No. 18. P. 4 184.
20. Агранович В. М., Гинзбург В. Л. Кристаллооптика с учётом пространственной дисперсии и теория экситонов. М.: Наука, 1979. 432 с.

Читинский институт природных ресурсов СО РАН,
г. Чита, Россия

Поступила в редакцию
29 мая 2003 г.

MEASURING THE DIELECTRIC PARAMETERS OF FROZEN SAND IN MICROWAVE CAVITIES

G. S. Bordonsky, A. O. Orlov, and T. G. Filippova

We measure the dielectric parameters of frozen sand by using a rectangular cavity at frequencies $5.3-8.4$ GHz. The transmission spectrum of the cavity completely filled with frozen sand shows supplementary resonances absent in the case where the cavity is filled with dry homogeneous sand. The difference of the resonance curves was observed for the cases of wetting the sand by ordinary (H_2O) and heavy water (D_2O). It is supposed that the observed effects are related to percolation due to the existence and the specific properties of conductive films of liquid water on the surfaces of mineral particles. To verify this assumption, we performed measurements for the special medium consisting of a mixture of dry sand and small metal particles. This experiment showed that supplementary resonant peaks in the transmission spectrum of the cavity arise for certain concentration of the metal particles. The same effect is also observed in the case of incomplete filling of the cavity resonator by dry sand. These anomalies can be explained by the appearance of negative dispersion of waves in the waveguide.

УДК 537.87

ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ВОЛНОВЫХ ПОЛЕЙ ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ОСЦИЛЛЯТОРОВ В НЕДИСПЕРГИРУЮЩЕЙ СРЕДЕ, ДВИЖУЩЕЙСЯ С ДОСВЕТОВОЙ СКОРОСТЬЮ

Э. Г. Доильницина, А. В. Тюхтин

Исследуются энергетические характеристики полей излучения электрического, магнитного и тороидного диполей в недиспергирующей среде, движущейся со скоростью, меньшей скорости света в ней. Проанализированы угловые зависимости плотности потока энергии электромагнитного поля (по Абрагаму). Показано, в частности, что радиальная компонента вектора плотности потока энергии отрицательна в некотором диапазоне углов при достаточно высокой скорости движения среды. Получены выражения для потоков электромагнитной энергии через сферу большого радиуса. Отмечено, что при достаточно больших скоростях движения среды потоки энергии отрицательны, а по модулю могут превышать потери энергии источников.

ВВЕДЕНИЕ

Настоящая работа посвящена анализу энергетических характеристик волновых полей точечных осцилляторов, которые расположены в недиспергирующей среде, движущейся со скоростью, меньшей скорости света в ней. В основном внимание будет сосредоточено на анализе плотности потока электромагнитной энергии и полного потока энергии через сферу большого радиуса. Отметим, что в научной литературе долгое время велась дискуссия по поводу вида тензора энергии-импульса в движущейся среде [1–5]. В качестве основных «конкурентов» при этом выступали тензоры Минковского и Абрагама, предложенные ещё в начале XX века. Отличие подхода Абрагама от подхода Минковского заключается в том, что первый учитывает так называемую силу Абрагама, которая действует на нейтральную среду даже в том случае, когда можно пренебречь так называемыми стрикционными силами [2]. Существование такой силы было подтверждено экспериментально лишь в 70-е годы XX века [6, 7]. Подчеркнём, что с точки зрения анализа энергетических закономерностей наличие силы Абрагама существенно только в движущихся средах, т. к. при этом данная сила производит над средой работу, которая неизбежно входит в закон сохранения энергии.

Несмотря на сказанное выше, тензор энергии-импульса Минковского в определённой степени сохраняет своё значение. Это объясняется тем, что расчёт потерь энергии источника можно проделать, используя оба подхода [2]. Более того, использование подхода Минковского даже облегчает эту задачу, поскольку при этом не нужно учитывать работу силы Абрагама. С другой стороны, необходимо иметь в виду, что одинаковые результаты получаются только для мощности источника, но не для потока электромагнитной энергии. В данной работе мы в основном сосредоточимся на описании энергетических характеристик электромагнитного поля по Абрагаму и покажем, что они обладают некоторыми необычными свойствами.

1. НЕКОТОРЫЕ ОБЩИЕ СООТНОШЕНИЯ И СВОЙСТВА

Будем считать, что среда является однородной, непоглощающей и недиспергирующей. В системе отсчёта, в которой среда покоится, она изотропна и имеет показатель преломления $n = \sqrt{\varepsilon\mu} > 1$, где ε и μ — диэлектрическая и магнитная проницаемости. Скорость движения среды равна $\mathbf{u} = c\boldsymbol{\beta}$, где c — скорость света в вакууме, причём u не превышает скорость света в среде, т. е. $\beta n < 1$ («досветовой» режим движения среды).

Напомним основные выражения для энергетических характеристик электромагнитных полей в движущейся недиспергирующей среде. При этом мы выпишем соответствующие формулы как по Минковскому, так и по Абрагаму. Как известно [2, 5], при пренебрежении так называемыми стрикционными силами закон сохранения энергии может быть записан в следующем виде:

$$-\frac{\partial w^{\mathrm{M}}}{\partial t} = (\mathbf{jE}) + \operatorname{div}\mathbf{S}^{\mathrm{M}}, \tag{1}$$

где $\mathbf{j}$ — плотность стороннего тока,

$$w^{\mathrm{M}} = \frac{1}{8\pi}\,[(\mathbf{DE}) + (\mathbf{BH})], \qquad \mathbf{S}^{\mathrm{M}} = \frac{c}{4\pi}\,[\mathbf{E}\times\mathbf{H}], \tag{2}$$

$\mathbf{D} = \varepsilon\mathbf{E}$, $\mathbf{B} = \mu\mathbf{H}$. Величины w^{M} и $\mathbf{S}^{\mathrm{M}}$ обычно называются плотностями энергии и потока энергии по Минковскому (величина $\mathbf{S}^{\mathrm{M}}$ традиционно называется также вектором Умова—Пойнтинга).

Согласно Абрагаму плотности энергии w^{A} и потока энергии $\mathbf{S}^{\mathrm{A}}$ определяются формулами [2, 5]

$$w^{\mathrm{A}} = w^{\mathrm{M}} - \frac{\gamma^2}{4\pi}\,(\boldsymbol{\beta}\mathbf{Q}), \qquad \mathbf{S}^{\mathrm{A}} = \mathbf{S}^{\mathrm{M}} - \frac{c\gamma^2}{4\pi}\,\boldsymbol{\beta}\,(\boldsymbol{\beta}\mathbf{Q}), \tag{3}$$

где $\mathbf{Q} = [\mathbf{D}\times\mathbf{B}] - [\mathbf{E}\times\mathbf{H}]$, $\gamma^2 = (1-\beta^2)^{-1}$. Закон сохранения энергии при этом записывается в виде

$$-\frac{\partial w^{\mathrm{A}}}{\partial t} = (\mathbf{jE}) + \operatorname{div}\mathbf{S}^{\mathrm{A}} + (\mathbf{f}^{\mathrm{A}}\mathbf{u}), \tag{4}$$

где последнее слагаемое имеет смысл плотности работы силы Абрагама в единицу времени. Легко видеть, что равенства (1) и (4) эквивалентны, если

$$(\mathbf{f}^{\mathrm{A}}\mathbf{u}) = \frac{\partial(w^{\mathrm{M}} - w^{\mathrm{A}})}{\partial t} + \operatorname{div}(\mathbf{S}^{\mathrm{M}} - \mathbf{S}^{\mathrm{A}}) = \frac{\gamma^2}{4\pi}\left[\frac{\partial}{\partial t} + (\mathbf{u}\nabla)\right](\boldsymbol{\beta}\mathbf{Q}) = \frac{\gamma^2}{4\pi}\,\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\,(\boldsymbol{\beta}\mathbf{Q}). \tag{5}$$

Подчеркнём, что в данное выражение входит полная производная по времени (на необходимость учёта пространственных производных в выражении для силы Абрагама было указано в [3]).

Мы будем рассматривать поля, гармонически зависящие от времени по закону $\exp(-i\omega t)$. При этом наибольший интерес представляют усреднённые за период энергетические характеристики. Усреднение квадратичных величин можно провести по формуле $\overline{\operatorname{Re}a\operatorname{Re}b} = \operatorname{Re}(ab^*)/2$, где звёздочкой обозначена операция комплексного сопряжения. Всюду далее мы будем приводить формулы только для усреднённых величин, опуская ради краткости знак усреднения (черту).

В результате усреднения в формулах (1), (4), (5) обращаются в нуль слагаемые, содержащие частную производную по времени, и мы имеем

$$-(\mathbf{jE}) = \operatorname{div}\mathbf{S}^{\mathrm{M}} = \operatorname{div}\mathbf{S}^{\mathrm{A}} + (\mathbf{f}^{\mathrm{A}}\mathbf{u}), \tag{6}$$

$$(\mathbf{f}^{\mathrm{A}}\mathbf{u}) = \frac{\gamma^2}{4\pi}\,(\mathbf{u}\nabla)\,(\boldsymbol{\beta}\mathbf{Q}). \tag{7}$$

Для усреднённых плотностей потоков энергии по Минковскому и по Абрагаму, соответственно, имеем

$$\mathbf{S}^{\mathrm{M}} = \frac{c}{8\pi}\,\operatorname{Re}[\mathbf{E}\times\mathbf{H}^*], \qquad \mathbf{S}^{\mathrm{A}} = \mathbf{S}^{\mathrm{M}} - \frac{c}{8\pi}\,\boldsymbol{\beta}\gamma^2\operatorname{Re}\big(\boldsymbol{\beta}\,[\mathbf{D}\times\mathbf{B}^*] - \boldsymbol{\beta}\,[\mathbf{E}\times\mathbf{H}^*]\big). \tag{8}$$

Полная усреднённая мощность W, расходуемая источником, может быть вычислена путём интегрирования вектора $\mathbf{S}^{\mathrm{M}}$ [2]:

$$W = -\int (\mathbf{jE})\,\mathrm{d}V = \int \operatorname{div}\mathbf{S}^{\mathrm{M}}\,\mathrm{d}V = \int\limits_0^{2\pi}\int\limits_0^{\pi} S_r^{\mathrm{M}} r^2 \sin\theta\,\mathrm{d}\theta\,\mathrm{d}\varphi, \tag{9}$$

где (r,θ,φ) — сферическая система координат. При этом радиус сферы r, по которой проводится интегрирование, может быть произвольным (в принципе, вместо сферы можно взять поверхность любой формы и размеров, охватывающую область расположения источников).

По Абрагаму полный усреднённый поток электромагнитной энергии Σ через сферу радиуса r равен

$$\Sigma = \int\limits_0^{2\pi}\int\limits_0^{\pi} S_r^{\mathrm{A}} r^2 \sin\theta\,\mathrm{d}\theta\,\mathrm{d}\varphi. \tag{10}$$

Отличие (10) от (9) объясняется учётом силы Абрагама. Усреднённая работа этой силы в единицу времени равна

$$\begin{aligned} A = \int (\mathbf{f}^{\mathrm{A}}\mathbf{u})\,\mathrm{d}V = W - \Sigma = \int \operatorname{div}(\mathbf{S}^{\mathrm{M}} - \mathbf{S}^{\mathrm{A}})\,\mathrm{d}V = \\ = \frac{c}{8\pi}\,\boldsymbol{\beta}\gamma^2 \int\limits_0^{2\pi}\int\limits_0^{\pi} \operatorname{Re}\bigl(\boldsymbol{\beta}\,[\mathbf{D}\times\mathbf{B}^*] - \boldsymbol{\beta}\,[\mathbf{E}\times\mathbf{H}^*]\bigr)_r\, r^2 \sin\theta\,\mathrm{d}\theta\,\mathrm{d}\varphi. \end{aligned} \tag{11}$$

Применим выписанные формулы к волновым полям точечных источников. Как показано в [8], при досветовой скорости движения среды в волновой зоне вектор $\mathbf{S}^{\mathrm{M}}$ ориентирован вдоль радиус-вектора, направление которого совпадает с направлением групповой скорости волны, и определяется выражением

$$\mathbf{S}^{\mathrm{M}} = S^{\mathrm{M}}\mathbf{e}_r = \frac{c}{8\pi}\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}\,\Bigl[|E_\theta|^2\,\Psi + |E_\varphi|^2\,\Psi^{-1}\Bigr]\,\mathbf{e}_r, \tag{12}$$

где $\Psi = \sqrt{\cos^2\theta + \alpha\sin^2\theta}$, $\alpha = \gamma^2\,(1 - n^2\beta^2)$, а скорость среды направлена вдоль оси $\theta = 0$. Как видим, эта величина положительна, что предопределяет положительность потерь энергии на излучение для любого источника в досветовом потоке.

Вектор $\mathbf{S}^{\mathrm{A}}$ имеет как радиальную, так и широтную составляющие, для которых нетрудно найти следующие выражения:

$$S_r^{\mathrm{A}} = S^{\mathrm{M}}\,[1 - \Delta(\theta)\,\cos\theta], \qquad S_\theta^{\mathrm{A}} = S^{\mathrm{M}}\,\Delta(\theta)\,\sin\theta, \tag{13}$$

где $\Delta(\theta) = \beta^2\chi\gamma^4\alpha^{-2}\,[\Psi(\theta) - \beta n\cos\theta]\,[\cos(\theta)/\Psi(\theta) - \beta n]$, $\chi = n^2 - 1$. Запишем также выражения для компонент вектора $\mathbf{S}^{\mathrm{A}}$ в цилиндрических координатах (ρ,φ,z):

$$S_\rho^{\mathrm{A}} = S_\rho^{\mathrm{M}} = S^{\mathrm{M}}\sin\theta, \qquad S_z^{\mathrm{A}} = S^{\mathrm{M}}\,[\cos\theta - \Delta(\theta)]. \tag{14}$$

Как видим, компоненты векторов $\mathbf{S}^{\mathrm{A}}$ и $\mathbf{S}^{\mathrm{M}}$, ортогональные скорости среды, совпадают, тогда как их продольные составляющие существенно различаются.

Обратим внимание на то, что направление вектора $\mathbf{S}^{\mathrm{A}}$ никак не связано с природой источника поля, т. к. в (13) параметры источника могут входить лишь в множитель $\mathbf{S}^{\mathrm{M}}$, общий для обеих проекций. Это вполне понятно физически. Действительно, на больших расстояниях от источника волна является практически плоской, направление её групповой скорости совпадает с $\mathbf{S}^{\mathrm{M}}$, т. е. с радиус-вектором. Ясно, что и направление потока энергии по Абрагаму для такой волны должно быть вполне определённым, а параметры источника могут влиять лишь на её амплитуду. Таким образом, зависимость направления вектора $\mathbf{S}^{\mathrm{A}}$ от θ, β и n является универсальной. Рассмотрим её подробнее.

Обозначим через $\theta^{\mathrm{A}} = \arccos(S_z^{\mathrm{A}}/S^{\mathrm{A}})$ угол между вектором $\mathbf{S}^{\mathrm{A}}$ и направлением движения среды. Примеры зависимостей θ^{A} от θ показаны на рис. 1 (для среды с $n = 2$).

Прежде всего отметим, что, как следует из (13), компонента S_θ^{A} положительна в конусе $\theta < \theta_0 = \arccos(\beta n\,[1 + \beta^2\,(n^2 - 1)]^{-1/2})$ и отрицательна вне него. При этом величина S_θ^{A} внутри данного конуса мала, т. к. компонента S_θ^{A} пропорциональна β^2 и $\sin\theta$. Далее, можно показать, что радиальная компонента S_r^{A} положительна при всех θ, если выполнено условие $\beta < \beta_* = n - \sqrt{n^2 - 1}$ (при $n = 2$ имеем $\beta_* \approx 0{,}2679$). Если же $\beta > \beta_*$, то зависимость $S_r^{\mathrm{A}}(\theta)$ становится знакопеременной: $\operatorname{sgn} S_r^{\mathrm{A}}(\theta) = \operatorname{sgn}(\theta - \tilde\theta)$, где $\tilde\theta$ является решением трансцендентного уравнения $\Delta(\tilde\theta)\,\cos\tilde\theta = 1$.

Как видим, имеются два принципиально различных типа зависимостей $\theta^{\mathrm{A}}(\theta)$. Если $\beta < \beta_*$, то угол $\theta^{\mathrm{A}} - \theta$ между $\mathbf{S}^{\mathrm{A}}$ и групповой скоростью (т. е. радиус-вектором) везде острый, иначе говоря, вектор $\mathbf{S}^{\mathrm{A}}$ всюду направлен от источника. Он отклоняется от радиального направления навстречу потоку ($\theta^{\mathrm{A}} > \theta$) при $\theta < \theta_0$ (очень незначительно) и по потоку ($\theta^{\mathrm{A}} < \theta$) при $\theta > \theta_0$ (более существенно). Функция $\theta^{\mathrm{A}}(\theta)$ является монотонно возрастающей, и при $\theta = 180°$, как и при $\theta = 0$, разница между θ^{A} и θ исчезает (см. зависимости *1–3* на рис. 1).

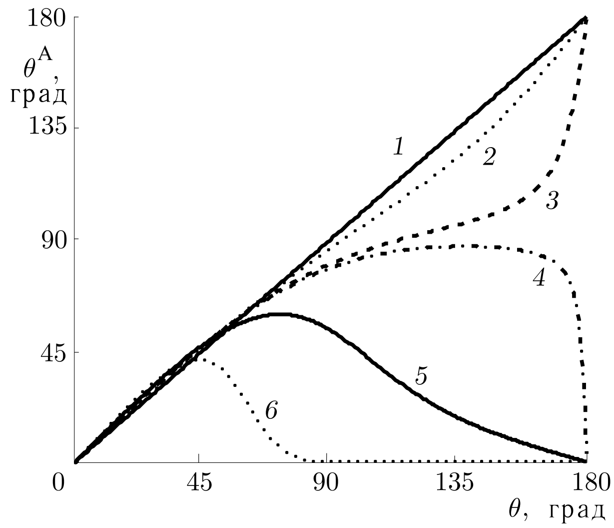


Рис. 1. Направление плотности потока энергии (по Абрагаму) в зависимости от направления радиус-вектора для разных скоростей движения среды с показателем преломления $n = 2$: прямая *1* соответствует $\beta = 0$, кривая *2* — $\beta = 0{,}2$, *3* — $\beta = 0{,}26$, *4* — $\beta = 0{,}27$, *5* — $\beta = 0{,}35$, *6* — $\beta = 0{,}499$

Если $\beta > \beta_*$, то зависимость $\theta^{\mathrm{A}}(\theta)$ имеет максимум, и для достаточно больших значений θ угол $\theta^{\mathrm{A}} - \theta$ становится тупым (зависимости *4–6* на рис. 1). В частности, если $\theta = 180°$, то $\theta^{\mathrm{A}} = 0$, т. е. поток электромагнитной энергии направлен строго к источнику. Как видно из рис. 1, если $\beta \approx n^{-1}$, то $\theta^{\mathrm{A}} \approx 0$ при $\theta > \pi/2$. В связи с этими особенностями стоит сделать некоторые пояснения.

В теории волновых процессов хорошо известны так называемые принципы (или условия) излучения. Они позволяют «отбирать» физически корректные решения при рассмотрении различных задач об излучении и дифракции волн. Одним из наиболее употребительных является принцип излучения Мандельштама. Применительно к пространственно ограниченным источникам он зачастую формулируется следующим образом: на бесконечно большом расстоянии от источника вектор плотности потока энергии должен быть направлен от него (т. е. должен составлять острый угол с радиус-вектором, проведённым из источника). Очевидно, что описанные выше свойства вектора $\mathbf{S}^{\mathrm{A}}$ при $\beta > \beta_*$ противоречат данной формулировке. Однако дело здесь заключается в том, что эта формулировка, строго говоря, является неточной.

Известно, что существует некоторая «иерархия» принципов излучения [9]. В её основе лежит принцип причинности, который в самом общем виде можно сформулировать как требование отсутствия поля до того момента, когда появляется источник. Естественно, данное условие непосредственно можно применить лишь при рассмотрении нестационарных задач. Если же источник стационарен, т. е. существовал «вечно», то приходится использовать другие условия, однако они должны вытекать из принципа причинности. Как показано в [9], непосредственно из принципа причинности следует, что на бесконечно большом расстоянии от источника групповая скорость волны должна быть направлена от него. Именно в такой формулировке принцип Мандельштама применим для любых линейных сред. Разумеется, данное условие выполняется и в нашей задаче, ибо направления групповой скорости и радиус-вектора совпадают.

