

Содержание

Алимов В. А., Гавриленко В. Г., Липатов Б. Н. , Нечаева М. Б. О форме частотного спектра флуктуирующего излучения при интерферометрическом приёме в экспериментах по радиозондированию солнечной короны.....	167
Солдаткин А. О., Чугунов Ю. В. Эффекты униполярной индукции в нетвердотельно вращающемся неоднородном слое ионосферы намагниченной планеты.....	181
Бархатов Н. А., Королёв А. В., Левитин А. Е., Сахаров С. Ю. Пересчёт современных индексов полярной активности к классическим.....	200
Сергеев Е. Н., Грач С. М., Котов П. В. Исследование условий возбуждения и характеристик ионосферной плазменной турбулентности на стадии развития стрикционной параметрической неустойчивости	209
Мешков Е. М., Караев В. Ю. Определение параметров морского волнения по доплеровскому спектру радиолокационного СВЧ сигнала, отражённого водной поверхностью.....	231
Фикс Г. Е., Фикс И. Ш. Реконструкция диаграммы направленности линейного источника по его ближнему полю.....	245

УДК 523.62-726

О ФОРМЕ ЧАСТОТНОГО СПЕКТРА ФЛУКТУИРУЮЩЕГО ИЗЛУЧЕНИЯ ПРИ ИНТЕРФЕРОМЕТРИЧЕСКОМ ПРИЁМЕ В ЭКСПЕРИМЕНТАХ ПО РАДИОЗОНДИРОВАНИЮ СОЛНЕЧНОЙ КОРОНЫ

В. А. Алимов, В. Г. Гавриленко, **Б. Н. Липатов**, М. Б. Нечаева

Теоретически рассмотрена форма спектральной линии после распространения излучения в среде с развитой турбулентной структурой при интерферометрическом приёме. Получено выражение для частотного спектра первоначально монохроматического излучения после распространения в многомасштабной среде с «сильными» крупномасштабными и «слабыми» мелкомасштабными неоднородностями. Показано, что в этом случае должен наблюдаться частотный спектр с гауссовой формой основной спектральной линии и «крыльями» в виде спадающей степенной зависимости с различными показателями, которые определяются ориентацией базы интерферометра относительно направления упорядоченного дрейфа «вмороженных» неоднородностей среды. Проанализированы искажения спектрального отклика радиоинтерферометра со сверхдлинной базой, вносимые крупномасштабными неоднородностями среды с развитой турбулентной структурой в широкополосное излучение внеземных дискретных радиоисточников. Показано, что в условиях слабых амплитудных флуктуаций принимаемого излучения измеряемый частотный спектр несёт информацию о скорости дрейфа и показателе пространственного спектра межпланетных плазменных неоднородностей с масштабами от сотен до тысяч километров.

ВВЕДЕНИЕ

Исследование межпланетной среды с помощью её просвечивания радиоволнами является одним из эффективных методов диагностики турбулентной структуры межпланетной плазмы. Этому вопросу посвящено большое количество работ в области космической радиофизики [1]. Однако некоторые аспекты проблемы до настоящего времени остаются нерассмотренными. Это, прежде всего, относится к вопросу о спектральных методах исследований турбулентной структуры межпланетной плазмы с помощью интерферометрического приёма излучения внеземных источников искусственного и естественного происхождения.

До сих пор детально не исследован вопрос о частотном спектре первоначально монохроматического излучения после распространения в многомасштабной среде с развитой турбулентной структурой при интерферометрическом приёме. На практике такая ситуация может реализовываться при наземном приёме излучения от передатчиков удалённых космических аппаратов [2].

Кроме того, в последнее время в космической радиофизике стали интенсивно развиваться исследования неоднородностей межпланетной плазмы с помощью анализа излучения дискретных космических источников, принимаемого наземными РСДБ (радиоинтерферометрами со сверхдлинной базой) [3–5]. Теоретический расчёт спектрального отклика радиоинтерферометра на излучение космического радиоисточника рассмотрен в [6]. Учитывая важность этой проблемы, необходимо остановиться на вопросе о РСДБ-методе исследования неоднородностей ещё раз.

Ниже теоретически рассмотрен спектр монохроматического и широкополосного излучения при интерферометрическом приёме после распространения в случайно-неоднородной среде с развитой турбулентной структурой.

В. А. Алимов, В. Г. Гавриленко, **Б. Н. Липатов**, М. Б. Нечаева

1. ЧАСТОТНЫЙ СПЕКТР ОТКЛИКА ИНТЕРФЕРОМЕТРА НА МОНОХРОМАТИЧЕСКОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ

Рассмотрим следующую модельную задачу. Пусть плоская монохроматическая волна распространяется вдоль оси z через турбулентную плазму солнечного ветра с крупномасштабными случайными неоднородностями электронной концентрации и принимается в плоскости xy , перпендикулярной направлению распространения, двухэлементным мультипликативным интерферометром с базой $\boldsymbol{\rho}$. На выходе антенн интерферометра принятые сигналы запишем в комплексном виде:

$$E_1(\mathbf{r}, t) = E_0 \exp[\Phi_1(\mathbf{r}, t)], \quad E_2(\mathbf{r}, t) = E_0 \exp[\Phi_2(\mathbf{r} + \boldsymbol{\rho}, t)], \quad (1)$$

где

$$E_0(\mathbf{r}, t) = E_0 \exp(i\omega_0 t), \quad (2)$$

— невозмущённая составляющая поля источника, ω_0 — частота излучённого сигнала, $\mathbf{r}$ — радиус-вектор точки, лежащей в слое неоднородностей,

$$\exp[\Phi_1(\mathbf{r}, t)] = \exp[\chi_1(\mathbf{r}, t) + is_1(\mathbf{r}, t)], \quad \exp[\Phi_2(\mathbf{r}, t)] = \exp[\chi_2(\mathbf{r}, t) + is_2(\mathbf{r}, t)] \quad (3)$$

— флуктуирующие составляющие поля принятого излучения, s_1, s_2 — случайные функции, описывающие флуктуации фазы,

$$\chi_1 = \ln(E_1/E_0), \quad \chi_2 = \ln(E_2/E_0) \quad (4)$$

— флуктуации уровня, E_1, E_2 — амплитуды поля волны, прошедшей через слой неоднородностей, E_0 — амплитуда невозмущённой волны.

После некоторых преобразований в трактах интерферометра [7] сигналы перемножаются между собой с временным сдвигом τ и усредняются. Результат перемножения представляет собой корреляционную функцию, которую в общем виде можно записать следующим образом:

$$\Gamma(\tau) = \langle E_1(\mathbf{r}, t) E_2^*(\mathbf{r} + \boldsymbol{\rho}, t + \tau) \rangle, \quad (5)$$

где индекс звёздочка обозначает комплексное сопряжение. Функция $\Gamma(\tau)$ связана со спектром мощности выходного сигнала интерферометра фурье-преобразованием:

$$Y(\Omega_0) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \Gamma(\tau) \exp(-i\Omega_0 \tau) d\tau. \quad (6)$$

С целью получения информации о среде распространения из выходного сигнала интерферометра была проанализирована корреляционная функция $\Gamma(\tau)$.

Считаем, что фазовые флуктуации собственного излучения источника пренебрежимо малы. Предположим также, что возмущения фазы и уровня, обусловленные средой, имеют нормальное распределение. В этом случае корреляционную функцию запишем в виде

$$\Gamma(\tau) \approx \exp \left\{ \langle [\Phi(\mathbf{r}, t) + \Phi^*(\mathbf{r} + \boldsymbol{\rho}, t + \tau)]^2 \rangle / 2 \right\} = \exp[-D_s(\tau)/2], \quad (7)$$

где

$$D_s(\tau) = -\langle [\chi(\mathbf{r}, t) + is(\mathbf{r}, t) + \chi(\mathbf{r} + \boldsymbol{\rho}, t + \tau) - is(\mathbf{r} + \boldsymbol{\rho}, t + \tau)]^2 \rangle \quad (8)$$

— структурная функция комплексной фазы.

Для описания флуктуаций принятого коротковолнового излучения можно применить метод геометрической оптики [8, 9]. В случае медленного движения среды флуктуации фазы и уровня выражаются следующим образом:

$$s(\mathbf{r}, t) = -A \int_0^Z P(x, y, \xi, t) d\xi, \quad (9)$$

$$\chi(\mathbf{r}, t) = -\frac{1}{2} \frac{c}{\omega_0 n_0} A \int_0^Z (Z - \xi) \Delta_{\perp} P(x, y, \xi, t) d\xi, \quad (10)$$

где $A = -\omega_p^2/(2N\omega_0 c)$, $n_0 = \sqrt{1 - \omega_p^2/\omega_0^2}$ — показатель преломления в солнечной короне, ω_p — электронная плазменная частота, ω_0 — частота приёма, P — случайный параметр, характеризующий свойства среды (флуктуации электронной концентрации), c — скорость света в вакууме, N — среднее значение электронной концентрации, Z — толщина слоя неоднородностей, $\Delta_{\perp} = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2$. Интегралы в (9), (10) берутся вдоль характеристики

$$t' = t - (Z - \xi)/u_0, \quad (11)$$

где u_0 — групповая скорость невозмущённой волны; при распространении излучения в разреженной плазме солнечного ветра $u_0 = c$.

Подставим (9), (10) в выражение (8) для структурной функции D_s . Будем считать, что амплитудные флуктуации малы по сравнению с фазовыми, и пренебрежём корреляцией амплитудных флуктуаций $\langle \chi(\mathbf{r}, t) \chi(\mathbf{r} + \boldsymbol{\rho}, t + \tau) \rangle$.¹ Введём корреляционную функцию параметров среды:

$$B_P(\rho_x, \rho_y, \rho'_z, \tau') = \langle P(x_1, y_1, \xi_1, t'_1) P(x_2, y_2, \xi_2, t'_2) \rangle, \quad (12)$$

где $\rho_x = x_2 - x_1$, $\rho_y = y_2 - y_1$, $\rho'_z = \xi_2 - \xi_1$, $\tau' = t'_2 - t'_1$. Спектральное разложение для B_P запишем в виде

$$B_P(\boldsymbol{\rho}, \tau') = \iint_{-\infty}^{+\infty} \Phi_P(\boldsymbol{\kappa}, \Omega) \exp(i\Omega\tau' - i\boldsymbol{\kappa}\boldsymbol{\rho}) d\boldsymbol{\kappa} d\Omega, \quad (13)$$

где $\Phi_P(\boldsymbol{\kappa}, \Omega)$ — спектральная плотность мощности флуктуаций электронной концентрации.

После некоторых математических преобразований получим выражение для структурной функции D_s в общем виде:

$$D_s(\tau) = 4\pi A^2 Z \iint_{-\infty}^{+\infty} \Phi_P(\boldsymbol{\kappa}_{\perp}, \Omega/u_0, \Omega) [1 - \exp(-i\Omega\tau + i\boldsymbol{\kappa}_{\perp}\boldsymbol{\rho}_{\perp})] d\boldsymbol{\kappa}_{\perp} d\Omega + \\ + i \frac{8\pi^2 c}{n_0 \omega_0} A^2 Z \iint_{-\infty}^{+\infty} \kappa_{\perp}^2 \frac{d\Phi_P(\boldsymbol{\kappa}_{\perp}, \kappa_z, \Omega)}{d\kappa_z} \sin(\Omega\tau - \boldsymbol{\kappa}_{\perp}\boldsymbol{\rho}_{\perp}) d\boldsymbol{\kappa}_{\perp} d\Omega, \quad (14)$$

¹ При вычислении корреляционной функции (5) флуктуаций комплексного поля в среде с крупномасштабными неоднородностями метод геометрической оптики с учётом только фазовых флуктуаций принимаемого излучения, как известно, можно применять и в случае произвольных флуктуаций излучения в среде [8, 10, 12].

где $\kappa_{\perp}(\kappa_x, \kappa_y)$ — поперечный волновой вектор ($\kappa_{\perp} = (\kappa_x^2 + \kappa_y^2)^{1/2}$), $\kappa_z = \Omega/u_0$, $\rho_{\perp}$ — проекция базы на плоскость волнового фронта ($\rho_{\perp} = (\rho_x^2 + \rho_y^2)^{1/2}$).

Функция $\Phi_P(\kappa_{\perp}, \Omega)$ описывает пространственно-временные изменения характеристик среды. В подавляющем числе работ, посвящённых исследованиям солнечного ветра, предполагается, что на расстояниях от Солнца $R > 20R_{\odot}$, где $R_{\odot}$ — радиус Солнца, хорошо выполняется приближение «вмороженности»: считается, что неоднородности движутся с постоянной скоростью, равной скорости солнечного ветра $\mathbf{V}$, по радиальным направлениям от Солнца. Поскольку $V_z \ll u_0$, спектр флуктуаций неоднородностей среды примет вид

$$\Phi_P(\kappa_{\perp}, \Omega) = F(\kappa_{\perp}) \delta(\Omega - \kappa_{\perp} \mathbf{V}_{\perp}), \quad (15)$$

где $F(\kappa_{\perp})$ — пространственная часть спектра, которая описывается степенной функцией в некотором интервале волновых чисел $[\kappa_0, \kappa_m]$:

$$F(\kappa_{\perp}) = 0,033 C_N^2 (\kappa_0^2 + \kappa_{\perp}^2)^{-p/2} \exp(-\kappa_{\perp}^2/\kappa_m^2). \quad (16)$$

Здесь $\kappa_0 = 2\pi/\Lambda_0$, $\kappa_m = 2\pi/l_0$, Λ_0 и l_0 — внешний и внутренний масштабы турбулентности, C_N^2 — структурный коэффициент, определяющий интенсивность флуктуаций [1].

По результатам различных исследований солнечной короны $p = 11/3$ (спектр Колмогорова) на расстояниях от Солнца $R > 20R_{\odot}$ и уменьшается на меньших дистанциях [1]. Как будет показано ниже, эта величина может быть определена по спектральному отклику радиоинтерферометра.

Выражение для структурной функции (14) после перехода к полярным координатам (κ, φ) и интегрирования по φ примет вид

$$\begin{aligned} D_s(\rho_{\perp} - \mathbf{V}_{\perp}\tau) = 8\pi^2 A^2 Z \int_0^{\infty} \kappa F(\kappa) \left[1 - J_0\left(\kappa \sqrt{(\rho_x - V_x\tau)^2 + (\rho_y - V_y\tau)^2}\right) \right] d\kappa + \\ + i \frac{16\pi^3 c}{n_0 \omega_0} A^2 Z \tau V_z \int_0^{\infty} \kappa^3 F(\kappa) J_0\left(\kappa \sqrt{(\rho_x - V_x\tau)^2 + (\rho_y - V_y\tau)^2}\right) d\kappa, \end{aligned} \quad (17)$$

где $J_0(x)$ — функция Бесселя 1-го рода нулевого порядка.

Рассмотрим случай сильных флуктуаций фазы излучения при распространении его в неоднородной среде (средний квадрат флуктуаций комплексной фазы $\overline{s^2} \gg 1$). Без ограничения общности положим в (17) $V_y \equiv 0$ (т. е. $\mathbf{V}_{\perp} = (V_x, 0)$). Далее при вычислении $\Gamma(\tau)$ (см. (7)) разложим в ряд функцию (17) вблизи точки экстремума $\tau = \rho_x/V_x$ и ограничимся первыми членами ряда. В результате несложных преобразований находим

$$\Gamma(\rho_{\perp} - \mathbf{V}_{\perp}\tau) \approx \exp\left[-\frac{D'_s(\rho_y)}{2} - \frac{B_s(\rho_y)}{2} (\rho_x - V_x\tau)^2 + i \Delta\omega \tau\right], \quad (18)$$

где

$$D'_s(\rho_y) = 8\pi^2 A^2 Z \int_0^{\infty} \kappa F(\kappa) [1 - J_0(\kappa \rho_y)] d\kappa, \quad (19)$$

$$B_s(\rho_y) = 4\pi^2 A^2 Z \int_0^{\infty} \kappa^3 F(\kappa) \frac{J_1(\kappa \rho_y)}{\kappa \rho_y} d\kappa, \quad (20)$$

$$\Delta\omega = -\frac{16\pi^3 c}{n_0\omega_0} A^2 Z V_z \int_0^\infty \kappa^3 F(\kappa) J_0(\kappa\rho_y) d\kappa. \quad (21)$$

Искомый спектр мощности принимаемого сигнала в случае сильных флуктуаций описывается выражением (см. (6), (18)):

$$Y(\Omega_0) = \frac{\exp(-D'_s/2)}{V_x \sqrt{2\pi B_s(\rho_y)}} \exp\left[-\frac{1}{2B_s(\rho_y)} \frac{(\Omega_0 - \Delta\omega)^2}{V_x^2}\right] \cos\left(\frac{\rho_x}{V_x} (\Omega_0 - \Delta\omega)\right). \quad (22)$$

Как видно из (22), спектр мощности сигнала является осциллирующей функцией, огибающая которой имеет гауссову форму. Ширина кривой $Y(\Omega_0)$ на уровне половины амплитуды определяется фазовыми флуктуациями. В (18)–(22) присутствуют компоненты, содержащие продольную составляющую скорости солнечного ветра и отвечающие за смещение максимума спектра относительно нуля по оси частот. Это смещение вызвано корреляцией между флуктуациями амплитуды и фазы. В случае, когда $\rho = 0$, т. е. при приёме излучения в одной точке, величина $\Delta\omega$ определяется известным соотношением [9]. В условиях распространения радиоизлучения в околосолнечной неоднородной плазме это смещение пренебрежимо мало.

Заметим, что при $\rho = 0$ эффективный размер неоднородностей комплексного поля излучения связан с характерным масштабом плазменных неоднородностей l следующим образом [12]:

$$l_E = 1/\sqrt{B_s(\rho_y = 0)} = l/\sqrt{s^2}, \quad (23)$$

где

$$l = \left[\int_0^\infty \kappa F(\kappa) d\kappa / \int_0^\infty \kappa^3 F(\kappa) d\kappa \right]^{1/2}, \quad (24)$$

$$\overline{s^2} = 4\pi^2 Z A^2 \int_0^\infty \kappa F(\kappa) d\kappa \quad (25)$$

— средний квадрат флуктуаций комплексной фазы.

Масштаб (24) может существенно изменяться в зависимости от показателя спектра p . Так, расчёты величины l с учётом соотношения (25) показывают, что при $p = 3$ эффективный масштаб $l \approx (\kappa_0 \kappa_m)^{-1/2}$; при $p = 11/3$ $l \approx (\kappa_0/\kappa_m)^{1/6}/(2\kappa_0)$, а при $p = 5$ $l \approx \kappa_0^{-1}$.

Рассмотрим случай слабых флуктуаций фазы ($\overline{s^2} \ll 1$). Разложим в ряд функцию $\Gamma(\tau) \approx \exp[-D_s(\tau)/2]$:

$$\Gamma(\rho_\perp - \mathbf{V}_\perp \tau) \approx 1 - D_s(\rho_\perp - \mathbf{V}_\perp \tau)/2. \quad (26)$$

Тогда спектр будет иметь вид дельта-функции на фоне спадающей степенной функции. Полагая $V_y = 0$, при условии $\Omega_0 \ll \kappa_m V_x$ получим выражение для спектра (6) в виде

$$Y(\Omega_0) = (1 - \overline{s^2}) \delta(\Omega_0) + 8\pi A^2 \frac{Z}{V_x} \cos\left(\frac{\Omega_0 \rho_x}{V_x}\right) \left[\frac{2}{\rho_y} \left(\frac{\Omega_0^2}{V_x^2} + \kappa_0^2 \right) \right]^{(1-p)/2} \frac{\Gamma(1/2) K_{(1-p)/2} \left[\rho_y \sqrt{\Omega_0^2/V_x^2 + \kappa_0^2} \right]}{\Gamma(p/2)}, \quad (27)$$

где $K_{(1-p)/2}(x)$ — функция Макдональда.

В случае, когда ориентация базы интерферометра и скорости солнечного ветра совпадают ($V_y = 0$, $\rho_y = 0$), спектр мощности записывается следующим образом:

$$Y(\Omega_0) = (1 - \overline{s^2}) \delta(\Omega_0) + 8\pi \frac{Z}{V_x} A^2 \cos\left(\frac{\Omega_0 \rho_x}{V_x}\right) \left(\frac{\Omega_0^2}{V_x^2} + \kappa_0^2\right)^{(1-p)/2} \frac{\Gamma(1/2)\Gamma[(p-1)/2]}{\Gamma(p/2)}. \quad (28)$$

Интерес представляет второе слагаемое в (28), которое описывает «крылья» спектра и представляет собой осциллирующую функцию частоты. Частоты, на которых указанное слагаемое обращается в нуль, определяются соотношением

$$\Omega_n = \left(\frac{\pi}{2} + \pi n\right) \frac{V_x}{\rho_x}, \quad (29)$$

где $n = 0, 1, 2, \dots$. Теоретически в этих точках при строгом выполнении гипотезы «вмороженности» возможно определить скорость солнечного ветра. В действительности скорость солнечного ветра не является строго однородной в пространстве. Небольшие регулярные изменения скорости вдоль трассы и её случайные флуктуации вызывают «заплывание» нулей спектра, и определение V_x становится затруднено.

По наклону спектра $Y(\Omega_0)$, в принципе, можно определить показатель пространственного спектра p (при $\Omega_0 \gg V_x/\rho_x$, см. (28)):

$$Y(\Omega_0) \propto \Omega_0^{-p+1}, \quad (30)$$

но практически это сделать невозможно (в отличие от случая одноточечного приёма, при $\rho_x \equiv 0$) из-за малой амплитуды измеряемого спектра в области высоких спектральных частот (см. (28)).

Выражения (22)–(27) справедливы во всей области спектральных частот при условии, что практически весь спектр неоднородностей электронной концентрации, включая и самые мелкомасштабные, участвует в формировании сильных фазовых возмущений проходящего излучения [10]. Однако такая ситуация в условиях естественных сред с многомасштабными пространственными неоднородностями электронной концентрации может иметь место только в исключительных случаях. Наиболее вероятной является ситуация, когда крупные неоднородности среды с характерными масштабами l , большими некоторого пространственного масштаба l_* ($l_0 \ll l_* \ll \Lambda_0$), дают определяющий вклад в сильные фазовые флуктуации проходящего излучения. В то же время мелкомасштабные неоднородности ($l < l_*$) формируют слабый фазовый фон возмущений в проходящем излучении. В рамках такой модели, пространственный спектр флуктуаций электронной концентрации среды (16) можно представить в виде суммы двух слагаемых²: $F(\kappa) = F^{\text{кр}}(\kappa) + F^{\text{мелк}}(\kappa)$ или в следующем виде:

$$F(\kappa) = \begin{cases} F^{\text{кр}}(\kappa) = \frac{C_N^2 \exp(-\kappa^2/\kappa_*^2)}{(\kappa_0^2 + \kappa^2)^{p/2}}, & 0 \leq \kappa < \kappa_*; \\ F^{\text{мелк}}(\kappa) = \frac{C_N^2 [\exp(-\kappa^2/\kappa_m^2) - \exp(-\kappa^2/\kappa_*^2)]}{(\kappa_0^2 + \kappa^2)^{p/2}} \approx \frac{C_N^2 \exp(-\kappa^2/\kappa_m^2)}{|\kappa|^p}, & \kappa_0 < \kappa_* < \kappa. \end{cases} \quad (31)$$

При этом для средних квадратов фазовых флуктуаций справедливы следующие очевидные соотношения (ср. (25)):

$$\overline{s^2} \approx \overline{s^2}_{\text{кр}} + \overline{s^2}_{\text{мелк}}, \quad (32)$$

² Развиваемый здесь подход, в известной степени, является модификацией метода дифракционных расчётов в многомасштабной среде с широким спектром случайных неоднородностей, предложенного в [11].

где

$$\overline{s^2}_{\text{кр}} = 4\pi^2 A^2 Z \int_0^{\kappa_*} F^{\text{кр}}(\kappa) \kappa d\kappa, \quad \overline{s^2}_{\text{мелк}} = 4\pi^2 A^2 Z \int_{\kappa_*}^{\infty} F^{\text{мелк}}(\kappa) \kappa d\kappa. \quad (33)$$

Далее можно повторить схему расчётов, изложенную выше при получении соотношений (22) и (27). В результате этих несложных вычислений для искомого частотного спектра флуктуаций излучения, принимаемого двухэлементным интерферометром после дифракции в многомасштабной среде, получаем следующее выражение (ср. (22) и (27)):

$$Y(\Omega_0) = Y_{\text{кр}}(\Omega_0) + Y_{\text{мелк}}(\Omega_0) \approx \frac{1 - \overline{s^2}_{\text{мелк}}}{\sqrt{2\pi} \Omega_{\text{хар}}^{\text{кр}}} \exp\left(-\frac{\Omega_0^2}{4\Omega_{\text{хар}}^{\text{кр}2}}\right) \cos\left(\frac{\Omega_0 \rho_x}{V_x}\right) \times \\ \times \exp\left(-\frac{\rho_x^2}{2l_E^{\text{кр}2}}\right) + \frac{\overline{s^2}_{\text{мелк}}}{V_x} \cos\left(\frac{\Omega_0 \rho_x}{V_x}\right) \frac{\int_{\kappa_*}^{\infty} \cos(\kappa_y \rho_y) F^{\text{мелк}}(\Omega_0/V_x, \kappa_y) d\kappa_y}{\int_{\kappa_*}^{\infty} F^{\text{мелк}}(\kappa) \kappa d\kappa}. \quad (34)$$

$$\text{Здесь } l_E^{\text{кр}} = l_{\text{кр}} \sqrt{2} / \sqrt{\overline{s^2}_{\text{кр}}},$$

$$l_{\text{кр}} = \left[\int_0^{\kappa_*} \kappa F^{\text{кр}}(\kappa) d\kappa / \int_0^{\kappa_*} \kappa^3 F^{\text{кр}}(\kappa) d\kappa \right]^{1/2}$$

— характерный размер крупномасштабных плазменных неоднородностей, $\Omega_{\text{хар}}^{\text{кр}} = V_x/l_E^{\text{кр}}$ — эффективная ширина спектральной линии. При выводе соотношения (34) использовалась узкополосность частотного спектра флуктуаций $Y_{\text{кр}}(\Omega_0)$, формируемого крупномасштабными неоднородностями среды, по сравнению с частотным спектром $Y_{\text{мелк}}(\Omega_0)$, обусловленным дифракцией излучения на мелкомасштабных неоднородностях среды. Фактически предполагалось, что эффективная ширина спектра $Y_{\text{кр}}(\Omega_0)$ много меньше эффективной ширины спектра $Y_{\text{мелк}}(\Omega_0)$: $\Omega_{\text{хар}}^{\text{кр}} \ll \Omega_{\text{хар}}^{\text{мелк}}$, что соответствует неравенству $l_E^{\text{кр}} \gg l_0$.

Соотношение (34) можно записать в виде следующей аппроксимации искомого частотного спектра:

$$Y(\Omega_0) \approx \begin{cases} \exp\left(-\frac{\Omega_0^2}{4\Omega_{\text{хар}}^{\text{кр}2}}\right) \cos\left(\frac{\Omega_0 \rho_x}{V_x}\right), & 0 \leq \Omega_0 \leq \Omega_* = \kappa_* V_x; \\ \Omega_0^{-(p-1)} \cos\left(\frac{\Omega_0 \rho_x}{V_x}\right), & \rho_y = 0, \quad \Omega_m = \kappa_m V_x \gg \Omega_0 \gg \Omega_*; \\ \Omega_0^{-(p-1)/2} \cos\left(\frac{\Omega_0 \rho_x}{V_x}\right) K_{(1-p)/2}\left(\frac{\Omega_0 \rho_y}{V_x}\right), & \rho_y \neq 0, \quad \Omega_m = \kappa_m V_x \gg \Omega_0 \gg \Omega_*. \end{cases} \quad (35)$$

Итак, при приёме двухэлементным интерферометром излучения после дифракции в многомасштабной среде с «сильными» крупномасштабными и «слабыми» мелкомасштабными неоднородностями должен наблюдаться частотный спектр с гауссовой формой основной спектральной линии и крыльями в виде спадающей степенной зависимости, вообще говоря, с различными показателями, которые определяются ориентацией базы интерферометра относительно направления дрейфа «вмороженных» неоднородностей среды.

При ослаблении фазовых флуктуаций (в численном эксперименте это достигается уменьшением толщины слоя неоднородностей Z) корреляционная функция меняет свою форму: ширина на уровне половины амплитуды увеличивается, максимум становится более острым.

Как показывают численные расчёты, в области значений параметра Z , когда дисперсия флуктуаций фазы порядка единицы ($\overline{s^2} \sim 1$), корреляционная функция $\Gamma(\tau)$ хорошо аппроксимируется экспоненциальной зависимостью:

$$\Gamma(\tau) \approx \exp(-\gamma |\tau|), \quad (36)$$

где γ — некоторый коэффициент пропорциональности. При этом спектр мощности будет описываться степенной зависимостью — функцией Лоренца:

$$Y(\Omega_0) \approx \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp(-\gamma |\tau|) \exp(-i\Omega_0 \tau) d\tau = \frac{\gamma}{\pi(\gamma^2 + \Omega_0^2)}. \quad (37)$$

2. ОТКЛИК РАДИОИНТЕРФЕРОМЕТРА НА ШИРОКОПОЛОСНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ

Описанный выше метод корреляции принятых сигналов применим только при строгой монохроматичности излучаемых сигналов, когда собственные флуктуации излучения источника пренебрежимо малы, что подразумевает использование искусственных излучателей. Поскольку эксперименты, связанные с использованием космических аппаратов, редки, перспективным в подобных задачах оказываются наблюдения естественных радиоисточников методом РСДБ [3–5].

Основное отличие традиционной для РСДБ процедуры обработки сигналов от методики, рассмотренной выше, состоит в операции перемножения сигналов, которую схематично можно представить в виде [6]

$$\Gamma(\tau) = \langle E(\mathbf{r}, t) E^*(\mathbf{r} + \boldsymbol{\rho}, t) E(\mathbf{r}, t + \tau) E^*(\mathbf{r} + \boldsymbol{\rho}, t + \tau) \rangle. \quad (38)$$

Эта операция позволяет исключить собственные флуктуации источника.

Процедура приёма и обработки сигналов, а также теоретический расчёт спектра мощности сигнала радиоинтерферометра со сверхдлинной базой в экспериментах по зондированию солнечной короны достаточно подробно описаны в работе [6]. Остановимся на некоторых моментах, не освещённых в [6].

В рассматриваемой модельной задаче плоская волна от естественного радиоисточника широкополосного излучения проходит слой толщины Z с крупномасштабными случайными неоднородностями и принимается в плоскости xy , перпендикулярной направлению распространения волны (оси z), двухэлементным мультипликативным интерферометром с базой $\boldsymbol{\rho}_\perp$. Тогда для спектрального отклика РСДБ-системы на приходящее излучение в общем случае можно записать следующее выражение (ср. с [6]):

$$Y_{12}(\Omega_0) \approx \frac{1}{2\pi} \iint_{-\infty}^{+\infty} \Pi(\omega_1 - \omega_0) \Pi(\omega_2 - \omega_0) \Gamma_{I_{12}}(\omega_1, \omega_2, \tau) \exp(-i\Omega_0 \tau) d\omega_1 d\omega_2 d\tau, \quad (39)$$

где

$$\begin{aligned} \Gamma_{I_{12}}(\omega_1, \omega_2, \tau) &= \overline{E_1(\omega_1, t) E_2^*(\omega_1, t) E_1^*(\omega_2, t + \tau) E_2(\omega_2, t + \tau)} \equiv \\ &\equiv \overline{E_{\omega_1}(\mathbf{r}_\perp, t) E_{\omega_1}^*(\mathbf{r}_\perp + \boldsymbol{\rho}_\perp, t) E_{\omega_2}^*(\mathbf{r}_\perp, t + \tau) E_{\omega_2}(\mathbf{r}_\perp + \boldsymbol{\rho}_\perp, t + \tau)}. \end{aligned} \quad (40)$$

Здесь $\Pi(\omega_1 - \omega_0)$ и $\Pi(\omega_2 - \omega_0)$ — нормированные частотные характеристики (по мощности) приёмников интерферометра.

Фактически, $Y_{12}(\Omega_0)$ представляет собой усреднённый по полосе приёма частотный спектр кросскорреляционной функции $\Gamma_{I_{12}}(\omega_1, \omega_2, \tau)$ — функции когерентности четвёртого порядка [12–14] для комплексных полей в разнесённых пунктах приёма.

В случае насыщенных флуктуаций излучения (сильных флуктуаций амплитуды и фазы) после распространения в неоднородной среде, когда когерентная компонента отсутствует ($E_1 \approx 0$, $E_2 \approx 0$), а флуктуации принимаемых полей почти некоррелированы ($\Gamma_{E_1 E_2^*}(\boldsymbol{\rho}_\perp) \approx 0$, см. (5)), из соотношения (40) следует очевидное соотношение (см. также [15])

$$\Gamma_{I_{12}}(\omega_1, \omega_2, \tau) \approx \Gamma_{E_{1\omega_1} E_{1\omega_2}^*}(\tau) \Gamma_{E_{2\omega_1} E_{2\omega_2}^*}(\tau), \quad (41)$$

где $\Gamma_{E_{1\omega_1} E_{2\omega_2}^*}(\tau)$, $\Gamma_{E_{1\omega_1} E_{2\omega_2}^*}(\tau)$ — функции частотно-временной кросскорреляции флуктуаций комплексных полей в измерительных пунктах интерферометра.

Если характер флуктуаций полей в обоих измерительных пунктах идентичен, то

$$Y_{12}(\Omega) \approx \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \int \Pi(\omega_1 - \omega_0) \Pi(\omega_2 - \omega_0) \left| \Gamma_{E_{1\omega_1} E_{1\omega_2}^*}(\tau) \right|^2 \exp(-i\Omega_0 \tau) d\omega_1 d\omega_2 d\tau. \quad (42)$$

Таким образом, при сильных флуктуациях принимаемого излучения частотный спектр отклика интерферометра на полностью некогерентный сигнал в полном соответствии с соотношением Винера—Хинчина будет фурье-преобразованием усреднённого по полосе приёма квадрата модуля частотно-временной кросскорреляционной функции.

В случае дрейфа неоднородностей среды с постоянной скоростью $\mathbf{V}$ («вмороженные» неоднородности) с учётом известного выражения для функции $\Gamma_{E_{1\omega_1} E_{1\omega_2}^*}(\tau)$ при узкополосном приёме ($\Delta f_0 \ll f_0$, где f_0 — средняя частота приёма [13]) из соотношений (39)–(42), в которых положим $\boldsymbol{\rho}_\perp \equiv 0$, для сильных флуктуаций излучения при распространении в неоднородной среде получаем (см. (22)–(25))

$$Y_{12}(\Omega_0) \approx \frac{K}{2\sqrt{2\pi}} \frac{l_E}{V_\perp} \exp\left(-\frac{\Omega_0^2}{\Omega_{\text{эф}}^2}\right), \quad (43)$$

где

$$K \approx \begin{cases} \Delta f_{\text{кор}} / \Delta f_0, & \Delta f_{\text{кор}} \leq \Delta f_0; \\ 1, & \Delta f_{\text{кор}} > \Delta f_0, \end{cases} \quad \Omega_{\text{эф}} = 2\sqrt{2} V_\perp / l_E. \quad (44)$$

Здесь Δf_0 — ширина полосы пропускания приёмника, $\Delta f_{\text{кор}}$ — радиус частотной корреляции флуктуаций принимаемого излучения (в нашем случае $\Delta f_{\text{кор}} \approx f_0 / \sqrt{2s^2}$ [13], $s^2 = 4\pi^2 Z A^2 \int_0^\infty \kappa \times F(\kappa) d\kappa$ — дисперсия флуктуаций фазы).

Из соотношения (43) следует, что в режиме насыщенных мерцаний в случае очень сильных фазовых флуктуаций проходящего сквозь случайно-неоднородную среду излучения ($s^2 \gg 1$) даже при узкополосном приёме возможно (при $\Delta f_{\text{кор}} \ll \Delta f_0 \ll f_0$) значительное ослабление частотного спектра принимаемого некогерентного излучения от точечного источника. При этом спектральный отклик РСДБ-системы (см. (43)) в режиме сильных амплитудных флуктуаций практически идентичен спектру флуктуаций интенсивности принимаемого отдельной антенной излучения. Поэтому можно сказать, что в условиях насыщенных мерцаний спектральный РСДБ-метод практически идентичен известному методу мерцаний [13]. Как и в методе мерцаний, информативность спектральных РСДБ-исследований параметров неоднородностей среды в условиях насыщенных

флуктуаций будет низкой, поскольку измеряемый спектр несёт информацию лишь о некоторой сложной комбинации отдельных интегральных параметров турбулентной среды (см. (22) и (43)).

В случае слабых амплитудных флуктуаций принимаемого излучения основной вклад в спектральный отклик РСДБ-системы будут вносить фазовые искажения излучения в случайно-неоднородной среде. При этом соотношение (40) в рамках модели «вмороженных» неоднородностей (см. выше) при узкополосном приёме ($\Delta f \ll f_0$), как несложно показать, можно записать в следующем приближённом виде (см. также [6, 8]):

$$\Gamma_{I_{12}}(\omega_1, \omega_2, \tau) \approx \exp \left[-\frac{(\omega_1 - \omega_2)^2}{2\omega_0^2} D_s(\rho_\perp) - D_s \right] = \exp \left[-\frac{(\omega_1 - \omega_2)^2}{2\omega_0^2} D_s(\rho_\perp) \right] \times \\ \times \exp \left[-\left(D_s(\rho_\perp) + D_s(\mathbf{V}_\perp \tau) - \frac{1}{2} \left[D_s(\rho_\perp - \mathbf{V}_\perp \tau) + D_s(\rho_\perp + \mathbf{V}_\perp \tau) \right] \right) \right], \quad (45)$$

где D_s — структурная функция фазы принимаемой волны на несущей частоте f_0 . Выражение (45) при $\omega_1 \equiv \omega_2$ соответствует выражению для функции корреляции выходного сигнала интерферометра, полученному в работе [6].

В предельном случае «сильных» фазовых флуктуаций излучения, принимаемого в каждом приёмном пункте, и при большом разнесении приёмных антенн ($D_s(\rho_\perp) \gg 1$ и $\rho_\perp \gg l_0$) из соотношений (39)–(45) находим

$$Y_{12}(\Omega_0) \approx \frac{K}{\sqrt{2\pi}} \frac{1}{V_\perp \sqrt{\left| \partial^2 D_s(\rho'_\perp) / \partial \rho'^2_\perp \right|_{\rho'_\perp=0}}} \exp \left(-\frac{\Omega_0^2}{2 \left| \partial^2 D_s(\rho'_\perp) / \partial \rho'^2_\perp \right|_{\rho'_\perp=0} V_\perp^2} \right), \quad (46)$$

где $V_\perp$ — модуль вектора скорости неоднородностей среды, $\left| \partial^2 D_s(\rho'_\perp) / \partial \rho'^2_\perp \right|_{\rho'_\perp=0}$ — модуль второй производной от структурной функции флуктуаций фазы, параметр K зависит от отношения $\Delta f_{\text{кор}} / \Delta f_0$; в нашем случае (см. (45)) $\Delta f_{\text{кор}} = \sqrt{2} f_0 / \sqrt{D_s(\rho_\perp)}$. Выражение (46) соответствует выражению для спектра мощности выходного сигнала интерферометра в случае сильных фазовых флуктуаций [6] с дополнительным фактором K ослабления широкополосного спектра.