Другая формулировка принципа Мандельштама, налагающая ограничения на направление потока энергии, имеет меньшую область применимости. Если направления векторов групповой скорости $\mathbf{v}_{\mathrm{g}}$ и плотности потока энергии совпадают, то обе формулировки оказываются эквивалентными. В движущейся среде направления $\mathbf{S}^{\mathrm{A}}$ и $\mathbf{v}_{\mathrm{g}}$ различны. Данное обстоятельство означает, что принцип Мандельштама нужно применять лишь к групповой скорости, но не к вектору $\mathbf{S}^{\mathrm{A}}$. Отметим, что, как подчёркивалось в ряде публикаций (см., например, [5]), различие направлений $\mathbf{S}^{\mathrm{A}}$ и $\mathbf{v}_{\mathrm{g}}$ не является аргументом против подхода Абрагама (это различие связано с учётом силы Абрагама, производящей работу над движущейся средой).

Завершая данный раздел, отметим, что усреднённая работа силы Абрагама A внутри сферы радиуса r согласно (8) может быть вычислена следующим образом:

$$A = W - \Sigma = \int\limits_0^{2\pi}\int\limits_0^{\pi} (S_r^{\mathrm{M}} - S_r^{\mathrm{A}})\, r^2 \sin\theta \,\mathrm{d}\theta\,\mathrm{d}\varphi = \int\limits_0^{2\pi}\int\limits_0^{\pi} S_r^{\mathrm{M}} r^2 \Delta(\theta)\cos\theta\sin\theta\,\mathrm{d}\theta\,\mathrm{d}\varphi. \tag{15}$$

В дальнейшем мы воспользуемся формулами (9) и (15) для нахождения мощности источника и работы силы Абрагама, а поток электромагнитной энергии Σ будем вычислять как разницу между ними.

2. ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПОЛЕЙ ИЗЛУЧЕНИЯ ОСЦИЛЛИРУЮЩИХ ДИПОЛЕЙ

Перейдём к анализу энергетических характеристик полей ряда конкретных осцилляторов, в качестве которых возьмём электрические, магнитные и тороидные диполи различной ориентации. Напомним выражения для плотности тока, отвечающей гармоническим источникам указанных типов: $\mathbf{j} = -i\omega\mathbf{p}\,\delta(\mathbf{r})$ для электрического диполя, $\mathbf{j} = c\,\mathrm{rot}[\mathbf{m}\,\delta(\mathbf{r})]$ для магнитного диполя, $\mathbf{j} = c\,\mathrm{rot}\,\mathrm{rot}[\mathbf{T}\,\delta(\mathbf{r})]$ для тороидного диполя (здесь $\mathbf{p}$, $\mathbf{m}$ и $\mathbf{T}$ — электрический, магнитный и тороидный дипольные моменты соответственно). Плотность заряда определяется законом его сохранения (для магнитного и тороидного диполей она равна нулю).

Отметим, что ранее в ряде публикаций анализировались поля различных осциллирующих источников (см. [8, 10, 11] и приведённую там литературу). В работе [8] получены также выражения для $\mathbf{S}^{\mathrm{M}}$ и W во всех рассматриваемых случаях. Поэтому мы сразу перейдём к анализу усреднённой плотности потока энергии по Абрагаму $\mathbf{S}^{\mathrm{A}}$.

Компоненты вектора $\mathbf{S}^{\mathrm{A}}$ определяются формулами (13) или (14), а для его модуля, соответственно, имеем $S^{\mathrm{A}} = S^{\mathrm{M}}\sqrt{1 - 2\Delta\cos\theta + \Delta^2}$. Не выписывая явно выражения для S^{A} в каждом конкретном случае, проанализируем угловые зависимости $S^{\mathrm{A}}(\theta)$ на некоторых примерах. В случае электрического диполя такие зависимости приведены на рис. 2, причём все кривые нормированы таким образом, что их максимум равен 1. Рис. 2*а* относится к случаю продольного диполя, для которого дипольный момент параллелен вектору скорости движения среды. Как ви-

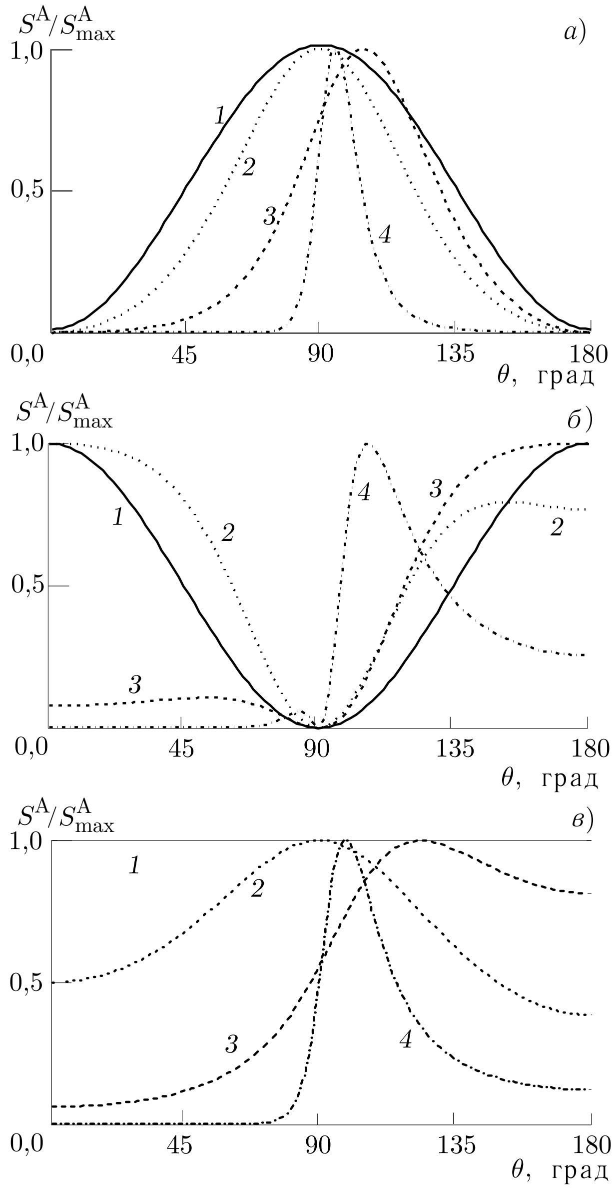


Рис. 2. Зависимости нормированной плотности потока энергии (по Абрагаму) от угла θ для разных диполей при $\beta = 0$ (кривые *1*), $\beta = 0{,}3$ (кривые *2*), $\beta = 0{,}4$ (кривые *3*), $\beta = 0{,}49$ (кривые *4*): *а* — для продольных электрического и магнитного диполей, *б* — для поперечного электрического диполя в плоскости $\varphi = 0$; *в* — для поперечного электрического диполя в плоскости $\varphi = 90^\circ$. Показатель преломления среды равен $n = 2$

дим, с ростом β максимум S^{A} сначала смещается в сторону тупых углов θ, а затем возвращается обратно, стремясь к 90° при $\beta \to \to 1/n$. В целом можно сказать, что для плотности потока электромагнитной энергии имеет место смещение угловой зависимости в область тупых углов θ, т. е. навстречу потоку (если, разумеется, его скорость меньше скорости света в среде). Напомним, что тот же эффект имеет место и для компонент полей [8].

Подобное свойство справедливо и для поперечного диполя, момент которого ортогонален вектору $\boldsymbol{\beta}$, хотя в этом случае ситуация оказывается более сложной (рис. 2*б, в*). Как видим, при не слишком большой скорости среды преобладают потоки энергии в области $\theta < < \pi/2$ (кривые *2*), однако при достаточно высокой скорости преобладающими становятся потоки в области $\theta > \pi/2$. Нетрудно показать, что для магнитного и тороидного диполей любой ориентации также имеет место смещение угловых зависимостей $S^{\mathrm{A}}(\theta)$ навстречу потоку, причём оно оказывается ещё более выраженным.

Отметим, что вследствие введения нормировки рис. 2 не отражает изменения абсолютной величины плотности потока энергии в максимуме. Подчеркнём, что максимальное значение плотности потока $S^{\mathrm{A}}_{\max}$ всегда растёт с ростом скорости среды, обращаясь в бесконечность при $\beta \to 1/n$ (в то время как характерная ширина зависимости $S^{\mathrm{A}}(\theta)$ падает, стремясь к нулю). К примеру, при росте скорости от 0 до $\beta = 0{,}4$ для продольных электрического и магнитного диполей плотность потока энергии в максимуме увеличивается примерно в 20 раз, для поперечного магнитного диполя — в 200 раз, а для поперечного тороидного диполя — в 3 000 раз.

Для анализа интегральных энергетических характеристик W, A, Σ удобно ввести их безразмерные аналоги w, a, σ таким образом, чтобы для любого источника в неподвижной среде безразмерная мощность излучения w равнялась 1. Нормировочный коэффициент возьмём одинаковым для всех рассматриваемых энергетических характеристик каждого источника (хотя для разных источников эти коэффициенты будут разными). Соотношения между размерными и безразмерными величинами записываются при этом следующим образом:

$$\{W_p, A_p, \Sigma_p\} = \frac{p^2\omega^4\mu n}{3c^3}\,\{w_p, a_p, \sigma_p\}, \qquad \{W_m, A_m, \Sigma_m\} = \frac{m^2\omega^4\mu n^3}{3c^3}\,\{w_m, a_m, \sigma_m\},$$
$$\{W_T, A_T, \Sigma_T\} = \frac{T^2\omega^6\mu n^5}{3c^5}\,\{w_T, a_T, \sigma_T\}. \tag{16}$$

Здесь нижний индекс всюду соответствует типу рассматриваемого источника. Подчеркнём, что S_p^{A}, S_m^{A}, S_T^{A} выражаются через S_p^{M}, S_m^{M}, S_T^{M} по формулам (13), а для σ_p, σ_m, σ_T согласно (11) имеют место равенства $\sigma_p = w_p - a_p$, $\sigma_m = w_m - a_m$, $\sigma_T = w_T - a_T$. Далее мы приведём выражения для безразмерной усреднённой работы силы Абрагама a для электрического и магнитного диполей. Напомним также выражения для усреднённой мощности излучения w, полученные в [8].

1) Для продольных электрического и магнитного диполей ($\mathbf{p} = p_z\mathbf{e}_z$ или $\mathbf{m} = m_z\mathbf{e}_z$)

$$w_{p\|} = w_{m\|} = \frac{1}{\alpha^2}\,; \qquad a_{p\|} = a_{m\|} = \frac{\gamma^2\,(1+\beta^2 n^2)}{2\alpha^3\,(1-\alpha)}\left(1 + 2\alpha - \frac{3\alpha}{2\sqrt{1-\alpha}}\ln\left|\frac{1+\sqrt{1-\alpha}}{1-\sqrt{1-\alpha}}\right|\right). \tag{17}$$

2) Для поперечного электрического диполя ($\mathbf{p} = p_x\mathbf{e}_x$, где $\mathbf{e}_x \perp \mathbf{e}_z$)

$$w_{p\perp} = \frac{1}{\alpha}\,; \qquad a_{p\perp} = \frac{\gamma^2\,(1+\beta^2 n^2)}{4\alpha^2\,(1-\alpha)}\left(4\alpha - 7 + \frac{3\,(2-\alpha)}{2\sqrt{1-\alpha}}\ln\left|\frac{1+\sqrt{1-\alpha}}{1-\sqrt{1-\alpha}}\right|\right). \tag{18}$$

3) Для поперечного магнитного диполя ($\mathbf{m} = m_x\mathbf{e}_x$)

$$w_{m\perp} = \frac{1 + (\chi\gamma^2\beta/n)^2}{\alpha^3}\,; \qquad a_{m\perp} = a_{p\perp}\,\frac{4\,(1-\alpha) + [1 + (\chi\gamma^2\beta/n)^2]\,(1+n^2\beta^2)}{\alpha^2\,(1+n^2\beta^2)}\,. \tag{19}$$

Выражения для мощности тороидных диполей $w_{T\|}$, $w_{T\perp}$ приведены в [8], а формулы для $a_{T\|}$ и $a_{T\perp}$ здесь не выписаны, поскольку они чрезмерно громоздки (тем не менее, далее будут отмечены основные свойства этих характеристик).

Анализ выражений для работы силы Абрагама внутри сферы большого радиуса показывает, что она во всех рассматриваемых случаях положительна при любой «досветовой» скорости движения среды, и, следовательно, поток энергии через сферу $\Sigma = W - A$ всегда меньше, чем мощность источника. Величины A и W являются монотонно растущими положительными функциями скорости движения среды во всём «досветовом» диапазоне значений $\beta < 1/n$. При нерелятивистских значениях β величина A имеет порядок малости β^2. Поэтому при малых скоростях $W > A$ и $\Sigma > 0$. Однако при достаточно больших скоростях среды знаки в данных неравенствах меняются на противоположные. Это обусловлено различиями в зависимостях W и A от β.

Как показано в [8], при больших скоростях мощность любого из рассматриваемых источников определяется в основном множителем α^{-k}, где k — натуральное число, принимающее значения от 1 до 5. Наиболее медленный рост w имеет место для поперечного электрического диполя ($k = 1$). Далее по мере увеличения скорости роста w следуют: продольные электрический и магнитный диполи ($k = 2$); поперечный магнитный диполь ($k = 3$); продольный тороидный диполь ($k = 4$); поперечный тороидный диполь ($k = 5$). Данная «иерархия» источников справедлива и по отношению к работе силы Абрагама A, причём зависимость этой величины от скорости оказывается ещё более выраженной, поскольку она определяется в основном множителем α^{-k-1}. Таким образом, работа силы Абрагама внутри сферы с ростом скорости нарастает быстрее, чем мощность источника, и для каждого из них существует некоторый «предсветовой» диапазон скоростей $\beta_k < \beta < 1/n$, в котором $W < A$, и, следовательно, $\Sigma < 0$. Если $\beta \approx 1/n$, то $|\Sigma|$ определяется в основном величиной A и намного превышает W. Зависимости $\sigma(\beta)$ для всех источников в случае

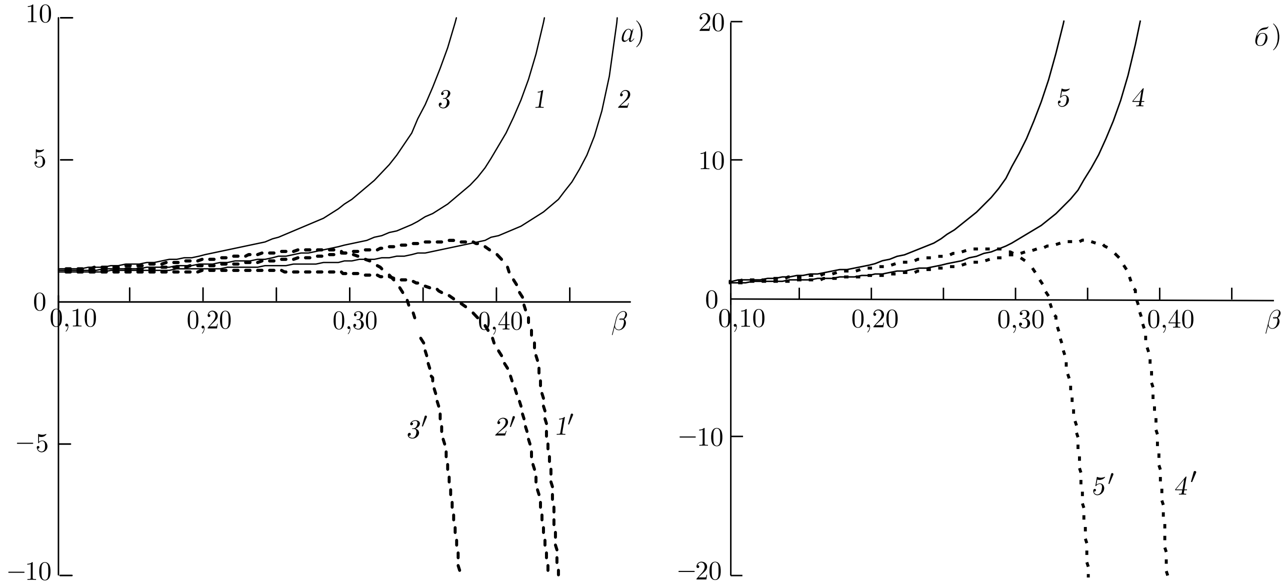


Рис. 3 Зависимости нормированных мощности (сплошные линии) и потока (штриховые линии) электромагнитной энергии от скорости движения среды с показателем преломления $n = 2$ для электрических и магнитных диполей (*а*) и для тороидных диполей (*б*): кривая *1* — $w_{p\parallel} = w_{m\parallel}$; *1′* — $\sigma_{p\parallel} = \sigma_{m\parallel}$; *2* — $w_{p\perp}$; *2′* — $\sigma_{p\perp}$; *3* — $w_{m\perp}$; *3′* — $\sigma_{m\perp}$; *4* — $w_{T\parallel}$; *4′* — $\sigma_{T\parallel}$; *5* — $w_{T\perp}$; *5′* — $\sigma_{T\perp}$

$n = 2$ показаны на рис. 3 штриховыми линиями. Для сравнения сплошными линиями показаны зависимости $w(\beta)$.

Чтобы пояснить отмеченные особенности, вернемся ещё раз к закономерностям, характеризующим плотность потока энергии $\mathbf{S}^{\mathrm{A}}$ (см. рис. 1). Если $\beta < \beta_*$, то во всех точках сферы электромагнитная энергия вытекает из неё. Если же $\beta > \beta_*$, то появляется некоторый диапазон углов θ, где $S_r^{\mathrm{A}} < 0$, т. е. электромагнитная энергия втекает внутрь сферы. Подчеркнём, что этот угловой диапазон всегда лежит «выше по течению» относительно источника (при $\theta > \pi/2$). С ростом скорости растёт как этот диапазон, так и радиальная составляющая плотности потока энергии в нём, вследствие чего при достаточно большой скорости полный поток энергии Σ^{A} становится отрицательным.

Необходимо отметить, что отрицательность потока электромагнитной энергии не свидетельствует о том, что её запас внутри сферы со временем нарастает (поскольку усреднённая плотность электромагнитной энергии всюду постоянна). Поэтому очевидно, что втекающая в сферу электромагнитная энергия преобразуется в механическую энергию движения среды, которое должно, строго говоря, становиться неоднородным и нестационарным. В настоящей работе предполагалось, что влиянием электромагнитного поля на движение среды можно пренебречь (это традиционное допущение в электродинамике движущихся сред).

3. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Полученные в настоящей работе результаты свидетельствуют о значительном своеобразии закономерностей, присущих энергетическим характеристикам волновых полей в движущейся среде. Наиболее существенные особенности состоят в следующем.

Плотность потока электромагнитной энергии (по Абрагаму) в волновой зоне для любого источника может иметь как положительную, так и отрицательную проекцию на радиус-вектор, направление которого совпадает с направлением групповой скорости электромагнитных волн.

Отрицательность этой проекции имеет место при достаточно высокой скорости движения среды и только в ограниченном диапазоне углов, который лежит «выше по течению» относительно источника. Угловые зависимости плотности потока энергии для всех рассматриваемых источников характеризуются наличием эффекта смещения навстречу скорости среды.

Работа силы Абрагама внутри сферы большого радиуса является монотонно растущей положительной функцией скорости движения среды и обращается в бесконечность при её приближении к «световому барьеру». Этот рост является более быстрым, чем рост потерь энергии источника, и зависит от типа и ориентации источника. Наименее выраженным он является для поперечного электрического диполя, а наиболее сильным — для поперечного тороидного диполя. Поток электромагнитной энергии через сферу большого радиуса может быть отрицательным, если скорость движения среды достаточно велика.

В заключение подчеркнём, что в настоящей работе исследовались только энергетические характеристики электромагнитного поля в соответствии с концепцией Абрагама. Вопросы об энергообмене между потоком среды и электромагнитным полем, а также о характере возмущений движения среды под действием силы Абрагама представляют несомненный самостоятельный интерес, но выходят за рамки данной работы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Скобельцын Д. В. // УФН. 1973. Т. 110, № 2. С. 253.
2. Гинзбург В. Л., Угаров В. А. // УФН. 1976. Т. 118, вып. 1. С. 175.
3. Скобельцын Д. В. // УФН. 1977. Т. 122, вып. 2. С. 295.
4. Brevik I. // Physics Reports. 1979. V. 52, No. 3. P. 133.
5. Гинзбург В. Л. Теоретическая физика и астрофизика. Дополнительные главы: 3-е изд-е. М.: Наука, 1987. 307 с.
6. Walker G. B., Lahoz D. G. // Nature. 1975. V. 253, No. 5 490. P. 339.
7. Walker G. B., Lahoz D. G. // J. Can. Phys. 1975. V. 53, No. 23. P. 2 577.
8. Доильницина Э. Г., Тюхтин А. В. // Известия вузов. Радиофизика. 2003. Т. 46, № 1. С. 21.
9. Болотовский Б. М., Столяров С. Н. // Проблемы теоретической физики: Сб. памяти И. Е. Тамма. М.: Наука, 1972. С. 267.
10. Болотовский Б. М., Столяров С. Н. // Эйнштейновский сборник. 1978–1979. М.: Наука, 1983. С. 173.
11. Доильницина Э. Г., Журавлёв Ю. Б., Тюхтин А. В. // Вестник СПбГУ. Сер. 4. 2001. Вып. 4 (№ 28). С. 42.

НИИ радиофизики Санкт-Петербургского госуниверситета,
г. Санкт-Петербург, Россия

Поступила в редакцию
16 мая 2003 г.

ENERGY CHARACTERISTICS OF WAVE FIELDS RADIATED BY ELEMENTARY OSCILLATORS IN A NONDISPERSIVE MEDIUM MOVING WITH SUBLUMINAL VELOCITY

É. G. Doil'nitsyna and A. V. Tyukhtin

We study the energy characteristics of fields radiated by electric, magnetic, and toroidal dipoles in a nondispersive media moving with velocity less than the speed of light in this medium. The angular dependences of the electromagnetic-field energy flux density (according to Abraham) are analyzed. In particular, it is shown that if the medium velocity is high enough, then the radial component of the vector of energy flux density is negative in some range of angles. Expressions for the electromagnetic energy flux through a sphere of large radius are obtained. It is shown that if the velocity of a moving medium is high enough, then the energy flux is negative and its absolute value can exceed the energy losses of a source.

УДК 621.385

СОВМЕСТНОЕ УСИЛЕНИЕ ДВУХ БЕГУЩИХ ПОПЕРЕЧНЫХ МОД ВОЛНОВОДА, СВЯЗАННЫХ БРЭГГОВСКОЙ СТРУКТУРОЙ

М. А. Дорф, А. В. Савилов

Исследованы возможности использования в электронных СВЧ усилителях совместного усиления на одной частоте двух бегущих поперечных мод волноводной системы, связанных брэгговской структурой. На основе универсальных асимптотических уравнений показано, что расширение полосы резонансного электронно-волнового взаимодействия в таком приборе может привести к существенному повышению эффективности и снижению критичности усилителя к разбросу скоростей электронов.

ВВЕДЕНИЕ

В большинстве электронных СВЧ мазеров с существенным доплеровским преобразованием собственной частоты колебаний электронов эффективность электронно-волнового взаимодействия ограничена, во-первых, вследствие критичности прибора к начальному разбросу скоростей частиц и, во-вторых, вследствие насыщения взаимодействия, вызванного динамическим разбросом скоростей, неизбежно возникающим в процессе взаимодействия электронов с синхронной волной [1]. Это связано с тем, что часть скоростных фракций электронного потока оказывается вне резонансной полосы эффективного взаимодействия частиц с рабочей волной. Очевидно, что расширение этой полосы должно привести как к снижению критичности к начальному разбросу, так и к увеличению порога насыщения, вызванного динамическим разбросом.

В настоящей работе для расширения резонансной полосы электронных СВЧ усилителей предлагается использовать взаимодействие электронов одновременно с двумя поперечными модами волноводной системы на одной и той же частоте (рис. 1). Иными словами, к рабочей моде, на которой осуществляется ввод входного сигнала и вывод излучения, предлагается добавить вспомогательную, «соседнюю» поперечную моду. Различие продольных волновых чисел мод означает различие условий резонанса электронов с каждой из мод. Основная идея настоящей работы заключается в том, чтобы использовать размытость резонансной полосы такой «супермоды» для увеличения эффективности взаимодействия с электронным пучком, обладающим большим разбросом скоростей. Иными словами, каждая из мод, составляющих «супермоду», должна обеспечить резонансное взаимодействие с разными скоростными фракциями электронного потока.

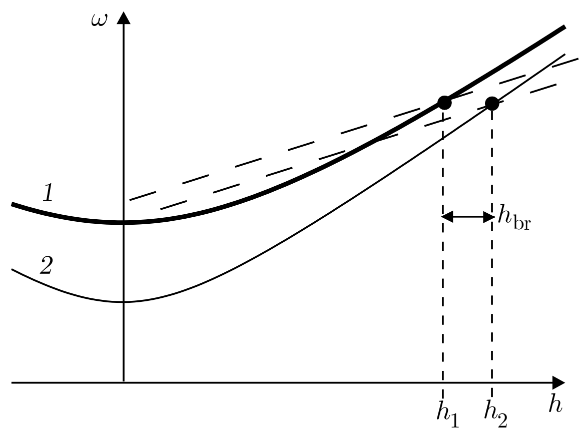


Рис. 1. Дисперсионные диаграммы основной (*1*) и вспомогательной (*2*) волн. Прямые линии иллюстрируют дисперсионные характеристики, соответствующие резонансу электронов с каждой из мод на рабочей частоте

Естественно, для формирования «супермоды» необходимо обеспечить связь рабочей и вспомогательной мод. Вообще говоря, такая связь имеет место в любом случае вследствие взаимодействия обеих мод с электронами на одной и той же частоте [2]. Однако для обеспечения сильной связи такого типа необходимо, чтобы резонансные условия мод были близки. В этом случае резонансная полоса «супермоды» мало отличается от резонансной полосы одномодового взаимодействия. Кроме того, выходное излучение представляет собой, вообще говоря, суперпозицию обеих мод. В настоящей работе для существенного расширения резонансной полосы предлагается использовать «супермоду», образованную двумя поперечными модами с резонансами, достаточно сильно разнесёнными друг относительно друга. При этом связь между модами обеспечивается прежде всего гофрировкой стенок рабочего волновода, обеспечивающей взаимное брэгговское рассеяние мод. Показано, что использование такого типа «супермоды» может обеспечить сочетание расширения резонансной полосы (что приводит к существенному росту КПД усилителя и снижению его критичности к разбросу скоростей электронов) и практически одномодовой поперечной структуры выходного сигнала.

1. УРАВНЕНИЯ УСИЛЕНИЯ «СУПЕРМОДЫ»

Рассмотрим самосогласованную систему универсальных асимптотических уравнений электронного СВЧ усилителя с преобладающей инерционной группировкой электронов [1], модифицированную для случая взаимодействия электронов одновременно с двумя поперечными модами волновода, имеющими одинаковую частоту ω, но разные продольные и поперечные волновые числа [2]. Эта система включает в себя уравнения движения электронов в поле двух волн:

$$\frac{\mathrm{d}W}{\mathrm{d}\zeta} = \mathrm{Im}[a_1 \exp(i\theta_1) + a_2 \exp(i\theta_2)], \tag{1}$$

$$\frac{\mathrm{d}\theta_1}{\mathrm{d}\zeta} = W - \delta, \qquad \frac{\mathrm{d}\theta_2}{\mathrm{d}\zeta} = W - \delta - \Delta, \tag{2}$$

и волноводные уравнения возбуждения рабочей (первой) и вспомогательной (второй) мод, в которых учтено взаимное рассеяние мод на брэгговской структуре [3]:

$$\frac{\mathrm{d}a_1}{\mathrm{d}\zeta} = \frac{i}{2\pi} \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \int\limits_{0}^{2\pi} f(w)\, \exp(-i\theta_1)\, \mathrm{d}\varphi\, \mathrm{d}w + i\sigma a_2, \tag{3}$$

$$\frac{\mathrm{d}a_2}{\mathrm{d}\zeta} = \frac{i}{2\pi} \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \int\limits_{0}^{2\pi} f(w) \exp(-i\theta_2)\, \mathrm{d}\varphi\, \mathrm{d}w + i\sigma a_1. \tag{4}$$

Здесь W — нормированное отклонение от начальной средней релятивистской энергии электрона, θ_1, θ_2 — фазы частицы относительно каждой из мод, $\zeta = C\omega z/c$ — нормированная продольная координата z, c — скорость света в свободном пространстве, a_1, a_2 — нормированные амплитуды мод, δ и $\delta + \Delta$ — расстройки синхронизма электрона относительно рабочей и вспомогательной мод, функция распределения $f(w)$ описывает начальный разброс скоростей электронов (при этом считается, что отстройка Δ вспомогательной моды от основной одинакова для всех скоростных фракций), σ — нормированный коэффициент связи мод на брэгговской структуре. При этом используется традиционная нормировка на параметр усиления Пирса $C = \sqrt[3]{\mu G \kappa}$, где μ — параметр инерционной группировки электронов, κ — коэффициент связи электронов с СВЧ полем, G — пропорциональный электронному току параметр возбуждения волн [1]; для простоты параметры μ, κ и G считаются одинаковыми для обеих мод.

Заметим, что уравнения возбуждения/рассеяния мод написаны для случая точного брэгговского резонанса $|h_1 - h_2| = h_{\mathrm{br}}$, где h_1, h_2 — продольные волновые числа мод, h_{br} — волновое число гофрировки. Для простоты в настоящей работе ограничимся именно этим случаем. Кроме того, здесь рассмотрим лишь «электронно-волновой» аспект поставленной задачи, не затрагивая такие несомненно важные электродинамические проблемы, как обеспечение эффективной связи двух бегущих волн и селективности их взаимного рассеяния.

Начальные условия для электронов имеют вид

$$\theta_1(0) = \theta_2(0) = \varphi, \qquad W(0) = w, \tag{5}$$

где начальные фазы частиц φ равномерно распределены по интервалу $(0, 2\pi)$. В качестве функции распределения частиц по скоростям удобно взять ступенчатое распределение:

$$f(w) = \begin{cases} 1/(2D), & -D \le w \le D; \\ 0, & w < -D, \quad w > D. \end{cases}$$

Рассмотрим случай, когда на вход усилителя поступает одномодовый (на рабочей моде) затравочный СВЧ сигнал. Соответственно, начальные условия для СВЧ мод принимают следующий вид:

$$a_1(0) = a_0, \qquad a_2(0) = 0. \tag{6}$$

2. ЛИНЕЙНАЯ СТАДИЯ УСИЛЕНИЯ

Рассмотрим линейную стадию совместного усиления двух связанных мод. Учитывая, что фазы частиц относительно каждой из мод могут быть представлены в виде

$$\theta_1 = \varphi + (w - \delta)\,\zeta + \vartheta, \qquad \theta_2 = \varphi + (w - \delta - \Delta)\,\zeta + \vartheta,$$

где $\vartheta \ll \pi$ — возмущение фазы электрона, в случае малой амплитуды СВЧ мод уравнения (1)–(4) принимают вид

$$\frac{\mathrm{d}a_1}{\mathrm{d}\zeta} = \frac{1}{2D} \int\limits_{-D}^{D} \rho \, \exp(i\delta\zeta - iw\zeta)\,\mathrm{d}w + i\sigma a_2, \tag{7}$$

$$\frac{\mathrm{d}a_2}{\mathrm{d}\zeta} = \frac{1}{2D} \int\limits_{-D}^{D} \rho \, \exp(i\delta\zeta + i\Delta\zeta - iw\zeta)\,\mathrm{d}w + i\sigma a_1, \tag{8}$$

$$\frac{\mathrm{d}^2\rho}{\mathrm{d}\zeta^2} = \frac{1}{2i}\,[a_1 \, \exp(iw\zeta - i\delta\zeta) + a_2 \, \exp(iw\zeta - i\delta\zeta - i\Delta\zeta)], \tag{9}$$

где $\rho(w,\zeta) = \langle \vartheta \exp(-i\varphi) \rangle_\varphi$ — первая гармоника высокочастотного электронного тока.

На рис. 2*а* приведены полученные из решения (7)–(9) зависимости инкремента Γ от расстройки δ в простейшем случае усиления одной моды. Максимум инкремента достигается при расстройке $\delta \approx D$ [4]. Теория совместного усиления двух мод, не связанных брэгговской структурой, подробно исследована в [2]. В частности, максимум инкремента в этом случае (и при отсутствии разброса скоростей электронов) достигается при точном синхронизме обеих мод ($\delta = \Delta = 0$) и превышает максимум одномодового инкремента в $\sqrt[3]{2}$ раз. В другом предельном случае, когда вспомогательная мода далека от резонанса ($\Delta \gg 1$), её слабое ($a_2 \approx a_1/\Delta$) возбуждение всё равно имеет место за счёт связи с резонансной основной модой через электронный пучок.

Анализ показывает, что на линейной стадии усиления наличие связи мод хотя и может существенно повлиять на характер кривой $\Gamma(\delta)$, однако к какому-либо заметному росту инкрементов

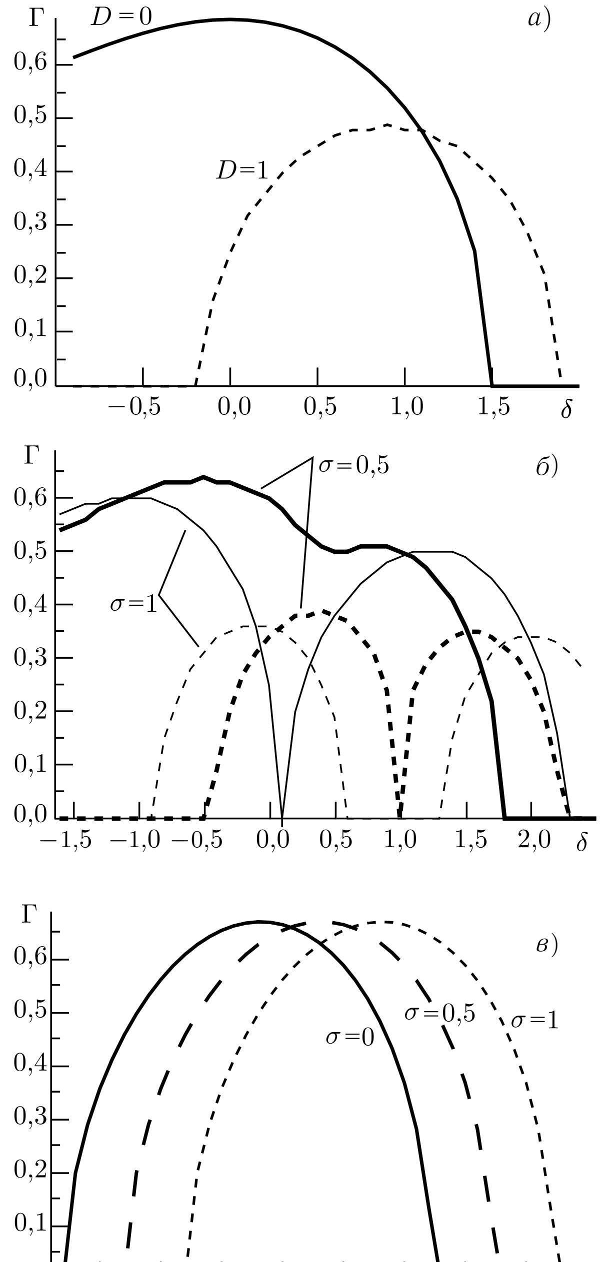


Рис. 2. Зависимости инкремента линейного усиления от расстройки синхронизма электронов относительно рабочей моды: (*а*) усиление одной рабочей моды ($\sigma = 0$; $\Delta \gg 1$); (*б*) совместное усиление двух мод (вспомогательная мода далека от резонанса, $\Delta \gg 1$), сплошные кривые соответствуют $D = 0$, пунктирные — $D = 1$; (*в*) совместное усиление двух резонансных мод ($\Delta = 0$; $D = 1$)

не приводит (рис. 2*б* и *в*). В качестве примеров рассмотрим два противоположных случая: когда вспомогательная волна не является синхронной ($\Delta \gg 1$) и когда обе волны одинаково влияют на пучок ($\Delta = 0$).

В первом случае, введя частные решения в виде $a_1 = C\exp(\Gamma\zeta + i\delta\zeta)$, $a_2 = i\sigma\,(\Gamma + i\delta)^{-1}\,C\exp(\Gamma\zeta + i\delta\zeta)$, получим следующее дисперсионное уравнение:

$$[(\Gamma + i\delta)^2 + \sigma^2]\,(\Gamma^2 + D^2) = \frac{1}{2i}\,(\Gamma + i\delta). \quad (10)$$

Как видно из рис. 2*б*, наличие брэгговской связи приводит к появлению двух максимумов на кривой $\Gamma(\delta)$ и удалению их друг от друга при увеличении σ. Этот факт можно легко понять, рассмотрев случай достаточно сильной брэгговской связи ($\sigma \gtrsim 1$). В этом случае в первом, «холодном» приближении (т. е. в пренебрежении взаимодействием с электронным пучком) продольная структура мод подчиняется следующему выражению:

$$a_1(z) = a_0\,[\exp(i\sigma\zeta) + \exp(-i\sigma\zeta)]/2,$$
$$a_2(z) = a_0\,[\exp(i\sigma\zeta) - \exp(-i\sigma\zeta)]/2, \quad (11)$$

которое описывает перекачку энергии из одной моды в другую с периодом $L = 2\pi/\sigma$ при начальных условиях (6). При этом взаимодействующая с электронами рабочая волна представлена суперпозицией двух волн с фазами $\pm\sigma\zeta$, что и приводит к раздвоению резонансов. Очевидно, что при достаточно больших σ расстройки, соответствующие максимумам инкремента, определяются выражением $\delta \approx D \pm \sigma$.

Во втором предельном случае, когда обе волны одинаково взаимодействуют с пучком ($\Delta = 0$), дисперсионное уравнение принимает вид

$$[(\Gamma + i\delta)^2 + \sigma^2]\,(\Gamma^2 + D^2) = \frac{C^3}{i}\,(\Gamma + i\delta) + \sigma C^3. \quad (12)$$

Характерной особенностью дисперсионных диаграмм в этом случае является наличие только одного максимума, соответствующего расстройке $\delta \approx \sigma + D$ (см. рис. 2*в*). Повторяя рассуждения, проведённые для случая $\Delta \gg 1$, следует сказать, что в случае $\Delta = 0$ в «холодном» приближении каждая из мод тоже представлена суперпозицией двух гармоник с фазами $\pm\sigma\zeta$. Однако в отличие от случая $\Delta \gg 1$, в случае близких расстроек рабочей и вспомогательной мод происходит взаимная компенсация их гармоник с фазой $-\sigma\zeta$, которые согласно (11) имеют противоположные знаки. Таким образом, на электронный пучок оказывают эффективное воздействие лишь гармоники с фазой $\sigma\zeta$.

3. НЕЛИНЕЙНАЯ СТАДИЯ УСИЛЕНИЯ

При анализе нелинейной стадии усиления естественно сравнить три случая: усиление одной рабочей моды (когда вспомогательная мода очень далека от резонанса с электронами ($\Delta \gg 1$) и брэгговская структура отсутствует ($\sigma = 0$)), совместное усиление двух близких к резонансу мод в отсутствие брэгговской связи и совместное усиление двух мод, связанных брэгговской структурой. Результаты такого сравнения приведены на рис. 3 и 4, которые иллюстрируют оптимальные (по параметрам δ, Δ и σ) режимы для этих трёх случаев при отсутствии разброса скоростей электронов (рис. 3) и при разбросе $D = 1$ (рис. 4).

Следует отметить, что, в отличие от линейной стадии усиления, на нелинейной стадии использование совместного усиления двух волн, связанных брэгговской структурой, может обеспечить существенное повышение эффективности и снижение критичности к разбросу по скорости. Заметим, что наличие брэгговской связи оказывается существенным фактором, повышающим эффективность электронно-волнового взаимодействия. Если такая связь отсутствует, то увеличение (причём относительно небольшое) суммарной выходной мощности происходит лишь за счёт генерации поля вспомогательной волны; мощность, передаваемая электронным пучком в основную волну, практически не меняется (ср. рис. 3*а*, 4 *а* с рис. 3*б*, 4*б*). Важно, что при этом выходное излучение представлено сразу двумя поперечными модами, что, как правило, не совсем удобно с точки зрения практических приложений.