Учитывая приближённое равенство $\left| \partial^2 D_s(\rho'_\perp) / \partial \rho'^2_\perp \right|_{\rho'_\perp=0} \approx 2/l_E^2$ (см., например, [12] и (23)), из соотношения (46) находим, что эффективная полуширина частотного спектра принимаемого излучения равна

$$\Delta \Omega_{\text{эфф}} = 2V_\perp / l_E. \quad (47)$$

Из этого соотношения следует, что в случае слабых амплитудных, но очень сильных фазовых флуктуаций принимаемого излучения по ширине частотного отклика РСДБ-системы при известной скорости дрейфа неоднородностей $V_\perp$ можно оценить лишь эффективный масштаб фазовых флуктуаций излучения в неоднородном слое.

В другом предельном случае «слабых» фазовых флуктуаций ($D_s(\rho_\perp) \ll 1$; при этом средний квадрат фазовых флуктуаций $\overline{s^2}$ может быть большим, $\overline{s^2} \gg 1$) из соотношений (39) и (45) находим

$$Y_{12}(\Omega_0) \approx [1 - D_s(\rho_\perp)] \delta(\Omega_0) + Y_0(\Omega_0). \quad (48)$$

Здесь второе слагаемое описывает форму «крыльев» частотного спектра принимаемого излучения (ср. (30)):

$$Y_0(\Omega_0) = Y_{0\parallel}(\Omega_0) + \cos \left(\frac{\Omega_0 \rho_x}{V_x} \right) Y_{0\perp}(\Omega_0), \quad (49)$$

где

$$Y_{0\parallel} = \frac{4\overline{s^2}}{\int_0^\infty \kappa F(\kappa) d\kappa} \frac{1}{V_x} \int_0^\infty F\left(\frac{\Omega_0}{V_x}, \kappa_y\right) \sin^2\left(\frac{\Omega_0 \rho_x}{2V_x}\right) d\kappa_y \quad (50)$$

— «крылья» спектра принимаемого сигнала, когда база интерферометра ориентирована вдоль направления дрейфа неоднородностей ($\mathbf{V}_\perp = (V_x, 0)$; $\rho_y = 0$),

$$Y_{0\perp} = \frac{4\overline{s^2}}{\int_0^\infty \kappa F(\kappa) d\kappa} \frac{1}{V_x} \int_0^\infty F\left(\frac{\Omega_0}{V_x}, \kappa_y\right) \sin^2\left(\frac{\kappa_y \rho_y}{2}\right) d\kappa_y \quad (51)$$

— «крылья» спектра принимаемого сигнала в случае, когда база интерферометра перпендикулярна скорости дрейфа неоднородностей ($\rho_x = 0$).

Используя соотношения (15)–(16) для пространственного спектра флуктуаций электронной концентрации неоднородностей среды и проводя необходимые преобразования в соотношениях (49)–(51), можно получить различные аппроксимации для сглаженной формы «крыльев» искомого частотного спектра. При преимущественной ориентации базы интерферометра вдоль направления скорости дрейфа неоднородностей среды (при $\rho_y \ll \rho_x$) спектр мощности $Y_{12}(\Omega_0)$ имеет вид (см. (48), (50), а также [8])

$$Y_{12}(\Omega_0) = \delta(\Omega_0) + 8\pi \frac{Z}{V_x} A^2 \left[1 - \cos\left(\frac{\Omega_0 \rho_x}{V_x}\right) \right] \left(\frac{\Omega_0^2}{V_x^2} + \kappa_0^2 \right)^{(-p+1)/2} \frac{\Gamma(1/2) \Gamma[(p-1/2)]}{\Gamma(p/2)}. \quad (52)$$

Итак, при «слабых» ($D_s(\rho_\perp) \ll 1$) фазовых флуктуациях спектр имеет вид дельта-функции на пьедестале, описываемом спадающей функцией. Из (52) следует, что на «крыльях» спектра должны быть осцилляции, определяемые множителем $1 - \cos(\Omega_0 \rho_x / V_x)$ и зависящие только от соотношения скорости солнечного ветра и базы интерферометра, что делает возможным определение скорости переноса неоднородностей на трассе просвечивания.

Введём величину $\Omega_\nu = 2\pi V_x / \rho_x$. «Крыло» спектра $Y(\Omega_0)$, описываемое вторым слагаемым в (52), представлено на рис. 1 в логарифмическом масштабе; по оси абсцисс отложена безразмерная величина $\Omega_* = \Omega_0 / \Omega_\nu$.

На этой кривой можно выделить два характерных участка. Зависимость от частоты описывается аппроксимацией

$$Y_{0\parallel}(\Omega_0) \propto \begin{cases} \Omega_0^{3-p}, & 0 < \Omega_0 < \pi V_x / \rho_x; \\ \Omega_0^{1-p}, & \Omega_0 > \pi V_x / \rho_x. \end{cases} \quad (53)$$

Следовательно, по наклонам кривой можно определить p — показатель пространственного спектра флуктуаций параметров среды.

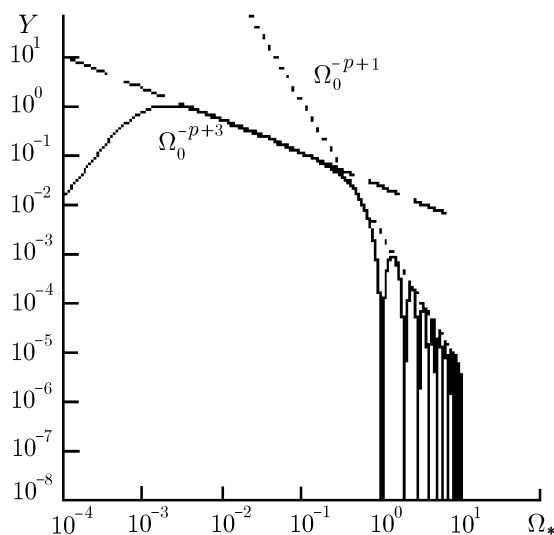


Рис. 1

Аппроксимирующие кривые (53) пересекаются в некоторой точке $\nu_T = \Omega_T/(2\pi) = V_x/(2\rho_x)$, по которой, зная $\rho_\perp$, можно определить скорость солнечного ветра.

Если база интерферометра ориентирована в основном поперёк направления скорости дрейфа неоднородностей ($\rho_y \gg \rho_x$), из соотношения (51) следует

$$Y_{0\perp}(\Omega_0) \propto \begin{cases} \text{const}, & 0 < \Omega_0 < \pi V_x/\rho_y; \\ \Omega_0^{1-p}, & \Omega_0 > \pi V_x/\rho_y. \end{cases} \quad (54)$$

И в этом случае по асимптотической зависимости измеряемого частотного спектра можно определить показатель спектра турбулентности p (при $\nu \gg V_x/(2\rho_y)$), а по характерной частоте в точке перегиба измеряемого спектра ($\nu_T \sim V_x/(2\rho_y)$) можно определить скорость солнечного ветра.

В общем случае (при $\rho_y \approx \rho_x$) из-за сложного поведения частотного спектра (49) определение параметров неоднородностей солнечного ветра интерферометрическим методом затруднительно.

Таким образом, в случае слабых амплитудных и «слабых» фазовых ($D_s(\rho_\perp) \ll 1$) флуктуаций принимаемого излучения спектральный отклик РСДБ-системы должен иметь вид дельта-функции для основной линии частотного спектра и пьедестала в форме ломаной линии для «крыльев» спектра. При известной геометрии эксперимента по спектральной частоте излома в спектре ($\nu_T \sim V_x/(2\rho_{x,y})$) можно определить скорость дрейфа «вмороженных» неоднородностей среды, а по наклону частотного спектра (при $\nu_0 \gg \nu_T$) — показатель спектра неоднородностей электронной концентрации. При этом в отличие от метода слабых амплитудных мерцаний, в котором определяется скорость дрейфа и показатель спектра флуктуаций электронной концентрации плазменных неоднородностей межпланетной плазмы с размерами от десятков до сотен километров [1, 13, 16], в нашем случае речь идёт об измерении скоростей дрейфа и показателей спектра неоднородностей электронной концентрации межпланетной плазмы с масштабами, равными проекциям баз РСДБ, т. е. плазменных неоднородностей с размерами от сотен до тысяч километров.

В заключение заметим, что выше везде речь шла о частотных спектрах точечных источников излучения. Следуя [17, 18], полученные результаты несложно обобщить на случай внеземных дискретных радиоисточников с конечными угловыми размерами. При этом в наиболее интересном с точки зрения потенциальных возможностей исследования турбулентной структуры неоднородной межпланетной плазмы случае слабых амплитудных флуктуаций принимаемого излучения полученные результаты принципиально не меняются.

Таким образом, спектральный РСДБ-метод исследования неоднородностей межпланетной плазмы, фактически, сводится к изучению спектрального отклика РСДБ-системы на фазовые искажения, вносимые неоднородностями электронной концентрации межпланетной плазмы в приходящее широкополосное излучение от внеземных дискретных радиоисточников. Измеряемый частотный спектр несёт информацию о скоростях дрейфа и показателях спектра межпланетных плазменных неоднородностей в области масштабов от сотен до тысяч километров.

3. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Теоретический анализ формы частотного спектра при интерферометрическом приёме излучения после распространения в среде с развитой турбулентной структурой приводит к следующим выводам.

При приёме излучения двухэлементным интерферометром после дифракции монохроматической волны в многомасштабной среде с «сильными» крупномасштабными и «слабыми» мелкомасштабными неоднородностями должен наблюдаться частотный спектр с гауссовой формой основной спектральной линии и «крыльями», спадающими по степенному закону с разными по-

казателями в зависимости от ориентации базы интерферометра относительно направления упорядоченного дрейфа «вмороженных» неоднородностей среды.

Спектральный РСДБ-метод исследования неоднородностей межпланетной плазмы, фактически, сводится к изучению спектрального отклика РСДБ-системы на фазовые искажения, вносимые неоднородностями электронной концентрации межпланетной плазмы в приходящее широкополосное излучение от внеземных дискретных радиоисточников. При этом в условиях слабых амплитудных флуктуаций принимаемого излучения интерферометр играет роль своеобразного френелевского фильтра для фазовых флуктуаций принимаемого излучения. Измеряемый частотный спектр несёт информацию о скоростях дрейфа и показателях спектра межпланетных плазменных неоднородностей с масштабами от сотен до тысяч километров.

Работа поддержана РФФИ (грант № 02-02-39023 ГФЕН).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Яковлев О. И. Космическая радиофизика. М.: Наука, 1998. 432 с.
2. Якубов В. П. Доплеровская сверхбольшебазовая интерферометрия. Томск: Изд-во «Водолей», 1997. 246 с.
3. Алтунин В. И., Дементьев А. Ф., Липатов Б. Н. и др. // Известия вузов. Радиофизика. 2000. Т. 43, № 3. С. 197.
4. Spangler S. R., Sakurai T. // Astrophys. J. 1995. V. 445. P. 999.
5. Spangler S. R., Kavars D. W., Kortenkamp P. S., et al. // Astron. Astrophys. 2002. V. 384. P. 654.
6. Гавриленко В. Г., Липатов Б. Н., Нечаева М. Б. // Известия вузов. Радиофизика. 2002. Т. 45, № 6. С. 459.
7. Томпсон Р., Моран Дж., Свенсон Дж. Интерферометрия и синтез в радиоастрономии: Пер. с англ. М.: Мир, 1989. 568 с.
8. Татарский В. И. Распространение волн в турбулентной атмосфере. М., 1967. 548 с.
9. Гавриленко В. Г., Степанов Н. С. // Изв. вузов. Радиофизика. 1987. Т. 30, № 1. С. 3.
10. Разманов В. М., Ефимов А. И., Яковлев О. И. // Изв. вузов. Радиофизика. 1979. Т. 22, № 9. С. 1051.
11. Виноградов А. Г., Кравцов Ю. А. // Изв. вузов. Радиофизика. 1973. Т. 16, № 7. С. 1055.
12. Рытов С. М., Кравцов Ю. А., Татарский В. И. Введение в статистическую радиофизику. Ч. 2. Случайные поля. М., 1978. 464 с.
13. Гершман Б. Н., Ерухимов Л. М., Яшин Ю. Я. Волновые явления в ионосфере и космической плазме. М.: Наука, 1984.
14. Исимару А. Распространение и рассеяние волн в случайно-неоднородных средах. Т. 2. М.: Мир, 1981.
15. Алимов В. А., Токарев Ю. В. // Изв. вузов. Радиофизика. 2001. Т. 44, № 7. С. 555.
16. Власов В. И., Чашей И. В., Шишов В. И., Шишова Т. Д. // Геомагнетизм и аэрономия. 1979. Т. 19, № 3. С. 401.
17. Шишов В. И., Малофеев В. М., Пынзарь А. В., Смирнова Т. В. // Астрон. журнал. 1995. Т. 72, № 4. С. 485.
18. Алимов В. А., Рахлин А. В. // Изв. вузов. Радиофизика. 1996. Т. 40, № 5. С. 586.

Научно-исследовательский радиофизический институт,
г. Нижний Новгород, Россия

Поступила в редакцию
22 апреля 2003 г.

FORM OF THE FREQUENCY SPECTRUM OF FLUCTUATING RADIATION IN THE CASE OF INTERFEROMETRIC RECEPTION DURING EXPERIMENTS ON RADIO RAYING OF THE SOLAR CORONA

V. A. Alimov, V. G. Gavrilenko, B. N. Lipatov, and M. B. Nechaeva

We study theoretically the profile of a spectral line of radiation which is received by an interferometer after propagation through a medium with developed turbulent structure. We derive a formula describing the resulting frequency spectrum of an initially monochromatic radiation after its propagation through a multi-scale medium with “strong” large-scale and “weak” small-scale irregularities. It is shown that the frequency spectrum observed in this case should comprise the main spectral line with Gaussian profile and the power-law “wings.” The power-law index of the wings depends on the orientation on the interferometer baseline with respect to the direction of regular drift of “frozen-in” irregularities of the medium. We analyze distortions of the spectral response of a very long baseline interferometer due to the effect of large-scale irregularities of a medium with developed turbulent structure on the wideband emission from extraterrestrial discrete radio sources. It is shown that if the amplitude fluctuations of the received radiation are weak, then the measured frequency spectrum contains information on the drift velocity and the index of spatial spectrum of interplanetary plasma irregularities with scales from hundreds to thousands of kilometers.

УДК 533.95:537.84+537.814

ЭФФЕКТЫ УНИПОЛЯРНОЙ ИНДУКЦИИ В НЕТВЕРДОТЕЛЬНО ВРАЩАЮЩЕМСЯ НЕОДНОРОДНОМ СЛОЕ ИОНОСФЕРЫ НАМАГНИЧЕННОЙ ПЛАНЕТЫ

А. О. Солдаткин, Ю. В. Чугунов

В качестве модели внутренней плазмосферы планеты рассмотрена самосогласованная осесимметричная задача о стационарных конфигурациях плазменной оболочки с неоднородной анизотропной проводимостью вокруг вращающегося намагниченного шара. Компоненты тензора проводимости оболочки считаются известными функциями высоты. Основное внимание уделяется описанию эффекта униполярной индукции в условиях сильно неоднородной анизотропной проводимости. Система уравнений проанализирована в предположении, что скорость движения слабоионизованной плазмы имеет только азимутальную компоненту; найдено частное решение системы с простейшей широтной зависимостью. Распределения угловой скорости вращения оболочки, тока проводимости, возмущения магнитного поля и плотности плазмы рассмотрены для конкретных профилей компонент тензора проводимости, полученных аппроксимацией экспериментальных данных для дневной и ночной атмосферы Земли в интервале высот $70\div 160$ км. Получено решение в виде нетвердотельно вращающегося узкого слоя оболочки, в котором сосредоточены ток проводимости и возмущения магнитного поля. Рассмотренная модельная задача применяется для интерпретации явлений в атмосфере Земли.

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время существует множество моделей планетарных плазмосфер (см., например, обзор [1]). В то же время почти все из них полуэмпирические [2]. С другой стороны, в моделях обычно рассматриваются высоты, превышающие планетарный радиус, где в фокусе внимания, главным образом, оказываются вопросы взаимодействия плазменной оболочки с солнечным ветром. Поэтому очень актуальной является задача построения самосогласованной модели внутренней магнитосферы, как области плазменной оболочки планеты, не подверженной существенному влиянию со стороны солнечного ветра.

В качестве такой модели в [3] впервые была рассмотрена самосогласованная осесимметричная задача о стационарном вращении плазменной оболочки совместно с намагниченным шаром. В частности, были найдены плазменные конфигурации, дифференциально вращающиеся в дипольном магнитном поле. В дальнейшем происходило развитие теории вращающихся плазмосфер астрофизических объектов.¹ В нерелятивистских моделях [6–12], которые в работах [9, 10, 12] названы планетарным электрическим генератором, важную роль играет дифференциальность вращения плазменной оболочки (т. е. зависимость угловой скорости от координат), приводящая к ряду явлений, которые могут быть важны при рассмотрении структуры плазмосфер намагниченных планет и других объектов. Это, прежде всего, электродинамические явления, связанные с генерацией электрических полей, токов и возмущений магнитного поля, а также магнитогидродинамические явления, ответственные за установление квазистационарных распределений поля скоростей вращения ионизованной среды, распределений концентрации частиц, температуры и других параметров плазменных оболочек. Возможная неоднородность распределения угловой скорости среды и её температуры, существование токовых структур, а также анизотропия проводимости являются причиной большого разнообразия и сложности происходящих в таких системах процессов.

¹ В плазмосферах нейтронных звёзд, как показано в [4, 5], основополагающую роль в со-вращении плазменной оболочки играет тот факт, что на некоторой силовой линии магнитного поля скорость вращения оболочки достигает скорости света.

А. О. Солдаткин, Ю. В. Чугунов

181

Несмотря на то, что в работах [6–12] в основном обсуждался способ вычисления плотности тока по заданному полю скоростей оболочки (несамосогласованное описание), а проводимость предполагалась изотропной, было установлено, что эффект униполярной индукции [13, 14] должен играть важную роль в динамике системы вращающаяся намагниченная планета—плазменная оболочка, в частности в динамике ионосферы Земли. Попытка самосогласованного описания эффекта униполярной индукции при учёте анизотропии проводимости была предпринята в работах [15, 16], где рассмотрена самосогласованная осесимметричная задача о стационарном вращении слабоионизованной плазменной оболочки с однородной анизотропной проводимостью вокруг намагниченного шара. Соответствующая система электродинамических и магнитогидродинамических уравнений была проанализирована в предположении, что массовая скорость движения среды имеет только азимутальную компоненту. Для определённой модели проводимости слабоионизованного газа был найден класс решений задачи, описывающих возможные осесимметричные конфигурации вращающейся оболочки (распределения угловой скорости вращения оболочки, её плотности, токовых систем и возмущений магнитного поля в зависимости от высоты и азимутального угла).

Основным недостатком модели, рассмотренной в работах [15, 16], является предположение об однородности проводимости среды, в то время как в реальных системах проводимость, как правило, является резко неоднородной. Учёт неоднородности проводимости позволяет надеяться на более адекватное описание реальных плазмосфер. По существу, рассматриваемая в этой работе задача является обобщением модели, исследованной в работе [15], на случай неоднородной проводимости. В разделе 1 рассматривается постановка задачи о плазменной оболочке вращающегося намагниченного шара с учётом неоднородности и анизотропии проводимости плазмы. В разделе 2 обсуждается возможное упрощение полученной самосогласованной системы уравнений, описывающих магнитное поле, ток проводимости, угловую скорость и плотность оболочки. В разделе 3 приводится частное решение системы уравнений с простейшей широтной зависимостью. В разделе 4 обсуждается модель проводимости, в определённой степени соответствующая проводимости атмосферы Земли в интервале высот 70÷160 км. В разделе 5 простейшее частное решение исследуется для модельного тензора проводимости, введённого в разделе 4. Получено решение в виде нетвердотельно вращающегося узкого слоя оболочки, в котором сосредоточены ток проводимости и возмущения магнитного поля. В разделе 6 обсуждается возможность применения полученных результатов к описанию явлений в атмосфере Земли.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ О ПЛАЗМЕННОЙ ОБОЛОЧКЕ ВРАЩАЮЩЕГОСЯ НАМАГНИЧЕННОГО ШАРА

Рассмотрим плазменную оболочку, вращающуюся совместно с намагниченным шаром радиуса R . Для простоты рассмотрим стационарную ($\partial/\partial t = 0$) осесимметричную ($\partial/\partial \varphi = 0$) задачу в предположении, что скорость движения среды $\mathbf{V}$ имеет только азимутальную составляющую и, следовательно, в сферической системе координат (r, Θ, φ) (см. рис. 1) может быть задана угловой скоростью ω :

$$\mathbf{V} = (0, 0, \omega r \sin \Theta).$$

Для описания характеристик плазменной оболочки, а также полей и токов можно использовать уравнения Максвелла и уравнения магнитогидродинамики. Рассматриваемая задача для случая однородной анизотропной проводимости подробно обсуждалась в [15]; здесь будет проведено обобщение задачи с учётом неоднородности проводимости.

Магнитное поле $\mathbf{B}$ удобно описывать вектор-потенциалом $\mathbf{A}$ в калибровке Кулона:

$$\mathbf{B} = \text{rot } \mathbf{A}, \quad \text{div } \mathbf{A} = 0.$$

Азимутальная составляющая плотности тока j_φ оказывается связанной с A_φ соотношением

$$j_\varphi = -\frac{c}{4\pi r} \hat{\Delta}(A_\varphi), \quad (1)$$

где

$$\hat{\Delta} = \frac{\partial^2}{\partial r^2} r + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \Theta} \frac{1}{\sin \Theta} \frac{\partial}{\partial \Theta} \sin \Theta$$

— дифференциальный оператор второго порядка, c — скорость света в вакууме. Используя материальное соотношение Ома для движущейся среды с анизотропной проводимостью [17]

$$\mathbf{j} = \boldsymbol{\Sigma} (\mathbf{E} + [\mathbf{VB}]/c), \quad (2)$$

где $\boldsymbol{\Sigma}$ — тензор проводимости среды, путём алгебраических преобразований можно получить локальную связь электрического поля $\mathbf{E}$ с магнитным полем, плотностью тока проводимости и скоростью среды:

$$\mathbf{E} = \frac{\mathbf{j}}{\tilde{\sigma}_\perp} - \frac{1}{c} [\mathbf{VB}] - \left(1 - \frac{\tilde{\sigma}_\perp}{\sigma_\parallel}\right) \frac{(\mathbf{jB})}{\tilde{\sigma}_\perp B^2} \mathbf{B} - \frac{\sigma_H}{\sigma_\perp \tilde{\sigma}_\perp} \frac{[\mathbf{Bj}]}{B}. \quad (3)$$

Здесь $\sigma_\parallel$, $\sigma_\perp$ и σ_H — продольная, поперечная и холловская проводимости соответственно, которые предполагаются заданными функциями r ,

$$\tilde{\sigma}_\perp = \sigma_\perp + \sigma_H^2/\sigma_\perp$$

— эффективная проводимость Каулинга. В стационарной осесимметричной задаче азимутальная составляющая электрического поля равна нулю, откуда получаем локальную алгебраическую связь

$$j_\varphi = \left(1 - \frac{\tilde{\sigma}_\perp}{\sigma_\parallel}\right) \frac{(\mathbf{jB})}{B^2} B_\varphi + \frac{\sigma_H}{\sigma_\perp} \frac{[\mathbf{Bj}]_\varphi}{B}. \quad (4)$$

Комбинируя уравнения Максвелла, с учётом выражения для электрического поля можно получить уравнение

$$\begin{aligned} \frac{1}{\tilde{\nu}} \frac{\partial(\omega, r A_\varphi \sin \Theta)}{\partial(r, \Theta)} + \hat{\Delta}(B_\varphi) + r (E_\Theta - E_\Theta^d) \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{\tilde{\nu}}\right) - (E_r - E_r^d) \frac{\partial}{\partial \Theta} \left(\frac{1}{\tilde{\nu}}\right) = \\ = \frac{\partial}{\partial \Theta} \left[\left(1 - \frac{\tilde{\sigma}_\perp}{\sigma_\parallel}\right) \frac{(\mathbf{jB})}{B^2} B_r + \frac{\sigma_H}{\sigma_\perp} \frac{[\mathbf{Bj}]_r}{B} \right] - \frac{\partial}{\partial r} \left[\left(1 - \frac{\tilde{\sigma}_\perp}{\sigma_\parallel}\right) r \frac{(\mathbf{jB})}{B^2} B_\Theta + \frac{\sigma_H}{\sigma_\perp} r \frac{[\mathbf{Bj}]_\Theta}{B} \right], \end{aligned} \quad (5)$$

где $\tilde{\nu} = c^2/(4\pi\tilde{\sigma}_\perp)$ — магнитная вязкость,

$$\frac{\partial(U, V)}{\partial(r, \Theta)} = \frac{\partial U}{\partial r} \frac{\partial V}{\partial \Theta} - \frac{\partial U}{\partial \Theta} \frac{\partial V}{\partial r}$$

— якобиан,

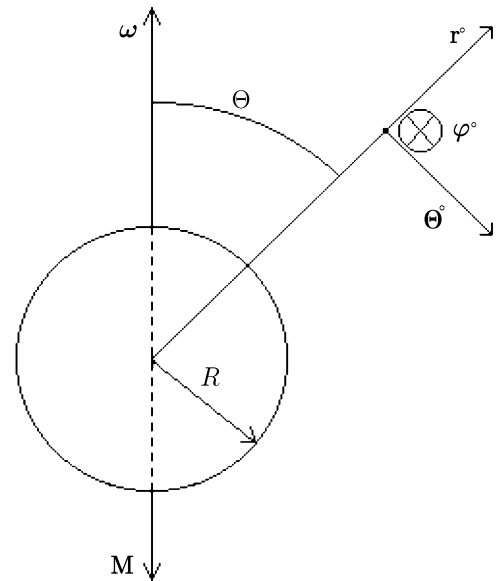


Рис. 1. Геометрия системы

$$\mathbf{E}^d = -[\mathbf{V}\mathbf{B}]/c \quad (6)$$

— униполярное электрическое поле.²

Примем для простоты, что среда состоит из электронов, ионов одного сорта и нейтральных частиц с концентрациями N_e , N_i и N_n соответственно. Предполагая среду слабоионизованной, что подразумевает выполнение условия

$$N_e \ll N_n, \quad N_i \ll N_n, \quad (7)$$

можно считать, что скорости стационарного движения ионизованных компонент мало отличаются от скорости $\mathbf{V}$ нейтральной компоненты:

$$\mathbf{u}_e = \mathbf{V} + \delta\mathbf{V}_e, \quad \mathbf{u}_i = \mathbf{V} + \delta\mathbf{V}_i, \quad \delta V_e \ll V, \quad \delta V_i \ll V, \quad (8)$$

где $\mathbf{u}_e$, $\mathbf{u}_i$ — скорости движения электронной и ионной составляющих среды.

Введём плотность среды ρ и коэффициент вязкости $\eta = \eta_e + \eta_i + \eta_n$ как сумму динамических коэффициентов вязкости составляющих среды. Тогда из уравнений движения для компонент [17] при учёте условия (8) можно получить аналог уравнения Навье—Стокса:

$$\rho(\mathbf{V}\nabla)\mathbf{V} = -\nabla p + \rho\mathbf{g} + \eta\Delta\mathbf{V} + [\mathbf{j}\mathbf{B}]/c + \rho'(\mathbf{E} + [\mathbf{V}\mathbf{B}]/c), \quad (9)$$

где $\rho' = e(N_i - N_e)$ — плотность объёмного заряда, $\mathbf{j} = e(N_i\delta\mathbf{V}_i - N_e\delta\mathbf{V}_e)$ — плотность тока проводимости, e — элементарный заряд, p — давление.³ Уравнение учитывает действие на частицы силы гравитационного притяжения шара, характеризующейся ускорением свободного падения $\mathbf{g}$, и наличие электрического и магнитного полей. Последний член в правой части уравнения (9), связанный с нарушением квазинейтральности в среде, в дальнейшем не будет приниматься во внимание, т. к. он оказывается малым (величина второго порядка малости по отношению V/c) по сравнению с силой Ампера. Центробежное ускорение $(\mathbf{V}\nabla)\mathbf{V}$ для небольших по сравнению с радиусом шара высот несущественно по сравнению с ускорением свободного падения $\mathbf{g}$, поэтому первый член уравнения также может быть опущен. Отметим здесь важность сохранения в уравнении члена $\eta\Delta\mathbf{V}$, который описывает вязкость среды и в рассматриваемой геометрии плазменного течения ортогонален как гравитационной, так и центробежной силе.

Уравнение Навье—Стокса, вообще говоря, необходимо дополнить уравнением состояния и уравнением теплового баланса. На данном этапе, не рассматривая соответствующие искомому плазменному течению тепловые источники, для исключения давления p из системы уравнений будет использовано условие равенства смешанных производных:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial r \partial \Theta} = \frac{\partial^2 p}{\partial \Theta \partial r}, \quad (10)$$

которое справедливо в рамках сделанного предположения об изотропии давления. Это предположение обоснованно при условии слабой ионизованности среды (7), когда изотропия давления

² Использование компонент тензора проводимости для декартовой системы координат с осью z вдоль магнитного поля, как в плоской задаче, оправдано для обсуждаемого в данной статье случая сильно локализованного по радиальному направлению решения, когда масштаб изменения решения вдоль r много меньше радиуса шара, или, другими словами, масштаба изменения магнитного поля. При этом в каждой точке узкого сферического слоя, где локализовано решение, магнитное поле может считаться прямолинейным, причём наклон линий магнитного поля в слое меняется с изменением широты.

³ Уравнение непрерывности (с учётом ионообразования и диссоциации) в предположении (8) для рассматриваемой геометрии плазменного течения выполняется тождественно.

плазмы может поддерживаться за счёт нейтральной компоненты, которая является в данном приближении термостатом.

Поскольку сила гравитационного притяжения имеет только радиальную составляющую, естественно записать плотность в следующем виде:

$$\rho = \rho^{\text{bar}}(r) + \tilde{\rho}(r, \Theta),$$

где $\rho^{\text{bar}}(r)$ представляет собой барометрическое распределение плотности.

Используя условие (10) равенства смешанных производных давления, из радиальной и широтной компонент уравнения (9) легко получить уравнение, которое определяет слагаемое $\tilde{\rho}(r, \Theta)$:

$$\frac{4\pi}{c} r \sin \Theta \frac{\partial(r A_\varphi \sin \Theta, j_\varphi / (r \sin \Theta))}{\partial(r, \Theta)} - \frac{\partial(r \sin \Theta, B_\varphi^2)}{\partial(r, \Theta)} = 4\pi g r \frac{\tilde{\rho}}{\Theta} \sin \Theta. \quad (11)$$

Проекция уравнения (9) на ось φ даёт

$$\frac{\partial(r B_\varphi \sin \Theta, r A_\varphi \sin \Theta)}{\partial(r, \Theta)} + 4\pi \eta r^2 \hat{\Lambda}(\omega r \sin \Theta) \sin^2 \Theta = 0. \quad (12)$$

Систему уравнений (1), (4), (5), (11), (12) можно считать записанной относительно пяти неизвестных функций: j_φ , A_φ , B_φ , ω , $\tilde{\rho}$, т. к. полоидальные компоненты магнитного поля и тока проводимости получаются дифференцированием A_φ и B_φ соответственно, а компоненты электрического поля определяются соотношением (3). Таким образом, данная система является замкнутой и определяет неизвестные характеристики плазменного течения, поля и токи проводимости.

Удобно ввести вместо A_φ величину Φ , имеющую смысл потока магнитного поля через часть сферы радиуса r в интервале полярных углов от 0 до Θ , и величину I , пропорциональную полному току через такую же поверхность:

$$\Phi = 2\pi r A_\varphi \sin \Theta, \quad I = 2r B_\varphi \sin \Theta.$$

Далее будут использоваться нормированные переменные. Нормировочный множитель r_0 для расстояния равен радиусу шара R , множитель ω_0 для угловой скорости — скорости вращения шара Ω_p , множитель B_0 для магнитного поля — модулю магнитного поля на полюсе шара $|B(R, 0)|$, множитель ρ_0 для плотности — плотности среды на некоторой высоте h_1 над поверхностью шара $\rho(h_1)$; остальные нормировочные множители выражаются через вышеперечисленные: $\Phi_0 = \pi r_0^2 B_0$, $I_0 = r_0 B_0$, $j_0 = c B_0 / (4 r_0)$, $E_0 = \omega_0 r_0 B_0 / c$.

2. ЛИНЕАРИЗАЦИЯ И ДАЛЬНЕЙШЕЕ УПРОЩЕНИЕ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ

Построенная система уравнений оказывается очень сложной для анализа, поэтому приходится прибегать к ряду упрощений, ограничивающих общность рассмотрения, но позволяющих получать частные решения задачи.

Линеаризуем систему уравнений, предполагая, что магнитный поток Φ состоит из невозмущённого потока Φ_H , отвечающего собственному магнитному полю шара, и малого возмущения Φ_1 :

$$\Phi = \Phi_H + \Phi_1, \quad \hat{\Lambda}\left(\frac{\Phi_H}{r \sin \Theta}\right) = 0; \quad |\Phi_1| \ll |\Phi_H|, \quad \left|\frac{\partial \Phi_1}{\partial r}\right| \ll \left|\frac{\partial \Phi_H}{\partial r}\right|, \quad \left|\frac{\partial \Phi_1}{\partial \Theta}\right| \ll \left|\frac{\partial \Phi_H}{\partial \Theta}\right|.$$

Также предположим, что величина I , или, другими словами, B_φ , является малым возмущением: квадратичные по I члены и слагаемое $\hat{\Lambda}[I/(r \sin \Theta)]$ в уравнении (5) можно опустить. Также исключим из рассмотрения третье и четвертое слагаемые в левой части уравнения (5), предполагая,

что электрическое поле мало отличается от униполярного (6).⁴ В конечном итоге упрощённая система будет иметь вид

$$j_\varphi = -\frac{1}{2\pi r} \hat{\Lambda} \left(\frac{\Phi_1}{r \sin \Theta} \right), \quad (13)$$

$$\frac{\partial(I, \Phi_H)}{\partial(r, \Theta)} = -\frac{4\pi j_\varphi}{\beta(r)} r^3 \sin^2 \Theta, \quad (14)$$

$$\text{Re}_M(r) \frac{\partial(\omega, \Phi_H)}{\partial(r, \Theta)} = \pi \frac{\partial[\beta(r) j_\varphi / (r \sin \Theta), \Phi_H]}{\partial(r, \Theta)}, \quad (15)$$

$$G \frac{\partial \tilde{\rho}}{\partial \Theta} = 2\pi r^2 \frac{\partial[\Phi_H, j_\varphi / (r \sin \Theta)]}{\partial(r, \Theta)}, \quad (16)$$

$$\frac{\partial(I, \Phi_H)}{\partial(r, \Theta)} + \chi r^2 \hat{\Lambda}(\omega r \sin \Theta) \sin^2 \Theta = 0. \quad (17)$$

Справедливость проведённой линеаризации и сделанных упрощений проверяется подстановкой полученного решения в исходную систему уравнений.

В упрощённую систему уравнений входят неоднородные безразмерные параметры — магнитное число Рейнольдса и параметр анизотропии:

$$\text{Re}_M(r) = 4\pi\omega_0 r_0^2 \tilde{\sigma}_\perp(r)/c^2, \quad \beta(r) = \sigma_H(r)/\sigma_\perp(r),$$

а также постоянные гравитационный параметр и параметр вязкости:

$$G = 16\pi r_0 \rho_0 g_0 / B_0^2, \quad \chi = 16\pi\eta\omega_0 / B_0^2.$$

Гравитационный параметр отражает соотношение плотностей характерной потенциальной энергии среды в гравитационном поле шара и энергии магнитного поля, $g = g_0/r^2$. Параметр вязкости χ пропорционален коэффициенту гидродинамической вязкости и определяет отношение работы силы вязкости за один период вращения к энергии магнитного поля в оболочке. На рассматриваемых высотах этот параметр с хорошей точностью можно считать постоянным.

3. ПРОСТЕЙШЕЕ СИММЕТРИЧНОЕ РЕШЕНИЕ

В случае $\text{Re}_M(r) = \text{const}$, $\beta(r) = \text{const}$ оказывается возможным аналитически найти классы решений системы (13)–(17), обладающих определённой симметрией [15]. В случае, когда магнитное число Рейнольдса и параметр анизотропии зависят от высоты, не удаётся найти интегралы системы уравнений, и нахождение общего решения представляется трудной задачей. С другой стороны, широтная зависимость решения в случае его сильной локализации вдоль радиального направления не должна иметь большого значения, тем более что в постановке задачи не учитывается зависимость проводимости от Θ . Поэтому представляется естественным рассмотреть частное решение с простейшей широтной зависимостью.

Налагая условия

$$\partial\omega/\partial\Theta = 0, \quad \partial(j_\varphi/\sin\Theta)/\partial\Theta = 0, \quad (18)$$

⁴ Полностью пренебречь отличием электрического поля от (6) нельзя, т. к. именно это отличие определяет ток проводимости (2). Однако для обсуждаемого в статье решения указанное упрощение уравнения (5) возможно, что проверяется подстановкой полученного решения в уравнение.

мы выделяем простейшее решение системы из класса симметричных по угловой скорости относительно экватора. С учётом (18) из уравнения (15) можно получить соотношение

$$\frac{\partial \omega}{\partial r} = \pi \frac{\partial j}{\partial r} + \pi \frac{j}{z_\sigma(r)}, \quad (19)$$

где

$$j = \frac{\beta(r) j_\varphi}{\text{Re}_M(r) r \sin \Theta}, \quad \frac{1}{z_\sigma(r)} = \frac{\partial(\ln \text{Re}_M(r))}{\partial r}.$$

Комбинируя уравнения (14) и (17) с учётом (19), можно получить, что плотность азимутального тока выражается через функцию $\tilde{R}(r)$:

$$j_\varphi = \frac{\text{Re}_M(r)}{r \beta(r)} \tilde{R}(r) \sin \Theta, \quad (20)$$

которая в случае $z_\sigma = \text{const}$ определяется из уравнения

$$\frac{d^2 \tilde{R}}{dr^2} + \frac{1}{z_\sigma} \frac{d\tilde{R}}{dr} - \left[\varepsilon^2(r) + \frac{2}{r^2} - \frac{2}{r z_\sigma} \right] \tilde{R} = 0, \quad (21)$$

где

$$\varepsilon^2(r) = \frac{4 \text{Re}_M(r)}{\chi \beta^2(r)}. \quad (22)$$

Определив функцию $\tilde{R}(r)$, можно найти плотность азимутального тока из соотношения (20), а затем и остальные неизвестные величины из уравнений (13)–(16) и (3). Функцию $\tilde{R}(r)$ удобно записать в виде

$$\tilde{R} = f(r) \exp\left(-\frac{r}{2z_\sigma}\right),$$

при этом для функции $f(r)$ получаем уравнение

$$\frac{d^2 f}{dr^2} - \left[\varepsilon^2(r) + \frac{1}{4z_\sigma^2} - \frac{2}{r z_\sigma} + \frac{2}{r^2} \right] f = 0.$$

В дальнейшем будем рассматривать случай

$$\varepsilon \gg 1, \quad |z_\sigma^{-1}| \gg 1,$$

для которого можно записать решение в виде

$$f = \frac{A_1}{\sqrt{\tilde{\varepsilon}}} \exp\left(\int_1^r \tilde{\varepsilon} dr'\right) + \frac{A_2}{\sqrt{\tilde{\varepsilon}}} \exp\left(-\int_1^r \tilde{\varepsilon} dr'\right), \quad \tilde{\varepsilon} = \sqrt{\varepsilon^2(r) + \frac{1}{4z_\sigma^2}},$$

справедливое при условии

$$\frac{1}{\tilde{\varepsilon}} \ll \frac{\tilde{\varepsilon}}{|\partial \tilde{\varepsilon} / \partial r|}. \quad (23)$$

Последнее неравенство означает, что масштаб неоднородности решения, определяемый параметром $\tilde{\varepsilon}$, много меньше масштаба, на котором изменяется этот параметр.