Наличие брэгговской связи между модами обеспечивает существенное (примерно в 2 раза) увеличение выходной мощности для идеального (без разброса скоростей) электронного пучка (рис. 3*в*). В случае довольно большого ($D = 1$) разброса скоростей предложенный режим работы усилителя обеспечивает ещё большее (более чем в 3 раза) увеличение выходной мощности по сравнению с простейшим одномодовым режимом (ср. рис. 4*а* с рис. 4*в*). Важно, что начиная с некоторого расстояния ζ суммарная выходная мощность практически перестаёт зависеть от координаты. При этом мощность рабочей моды совершает колебания с координатой, что соответствует её перекачке во вспомогательную моду (и обратно) вследствие взаимного рассеяния мод на брэгговской структуре. Как видно из рис. 4*в*, это позволяет обеспечить практически одномодовый вывод мощности СВЧ излучения на любой из этих двух мод путём обрыва взаимодействия мод в соответствующей точке ζ.

Существенное снижение критичности к разбросу скоростей электронов при использовании совместного усиления двух волн, связанных брэгговской структурой, объясняется возможностью достижения в этом случае большего (по сравнению со случаем несвязанных волн) расширения резонансной полосы эффективного взаимодействия электронов с СВЧ полем. Этот факт иллюстрируется на рис. 5. Согласно уравнениям (1) и (2), уравнения движения электрона в поле каждой из мод (в одномодовом приближении и в предположении постоянства амплитуды моды) совпадают с уравнениями математического маятника, что позволяет исследовать движение частиц на фазовой плоскости (W, θ) [5]. На этой плоскости резонансные частицы движутся по замкнутым фазо-

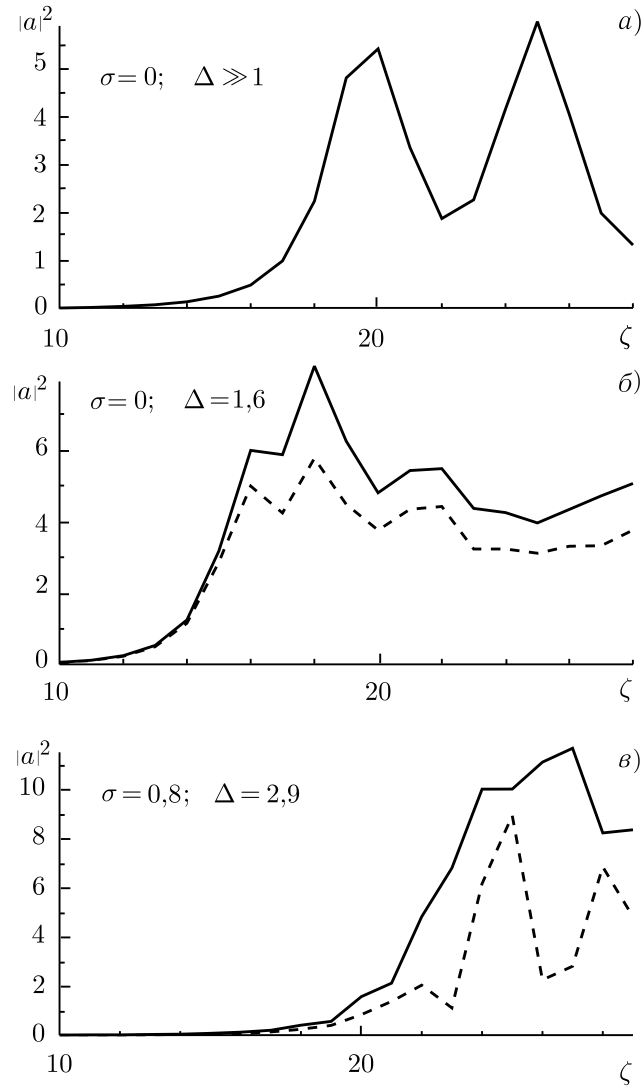


Рис. 3. Мощность СВЧ волн как функция координаты. Оптимальные режимы усиления (*а*) одной рабочей моды, (*б*) двух мод в отсутствие брэгговской связи и (*в*) двух мод при наличии брэгговской связи для электронного пучка без разброса скоростей ($D = 0$). Сплошные кривые — суммарная мощность двух мод, пунктир — мощность основной моды

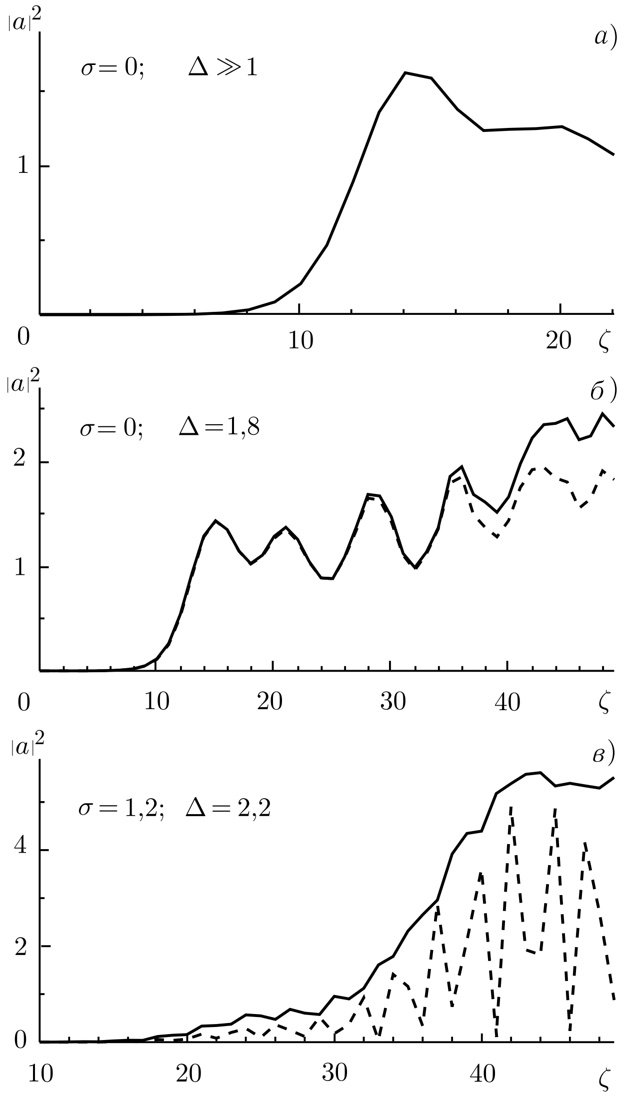


Рис. 4. Мощность СВЧ волн как функция координаты. Оптимальные режимы усиления (*а*) одной рабочей моды, (*б*) двух мод в отсутствие брэгговской связи и (*в*) двух мод при наличии брэгговской связи для электронного пучка с разбросом скоростей $D = 1$. Сплошные кривые — суммарная мощность двух мод, пунктир — мощность основной моды

вым траекториям внутри сепаратрисы («глазка»), центр которого соответствует энергии $W = \delta$, а размах колебаний по энергии определяется амплитудой волны: $U \sim \sqrt{a}$. Обобщая эту картину на случай двух мод, заметим, что для достижения высокого КПД необходимо обеспечить перекрытие резонансных областей, соответствующих каждой из волн; в этом случае оказывается возможным «двухрезонансное» движение частицы, показанное на рис. 5. При этом если резонансы мод разнесены достаточно сильно ($\Delta \sim U_1 + U_2$), то ширина резонансной области по энергии оказывается порядка $2U_1 + 2U_2$ (рис. 5).

Если брэгговская связь между волнами отсутствует, то существенного расширения области резонансных энергий достичь не удаётся. В этом случае, как было уже отмечено в предыдущем разделе, связь между модами, обеспечивающаяся за счёт совместного взаимодействия этих мод с электронным пучком, существенна только в случае близости резонансов мод. Естественно, при этом расширение резонансной области невелико. С другой стороны, при достаточно больших Δ амплитуда вспомогательной волны оказывается малой ($a_2 \approx a_1/\Delta$) [2], что существенно ограничивает вклад вспомогательной волны в расширение резонансной области. Иная картина имеет место при наличии брэгговской связи между волнами. В этом случае за счёт взаимного рассеяния мод на брэгговской структуре, распределённого по всей области электронно-волнового взаимодействия, амплитуды мод в среднем совпадают. Соответственно, совпадают и эффективные размеры «глазков» обеих мод ($U_1 \approx U_2$), что позволяет увеличить вдвое область резонансных энергий.

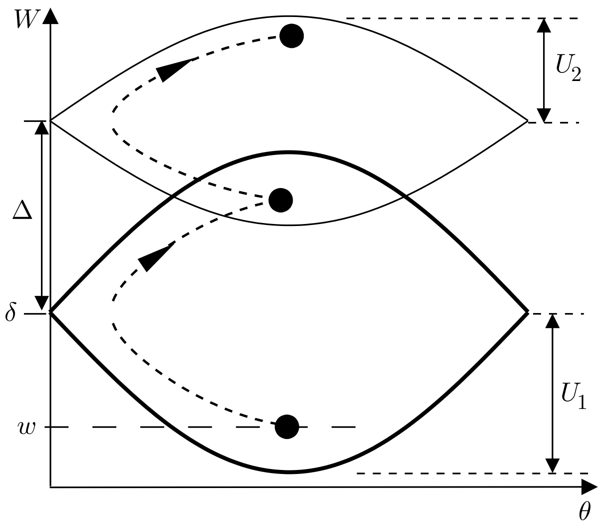


Рис. 5. Фазовый портрет движения электрона в поле двух волн

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Использование в электронных СВЧ усилителях совместного усиления двух поперечных мод волновода, связанных брэгговской структурой, может обеспечить существенное повышение эффективности и снижение критичности к разбросу скоростей электронов. Это объясняется расширением резонансной полосы при взаимодействии электронов сразу с двумя связанными модами, обладающими разными резонансными характеристиками. При этом оказывается возможным обеспечить практически одномодовый вывод мощности СВЧ излучения на любой из двух мод.

Работа поддержана Фондом содействия отечественной науке.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Братман В. Л., Гинзбург Н. С., Ковалёв Н. Ф., Нусинович Г. С., Петелин М. И. // Релятивистская высокочастотная электроника. Горький: ИПФ АН, 1979. С. 249.
2. Bratman V. L., Savilov A. V. // Int. J. of Infrared and MM Waves. 1993. V. 14, No. 10. P. 2 119.
3. Ковалёв Н. Ф., Орлова И. М., Петелин М. И. // Изв. вузов. Радиофизика. 1968. Т. 11, № 5. С. 783.
4. Лопухин В. М. Возбуждение электромагнитных колебаний и волн электронными потоками. М.: Гостехиздат, 1953.
5. Kroll N. M., Morton P. L., Rozenbluth M. N. // Phys. Quant. Electron. 1980. V. 7. P. 81.

Институт прикладной физики РАН, г. Нижний Новгород, Россия

Поступила в редакцию 3 июня 2003 г.

MUTUAL AMPLIFICATION OF TWO TRAVELING TRANSVERSE WAVEGUIDE MODES COUPLED BY A BRAGG STRUCTURE

M. A. Dorf and A. V. Savilov

We study the possibility of using mutual amplification (at one frequency) of two traveling transverse waveguide-system modes coupled by a Bragg structure in electronic microwave amplifiers. Based on the universal asymptotic equations, we show that broadening of the bandwidth of resonant electron–wave interaction in such a device can lead to a significant increase in the efficiency and make the amplifier less sensitive to the electron velocity spread.

УДК 621.372.8

АСИМТОТИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ ВЫСОКОЭФФЕКТИВНЫХ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ ВЫСШИХ ВОЛНОВОДНЫХ МОД В СОБСТВЕННЫЕ ВОЛНЫ ОТКРЫТЫХ ЗЕРКАЛЬНЫХ ЛИНИЙ

А. А. Богдашов, Г. Г. Денисов

На основе асимптотики Дебая функций Бесселя построена аналитическая теория высокоэффективных преобразователей высших волноводных мод в собственные волны открытых зеркальных линий передачи. Для основных типов зеркальных линий параметры преобразователей записаны в виде простейших аналитических формул. Для сверхразмерных волноводов показана прямая связь неэквидистантности волновых чисел мод, дифракционных длин бриллюэновских волновых пучков и длин преобразователей. Для сравнения представлены результаты численных расчётов некоторых преобразователей.

ВВЕДЕНИЕ

Высшие волноводные моды используются в наиболее мощных СВЧ генераторах миллиметровых волн — гиротронах — и в некоторых приборах релятивистской высокочастотной электроники [1–4]. Поэтому задача преобразования высших волноводных мод в волны с простейшей структурой (например, в гауссов волновой пучок) очень важна для построения квазиоптических линий передачи излучения этих приборов.

Эффективный способ преобразования высших волноводных мод в собственные волны открытых линий передачи был предложен в [5, 6]. Способ основан на преобразовании исходной волны в специальную смесь волн, суммарное поле которых имеет на стенке волновода структуру, близкую к структуре моды зеркальной линии передачи. Способ весьма универсален и позволяет согласовывать сверхразмерные волноводы с открытыми линиями передачи разных типов.

Используемые в электронике больших мощностей волны имеют в настоящее время очень высокие индексы (волны круглого волновода $\mathrm{TE}_{25.10}$ и $\mathrm{TE}_{31.8}$ [2–4]), предполагается освоение и более высоких мод, например $\mathrm{TE}_{31.19}$. Столь высокие индексы волн позволяют использовать асимптотические представления функций и собственных значений мод и на основе этих представлений построить очень простую аналитическую теорию эффективных преобразователей, позволяющую понять тенденции изменения параметров преобразователей при изменении индексов исходных волн. Для функций Бесселя и их корней использована асимптотика Дебая [7], при которой описание поля в волноводе соответствует так называемому лучевому представлению [8, 9].

1. ОСНОВНЫЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ

Для круглого волновода с радиусом R_{w} поле вращающейся волны с азимутальным индексом m и радиальным индексом p имеет вид

$$F = \frac{g_{mp}}{k}\, J_m(g_{mp} r)\, \exp(im\varphi + ih_{mp} z - i\omega t), \tag{1}$$

где F — продольная компонента электрического (для TM-волн) или магнитного (для TE-волн) поля, $g_{mp} = \nu_{mp}/R_{\mathrm{w}}$ и h_{mp} — поперечное и продольное волновые числа, ν_{mp} — корень уравнения $J_m(\nu_{mp}) = 0$ или $J'_m(\nu_{mp}) = 0$ для TE- и TM-волн соответственно, $J_m(x)$ — функция Бесселя

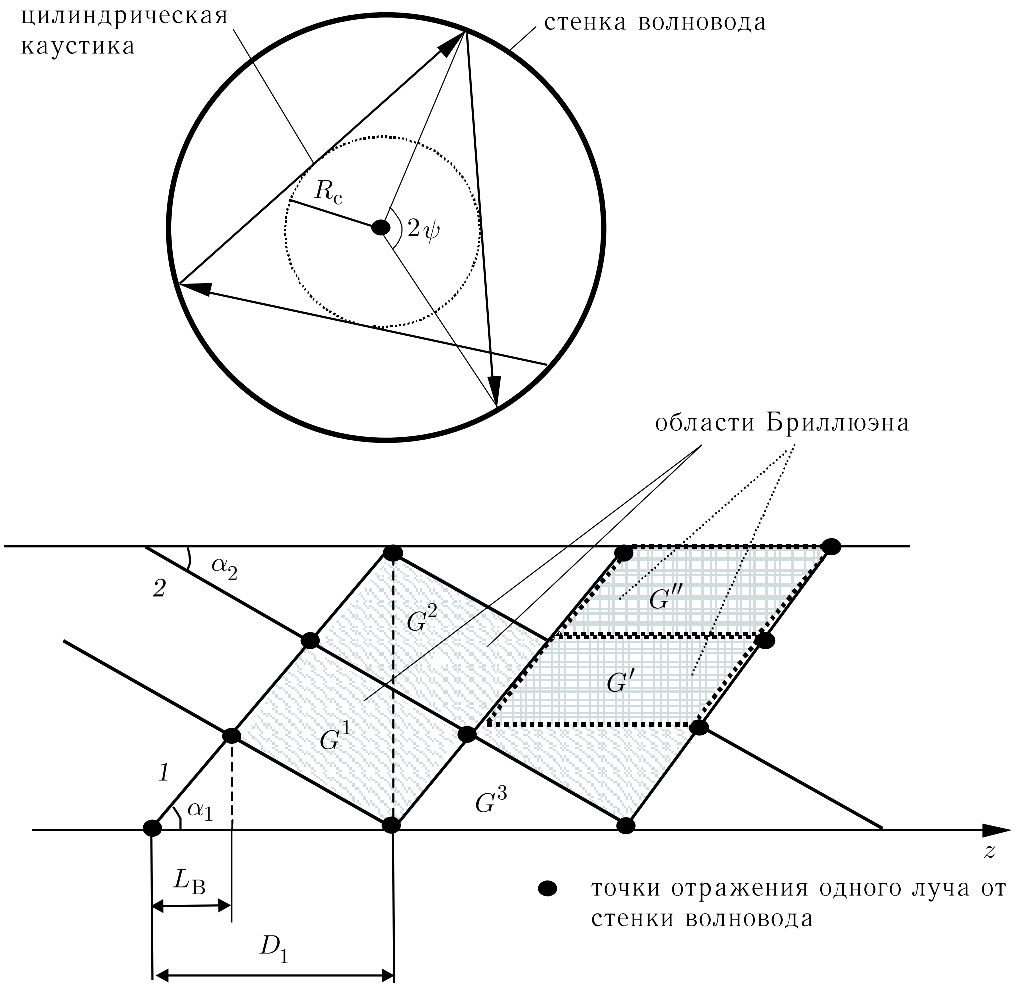


Рис. 1. Круглый волновод, его развёрнутая поверхность и лучи, образующие волноводные моды

1-рода m-го порядка, (r, φ, z) — цилиндрическая система координат, ось z направлена вдоль оси волновода, k — волновое число.

Согласно лучевому представлению [8, 9] вращающаяся волна круглого волновода есть непрерывный поток лучей. Такое представление достаточно точно описывает поля высших мод ($p \gg 1$) во всём сечении волновода, кроме области вблизи каустики. Между двумя отражениями от стенок волновода каждый луч (рис. 1) проходит вдоль оси волновода расстояние

$$L_{\rm B} = \frac{2R_{\rm w}}{\operatorname{tg}\theta}\sqrt{1-\left(\frac{m}{\nu_{mp}}\right)^2}\,, \tag{2}$$

где

$$\theta = \arcsin(g_{mp}/k) \tag{3}$$

— угол Бриллюэна, а каждая точка отражения луча смещена по азимуту относительно предыдущей в направлении вращения волны на угол

$$2\psi = 2\arccos(m/\nu_{mp}). \tag{4}$$

Точки отражения одного луча расположены на поверхности волновода на винтовой линии с углом подъёма α_1 и шагом D_1:

$$\alpha_1 = \operatorname{arctg}\left(\frac{\psi}{\sin\psi}\right)\operatorname{tg}\theta, \qquad D_1 = 2\pi R_{\rm w}\operatorname{ctg}\alpha_1. \tag{5}$$

Определим область Бриллюэна как часть стенки волновода, на которую падают все лучи, образующие выбранную волну. В качестве области Бриллюэна можно взять часть стенки, заключённую между соседними витками винтовой линии *1* и двумя частями многозаходной винтовой линии *2* с углом подъёма и шагом

$$\alpha_2 = \operatorname{arctg}\left(\frac{(\psi-\pi)\operatorname{tg}\theta}{\sin\theta}\right), \qquad D_2 = 2\pi R_{\rm w}\operatorname{ctg}\alpha_2, \tag{6}$$

соединяющими последовательные точки отражения лучей. Плотность потока лучей, падающих на каждую область, равномерная. Распространение волны можно представить как последовательные отражения лучевого потока от примыкающих друг к другу областей Бриллюэна. Из рис. 1 очевидно, что выбор области Бриллюэна неоднозначен. Прогибая поверхность волновода вдоль различных винтовых линий, можно топологически перейти к различным зеркальным линиям (рис. 2).

Для областей Бриллюэна круглого волновода можно ввести поперечные размеры $2a_\perp$ — размер проекции этих областей на плоскость, перпендикулярную центральному лучу:

$$a_{\perp\varphi} = \pi R_{\rm w}\,\frac{\sin\psi}{\Delta m}\,, \qquad a_{\perp z} = \pi R_{\rm w}\,\frac{\sin\psi}{\psi}\cos\theta. \tag{7}$$

Отметим здесь, что поперечный размер $a_{\perp z}$ стремится к нулю при приближении волны к критической частоте.