Рассмотрим два противоположных случая. При $\varepsilon \gg |z_\sigma^{-1}|$ выполняется соотношение $\tilde{\varepsilon} \approx \varepsilon$, соответствующая функция $\tilde{R}(r)$ и её производная имеют вид ⁵

$$\tilde{R} = \frac{A_1}{\sqrt{\varepsilon}} \exp\left(\int_1^r \varepsilon dr'\right) + \frac{A_2}{\sqrt{\varepsilon}} \exp\left(-\int_1^r \varepsilon dr'\right), \quad (24)$$

$$\frac{d\tilde{R}}{dr} = \varepsilon \left[\frac{A_1}{\sqrt{\varepsilon}} \exp\left(\int_1^r \varepsilon dr'\right) - \frac{A_2}{\sqrt{\varepsilon}} \exp\left(-\int_1^r \varepsilon dr'\right) \right]. \quad (25)$$

При $\varepsilon \ll |z_\sigma^{-1}|$ справедливо соотношение $\tilde{\varepsilon} \approx (2z_\sigma)^{-1}$, соответствующая функция $\tilde{R}(r)$ и её производная имеют вид

$$\tilde{R} = \sqrt{2z_\sigma} A_1 \exp\left(\int_1^r \varepsilon^2 z_\sigma dr'\right) + \sqrt{2z_\sigma} A_2 \exp\left(-\frac{r}{z_\sigma}\right), \quad (26)$$

$$\frac{d\tilde{R}}{dr} = -\sqrt{\frac{2}{z_\sigma}} \left[A_2 \exp\left(-\frac{r}{z_\sigma}\right) - \varepsilon^2 z_\sigma^2 A_1 \exp\left(\int_1^r \varepsilon^2 z_\sigma dr'\right) \right]. \quad (27)$$

В последнем случае существует два линейно независимых решения: медленно меняющееся и быстро меняющееся с безразмерными приведёнными высотами $|\varepsilon^{-2} z_\sigma^{-1}|$ и $|z_\sigma|$ соответственно. В случае $\varepsilon \gg |z_\sigma^{-1}|$ существуют быстро растущее и быстро спадающее решения с одинаковыми приведёнными высотами $|\varepsilon^{-1}|$.

4. МОДЕЛЬ ПРОВОДИМОСТИ ИОНИЗОВАННОГО ГАЗА

Решение построенной в предыдущем разделе системы уравнений существенно зависит от вида тензора проводимости. В качестве интересного примера, с одной стороны, и с целью попытаться описать явления в атмосфере Земли — с другой, в данной работе рассматриваются две группы модельных зависимостей параметра β и проводимости Каулинга от высоты. Эти группы условий названы «дневными» и «ночными».

В качестве профиля параметра β используется гауссова кривая:

$$\beta = A \exp\left[-\frac{(h - h_C)^2}{2\delta h^2}\right].$$

Здесь и далее высота h над поверхностью планеты (шара) является размерной (выражена в километрах) и связана с безразмерным расстоянием до центра планеты r соотношением

$$h = r_0 (r - 1),$$

где $r_0 = 6400$ км. Параметры кривой в дневных и ночных условиях $h_C = 98,7$ км; $\delta h = 10,3$ км; $A = 19,8$ и $h_C = 103$ км; $\delta h = 13,7$ км; $A = 10,9$ соответственно. Модельная зависимость проводимости Каулинга от высоты задаётся следующим образом:

$$\ln \tilde{\sigma}_\perp = D + \frac{h}{r_0 z_\sigma}.$$

Для дневных условий $D = -13,4$; $z_\sigma = 0,3^{-1}$ при $h < 100$ км и $D = 25$; $z_\sigma = -0,08^{-1}$ при $h > 100$ км. Для ночных условий $D = -22$; $z_\sigma = 0,4^{-1}$ при $h < 100$ км и $D = 28$; $z_\sigma = -0,14^{-1}$

⁵ Здесь и далее пренебрегаем членами второго порядка малости по $\tilde{\varepsilon}^{-1}$.

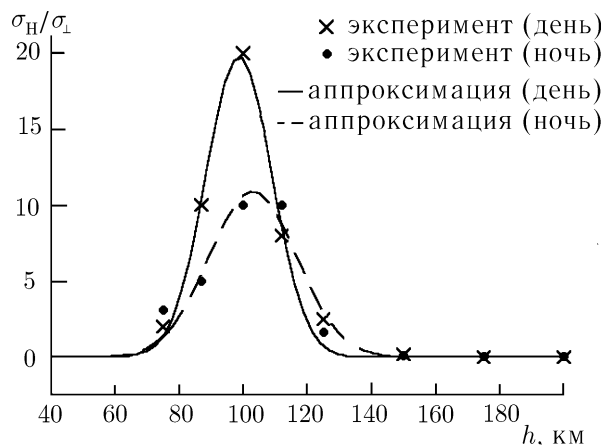


Рис. 2. Экспериментальные данные об отношении проводимости Холла к поперечной проводимости в интервале высот 75÷200 км в дневных и ночных условиях [17] и их аппроксимация гауссовой кривой

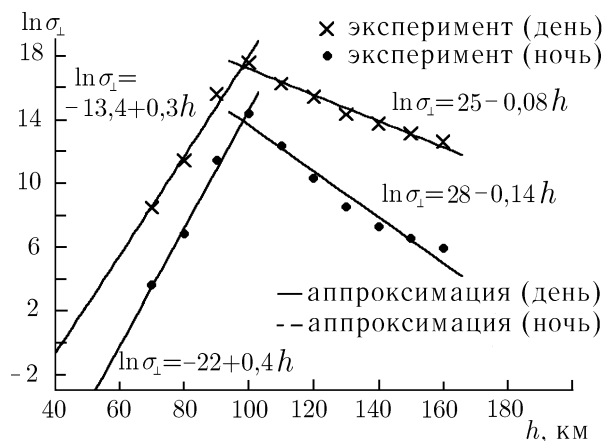


Рис. 3. Экспериментальные данные о логарифме эффективной проводимости Каулинга (в единицах СГС) в интервале высот 70÷160 км в дневных и ночных условиях [17] и их аппроксимация

при $h > 100$ км. На рис. 2 построены модельные кривые $\beta(h)$, а также экспериментальные данные для атмосферы Земли в интервале высот 75÷200 км в дневных и ночных условиях ⁶ [17]. На рис. 3 изображены модельные зависимости логарифма проводимости Каулинга от высоты, а также соответствующие экспериментальные данные в интервале высот 70÷160 км [17].

До определённой степени можно считать модельные профили аппроксимацией экспериментальных данных. Однако постановка задачи и цель исследования является более широкой, чем описание конкретной системы — слоя атмосферы на высотах 70÷160 км. Особенности рассматриваемых модельных зависимостей компонент тензора проводимости и их соотношений, когда и эффективная проводимость Каулинга $\tilde{\sigma}_\perp$, и отношение проводимостей $\sigma_H/\sigma_\perp$ резко падают при удалении от некоторой границы, делают возможным построение решения, локализованного вблизи этой границы. В частности, как будет показано ниже, такие условия могут обуславливать формирование нетвердотельно вращающегося узкого слоя атмосферы.

Таким образом, далее будет рассмотрена модельная задача, в которой зависимости компонент тензора проводимости от высоты определяются выбранными функциями (см. рис. 2 и 3). Эта задача, в частности, может быть приложена (с некоторыми ограничениями) к описанию генерации полей и токов в атмосфере Земли.

5. МОДЕЛЬНОЕ РЕШЕНИЕ: НЕТВЕРДОТЕЛЬНО ВРАЩАЮЩИЙСЯ СЛОЙ

Модельный профиль для параметра неоднородности ϵ легко получить из соотношения (22). Зависимость $\ln \epsilon$ от высоты будет иметь параболический вид:

$$\ln \epsilon = K + (h - h_0)^2 / (\Delta h)^2, \quad (28)$$

где $K = 3,86$; $h_0 = 92$ км; $\Delta h = 16,2$ км для дневных условий и $K = 3,08$; $h_0 = 98,3$ км; $\Delta h = 18,7$ км для ночных условий. Соответствующие графики изображены на рис. 4. Экспериментальные зависимости $\ln \epsilon$ от высоты для дневных и ночных условий также приведены на рис. 4 для сравнения.

⁶ Здесь и далее речь идёт об экспериментальных данных, усреднённых по широте.

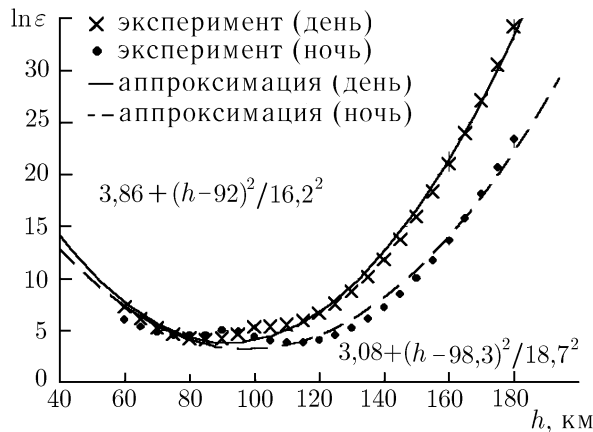


Рис. 4. Экспериментальные данные о логарифме параметра неоднородности ε в интервале высот $60 \div 180$ км в дневных и ночных условиях и их аппроксимация параболой

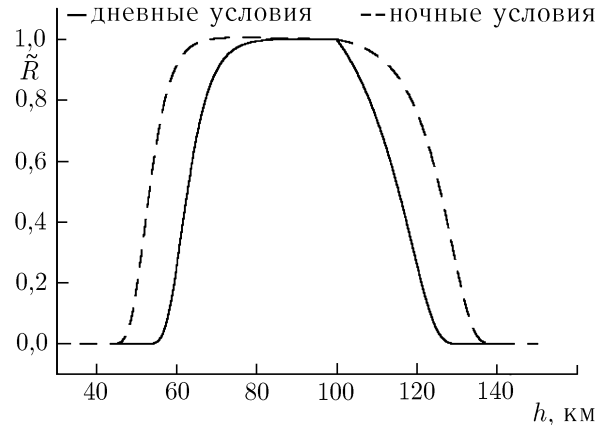


Рис. 5. Нормированная на единицу функция $\tilde{R}$, полученная численным интегрированием уравнения (21), для дневных и ночных условий

Важно, что параметр ε резко растёт при удалении от границы $h = 100$ км, причём выполняется условие (23). Поэтому на достаточно больших (с учётом величины параметра $z_\sigma(r)$) расстояниях от этой границы решение имеет вид (24), причём на меньших высотах естественно выбрать растущее решение ($A_1 = 0$), а на больших — спадающее решение ($A_2 = 0$).

Заметим, что для выбранного профиля $\tilde{\sigma}_\perp$ (см. рис. 3) функция $z_\sigma(r)$ является кусочно-постоянной с разрывом при $h = 100$ км. В этой связи уравнение (21) решается численно отдельно в областях $35 \text{ км} < h < 100 \text{ км}$ и $100 \text{ км} < h < 155 \text{ км}$. Граничные условия в соответствии с тем, что решение вблизи границ $h = 35 \text{ км}$ и $h = 155 \text{ км}$ имеет вид (24), а его производная имеет вид (25), выбираются в виде

$$\begin{aligned} \tilde{R}(35 \text{ км}) &= 1, & \partial \tilde{R} / \partial r|_{35 \text{ км}} &= \varepsilon(35 \text{ км}); \\ \tilde{R}(155 \text{ км}) &= 1, & \partial \tilde{R} / \partial r|_{155 \text{ км}} &= -\varepsilon(155 \text{ км}). \end{aligned}$$

Полученные решения нормируются при $h = 100$ км на единицу и, таким образом, «сшиваются» на этой границе.

Найденные решения $\tilde{R}$ для дневных и ночных условий представлены на рис. 5. Ещё раз отметим, что вследствие того, что параметр ε быстро растёт при удалении от границы $h = 100$ км, оказывается возможным построение локализованного решения, для которого, в частности, выполняются условия

$$\lim_{r \rightarrow 0} j_\varphi = 0, \quad \lim_{r \rightarrow \infty} j_\varphi = 0. \quad (29)$$

По известной функции $\tilde{R}$ можно найти неизвестные величины j_φ , A_φ , B_φ , ω и $\tilde{\rho}$. В качестве невозмущённого магнитного поля шара возьмём дипольное поле, причём для определённости рассмотрим случай, когда магнитный момент $\mathbf{M}$ и вектор угловой скорости вращения оболочки противонаправлены. Тогда невозмущённый магнитный поток имеет вид

$$\Phi_H = -\sin^2(\Theta)/r.$$

Из уравнения (14) определяется величина I , пропорциональная азимутальной составляющей магнитного поля B_φ . Понятно, что для нахождения антисимметричного распределения B_φ необходимо наложить условие

$$B_\varphi(r, 0) = B_\varphi(r, \pi/2) = B_\varphi(r, \pi) = 0, \quad (30)$$

в противном случае необходимо будет вводить замыкающий токовую систему сторонний сосредоточенный радиальный ток, не описываемый в рамках магнитогидродинамики.⁷ С учётом (30) получим

$$B_\varphi = \frac{\pi\chi}{r \sin \Theta} \left\{ \varepsilon^2(r) r^4 \tilde{R}(r) \cos \Theta \pm \int_r^{r/\sin^2 \Theta} \sqrt{1 - \frac{x \sin^2 \Theta}{r}} d[\varepsilon^2(x) x^4 \tilde{R}(x)] \right\}. \quad (31)$$

Здесь и далее знак $\pm$ означает, что верхний знак (+) следует брать для верхней полусферы ($0 < \Theta < \pi/2$), а нижний (–) — для нижней полусферы ($\pi/2 < \Theta < \pi$). Оказывается, что построенное решение B_φ в окрестности полюсов пропорционально $\sin \Theta$; таким образом, удовлетворяется условие $B_\varphi(r, 0) = B_\varphi(r, \pi) = 0$.

Угловая скорость определяется из уравнения (19):

$$\omega = 1 + \pi \frac{\tilde{R}}{r^2} + \pi \int_0^r \frac{\tilde{R}(x) dx}{r^2 z_\sigma(x)}. \quad (32)$$

Естественно потребовать выполнения условия

$$\lim_{r \rightarrow 1} \omega = 1, \quad (33)$$

означающего вращение оболочки на малых высотах с угловой скоростью центрального тела; граничное условие на больших высотах,

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \omega = \omega_\infty, \quad (34)$$

фактически, нормирует функцию $\tilde{R}$.

Поскольку часть плотности плазмы, зависящую только от r , мы учли отдельно в виде барометрического распределения $\rho^{\text{bar}}(r)$, есть основания положить свободную функцию, возникающую при интегрировании по Θ уравнения (16), равной нулю, имея в виду, в том числе, граничное условие

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \tilde{\rho} = 0.$$

Тогда отличие плотности плазмы от барометрического распределения будет иметь вид

$$\tilde{\rho} = \frac{2\pi r}{G} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\text{Re}_M(r)}{r^2 \beta(r)} \tilde{R} \right) \sin^2 \Theta. \quad (35)$$

Возмущение магнитного потока Φ_1 определяется из уравнения (13). Полный поток будет иметь вид

$$\Phi = -\frac{\sin^2 \Theta}{r} \left[1 + \frac{\pi\chi}{2} \int_r^{+\infty} x^2 \left(\int_x^{+\infty} \beta(y) \varepsilon^2(y) \frac{\tilde{R}(y)}{y^2} dy \right) dx \right]. \quad (36)$$

Полученное решение иллюстрируют рис. 6–9. При построении графиков размерных величин для определённости использовались нормировочные множители: $r_0 = R \approx 6,4 \cdot 10^6$ м; $\omega_0 = \Omega_P \approx 7,3 \cdot 10^{-5} \text{ с}^{-1}$; $B_0 \approx 6,0 \cdot 10^{-5}$ Тл; $\rho_0 = \rho(100 \text{ км}) \approx 10^{-6} \text{ кг/м}^3$, отвечающие земным условиям, и значения параметров, соответствующие земной ионосфере:

$$\chi = 2 \cdot 10^{-6}; \quad G = 42\,000; \quad \omega_\infty = 1,4. \quad (37)$$

⁷ Симметричные решения вида $B_\varphi = \hat{I}(\Phi_H)/(2r \sin \Theta)$, где $\hat{I}(\Phi_H)$ — произвольная функция, очевидно, являются решениями уравнения (14), но не рассматриваются здесь из соображения простоты.

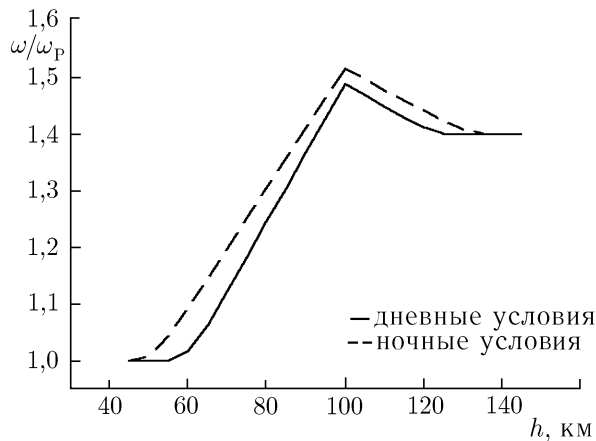


Рис. 6. Профили угловой скорости вращения среды ω , вычисленные для дневных и ночных условий

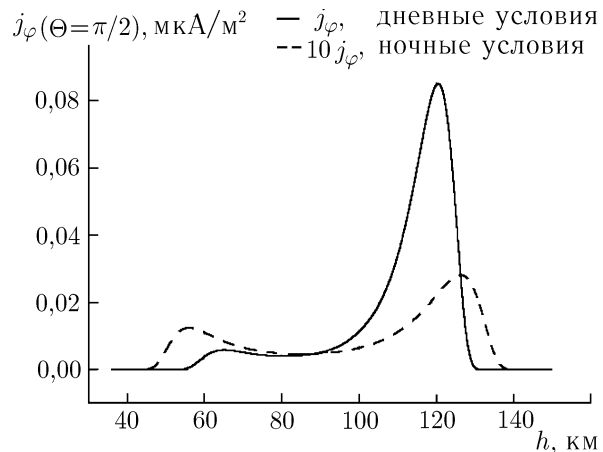


Рис. 7. Профили азимутальной части плотности тока проводимости при $\Theta = \pi/2$, вычисленные для дневных и ночных условий

На рис. 6 изображены сферически симметричные распределения угловой скорости вращения оболочки. Параметр ω_∞ , нормирующий функцию $\tilde{R}$, разумно выбрать одинаковым для дневных и ночных условий. При этом оказывается, что соответствующие профили угловой скорости близки: при $h < 40$ км вращение твердотельно (угловая скорость совпадает со скоростью вращения центрального тела Ω_p); при $40 \text{ км} < h < 100$ км угловая скорость растёт с высотой, имеет место супервращение; при $100 \text{ км} < h < 140$ км угловая скорость спадает с высотой; при $h > 140$ км имеет место твердотельное вращение с угловой скоростью $\omega_\infty \neq \Omega_p$. Отметим, что недифференцируемость функции $\omega(h)$ при $h = 100$ км связана с особенностью выбранных профилей проводимости Каулинга, также имеющих излом в этой точке.

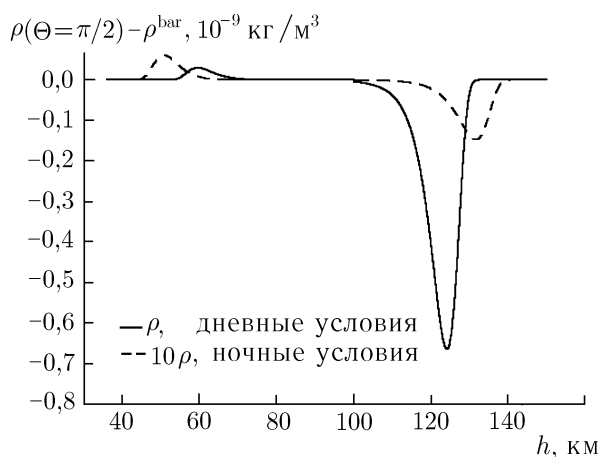


Рис. 8. Отличие плотности среды от барометрического распределения при $\Theta = \pi/2$, вычисленное для дневных и ночных условий

на высотах больше 100 км это отклонение оказывается меньше нуля, т. е. имеет место разрежение плазмы вследствие действия на среду сил Ампера и вязкости. Ясно, что для непротиворечивости этого результата необходимо, чтобы

$$|\rho(\Theta = \pi/2) - \rho^{\text{bar}}|/\rho^{\text{bar}} < 1. \quad (39)$$

На рис. 7 изображены профили азимутальной составляющей плотности тока проводимости при $\Theta = \pi/2$. Направление азимутального тока совпадает с направлением скорости $\mathbf{V}$. В отличие от угловой скорости, азимутальная плотность тока днём и ночью существенно различна: в ночных условиях азимутальный ток много слабее, чем в дневных условиях. Вычисление полного азимутального тока в системе:

$$I_\varphi^{\text{sum}} = \int_1^\infty dr \int_0^\pi r j_\varphi d\Theta, \quad (38)$$

даёт 20 кА в дневных условиях и 1 кА в ночных условиях.

На рис. 8 построены графики высотной зависимости отклонения плотности среды от барометрического распределения при $\Theta = \pi/2$. На

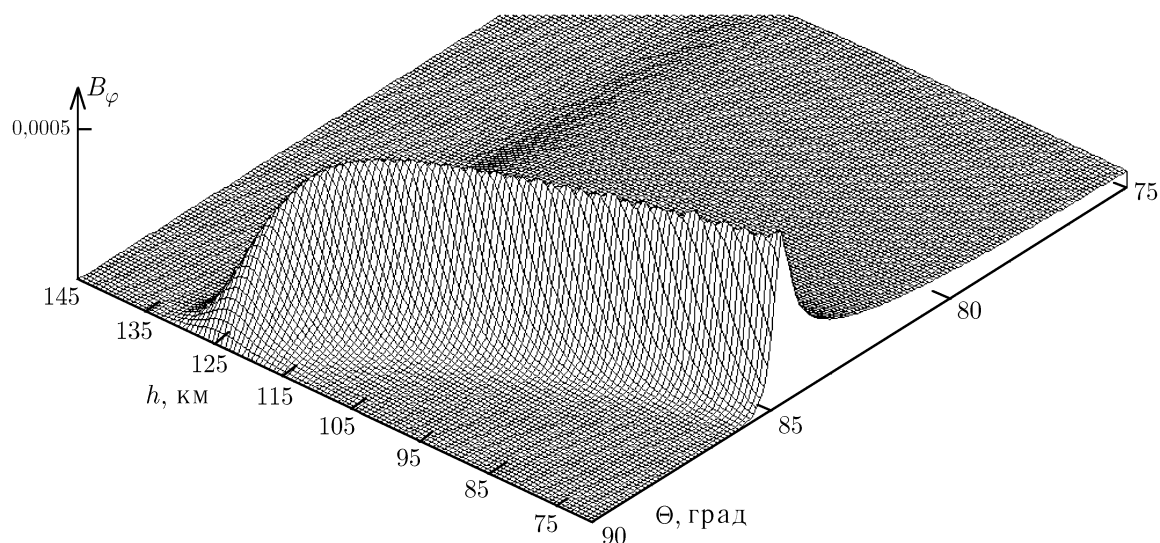


Рис. 9. Азимутальная составляющая магнитного поля в зависимости от высоты и полярного угла, вычисленная для дневных условий

Заметим, что возмущение барометрического распределения в ночных условиях значительно слабее, чем в дневных условиях.

На рис. 9 изображена зависимость азимутальной компоненты магнитного поля от координат в дневных условиях. Зависимость построена при $h > 70$ км, т. к. при дальнейшем анализе меньшие высоты не будут рассматриваться. Можно видеть, что имеет место локализация азимутальной части магнитного поля вблизи экваториальной области. В ночных условиях азимутальная составляющая магнитного поля при $h > 70$ км отсутствует (величина B_φ на этих высотах не превышает 10^{-10} от максимального значения B_φ в дневных условиях). По виду азимутальной компоненты магнитного поля легко представить топологию меридионального тока проводимости. В ночных условиях, очевидно, меридиональный ток отсутствует. В дневных условиях меридиональная токовая система в каждой полусфере представляет собой сильно локализованную по высоте токовую петлю, направление протекания тока в которой в верхней полусфере совпадает с направлением вращения часовой стрелки. Локализация азимутальной компоненты магнитного поля вблизи экваториальной плоскости взаимосвязана с тем, что в экваториальной области протекает интенсивный квазирадиальный ток, замыкающий токовые петли в полусферах. Подобное поведение обусловлено двумя обстоятельствами. С одной стороны, в рассматриваемом случае сильной анизотропии проводимости ($\beta \gg 1$), когда продольная проводимость значительно превосходит поперечную и холловскую, ток должен течь вдоль магнитного поля. С другой стороны, в данной системе протекание тока вдоль линии магнитного поля в экваториальной области невозможно в силу симметрии задачи: токовые петли верхней и нижней полусфер должны замкнуться в экваториальной области. Эти два обстоятельства приводят к сгущению линий тока в приэкваториальной области, где ток течёт перпендикулярно линиям магнитного поля. На основе вышеприведённых рассуждений в работе [4] авторами было сделано предположение, что генерацию электрических полей и токов в системе с анизотропной проводимостью плазменной оболочки можно описывать на качественном уровне, используя изотропный профиль проводимости, соответствующий поперечной проводимости в реальной анизотропной оболочке, т. к. именно поперечная проводимость среды обеспечивает замыкание токовых петель. Можно считать, что проведённый анализ решения для случая сильно анизотропной проводимости среды в некоторой степени подтверждает обоснованность этого предположения. Этот вывод был сделан в работе [15],

в которой рассматриваемая модель анализировалась для случая однородной проводимости, и сейчас подтверждается в случае неоднородной проводимости среды.

Если обратиться к выражению (36), видно, что топология линий полоидальной компоненты возмущения магнитного поля не отличается от топологии линий невозмущённого дипольного поля с той разницей, что возмущение сильно локализовано по радиальному направлению вблизи границы $h = 100$ км.

На высотах $h > 140$ км вращение происходит с постоянной угловой скоростью. Важно заметить, что это не предполагает бесконечно больших скоростей среды при $r \rightarrow \infty$. Во-первых, соответствующая плотность кинетической энергии $\rho\omega^2 r^2/2$ спадает с высотой к нулю экспоненциальным образом, так что на значительных высотах не остаётся частиц, поэтому модель с заданными профилями параметров можно считать непротиворечивой. С другой стороны, данная модель не предполагает рассмотрения слишком больших высот (в частности, это ясно из того, что центробежная сила не принималась во внимание). На значительных высотах необходимо рассматривать другую модель в принципиально других условиях, а соответствующее решение, выбранное с учётом $\lim_{r \rightarrow \infty} \omega = 0$, «сшить» на некоторой границе $h = h_{\text{up}}$ с полученным в этой работе. При этом должны быть выполнены граничное условие на угловую скорость

$$\omega(h_{\text{up}} + 0) = \omega_{\infty}$$

и стандартные условия непрерывности соответствующих компонент магнитного поля, плотности тока и электрического поля.

На малых высотах $h < 70$ км также необходимо решать другую задачу, считая проводимость изотропной. При этом важным граничным условием на нижней границе $h = h_{\text{down}}$ будет

$$B_{\varphi}(h_{\text{down}} - 0) = 0,$$

так что вдоль границы $h = h_{\text{down}}$ будет протекать сосредоточенный ток, замыкающий токовую систему.

Здесь уместно отметить, что нет необходимости учитывать взаимодействие плазменной оболочки с центральным телом, если считать, что проводимость центрального тела σ_S много меньше проводимости рассматриваемого слоя оболочки: поправки к решению, обусловленные токовой системой в шаре, должны быть пропорциональны отношению проводимостей шара и оболочки.

6. ПРИЛОЖЕНИЕ МОДЕЛЬНОЙ ЗАДАЧИ К ОПИСАНИЮ ЗЕМНОЙ АТМОСФЕРЫ

Выше было получено частное решение самосогласованной системы уравнений, описывающих стационарные осесимметричные конфигурации плазменной оболочки с анизотропной проводимостью в поле вращающегося намагниченного шара. Функция $\tilde{R}$, через которую выражаются все неизвестные величины, была получена для конкретного модельного тензора проводимости, который в интервале высот $70 \div 160$ км может считаться аппроксимацией экспериментальных данных. В этом разделе будет рассмотрена возможность применения результатов анализа обсуждаемой модели для описания ряда явлений в земной атмосфере на высотах порядка 100 км.

Прежде всего, необходимо сделать следующие три замечания. Во-первых, описание реальной плазмосферы с помощью рассматриваемой модели стационарного со-вращения намагниченного шара и плазменной оболочки нельзя понимать как буквальное соотнесение расчётных результатов и экспериментальных данных. Реальные системы принципиально неоднородны и нестационарны, они находятся под воздействием множества факторов, не включённых в рассматриваемую

модель. В то же время анализ значительно упрощённых моделей часто позволяет выявить закономерности, получить некоторые усреднённые значения параметров и качественно объяснить физические эффекты глобального характера. Не претендуя на детальное соответствие экспериментальным данным, авторы считают, что полученные решения могут служить основой для понимания ряда актуальных проблем в физике плазмосфер намагниченных планет, и в этом свете рассматривают соответствие расчётов экспериментальным данным.

Второе замечание касается приближения стационарности, которое, по-видимому, не должно приводить к принципиальным ошибкам в описании рассматриваемых в этом разделе плазмосферных явлений. При изменении освещённости оболочки в процессе вращения, по существу, изменяются локальные электродинамические и термодинамические параметры, в первую очередь, проводимость плазменной оболочки. Рассмотрение стационарной модели отдельно в дневных и ночных условиях должно давать представление о процессах, возможных в разное время в данной области долгот. Таким образом, данные расчёты можно применять только для качественной интерпретации реальных явлений, что и будет сделано ниже.

Третье замечание касается соответствия экспериментальных данных, отмеченных на рис. 2–4 крестиками и кружками, и изображенных на тех же рисунках модельных зависимостей параметров от высоты. Ясно, что в силу того, что экспериментальные данные имеются для $h = 70 \div 160$ км, при интерпретации явлений в атмосфере Земли нужно использовать только результаты, относящиеся к указанному интервалу высот.

Для земных условий, которым соответствуют параметры (37) и использованные профили проводимости Каулинга и отношения проводимости Холла к поперечной проводимости, можно получить нормировочные множители: $\Phi_0 \approx 8,0 \cdot 10^9$ Тл·м²; $I_0 \approx 4,0 \cdot 10^2$ Тл·м; $j_0 \approx 2,4 \cdot 10^{-5}$ А/м²; $E_0 \approx 3 \cdot 10^{-2}$ В/м, а также амплитуды в дневных (ночных) условиях меридионального возмущения магнитного поля: 4 нТл (0,1 нТл), азимутальной составляющей магнитного поля: 0,04 мкТл (в ночных условиях отсутствует), плотности меридионального тока: 0,3 нА/м² (в ночных условиях отсутствует), плотности азимутального тока: 80 нА/м² (3 нА/м²), отклонения $\tilde{\rho}$ плотности среды от барометрического распределения: $7 \cdot 10^{-10}$ кг/м³ ($1 \cdot 10^{-10}$ кг/м³), что составляет 7 % (1 %) от полной плотности среды на соответствующей максимуму высоте. Суммарный ток, протекающий в азимутальной струе, составляет 20 кА в дневных условиях и 1 кА ночью.

Если формально подходить к вопросу применимости полученного решения, можно сказать, что подстановка полученного решения (20), (31), (32), (35), (36) в исходную систему (1), (4), (5), (11), (12) показывает, что упрощения и линеаризация системы были правомерными для рассматриваемых значений параметров (37). Отметим, что основными условиями, делающими возможным проведённые упрощения, являются сильная анизотропия проводимости и достаточно слабая вязкость среды. Помимо этого существенно, что топология меридиональной части возмущения магнитного поля подобна топологии невозмущённого дипольного поля, поэтому условие малости возмущения магнитного поля не нарушается в экваториальной области, где радиальная составляющая невозмущённого поля обращается в нуль. Другим важным обстоятельством является тот факт, что при постановке задачи существенной была слабая ионизованность среды. Поскольку на высотах порядка 100 км степень ионизации не превышает 10^{-8} , требование слабой ионизованности и основанные на нём предположения об изотропии давления и малости отличия скоростей компонент плазмы хорошо выполняются. Таким образом, найденное решение может применяться для описания генерации полей и токов в атмосфере Земли с учётом указанных выше ограничений.

Рассмотрим наиболее важные результаты, полученные в процессе анализа задачи.

1) Получено решение исходной системы уравнений, локализованное в узком ионосферном слое в интервале высот $60 \div 140$ км. Причина локализации состоит в особенности распределения компонент тензора проводимости по высоте: проводимость Холла и эффективная проводимость Кау-

линга становятся пренебрежимо малыми вне указанного ионосферного слоя. На высотах меньше 60 км экспериментальные значения проводимости и вязкости не соответствуют модели. В то же время понятна общая тенденция зависимости параметров модели от высоты. В частности, параметр неоднородности ε резко растёт при уменьшении высоты. Поэтому качественный результат о том, что в земных условиях существует ионосферный слой, в котором вращение плазменной оболочки нетвердотельно, распределение плотности отлично от барометрического, и где сосредоточены плотность тока проводимости и возмущения магнитного поля планеты, достаточно обоснован.

2) В земных условиях, как установлено по измерениям торможения спутников в атмосфере [18], в достаточно широком интервале азимутальных углов скорость вращения плазмосферы совпадает с угловой скоростью Земли Ω_E в приповерхностном слое толщиной до 150 км, а на высотах от 150 до 350 км линейно растёт, достигая в максимуме $1,4\Omega_E$. В литературе не удаётся обнаружить никаких сведений относительно различия скорости вращения днём и ночью. В этой связи параметр ω_∞ был выбран равным 1,4 и для дневных, и для ночных условий. При расчётах было получено, что достижение угловой скоростью постоянного значения ω_∞ происходит значительно ниже 350 км. Однако экспериментальные данные об угловой скорости плазменной оболочки Земли достаточно скудные и не могут считаться надёжными, и более важным представляется, что в рамках рассмотренной самосогласованной модели была продемонстрирована возможность стационарного супервращения плазменной оболочки планеты при наличии вязкости. Понятно, что уточнение экспериментальных данных и использование более адекватных моделей приведёт к лучшему согласию теории с экспериментом, на данном же этапе наиболее важным является выяснение причины супервращения. Ранее был высказан ряд гипотез о причинах этого явления. Как правило, супервращение планетарной оболочки связывают с нестационарными процессами, возникающими из-за неравномерного нагрева планеты Солнцем [19, 20]. В данной работе предлагается альтернативный механизм: дифференциальное вращение проводящей оболочки в магнитном поле приводит к генерации меридионального тока проводимости за счёт эффекта униполярной индукции [6–8] (за счёт энергии вращения центрального тела). Баланс возникающей силы Ампера, градиента давления, силы тяжести и сил вязкости самосогласованным образом определяет распределение плотности ионизированной компоненты. Таким образом, показано, что супервращение плазменной оболочки может быть во многом обусловлено действием электромагнитных сил.⁸

Рассчитанные для дневных и ночных условий профили угловой скорости оказались почти одинаковыми (см. рис. 6), в то время как соответствующие распределения тока проводимости и возмущения магнитного поля, связанные с действием эффекта униполярной индукции, а также отклонения плотности плазмы от барометрического распределения существенно различаются. Это, с одной стороны, является подтверждением правильности описания, т. к. из общих соображений представляется, что угловая скорость атмосферы Земли не должна существенно зависеть от долготы. С другой стороны, это позволяет считать, что возможно объединение моделей для дневных и ночных условий в одну не симметричную по азимутальной координате модель, в которой профиль угловой скорости одинаков при всех значениях азимутального угла, а электродинамические величины в освещённом (дневном) и неосвещённом (ночном) полушариях отличаются.

Показано, что нетвердотельный характер вращения плазменной оболочки Земли в узком ионосферном слое на высотах порядка 100 км взаимосвязан с электродинамическими процессами и должен приниматься во внимание при последовательном рассмотрении динамики ионосферы

⁸ Необходимо отметить, что впервые на взаимодействие газа, обладающего анизотропной проводимостью, и магнитного поля Земли было обращено внимание в работе [21], в которой рассматривался эффект индукционного торможения применительно к ионосфере.

Земли. Экспериментальный профиль угловой скорости не противоречит рассмотренной модели.

3) Известным явлением приэкваториальной области земной плазмосферы является экваториальный электроджет. По измерениям возмущений магнитного поля установлено [22–24], что вдоль геомагнитного экватора протекает достаточно интенсивный ток проводимости.⁹ Максимум плотности тока порядка 10^{-5} А/м² достигается на высотах около 105 км, полуширина распределения по вертикали составляет порядка 10 км, по горизонтали — порядка 300 км. Суммарный ток, таким образом, можно оценить величиной порядка $4 \cdot 10^4$ А. Параметры экваториального электроджета испытывают значительные суточные и сезонные колебания. Распределение тока с указанными средними параметрами устанавливается в дневное время, причём ток протекает в восточном направлении. В ночное время иногда регистрируется очень слабый ток в противоположном направлении [23]. Очевидно, что полученный из решения стационарной задачи эффект генерации азимутальной компоненты тока, обусловленный явлением униполярной индукции, необходимо принимать во внимание при построении последовательной теории экваториального электроджета. Интересно сопоставить расчётные данные с экспериментальными: направление (восточное), полувысота (10 км) и полный ток ($2 \cdot 10^4$ А) распределения, вычисленного для дневных условий, совпадают с соответствующими значениями для дневного электроджета, в то же время для ночных условий вычисленный азимутальный ток оказывается много слабее, как это и имеет место в реальности. Оценки плотности меридионального тока и суммарного тока в меридиональной петле (для дневных условий мало отличающихся от расчётных данных, приведённых в [15]), сопоставимы с известными в физике ионосферы данными. Отметим также, что интегральная мощность омических потерь по порядку величины совпадает с оценочным значением мощности (5 ГВт) такого источника электрического поля, как ионосферное динамо [25]. Таким образом, не претендуя, конечно, на детальное соответствие данных эксперимента с расчётами, можно утверждать, что механизм генерации электрического поля и тока проводимости в виде планетарного генератора играет важную роль в электродинамике ионосферы Земли.

4) При решении задачи было получено, что отклонение плотности плазмы от барометрического распределения не превышает 7 % в дневных условиях и 1 % в ночных условиях. Это означает, что такой недостаток рассматриваемого подхода, как несамосогласованное введение проводимости (которая зависит в том числе от концентрации и степени ионизованности плазмы), не является очень существенным, т. к. формирование распределения плотности, как следует из малости относительного отклонения плотности от барометрического распределения, не связано с учитываемыми в модели явлениями. Малое отклонение плотности от барометрического распределения, очевидно, является следствием очень малой степени ионизации на рассматриваемых высотах порядка 100 км.

7. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотрена самосогласованная осесимметричная задача о стационарных конфигурациях слабоионизованной плазмы в поле вращающегося намагниченного шара. Система уравнений проанализирована в предположении, что скорость плазменной оболочки имеет только азимутальную компоненту. Уравнения, описывающие профиль угловой скорости оболочки, магнитное поле, токи проводимости и распределение плотности плазмы, решены для конкретных профилей компонент тензора проводимости, которые могут считаться аппроксимацией экспериментальных данных для атмосферы Земли в дневных и ночных условиях в интервале высот $70 \div 160$ км. Получено решение в виде нетвердотельно вращающегося узкого слоя оболочки, в котором сосредоточены плотность тока проводимости и возмущения магнитного поля.

⁹ Речь идёт о периодах обычной геомагнитной активности.

Рассмотренная модель может служить для качественного описания ряда явлений в ионосфере Земли и оболочках других намагниченных планет.

Показано, что:

1) в интервале высот $60 \div 140$ км в земных условиях должен существовать ионосферный слой, в котором вращение плазменной оболочки нетвердотельно, распределение плотности отлично от барометрического, и где сосредоточены плотность тока проводимости и возмущения магнитного поля планеты;

2) вычисленные профили азимутального тока проводимости имеют параметры, сопоставимые с параметрами экваториального электроджета;

3) нетвердотельный характер вращения плазменной оболочки Земли в узком ионосферном слое на высотах порядка 100 км взаимосвязан с электродинамическими процессами и должен приниматься во внимание при последовательном рассмотрении динамики ионосферы Земли.

Работа выполнена при поддержке программы фундаментальных исследований ОФН РАН «Солнечный ветер: генерация и взаимодействие с Землей и другими планетами», Совета по государственной поддержке ведущих научных школ (грант № НШ-1744.2003.2) и Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 02-02-17111).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ganguli G., Reynolds M. A., Liemohn M. W. // J. Atmos. S.-Terr. Phys. 2000. V. 62. P. 1647.
2. Gallagher D. L., Craven P. D., Comfort R. H. // J. Geophys. Res. A. 2000. V. 105, No. 8. P. 18819.
3. Bepalov P. A., Chugunov Yu. V. // Planet. Space Sci. 1984. V. 32. P. 365.
4. Бескин В. С., Гуревич А. В., Истомин Я. Н. // ЖЭТФ. 1983. Т. 85. С. 401.
5. Beskin V. S., Gurevich A. V., Istomin Ya. N. // Physics of the Pulsar Magnetosphere. Cambridge: Cambridge University Press, 1993.
6. Солдаткин А. О., Чугунов Ю. В. // Изв. вузов. Радиофизика. 2001. Т. 44, № 9. С. 778.
7. Солдаткин А. О., Чугунов Ю. В. // Изв. вузов. Радиофизика. 2000. Т. 43, № 6. С. 483.
8. Солдаткин А. О., Чугунов Ю. В. // Изв. вузов. Радиофизика. 2000. Т. 43, № 7. С. 595.
9. Малов Д. Е., Чугунов Ю. В. // Изв. вузов. Радиофизика. 1997. Т. 40, № 1–2. С. 232.
10. Беспалов П. А., Чугунов Ю. В. // Изв. вузов. Радиофизика. 1997. Т. 40, № 1–2. С. 138.
11. Bepalov P. A., Chugunov Yu. V., Davydenko S. S. // J. Atm. Terr. Phys. 1996. V. 16, No. 2. P. 69.
12. Bepalov P. A., Chugunov Yu. V., Davydenko S. S. // J. Atm. Terr. Phys. 1996. V. 58, No. 5. P. 605.
13. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Электродинамика сплошных сред. Гостехиздат, 1953. 313 с.
14. Тамм И. Е. Основы теории электричества. М.: Наука, 1989. 442 с.
15. Солдаткин А. О., Чугунов Ю. В. // Физика плазмы. 2003. Т. 29, № 1. С. 72.
16. Soldatkin A. O., Chugunov Yu. V. // Advances in Space Research. 2003. V. 31, No. 5. P. 1407.
17. Гершман Б. Н. Динамика ионосферной плазмы. М.: Наука, 1974. 47 с.
18. Аллен К. У. Астрофизические величины. М.: Изд-во иностр. лит., 1960.
19. Kundt W. // Planet. Space Sci. 1983. V. 31, No. 11. P. 1339.
20. Изаков М. Н. // Астрономический вестник. 2001. Т. 35, № 4. С. 275.
21. Докучаев В. П. // Изв. АН СССР. Сер. геофиз. 1959. Т. 5. С. 783.
22. Davis T. N., Burrows K., Stolarik J. D. // J. Geophys. Res. 1967. V. 72, No. 7. P. 1845.
23. Maynard N. C. // J. Geophys. Res. 1967. V. 72, No. 7. P. 1863.
24. Doumouya V., Vassal J., Cohen Y., et. al. // Ann. Geophysicae. 1998. V. 16. P. 658.
25. Volland H. // Physica Scripta. 1987. V. 18. P. 289.

Институт прикладной физики РАН,
г. Нижний Новгород, Россия

Поступила в редакцию
20 мая 2003 г.

UNIPOLAR INDUCTION EFFECTS IN A NONUNIFORMLY ROTATING INHOMOGENEOUS LAYER OF IONOSPHERE OF A MAGNETIZED PLANET

A. O. Soldatkin and Yu. V. Chugunov

Self-consistent axisymmetric problem of stationary configurations of an inhomogeneous plasma envelope with anisotropic conductivity around a rotating magnetized spherical body is considered as a model for the inner plasmasphere of a planet. It is assumed that the components of the conductivity tensor are known functions of height. The main attention is focused on description of the unipolar induction effect in a medium with strongly inhomogeneous anisotropic conductivity. The system of equations is analyzed assuming that the mass velocity of the weakly ionized plasma has only the azimuthal component, and the particular solution with the simplest latitudinal dependence is found. The distributions of angular velocity, conduction current density, perturbations of the magnetic field, and plasma density are considered for specific profiles of the conductivity-tensor components, which were obtained by fitting the experimental data for the daytime and nighttime Earth's ionosphere in the altitude range 70–160 km. We find a solution in the form of a nonuniformly rotating narrow layer has been found, in this layer the conduction current density and perturbations of the magnetic field are concentrated. The considered model problem is used for the interpretation of phenomena in the Earth's atmosphere.

УДК 550.385.46+681.3.06

ПЕРЕСЧЁТ СОВРЕМЕННЫХ ИНДЕКСОВ ПОЛЯРНОЙ АКТИВНОСТИ К КЛАССИЧЕСКИМ

Н. А. Бархатов, А. В. Королёв, А. Е. Левитин, С. Ю. Сахаров

Индексы интенсивности авроральных электроджетов AE, AU, AL рассчитываются в настоящее время по данным меньшего числа обсерваторий, чем это было раньше. Это не может не сказываться на точности оценок отдельных элементов магнитосферной активности, которые делаются по соотношениям, где вместо классических индексов AE₁₂ (по данным 12 станций) используются современные индексы AE₈ (по данным 8 станций). В данной работе на основе метода искусственных нейронных сетей создан алгоритм, позволяющий проводить пересчёт современных индексов полярной активности к классическим. В качестве примера демонстрируется способность созданной искусственной нейронной сети восстанавливать индекс AE₁₂ по данным восьми обсерваторий (AE₈) с эффективностью, достигающей в некоторых случаях 90 %. Полученные результаты позволяют оценить ошибку в представлении активности авроральных электроджетов современными индексами AE₈ по сравнению с теми индексами, которые были введены в практику геомагнитных исследований их создателями. В работе также разработана методика восстановления полярных индексов с привлечением данных о параметрах солнечного ветра.

ВВЕДЕНИЕ

Задачи по оценке составляющих энергетического бюджета магнитосферы (джоулев нагрев, высыпание частиц, кольцевой ток) ещё до недавнего времени успешно решались [1] на основе соотношений, содержащих классические индексы интенсивности авроральных электроджетов AE₁₂, AU₁₂, AL₁₂, рассчитываемые по магнитным записям на 12 авроральных обсерваториях [2]. В настоящее время ряд станций не работают (на о. Диксон, на мысе Челюскина, на мысе Веллен и в Барроу), и при использовании современных индексов AE₈, рассчитываемых по данным 8 станций, возникают естественные трудности. В связи с этим не исчезла необходимость иметь полноценные данные по полярным индексам при отсутствии данных с вышеуказанных 4 полярных станций.

Проблема восстановления, коррекции или прогнозирования различных геофизических данных обычно решается исследователями путём совершенствования физических моделей, описывающих сложные геофизические явления. Однако успехи таких моделей, например, в прогнозе тех или иных явлений часто носят ограниченный характер. Это обусловлено тем, что геофизическая картина слишком сложна, чтобы конечное уточнение моделей привело к исчерпывающему результату. В связи с этим в последнее время к прогнозированию внутримagnetосферных явлений привлекается метод искусственных нейронных сетей (ИНС), который сочетает корреляционную обработку сигнала с его нелинейным преобразованием [3, 4]. В этом методе связи между входными и выходными параметрами (например, между параметрами солнечного ветра и индексами геомагнитной активности) определяются на основе экспериментальных данных без построения физических моделей. Опыт использования ИНС в различных областях солнечно-земной физики [4, 5] показал его эффективность. В применении к низкочастотным процессам в околоземном пространстве нейронные сети успешно используются для прогнозирования наземных геомагнитных возмущений по спутниковым данным и восстановления картины magnetосферных процессов по измерениям на поверхности Земли [6]. В работе [7] ИНС использовалась для определения связи между параметрами солнечного ветра и индексом AE. Параметры солнечного ветра брались с 5-минутным усреднением со спутника IMP-8. При этом сравнивалась эффективность работы нелинейной и линейной нейронной сетей. В линейной ИНС функции активации были линейными, в нелинейной ИНС в скрытом слое в качестве функции активации использовался гиперболический

тангенс, в выходном слое — линейная функция. Было выяснено, что наилучшую оценку индекса AE даёт использование нелинейной ИНС, когда в качестве входных параметров выбираются концентрация и скорость солнечного ветра, а также компоненты межпланетного магнитного поля, поперечные к линии Солнце—Земля. В этом случае эффективность прогнозирования составила 76 %.

В данной работе методом ИНС проводилось исследование возможности получения общепринятых классических индексов AE₁₂, AL₁₂ и AU₁₂, соответствующих расчёту по данным 12 станций, на основании данных только 8 действующих на данный период станций, а также параметров солнечного ветра. Важность этого исследования объясняется необходимостью создания алгоритма коррекции современных индексов AE₈, AL₈ и AU₈ к классическим. С этой целью из представленных на сервере [8] результатов измерений геомагнитного поля на всех 12 станциях с часовым усреднением были выбраны периоды, в течение которых доступны данные 8 действующих сейчас станций. На основании этих данных после вычисления горизонтальной составляющей магнитного поля на каждой из станций определялось отклонение от среднего значения за месяц, после чего по общепринятой методике рассчитывались индексы AE₈, AL₈ и AU₈. Индексы AE₁₂, AL₁₂ и AU₁₂ с часовым разрешением были взяты с сервера [9]. Возможность улучшения качества получаемых классических индексов проверялась дополнением входных данных ИНС параметрами солнечного ветра, межпланетного магнитного поля и индексами магнитной активности в полярных каспах РС. В дальнейшем под параметрами солнечного ветра понимаются значения, полученные в результате часового усреднения данных по концентрации n , скорости V , модулю вектора магнитной индукции $\mathbf{B}$ и его z -компоненты B_z в солнечно-эклиптической системе координат. В работе также разрабатывалась методика восстановления полярных индексов только по параметрам солнечного ветра и только по индексам РС. Параметры солнечного ветра определялись на основе данных спутниковой системы OMNI [9].

1. АРХИТЕКТУРА ИНС, ОТБОР И ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ДАННЫХ

Исследования осуществлялись с помощью разработанной компьютерной программы, реализующей ИНС обратного распространения ошибки с петлёй обратной связи Элмана. Этот вид ИНС является эффективным инструментом для решения проблем восстановления временных рядов. Об этом говорит её успешное использование в различных приложениях, например при прогнозировании индекса геомагнитной активности [4] и индексов солнечной активности [5]. Такая ИНС обладает нелинейной внутренней памятью, заключённой в петле обратной связи, что позволяет накапливать и использовать информацию о предыстории процесса. Для повышения эффективности работы ИНС в неё вводится и внешняя память в виде линии временной задержки. Она представляет собой дополнительный набор входных нейронов, на которые подаются значения входного параметра (параметров) за несколько предыдущих моментов времени.

Архитектура используемой ИНС аналогична применённой в [4–6]. Здесь в качестве входных величин выбирались отмеченные геомагнитные индексы, вычисленные по данным 6 или 8 станций, и параметры солнечного ветра, в качестве выходных — классические геомагнитные индексы, соответствующие расчёту по данным 12 станций. Созданная компьютерная программа позволяет изменять архитектуру ИНС, её параметры и проводить визуальный контроль изменения весов и ошибок обучения. В программе имеется возможность моделирования воздействия предыстории изучаемого процесса методом подачи на входные нейроны рядов среднечасовых значений индексов и параметров солнечного ветра за предыдущие временные интервалы, т. е. формировать линию задержки.

В процессе выполнения работы был поставлен ряд численных экспериментов по обучению

ИНС, коррекции и восстановлению индексов геомагнитной активности. Объективная оценка качества расчёта индексов делалась на основе вычисления эффективности прогнозирования РЕ [4–6], под которой понимается единица, уменьшенная на отношение среднеквадратичной ошибки к дисперсии целевого процесса.

Среднечасовые значения индексов AL_{12} , AL_8 , AL_6 и AU_{12} , AU_8 , AU_6 рассчитывались по формулам

$$AL_{k_{\max}} = \min_k \frac{A_k}{\langle A_k \rangle}, \quad AU_{k_{\max}} = \max_k \frac{A_k}{\langle A_k \rangle},$$

где $k = 1, 2, \dots, k_{\max}$ — условный номер магнитной станции, $k_{\max} = 6; 8; 12$, A_k — среднечасовые записи величины горизонтальной компоненты геомагнитного поля на k -й станции, $\langle A_k \rangle$ — усреднённое за месяц значение горизонтальной компоненты геомагнитного поля на k -й станции. Такой подход несколько отличается от методики расчёта данных, размещённых в сети Интернет, основанной на отклонении величины горизонтальной компоненты поля от среднего значения, вычисленного за магнитоспокойные дни. В нашем случае рассматривалось отклонение от среднего за месяц, однако, как показало в дальнейшем сравнение, отличие результатов коррекции для разных методик оказалось незначительным.

Для расчёта индекса АЕ использовалась формула $AE = AU - AL$. Для каждой станции величина горизонтальной компоненты геомагнитного поля бралась либо непосредственно из представленных данных, либо рассчитывалась по измеренным ортогональным компонентам B_x и B_y : $B = \sqrt{B_x^2 + B_y^2}$. Для нормальной работы программы, реализующей ИНС, все предъявляемые для неё числовые данные должны находиться в интервале $[0, 1]$. Поэтому используемые данные по индексам авроральных электроджетов подвергались нормировке на максимальное значение за весь анализируемый временной интервал. Данные по параметрам солнечного ветра и индексам РС для проведения исследований также подвергались нормировке на максимальное значение за рассматриваемый период.

2. ОПТИМАЛЬНАЯ АРХИТЕКТУРА ИНС ДЛЯ РАСЧЁТА КЛАССИЧЕСКИХ ИНДЕКСОВ

Работа по коррекции полярных индексов проводилась с помощью ИНС, имеющих разную архитектуру. В результате исследования была установлена оптимальная архитектура ИНС, обеспечивающая успешное (с эффективностью до 90 %) получение индекса AE_{12} по AE_8 , AL_8 и AU_8 . Этот численный эксперимент выполнялся на основе данных, полученных в период с 19.01.83 по 24.03.83. Вся последовательность данных была разбита на обучающую (1460 точек) и тестовую (100 точек). Исследование зависимости качества коррекции от числа скрытых нейронов показало, что эффективность восстановления с ростом числа нейронов неуклонно увеличивается, достигая насыщения при использовании 20 нейронов. При этом линия задержки не использовалась, а петля обратной связи была включена. Дополнительное исследование показало, что при такой архитектуре (20 скрытых нейронов) линия задержки не улучшает эффективность коррекции, однако при меньшем числе скрытых нейронов её введение улучшает качество работы ИНС на 2–3 %. Достаточно высокая эффективность восстановления (до 89 % для индексов АЕ и до 88 % для AL и AU) была достигнута и при архитектуре, содержащей 5 скрытых нейронов, линию задержки длины 5 часов и включённую петлю обратной связи. Такой набор внутренних параметров позволяет уменьшить время машинного расчёта, поэтому во всех дальнейших численных экспериментах использовалась именно такая архитектура ИНС. Было установлено, что наилучший результат коррекции (по показателю РЕ) достигается для индекса АЕ при использовании в качестве

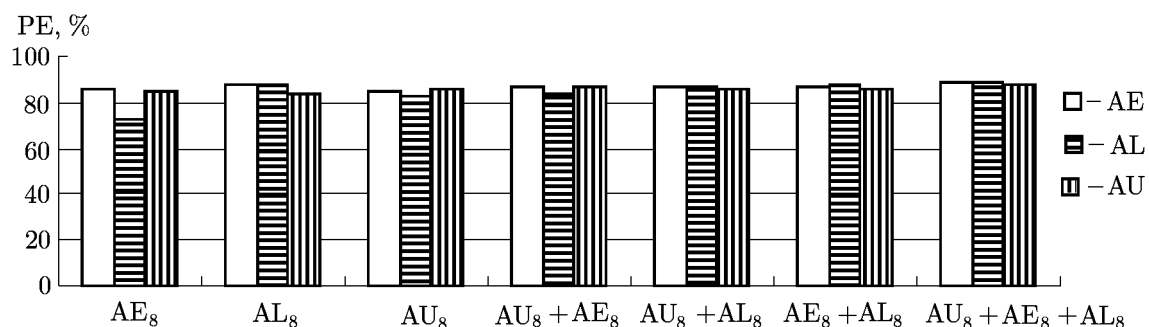


Рис. 1. Диаграммы эффективности коррекции индексов AE, AL и AU по индексам AE₈, AL₈ и AU₈ и их комбинациям в период с 19 января по 24 марта 1983 г.

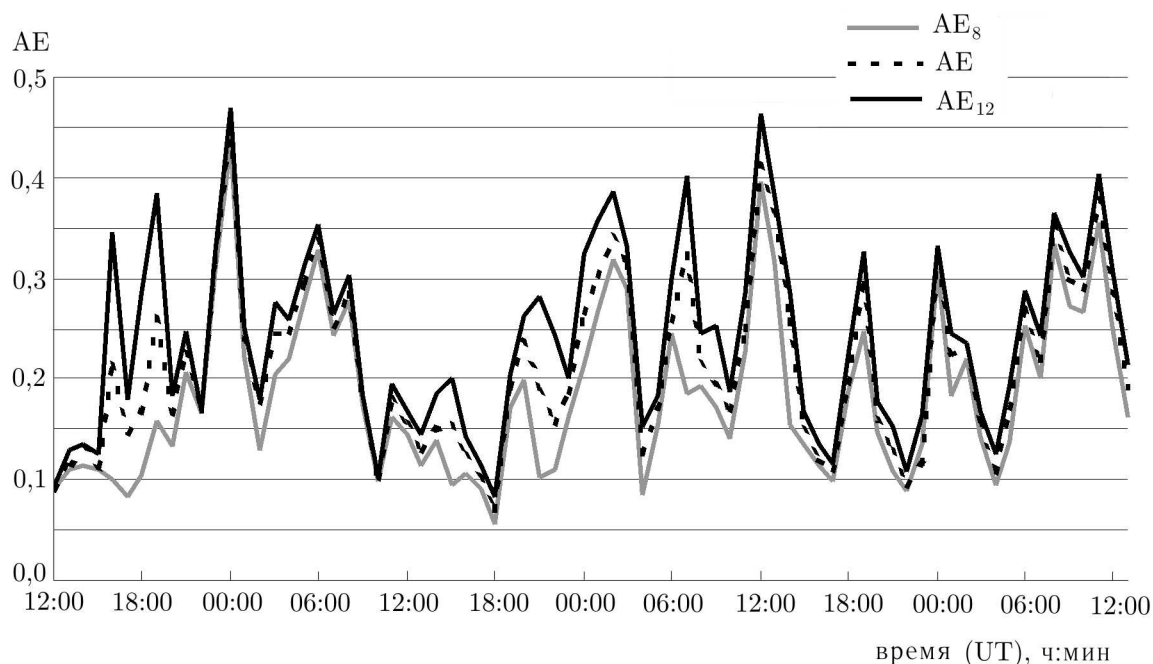


Рис. 2. Временные зависимости нормированных реального индекса AE₁₂ (чёрная линия) откорректированного индекса AE (штриховая линия) и индекса AE₈ (серая линия) на части изучаемого интервала

входных данных индексов AE₈ (86 %), AL₈ (88 %) или комбинации всех трёх индексов (89 %). Коррекция индекса AE обычно выполняется с большей эффективностью, чем индексов AU и AL, а использование в качестве входных данных комбинации индексов AE₈, AL₈ и AU₈ приводит к улучшению коррекции на 2 ÷ 3 % (например, эффективность коррекции повышается с 86 % до 88 % для индекса AU, см. рис. 1).

Временные зависимости нормированных реального индекса AE₁₂, откорректированного индекса AE и индекса AE₈ на части изучаемого интервала (с 12:00 UT 21.03.83 до 13:00 UT 24.03.83) представлены на рис. 2.

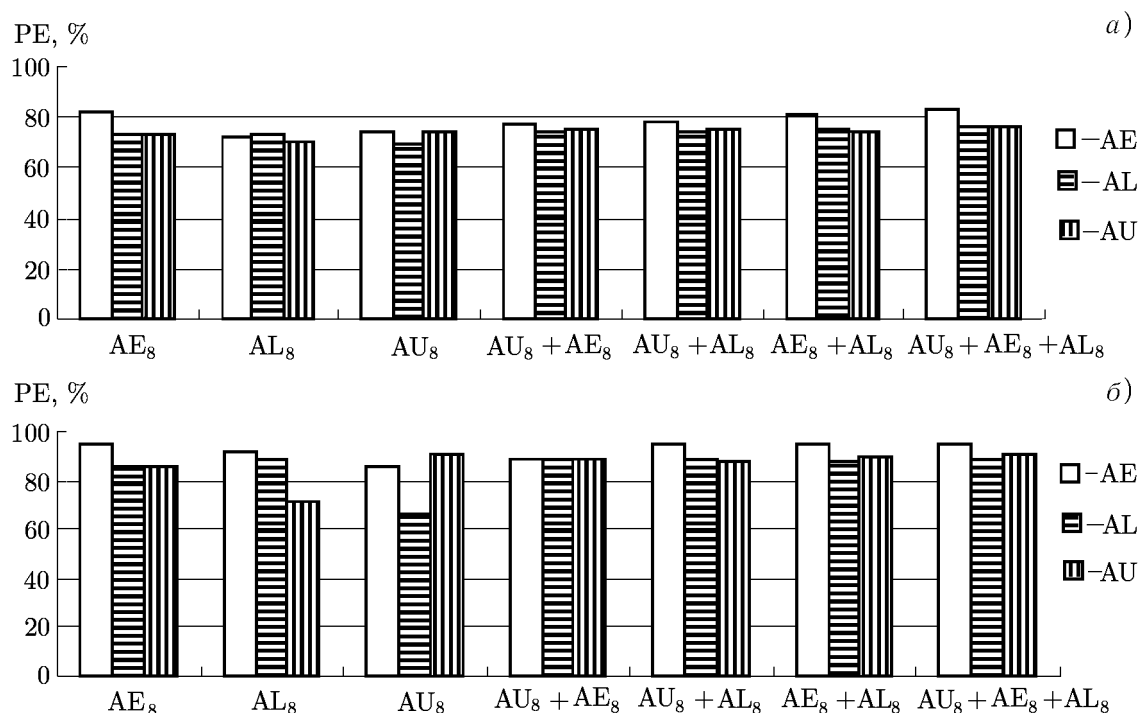


Рис. 3. Диаграммы результатов исследования сезонной зависимости коррекции индексов AE, AL и AU на основе данных за зимний (а) и летний (б) периоды

3. ИССЛЕДОВАНИЕ СЕЗОННОЙ ЗАВИСИМОСТИ ПРИ КОРРЕКЦИИ ИНДЕКСОВ

Анализ сезонной зависимости эффективности коррекции индексов выполнялся на основе последовательностей данных за зимний (с 01.01.82 по 28.02.82) и летний (с 01.06.81 по 20.07.81) периоды. Указанные последовательности, в свою очередь, были разбиты на обучающую (1310 точек для зимнего периода, 1077 — для летнего) и тестовую (100 точек для зимнего периода, 110 — для летнего). Коррекция проводилась по каждому из трёх индексов в отдельности, а также по их комбинациям.

Анализ полученных результатов, приведённых на рис. 3, позволяет отметить следующие особенности:

1) Для зимнего периода наибольшая эффективность (82%) достигается при коррекции индекса AE. Она несколько ниже для индекса AL (76%), а для индекса AU достигает 77%. Качество коррекции улучшается при использовании в качестве входных величин комбинаций индексов. Например, эффективность коррекции индекса AL повышается с 73% до 76% при использовании вместо AL₈ всех трёх современных индексов.

2) Для летнего периода эффективность коррекции индекса AE достигает 95%, а для индексов AL и AU доходит до 89% и 91% соответственно.

На основе проведённого анализа можно сделать вывод о том, что в летний период качество коррекции заметно лучше, причём коррекция индекса AE всегда осуществляется успешнее, чем индексов AL и AU. При коррекции индексов AL по AU₈ и AU по AL₈ эффективность понижается как в летний, так и в зимний периоды.

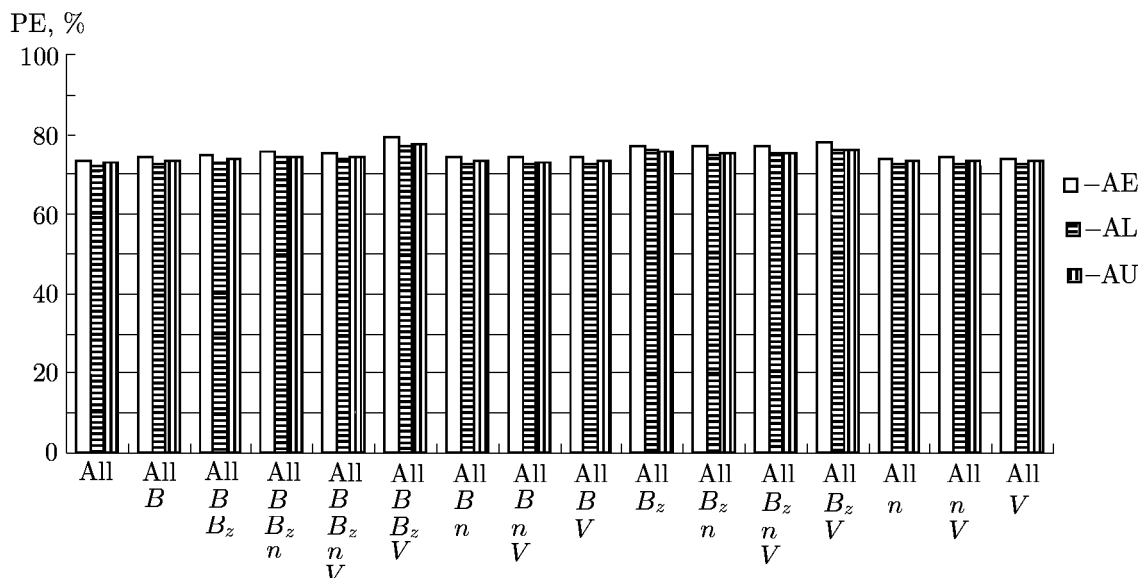


Рис. 4. Диаграммы результатов исследования коррекции индексов AE, AL и AU по индексам AE₆, AL₆ и AU₆ и параметрам солнечного ветра (ИНС с линией задержки)

4. СПОСОБЫ ПОВЫШЕНИЯ ЭФФЕКТИВНОСТИ КОРРЕКЦИИ

В заключительном исследовании возможности коррекции значений полярных индексов изучались пути улучшения эффективности функционирования ИНС путём добавления на её вход параметров солнечного ветра. При этом отсутствие длительных периодов бесперебойной регистрации параметров солнечного ветра в рассматриваемых рядах данных обусловило поиск нового временного интервала. Оптимальным оказался интервал с 01.04.79 по 24.06.79, в течение которого практически отсутствовали пробелы в среднечасовых данных. Пробелы в данных в течение менее чем трёх часов аппроксимировались участками прямых. Длина обучающей последовательности в этом случае составила 1 639 точек, тестовой — 410. Однако за этот интервал в Интернете доступны магнитные записи не 8, а только 6 станций. В связи с этим проводился новый анализ коррекции индексов по данным 6 станций с последующим учётом параметров солнечного ветра.

Для сравнения эффективности коррекции индексов использовались ИНС, состоящие из 5 скрытых нейронов, с отключённой линией задержки и с задержкой, равной 5 часам. Эксперименты показали схожие результаты для обеих архитектур ИНС. Результаты коррекции индексов AE, AL и AU по всем трём индексам AE₆, AL₆ и AU₆ (обозначение «All» на рис. 4), одновременно подаваемым на входы ИНС с линией задержки, представлены на рис. 4. Эффективность коррекции индексов AE, AL и AU составила 73 %, 72 % и 73 % соответственно для ИНС без линии задержки и 74 %, 72 % и 73 % — для ИНС с линией задержки. Наилучшие результаты, как и в предыдущих случаях, достигнуты для индекса AE. Анализ результатов для данной архитектуры ИНС (см. рис. 4) показывает, что введение в число входных величин данных о межпланетной среде (соответствующие обозначения приведены на рис. 4) улучшает качество коррекции индексов. В случае коррекции AE по всем трём индексам AE₆, AL₆ и AU₆, дополненным данными по B , B_z и V , эффективность достигает 79 %. Сравнение результатов коррекции по комбинациям, содержащим отдельно B или B_z , показывает большую эффективность использования z -компоненты магнитного поля. Введение во входные данные скорости или концентрации солнечного ветра практически не улучшает эффективность коррекции.

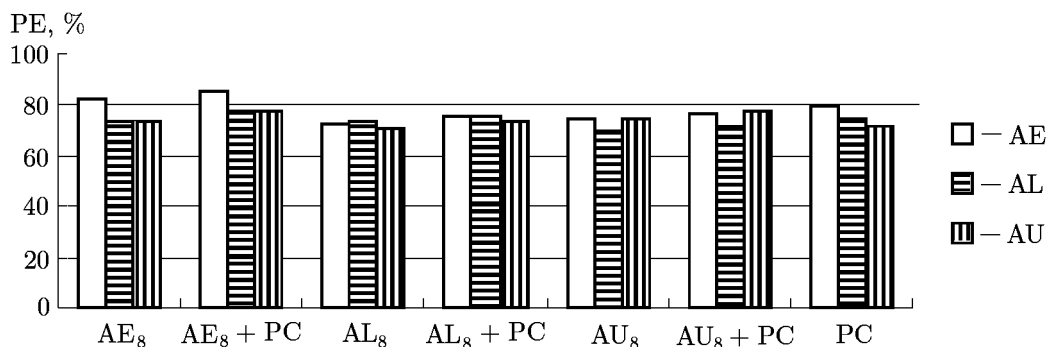


Рис. 5. Использование индекса PC для коррекции (по данным 8 станций) и восстановления полярных индексов

Заметим, что полученный здесь не слишком высокий уровень коррекции объясняется использованием информации только с 6 магнитных станций в отличие от записей с 8 станций, использованных в предыдущих экспериментах.

Другим способом повышения эффективности коррекции является дополнение входных значений ИНС индексом PC, характеризующим магнитную активность в полярных каспах. Для данных зимнего периода (с 01.01.82 до 28.02.82) был поставлен новый ряд численных экспериментов. Результаты показали, что добавление индекса PC к полярным индексам AE₈, AL₈ и AU₈ на входе ИНС приводит к улучшению качества коррекции на 2 ÷ 4 %. Так, для индекса AE эффективность улучшилась с 82 % (по AE₈) до 85 % по (AE₈ и PC), а для AU — с 75 % до 77 % соответственно. Восстановление полярных индексов по индексу PC также демонстрирует высокую эффективность (для AE эффективность составляет 80 %, для AL — 75 %, для AU — 72 %). Результаты этого исследования приведены на рис. 5.

5. ВОССТАНОВЛЕНИЕ ПОЛЯРНЫХ ИНДЕКСОВ ТОЛЬКО ПО ПАРАМЕТРАМ СОЛНЕЧНОГО ВЕТРА

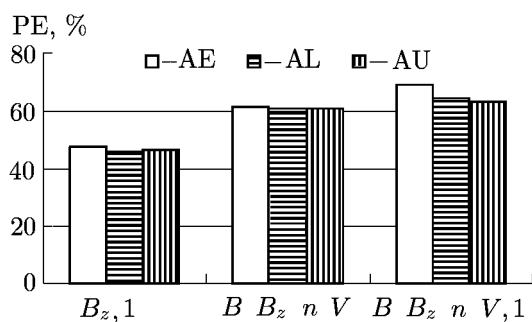


Рис. 6. Диаграммы результатов исследования восстановления классических индексов по параметрам солнечного ветра

Численный эксперимент по восстановлению индексов AE₁₂, AU₁₂ и AL₁₂ был проведён с использованием в качестве входных величин только параметров солнечного ветра. Он показал, что наилучший результат при использованной ранее архитектуре ИНС (5 нейронов скрытого слоя, линия задержки равна 5 часам, обратная связь включена) достигается для индекса AE при подаче на вход ИНС значений концентрации и скорости солнечного ветра, а также модуля вектора магнитного поля **B** и его *z*-компоненты (*B_z*), дополненных пороговым значением, равным 1 (рис. 6). При этом эффективность восстановления тестовой последовательности достигла 69 %.

Без подачи порогового сигнала этот показатель составил 62 %. Коррекция индексов по одному из параметров солнечного ветра возможно лишь с использованием порогового значения, поскольку, как известно, выбранная ИНС не способна делать линейные аддитивные преобразования. Эффективность восстановления AE₁₂ по *B_z* составила 48 %, в остальных случаях эффективность восстановления была существенно хуже, что

вновь позволяет подчеркнуть эффективность использования именно этой характеристики солнечного ветра.

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе проведено исследование возможности получения методом ИНС классических индексов AE, AL и AU, соответствующих расчёту по данным 12 станций, на основании данных 8 действующих на данный момент станций и параметров солнечного ветра. С этой целью на основании магнитных записей на 8 действующих сейчас станциях после вычисления горизонтальной составляющей магнитного поля на каждой из станций определялось отклонение от среднего значения за месяц, по которым рассчитывались индексы AE₈, AL₈ и AU₈. Затем эти индексы корректировались с помощью ИНС к классическим индексам AE₁₂, AL₁₂ и AU₁₂. Исследована возможность улучшения коррекции индексов дополнением входных величин ИНС параметрами солнечного ветра. В работе также разработана методика восстановления полярных индексов только на основании параметров солнечного ветра.

В ходе выполнения работы были получены следующие результаты:

1) Наилучшая эффективность коррекции (95 %) достигнута для индекса AE по AE₈ для летнего периода.

2) Наиболее благоприятным для коррекции является индекс AE, как в летнее, так и в зимнее время (эффективность 95 % и 82 % соответственно). Эффективность коррекции любых индексов в летнее время всегда выше, чем в зимнее.

3) Использование в качестве дополнительных входных величин параметров солнечного ветра приводит к относительному улучшению эффективности коррекции геомагнитных индексов с 74 % (по комбинации AE₆, AL₆, AU₆) до 79 % (по комбинации AE₆, AL₆, AU₆, дополненной значениями B , B_z , V).

4) При восстановлении классических полярных индексов AE₁₂, AL₁₂ и AU₁₂ только по параметрам солнечного ветра достигнута эффективность восстановления 69 % для AE при использовании в качестве входных значений концентрации, скорости, модуля вектора межпланетного магнитного поля и его z -компоненты, дополненных единичным пороговым значением.

5) Подтверждена наибольшая эффективность использования z -компоненты магнитного поля при получении индексов AE₁₂, AL₁₂ и AU₁₂ по AE₆, AL₆ и AU₆ и параметром солнечного ветра и восстановлении указанных индексов только по параметрам солнечного ветра.

6) Высокая эффективность восстановления (80 % для индекса AE по PC) и коррекции полярных индексов с помощью индекса PC также подтверждает значительную эффективность учёта z -компоненты магнитного поля.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 03-05-65137).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Baker D. N., Pulkkinen T. I., Hesse M., McPherron R. L. // J. Geophys. Res. A. 1997. V. 102, No. 4. P. 7159.
2. Davis T. N., Sugiura M. // J. Geophys. Res. 1966. V. 71. P. 785.
3. Wu J. G., Lundstedt H. // J. Geophys. Res. A. 1997. V. 102, No. 7. P. 14255.
4. Бархатов Н. А., Беллюстин Н. С., Левитин А. Е., Сахаров С. Ю. // Изв. вузов. Радиофизика. 2000. Т. 43, № 5. С. 385.
5. Бархатов Н. А., Королёв А. В., Пономарёв С. М., Сахаров С. Ю. // Изв. вузов. Радиофизика. 2001. Т. 44, № 9. С. 806.

6. Бархатов Н. А., Левитин А. Е., Сахаров С. Ю. // Геомагнетизм и аэрономия. 2002. Т. 42, № 2. С. 195.
7. Gleisner H., Lundstedt H. // J. Geophys. Res. A. 1997. V. 102, No. 7. P. 14 269.
8. <http://swdcd.db.kugi.kyoto-u.ac.jp>.
9. <ftp://ftp.ngdc.noaa.gov>.

Нижегородский государственный педагогический
университет, г. Нижний Новгород, Россия

Поступила в редакцию
15 апреля 2003 г.

REDUCTION OF THE MODERN AURORAL-ACTIVITY INDICES TO THEIR CLASSICAL COUNTERPARTS

N. A. Barkhatov, A. V. Korolev, A. E. Levitin, and S. Yu. Sakharov

At present, the auroral electrojet indices (AE, AU, and AL) are calculated using data of a smaller number of observatories than were used previously. This inevitably affects the accuracy of certain elements of magnetospheric activity, estimated using relationships in which the modern indices AE_8 (based on the data of 8 stations) are used instead of the classical indices AE_{12} (based on the data of 12 stations). In this paper, based on the method of artificial neural networks, we develop an algorithm for reducing the modern auroral-activity indices to their classical counterparts. As an example, we demonstrate that the developed artificial neural network is capable of retrieving the index AE_{12} from the data of eight observatories (AE_8) with an efficiency of up to 90%. The obtained results allow for estimating the error of representation of the auroral-electrojet activity by the modern indices AE_8 in comparison with the indices originally used in geomagnetic research practice. A technique for retrieving auroral indices, in which data on the solar-wind parameters are used, is also developed in this paper.