Параметр Френеля

$$N_{\rm F} = a_\perp^2/(\lambda L_{\rm B}), \tag{8}$$

образованный указанными поперечными размерами, расстоянием $L_{\rm B}$ между двумя последовательными отражениями луча от стенки волновода и длиной волны λ, имеет, как правило, большое значение для высших волноводных мод:

$$N_{{\rm F}\varphi} = \frac{\pi\sqrt{\nu^2-m^2}}{4\,(\Delta m)^2}\,, \qquad N_{{\rm F}z} = \frac{\pi\sqrt{\nu^2-m^2}}{4\psi^2}\cos^2\theta. \tag{9}$$

Если гипотетически рассмотреть дифракцию волнового пучка с размерами (7), можно получить выражения для проекции на ось волновода длины Френеля $L = ka_\perp^2\cos\theta$:

$$L_\varphi = kR_{\rm w}^2\pi^2\,\frac{\sin^2\psi}{(\Delta m)^2}\cos\theta, \qquad L_z = kR_{\rm w}^2\pi^2\,\frac{\sin^2\psi}{\psi^2}\cos^3\theta. \tag{10}$$

Как будет показано ниже, эти длины соответствуют длинам высокоэффективных преобразователей.

Лучевое представление волноводных мод позволяет просто пояснить принцип работы квазиоптических преобразователей [10–12]. Удалив на стенке волновода одну из областей Бриллюэна (и вместе с ней уже ненужные последующие области), обеспечим вывод всех лучей из волновода.

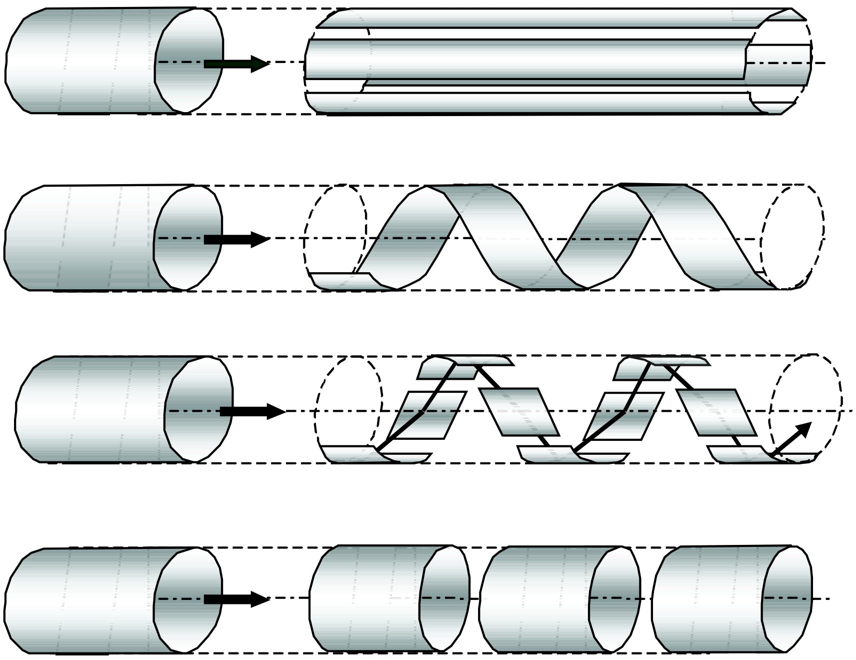


Рис. 2. Круглый волновод и возможные открытые зеркальные линии

Известна форма зеркала, которое трансформирует совокупность лучей, излучённых из волновода и имеющих азимутальную расходимость, в совокупность параллельных лучей [12]:

$$x(t) = 2f\,\mathrm{tg}(t/2) + R_{\mathrm{c}}\,[1 + t\,\mathrm{tg}(t/2)],$$
$$y(t) = f[\mathrm{tg}^2(t/2) - 1] + R_{\mathrm{c}}\,[(t/2)\,\mathrm{tg}(t/2) + \mathrm{tg}(t/2) - t/2], \tag{11}$$

где f — параметр, определяющий радиальный размер зеркала, t — угол луча на каустике. Такое лучевое рассмотрение преобразователей является правомерным лишь для высших мод, для которых пучки с контуром в виде области Бриллюэна характеризуются большим параметром Френеля и не испытывают сильного дифракционного расплывания между отражениями от стенки волновода.

Отметим, что волновой пучок, излучённый из выреза волновода и отражённый от квазипараболического зеркала, имеет пространственную структуру, отличную от гауссового волнового пучка: содержание гауссовой компоненты составляет примерно 80 %. Остальные 20 % излучения из-за рассеяния на краях выреза распространяются в относительно больших углах к направлению пучка и обычно теряются в открытых линиях передачи. Поэтому достаточно часто содержание гауссовой компоненты в волновом пучке на выходе квазиоптического преобразователя называют его эффективностью. Эффективность преобразователей может быть повышена за счёт либо использования дополнительных неквадратичных корректоров [13, 14], либо образования специальной смеси волн, резко уменьшающей дифракционное рассеяние волнового пучка на срезе волновода. Обсуждению второго способа и посвящена данная статья.

2. АСИМПТОТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА КОРНЕЙ ФУНКЦИЙ БЕССЕЛЯ

Рассмотрим для примера TE-волны, используемые в слаборелятивистских гиротронах. В этом случае приближение Дебая для корней уравнения $J'_m(\nu_{mp}) = 0$ даёт соотношение

$$\nu_{mp} \sin\psi = m\psi + \pi\,(p - 3/4), \qquad \sin\psi = \sqrt{1 - m^2/\nu_{mp}^2}\,. \tag{12}$$

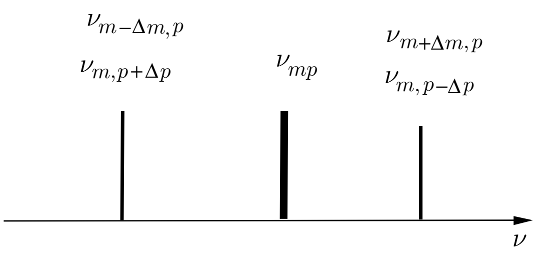


Рис. 3. Спектр поперечных волновых чисел высших мод при малом изменении азимутального или радиального индекса

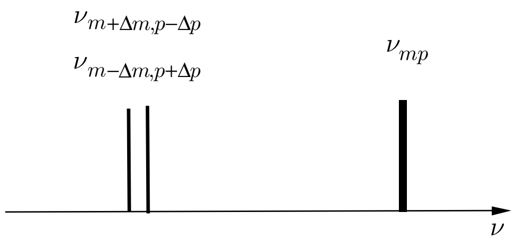


Рис. 4. Расположение корней уравнения $J'_m(\nu_{mp}) = 0$ для моды с кратным отражением луча (с индексами m и p) и ближайших квазивырожденных мод

Дифференцирование формулы (12) по индексам моды определяет приращения корней при небольших изменениях индексов:

$$\Delta\nu_{mp} = \frac{\Delta m\,\psi + \Delta p\,\pi}{\sin\psi}\ . \tag{13}$$

Отметим, что при изменении только азимутального или только радиального индекса высших мод ($m \gg 1$ и $p \gg 1$) спектр корней функций Бесселя практически эквидистантен (рис. 3).

Очень интересны свойства корней в случае, если приращения индексов удовлетворяют соотношению

$$\Delta m\,\psi \approx -\Delta p\,\pi, \tag{14}$$

т. е. если луч образует практически замкнутый многоугольник после нескольких отражений от окружности сечения волновода.

При этом мода, удовлетворяющая соотношению (14), практически вырождена с двумя соседними. Если при этом записать приращения корней уравнения $J'_m(\nu_{mp}) = 0$ во втором порядке малости по параметру $\Delta m/\nu_{mp}$, получим

$$\Delta\nu_{mp} = -\,\frac{1}{2}\ \frac{(\Delta m)^2}{\nu_{mp}^2 - m^2}\ \nu_{mp}\,. \tag{15}$$

Корни этих мод расположены на оси значений, как показано на рис. 4 (см. также табл. 1).

3. ВЫСОКОЭФФЕКТИВНОЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ВОЛНОВОДНЫХ ВОЛН В СОБСТВЕННЫЕ ВОЛНЫ ОТКРЫТЫХ ЛИНИЙ ПЕРЕДАЧИ

3.1. Суперпозиция трёх волноводных волн и гауссов волновой пучок

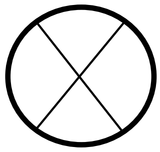
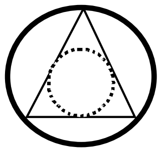
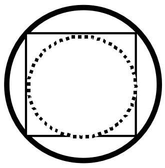
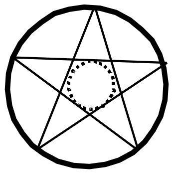
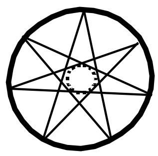
Суперпозиция трёх волн может образовать на стенке волновода вдоль одной из координат практически гауссову структуру поля. Действительно, любая компонента поля, состоящего из основной волны и примеси двух соседних волн, может быть записана как

$$F = B\,[\exp(ih_j z) + \alpha\exp(ih_{j-1}z) + \alpha\exp(ih_{j+1}z)] = B\exp(ih_j z)\,[1 + 2\alpha\exp(i\delta z)\cos(\bar{h}z)]. \tag{16}$$

Функция $\exp(i\delta z)$ является в формуле (16) самой медленной функцией координаты z; её показатель определяется неэквидистантностью продольных волновых чисел:

$$2\delta = (h_{j-1} - h_j) - (h_j - h_{j+1}). \tag{17}$$

Таблица 1. Примеры мод с квазизамкнутой траекторией лучей

Моды и собственные значения; $\Delta\nu^*$ вычислено по асимптотической формуле (23)	Лучевая структура моды; пунктиром показана каустика лучей	Угол 2ψ между отражениями луча (град; рад); угол в скобках соответствует замкнутой траектории
TE_{03}: 10,1735; TE_{23}: 9,9695 ($\Delta\nu \approx -0{,}204$); TE_{23}: 9,9695 ($\Delta\nu \approx -0{,}204$); $\Delta\nu^* \approx -0{,}2$	диаметр 	180° $(180^\circ; \pi)$
$\mathrm{TE}_{24.6}$: 48,0526; $\mathrm{TE}_{27.5}$: 47,9203 ($\Delta\nu \approx -0{,}132$); $\mathrm{TE}_{21.7}$: 47,9330 ($\Delta\nu \approx -0{,}120$); $\Delta\nu^* \approx -0{,}125$	треугольник 	$120{,}068^\circ$ $(120^\circ; 2\pi/3)$
$\mathrm{TE}_{47.4}$: 66,6263; $\mathrm{TE}_{43.5}$: 66,3980 ($\Delta\nu \approx -0{,}225$); $\mathrm{TE}_{44.12}$: 66,3584 ($\Delta\nu \approx -0{,}265$); $\Delta\nu^* \approx -0{,}24$	квадрат 	$90{,}26^\circ$ $(90^\circ; \pi/2)$
$\mathrm{TE}_{20.12}$: 63,5797; $\mathrm{TE}_{15.14}$: 63,3988 ($\Delta\nu \approx -0{,}18$); $\mathrm{TE}_{25.20}$: 63,3197 ($\Delta\nu \approx -0{,}26$); $\Delta\nu^* \approx -0{,}22$	пятиконечная звезда 	$143{,}32^\circ$ $(144^\circ; 4\pi/5)$
$\mathrm{TE}_{10.11}$: 46,8287; $\mathrm{TE}_{17.8}$: 46,3138 ($\Delta\nu \approx -0{,}515$); $\mathrm{TE}_{3.14}$: 46,2330 ($\Delta\nu \approx -0{,}596$); $\Delta\nu^* \approx -0{,}55$	семиконечная звезда 	$155{,}34^\circ$ $(154{,}28^\circ; 6\pi/7)$

Выбрав место, где $\exp(i\delta z) = 1$, и положив коэффициент $\alpha = 1/2$, получим, что амплитуда поля на стенке волновода примерно равна

$$|F| \approx B\,[1 + \cos(\bar{h}z)]. \tag{18}$$

Период функции (18) определяется средней разностью волновых чисел $\bar{h}$ и значительно превышает длину волны:

$$D = 2\pi/\bar{h} \gg \lambda, \qquad 2\bar{h} = (h_{j-1} - h_j) + (h_j - h_{j+1}). \tag{19}$$

Отметим, что коэффициент связи структуры (18), заданной на отрезке $-\pi \le \bar{h}z \le \pi$, и гауссовой функции $F_{\mathrm{G}} = \exp[-z^2/(2a^2)]$ определяется выражением

$$\eta_{\mathrm{g}} = \int F F_{\mathrm{G}}^* \,\mathrm{d}z \int F^* F_{\mathrm{G}} \,\mathrm{d}z \Bigg/ \left(\int F F^* \,\mathrm{d}z \int F_{\mathrm{G}} F_{\mathrm{G}}^* \,\mathrm{d}z \right) \tag{20}$$

и составляет примерно 0,9974 при $\alpha = 0{,}4\pi/\bar{h}$, т. е. функция (18) очень близка к гауссовой (здесь звёздочка обозначает комплексное сопряжение). В окрестности рассматриваемой области поле этой суперпозиции волн представляет собой практически гауссов пучок, отражающийся от стенок волновода.

Таблица 2. Мощности основной (в центре) и примесных волн, образующих двумерную гауссову структуру

1/36	1/9	1/36
1/9	4/9	1/9
1/36	1/9	1/36

Если принять суммарную мощность волн равной 1, то мощность примесных волн с индексами $j\pm 1$ для образования структуры (18) составляет по 1/6.

Аналогично, рассмотрев в круглом волноводе три моды с азимутальными индексами m и $m \pm \Delta m$, можно образовать поле с Δm гауссовыми структурами вдоль азимутальной координаты φ.

Для образования двумерной гауссовой структуры — вдоль продольной и азимутальной координат — необходима интерференция девяти волн. При полной мощности, равной 1, их относительные мощности записаны в табл. 2.

3.2. Способ приготовления оптимальной смеси волн

Для трансформации сверхразмерного волновода в открытую зеркальную линию передачи необходимо деформировать стенку волновода вдоль винтовых линий (5), (6). Деформация поверхности волновода может быть, например, синусоидальной:

$$R(z,\varphi) = R_{\rm w} + l_{\Delta m}\sin(2\pi z/D + \Delta m\,\varphi). \tag{21}$$

Важно, что для высших мод число заходов и шаги этих винтовых линий равны разности азимутальных индексов и длинам биений D (19) выбранной волны:

$$F_{m,p} \propto \exp(im\varphi + ih_{mp}z), \tag{22}$$

и двух соседних волн

$$F_{m\pm\Delta m,p\pm\Delta p} \propto \exp[i\,(m+\Delta m)\,\varphi \pm ih_{m\pm\Delta m,p\pm\Delta p}z]. \tag{23}$$

В частности, основная винтовая линия *1* (5) соответствует биению волн с $\Delta m = 1$ и $\Delta p = 0$, а различные винтовые линии *2* (6) — биениям волн с $\Delta p = 1$ и различными Δm. Деформация стенки (21) приводит к резонансной связи (брэгговскому рассеянию) этих волн, и одна волна $F_{m,p}$ на входе в деформированный участок волновода преобразуется в суперпозицию трёх волн.

Отметим, что для локализации поля на зеркале линии [5, 8] деформация его поверхности (в нашем случае поверхности волновода) ΔR может быть весьма малой:

$$k\,\Delta R \approx \frac{1}{8\pi N_{\rm F}} \ll 1. \tag{24}$$

Это позволяет использовать для описания преобразователей метод возмущений [15, 16] и просто сформулировать условия преобразования.

Рассмотрим простейшую систему трёх уравнений для связанных попутных волн [1]:

$$\begin{aligned} \mathrm{d}A_{j-1}/\mathrm{d}z &= ih_{j-1}A_{j-1} + i\sigma_{j-1\,j}(z)A_j,\\ \mathrm{d}A_j/\mathrm{d}z &= ih_jA_j + i\sigma_{j\,j-1}(z)A_{j-1} + i\sigma_{j\,j+1}(z)A_{j+1},\\ \mathrm{d}A_{j+1}/\mathrm{d}z &= ih_{j+1}A_{j+1} + i\sigma_{j+1\,j}(z)A_j, \end{aligned} \tag{25}$$

где h_k — постоянные распространения волн, σ_{lk} — коэффициенты связи волн ($\sigma_{lk} = \sigma^*_{kl}$), амплитуды которых нормированы так, что величины $|A_k|^2$ пропорциональны мощностям волн. Если индексы высших волноводных мод отличаются лишь на небольшие приращения ($\Delta m \ll \nu$ и $\Delta p \ll \nu$), то формулы для модулей коэффициентов связи [5, 15, 16] существенно упрощаются из-за «сходства» связанных волн и для разных типов волн имеют вид

$$\sigma_{H\text{–}H} = \frac{l}{2R_\mathrm{w}}\,\frac{k_\perp^2}{h}\,, \qquad \sigma_{E\text{–}E} = \frac{l}{2R_\mathrm{w}}\,\frac{k_\perp^2}{h}\,, \tag{26}$$

$$\sigma_{H\text{–}E} = \frac{l}{2R_\mathrm{w}}\,\frac{k_\perp^2}{h}\,\frac{\Delta\nu}{\nu}\,\frac{m}{\sqrt{\nu^2 - m^2}}\,, \tag{27}$$

где $k_\perp$ и h — поперечное и продольное волновые числа, l — глубина деформации (21). Отметим, что $\sigma_{H\text{–}E} \ll \sigma_{H\text{–}H}$ и $\sigma_{H\text{–}E} \ll \sigma_{E\text{–}E}$, т. е. волны разных типов практически не связаны друг с другом на рассматриваемых плавных деформациях стенки.

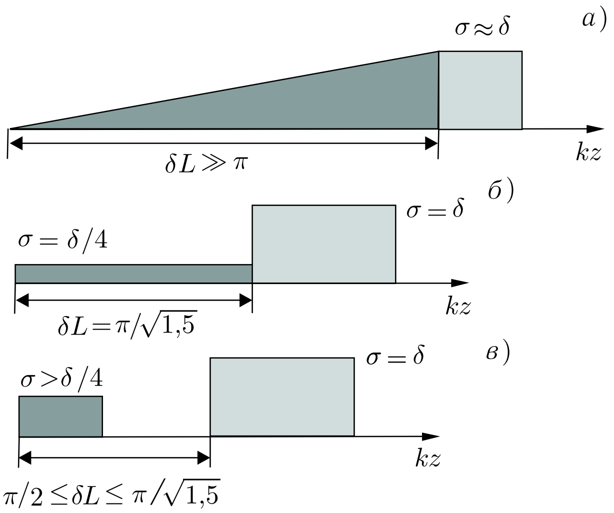


Рис. 5. Деформация и длина различных преобразователей волноводной моды в гауссов пучок: (*а*) адиабатический, (*б*) однородный, (*в*) укороченный. Деформации $\sigma = \delta$ соответствует линия передачи с гауссовой структурой волны

Анализ уравнений (25), (26) позволяет сформулировать способ образования необходимой смеси волн. При адиабатическом способе [5, 17] в качестве преобразователя используется участок нерегулярного волновода с плавно нарастающей деформацией. Условием адиабатического преобразования является отсутствие эффективного энергообмена преобразуемой локальной волны с остальными локальными нормальными волнами [17]. Этот способ требует очень больших длин преобразователей:

$$\delta L \gg \pi, \tag{28}$$

и не используется на практике.

Второй способ [5, 18] осуществляет образование нужной смеси парциальных волн в однородно возмущённой секции волновода с характеристиками

$$\delta L = \pi/\sqrt{1{,}5}\,, \qquad \sigma = \delta/4. \tag{29}$$

Необходимая смесь волн может быть также приготовлена и в более короткой секции деформированного волновода, характеризуемого большим, чем (29), коэффициентом связи, а затем необходимые фазы волн набегают в отрезке невозмущённого волновода. При этом общая длина преобразователя заключена в пределах

$$\pi/2 \le \delta L \le \pi/\sqrt{1{,}5}\,. \tag{30}$$

Схематически эти параметры представлены на рис. 5.

[1] В отрезке нерегулярного волновода, обеспечивающем необходимые примеси волн с индексами $p\pm1$, происходит также трансформация этих волн в волны с индексами $p \pm 2$, $p \pm 3$ и т. д. Оценки показывают, что мощность этих «паразитных» волн невелика (порядка 0,01) при длине нерегулярного участка волновода не менее нескольких длин Бриллюэна.

4. АСИМПТОТИЧЕСКИЕ ФОРМУЛЫ ДЛЯ ЭФФЕКТИВНЫХ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ

4.1. Расстройки волновых чисел

Рассмотрим три волны: основную, которой соответствует корень (производной) функции Бесселя $\nu_j = \nu$, и две «сателлитные» с корнями

$$\nu_{j+1} = \nu + \chi + \mu, \qquad \nu_{j-1} = \nu - \chi + \mu. \tag{31}$$

Здесь слагаемое μ определяет неэквидистантность поперечных волновых чисел. Напомним, что в рассматриваемых задачах поперечный индекс велик ($\nu \gg 1$); изменение χ порядка π, но может быть и малым для мод с квазикратным отражением луча; неэквидистантность поперечных чисел мала ($\mu \ll 1$).

В соответствии с этими предположениями продольные волновые числа рассматриваемых трёх волн можно приближённо записать как

$$\begin{gathered} h_j = h, \\ h_{j+1} = h - \frac{\nu\chi}{hR_{\mathrm{w}}^2} - \frac{\chi^2}{2hR_{\mathrm{w}}^2\cos^2\theta} - \frac{\nu\mu}{hR_{\mathrm{w}}^2}\ , \\ h_{j-1} = h + \frac{\nu\chi}{hR_{\mathrm{w}}^2} - \frac{\chi^2}{2hR_{\mathrm{w}}^2\cos^2\theta} - \frac{\nu\mu}{hR_{\mathrm{w}}^2}\ . \end{gathered} \tag{32}$$

Два последних слагаемых в выражениях (32) определяют неэквидистантность волновых чисел δ рассматриваемых мод. Длина преобразователя определяется именно неэквидистантностью мод и, например, при использовании однородно возмущённой секции волновода эта длина согласно (29) равна

$$L = \frac{2\pi hR_{\mathrm{w}}^2}{\sqrt{1{,}5}\ [(\chi^2/\cos^2\theta) + 2\nu\mu]}\ . \tag{33}$$

Если спектр поперечных чисел почти эквидистантен (изменяется только радиальный или азимутальный индекс и, соответственно, гауссова структура поля образуется вдоль продольной координаты), то длина преобразователя равна

$$L_{\parallel} = \frac{2\pi kR_{\mathrm{w}}^2\cos^3\theta}{\chi^2\sqrt{1{,}5}}\ , \tag{34}$$

где $\chi = \Delta m\,\psi/\sin\psi$ или $\chi = \Delta p\,\pi/\sin\psi$.

В случае квазивырожденных волн и образования гауссовой структуры по азимуту круглого волновода длина преобразователя записывается как

$$L_{\perp} = \frac{\pi kR_{\mathrm{w}}^2\cos\theta}{\sqrt{1{,}5}\ \nu\mu}\ , \qquad \mu = -\,\frac{1}{2}\ \frac{(\Delta m)^2}{\nu_{mp}^2 - m^2}\ \nu_{mp}\,. \tag{35}$$

Существенно, что длины $L_{\parallel}$ и $L_{\perp}$ пропорциональны разным степеням косинуса угла Бриллюэна и в общем случае не равны. С точностью до коэффициента $\pi\sqrt{1{,}5}\,/2$ эти длины совпадают с длинами Френеля (10).

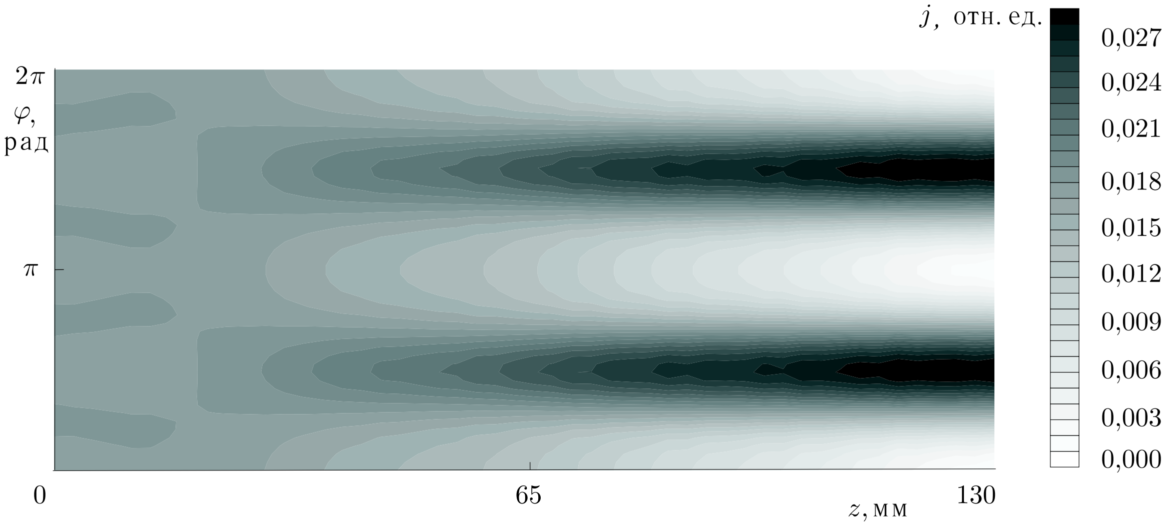


Рис. 6. Амплитуда плотности тока на стенке эллиптического волновода с профилем поверхности $R_{\rm w}$ [мм] $= 16 + 0{,}35\cos(2\varphi)$; $0 \le z \le 130$ мм. На входе волновода волна TE_{02}

5. ПРИМЕРЫ ВЫСОКОЭФФЕКТИВНЫХ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ ВОЛНОВОДНЫХ МОД

5.1. Преобразователи в волны зеркальной линии передачи в виде продольных полос

Волноводные моды с квазизамкнутой траекторией лучей (14) могут быть преобразованы в собственные волны линии передачи в виде нескольких (Δm) металлических полос. При этом стенка волноводной преобразующей секции имеет профиль

$$R(z,\varphi) = R_{\rm w} + l_{\Delta m}\cos(\Delta m\,\varphi), \tag{36}$$

а длина и глубина деформации согласно (29) и (35) определяются как

$$L_{\rm c} = \frac{4\pi}{\sqrt{6}\,(\Delta m)^2}\,kR_{\rm w}^2\,(1-m^2/\nu^2)\cos\theta, \qquad \frac{l_{\Delta m}}{R_{\rm w}} = \frac{1}{4}\,\frac{(\Delta m)^2}{\nu^2-m^2}\,. \tag{37}$$

Так, волноводная секция со слабоэллиптическим профилем

$$R(\varphi) = R_{\rm w} + l_2\cos(2\varphi) \tag{38}$$

преобразует симметричные TE_{0p}-волны в волны эллиптического волновода с азимутальным распределением поля, близким к гауссовой структуре. Длина и амплитуда деформации такого практически важного преобразователя равны

$$L_{\rm c} \approx \frac{\pi}{\sqrt{6}}\,kR_{\rm w}^2\cos\theta, \qquad \frac{l_2}{R_{\rm w}} \approx \frac{1}{\nu^2}\,. \tag{39}$$

В качестве примера рассмотрим расчёт преобразователя моды TE_{02} в волну эллиптического волновода. Для заданной частоты 28 ГГц и радиуса волновода $R_{\rm w} = 16$ мм формулы (39) дают параметры $L_{\rm c} = 126$ мм и $l_2 = 0{,}35$ мм. Численный расчёт преобразователя с этими параметрами (рис. 6) показывает высокий (0,99) коэффициент преобразования исходной моды в поле с гауссовой структурой по азимуту.

5.2. Разрыв/уголок для высшей моды сверхразмерного волновода

Преобразовав волноводную моду в собственную волну открытой бочкообразной линии передачи (и обратно) легко реализовать разрывы и уголковые повороты сверхразмерного волновода (рис. 7).

Согласно асимптотическим формулам длина и амплитуда гофра для аксиально-симметричного преобразователя с профилем стенки волновода

$$R(z) = R_{\rm w} + l_0 \cos(\bar{h} z), \tag{40}$$

где $\bar{h} = (h_{p-1} - h_{p+1})/2$, равны

$$L_{\rm c} = \frac{2}{\pi \sqrt{1{,}5}}\, k R_{\rm w}^2 \,(1 - m^2/\nu^2) \cos^3\theta,$$
$$\frac{l_0}{R_{\rm w}} = \frac{\pi^2}{4\,(\nu^2 - m^2)\, \cos^2\theta}\ . \tag{41}$$

Такой уголок для волны TE_{03} сверхразмерного волновода ($kR_{\rm w} = 60$) был рассмотрен в [5]. Подбором параметров в численном расчёте были найдены длина $kL_{\rm c} = 1\,900$ и деформация $l_0/R_{\rm w} = 0{,}024$, обеспечивающие малое поле суперпозиции волн на стенке волновода в области разрыва (уголка) (см. рис. 8). Протяжённость области слабого поля сравнима с диаметром волновода, что позволяет сделать волноводный уголок с малыми дифракционными потерями. Асимптотические формулы (41) дают значения $kL_{\rm c} = 1\,800$ и $l_0/R_{\rm w} = 0{,}025$, близкие к результатам оптимизации.

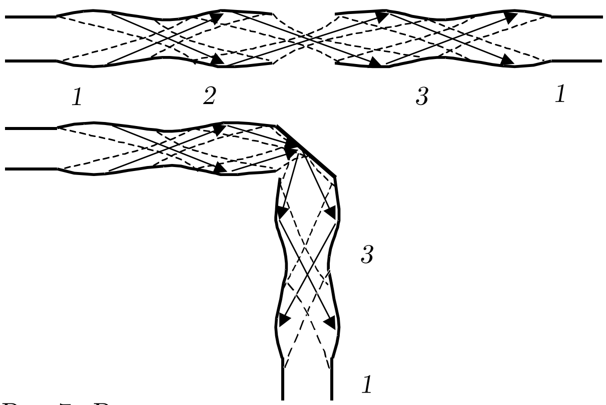


Рис. 7. Разрыв волновода и уголок для передачи высшей моды свехразмерного волновода: *1* — входной и выходной волноводы, *2, 3* — преобразователи волноводной моды в волну открытой линии передачи и обратно

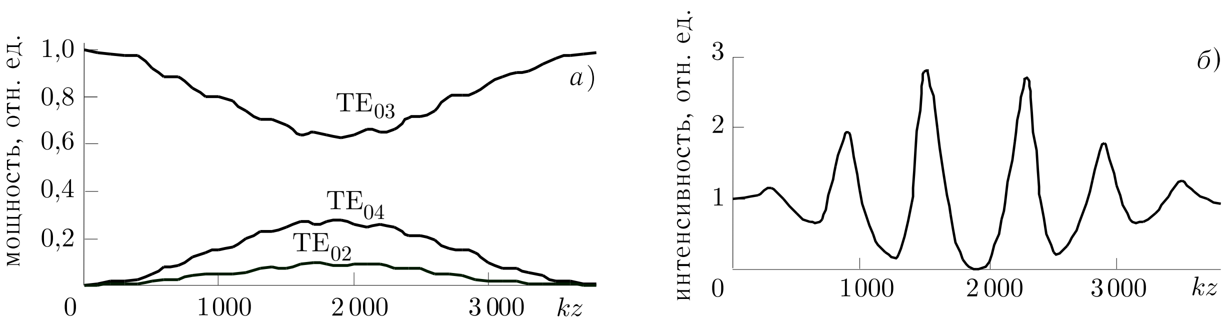


Рис. 8. Мощности волн TE_{03}, TE_{04}, TE_{02} (*а*) и интенсивность поля (*б*) на стенке волновода с аксиально-симметричной гофрировкой, обеспечивающей группировку поля волны TE_{03} по продольной координате

5.3. Высокоэффективные преобразователи рабочих мод гиротронов

Рассмотрим пример расчёта волноводного преобразователя типичной рабочей моды гиротрона $\mathrm{TE}_{25.10}$ в гауссов волновой пучок. Азимутальный поворот луча для этой моды составляет $2\psi = 133{,}5^\circ \approx 2\pi/3$, поэтому одну из деформаций целесообразно выбрать с тремя азимутальными вариациями. При этом угловой размер области Бриллюэна минимален. Диаметр волновода

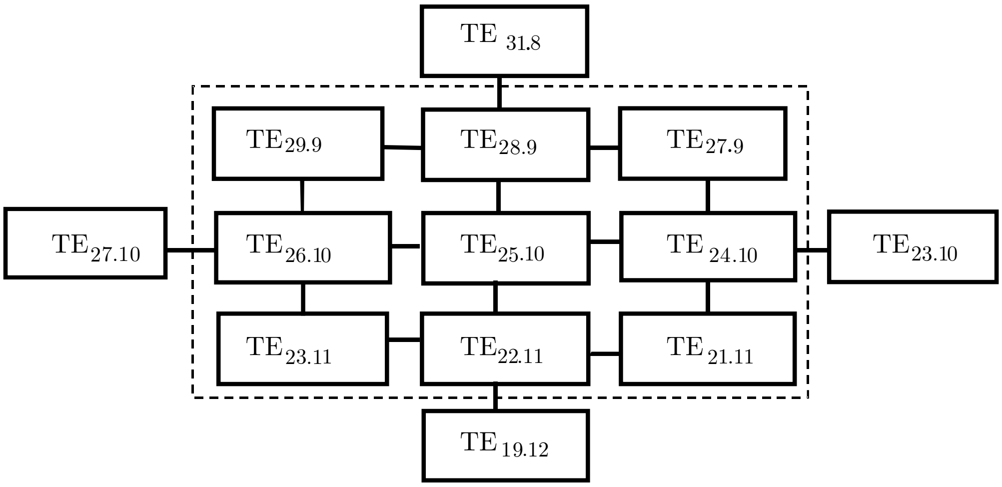


Рис. 9. Схема расчёта взаимодействия мод на деформации волновода

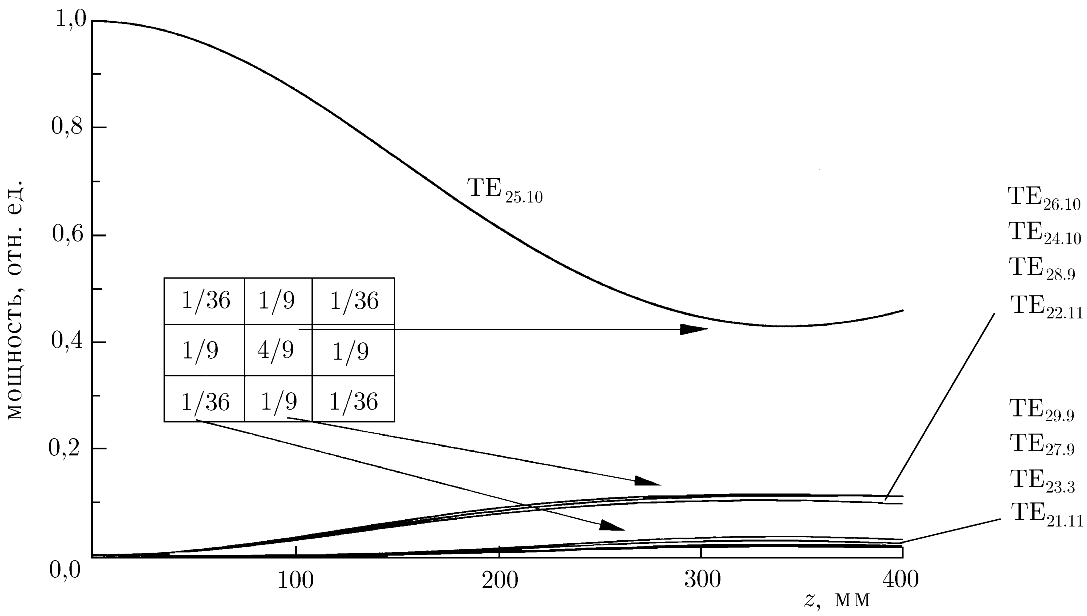


Рис. 10. Модовый состав излучения вдоль преобразователя

(угол θ) был выбран из условия одинаковости поперечных размеров (7) области Бриллюэна:

$$\cos\theta = \psi/\Delta m. \tag{42}$$

Соответственно, деформация волновода-преобразователя имеет вид

$$R(z,\varphi) = R_{\rm w} + l\,[\sin(h_1 z + \varphi) + \sin(h_2 z + 3\varphi)]. \tag{43}$$

Расчёт амплитуд мод в волноводе с гофрировкой (43) проводился численно в соответствии со схемой, показанной на рис. 9.

В расчётах, кроме девяти основных волн (в пунктирном прямоугольнике), учтены «паразитные» моды $\mathrm{TE}_{27.10}$, $\mathrm{TE}_{31.8}$, $\mathrm{TE}_{23.10}$, $\mathrm{TE}_{19.12}$, мощности которых невелики. Оценка параметров преобразователя по асимптотическим формулам совпадает с результатами численной оптимизации. Для волновода с радиусом $R_{\rm w} = 19{,}6$ мм (частота 170 ГГц, $\theta = 65^\circ$) амплитуда гофрировки и длина преобразователя равны $l = 0{,}01$ мм; $L_{\rm c} = 330$ мм.

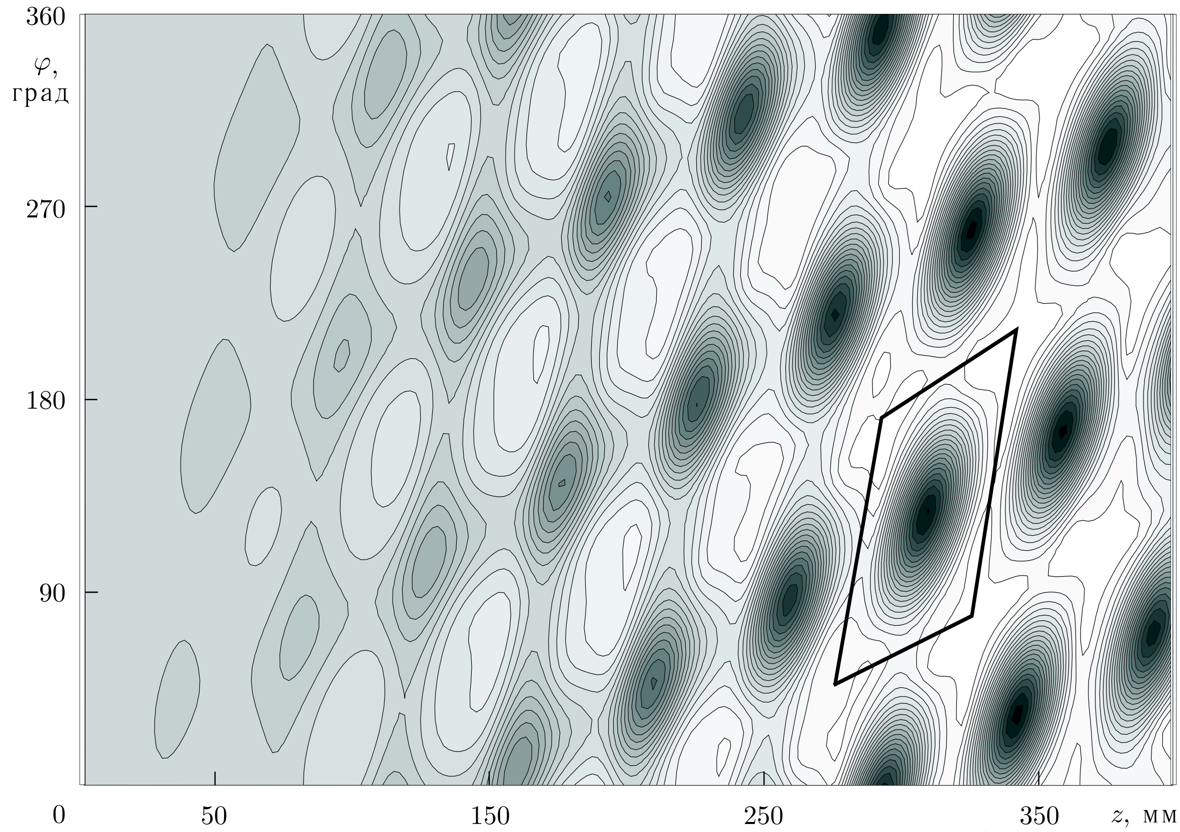


Рис. 11. Распределение амплитуды продольной компоненты магнитного поля $|H_z|$ на развёртке волновода $360° \times 400$ мм. Показана область выреза на стенке для вывода волнового пучка из преобразователя. Более тёмные области соответствуют большей амплитуде магнитного поля H_z

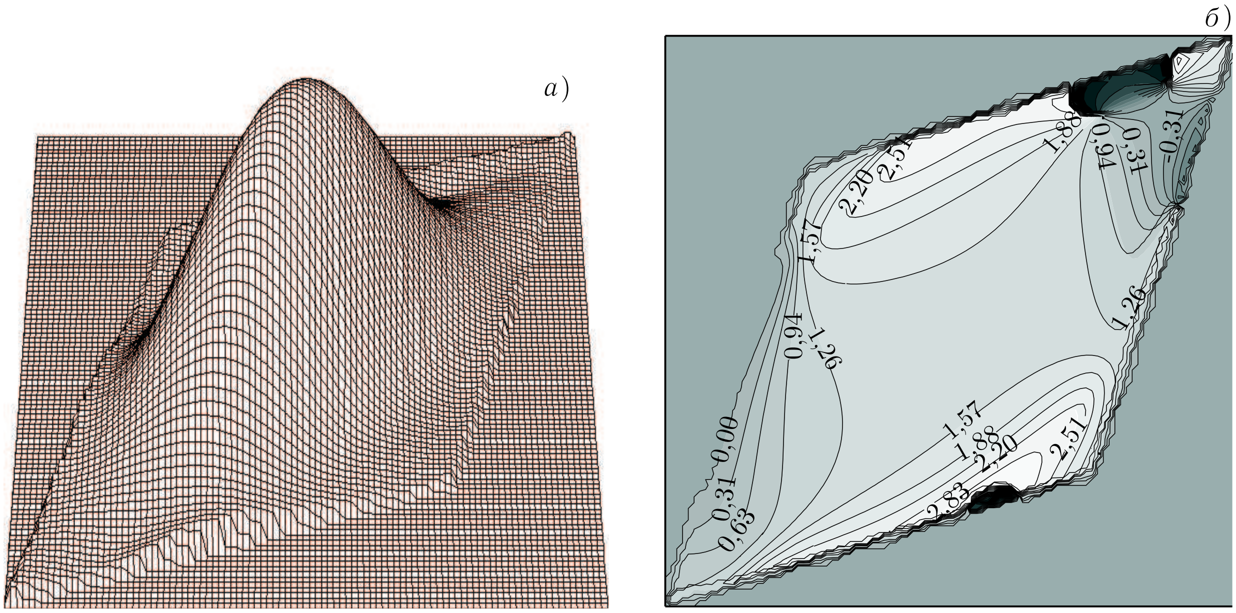


Рис. 12. Распределение амплитуды (а) и фазы (б) поля H_z на вырезе волноводного преобразователя. Коэффициент связи распределения (а) и гауссовой функции $\eta = 98{,}5$ %

Поведение мод вдоль преобразователя показано на рис. 10. Относительная мощность сателлитных мод, формирующих гауссов волновой пучок, соответствует табл. 2. Мощности остальных мод много меньше 1 %. Распределение амплитуды продольной компоненты магнитного поля $|H_z|$ на развёртке волновода показано на рис. 11. Проведён анализ содержания гауссовой компоненты в волновом пучке на области волноводного выреза. С учётом амплитудного и фазового распределений эффективность преобразователя составляет 98,5 % (рис. 12).