УДК 533.951+537.868

ИССЛЕДОВАНИЕ УСЛОВИЙ ВОЗБУЖДЕНИЯ И ХАРАКТЕРИСТИК ИОНОСФЕРНОЙ ПЛАЗМЕННОЙ ТУРБУЛЕНТНОСТИ НА СТАДИИ РАЗВИТИЯ СТРИКЦИОННОЙ ПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ

Е. Н. Сергеев¹, С. М. Грач², П. В. Котов²

Представлены результаты исследований характеристик развития нелинейных эффектов на начальной стадии взаимодействия мощного КВ радиоизлучения с плазмой F -области ионосферы. Экспериментальные измерения были выполнены на нагревном стенде «Сура» в широком диапазоне частот волны накачки (4,5÷9,0 МГц) в различное время суток при различной длительности (0,3÷100 мс) и мощности излучения (1÷30 МВт). Проведённые измерения позволили исследовать зависимость порогов возбуждения и амплитудно-временных характеристик эффекта стрикционного самовоздействия волны накачки, а также характеристик релаксации искусственного радиоизлучения ионосферы от параметров воздействия и ионосферных условий. Проведено сопоставление результатов измерений и расчётных характеристик развития стрикционной параметрической неустойчивости в ионосферной плазме. Для вечерних условий наблюдалось соответствие измеренных значений пороговых полей неустойчивости ($E_{\text{п}} \approx 220$ мВ/м) и декрементов затухания плазменных волн ($\gamma_e \approx 450$ с⁻¹) оценкам, сделанным в предположении столкновительного характера затухания ленгмюровской турбулентности. Для дневных измерений обнаружено существенное увеличение пороговых полей (до 3 раз) и декрементов (до 6 раз), при этом их минимальные значения ($E_{\text{п}} \approx 350$ мВ/м, $\gamma_e \approx 600$ с⁻¹) наблюдались для высот отражения волны накачки $z \approx 230$ км. Результаты измерений и модельных расчётов позволяют говорить о существенном влиянии фотоэлектронов на характеристики развития ионосферной плазменной турбулентности в дневных условиях. Обсуждаются возможности использования разработанной методики измерений для комплексного мониторинга параметров ленгмюровской турбулентности и фоновой ионосферной плазмы.

ВВЕДЕНИЕ

При воздействии мощным радиоизлучением на ионосферную плазму наблюдается развитие широкого комплекса явлений. Стрикционная параметрическая неустойчивость (СПН) является наиболее быстрым процессом, возникающим вблизи точки отражения мощного радиоизлучения обыкновенной поляризации в первые несколько миллисекунд после его включения. Она развивается вследствие стрикционного выдавливания плазмы из областей с повышенной напряжённостью электрического поля E под действием стрикционной силы $F_c \approx e^2 \nabla |E|^2 / (16\pi^2 m_e f_0^2)$ [1]. Основы теории СПН в условиях ионосферы были развиты в работах [2–7]. В ионосфере в результате развития СПН вблизи уровня отражения волны накачки (ВН), где $\omega_p^2 \approx \omega_0^2$ (здесь $\omega_p = \sqrt{4\pi e^2 N_e / m_e}$ — плазменная частота, $\omega_0 = 2\pi f_0$ — частота ВН, N_e — концентрация электронов в плазме, e и m_e — заряд и масса электрона), возбуждаются плазменные волны с частотами $\omega_1 \leq \omega_0$, волновыми векторами $\mathbf{k}_1 \parallel \mathbf{H}_0$, где $\mathbf{H}_0$ — магнитное поле Земли, и длиной волны порядка нескольких десятков сантиметров, а также низкочастотные возмущения типа ионно-звуковых колебаний с частотой $\Omega = \omega_0 - \omega_1$ с $\Omega / (2\pi)$ порядка нескольких килогерц. Поскольку в изолированной плазме ($T_e \approx T_i$, где T_e и T_i — температуры электронов и ионов соответственно) ионный звук сильно затухает, имеет место не столько распад электромагнитной волны на плазменную (ленгмюровскую) и ионно-звуковую, сколько индуцированное рассеяние волны накачки в ленгмюровские волны на тепловых ионах. Пороговое поле возбуждения СПН $E_{\text{п}}$ и инкремент неустойчивости γ_g определяются выражениями

$$E_{\text{п}}^2 = \frac{8\pi\nu N_e x T_e}{|\mathbf{a}_0 \mathbf{a}_1|^2 \omega_0 F_m}, \quad \gamma_g = \gamma_N - \nu \approx \nu (E_0^2 / E_{\text{п}}^2 - 1), \quad \nu = \nu_e + 2\gamma_{\text{л}} + 2\gamma_{\text{фэ}}, \quad (1)$$

Е. Н. Сергеев, С. М. Грач, П. В. Котов

где E_0 — амплитуда поля ВН, γ_N — нелинейный инкремент, ν — декремент затухания интенсивности плазменных волн, определяемый частотой соударений электронов ν_e и затуханием Ландау на тепловых электронах $2\gamma_L$ и фотоэлектронах $2\gamma_{фэ}$, $\mathbf{a}_0$ и $\mathbf{a}_1$ — векторы поляризации ВН и плазменной волны, коэффициент $F_m \approx 0,3 T_e/T_i$. Частота возбуждаемых ленгмюровских волн ω_1 меньше частоты ω_0 волны накачки на $\omega_0 - \omega_1 = x_m k_1 v_{T_i}$, где $x_m \approx 1,3$ при $T_e \sim T_i$, k_1 — волновое число ленгмюровской волны, $v_{T_i} = \sqrt{\kappa T_i/m_i}$ — тепловая скорость ионов, κ — постоянная Больцмана. Наряду с индуцированным рассеянием в изотермической плазме может развиваться аperiодическая СПН с $\omega_1 = \omega_0$ и более высоким пороговым полем. В неоднородной ионосфере существенным становится «разбухание» поля, и при увеличении мощности ВН порог СПН достигается сначала в первом максимуме функции Эйри вблизи точки отражения. При индуцированном рассеянии ВН на ионах интенсивность плазменных волн нарастает от уровня тепловых флуктуаций до достаточно больших значений, превышающих порог возбуждения «дочерних» плазменных мод с более низкими частотами. Полную ширину спектра плазменных волн в результате такого каскадного процесса можно оценить как $\Delta\omega \sim (E_0/E_n)^2 x_m k_1 v_{T_i}$.

В эксперименте СПН проявляется, в первую очередь, в виде эффекта стрикционного самовоздействия волны накачки как быстрое (за несколько миллисекунд) уменьшение амплитуды отражённого от ионосферы сигнала ВН. Одни из первых измерений характеристик эффекта стрикционного самовоздействия ВН, выполненные в 1981 г. на нагревных стендах в Тромсё (Норвегия) [8] и «Зимёнки» (г. Горький) [9], показали хорошее соответствие экспериментальных данных и результатов теоретических расчётов [3–5]. Далее экспериментальные исследования эффекта стрикционного самовоздействия были продолжены на стендах «Гиссар» [10, 11] и «Сура» [12, 13]. Развитие эффекта стрикционного самовоздействия сопровождается значительным увеличением интенсивности ленгмюровских волн вблизи уровня отражения мощного радиоизлучения, регистрируемых с помощью радаров некогерентного рассеяния [14–17]. Ленгмюровские волны, в свою очередь, ответственны за генерацию электромагнитных волн — узкополосной компоненты искусственного радиоизлучения ионосферы (ИРИ) [18–20]. Основная доля энергии этого излучения сосредоточена в узкой (до 50 кГц) полосе отрицательных отстроек от частоты ВН. Измерения характерных времён развития и релаксации этой компоненты позволяют оценивать инкременты развития и декременты затухания ленгмюровских плазменных волн [18, 19].

В данной работе представлены результаты исследований эффективности возбуждения стрикционной параметрической неустойчивости в F -слое ионосферы при воздействии на неё мощными КВ радиоволнами обыкновенной поляризации. Исследования основаны на проведённых на стенде «Сура» (г. Васильсурск) измерениях характеристик эффекта стрикционного самовоздействия волны накачки (пороговых полей, времён развития, аномальных потерь энергии ВН) и узкополосной компоненты ИРИ (времён релаксации излучения) в зависимости от мощности и частоты воздействия, а также ионосферных условий (высоты, времени суток, параметров ионосферной плазмы). Проводится сопоставление результатов анализа данных с существующими теоретическими представлениями и результатами более ранних экспериментов.

1. ПОСТАНОВКА ЭКСПЕРИМЕНТА И ОБРАБОТКА ДАННЫХ

Экспериментальные исследования характеристик эффекта стрикционного самовоздействия ВН были выполнены 25 мая 2001 г. на нагревном стенде «Сура» (г. Васильсурск, Нижегородская область) в широком диапазоне частот $f_0 = 4,5 \div 9$ МГц в дневное (14:00–17:30 MSK) и вечернее (19:00–21:10 MSK) время суток, когда мощное радиоизлучение отражалось на высотах F -слоя ионосферы ($z = 180 \div 320$ км). Высотные профили электронной концентрации ионосферной плазмы определялись с помощью ионограмм, которые снимались в автоматическом режи-

ме каждые 15 мин с помощью импульсной ионосферной станции «Базис». Максимальная мощность излучения передатчика стенда составляла 200 кВт, что с учётом коэффициента усиления антенно-фидерной системы соответствовало максимальной эффективной мощности излучения $P_0 \approx 15 \div 30$ МВт для используемых частот ВН. Длительность импульсов воздействия на ионосферную плазму составляла $\tau_{\text{и}} = 20; 50$ и 100 мс с большим периодом повторения $T_{\text{и}} = 2$ с для исключения эффектов возбуждения теплового расслоения плазмы, наблюдающихся при длительном нагреве либо большой ($\overline{P_0} > 1 \div 2$ МВт) средней мощности ВН. Для определения регулярного поглощения (Γ) энергии ВН в нижних слоях ионосферы по соотношению амплитуд первого (A_1) и второго (A_2) отражений радиосигнала от ионосферы ($\exp(-\Gamma) = 2A_2/A_1$, см. [9]) перед каждым импульсом излучались ещё более короткие импульсы с длительностью $\tau_{\text{и}} = 300$ мкс. Мощность излучения импульсов ВН ступенчато уменьшалась с шагом порядка 3 дБ от максимальной вплоть до порогов возбуждения эффекта стрикционного самовоздействия ВН. При каждом уровне мощности излучалось от 60 до 200 импульсов. Отражённые от ионосферы сигналы ВН и искусственного радиоизлучения ионосферы на отдельных отстройках в спектре ИРИ регистрировались с помощью радиоприёмников «Катран», после чего поступали на аналого-цифровой преобразователь. Частота оцифровки данных составляла 20 кГц.

Для каждой серии измерений при фиксированной мощности, частоте и длительности импульса ВН проводилось усреднение последовательных реализаций сигнала. На рис. 1 в качестве иллюстрации приведена характерная осциллограмма интенсивности принимаемого сигнала ВН при $f_0 = 5770$ кГц, $P_0 \approx 20$ МВт и $\tau_{\text{и}} = 20$ мс, полученная после усреднения по 100 реализациям. Обработка экспериментальных данных сводилась к определению длительности τ_0 линейной стадии, в течение которой сохраняется первоначальный уровень принимаемого сигнала, характерного времени τ_1 развития нелинейной стадии (уменьшения интенсивности ВН в e раз), времени τ_p достижения минимальной интенсивности ВН, вычислению доли потерь энергии ВН $k_p = 1 - E_1^2/E_0^2$ (здесь E_0 и E_1 — амплитуды отражённого сигнала до и после развития эффекта стрикционного самовоздействия ВН), а также порогового поля $E_{\text{п}}$, при превышении которого начинает наблюдаться эффект стрикционного самовоздействия. На этом же рисунке приведена динамика развития и релаксации ИРИ для отстройки $\Delta f = f_{\text{ири}} - f_0 = -16$ кГц. Хорошо видно, что интенсивность излучения достигает максимальных значений вместе с развитием эффекта стрикционного самовоздействия. После выключения импульса мощной радиоволны интенсивность ИРИ релаксирует с характерным временем $\tau_d \approx 1,8$ мс, определяющим декремент затухания плазменных волн $\gamma_e = \tau_d^{-1} \approx 560$ с⁻¹. Резкие периодические всплески интенсивности ИРИ на осциллограммах обусловлены реакцией фильтров приёмной аппаратуры на фронты ВН при её многократном отражении от ионосферы.

На рис. 2 приведён пример регистрации и обработки данных в реальном времени проведения экспериментов при $f_0 = 6000$ кГц. Здесь в отличие от данных, представленных на рис. 1, измерение и расчёт характеристик сигнала проводились для каждого импульса ВН с обработкой оцифрованных данных в среде LabView. Контроль за уровнем мощности излучения осуществлялся по интенсивности земной волны (рис. 2а). Регулярное поглощение интенсивности ВН вычислялось по отношению стробированных амплитуд первого и второго отражений от ионосферы в случае использования импульсов с длительностью 300 мкс и кратных отражений по окончании основного импульса воздействия (рис. 2б, жирная и тонкая линии соответственно). Практическое совпадение величины регулярного поглощения для двух различных способов его измерения экспериментально подтверждает возможность использования второго способа определения величины $\exp(-\Gamma)$ без дополнительного зондирования ионосферы короткими импульсами. Расчёт максимальной амплитуды поля $E_{\Sigma 1}$ (см. рис. 2в) проводился по формуле (3). Коэффициент k_p стрикционного самовоздействия ВН и характерное время τ_p достижения минимальной интенсив-

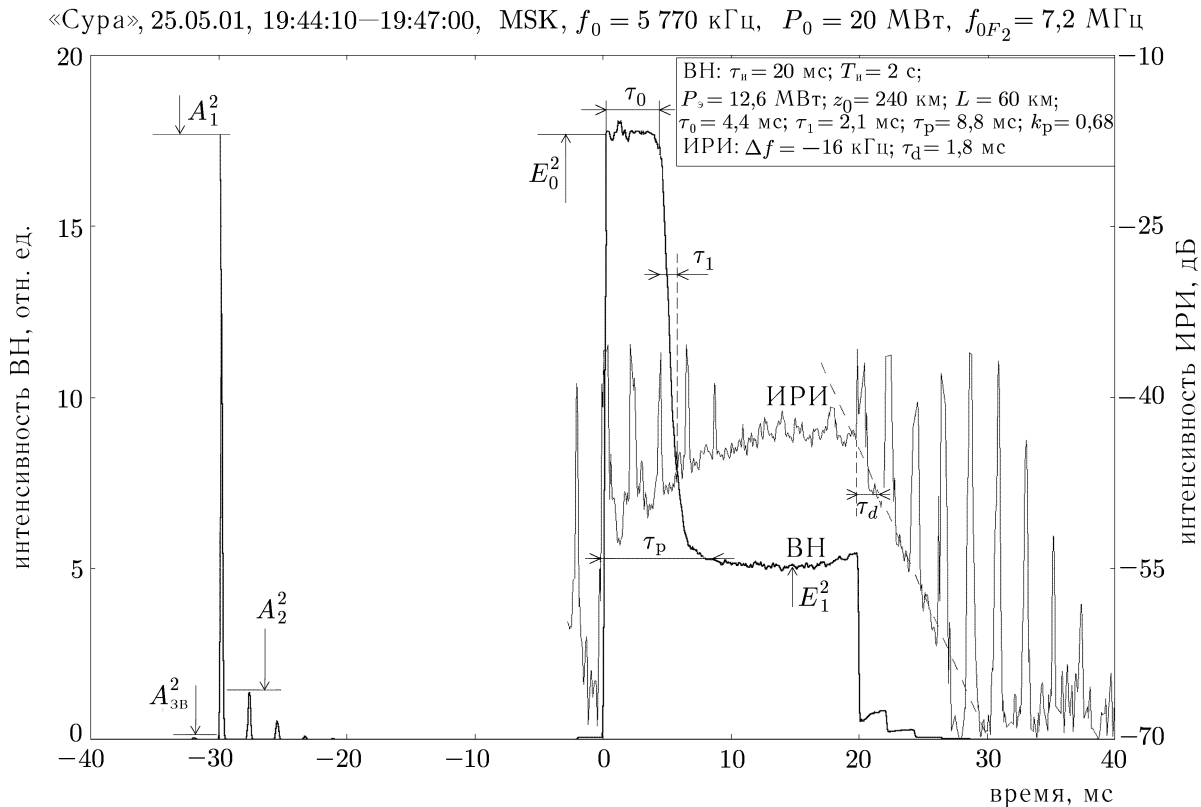


Рис. 1. Осциллограммы сигналов ВН и ИРИ для отстройки $\Delta f = -16$ кГц после усреднения по 100 импульсам. Здесь A_{3B} — амплитуда земной волны, L — характерный пространственный масштаб F -слоя, $P_s = P_0 \exp(-\Gamma)$

ности волны накачки E_1^2 представлены на рис. 2г и д. Осуществление подобного непрерывного мониторинга в реальном времени позволяет проследить за временными вариациями параметров сигнала и оперативно управлять режимами воздействия.

Для оценки распределения амплитуды электрического поля ВН вблизи уровня её отражения (в области квазипоперечного распространения волны) было использовано выражение для случая слоя плазмы с линейным профилем концентрации и волны единичной амплитуды на входе в слой, приведённое в [2, 21]:

$$E = 2 \left(\frac{\omega_0 L}{c \sin^4 \alpha} \right)^{1/6} \Phi \left[\left(\frac{\omega_0^2}{c^2 L \sin^2 \alpha} \right)^{1/3} (z_0 - z) \right], \quad \mathbf{E} \parallel \mathbf{H}_0. \quad (2)$$

Здесь $\Phi(x)$ — функция Эйри, z_0 — высота отражения ВН, $\alpha = 19,5^\circ$ — угол между магнитным полем Земли $\mathbf{H}_0$ и вертикалью, $L = N (\partial N / \partial z)^{-1}$ — характерный пространственный масштаб слоя плазмы, c — скорость света в вакууме. Максимальная амплитуда волны накачки $E_{\Theta 1}$ достигается в области первого максимума функции Эйри. Расчёт проводился с учётом измеренного регулярного поглощения радиоволн в невозмущённой ионосфере ($\exp(-\Gamma)$), эффекта «разбухания» поля (K) и сферичности волны (Q_s) [2, 21]:

$$E_{\Theta 1} [\text{МВ/м}] = 300 \frac{\sqrt{P_s [\text{кВт}]} K Q_s}{z_0 [\text{км}]} = 387 \frac{\sqrt{P_s [\text{кВт}]}}{z_0 [\text{км}]} \left(\frac{L}{\lambda_0} \right)^{1/6} \sin^{-2/3} \alpha, \quad (3)$$

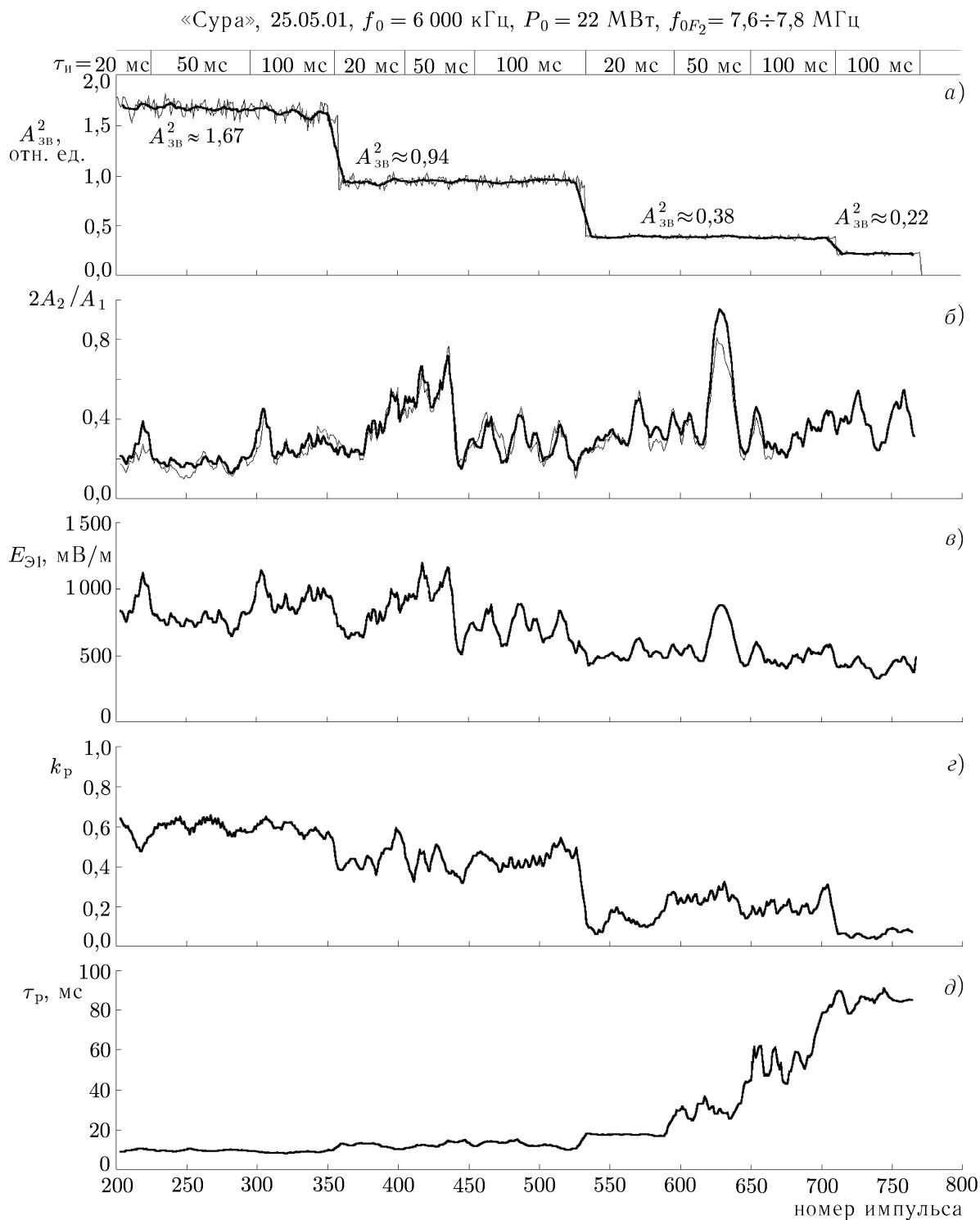


Рис. 2. Результаты обработки последовательности импульсов при $f_0 = 6\,000$ кГц различной мощности ВН: (а) изменение уровня интенсивности земной волны, пропорциональное мощности излучаемой ВН; (б) значения текущего регулярного затухания $\exp(-\Gamma)$ волны накачки, измеренного различными способами (жирная и тонкая линии); (в) результаты расчётов электрического поля ВН в первом максимуме функции Эйри; (г) и (д) измеренные параметры k_p и τ_p соответственно

где $P_{\Sigma} = P_0 \exp(-\Gamma)$ — эффективная мощность излучения нагревного стенда с учётом коэффициента усиления его антенной решётки $G \approx 75 \div 150$ и линейного затухания интенсивности ВН в нижней ионосфере, $K = 3,6 (k_0 |\partial n^2 / \partial z|^{-1})^{1/3} / \sin^2 \alpha = 3,6 (2\pi L \sin^2(\alpha) / \lambda_0)^{1/3} / \sin^2 \alpha$ — коэффициент усиления интенсивности вследствие «разбухания» поля мощной радиоволны в первом максимуме функции Эйри, $n = [(z_0 - z) / (L \sin^2 \alpha)]^{1/2}$ — показатель преломления волны накачки для плазменного слоя с линейным профилем концентрации в области её квазипоперечного распространения, $\lambda_0 = c / f_0$ — длина волны накачки в вакууме, Q_s — коэффициент ослабления при учёте сферичности поля волны в области отражения вследствие преломления лучей в неоднородной среде ($Q_s \approx 0,5$ для линейного слоя [2]). Высота отражения z_0 и масштаб слоя L определялись из ионограмм.

Амплитуду поля $E_{\Sigma n}(z_n)$ для остальных максимумов стоячей волны в области квазипоперечного распространения ВН (здесь n — номер максимума) можно оценить из выражения для её огибающей (при $z_0 - z_n > (\lambda_0^2 L \sin^2 \alpha)^{1/3}$ [21]):

$$E_{\Sigma n} \approx 0,74 E_{\Sigma 1} (\lambda_0^2 L \sin^2 \alpha)^{1/12} (z_0 - z_n)^{-1/4}, \quad z_0 - z_n \approx \Phi_n [\lambda_0^2 L \sin^2 \alpha / (4\pi^2)]^{1/3}, \quad (4)$$

где Φ_n — аргумент функции Эйри в её n -м максимуме: $\Phi_1 \approx 1,019$; $\Phi_2 \approx 3,248$; $\Phi_3 \approx 4,82$; $\Phi_4 \approx 6,163$.

2. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Среди проведённых на стенде «Сура» исследований эффекта стрикционного самовоздействия наибольший интерес представляет изучение зависимости порогового поля E_{Σ} от параметров воздействия и состояния ионосферы. Значения $E_{\Sigma 1} \approx E_{\Sigma}$ определялись из условия $k_p \approx 0$ при снижении мощности воздействия до пороговой. Графики зависимостей $k_p(E_{\Sigma 1})$ для различных условий наблюдений приведены на рис. 3.

На рис. 4а представлены полученные зависимости $E_{\Sigma}(z_0)$ для различных частот ВН и времени проведения измерений. В зависимости порогового поля эффекта стрикционного самовоздействия от частоты ВН наблюдаются два минимума: $E_{\Sigma} \approx 350$ мВ/м для частот $f_0 = 6\,000 \div 6\,950$ кГц и более низкие значения $E_{\Sigma} \approx 220$ мВ/м для частот $f_0 = 4\,555 \div 5\,770$ кГц, отвечающие дневным и вечерним условиям проведения измерений соответственно. Для дневных измерений величина E_{Σ} возрастает в $1,5 \div 2$ раза как с уменьшением, так и с ростом частоты ВН. Отмеченные выше минимальные значения E_{Σ} наблюдаются в интервале высот $230 \div 250$ км.

На этом же рисунке построены аналогичные зависимости декрементов затухания излучения γ_e , определённые по времени релаксации интенсивности ИРИ. Обращает на себя внимание подобие зависимостей $E_{\Sigma}(z_0)$ и $\gamma_e(z_0)$ для дневных измерений, когда минимальным значениям E_{Σ} соответствуют минимальные значения $\gamma_e \approx 600$ с⁻¹. Сама зависимость $E_{\Sigma}(\gamma_e)$ может быть аппроксимирована как $E_{\Sigma} \propto \gamma_e^{0,42}$. В условиях вечерних измерений значения γ_e уменьшаются вплоть до $400 \div 500$ с⁻¹, оставаясь приблизительно постоянными для различных частот ВН. На рис. 4б представлена зависимость порогового поля E_{Σ} от параметра $\gamma_e f_0$ для полного цикла наблюдений, которая будет обсуждаться ниже, в разделе 3.

На рис. 5, 6 представлены зависимости параметров τ_0 (точки, рис. 5), τ_1 (кружки, рис. 5), τ_p (точки, рис. 6) и k_p (треугольники, рис. 6) от надпороговости $\delta_{\Sigma 1} = E_{\Sigma 1}^2 / E_{\Sigma}^2$ для разных частот ВН. Как видно из приведённых данных, характерные времена развития эффекта стрикционного самовоздействия резко уменьшаются с ростом мощности ВН, а сами зависимости могут быть представлены в степенном виде: $\tau_0 \propto \delta_{\Sigma 1}^{-(0,7 \div 1,2)}$, $\tau_1 \propto \delta_{\Sigma 1}^{-(1,3 \div 2,5)}$ и $\tau_p \propto \delta_{\Sigma 1}^{-(0,7 \div 1,1)}$. Обращает на себя внимание более резкая зависимость от интенсивности ВН характерного времени развития

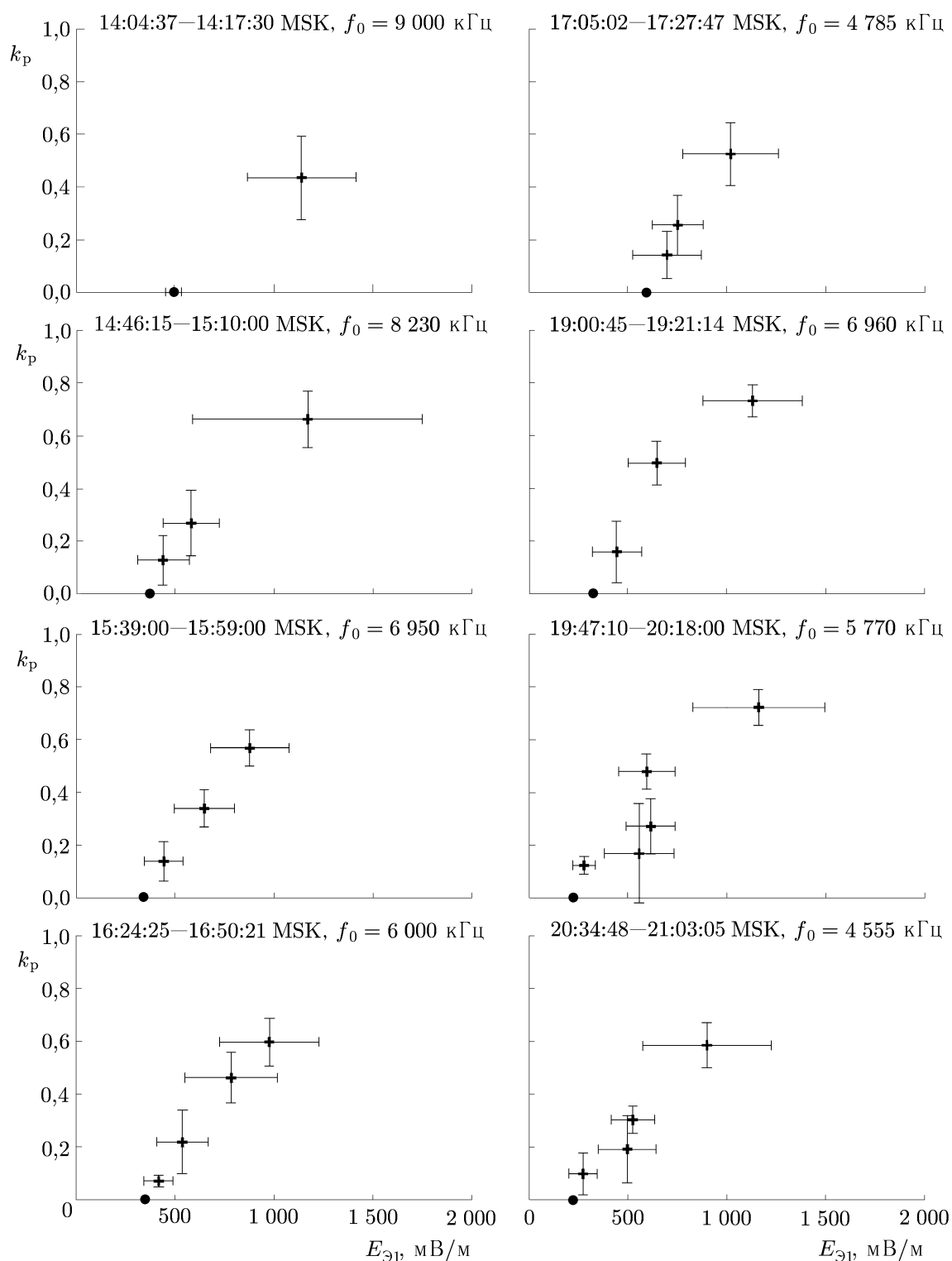


Рис. 3. Зависимость доли теряемой энергии ВН при развитии эффекта стрикционного самовоздействия k_p от максимальной величины электрического поля $E_{Э1}$ для восьми сеансов измерений. Пороговые значения поля $E_{п} = E_{Э1}$, соответствующие $k_p = 0$, отмечены точками

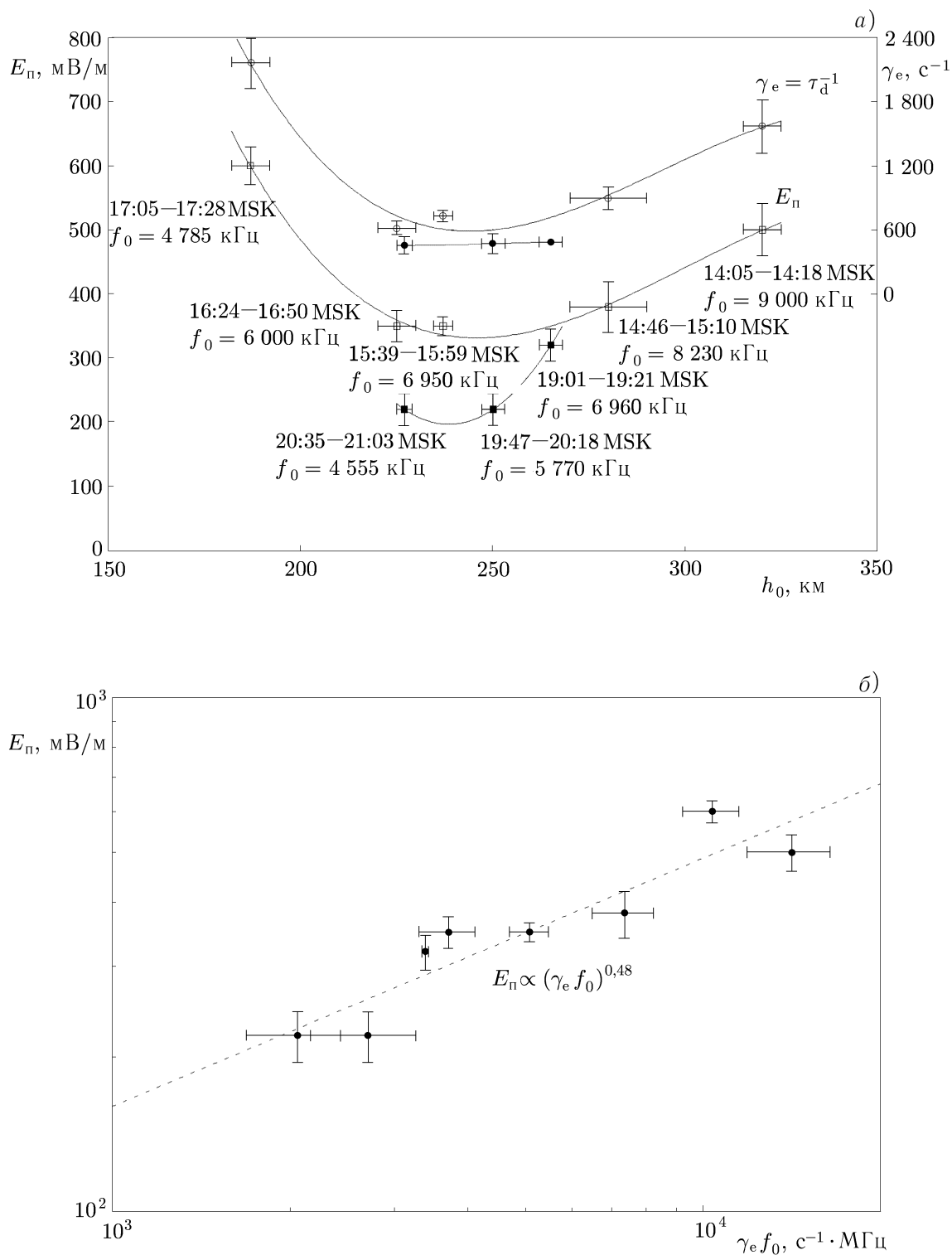


Рис. 4. Расчётные значения пороговых полей эффекта стрикционного самовоздействия волны накачки E_n и декрементов затухания ИРИ (плазменных волн) γ_e для различных сеансов измерений (панель а; линиями представлена аппроксимация экспериментальных данных полиномами 3-й степени) и зависимость $E_n(\gamma_e f_0)$ для всего цикла наблюдений (панель б)

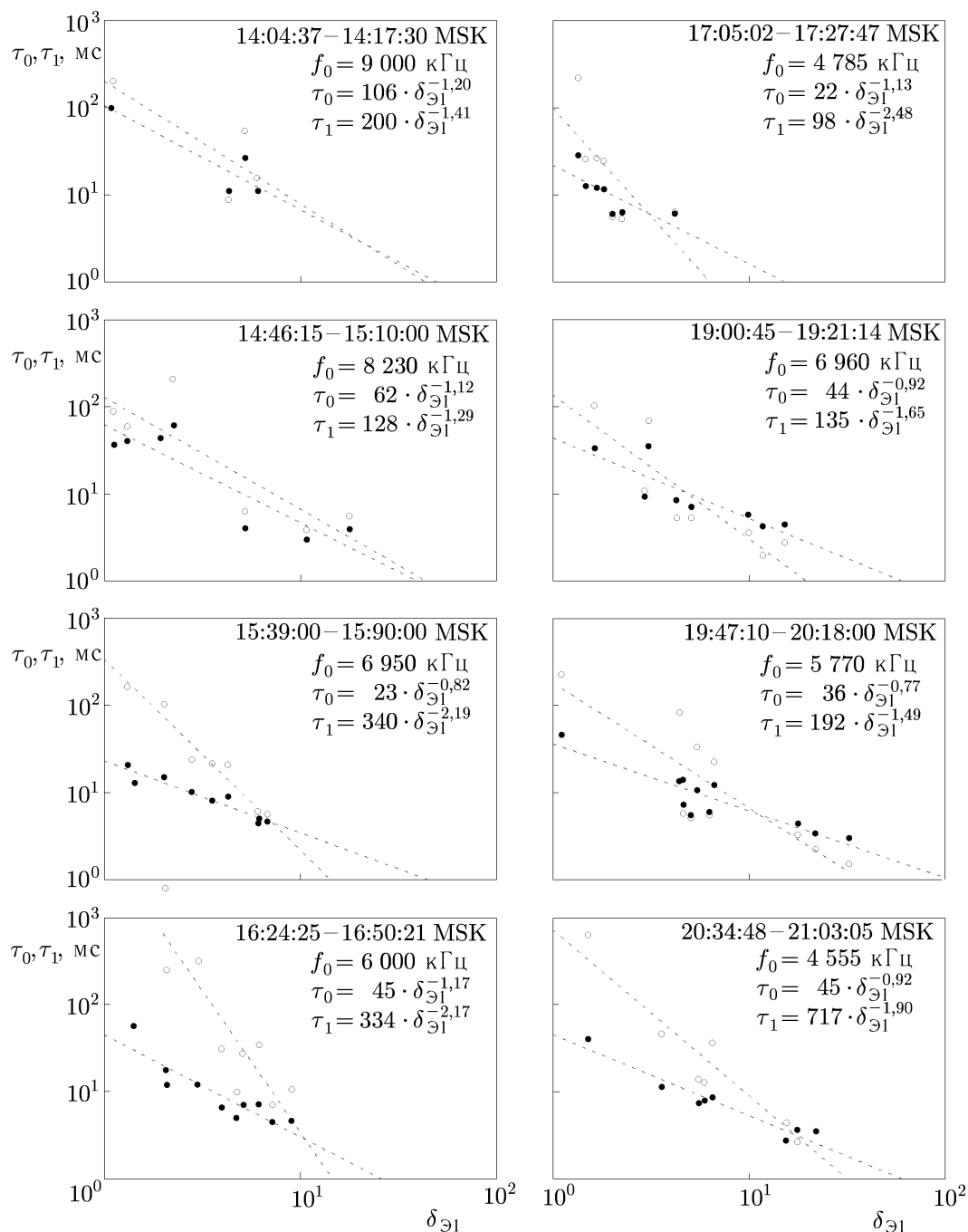


Рис. 5. Зависимость характерных времён развития эффекта стрикционного самовоздействия ВН — τ_0 (точки) и τ_1 (кружки) — от надпороговости $\delta_{Э1} = E_{Э1}^2/E_{п}^2$

нелинейной стадии эффекта стрикционного самовоздействия $\tau_1 \propto \delta_{Э1}^{-\Theta}$ с показателем степени Θ , в два раза большим по сравнению с аналогичными зависимостями для времён τ_0 и τ_p . Отметим, что вблизи пороговых значений ($\delta_{Э1} \approx 1$) величины τ_0 , τ_1 и τ_p возрастают до нескольких десятков миллисекунд, что и определяло использование длинных ($\tau_{и} = 100$ мс) импульсов для измерения характеристик сигнала ВН. Напротив, величина k_p , характеризующая долю теряемой волной на-

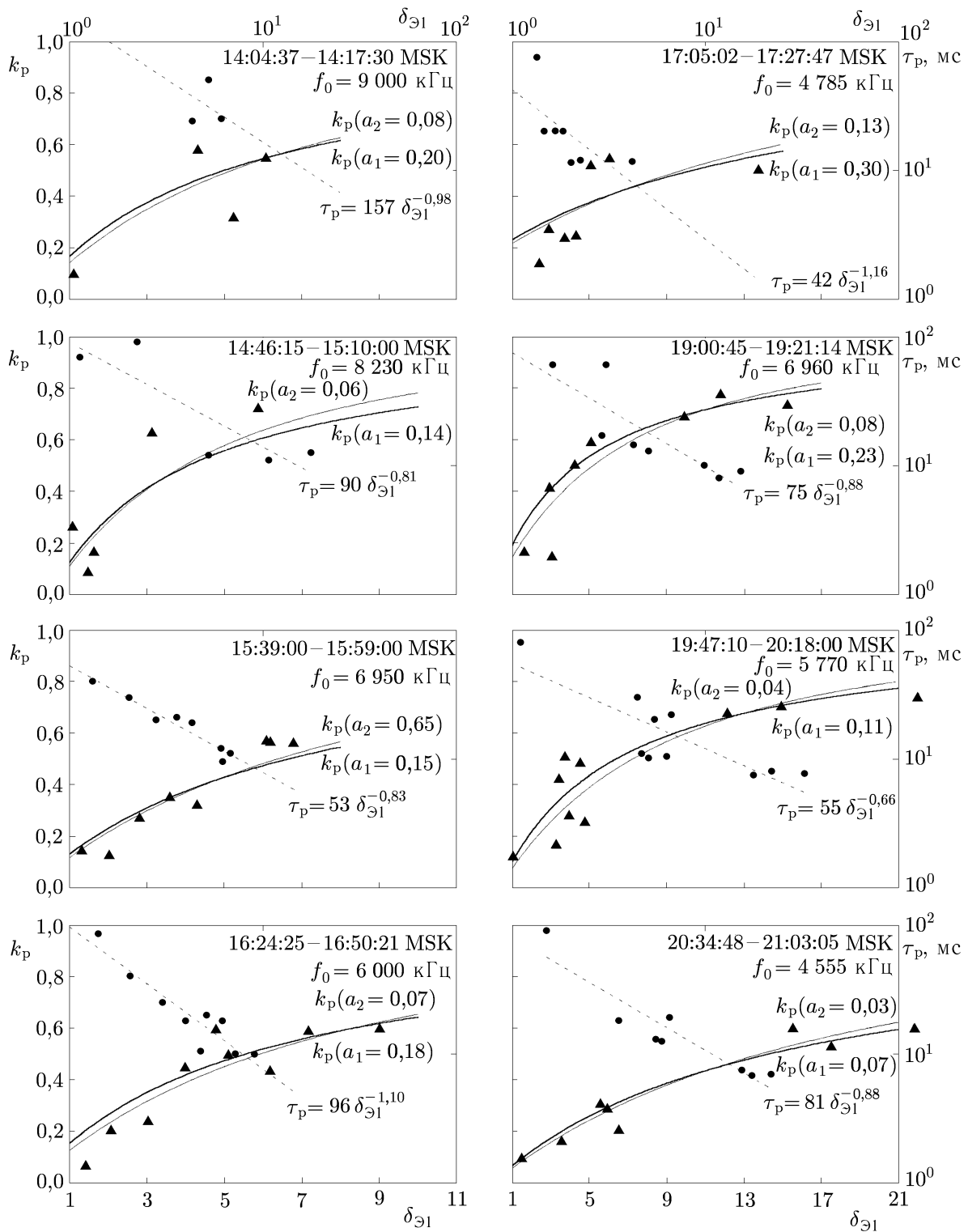


Рис. 6. Зависимость характерных амплитудно-временных параметров эффекта стрикционного самовоздействия ВН k_p (треугольники) и τ_p (точки, логарифмический масштаб осей) — от надпороговости $\delta_{\Sigma 1}$. Расчёт теоретических зависимостей $k_p(a_1 \delta_{\Sigma 1})$ и $k_p(a_2 \delta_{\Sigma 1})$ (жирная и тонкая линии соответственно) проводился по формулам (17) и (18)

качки энергии, возрастает с увеличением $\delta_{\Sigma 1}$. Параметры a_1 и a_2 , которые приведены на рис. 6, определяют форму расчётных зависимостей $k_p(\delta_{\Sigma 1}) = 1 - 1/(1 + \delta_{\Sigma 1}a_1)$ и $k_p(\delta_{\Sigma 1}) = 1 - 1/(1 + \delta_{\Sigma 1}a_2)^2$, использованных для аппроксимации вариаций экспериментальных данных. Величины a_1 и a_2 определяются в основном состоянием ионосферы (см. ниже раздел 3) и имеют тенденцию к увеличению с ростом декрементов затухания плазменных волн γ_e в различных сеансах измерений.

3. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Полученные в измерениях зависимости порогового поля эффекта стрикционного самовоздействия (E_{Σ}), декрементов затухания ИРИ (γ_e) и амплитудно-временных характеристик развития эффекта стрикционного самовоздействия (τ_0 , τ_1 , τ_p и k_p) от мощности, частоты ВЧ и ионосферных условий позволяют провести их сопоставление с существующими теоретическими представлениями. Согласно теории СПН [2, 3] и (1), интенсивность порогового поля возбуждения неустойчивости удовлетворяет зависимости вида $(E_{\Sigma})^2 \propto \nu N_e T_e / (f_0 F_m)$. Поскольку на уровне отражения ВЧ О-поляризации $N_e \propto f_0^2$, для амплитуды порогового поля окончательно имеем $E_{\Sigma} \propto (\nu f_0)^{1/2}$. Экспериментально наблюдаемая зависимость, полученная для полного цикла измерений, $E_{\Sigma} \propto (\gamma_e f_0)^{0,48 \pm 0,05}$ (см. рис. 4б) практически совпадает с теоретической.

В общем случае декремент затухания интенсивности плазменных волн определяется выражением $\nu = \nu_e + 2\gamma_{\text{Л}} + 2\gamma_{\text{ФЭ}} \approx \nu_e + 2\gamma_{\text{ФЭ}}$.¹ Здесь $\nu_e = \nu_{ei} + \nu_{en}$ — частота соударений электронов с ионами и нейтральными частицами, $2\gamma_{\text{Л}}$ и $2\gamma_{\text{ФЭ}}$ — декременты затухания Ландау на тепловых электронах и фотоэлектронах для интенсивности плазменных волн. В данном случае под фотоэлектронами подразумевается весь спектр сверхтепловых электронов, в том числе и ускоряемых плазменной турбулентностью, хотя роль последних в условиях проведения измерений вблизи порогов возбуждения плазменной неустойчивости минимизирована.

Для более детального сопоставления экспериментальных данных с теорией для всех сеансов наблюдений были проведены расчёты значений T_e , ν_e и E_{Σ} в приближении столкновительного характера затухания плазменных волн. Для расчётов использовались модели IRI (для определения температуры электронов и ионов), MSISE-90 (для определения концентрации нейтральных частиц: N_O , N_{O_2} — атомарного и молекулярного кислорода, N_{N_2} — молекулярного азота) [22], экспериментальные зависимости $N_e(h)$ и формулы для расчёта ν_{ei} и $\nu_{en} = \nu_{eO} + \nu_{eN_2} + \nu_{eO_2}$ [21, 23, 24]:

$$\begin{aligned} \nu_{ei}[\text{с}^{-1}] &= 5,5 \frac{N_e[\text{см}^{-3}]}{(T_e[\text{К}])^{3/2}} \ln \left(\frac{220 T_e[\text{К}]}{(N_e[\text{см}^{-3}])^{1/3}} \right), & \nu_{eO}[\text{с}^{-1}] &= 2,81 \cdot 10^{-10} N_O[\text{см}^{-3}] (T_e[\text{К}])^{1/2}, \\ \nu_{eN_2}[\text{с}^{-1}] &= 2,5 \cdot 10^{-11} N_{N_2}[\text{см}^{-3}] T_e[\text{К}] / (1 + 9,28 \cdot 10^{-3} (T_e[\text{К}])^{1/2}), \\ \nu_{eO_2}[\text{с}^{-1}] &= 1,5 \cdot 10^{-10} N_{O_2}[\text{см}^{-3}] (1 + 4,176 \cdot 10^{-2} (T_e[\text{К}])^{1/2}) (T_e[\text{К}])^{1/2}. \end{aligned} \quad (5)$$

Результаты модельных расчётов для T_e , ν_e , E_{Σ} и экспериментальные данные для N_e , γ_e , E_{Σ} , соответствующие 15 минутному временному интервалу измерений N_e и расчётов параметров модели, приведены на рис. 7. Для дневных измерений отмечается превышение пороговых полей E_{Σ} над теоретическими значениями в $2 \div 3$ раза и ещё более существенное превышение (до $4 \div 8$ раз) измеряемых декрементов затухания γ_e над расчётными значениями ν_e . В условиях вечерних измерений (после 19:00 MSK) экспериментальные данные приближаются к расчётным оценкам. Данный факт указывает на существенную роль бесстолкновительного затухания плазменных

¹ В области развития СПН вблизи уровня отражения ВЧ затухание Ландау на тепловых электронах мало: $\gamma_{\text{Л}} \ll \nu_e$ и $\gamma_{\text{Л}} \ll \gamma_{\text{ФЭ}}$ [2, 5].

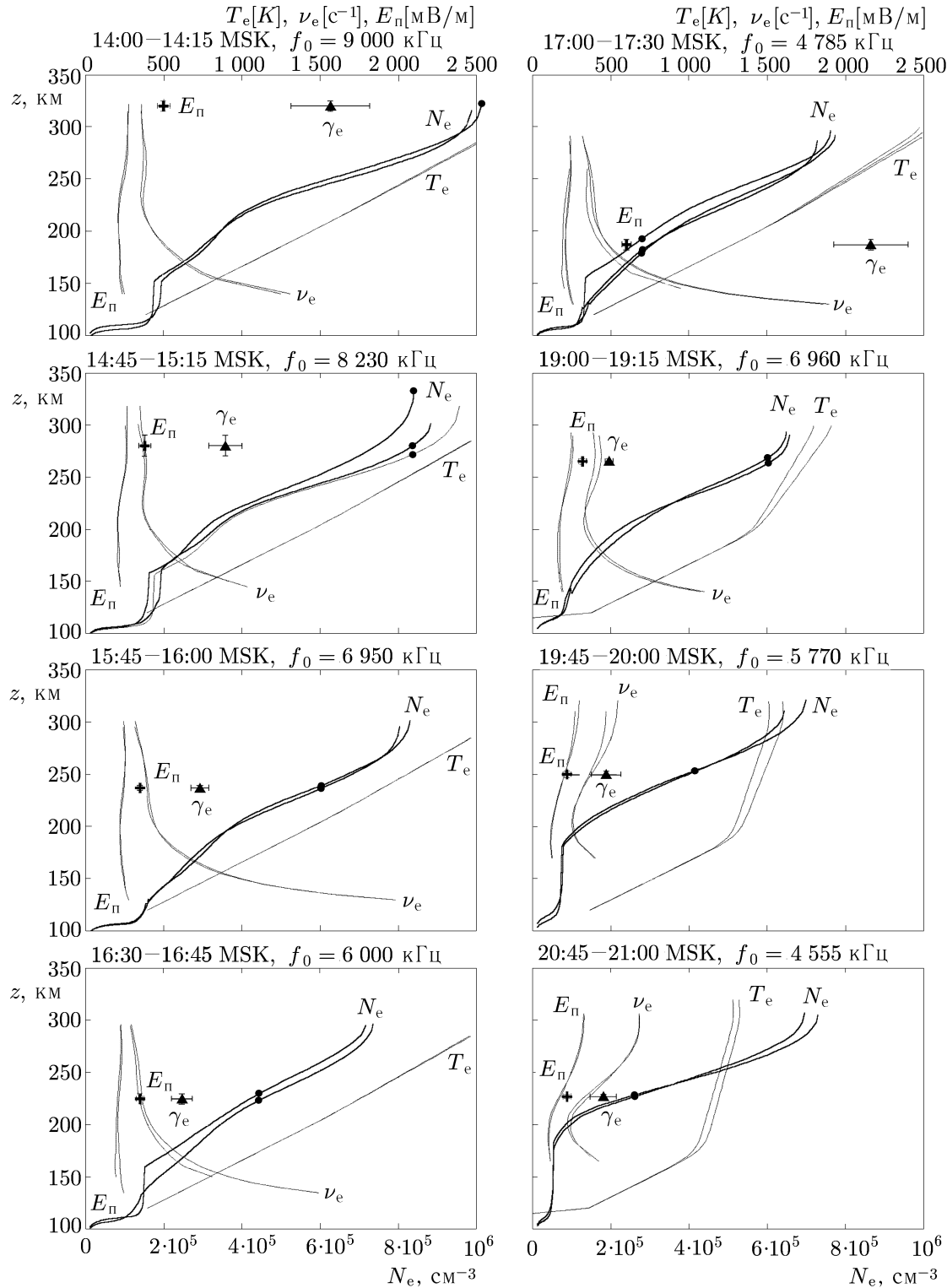


Рис. 7. Сопоставление расчётных пороговых полей СПН $E_{\text{п}}$, столкновительного затухания плазменных волн ν_e , концентрации N_e и температуры T_e в зависимости от высоты z и экспериментально определённых пороговых полей эффекта стрикционного самовоздействия $E_{\text{п}}$ (символ +) и декрементов затухания плазменных волн γ_e для различных сеансов измерений. Высотные профили концентрации электронов и расчётные значения $E_{\text{п}}$, T_e и ν_e приведены в соответствии с 15-минутным циклом измерения ионограмм

волн на фотоэлектронах в дневное время суток с декрементом $2\gamma_{\text{фэ}} = \gamma_e - \nu_e \approx (1 \div 5) \nu_e$, имеющим максимумы на высотах $180 \div 190$ км и $300 \div 320$ км. Этот результат подтверждает вывод об определяющем влиянии фотоэлектронов на затухание плазменных волн с декрементами $\gamma_e \approx 1600 \text{ с}^{-1}$ в дневной ионосфере, сделанный на основе исследований динамики искусственной плазменной линии методом некогерентного рассеяния радиоволн [14]. Причины наличия минимума декремента затухания на высотах $z \approx 230$ км для частот ВН $f_0 \approx 6000 \div 7000$ МГц в дневных измерениях в настоящее время не ясны и могут быть связаны, например, с изменением плотности потока фотоэлектронов $\Phi_{\text{фэ}}(\varepsilon = m_e v^2/2)$ и, соответственно, декремента $\gamma_{\text{фэ}}$ в процессе проведения измерений. Оценки величины $\gamma_{\text{фэ}}$ определяются конкретным видом функции распределения фотоэлектронов $f_{\text{фэ}}(\varepsilon) = m_e^2 \Phi_{\text{фэ}}(\varepsilon)/(2\varepsilon)$ [25] и спектральным распределением энергии $W(\mathbf{k}_1(z))$ ленгмюровских плазменных волн, взаимодействующих с фотоэлектронами. В частности, для максвелловской функции распределения фотоэлектронов $f_{\text{фэ}}(v) = N_{\text{фэ}} [m_e/(2\pi \varepsilon T_{\text{фэ}})]^{3/2} \exp[-m_e v^2/(2\varepsilon T_{\text{фэ}})]$ с $N_{\text{фэ}} = \alpha N_e$ ($\alpha \ll 1$, ε — постоянная Больцмана) и $T_{\text{фэ}} \gg T_e$ декремент $2\gamma_{\text{фэ}}$, определяемый затуханием Ландау на фотоэлектронах [21], может быть представлен в виде

$$2\gamma_{\text{фэ}} = \frac{\sqrt{\pi}}{4} \frac{\alpha \omega_0^4}{k_1^3 v_{T_{\text{фэ}}}^3} \exp\left(-\frac{\omega_0^2}{k_1^2 v_{T_{\text{фэ}}}^2}\right), \quad (6)$$

где $v_{T_{\text{фэ}}} = \sqrt{\varepsilon T_{\text{фэ}}/m_e}$. В типичных условиях дневной ионосферы энергия электронов ε_m , начиная с которой функция распределения электронов существенно отличается от максвелловской $f_e(v)$ с температурой T_e , составляет $\varepsilon_m \approx 2,5$ эВ, и долю фотоэлектронов в электронной концентрации $\alpha = N_{\text{фэ}}/N_e$ можно оценить из равенства $f_{\text{фэ}}(v) = f_e(v)$ при $\varepsilon_m \approx 14\varepsilon T_e$ (см. [25]):

$$\alpha \approx \left(\frac{T_{\text{фэ}}}{T_e}\right)^{3/2} \exp\left[-14T_e \left(\frac{1}{T_e} - \frac{1}{T_{\text{фэ}}}\right)\right]. \quad (7)$$

Оценки величины $2\gamma_{\text{фэ}}$ из (6), (7) и приведённые выше экспериментальные значения для $2\gamma_{\text{фэ}} \approx (1 \div 5) \nu_e \approx 400 \div 1700 \text{ с}^{-1}$ в условиях дневных измерений (см. рис. 7) близки при $\alpha \approx 10^{-4} \div 10^{-3}$, $\varepsilon T_{\text{фэ}} \approx 5 \div 50$ эВ и $2\pi/k_1 \approx 30 \div 150$ см. Здесь бóльшим волновым числам плазменных волн k_1 отвечают меньшие значения α и $T_{\text{фэ}}$. Значения k_1 в области максимумов функции Эйри для поля ВН (4) определяются из дисперсионного уравнения для плазменных волн $\omega^2 = \omega_p^2(z) + 3k_1^2(z)v_{Te}^2$ в слое плазмы с линейным профилем концентрации: $k_1 = \sqrt{2(z_0 - z_n)/(3L)} \omega_p/v_{Te}$ [21].

В приближении столкновительного характера затухания плазменных волн и условия $\nu_{ei} > \nu_{en}$ для высот $z > 200$ км декремент затухания определяется частотой соударений электронов с ионами²: $\nu \approx \nu_{ei} \propto N_e T_e^{-3/2}$ (см. (5)). Пренебрегая затуханием на фотоэлектронах, из (1) и (5) получаем следующую зависимость порогового поля от параметров ионосферной плазмы: $E_{\text{п}} \propto f_0^{3/2} T_e^{-3/4}$, т. е. $E_{\text{п}}$ увеличивается с ростом частоты ВН (концентрации N_e) при условии $T_e \approx \text{const}$. Подобная зависимость должна иметь место в ночных измерениях и была обнаружена экспериментально [10]. Данные наших вечерних измерений $E_{\text{п}}$ и γ_e лишь незначительно отличаются от расчётных, сделанных в предположении столкновительного характера затухания плазменных волн. Последнее свидетельствует о резком уменьшении вклада фотоэлектронов в декремент затухания в вечернее время. Проведённое сопоставление экспериментальных данных и теоретических оценок свидетельствует о возможности использования разработанной методики измерений и расчётов для мониторинга суточных вариаций декрементов затухания плазменных волн и, в частности, частоты столкновений электронов с ионами в неосвещённой ионосфере.

² Согласно [21–24] частоты соударений электронов с ионами и нейтральными частицами близки ($\nu_{ei} \approx \nu_{en}$) при $z \approx 165 \div 175$ км днём и при $z \approx 185 \div 200$ км вечером.

Проведённые измерения амплитудно-временных характеристик эффекта стрикционного самовоздействия ВН в зависимости от мощности ВН и ионосферных условий, представленные на рис. 5 и 6, дают возможность их сопоставления с существующими теоретическими моделями. Один из подходов к рассмотрению динамики СПН основан на приближении слабой турбулентности, развит в работах [3–7] и справедлив при $W_{l(k_1 < k_1^*)}/(N_e T_e) < (k_1^* v_{Te}/\omega_p)^2$ [26], где W_1 — плотность энергии плазменных волн, и при $\gamma_N < k_1 v_{T_i}$. Второе неравенство соответствует кинетической стадии развития СПН типа индуцированного рассеяния [3] и выполняется в условиях невысокой надпороговости, что имело место в эксперименте. Для такого приближения спектр плазменных волн при их каскадной перекачке с уменьшением частоты имеет вид узких пиков (сателлитов), отстоящих друг от друга на $\Delta\omega_s \sim 2x_m k_1 v_{T_i}$. В рассматриваемом случае эволюция сигнала ВН и плазменных волн определяется из решения системы эволюционных уравнений для плотности энергии мощной радиоволны W и спектральной плотности энергии плазменных волн $W_1, \dots, W_m$, где m — номер сателлита [4]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial(\nu t)} + \frac{\partial u}{\partial \xi} &= -\delta_0 u u_1 - u, & \frac{\partial u_1}{\partial(\nu t)} &= \delta_0 u u_1 f(\xi) - \delta_0 u_1 u_2 - u_1 + u_p, \\ \dots, & & \frac{\partial u_m}{\partial(\nu t)} &= \delta_0 u_{m-1} u_m - \delta_0 u_m u_{m+1} - u_m + u_p. \end{aligned} \quad (8)$$

Здесь $\xi = \int (\nu/v) dz$, u_m и u_p — нормированные на $W_0 = E_0^2/(8\pi)$ плотность энергии плазменных волн W_m и их начальная интенсивность W_p , $u = W/[W_0 f(\xi)]$, $f(\xi) = v_0/v$, v_0 и v — групповые скорости ВН на входе в слой плазмы и в глубине слоя. Отметим, что соотношение $Wv = W_0 v_0$ отражает сохранение потока энергии волны накачки на входе слоя ($W_0 v_0$) при распространении к уровню её отражения. Более точно пространственное распределение плотности энергии ВН $W(z)$ для слоя плазмы с линейным профилем концентрации описывается с помощью функции Эйри (формулы (2)–(4)) и определяет слоистый характер развития плазменной турбулентности в максимумах поля волны на начальной стадии развития неустойчивости. Параметр $\delta_0 = W_0/W_{\Pi}$ определяет надпороговость на входе слоя плазменной турбулентности.

Система уравнений (8) анализировалась с использованием численных методов при граничных условиях $u(0, \nu t) = 1$ и начальных условиях $u(0, 0) = 1$, $u_m(0, 0) = u_p$ для однородного ($f(\xi) = 1$) [4] и с линейным профилем концентрации [5] слоя плазмы при $\delta_0 = 4$ и $u_p = 0,003$. В работе [4] была сделана лишь приближённая аналитическая оценка периода осцилляций T плазменных сателлитов в начале слоя, отвечающего линейной стадии развития эффекта стрикционного самовоздействия:

$$T = \frac{1}{\gamma_N} \ln \frac{1}{u_p} = \frac{1}{\nu \delta_0} \ln \frac{1}{u_p}. \quad (9)$$

Приближённое решение второго уравнения системы (8) для интенсивности первого сателлита $u_1(t)$ при заданной интенсивности ВН ($u(t) = 1$) и в пренебрежении откачкой энергии в плазменные сателлиты с номерами $m \geq 2$ ($\delta_0 u_2 \ll 1$) определяется как

$$u_1(t) = u_p \exp[(\delta_0 f(\xi) - 1) \nu t]. \quad (10)$$

Тогда время достижения уровня $u_1 = 1$, при превышении которого интенсивность ВН должна заведомо уменьшаться, определяется выражением

$$\tau_0 = \frac{1}{\gamma_g} \ln \frac{1}{u_p} = \frac{1}{\nu (\delta_0 f(\xi) - 1)} \ln \frac{1}{u_p}. \quad (11)$$

Для однородного слоя плазмы ($f(\xi) = 1$) величина τ_0 практически совпадает с оценкой времени T (см. (9)), однако в выражении (11) полученная зависимость $\tau_0 \propto (\delta_0 f(\xi) - 1)^{-1}$ реально отражает экспериментальный факт: $\tau_0 \rightarrow \infty$ для малых $\delta_0 f(\xi) \approx 1$ в отличие от оценки $T \rightarrow \nu^{-1} \ln(u_p^{-1})$. Это является следствием учёта столкновительного затухания для первого сателлита в спектре плазменных волн в (10). Для слоя плазмы с линейным профилем концентрации, где показатель преломления $n = [(z_0 - z)/L]^{1/2}$, и групповой скоростью ВН $v = cn$, где z_0 — высота отражения ВН, параметр $f(\xi)$ отражает уменьшение групповой скорости ВН при её распространении к точке отражения и определяет геометрико-оптическое «разбухание» поля волны. Поскольку ранее при обработке экспериментальных данных мы определили параметр надпороговости как превышение порога неустойчивости в первом максимуме функции Эйри $\delta_{\Xi 1} = W_{\Xi 1}/W_p$, для этого уровня можно положить $\delta_{\Xi 1} \approx \delta_0 f_{\Xi 1}$, где $f_{\Xi 1} = v_0/v(z_1)$.

На рис. 8а приведены экспериментальные зависимости характерного времени τ_0 развития линейной стадии эффекта стрикционного самовоздействия ВН от аргумента $(\delta_{\Xi 1} - 1)\gamma_e$ (точки), построенные с использованием всего массива данных наблюдений. Показатель степени $\theta \approx 0,58$ зависимости $\tau_0 \propto [(\delta_{\Xi 1} - 1)\gamma_e]^{-\theta}$ (рис. 8а, сплошная линия) меньше теоретического: $\tau_0 \propto [(\delta_{\Xi 1} - 1)\nu]^{-1}$ (рис. 8а, пунктирная линия). Рассчитанные с использованием (11) значения τ_0 для $\nu = 400 \div 2000 \text{ с}^{-1}$ и $u_p^n(\delta_0 = 1) = 0,0013$ близки к измеряемым значениям τ_0 при пороговых мощностях воздействия ³ ($\delta_{\Xi 1} \geq 1$). С ростом параметра $(\delta_{\Xi 1} - 1)\gamma_e$ разница между измеряемыми и расчётными значениями τ_0 возрастает в среднем до $2 \div 5$ раз.

Полученное в работе [9] соответствие экспериментальной зависимости $\tau_0 \approx 6/\delta_{\Xi 1}$ и приближённых теоретических расчётов, сделанных на основе (9), по-видимому, связано с занижением величины $\delta_{\Xi 1}$ при определении порогов эффекта стрикционного самовоздействия в режиме излучения слишком коротких импульсов ВН с $\tau_n = 8 \text{ мс}$. При этом рост τ_0 до значений, больших τ_n , при уменьшении мощности ВН мог ошибочно трактоваться как условие достижения порога эффекта стрикционного самовоздействия ($k_p = 0$).

Расхождение измерений и оценок характерного времени развития линейной стадии эффекта стрикционного самовоздействия свидетельствует об определённой грубости использованных аналитических приближений. Условия сближения результатов расчётов и экспериментальных данных можно определить, качественно рассмотрев динамику параметров, влияющих на эволюцию сигнала ВН. Первое уравнение системы (8) для интенсивности ВН имеет частное решение в виде нелинейной простой (римановской) волны [27]:

$$u(\xi, \tau) = \exp \left[-\xi - \int \delta_0 [u_1(\tau) - u_1(\tau - \xi)] d\tau \right], \quad \tau = \nu t, \quad (12)$$

т. е. временная динамика интенсивности принимаемого на Земле сигнала ВН существенным образом зависит от процесса его распространения через пространственную область возбуждаемой плазменной турбулентности. Вблизи порогов СПН условие $\delta_{\Xi 1} \approx \delta_0 f_{\Xi 1}$ можно считать выполненным, поскольку неустойчивость развивается в узкой области вблизи первого максимума функций Эйри (см. (2)). Однако с ростом интенсивности накачки область плазменной турбулентности расширяется вниз, при этом пороги неустойчивости оказываются превышенными в менее интенсивных максимумах функции Эйри (см. (4)), где параметр $\delta_0 f_{\Xi n} = \delta_{\Xi n}$ становится больше единицы, а $\tau_{0\Xi n} > \tau_{0\Xi 1}$, где $\tau_{0\Xi n}$ — расчётное значение τ_0 в n -м максимуме функции Эйри. Кроме того, замедление роста интенсивности первого сателлита в спектре плазменных волн на линейной стадии развития неустойчивости должно приводить к увеличению τ_0 . Уменьшение интенсивности u_1 при фиксированной интенсивности отражённой ВН определяется в основном нелинейной

³ Значение $u_p = u_p^n/\delta_0 \approx 0,00033$ соответствует экспериментальным оценкам, полученным в [14] при $\delta_0 = 4$.

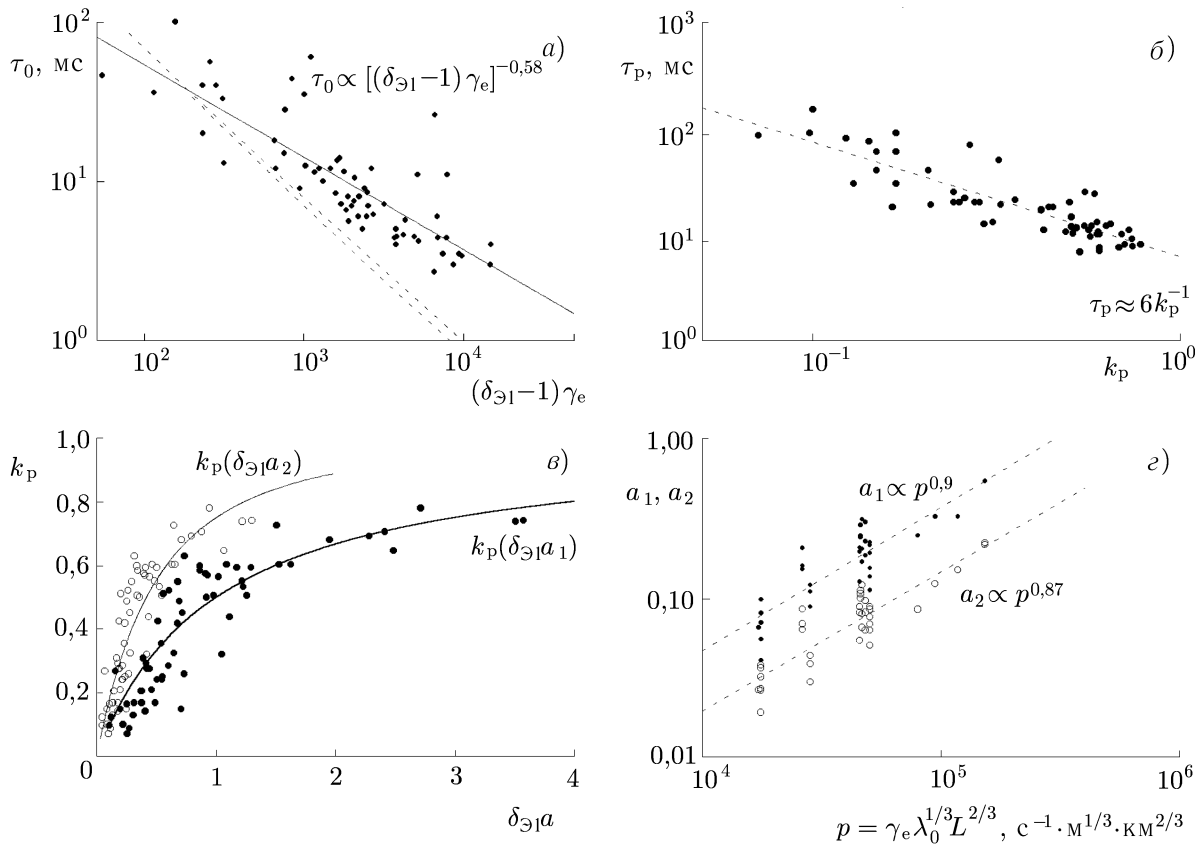


Рис. 8. Экспериментальная зависимость характерного времени τ_0 развития линейной стадии эффекта стрикционного самовоздействия ВН (точки) и расчётная зависимость τ_0 (пунктирная линия) от величины $(\delta\mathcal{E}_1 - 1)\gamma_e$ (панель а). Экспериментальная взаимозависимость амплитудно-временных параметров эффекта стрикционного самовоздействия ВН τ_p и k_p для полного цикла измерений (панель б). Зависимости k_p от параметров $\delta\mathcal{E}_1 a_1$ (точки) и $\delta\mathcal{E}_1 a_2$ (кружки) для полного цикла измерений; результаты расчётов k_p на основе выражений (17) и (18) представлены жирной и тонкой линиями соответственно (панель в). Функциональная зависимость расчётных параметров a_1 (точки) и a_2 (кружки) от декремента затухания γ_e , масштаба слоя L и длины ВН λ_0 для полного цикла измерений (панель з)

откачкой энергии $-\delta_0 u_1 u_2$ (см. (8)) в процессе расширения спектра плазменных волн. Этот же механизм должен приводить к замедлению уменьшения τ_0 с увеличением надпороговости $\delta_0 f(\xi)$. Подтверждением реализации такого процесса могут служить наблюдения динамики ИРИ на временах $t < \tau_0$ с достаточно высоким уровнем интенсивности излучения на отстройках $\Delta f = -16$ кГц (см. рис. 1), что свидетельствует о генерации достаточно интенсивных спутников с $m \geq 2$ уже на линейной стадии развития стрикционной параметрической неустойчивости. Далее, как отмечалось в [9], при больших значениях $\delta_0 f(\xi)$ может усиливаться влияние перехода к гидродинамической стадии неустойчивости ($\gamma_g \gg k_1 v_{T_i}$), для которой зависимость максимального инкремента от интенсивности ВН более медленная [28]: $\gamma_g \propto [\nu \delta_0 f(\xi)]^{1/3}$. Поскольку $\tau_0 \propto \gamma_g^{-1}$ (см. (11)), с ростом $\delta_0 f(\xi)$ должно наблюдаться замедление темпа уменьшения длительности линейной стадии неустойчивости.

Проведённое выше сопоставление результатов измерений и аналитических оценок временных характеристик развития эффекта стрикционного самовоздействия свидетельствует о необходимости более детального теоретического и численного анализа решений системы эволюционных уравнений (8). Последнее является, однако, предметом отдельных исследований.

Переходя к исследованию свойств эффекта стрикционного самовоздействия на стационарной стадии развития неустойчивости, кратко проанализируем результаты измерений, не имеющие пока теоретического объяснения. В первую очередь это относится к соотношению времён линейной (τ_0) и нелинейной (τ_1) стадий развития эффекта, которое определяется как $\tau_1 \propto \tau_0^2$ (см. рис. 5). Далее, на рис. 8б приведена экспериментальная зависимость времени τ_p достижения интенсивностью ВН квазистационарного уровня от доли теряемой при этом энергии k_p для полного цикла измерений. Вид этой зависимости $\tau_p \approx 6k_p^{-1}$ имеет достаточно малый разброс для различных ионосферных условий и, возможно, является в некоторой степени универсальным.

Для теоретических оценок величины эффекта стрикционного самовоздействия ВН в условиях развитой неустойчивости необходимо рассмотреть стационарные решения ($\partial/\partial(\nu t) = 0$) системы (8), что было сделано в ряде работ [3–7]. Выражение для интенсивности ВН при её распространении вглубь плазмы с возбуждением большого числа сателлитов $m \approx 2\delta_0 f(\xi) \gg 1$ имеет вид [4]

$$u = \frac{\exp(-\xi)}{1 + \delta_0 a_0}, \quad a_0 = \int_0^\xi f(\xi') \exp(-\xi') d\xi' = \int_{z_0 - z_L}^{z_0 - z} \nu v_0 / [v^2 \exp(-\int (\nu/v) dz')] dz', \quad (13)$$

где множитель $\delta_0 a_0$ определяет аномальное поглощение ВН при развитии эффекта стрикционного самовоздействия, а параметр a_0 определяется состоянием ионосферной плазмы. В частности, для слоя плазмы с линейным профилем концентрации и $\xi \ll 1$ параметр a_0 определяется выражением [5]

$$a_0 \approx \frac{\nu [L(z_0 - z_L)]^{1/2}}{c} \ln \left(\frac{z_0 - z_L}{z_0 - z} \right). \quad (14)$$

Здесь z_L — высота начала слоя, где достигается порог неустойчивости, z — текущая высота. Минимальное расстояние $z_0 - z_L$ от уровня отражения определяется положением первого максимума функции Эйри: $z_0 - z_1 \approx [\lambda^2 L \sin^2 \alpha / (4\pi^2)]^{1/3}$ [21]. В частном случае большой интенсивности ВН начало слоя определяется превышением инкремента СПН над затуханием Ландау на уровне $z_0 - z_L \approx z_0 - 0,08L$ [5]. Для мощностей излучения, используемых при проведении измерений, начало слоя лежит выше и определяется как $z_0 - z_L = z_0 - z_n \approx \Phi_n [\lambda_0^2 L \sin^2 \alpha / (4\pi^2)]^{1/3}$ при $E_n = E_{\text{Э}n}$ (см. (4)). В данном случае значение $\delta_0 = E_{\text{Э}n}^2 / E_n^2$ на входе слоя всегда равно 1, и аномальное поглощение волны определяется только изменением величины a_0 . Для области квазипоперечного распространения ВН с показателем преломления волны $n = \sqrt{(z_0 - z)/(L \sin^2 \alpha)}$ и групповой скоростью $v = cn \sin^2 \alpha$ выражение (13) для интенсивности ВН, прошедшей через слой плазменной турбулентности, принимает вид

$$E^2 \approx E_n^2 \sqrt{\frac{z_0 - z_n}{z_0 - z_1}} \frac{1}{1 + a_\perp}, \quad a_\perp \approx \frac{\nu [L(z_0 - z_n)]^{1/2}}{c \sin \alpha} \ln \left(\frac{z_0 - z_n}{z_0 - z_1} \right). \quad (15)$$

С учётом зависимости (4) выражение (15) можно представить в виде

$$E^2 \approx E_n^2 \sqrt{\frac{\Phi_n}{\Phi_1}} \frac{1}{1 + a_\perp}, \quad a_\perp = \delta_{\text{Э}1} a \approx \left(\frac{E_{\text{Э}1}}{E_{\text{Э}n}} \right)^2 \frac{\nu (\lambda_0 L^2)^{1/3}}{2c \sin^{2/3} \alpha} \ln \left(\frac{\Phi_n}{\Phi_1} \right), \quad (16)$$

где $\delta_{\text{Э}1} = E_{\text{Э}1}^2 / E_n^2$ — надпороговость, используемая при построении экспериментальных зависимостей, а новый параметр $a \approx 0,5\nu (\lambda_0 L^2)^{1/3} c^{-1} \sin^{-2/3}(\alpha) \ln(\Phi_n/\Phi_1)$.