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На основе асимптотики Дебая функций Бесселя построена аналитическая теория высокоэффективных преобразователей высших волноводных мод в собственные волны открытых зеркальных линий передачи. Для основных типов зеркальных линий параметры преобразователей записаны в виде простейших аналитических формул.

Для сверхразмерных волноводов показана прямая связь неэквидистантности волновых чисел мод, дифракционных длин бриллюэновских волновых пучков и длин высокоэффективных преобразователей.

Авторы благодарны С. В. Кузикову, М. И. Петелину, А. В. Чиркову за полезные обсуждения и интерес к работе.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Gaponov-Grekhov A. V., Granatstein V. L. Novel application of high power microwaves. Boston, London: Artech House Inc., 1994.
2. Thumm M. State-of-the-art of high power gyro-devices and free electron masers. Karlsruhe: Forschungcentrum, 2003.
3. Felch K. L., Danly B. G., Jory H. R., et al. // Proc. of IEEE. 1999. V. 87, No. 5. P. 752.
4. Денисов Г. Г., Запевалов В. Е., Литвак А. Г., Мясников В. Е. // Изв. вузов. Радиофизика. 2003. Т. 46, № 10. С. 845.
5. Виноградов Д. В., Денисов Г. Г., Петелин М. И. // Труды 10 школы-семинара по дифракции и распространению волн. М.: НИИРФ, 1993. С. 96.
6. Denisov G. G., Kuftin A. N., Malygin V. I., et al. // Int. J. of Electronics. 1992. V. 72, No. 5–6. P. 1 079.
7. Ватсон Д. Н. Теория бесселевых функций. М.: Изд-во иностр. лит-ры, 1949.
8. Вайнштейн Л. А. Открытые резонаторы и открытые волноводы. М.: Сов. радио, 1966. 475 с.
9. Бабич В. М., Булдырев В. С. Асимптотические методы в задачах дифракции коротких волн. М.: Наука, 1972. 456 с.
10. Власов С. Н., Орлова И. М. // Изв. вузов. Радиофизика. 1974. Т. 17, № 1. С. 148.
11. Власов С. Н., Загрядская Л. И., Петелин М. И. // Радиотехника и электроника. 1975. Т. 20, № 10. С. 2 026.
12. Власов С. Н., Ликин К. М. // Гиротроны: Сб. науч. тр. / Под ред. В. А. Флягина. Горький: ИПФ АН СССР, 1980. С. 125.
13. Bogdashov A. A., Chirkov A. V., Denisov G. G., et al. // Int. J. of Infrared and Millimeter Waves. 1995. V. 16, No. 4. P. 735.
14. Alexandrov N. L., Bogdashov A. A., Denisov G. G., et al. // Proc. of the Int. Workshop «Strong Microwaves in Plasmas». Nizhny Novgorod, 2000. P. 954.
15. Каценеленбаум Б. З. Теория нерегулярных волноводов с медленно-меняющимися параметрами. М.: АН СССР, 1961. 216 с.

16. Ковалёв Н. Ф., Орлова И. М., Петелин М. И. // Изв. вузов. Радиофизика. 1968. Т. 11, № 6. С. 783.
17. Виноградов Д. В., Денисов Г. Г., Петелин М. И., Шер Э. М. // Изв. вузов. Радиофизика. 1990. Т. 33, № 11. С. 1 299.
18. Виноградов Д. В., Денисов Г. Г. // Изв. вузов. Радиофизика. 1990. Т. 33, № 9. С. 1 098.

Институт прикладной физики РАН,
г. Нижний Новгород, Россия

Поступила в редакцию
12 января 2004 г.

ASYMPTOTIC THEORY OF HIGH-EFFICIENCY CONVERTERS OF HIGH-ORDER WAVEGUIDE MODES INTO EIGENWAVES OF OPEN MIRROR LINES

A. A. Bogdashov and G. G. Denisov

Based on the Debye asymptotic for Bessel functions, we develop the analytical theory of high-efficiency converters of high-order waveguide modes into eigenwave of open mirror transmission lines. Simple analytical formulas for the parameters of the basic types of mirror lines are derived. The direct dependence of non-equidistance of mode wavenumbers, Brillouin diffraction lengths of wave beams, and lengths of converters is shown for oversized waveguides. For comparison, we present the results of numerical calculations of some converters.

УДК 621.391.01

ДИНАМИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ГЕНЕРАТОРА С ЧАСТОТНО-ФАЗОВЫМ УПРАВЛЕНИЕМ

В. В. Матросов

Исследуются динамические режимы системы частотно-фазовой автоподстройки с фильтрами второго порядка в цепях управления. Изучаются синхронные режимы, механизмы возникновения и сценарии развития несинхронных режимов при изменении параметров цепей управления и начальной частотной расстройки. Основное внимание уделено выяснению влияния частотного кольца на динамические режимы управляемого генератора.

ВВЕДЕНИЕ

Системы фазовой автоподстройки (ФАП) являются неотъемлемой частью современных систем связи, использующих регулярные сигналы. Они применяются для синхронизации регулярных колебаний и обеспечивают высокую точность, надёжность и помехоустойчивость [1, 2]. Исследование динамических свойств систем ФАП, в первую очередь, связано с изучением синхронного режима, которому отвечает устойчивое состояние равновесия соответствующих математических моделей, с выделением в пространстве параметров областей существования (областей синхронизации) и глобальной устойчивости (областей захвата в синхронный режим) этого состояния. В последнее время возрос интерес к несинхронным режимам ФАП. Это обусловлено интенсивными исследованиями по использованию динамического хаоса и попытками применить ФАП для передачи информации на хаотической несущей [3–11].

Анализ движений математической модели ФАП с фильтром второго порядка показал, что для такой системы характерны два вида асинхронных режимов [12]:

— режим регулярных и хаотических биений, при котором разность фаз подстраиваемого и опорного сигналов неограниченно нарастает, а разность частот не равна нулю. Этому режиму в фазовом пространстве математической модели соответствуют вращательные и колебательно-вращательные аттракторы, которые могут быть как регулярными, так и хаотическими;

— режим квазисинхронизации, при котором имеется регулярная или хаотическая модуляция частоты управляемого генератора около стабилизированной по опорному сигналу средней частоты, а разность фаз подстраиваемого и опорного сигналов изменяется около некоторого среднего значения. В фазовом пространстве этому режиму отвечают регулярные или хаотические колебательные аттракторы. Хаотические колебательные аттракторы соответствуют режиму хаотически модулированных колебаний (ХМК) на выходе ФАП, представляющему наибольший интерес для реализации идеи передачи информации на хаотической несущей.

Детальное исследование режима ХМК путём изучения движений в фазовом пространстве математической модели ФАП с фильтром второго порядка показало, что область существования этого режима в пространстве параметров сравнительно невелика [10, 12], что может создать определённые трудности при практическом использовании таких систем в качестве генераторов ХМК. Попытки добиться увеличения областей генерации хаотически модулированных колебаний путём изменения нелинейности фазового дискриминатора и параметров фильтра ФАП оказались малоэффективными [13, 14]. В связи с этим возникает задача о поиске другого варианта ФАП, который мог бы обеспечить как достаточно надёжную генерацию ХМК в широком диапазоне изменения параметров, так и достаточную управляемость такими колебаниями для целей синхронизации. Можно определить несколько направлений исследования для решения поставленной задачи. Во-первых, это повышение порядка фильтра в цепи управления, во-вторых, изменение структуры локальной цепи управления и, наконец, объединение нескольких простых систем ФАП в ансамбль.

Динамика малых ансамблей связанных ФАП рассматривалась в работах [10, 15, 16], где было показано, что объединение простых ФАП в ансамбль позволяет получить надёжную генерацию ХМК, хотя и ведёт к усложнению системы. Повышение порядка фильтра неизбежно ведёт к увеличению размерности и числа параметров математической модели, что существенно усложняет анализ колебаний и их управляемость, поэтому данное направление вряд ли является эффективным. В настоящей работе анализируется путь, связанный с изменением цепи управления. В частности, рассматривается система ФАП с фильтром второго порядка и дополнительным кольцом управления по частоте (ЧФАП) [17]. При этом делается акцент на две задачи: традиционную, связанную с анализом синхронизирующих свойств ЧФАП, поскольку эта задача до сих пор актуальна и решена лишь для систем ЧФАП с фильтром первого порядка [18–20], и новую, связанную с анализом асинхронных режимов.

1. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЧФАП

Структурная схема системы ЧФАП представлена на рис. 1 [21]. Она состоит из управляемого генератора Г, вырабатывающего колебания $S_1(t)$, и двух цепей управления по фазе и частоте, с помощью которых осуществляется подстройка параметров (фазы и частоты) колебания $S_1(t)$ под параметры поступающего на вход ЧФАП опорного (эталонного) сигнала $S_0(t)$. Основными элементами цепей управления являются: фазовый (ФД) и частотный (ЧД) дискриминаторы, на которых формируются напряжения u_1 и u_2, пропорциональные разности фаз $\varphi(t)$ и частот $y(t)$ опорного и подстраиваемого сигналов, где частота и фазы колебаний связаны дифференциальным соотношением $y = \mathrm{d}\varphi/\mathrm{d}t$; фильтры низких частот (Φ_1, Φ_2), включённые для придания системе ЧФАП необходимых динамических свойств, и управляющие элементы (УЭ $_1$, УЭ $_2$), которые, используя информацию о φ и y, воздействуют на Г, уменьшая текущие рассогласования между частотами колебаний $S_0(t)$ и $S_1(t)$.

Уравнение системы ЧФАП в операторной форме имеет вид

$$p\varphi + \Omega_1 K_1(p) F(\varphi) + \Omega_2 K_2(p) \Phi(p\varphi) = \Delta_\omega, \quad (1)$$

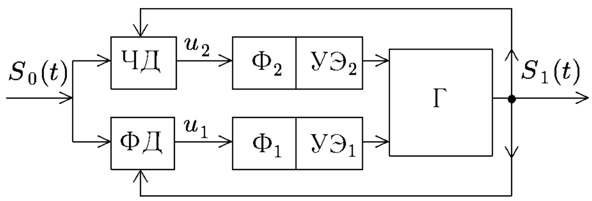


Рис. 1

где $p \equiv \mathrm{d}/\mathrm{d}t$, φ и Δ_ω — текущая разность фаз и начальная расстройка по частоте подстраиваемого и эталонного генераторов соответственно, $K_1(p)$ и $K_2(p)$ — коэффициенты передачи фильтров в фазовой и частотной цепях управления, $F(\varphi)$ и $\Phi(p\varphi)$ — нормированные нелинейные характеристики фазового и частотного дискриминаторов, Ω_1 и Ω_2 — полосы удержания фазового и частотного колец управления соответственно. При использовании в цепях управления одинаковых фильтров второго порядка с коэффициентами передачи $K_1(p) = K_2(p) = (1 + a_1 p + a_2 p^2)^{-1}$ и аппроксимации нелинейных характеристик дискриминаторов функциями вида $F(\varphi) = \sin\varphi$, $\Phi(p\varphi) = 2\beta_1 p\varphi/[1 + (\beta_1 p\varphi)^2]$, где β_1 — параметр нелинейности, из уравнения (1) получается следующая математическая модель:

$$\frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}\tau} = y, \qquad \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}\tau} = z, \qquad \mu\,\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}\tau} = \gamma - \varepsilon z - y - \sin\varphi - b\Phi(\beta y), \quad (2)$$

где $\tau = \Omega_1 t$, $\varepsilon = \Omega_1 a_1$, $\mu = \Omega_1^2 a_2$, $b = \Omega_2/\Omega_1$, $\gamma = \Delta_\omega/\Omega_1$, $\beta = \beta_1\Omega_1$. Система (2) определена в трёхмерном цилиндрическом фазовом пространстве $U = \{\varphi\,(\mathrm{mod}\,2\pi), y, z\}$. Из физических соображений параметры ε, μ, b и β положительны. Однако ЧД может быть включён в цепь управления таким образом, что петля управления будет усиливать расстройку частоты генератора. Такое включение эквивалентно тому, что характеристика ЧД будет инвертированной, т. е. $\Phi(p\varphi) = -2\beta_1 p\varphi/[1 + (\beta_1 p\varphi)^2]$. Таким образом, в модели (2) параметр β может принимать отрицательные значения, что соответствует инвертированной характеристике ЧД. Поскольку система (2) инвариантна относительно замены $\Pi_1\colon (b, -\beta) \to (-b, \beta)$, то $b < 0$ при $\beta > 0$ также характеризует динамику ЧФАП с инвертированной характеристикой ЧД. Как показали исследования [22], инвертирование характеристики ЧД создаёт дополнительные условия для возникновения асинхронных режимов и поэтому может представлять интерес при разработке генераторов хаотических колебаний. Система (2) инвариантна относительно замены $\Pi_2\colon (\gamma, \varphi, y, z) \to (-\gamma, -\varphi, -y, -z)$, благодаря этому её достаточно рассмотреть при $\gamma \geq 0$.

Параметр b отражает влияние частотного кольца управления на динамику подстраиваемого генератора. При $b = 0$ это влияние отсутствует, уравнения (2) совпадают с уравнениями математической модели ФАП с фильтром второго порядка. В силу непрерывной зависимости модели (2) от параметра b описанные во введении режимы ФАП будут свойственны и системе ЧФАП [23].

2. ВЛИЯНИЕ ЧАСТОТНОГО КОЛЬЦА НА ДИНАМИКУ ЧФАП

Рассмотрим представленный на рис. 2 параметрический портрет модели (2) на плоскости (b, γ) при $\varepsilon = 1$; $\mu = 2{,}2$; $\beta = 20$, который отражает влияние частотного кольца управления. Здесь отрицательные значения b характеризуют динамику ЧФАП с инвертированной характеристикой ЧД. На рис. 2 прямая $\gamma = 1$ ограничивает область C_0 существования состояний равновесия системы (2). При $\gamma < 1$ в фазовом пространстве U существуют состояния равновесия O_1 ($\varphi_1^* = \arcsin\gamma$, $y_1^* = 0$, $z_1^* = 0$) и O_2 ($\varphi_2^* = \pi - \varphi_1^*, y_2^* = 0, z_2^* = 0$). Состояние равновесия O_2 представляет собой седло (седло-фокус), а состояние равновесия O_1 может быть как устойчивым, так и неустойчивым. Смена устойчивости состояния равновесия O_1 происходит на кривой $\gamma_{\mathrm{s}} = \sqrt{1 - \varepsilon^2\,(1 + 2b\beta)^2/\mu^2}$ (линия *1*), которая делит область C_0 на две части. В части $D_{\mathrm{S}} = \{\max(0, \gamma_{\mathrm{s}}) < \gamma < 1\} \subset C_0$ состояние равновесия O_1 устойчиво и соответствует синхронному режиму ЧФАП. Таким образом, D_{S} является областью существования синхронного режима.

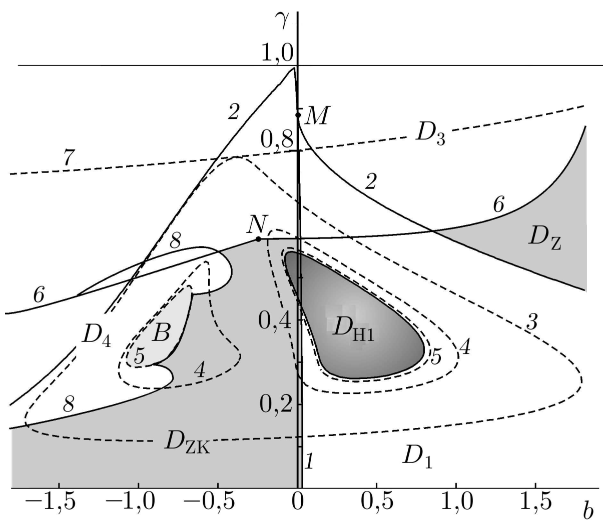


Рис. 2

Точка M на кривой γ_{s} отвечает обращению в нуль первой ляпуновской величины и разделяет границу γ_{s} на «опасный» и «безопасный» участки. «Безопасный» участок расположен выше точки M. При выходе из области D_{S} на этом участке смена устойчивости состояния равновесия сопровождается рождением в окрестности O_1 устойчивого колебательного цикла L_{01} (рис. 3*а*), и в системе ЧФАП мягко возникают регулярные квазисинхронные колебания. Выход из области

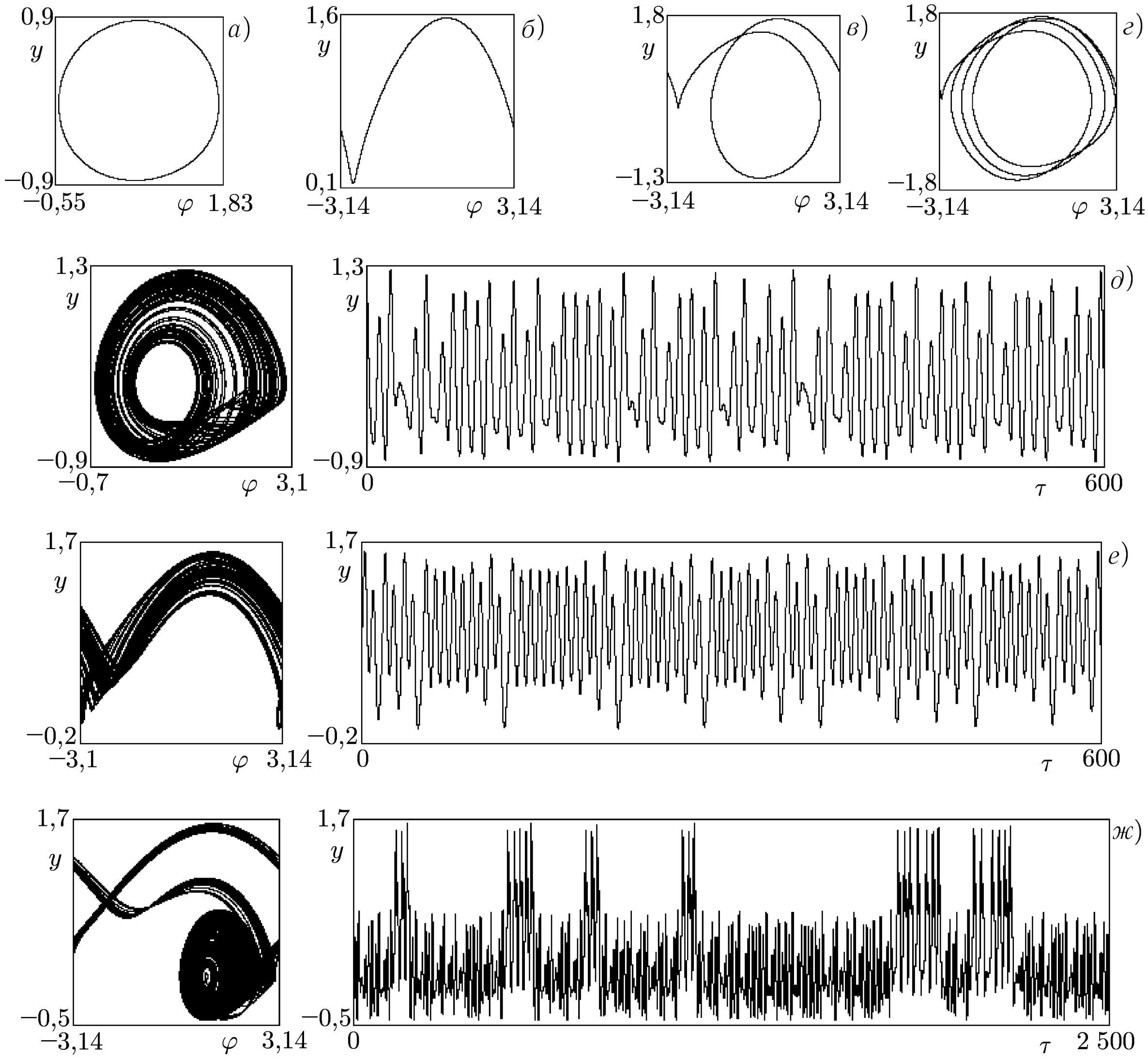


Рис. 3

$D_{\rm S}$ через участок кривой $\gamma_{\rm s}$, расположенный ниже точки M, сопровождается жёстким возникновением квазисинхронных колебаний и имеет гистерезисный характер. При этом возникающие квазисинхронные колебания могут быть как регулярными, так и хаотическими. Устойчивый предельный цикл L_{01}, на который система (2) переходит при жёстком механизме возникновения квазисинхронных колебаний, появляется в фазовом пространстве U в результате касательной бифуркации при значениях параметров на кривой $\gamma = \gamma_{\rm c0}(\varepsilon, \mu, b, \beta)$ (линия *2*). Линия *2* и часть линии *1*, расположенная выше точки M, ограничивают область существования колебательных аттракторов $D_1 = \{0 < \gamma < \max(\gamma_{\rm s}, \gamma_{\rm c0})\}$.