Доля потерь энергии при развитии эффекта стрикционного самовоздействия ВН $k_p = 1 - (E_1/E_0)^2$ в пренебрежении аномальными потерями энергии для отражённой волны, что справедливо при достаточно сильных полях [29], определяется из (16) как

$$k_p = 1 - \frac{1}{1 + \delta_{\text{Э}1} a_1}, \quad k_p(\delta_{\text{Э}1} = 1, a_1 \approx 0) \approx 0. \quad (17)$$

Если амплитуда отражённой волны достаточно велика, и она испытывает аномальное ослабление при обратном прохождении через слой плазменной турбулентности, то максимальная оценка для величины k_p определяется выражением (см. также [9]):

$$k_p \approx 1 - \frac{1}{(1 + \delta_{\Sigma 1} a_2)^2}. \quad (18)$$

Поскольку экспериментальная зависимость $k_p(\delta_{\Sigma 1})$ однозначна, близкие теоретические оценки для величины k_p из (17) и (18) можно получить лишь при условии $a_1 > a_2$, где теоретические значения $a_1 = a$ либо $a_2 = a$ определяются из (16). На рис. 6 приведены экспериментальные зависимости k_p от $\delta_{\Sigma 1}$, аппроксимации которых с помощью выражений (17) и (18) при различных средних значениях a_1 и a_2 для каждого из сеансов измерений достаточно близки и не дают возможности ограничиться рассмотрением только одного случая.

На рис. 8⁶ приведены экспериментальные зависимости k_p от параметров $\delta_{\Sigma 1} a_1$ (точки) и $\delta_{\Sigma 1} a_2$ (кружки) для полного цикла измерений и результаты расчётов k_p с использованием (17) и (18) (жирная и тонкая линии соответственно). Использование подобного представления данных позволяет минимизировать их достаточно большой разброс, связанный с вариациями параметров a_1 либо a_2 в различных ионосферных условиях (см. рис. 6).

Для условий проведения экспериментов оценка величины a из (16) с целью определения вклада отражённой волны при расчётах k_p лежит в пределах $a \approx 0,02 \div 0,2$, т. е. в области измеряемых значений a_1 , a_2 и в среднем ближе к a_2 (см. рис. 6). Последнее свидетельствует о необходимости учёта вклада отражённой волны. Экспериментальным фактом, подтверждающим сделанный вывод, является превышение в большинстве измерений интенсивности отражённой ВН E_1^2 на нелинейной стадии развития эффекта стрикционного самовоздействия при максимальных используемых мощностях над интенсивностью ВН, регистрируемой при пороговых мощностях воздействия. В то же время для сеансов с $f_0 = 4785$ кГц, когда оценки a_1 и a_2 имели максимальную величину (см. рис. 6), амплитуда отражённой волны $E_1 \approx E_n$ уже при $\delta_{\Sigma 1} \geq 3$. При сопоставлении измеряемых и расчётных значений параметра a необходимо помнить об оценочном характере вычислений и искать подтверждение согласованности экспериментальных данных и теоретических расчётов в сравнении вида получаемых зависимостей для a от других ионосферных параметров. В частности, в разделе 2 было отмечено возрастание параметров a_1 , a_2 с увеличением γ_e . Данный факт может быть теоретически интерпретирован. Согласно (16), для слоя плазмы с линейным профилем концентрации величины a_1 и a_2 являются функцией нескольких параметров: $a_1 \propto a_2 \propto \nu \lambda_0^{1/3} L^{2/3}$, т. е. должны линейно возрастать с увеличением декремента затухания для плазменных волн. Значения a_1 , a_2 рассчитанные на основе экспериментальных данных по формулам (17) и (18), были использованы для построения экспериментальных зависимостей a_1 , a_2 от произведения параметров $\gamma_e (\lambda_0 L^2)^{1/3}$ (см. рис. 8²)⁴. Показатель степени $q \approx 0,9$ для зависимостей $a_1 \propto a_2 \propto (\gamma_e \lambda_0^{1/3} L^{2/3})^q$ близок к теоретическому значению (единице) для слоя плазмы с линейным профилем концентрации (см. (16)). Далее, согласно (16), с ростом надпороговости величина a должна возрастать как за счёт расширения области плазменной турбулентности, так и за счёт экспериментально обнаруженного возрастания декрементов затухания плазменных волн с ростом мощности ВН [18]. Такая тенденция к возрастанию параметров a_1 , a_2 с увеличением $\delta_{\Sigma 1}$ также была обнаружена в эксперименте. С другой стороны, при расширении области плазменной турбулентности от точки отражения вниз вплоть до области квазипродольного распространения необходимо учитывать изменения поляризационных характеристик ВН и

⁴ На рис. 8² исключена часть данных, полученных вблизи критических частот f_{0F2} , где зависимость $N_e(z)$ существенно нелинейна, а также данных для малых $\delta_{\Sigma 1}$.

возбуждаемых плазменных волн и использовать при выводе (15), (16) более общее выражение для показателя преломления ВН в магнитоактивной плазме (см. [21]). Используемое в [4, 5] приближение достаточно высокой надпороговости при получении исходного аналитического выражения (13) ограничивает возможности его применения для расчётов в области значений $\delta\epsilon_1 \geq 1$, для которых был получен значительный массив экспериментальных данных. Более строгий расчёт аномального поглощения ВН на развитой стадии стрикционного самовоздействия с учётом отражённой волны, приведённый в работе [30], также был выполнен для условий высокой надпороговости (для фиксированной нижней границы области турбулентности) без учёта изменения поляризационных свойств ВН. Таким образом, детальное сопоставление характеристик ВН на нелинейной стадии развития эффекта стрикционного самовоздействия с теорией требует более глубокого анализа результатов работ [4, 5, 30].

Одним из следствий уравнений (13) в условиях высокого аномального поглощения энергии ВН ($\delta_0 a_0 \gg 1$) является независимость интенсивности ВН, прошедшей через слой турбулентной плазмы, от интенсивности ВН на входе слоя (см. [5]):

$$E^2(z) \approx E_{\pi}^2(v_0/v)/a_0(z) \propto K(z)/a_0(z). \quad (19)$$

В данном случае интенсивность поля E^2 определяется соотношением величин «разбухания» поля K (см. (3), (4)) и его аномального поглощения, определяемого a_0 . Результаты численных расчётов аномального пространственного затухания мощной радиоволны для слоя плазмы с линейным профилем концентрации приведены в [5]. Таким образом, аномальная пространственная диссипация энергии ВН на нелинейной стадии развития эффекта стрикционного самовоздействия при большой надпороговости должна приводить к существенному снижению интенсивности поля ВН в глубине слоя развитой ленгмюровской турбулентности, т. е. вблизи первых максимумов функции Эйри.

Проведённый выше анализ показывает, что пространственно-временная эволюция ВН при развитии СПН в условиях большой надпороговости должна приводить к расширению области интенсивной ленгмюровской турбулентности вниз от первых максимумов функции Эйри на первых миллисекундах воздействия до высот, где превышен порог СПН. При этом на нелинейной стадии неустойчивости вследствие аномальной пространственной диссипации энергии ВН должно наблюдаться сглаживание сильной пространственной неоднородности поля волны, определяемой эффектами его «разбухания». Данный факт необходимо учитывать при решении самосогласованных задач возбуждения ионосферной ленгмюровской турбулентности мощной радиоволной, в том числе и в условиях развития режимов сильной турбулентности. Действительно, более строгое рассмотрение динамики СПН основано на исследовании решений уравнения Захарова [31]. В приложении к ионосферным условиям такой подход применялся в серии работ (см. статьи [32, 33] и ссылки в них). Этот подход позволяет проследить как за каскадной перекачкой энергии между плазменными сателлитами, так и за образованием уединённых структур типа ленгмюровских солитонов и кавитонов. Целью работ [32, 33] была интерпретация результатов экспериментальных измерений пространственно-временной структуры области ленгмюровской турбулентности для фиксированных волновых чисел k_1 с помощью радаров некогерентного рассеяния [15–17], однако при численных расчётах использовалось приближение заданной интенсивности ВН на всех высотах. При этом о необходимости включения в рассмотрение эволюционных уравнений для ВН свидетельствуют сами данные наблюдений [15–17]. В экспериментах обнаружено, что с увеличением длительности импульса воздействия наблюдается уменьшение интенсивности компонент «continuum» и «free mode» искусственной плазменной линии, которые связываются с проявлением сильной турбулентности в области первых максимумов функции Эйри для поля ВН, с одновременным появлением и усилением спектров плазменных волн распадного типа на меньших

высотах. Отмеченные компоненты сильной ленгмюровской турбулентности практически всегда наблюдаются в Аресибо (для $\widehat{\mathbf{k}_1 \mathbf{H}_0} = 40^\circ$), где эффект стрикционного самовоздействия выражен слабо [17]. В то же время указанные компоненты не всегда регистрируются при измерениях в Тромсё (для $\widehat{\mathbf{k}_1 \mathbf{H}_0} = 12^\circ$), где, как и на средних широтах, эффект стрикционного самовоздействия ярко выражен [8], что свидетельствует о сильном аномальном поглощении мощной радиоволны. Проведённый обзор опубликованных результатов исследований эволюции ВН и ленгмюровской ионосферной турбулентности при больших мощностях воздействия выявил, что анализ процессов часто не учитывает в полной мере их самосогласованность. Изучение свойств эффекта стрикционного самовоздействия и ИРИ в более широком диапазоне мощностей ВН, вплоть до максимальных (300 МВт), с использованием комплексной методики измерений и современной технической аппаратуры для спектрального анализа сигналов в реальном времени, а также проведение численных расчётов на основе детального анализа системы эволюционных уравнений развития и релаксации ленгмюровских плазменных волн и ВН в условиях конкуренции возбуждения режимов слабой и сильной турбулентности ионосферной плазмы составляет задачу дальнейших исследований.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведённые на стенде «Сура» исследования характеристик эффекта стрикционного самовоздействия ВН и динамики ИРИ позволили изучить зависимость пороговых полей возбуждения СПН и декрементов затухания излучения от частоты ВН, высоты её отражения и времени суток. Использование одновременных измерений динамики сигналов ВН и ИРИ позволило экспериментально определить декремент затухания плазменных волн γ_e по времени релаксации излучения для различных условий проведения измерений и использовать его как дополнительный независимый параметр при проведении теоретических расчётов. Для всего цикла измерений была получена характерная зависимость $E_{\text{п}} \propto (\gamma_e f_0)^{0,48}$, близкая к теоретической с показателем степени 0,5. Для дневных измерений значения $\gamma_e \approx 600 \div 2\,200 \text{ с}^{-1}$ значительно превосходят расчётные величины для модели столкновительного затухания $\nu_e \lesssim 400 \text{ с}^{-1}$, что связывается с бесстолкновительным характером затухания плазменных волн на фотоэлектронах. Обнаружено наличие минимума порогового поля $E_{\text{п}} \approx 350 \text{ мВ/м}$ и декремента $\gamma_e \approx 600 \text{ с}^{-1}$ для частот $f_0 \approx 6\,000 \div 7\,000 \text{ кГц}$ на высотах $z \approx 230 \text{ км}$. Здесь следует отметить, что именно для этого диапазона частот ВН в спектрах ИРИ при длительном непрерывном нагреве наблюдается наиболее интенсивная широкополосная компонента излучения («broad continuum», [34]). Механизм генерации этой компоненты связан с индуцированным рассеянием плазменных волн на ионах [35], пороги и интенсивность которого в значительной степени определяются декрементом затухания (см. (1)). В данных вечерних измерений отмечается приближение пороговых полей и декрементов к расчётным, полученным в приближении столкновительного затухания, что свидетельствует о резком уменьшении затухания плазменных волн на фотоэлектронах в неосвещённой ионосфере. Полученные результаты находятся в соответствии с измерениями, проведёнными на низкоширотном стенде «Гиссар» [10, 11], а также с теоретическими оценками вида полученных зависимостей. Сопоставление результатов измерений для стенда «Гиссар» ($\alpha = 31^\circ$) и стендов «Зимёнки» и «Сура» ($\alpha = 19,5^\circ$) [9, 12, 13] при ограниченном наборе экспериментальных данных для первого стенда не позволили обнаружить явной зависимости характеристик эффекта стрикционного самовоздействия ВН от угла наклона геомагнитного поля, хотя уже для стенда в Аресибо ($\alpha = 40^\circ$) отмечается резкое уменьшение величины указанного эффекта [17]. Исследование зависимостей амплитудно-временных характеристик эффекта стрикционного самовоздействия от ионосферных условий и мощности ВН (при надпороговостях $\delta_{\Sigma 1} \leq 10 \div 20$) и их сопоставление с теоретическими расчётами, сделанными в приближении слабой турбулентности, в целом указывают на адекватность теоретических

моделей, используемых для описания эффекта. В частности, при обработке экспериментальных данных для различных ионосферных условий была получена зависимость параметра a , характеризующего аномальное поглощение ВН, от декрементов затухания плазменных волн γ_e , длины ВН λ_0 и масштаба слоя L , близкая к теоретической $a \propto \gamma_e \lambda_0^{1/3} L^{2/3}$. Разработанная методика диагностики характеристик ленгмюровской турбулентности на начальной стадии взаимодействия мощного радиоизлучения с ионосферной плазмой может быть использована для исследования и других типов турбулентности плазмы (верхнегибридной, циклотронной) [18, 19, 34, 35].

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проекты № 01-02-16752, 03-02-16309 и 04-02-17544) и Минобразования РФ (проект Е02-3.2-36) и ИНТАС (проект 03-515583). При расчётах атмосферных и ионосферных параметров использованы модели MSISE-90 и IRI (<http://nssdc.gsfc.nasa.gov/space/model>). Авторы благодарят сотрудников стенда «Сура» за техническое обеспечение экспериментов, а также Л. М. Каган за информацию об электронных сайтах с моделями MSISE-90 и IRI.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гапонов А. В., Миллер М. А. // ЖЭТФ. 1958. Т. 34. С. 242.
2. Васьков В. В., Гуревич А. В. // Изв. вузов. Радиофизика. 1973. Т. 16, № 2. С. 188.
3. Митяков Н. А., Рапопорт В. О., Трахтенгерц В. Ю. // Геомагнетизм и аэрономия. 1974. Т. 4, № 1. С. 36.
4. Альбер Я. И., Кротова З. Н., Митяков Н. А. и др. // ЖЭТФ. 1974. Т. 66, № 2. С. 574.
5. Митяков Н. А., Рапопорт В. О., Трахтенгерц В. Ю. // Изв. вузов. Радиофизика. 1975. Т. 18, № 1. С. 27.
6. Perkins F. W., Oberman C. R., Valeo E. J. // J. Geophys. Res. 1974. V. 79, No. 10. P. 1478.
7. Fejer J. A. // Rev. Geophys. Space Phys. 1979. V. 17, No. 1. P. 135.
8. Fejer J. A., Kopka H. // J. Geophys. Res. 1981. V. 86, No. 7. P. 5746.
9. Ерухимов Л. М., Метелёв С. А., Митяков Н. А., Фролов В. Л. // Изв. вузов. Радиофизика. 1982. Т. 25, № 5. С. 490.
10. Ерухимов Л. М., Ковалёв В. Я., Куракин Е. П. и др. // Геомагнетизм и аэрономия. 1987. Т. 27, № 5. С. 758.
11. Ерухимов Л. М., Ковалёв В. Я., Куракин Е. П. и др. Результаты экспериментальных исследований искусственной ионосферной турбулентности, полученные на нагревном стенде «Гиссар»: Препринт № 290 НИРФИ. Горький, 1989.
12. Бойко Г. Н., Ерухимов Л. М., Зюзин В. А. и др. // Изв. вузов. Радиофизика. 1985. Т. 28. С. 395.
13. Бойко Г. Н., Ерухимов Л. М. // Геомагнетизм и аэрономия. 1990. Т. 30, № 1. С. 68.
14. Wong A. Y., Taylor R. J. // Phys. Rev. Lett. 1971. V. 27, No. 10. P. 644.
15. Fejer J. A., Sulzer M. P., Djuth F. T. // J. Geophys. Res. 1991. V. 96. P. 15985.
16. Sulzer M. P., Fejer J. A. // J. Geophys. Res. 1994. V. 99. P. 15035.
17. Djuth F. T., Gonzales C. A., Ierick H. M. // J. Geophys. Res. A. 1986. V. 91, No. 11. P. 12089.
18. Сергеев Е. Н., Фролов В. Л., Бойко Г. Н., Комраков Г. П. // Изв. вузов. Радиофизика. 1998. Т. 41, № 3. С. 313.
19. Сергеев Е. Н., Грач С. М., Комраков Г. П. и др. // Изв. вузов. Радиофизика. 2002. Т. 45, № 3. С. 214.
20. Frolov V. L., Sergeev E. N., Komrakov G. P., et al. // J. Geophys. Res. 2002. V. 86, No. 7. P. 5746.
21. Гинзбург В. Л. Распространение электромагнитных волн в плазме. М.: Физматгиз, 1960.
22. <http://nssdc.gsfc.nasa.gov/space/model>.

23. Shunk R. W., Nagy A. F. *Ionospheres: Physics, Plasma Physics, and Chemistry*. Atmospheric and Space Science Series. Cambridge University Press, 2000.
24. Фаткуллин М. Н., Зеленова Т. И., Козлов В. К. и др. *Эмпирические модели среднеширотной ионосферы*. М.: Наука, 1981.
25. Кринберг И. А. *Кинетика электронов в ионосфере и плазмосфере Земли*. М.: Наука, 1978.
26. Галеев А. А., Сагдеев Р. З., Шапиро В. Д., Шевченко В. И. // *Взаимодействие сильных электромагнитных волн с бесстолкновительной плазмой*. Горький: ИПФ АН СССР, 1980. С. 6.
27. Пелиновский Е. Н., Фридман В. Е., Энгельбрехт Ю. К. *Нелинейные эволюционные уравнения*. Таллин: Валгус, 1984.
28. Митяков Н. А., Грач С. М., Митяков С. Н. // *Итоги науки и техники. Серия геомагнетизм и высокие слои атмосферы*. 1989. Т. 9.
29. Васьков В. В., Гуревич А. В. // *ЖЭТФ*. 1973. Т. 64, № 4. С. 1272.
30. Васьков В. В., Гуревич А. В. // *ЖЭТФ*. 1974. Т. 66, № 5. С. 1673.
31. Захаров В. Е. // *ЖЭТФ*. 1972. Т. 62, № 5. С. 1745.
32. Mjølhus E., Helmersen E., DuBois D. F. // *Nonlinear Processes in Geophys.* 2003. V. 10. P. 151.
33. DuBois D. F., Russel D. A., Cheing P. Y., Sulzer M. P. // *Phys. Plasmas*. 2001. V. 8, No. 3. P. 791.
34. Frolov V. L., Ermakova E. N., Komrakov G. P., et al. // *Geophys. Res. Lett.* 2001. V. 28, No. 16. P. 3103.
35. Грач С. М. // *Изв. вузов. Радиофизика*. 1985. Т. 28, № 6. С. 684.

¹ Научно-исследовательский радиофизический институт;

Поступила в редакцию

² Нижегородский госуниверситет им. Н. И. Лобачевского,
г. Нижний Новгород, Россия

22 апреля 2003 г.

STUDY OF EXCITATION CONDITIONS AND PARAMETERS OF THE IONOSPHERIC PLASMA TURBULENCE AT THE DEVELOPMENT STAGE OF THE STRICTION PARAMETRIC INSTABILITY

E. N. Sergeev, S. M. Grach, and P. V. Kotov

We present the results of studying the development features of the nonlinear effects at the initial stage of interaction of powerful HF radio waves with the *F*-region ionospheric plasma. The experimental measurements were performed at the "Sura" heating facility for the wide pump-wave frequency range (4.5–9.0 MHz) and various pulse duration (0.3–100 ms) and effective radiation power (1–30 MW ERP) at various time of a day. The measurements allow for studying the dependence of the excitation threshold, the time–amplitude features of the striction self-action of the pump wave, and the decay rate of the stimulated electromagnetic emission on the pump-wave parameters and the ionospheric conditions. The measured features of development of the striction parametric instability in the ionospheric plasma are compared with the modeling results. The threshold (220 mV/m) and the decay rate (450 s^{−1}) measured under evening time conditions are close to the estimates derived assuming that the Langmuir turbulence decays due to collisions. A significant increase in the threshold field and the decay rate (by a factor of up to 3 and 6, respectively) was observed under daytime conditions. In this case, the minimal values of the threshold (350 mV/m) and the decay rate (600 s^{−1}) correspond to altitudes of about 230 km. The measurement results and model calculations are indicative of the dominant effect of photoelectrons on the development features of ionospheric plasma turbulence under daytime conditions. The possibilities of using the elaborated method for complex daily monitoring of the parameters of the Langmuir turbulence and the background ionospheric plasma are discussed.

УДК 621.371.165

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ МОРСКОГО ВОЛНЕНИЯ ПО ДОПЛЕРОВСКОМУ СПЕКТРУ РАДИОЛОКАЦИОННОГО СВЧ СИГНАЛА, ОТРАЖЁННОГО ВОДНОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ

Е. М. Мешков, В. Ю. Караев

В приближении метода Кирхгофа получены формулы для смещения и ширины доплеровского спектра электромагнитного сигнала СВЧ диапазона, отражённого взволнованной водной поверхностью при малых углах падения, с учётом влияния диаграммы направленности антенны радиолокатора. Новая модель спектра учитывает изменение расстояния от радиолокатора до зондируемой поверхности в ходе измерений. Проведённый теоретический анализ показал, что свойства доплеровского спектра и содержащийся в отражённом сигнале объём информации о рассеивающей поверхности существенным образом зависят от ширины диаграммы направленности антенны. Результаты исследования позволили разработать новый алгоритм измерения характеристик водной поверхности с движущегося носителя.

ВВЕДЕНИЕ

Развитие методов радиолокационного зондирования поверхности океана необходимо для решения многих прикладных задач, например для обеспечения безопасности жизнедеятельности в прибрежных районах, проведения экологического мониторинга океана, сбора метеорологической информации. Современные радиолокаторы позволяют измерять различные характеристики морской поверхности, например высоту волнения, скорость и направление ветра. В настоящее время при восстановлении параметров рассеивающей поверхности анализируется мощность отражённого сигнала (сечение обратного рассеяния).

В настоящей работе рассматривается задача увеличения числа характеристик поверхности, которые могут быть измерены дистанционными методами, за счёт анализа спектра отражённого сигнала. Как показано ниже, с высокой точностью может быть измерена дисперсия наклонов водной поверхности.

Другой не менее важной задачей является повышение точности измерений восстанавливаемых параметров, например скорости ветра, за счёт получения дополнительной информации о состоянии рассеивающей поверхности.

С чем связаны ошибки измерения скорости ветра и как их можно устранить? Применяемые в настоящее время алгоритмы восстановления скорости ветра являются регрессионными и основаны на предположении об однозначной связи сечения обратного рассеяния и скорости ветра [1–4]. Однако связь между мощностью отражённого сигнала и скоростью ветра является неоднозначной: параметры крупномасштабного волнения не всегда связаны только со скоростью ветра. Сечение рассеяния зависит от дисперсии наклонов поверхности и спектральной плотности ряби. Поэтому для точного определения скорости ветра необходимо знать дисперсию наклонов крупномасштабного волнения.

Гравитационно-капиллярные волны хорошо коррелируют со скоростью ветра, а характеристики крупномасштабного волнения зависят не только от ветра, но и от наличия волн зыби и степени развития волнения. Поэтому ошибка восстановления скорости ветра максимальна при слабом ветре и высокой зыби [5].

Существуют методы измерения дисперсии наклонов поверхности [6, 7], но у них есть ограничения. Например, альтиметр SRA [6] позволяет измерять наклоны поверхности, но используемый в нём метод ограничен тем, что измерения нужно проводить с небольшой высоты, т.к. размер

Е. М. Мешков, В. Ю. Караев

231

ячейки (элемент разрешения) должен быть много меньше длины волны энергонесущего волнения. Следовательно, этот метод нельзя применять для измерений со спутника.

Настоящая работа посвящена исследованию спектральных характеристик отражённого СВЧ сигнала (доплеровского спектра) и развитию на этой основе новых методов и алгоритмов определения параметров рассеивающей поверхности.

Начальный период изучения доплеровского спектра приходится на вторую половину 50-х годов, когда на основе именно доплеровских измерений в декаметровом диапазоне длин волн [8–10] были впервые сформированы адекватные представления о механизме рассеяния коротких радиоволн морской поверхностью. Затем соответствующая теория была распространена на СВЧ диапазон [11, 12]. В дальнейшем основные усилия были направлены на изучение сечения обратного рассеяния и его использование для получения информации о морской поверхности (см., например, [1–4]).

В рамках метода Кирхгофа нами получены формулы для смещения и ширины доплеровского спектра (ДС) электромагнитных волн СВЧ диапазона, рассеянных взволнованной водной поверхностью при малых углах падения, с учётом диаграммы направленности антенны (ДНА) радиолокатора [13]. Как известно, не только самолёт не может двигаться строго параллельно зондируемой поверхности, но и спутник движется по орбите переменного радиуса. Поэтому для того, чтобы модель ДС могла быть использована для интерпретации результатов натурных измерений, мы ввели в неё изменение высоты радиолокатора по отношению к морской поверхности через угол наклона траектории движения в вертикальной плоскости относительно горизонтальной оси. Этот угол не связан с углом падения, при изменении этого угла угол падения не меняется. В настоящей работе получены формулы для ширины и смещения ДС с учётом этого эффекта и сделана оценка эффективности алгоритмов восстановления информации о состоянии морской поверхности.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

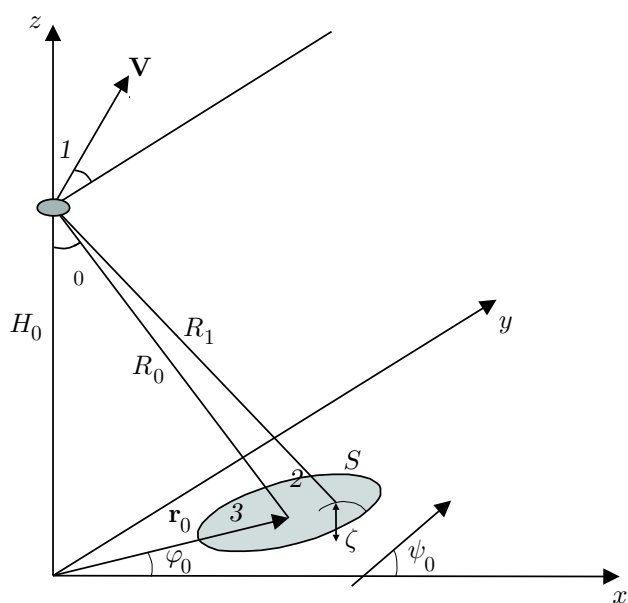


Рис. 1

Рассмотрим постановку исходной задачи. На рис. 1 приведена схема проведения измерений. Локатор движется в плоскости yz , скорость движения $\mathbf{V}$ предполагается постоянной, β — угол наклона вектора скорости относительно оси y . Наблюдение ведётся при угле падения θ_0 , который предполагается достаточно малым, так что механизм обратного рассеяния радиолокационного СВЧ сигнала является квазизеркальным и не надо учитывать брэгговскую компоненту. Направление распространения волнения определяется углом ψ_0 , который отсчитывается от оси x , как и угол поворота антенны φ_0 .

Диаграмма направленности антенны $G(\mathbf{r})$ предполагается гауссовой (см. ниже) и имеет ширину δ_x по уровню половинной мощности в вертикальной и δ_y — в азимутальной плоскостях. Наклонная дальность до центра рассеивающей площадки $R_0 = H_0 / \cos \theta_0$. Текущая точка на рассеивающей площадке имеет координаты (x_1, y_1, ζ_1) , где $\zeta_1(\mathbf{r}, t)$ — случайная функция, описывающая крупномасштабное волнение, R_1 — соответствующая наклонная дальность до точки отражения,

$\mathbf{r}_0(x_0, y_0)$ — радиус-вектор до центра площадки S в плоскости xy .

В приближении метода Кирхгофа комплексная амплитуда рассеянного поля квазизеркальной компоненты имеет следующий вид [14–17]:

$$E_3(t) = \frac{F_{\text{эфф}}(U_{10})E_0k}{2\pi i \cos \theta_0 R_0} \int_S G(\mathbf{r}) \exp(-2ikR_1) dS, \quad (1)$$

где E_0 — амплитуда падающего поля вблизи рассеивающей поверхности, U_{10} — скорость ветра на высоте 10 м над поверхностью, $F_{\text{эфф}}(U_{10})$ — эффективный коэффициент отражения, $k = 2\pi/\lambda$ — волновое число падающего излучения (в дальнейшем все вычисления будут проводиться для $\lambda = 3$ см). Функция $G(\mathbf{r})$ задаёт распределение амплитуды падающего поля на рассеивающей площадке S и при $y_0 = 0$ имеет следующий вид [15]:

$$G(\mathbf{r}) = \exp \left[-1,38 \left(\frac{(x - x_0)^2 \cos^2 \theta_0}{R_0^2 \delta_x^2} + \frac{y^2}{R_0^2 \delta_y^2} \right) \right]. \quad (2)$$

Корреляционная функция отражённого электромагнитного поля находится по формуле $K_3(\tau) = \langle E_{32} E_{31}^* \rangle$, где индекс звёздочка означает комплексно-сопряжённую величину, угловые скобки — статистическое усреднение по рассеивающей поверхности. Подробно преобразования приведены в Приложении.

Для последующих преобразований применялся подход, использованный в [18]. В результате были получены формулы для смещения отражённого сигнала $f_{\text{см}}$ относительно несущей частоты и ширины Δf_{10} доплеровского спектра на уровне -10 дБ по отношению к максимуму:

$$f_{\text{см}} = \frac{1}{\lambda} \left[2V \sin \varphi_0 \sin \theta_0 \cos \beta - \frac{2V \sin \beta}{\cos \theta_0} - \frac{2K_{xt} \cos \varphi_0 \sin \theta_0}{\sigma_{xx}^2} - \frac{\alpha_p \alpha_y \sigma_{xx}^2 \sin \theta_0}{2\alpha_n} + \frac{R_{xx}^2 \alpha_u \alpha_0 \alpha_n \delta \cos^2 \theta_0 \operatorname{tg} \theta_0}{4\alpha_e} - \frac{\alpha_s \alpha_z \delta \operatorname{tg} \theta_0}{2\Delta_{ay} \alpha_r} \right], \quad (3)$$

$$\Delta f_{10} = \frac{4\sqrt{\ln 10}}{\lambda} \left[\frac{2\alpha_t \cos^2 \theta_0}{\sigma_{xx}^2} - \frac{\alpha_p^2 \sigma_{xx}^2 \cos^2 \theta_0}{2\alpha_n} + \frac{R_{xx}^2 \alpha_n \alpha_u^2 \delta \cos^2 \theta_0}{4\alpha_e} + \frac{\alpha_s^2 \delta}{4\Delta_{ay} \alpha_r} \right]^{1/2}. \quad (4)$$

Входящие в формулы (3), (4) коэффициенты приведены в Приложении.

На рис. 2 показаны доплеровские спектры для различных скоростей ветра в случае неподвижного радиолокатора. Вычисления проведены при следующих условиях: угол поворота антенны и направление распространения волнения составляют 0 и 180° соответственно, угол падения $\theta_0 = 5^\circ$, ширина диаграммы направленности антенны $\delta_x = \delta_y = 1^\circ$, скорость ветра 5; 10 и 15 м/с.

Под смещением доплеровского спектра мы понимаем сдвиг частоты максимума спектральной плотности мощности отражённого сигнала относительно несущей частоты. Ширину ДС определяем на уровне мощности -10 дБ относительно максимума (см. рис. 2)

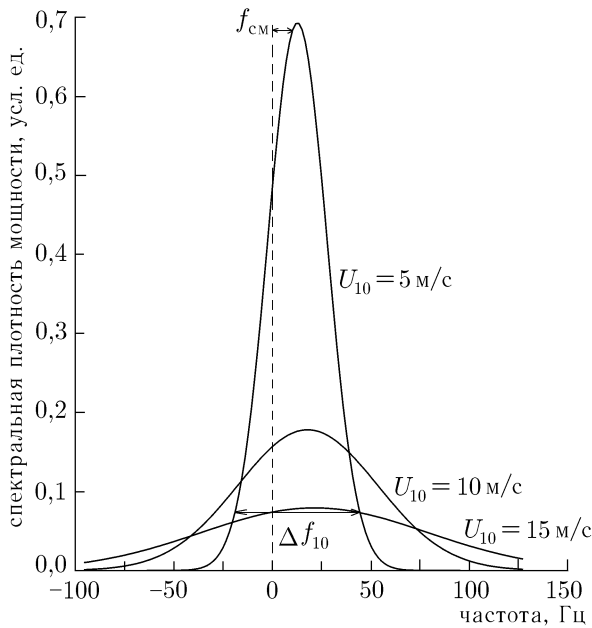


Рис. 2

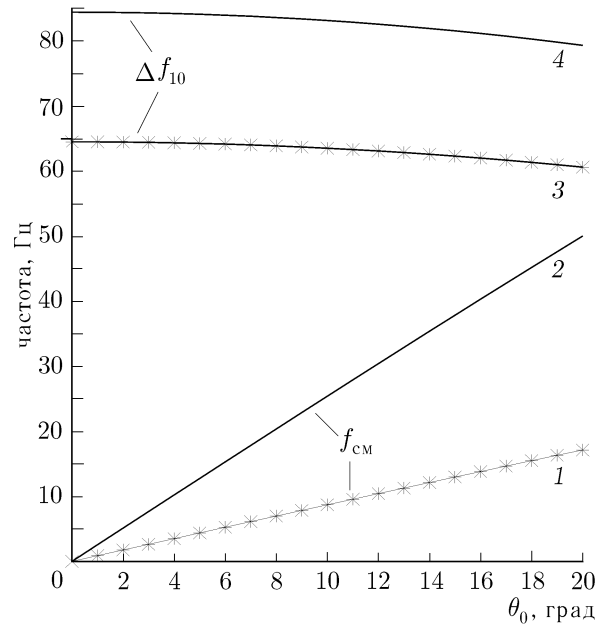


Рис. 3

1.1. Влияние параметров зондирования на смещение и ширину ДС

Было выполнено исследование зависимости ширины и смещения доплеровского спектра от различных параметров. Основные свойства ДС для антенны с узкой диаграммой направленности в случае неподвижного носителя хорошо известны: при увеличении скорости ветра возрастают смещение и ширина ДС. Увеличение угла падения приводит к росту смещения и уменьшению ширины ДС. Для примера на рис. 3 показана зависимость смещения и ширины ДС от угла падения. Вычисления проведены для скорости ветра 5 м/с, угол поворота антенны и направление распространения волнения составляли 0 и 180° соответственно. Оказалось, что ширина и смещение ДС соответственно совпадают для следующих параметров антенны: $\delta_x = 1^\circ$, $\delta_y = 1^\circ$ и $\delta_x = 1^\circ$, $\delta_y = 20^\circ$ (кривые 1 и 3 соответственно), и если антенны имеют следующие характеристики $\delta_x = 20^\circ$, $\delta_y = 1^\circ$ и $\delta_x = 20^\circ$, $\delta_y = 20^\circ$ (кривые 2 и 4 соответственно). Это связано с тем, что поверхностное волнение обладает анизотропией, на которую накладывается анизотропия антенны.

Движение (скорость) радиолокатора не влияет на мощность отражённого электромагнитного сигнала, чем и объясняется привлекательность применения сечения обратного рассеяния для интерпретации результатов дистанционного зондирования по сравнению с ДС отражённого электромагнитного сигнала.

Рассмотрим влияние скорости движения радиолокатора на ширину и смещение ДС. На рис. 4 приведена зависимость ширины ДС от скорости движения носителя. Расчёты выполнены при следующих условиях: локатор движется навстречу волнению, угол поворота антенны $\varphi_0 = 0$, угол падения $\theta_0 = 5^\circ$, ширина диаграммы направленности $\delta_x = \delta_y = 1^\circ$, скорость ветра выбиралась равной 5; 10 и 15 м/с.

Как видно из рис. 4, при неподвижном радиолокаторе ширина ДС существенно зависит от скорости ветра. Правильнее сказать, что ветер генерирует поверхностное волнение, а ширина ДС зависит от дисперсии орбитальных скоростей. Но с увеличением скорости носителя кривые, соответствующие разным значениям U_{10} , сближаются, т. е. ширина ДС перестаёт зависеть от скорости

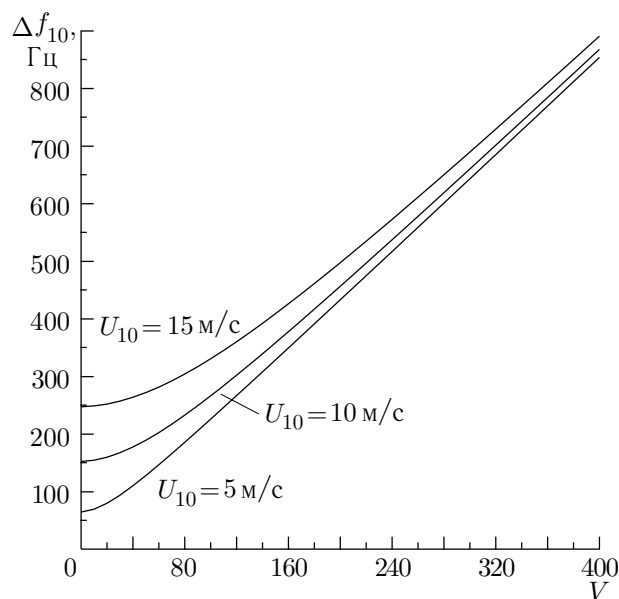


Рис. 4

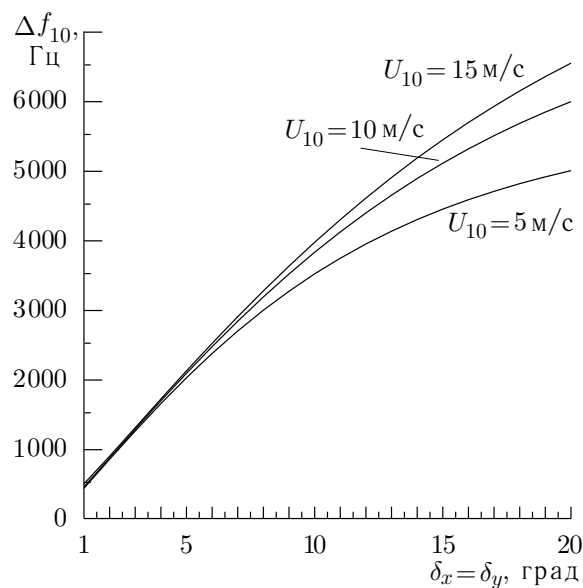


Рис. 5

ветра. Это связано с тем, что орбитальные скорости намного меньше скорости самолёта, т. е. их вклад — небольшая поправка, которая уменьшается с ростом скорости носителя. Эта особенность не позволяла применять ДС для решения задач радиолокационного зондирования с движущегося носителя, т. к. в случае узкой ДНА можно восстановить только скорость самого носителя (см. рис. 4).

Однако указанная задача имеет решение. Дело в том, что ширина доплеровского спектра в случае движущегося носителя зависит как от ширины диаграммы направленности антенны, так и от характеристик поверхностного волнения. Этот эффект можно использовать для определения параметров рассеивающей поверхности.

Рассмотрим влияние ширины диаграммы направленности на смещение и ширину доплеровского спектра. На рис. 5 приведена зависимость ширины ДС от ширины ДНА для движущегося носителя. Расчёты выполнены при следующих условиях: движение лоатора происходит навстречу волнению, скорость носителя 200 м/с, угол падения $\theta_0 = 5^\circ$, ширина ДНА $\delta_x = \delta_y$ изменяется от 1° до 20° , скорость ветра равнялась 5; 10 и 15 м/с.