Хаотизация квазисинхронных колебаний осуществляется по сценарию Фейгенбаума. На рис. 2 пунктирные линии *3*, *4* и *5* отвечают первой, второй и третьей бифуркациям удвоения периодов циклов. При значениях параметров из области $D_{\rm H1}$ в фазовом пространстве U реализуется колебательный хаотический аттрактор S_{01} (рис. 3*д*), который соответствует ХМК. Причём при значениях параметров из части области $D_{\rm H1}$, расположенной левее кривой $\gamma_{\rm s}$, аттрактор S_{01} является единственным, следовательно, ХМК реализуются при любых начальных условиях. Заметим, что процесс усложнения колебаний завершается образованием хаотического аттрактора только для $b > -0{,}3$. При $b < -0{,}3$ две первые бифуркации потери устойчивости циклами L_{01} и $L_{01}^{(2)}$ являются мягкими и сопровождаются появлением двукратного $L_{01}^{(2)}$ и четырёхкратного $L_{01}^{(4)}$ устойчивых предельных циклов соответственно. Бифуркация же смены устойчивости цикла $L_{01}^{(4)}$ является жёсткой и приводит к исчезновению колебательных аттракторов. Поэтому при значениях параметров из области B в фазовом пространстве U колебательные аттракторы отсутствуют. В рамках численных экспериментов установлено, что в D_1 при $b < 0$ существуют параметры, при которых в фазовом пространстве системы (2) одновременно существуют два устойчивых колебательных предельных цикла L_{01} и L_{02}. Однако в силу того, что характеристики предельных циклов близки, квазисихронные режимы, определяемые этими циклами, практически неразличимы. Область D_2, при значениях параметров из которой модель (2) имеет цикл L_{02}, мала, поэтому на рис. 2 она не выделена.

Линия *6* ограничивает область $D_3 = \{\gamma > \min(\gamma_1, \gamma_{c1})\}$, при значениях параметров из которой в фазовом пространстве системы (2) имеют место вращательные аттракторы, у которых разность фаз φ постоянно растёт. При пересечении этой линии снизу вверх в фазовом пространстве U рождается предельный цикл L_1 (рис. 3*б*). Рождение цикла L_1 происходит либо в результате бифуркации петли сепаратрис седла O_2 (кривая $\gamma = \gamma_1(\varepsilon, \mu, b, \beta)$ — часть линии *6*, расположенная левее точки N), либо в результате касательной бифуркации (кривая $\gamma = \gamma_{c1}(\varepsilon, \mu, b, \beta)$ — часть линии *6*, расположенная правее точки N). Вращательный предельный цикл L_1, как и колебательный цикл L_{01}, может испытывать бифуркации удвоения периода. Однако при рассматриваемых значениях фиксированных параметров цикл L_1 проходит лишь через одну бифуркацию удвоения периода, этой бифуркации на рис. 2 отвечает пунктирная линия *7*. Отметим, что в области D_3 существуют значения параметров, когда в фазовом пространстве U одновременно реализуются два аттрактора вращательного типа, однако эти области крайне малы.

Линия *8* является границей области параметров D_4, где система (2) имеет колебательно-вращательные аттракторы, у которых переменная φ совершает как колебательные, так и вращательные движения в фазовом пространстве. Эти аттракторы весьма разнообразны, они могут быть как регулярными с различным соотношением колебательных и вращательных витков, так и хаотическими. На рис. 3*в*, *г*, *ж* приведены примеры колебательно-вращательных аттракторов модели (2). Линия *8*, ограничивающая область D_4, отвечает либо касательной бифуркации колебательно-вращательных циклов, либо кризису хаотических колебательно-вращательных аттракторов.

Вращательные и колебательно-вращательные аттракторы соответствуют режиму биений ЧФАП. Однако структура колебаний на выходе управляемого генератора может быть различна. Вращательные аттракторы соответствуют режиму биений с частотой, изменяющейся около некоторого значения $\omega = \omega_0(\gamma)$ (рис. 3*е*). В случае же колебательно-вращательных аттракторов частота колебаний распределена по двум уровням (рис. 3*ж*): один уровень отвечает колебательной стадии и стабилизирован по опорной частоте, второй уровень соответствует вращательной стадии колебаний и отличается от опорной частоты на некоторую постоянную величину. Переключения между уровнями зависят от вида аттрактора и могут происходить как регулярно, так и хаотически.

Представленные на рис. 2 кривые позволяют определить области характерного динамического поведения ЧФАП: область существования синхронного режима D_S; область захвата в синхронный режим $D_\mathrm{Z} = D_\mathrm{S} \backslash (D_1 \cup D_3)$, где синхронный режим реализуется гарантированно; область существования квазисинхронных режимов $D_\mathrm{K} = D_1 \backslash B$ и область захвата в квазисинхронный режим $D_\mathrm{ZK} = D_1 \backslash (D_\mathrm{S} \cup D_3 \cup D_4)$. В области квазисинхронных режимов можно выделить подобласти существования режима ХМК D_{H1} и захвата в режим ХМК $D_{\mathrm{ZH}} = D_{\mathrm{ZK}} \cap D_{\mathrm{H1}}$. Можно оценить области существования режимов биений и мультистабильного поведения ЧФАП. Эти сведения дают представления о роли частотного кольца управления системы ЧФАП при фиксированных значениях параметров фильтров. В частности, можно отметить, что с помощью введения частотного кольца управления можно улучшить синхронизирующие свойства ЧФАП, увеличить область параметров, при которых существуют ХМК, а путём инвертирования характеристики ЧД обеспечить генерацию глобально устойчивых регулярных квазисинхронных колебаний в достаточно широкой области параметров.

3. ВЛИЯНИЕ ПАРАМЕТРОВ ФИЛЬТРОВ НА ДИНАМИКУ ЧФАП

Влияние параметров фильтров на динамические режимы ЧФАП иллюстрирует рис. 4, на котором приведён фрагмент плоскости параметров (μ, γ) при фиксированных $\varepsilon = 1$; $b = 0{,}1$; $\beta = 20$. Здесь сохранены обозначения кривых и областей, принятые при описании рис. 2. Остановимся на особенностях динамического поведения ЧФАП, обусловленных изменениями параметра μ.

Из рис. 4 видно, что области D_{S} и D_1 в плоскости параметров (μ, γ) представляют собой полосы, сужающиеся при увеличении параметра μ. Здесь область D_1 ограничена справа линией *9*, которая составлена из участков бифуркационных кривых, отвечающих либо бифуркациям многообходных петель сепаратрис седло-фокуса O_2, не охватывающих фазовый цилиндр U, либо кризису хаотического аттрактора S_{01}. Таким образом, с ростом μ области существования синхронных и квазисинхронных режимов уменьшаются и перемещаются в область больших начальных расстроек γ. При этом в области малых γ происходят следующие изменения, связанные с квазисинхронными режимами. Во-первых, в результате бифуркаций удвоения периода цикла L_{01} на его базе возможно формирование хаотического аттрактора S_{01}. Во-вторых, появляется область D_2, при значениях параметров из которой в фазовом пространстве системы (2) существуют колебательные аттракторы. Область D_2 ограничена линией *10*, отвечающей касательной бифуркации колебательного цикла L_{02}. При значениях параметров из области $D_{\mathrm{H2}} \subset D_2$ в фазовом пространстве модели (2) существует хаотический аттрактор S_{02}, который возникает в результате каскада бифуркаций удвоения периода цикла L_{02}. Область $D_{\mathrm{K2}} = D_1 \cap D_2$ является областью бистабильного квазисинхронного поведения ЧФАП.

Область D_3 теперь заключена между линиями *6* и *11*. Линия *11*, ограничивающая D_3 справа, составлена из участков бифуркационных кривых, отвечающих либо касательным бифуркациям вращательных циклов различной кратности, либо кризису вращательного хаотического аттрактора S_1 (рис. 3*е*). Аттрактор S_1 рождается в результате каскада бифуркаций удвоения периода вращательного цикла L_1 и реализуется при значениях параметров из областей $D_{\mathrm{H3}} \subset D_3$.

В области D_8, ограниченной линией *8*, существуют колебательно-вращательные аттракторы. Эта область может перекрываться с областями D_1, D_2 и D_3, порождая явления мультистабильности. Заметим, что проявление мультистабильности возможно и вне областей перекрытия, поскольку D_8 включает в себя области существования колебательно-вращательных аттракторов различных типов, которые также могут перекрываться.

Сравнивая параметрический портрет на рис. 4 с аналогичным портретом для системы ФАП (случай $b = 0$) [12], можно констатировать, что введение частотного кольца приводит к существенному увеличению области существования синхронного режима D_{S} (более чем в четыре раза), область захвата D_{Z} при этом расширяется незначительно. Изменения области D_{S} сопровождаются изменением характера её границы. Теперь она становится «опасной», и выход из области D_{S} сопровождается жёстким переходом к режиму биений. Что касается областей существования квазисинхронных режимов, то они практически не изменяются.

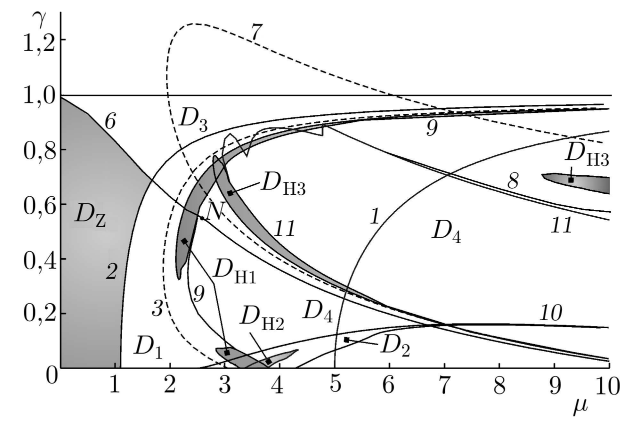


Рис. 4

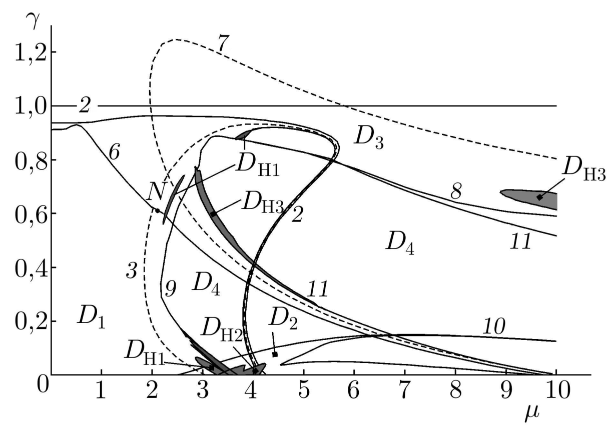


Рис. 5

Влияние параметра μ на динамические режимы ЧФАП с инвертированной характеристикой ЧД иллюстрирует рис. 5, на котором приведён фрагмент плоскости параметров (μ, γ) при фиксированных $\varepsilon = 1$; $b = 0{,}1$; $\beta = -20$. Здесь сохранены обозначения кривых и областей, принятые при описании рис. 2 и 4. Особенности параметрического портрета на рис. 5 состоят в следующем. На рис. 5 отсутствует область $D_{\rm S}$, следовательно, в системе ЧФАП невозможны синхронные режимы. Область квазисинхронных режимов D_1 является двусвязной, но в отличие от параметрического портрета на рис. 2 внутренняя граница области D_1 устроена более сложно — она состоит из участков бифуркационных кривых, отвечающих касательным бифуркациям колебательных циклов различной кратности. Хаотически модулированные колебания могут реализовываться как при больших, так и при малых значениях γ, но области их существования крайне малы. В области малых начальных расстроек ЧФАП способна демонстрировать бистабильные хаотически модулированные колебания. Области вращательных (D_3) и колебательно-вращательных (D_4) движений устроены аналогично областям D_3 и D_4 на рис. 4.

Таким образом, введение в систему ФАП дополнительного частотного кольца управления с инвертированной характеристикой ЧД приводит к увеличению областей существования квазисинхронных режимов, однако это увеличение сопровождается уменьшением областей генерации ХМК и ухудшением синхронизирующих свойств системы.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе изучены динамические режимы системы фазовой автоподстройки с дополнительным кольцом управления по частоте и фильтрами второго порядка в цепях управления в случае инвертированной и неинвертированной (обычной) характеристики ЧД. Установлено, что при значениях параметров вне области устойчивости синхронного режима рассматриваемая система демонстрирует большое разнообразие асинхронных режимов различной сложности. Изучены механизмы возникновения и возможные сценарии развития асинхронных режимов при изменении параметров цепей управления и начальной частотной расстройки. Полученные сведения позволяют осуществить эффективное управление свойствами генерируемых колебаний.

Сравнительный анализ полученных сведений о динамике ЧФАП и результатов исследования системы ФАП с фильтром второго порядка свидетельствует, что введение частотного кольца управления с обычной характеристикой ЧД приводит к улучшению синхронизирующих свойств управляемого генератора. Это представляет интерес для традиционных задач синхронизации и слежения, основанных на использовании регулярных сигналов. Области существования квазисинхронных режимов систем ФАП и ЧФАП отличаются мало, однако следует отметить, что выход на квазисинхронные режимы в системе ЧФАП затруднён, т. к. здесь квазисинхронные режимы всегда существуют совместно либо с синхронным режимом, либо с режимом биений.

Введение частотного кольца управления с инвертированной характеристикой ЧД позволяет расширить области существования квазисинхронных режимов, однако при этом области генерации ХМК уменьшаются. Увеличение областей существования квазисинхронных колебаний происходит за счёт ухудшения сихронизирующих свойств системы.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № 02–02–17573) и программы «Университеты России» (проект УР.03.01.027).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Линдсей В. Системы синхронизации в связи и управлении: Пер. с англ. / Под ред. Ю. Н. Бакаева, М. В. Капранова. М.: Сов. радио, 1978.
2. Системы фазовой синхронизации / Под ред. В. В. Шахгильдяна, Л. Н. Беллюстиной. М.: Радио и связь, 1982. С. 55.
3. Pecora L. M., Carroll T. L. // Phys. Rev. Lett. 1990. V. 64, No. 8. P. 821.
4. Oppenheim A. L., Wornell G. W., Isabell S. H., Cuomo K. M. // Proc. IEEE ICASSP. 1992. V. 6. P. 117.
5. Kocarev L., Halle K. S., Eckert K., et al. // Int. J. Bifurcation and Chaos. 1992. V. 2, No. 3. P. 709.
6. Hayes S., Grebogi G., Ott E. // Phys. Rev. Lett. 1993. V. 70. P. 3 031.
7. Hasler M. // Phyl. Trans. R. Soc. Lond. A. 1995. V. 353. P. 115.
8. Kennedy M. P. // Proc. NDES96, Seville, 1996. P. 1.
9. Дмитриев А. С., Панас А. И., Старков С. О. // Зарубежная радиоэлектроника. Успехи современной радиоэлектроники. 1997. № 10. С. 4.
10. Шалфеев В. Д., Матросов В. В., Корзинова М. В. // Зарубежная радиоэлектроника. Успехи современной радиоэлектроники. 1998. № 11. С. 44.
11. Капранов М. В., Кулешов В. Н., Ларионова М. В. и др. // Зарубежная радиоэлектроника. Успехи современной радиоэлектроники. 2000. № 11. С. 48.
12. Матросов В. В. // Письма в ЖТФ. 1996. Т. 22, № 23. С. 4.
13. Shalfeev V. D., Matrosov V. V. // Chaos in Circuits and Systems / Ed. by G. Chen, T. Ueta. Singapore: World Sci. Publ., 2002. P. 130.
14. Matrosov V. V. // Proc. Int. Conf. Dedicated to the 100th Anniversary of A. A. Andronov. Nizhny Novgorod, 2002. V. 3. P. 219.
15. Шалфеев В. Д., Матросов В. В. // Нелинейные волны'2002. Нижний Новгород: ИПФ РАН, 2003. С. 77.
16. Матросов В. В., Касаткин Д. В. // Радиотехника и электроника. 2003. Т. 48, № 6. С. 637.
17. Матросов В. В., Слепов М. Ф. // Тр. Научн. конф. по радиофизике, посвящённой 100-летию со дня рождения А. А. Андронова, 7 мая 2001. Нижний Новгород: ННГУ, 2001. С. 127.
18. Беллюстина Л. Н., Шалфеев В. Д. // Изв. вузов. Радиофизика. 1968. Т. 11, № 3. С. 383.
19. Пономаренко В. П., Шалфеев В. Д. // Изв. вузов. Радиофизика. 1968. Т. 11, № 11. С. 1 694.
20. Шалфеев В. Д. // Изв. вузов. Радиофизика. 1969. Т. 12, № 7. С. 1 037.
21. Капранов М. В., Кулешов В. Н., Уткин Г. М. Теория колебаний в радиотехнике. М.: Наука, 1984.
22. Ponomarenko V. P., Zaulin I. A., Matrosov V. V. // Proc. NDES'95, Dublin, 1995. P. 107.
23. Некоркин В. И. // Дифференциальные и интегральные уравнения. 1980. С. 13.

Нижегородский госуниверситет им. Н. И. Лобачевского,
г. Нижний Новгород, Россия

Поступила в редакцию
16 мая 2003 г.

THE DYNAMICS OF A FREQUENCY- AND PHASE-CONTROLLED OSCILLATOR

V. V. Matrosov

We study the dynamical regimes of a frequency- and phase-controlled oscillator with second-order filter are investigated. The appearance and evolution of synchronous and nonsynchronous modes are studied depending on the system parameters. The study is focused on the influence of the frequency-control loop on the dynamical modes of the oscillator.