Как видно из рис. 5, при малой ширине ДНА ширина доплеровского спектра слабо зависит от скорости ветра, что согласуется с выводом, следующим из рис. 4: радиолокатор «не видит» поверхность. При расширении ДНА кривые на рис. 5 расходятся, т. е. ширина ДС начинает зависеть от параметров волнения, и радиолокатор начинает «видеть» поверхность.

Для объяснения этого эффекта обратимся к рис. 6, на котором показаны случаи слабого (рис. 6а) и сильного (рис. 6б) волнения при использовании широкой диаграммы направленности антенны.

Как известно, при малых углах падения обратное рассеяние происходит на участках поверхности, ориентированных перпендикулярно падающему излучению. Если есть такие площадки, то будет отражённый сигнал (квазизеркальная компонента). Чем больше дисперсия наклонов поверхности, тем шире область квазизеркального рассеяния, т. к. в этом случае существуют рассеивающие площадки с большими углами наклона.

При освещении поверхности радиолокатором с широкой диаграммой направленности отражённый сигнал может «собираться» не со всего освещённого пятна, а только с эффективной

рассеивающей площадки. Размер эффективной рассеивающей поверхности зависит от дисперсии наклонов, которые определяют участок поверхности, с которого может прийти отражённый сигнал. Этот участок назовём эффективной рассеивающей площадкой. Если размер освещённого пятна меньше, чем эффективная рассеивающая площадка, то отражённый сигнал «собирается» со всей освещённой поверхности (например, в случае антенны с узкой диаграммой направленности при сильном волнении). Если эффективная рассеивающая поверхность меньше освещённого пятна, то отражённый сигнал приходит не со всего освещённого пятна, а только от эффективной рассеивающей площадки (например, в случае антенны с широкой диаграммой направленности при слабом волнении). Дисперсия наклонов поверхности зависит от скорости ветра, поэтому чем больше скорость ветра, тем больше размер эффективной рассеивающей площадки.

При узкой диаграмме направленности антенны (например, при $\delta_x = \delta_y = 1^\circ$) освещённое пятно меньше эффективной рассеивающей площадки для всех скоростей ветра. Поэтому параметры ДС не зависят от скорости ветра в случае узкой антенны для движущегося носителя (см. рис. 5). В случае широкой ДНА освещённое пятно оказывается больше эффективной рассеивающей площадки, поэтому ширина ДС зависит от скорости ветра, что и следует из рис. 5.

Таким образом, в случае узкой ДНА пятно, от которого будет приходить отражённый сигнал, будет меньше эффективной рассеивающей площадки, и отражённый сигнал собирается со всей освещённой поверхности вне зависимости от скорости ветра. Увеличивая ширину диаграммы направленности антенны, мы получаем эффективную рассеивающую площадку, размер которой зависит от скорости ветра. Поэтому в последнем случае наблюдается влияние скорости ветра на характеристики ДС.

Далее мы рассмотрим методы определения характеристик рассеивающей поверхности по доплеровскому спектру.

1.2. Метод измерения дисперсии наклонов поверхности и направления распространения волнения

Изучение свойств ДС позволило предложить алгоритм измерения дисперсии наклонов и направления распространения волнения с движущегося носителя.

Рассмотрим влияние направления распространения волнения на характеристики ДС в случае неподвижного носителя. На рис. 7 показана зависимость смещения (рис. 7а) и ширины (рис. 7б) доплеровского спектра от направления распространения волнения при неподвижном радиолока-

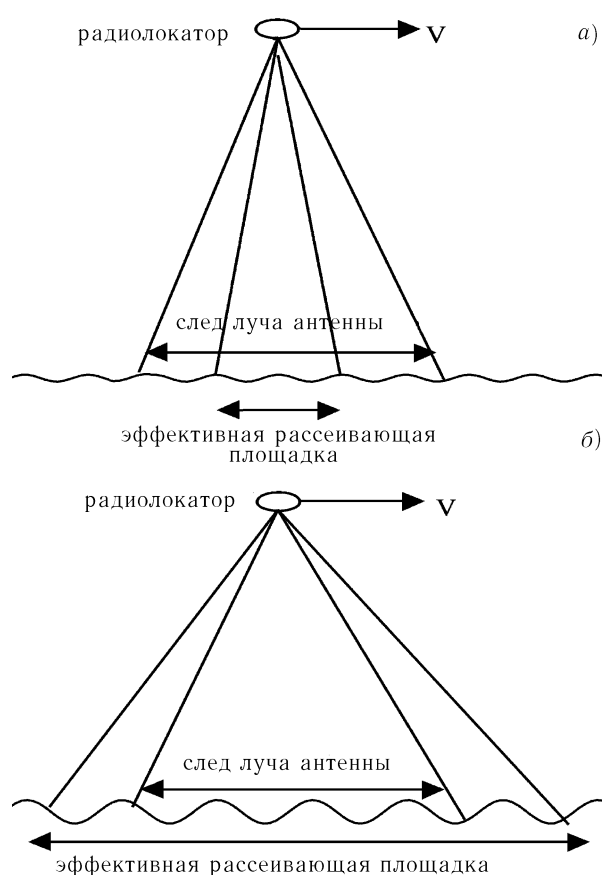


Рис. 6

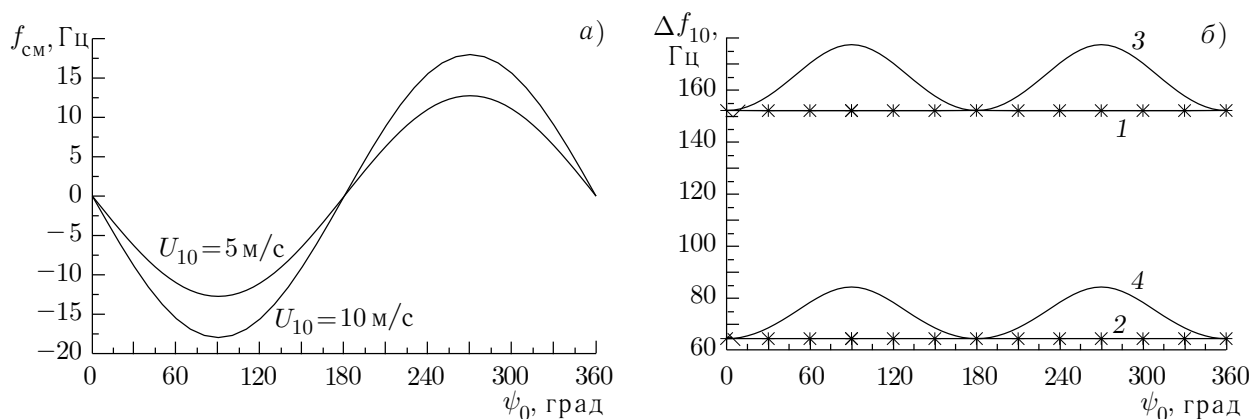


Рис. 7

торе. Расчёты проведены при следующих условиях: ширина ДНА $\delta_x = \delta_y = 1^\circ$, угол поворота ДНА $\varphi_0 = 90^\circ$, угол падения $\theta_0 = 5^\circ$, скорость ветра $U_{10} = 5$ и 10 м/с. Смещение ДС имеет минимальное значение, когда направление распространения волнения совпадает с углом поворота антенны, равно нулю в случае, когда волнение распространяется перпендикулярно углу поворота антенны, и достигает максимума, когда антенна излучает навстречу направлению распространения волнения.

На рис. 7б кривая 1 (скорость ветра 10 м/с) и кривая 2 (скорость ветра 5 м/с) соответствуют случаю узкой ДНА, кривая 3 (скорость ветра 10 м/с) и кривая 4 (скорость ветра 5 м/с) — ножевой ДНА (широкой и узкой в двух взаимно перпендикулярных направлениях, $\delta_x = 1^\circ$, $\delta_y = 20^\circ$). В случае узкой ДНА ширина доплеровского спектра не зависит от направления распространения волнения, т. к. определяется вертикальной компонентой орбитальной скорости (кривые 1 и 2).

Для того, чтобы выделить направление распространения волнения, выберем антенну с ножевой диаграммой направленности, т. е. зададим асимметрию ДНА, и определим асимметрию в поверхностном волнении. Как видно из рис. 7б, ширина ДС минимальна, когда ДНА ориентирована перпендикулярно направлению распространения волнения, и максимальна, когда указанные направления коллинеарны (кривые 3 и 4), т. е. можно по ширине спектра определить направление распространения волнения.

Перейдём к описанию метода определения направления распространения волнения с движущегося носителя, например с самолёта.

Первые измерения проводятся при круговом режиме полёта самолёта и ориентации ДНА вдоль направления движения, что позволяет определить направление распространения волнения. На рис. 8 приведена зависимость ширины ДС при круговом режиме полёта самолёта (скорость носителя $V = 200$ м/с, угол поворота антенны $\varphi_0 = 90^\circ$, ширина ДНА $\delta_x = 20^\circ$, $\delta_y = 1^\circ$). Полученная зависимость имеет два разных по величине максимума, по которым можно восстановить направление распространения волнения. Меньший максимум соответствует случаю, когда радиолокатор движется вдоль направления распространения волнения, больший максимум — навстречу. Это объясняется тем, что в случае, когда самолёт летит навстречу волнению, скорость радиолокатора складывается с фазовой скоростью волны, а при движении по волнению вычитается. Таким образом, по ширине ДС можно однозначно определить направление, вдоль которого распространяется волнение. Далее самолёт движется параллельно направлению распространения волнения, и последующие измерения смещения и ширины ДС проводятся для двух ориентаций ДНА — вдоль и поперёк движения носителя.

Возникает вопрос, можно ли измерить угол β , учитывающий изменения высоты полёта самолёта относительно рассеивающей поверхности, и не приведёт ли изменение высоты полёта к уменьшению точности измерения характеристик самой поверхности. Пусть ДНА ориентирована вдоль движения радиолокатора, т.е. угол поворота антенны $\varphi_0 = 90^\circ$. Поскольку движение происходит вдоль направления распространения волнения ($\psi_0 = 90^\circ$), коэффициенты корреляции $K_{xy} = K_{xt} = 0$. С учётом вышесказанного из формул (3), (4) были получены следующие выражения для смещения и ширины доплеровского спектра:

$$f_{\text{см}}^{(1)} = \frac{1}{\lambda} \left[2V \sin \theta_0 \cos \beta - \frac{2K_{yt} \sin \theta_0}{\sigma_{yy}^2} - \frac{2V \sin \beta}{\cos \theta_0} - \left(\frac{2K_{yt}}{\sigma_{yy}^2} - 2V \cos \beta \right) \frac{\delta_x^2 \sin \theta_0}{5,52\sigma_{yy}^2 + \delta_x^2} \right], \quad (5)$$

$$\Delta f_{10}^{(1)} = \frac{4\sqrt{\ln 10}}{\lambda} \left[2\sigma_{tt}^2 \cos^2 \theta_0 - \frac{2K_{yt}^2}{\sigma_{yy}^2} \cos^2 \theta_0 + 2 \cos^2 \theta_0 \left(\frac{K_{yt}}{\sigma_{yy}^2} - V \cos \beta \right)^2 \frac{\sigma_{yy}^2 \delta_x^2}{5,52\sigma_{yy}^2 + \delta_x^2} \right]^{1/2}. \quad (6)$$

Изменим ориентацию антенны, положив $\varphi_0 = 0$ и сохраняя направление движения (направление распространения волнения $\psi_0 = 90^\circ$). В этом случае коэффициенты корреляции $K_{xy} = K_{xt} = 0$. С учётом сделанных предположений из формулы (5) получим следующие выражения для смещения и ширины доплеровского спектра:

$$f_{\text{см}}^{(2)} = -\frac{2V \sin \beta}{\lambda \cos \theta_0}, \quad (7)$$

$$\Delta f_{10}^{(2)} = \frac{4\sqrt{\ln 10}}{\lambda} \left[2 \cos^2 \theta_0 \left(\sigma_{tt}^2 - \frac{K_{yt}^2}{\sigma_{yy}^2} \right) + 2 \left(\frac{K_{yt}}{\sigma_{yy}^2} - V \cos \beta \right)^2 \frac{\sigma_{yy}^2 \delta_y^2 \cos^2 \theta_0}{5,52\sigma_{yy}^2 \cos^2 \theta_0 + \delta_y^2} \right]^{1/2}. \quad (8)$$

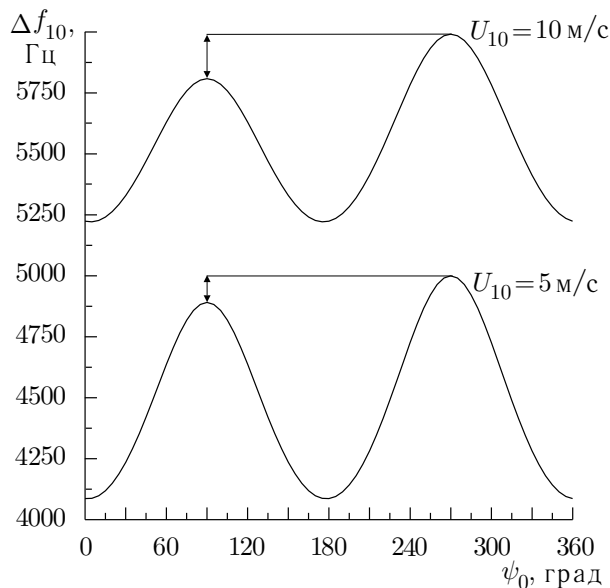


Рис. 8

Из формулы (7) нетрудно найти угол β , который определяет изменение высоты полёта радиолокатора относительно зондируемой поверхности.

Используя полученные уравнения и принимая во внимание, что $\delta_x = 1^\circ$, $\delta_y = 20^\circ$, из формул (5)–(8) можно выразить следующие характеристики поверхности: дисперсию наклонов, дисперсию орбитальных скоростей, коэффициент взаимной корреляции наклонов и вертикальной компоненты орбитальной скорости.

Изменение высоты полёта радара относительно зондируемой поверхности задаётся углом β , который можно вычислить по следующей формуле $\beta = -\arcsin[f_{\text{см}}^{(2)} \lambda \cos \theta_0 / (2V)]$, где $f_{\text{см}}^{(2)}$ — смещение ДС, соответствующее случаю, когда ДНА ориентирована перпендикулярно направлению движения радара (см. (7)).

Ниже приведена формула для вычисления дисперсии наклонов поверхности вдоль направления движения носителя:

$$\sigma_{yy}^2 = \frac{2 \left(f_{\text{см}}^{(1)} + \frac{2V \sin \beta}{\lambda \cos \theta_0} \right)^2 \delta_x^2 \lambda^2 \cos^2 \theta_0 (\delta_y^2 - \delta_x^2 \cos^2 \theta_0) - 22,08 (A_2^2 - A_1^2) \delta_y^2 \sin^2 \theta_0}{(A_2^2 - A_1^2) 11,04^2 \sin^2 \theta_0 \cos^2 \theta_0 - \left(f_{\text{см}}^{(1)} + \frac{2V \sin \beta}{\lambda \cos \theta_0} \right)^2 11,04 \lambda^2 \cos^2 \theta_0 (\delta_y^2 - \delta_x^2 \cos^2 \theta_0)}, \quad (9)$$

где

$$A_2 = \frac{\lambda \Delta f_{10}^{(2)}}{4 \sqrt{\ln 10}}, \quad A_1 = \frac{\lambda \Delta f_{10}^{(1)}}{4 \sqrt{\ln 10}}.$$

Далее запишем формулы для дисперсии орбитальных скоростей, полученные из уравнений (6) и (8) соответственно:

$$\sigma_{tt}^2 = \frac{A_1^2}{2 \cos^2 \theta_0} + \frac{K_{yt}^2}{\sigma_{yy}^2} - \left(\frac{K_{yt}}{\sigma_{yy}^2} - V \cos \beta \right)^2 \frac{\delta_x^2 \sigma_{yy}^2}{5,52 \sigma_{yy}^2 + \delta_x^2}, \quad (10)$$

$$\sigma_{tt}^2 = \frac{A_2^2}{2 \cos^2 \theta_0} + \frac{K_{yt}^2}{\sigma_{yy}^2} - \left(\frac{K_{yt}}{\sigma_{yy}^2} - V \cos \beta \right)^2 \frac{\delta_y^2 \sigma_{yy}^2}{5,52 \sigma_{yy}^2 \cos \theta_0 + \delta_y^2}. \quad (11)$$

Ниже приведены формулы для коэффициента взаимной корреляции наклонов поверхности и орбитальных скоростей, полученные двумя методами: формула (12) получена из (5), формула (13) получена вычитанием из ширины ДС при ориентации антенны вдоль направления движения локатора (6) ширины ДС при ориентации антенны перпендикулярно движению носителя (8):

$$K_{yt} = V \sigma_{yy}^2 \cos \beta - \left(f_{\text{см}}^{(1)} + \frac{2V \sin \beta}{\lambda \cos \theta_0} \right) \frac{\lambda (5,52 \sigma_{yy}^2 + \delta_x^2)}{11,04 \sin \theta_0}, \quad (12)$$

$$K_{yt} = V \sigma_{yy}^2 \cos \beta + \frac{1}{\cos \theta_0} \sqrt{\frac{(A_2^2 - A_1^2) (5,52 \sigma_{yy}^2 \cos^2 \theta_0 + \delta_y^2) (5,52 \sigma_{yy}^2 + \delta_x^2)}{11,04 (\delta_y^2 - \delta_x^2 \cos^2 \theta_0)}}. \quad (13)$$

Таким образом, мы получили формулы для вычисления дисперсии наклонов поверхности, коэффициента взаимной корреляции наклонов и орбитальных скоростей и дисперсии орбитальных скоростей.

Дисперсия орбитальных скоростей σ_{tt}^2 и взаимный коэффициент корреляции наклонов поверхности и вертикальной компоненты орбитальной скорости K_{yt} сильно зависят от флуктуации скорости носителя. Поскольку скорость носителя много больше фазовой скорости поверхностной волны, небольшие флуктуации V приведут к большой погрешности при восстановлении дисперсии орбитальных скоростей.

С высокой точностью измеряется дисперсия наклонов в направлении движения носителя, причём на дисперсию наклонов слабо влияют такие параметры, как флуктуации скорости движения носителя и ошибки измерения смещения и ширины ДС. Дисперсия наклонов σ_{yy}^2 более чувствительна к флуктуациям измерения угла падения, но с увеличением угла падения можно достичь необходимой точности измерения σ_{yy}^2 .

Если положить ошибку задания скорости носителя равной 10 м/с (5 %) при $V = 200$ м/с, ошибка измерения дисперсии наклонов σ_{yy}^2 не превысит 2 %. Ошибка измерения дисперсии наклонов не будет превышать 2 %, если смещение и ширина ДС будут измерены с ошибкой в 20 %. Если считать, что ошибка измерения угла падения $\Delta \theta_0$ равна 1° при $\theta_0 = 1^\circ$, ошибка измерения σ_{yy}^2 составит порядка 60 %, но с увеличением угла падения до 10° при той же ошибке $\Delta \theta_0 = 1^\circ$ ошибка измерения σ_{yy}^2 уменьшается до 10 %.

Также был рассмотрен случай, когда при ориентации антенны вдоль направления движения носителя смещение и ширина ДС увеличивалась (уменьшалась) на 5 %, а при ориентации поперёк — уменьшалась (увеличивалась) на 5 %. В этом случае ошибка измерения дисперсии наклонов равна 15 %. Таким образом, дисперсию наклонов можно измерить с хорошей точностью. Знание дисперсии наклонов позволит более точно измерять скорость приповерхностного ветра.



Рис. 9

Запишем формулы для определения фазовой скорости приповерхностной волны. Как нетрудно видеть, коэффициент K_{yt}/K_{yy} представляет собой фазовую скорость волнения [14]. Запишем выражение для фазовой скорости, используя формулу (5) для смещения ДС:

$$\frac{K_{yt}}{K_{yy}} = 2V \cos \beta - \left(f_{\text{см}}^{(1)} + \frac{2V \sin \beta}{\lambda \cos \theta_0} \right) \frac{\lambda (5,52\sigma_{yy}^2 + \delta_x^2)}{5,52\sigma_{yy}^2 \sin \theta_0}. \quad (14)$$

Вторая формула для фазовой скорости может быть получена следующим образом: из выражения для ширины ДС (6) (антенна ориентирована вдоль направления движения самолёта) необходимо вычесть уравнение (8) (антенна ориентирована перпендикулярно движению самолёта), откуда

$$\frac{K_{yt}}{K_{yy}} = 2V \cos \beta + \frac{2}{\sigma_{yy}^2 \cos \theta_0} \sqrt{\frac{(A_2^2 - A_1^2) (5,52\sigma_{yy}^2 \cos^2 \theta_0 + \delta_y^2) (5,52\sigma_{yy}^2 + \delta_x^2)}{11,04 (\delta_y^2 - \delta_x^2 \cos^2 \theta_0)}}. \quad (15)$$

Третий способ измерения фазовой скорости заключается в следующем. При определении направления распространения волнения используется круговой режим полёта самолёта, т.е. нам будут известны смещения ДС при движении вдоль направления распространения волнения (f_1^+) и навстречу волнению (f_1^-). Зная смещение ДС при двух направлениях движения, нетрудно увидеть, что $f_{\text{см}}^{-(1)} - f_{\text{см}}^{+(1)} = 4V_{\text{ф}}/(\lambda \sin \theta_0)$. Следовательно, можно найти среднюю фазовую скорость $V_{\text{ф}}$. Следует, однако, отметить, что такая оценка справедлива только для узкой антенны. Зная фазовую скорость, можно найти характерную длину поверхностной волны:

$$L = 2\pi V_{\text{ф}}/g, \quad (16)$$

где g — ускорение свободного падения.

В завершение систематизируем полученные результаты. Процедура измерений представлена в виде блок-схемы на рис. 9. В режиме кругового полёта и ориентации «ножевой» ДНА вдоль направления движения носителя определяется направление распространения волнения. При дальнейших измерениях носитель движется вдоль направления распространения волнения, и измерения выполняются для ориентации антенны вдоль и поперёк движения носителя. Таким образом, измеряется смещение и ширина ДС для двух случаев. Используя эти данные, вычисляется дисперсия наклонов, фазовая скорость и длина приповерхностной волны.

2. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На основе метода Кирхгофа теории рассеяния электромагнитного поля на статистически неровной поверхности получено решение задачи о доплеровском спектре радиолокационного

СВЧ сигнала, отражённого от морской поверхности, при малых углах падения. При построении новой модели учитывалось влияние ширины ДНА на характеристики отражённого сигнала. Впервые учитывалось изменение высоты полёта носителя при выполнении измерений. Проведено исследование зависимостей смещения и ширины ДС от ширины ДНА, её ориентации и других параметров зондирования. Показано, что с движущегося носителя можно измерить не только его скорость (используя узкую ДНА), но и характеристики рассеивающей поверхности (применяя антенну с «ножевой» ДНА). В результате проведённого теоретического исследования был разработан новый алгоритм измерения направления распространения волнения, дисперсии наклонов поверхности и характерной длины волны при измерениях с самолёта.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 03-05-64259) и Совета по поддержке ведущих научных школ РФ (проект № НШ-1637.2003.2)

ПРИЛОЖЕНИЕ

В приближении метода Кирхгофа комплексная амплитуда рассеянного поля квазизеркальной компоненты имеет следующий вид [14–17]:

$$E_3(t) = \frac{F_{\text{эфф}}(U_{10})E_0k}{2\pi i \cos \theta_0 R_0} \int_S G(\mathbf{r}) \exp(-2ikR_1) dS, \quad (\text{П1})$$

где E_0 — амплитуда падающего поля вблизи рассеивающей поверхности, U_{10} — скорость ветра на высоте 10 м над поверхностью, $F_{\text{эфф}}(U_{10})$ — эффективный коэффициент отражения, $k = 2\pi/\lambda$ — волновое число падающего излучения, θ_0 — угол падения, R_0 и R_1 наклонные дальности до центра рассеивающей площадки и до текущей точки отражения соответственно.

Функция $G(\mathbf{r})$ задаёт распределение амплитуды падающего поля по рассеивающей площадке S и имеет следующий вид [15]:

$$G(\mathbf{r}) = \exp \left[-1,38 \left(\frac{(x-x_0)^2 \cos^2 \theta_0 \cos^2 \varphi_0}{R_0^2 \delta_x^2} + \frac{(y-y_0)^2 \cos^2 \theta_0 \sin^2 \varphi_0}{R_0^2 \delta_y^2} \right) \right]. \quad (\text{П2})$$

Корреляционная функция отражённого электромагнитного поля задаётся известной формулой $K_3(\tau) = \langle E_{32} E_{31}^* \rangle$, где индекс звёздочка означает комплексно-сопряжённую величину, угловые скобки — статистическое усреднение по рассеивающей поверхности.

Для проведения дальнейших преобразований разложим R_1 в ряд в окрестности R_0 , т. е.

$$\begin{aligned} R_1 &= \sqrt{x_1^2 + (y_1 + Vt \cos \beta)^2 + (\zeta_1 - H_0 - Vt \sin \beta)^2} \approx R_0 + R'_x (x_1 - x_0) + R'_y (y_1 - y_0) + R'_z \zeta_1 + \\ &+ R''_{xx} (x_1 - x_0)^2/2 + R''_{yy} (y_1 - y_0)^2/2 + R''_{xy} (x_1 - x_0)(y_1 - y_0) \approx \\ &\approx R_0 + (x_1 - x_0) \cos \psi_0 \sin \theta_0 + (y_1 - y_0) \sin \psi_0 \sin \theta_0 - \zeta_1 \cos \theta_0 + \\ &+ \frac{1 - \cos^2 \psi_0 \sin^2 \theta_0}{R_0} (x_1 - x_0)^2 + \frac{1 - \sin^2 \psi_0 \sin^2 \theta_0}{R_0} (y_1 - y_0)^2, \end{aligned}$$

где множители вида R'_α , $R''_{\alpha\beta}$ обозначают частные производные R по переменным $\alpha \in \{x, y, z\}$ и $\beta \in \{x, y\}$.

Далее обозначим расстояние до центра рассеивающей площадки в последовательные моменты времени t и $t + \tau$ как R_1 и R_2 , тогда $R_1(t) = R_0(t)$ и $R_2(t + \tau) = R_0(t) + Vt \sin(\beta)/\cos(\theta_0)$.

При сделанных выше предположениях можно записать выражение для корреляционной функции отражённого поля:

$$K_3(\tau) = \frac{|F_{\text{эфф}}(U_{10})|^2 E_0^2 k^2}{4\pi^2 R_0^2 \cos^2 \theta_0} \left\langle \iint_{S_1 S_2} G(\mathbf{R}_1) G(\mathbf{R}_2) \exp(-2ikR_2) \exp(2ikR_1) dS_1 dS_2 \right\rangle. \quad (\text{П3})$$

Далее найдём произведение $G(\mathbf{R}_1)G(\mathbf{R}_2)$. Путём несложных математических преобразований, отбрасывая члены выше второго порядка малости, получим

$$G(\mathbf{R}_1)G(\mathbf{R}_2) \approx \exp[-(a_x x^2 + a_y y^2 + 2xy a_{xy} + V^2 t^2 a_y \cos^2 \beta)], \quad (\text{П4})$$

где

$$a_x = \Delta_x \cos^2 \varphi_0 + \Delta_y \sin^2 \varphi_0, \quad a_y = \Delta_x \sin^2 \varphi_0 + \Delta_y \cos^2 \varphi_0, \quad a_{xy} = (\Delta_x - \Delta_y) \cos \varphi_0 \sin \varphi_0,$$

$$\Delta_x = \frac{2,76 \cos^2 \theta_0}{R^2 \delta_x^2}, \quad \Delta_y = \frac{2,76}{R_0^2 \delta_y^2}.$$

Подставим полученное выражение (П4) в формулу (П3) и проведём усреднение по крупномасштабной поверхности ζ (см. [14]). В итоге получим следующее выражение для корреляционной функции $K_3(\tau)$:

$$K_3(\tau) = \frac{|F_{\text{эфф}}(U_{10})|^2}{2 \cos^4 \theta_0 \sqrt{\alpha_n a_x^0 a_y^0 \alpha_\nu \alpha_r}} \exp \left[-\frac{\text{tg}^2 \theta_0}{\alpha_n} (|K_{yy}| \cos^2 \varphi_0 + |K_{xx}| \sin^2 \varphi_0 + K_{xy} \cos \varphi_0 \sin \varphi_0) \right] \times \\ \times \exp \left[\frac{\text{tg}^2 \theta_0}{4} \left(\frac{R_{xx}^2 \alpha_0^2}{4 R_0^2 a_x^0 \Delta_x \alpha_\nu} + \frac{\alpha_z^2}{R_0^2 a_y^0 \Delta_y \alpha_r} \right) \right] \exp[-i\tau k \omega_t] \exp[-\tau^2 k^2 \omega_s], \quad (\text{П5})$$

где

$$\omega_t = -2V \sin \varphi_0 \sin \theta_0 \cos \beta + \frac{2V \sin \beta}{\cos \theta_0} - \frac{K_{xt} \cos \varphi_0 \sin \theta_0}{|K_{xx}|} + \\ + \frac{\alpha_p \alpha_y |K_{xx}| \sin \theta_0}{\alpha_n} - \frac{R_{xx}^2 \alpha_u \alpha_0 \alpha_n \delta \cos^2 \theta_0 \text{tg} \theta_0}{4\alpha_e} + \frac{\alpha_s \alpha_z \delta \text{tg} \theta_0}{2 \Delta_{ay} \alpha_r},$$

$$\omega_s = \frac{\alpha_t \cos^2 \theta_0}{K_{xx}} - \frac{|K_{xx}| \alpha_p^2 \cos^2 \theta_0}{\alpha_n} + \frac{R_{xx}^2 \alpha_n \alpha_u^2 \delta \cos^2 \theta_0}{4\alpha_e} + \frac{\alpha_s^2 \delta}{4 \Delta_{ay} \alpha_r};$$

$$\alpha_n = 4 |K_{xx}| |K_{yy}| - K_{xy}^2, \quad \alpha_t = 4 |K_{tt}| |K_{xx}| - K_{xt}^2,$$

$$a_x^0 = \cos^2 \varphi_0 + \frac{\Delta_y}{\Delta_x} \sin^2 \varphi_0, \quad a_y^0 = \cos^2 \varphi_0 + \frac{\Delta_x}{\Delta_y} \sin^2 \varphi_0,$$

$$\alpha_\nu = 1 + \frac{R_{xx}^2 |K_{yy}|}{R_0^2 \Delta_x a_x^0 \alpha_n \cos^2 \theta_0}, \quad a_y = 2 \sin \varphi_0 + \frac{K_{xy} \cos \varphi_0}{|K_{xx}|}, \quad \alpha_0 = \frac{\cos \varphi_0}{|K_{xx}| \cos \theta_0} + \frac{\alpha_y K_{xy}}{\alpha_n \cos \theta_0},$$

$$\alpha_p = 2K_{yt} + \frac{K_{xy} K_{xt}}{|K_{xx}|}, \quad \alpha_u = \frac{K_{xt}}{|K_{xx}|} + \frac{\alpha_p K_{xy}}{\alpha_n},$$

$$R_{yy} = 1 - \sin^2 \varphi_0 \sin^2 \theta_0, \quad R_{xx} = 1 - \cos^2 \varphi_0 \sin^2 \theta_0, \quad a_{xy} = 2,76 (\delta_y^2 \cos^2 \theta_0 - \delta_x^2), \quad \delta = \delta_x^2 \delta_y^2,$$

$$\Delta_{ay} = 2,76 (\delta_y^2 \sin^2 \varphi_0 \cos^2 \theta_0 + \delta_x^2 \cos^2 \varphi_0), \quad \Delta_{ax} = 2,76 (\delta_y^2 \cos^2 \varphi_0 \cos^2 \theta_0 + \delta_x^2 \sin^2 \varphi_0),$$

$$\alpha_g = 2a_{xy} \alpha_n \cos^2 \theta_0 \cos \varphi_0 \sin \varphi_0 + R_{xx} R_{yy} K_{xy} \delta, \quad \alpha_e = \Delta_{ax} \alpha_n \cos^2 \theta_0 + R_{xx}^2 |K_{yy}| \delta,$$

$$\alpha_s = 2R_{yy} \left(\frac{\alpha_p |K_{xx}|}{\alpha_n} - V \cos \beta \right) - \frac{R_{xx} \alpha_u \alpha_g}{2\alpha_e}, \quad \alpha_z = \frac{R_{xx} \alpha_0 \alpha_g}{4\alpha_e} - \frac{\alpha_y R_{yy} |K_{xx}|}{\alpha_n \cos \theta_0},$$

$$\alpha_r = 1 + \frac{R_{yy}^2 |K_{xx}| \delta}{\Delta_{ay} \alpha_n \cos^2 \theta_0} - \frac{\alpha_g^2}{4 \Delta_{ay} \alpha_n \alpha_e \cos^2 \theta_0}.$$

Далее воспользуемся известным соотношением Винера—Хинчина, связывающим корреляционную функцию $K_3(\tau)$ и спектр $S_3(\omega)$ (см. [18]):

$$S_3(\omega) = \int K_3(\tau) \exp(-i\omega\tau) d\tau.$$

В результате окончательная формула для $S_3(\omega)$ имеет вид

$$S_3(\omega) = \frac{|F_{\text{эфф}}(U_{10})|^2}{2 \cos^4 \theta_0 \sqrt{\alpha_n \alpha_x \alpha_y \alpha_\nu \alpha_r}} \sqrt{\frac{\pi}{k^2 \omega_s}} \exp \left[-\frac{\text{tg}^2 \theta_0}{\alpha_n} (|K_{yy}| \cos^2 \varphi_0 + |K_{xx}| \sin^2 \varphi_0 + K_{xy} \cos \varphi_0 \sin \varphi_0) \right] \times$$

$$\times \exp \left[\frac{\text{tg}^2 \theta_0}{4} \left(\frac{R_{xx}^2 \alpha_0^2}{4 R_0^2 a_x^0 \Delta_x \alpha_\nu} + \frac{\alpha_z^2}{R_0^2 a_y^0 \Delta_y \alpha_r} \right) \right] \exp \left[-\frac{(k\omega_t - \omega)^2}{4k^2 \omega_s} \right]. \quad (\text{П6})$$

Следовательно, смещение доплеровского спектра равно $f_{\text{см}} = \omega_{\text{см}}/(2\pi) = -k\omega_t/(2\pi) = -\omega_t/\lambda$. Далее определим ширину доплеровского спектра $\Delta f_{10} = \Delta\omega/(2\pi)$ на уровне -10 дБ относительно максимума: $\exp[-(\Delta\omega)^2/(4k^2 \omega_s)] = 0,1$, откуда $\Delta f_{10} = 2 \sqrt{w_s \ln 10} / \lambda$.

Опуская преобразования, приведём окончательные формулы для смещения отражённого сигнала $f_{\text{см}}$ относительно несущей частоты и ширины Δf_{10} доплеровского спектра на уровне -10 дБ по отношению к максимуму:

$$f_{\text{см}} = \frac{1}{\lambda} \left[2V \sin \varphi_0 \sin \theta_0 \cos \beta - \frac{2V \sin \beta}{\cos \theta_0} - \frac{K_{xt} \cos \varphi_0 \sin \theta_0}{|K_{xx}|} - \frac{\alpha_p \alpha_y |K_{xx}| \sin \theta_0}{\alpha_n} + \right.$$

$$\left. + \frac{R_{xx}^2 \alpha_u \alpha_0 \alpha_n \delta \cos^2 \theta_0 \text{tg} \theta_0}{4\alpha_e} - \frac{\alpha_s \alpha_z \delta \text{tg} \theta_0}{2 \Delta_{ay} \alpha_r} \right], \quad (\text{П7})$$

$$\Delta f_{10} = \frac{4 \sqrt{\ln 10}}{\lambda} \left[\frac{\alpha_t \cos^2 \theta_0}{K_{xx}} - \frac{\alpha_p^2 |K_{xx}| \cos^2 \theta_0}{\alpha_n} + \frac{R_{xx}^2 \alpha_n \alpha_u^2 \delta \cos^2 \theta_0}{4\alpha_e} + \frac{\alpha_s^2 \delta}{4 \Delta_{ay} \alpha_r} \right]^{1/2}. \quad (\text{П8})$$

Коэффициенты разложения корреляционной функции высот крупномасштабного волнения $K(\rho, \tau)$ в ряд вычисляются следующим образом:

$$K_{\alpha\alpha} = \left. \frac{\partial^2 K(\rho, \tau)}{2 \partial \alpha^2} \right|_{\substack{\rho=0 \\ \tau=0}}, \quad K_{\alpha\beta} = \left. \frac{\partial^2 K(\rho, \tau)}{\partial \alpha \partial \beta} \right|_{\substack{\rho=0 \\ \tau=0 \\ \alpha \neq \beta}},$$

где α и β принимают значения x и y . При вычислении коэффициентов $K_{\alpha\alpha}$, $K_{\alpha\beta}$ используется известная связь корреляционной функции и спектра волнения [14, 19, 20], причём дисперсия $\sigma_{\alpha\alpha}^2$ равна $2 |K_{\alpha\alpha}(0, 0)|$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Brown G. S. // J. Geophys. Res. B. 1979. V. 84, No. 8. P. 2974.
2. Brown G. S., Stanley H. R., Roy N. A. // IEEE. J. Oceanic Eng. 1981. No. 6. P. 59.

3. Chelton D. B., McCabe P. J. // J. Geophys. Res. C. 1985. V. 90. P. 4707.
4. Witter D. L., Chelton D. B. // J. Geophys. Res. C. 1995. V. 96, No. 5. P. 8853.
5. Караев В. Ю., Каневский М. Б., Баландина Г. Н., Гомменджинджер К. // Исслед. Земли из космоса. 2002. № 4. С. 32.
6. Walsh E. J., Vandermark D. C., Friehe C. A., et al. // J. Geophys. Res. C. 1998. V. 103, No. 6. P. 12587.
7. Walsh E. J., Hancock D. W., Hines D. E., et al. // J. Phys. Oceanography. 1985. V. 15. P. 566.
8. Crombie D. D. // Nature. 1995. V. 175. P. 681.
9. Радиоокеанографические исследования морского волнения / Под ред. С. Я. Брауде. Киев: Изд-во АН УССР, 1962.
10. Barrik D. E. // Boundary-Layer Meteorology. 1978. V. 13. P. 23.
11. Фукс И. М. // Изв. вузов. Радиофизика. 1966. Т. 9, № 5. С. 876.
12. Valebzuela G. R. // Boundary-Layer Meteorology. 1978. V. 13. P. 61.
13. Каневский М. Б., Караев В. Ю. // Изв. вузов. Радиофизика. 1996. Т. 39, № 5. С. 517.
14. Басс Ф. Г., Фукс И. М. Рассеяние волн на статистически неровной поверхности. М.: Наука, 1972. 424 с.
15. Зубкович С. Г. Статистические характеристики радиосигналов, отражённых от морской поверхности. М.: Сов. радио, 1968. 224 с.
16. Brown G. S. // IEEE Trans. Antennas Propag. 1968. V. 26. P. 472.
17. Stogrun A. // Radio Sci. 1967. V. 2, No. 4. P. 415.
18. Караев В. Ю., Каневский М. Б. // Исслед. Земли из космоса. 1999. № 4. С. 14.
19. Plant W. J., Keller W. C. // J. Geophys. Res. C. 1990. V. 95, No. 9. P. 16299.
20. Фукс И. М. // Акуст. журнал. 1974. Т. 20, № 3. С. 458.

Институт прикладной физики РАН, г. Нижний Новгород,
Россия

Поступила в редакцию
18 апреля 2003 г.

DETERMINATION OF THE PARAMETERS OF SEA SURFACE ROUGHNESS USING THE DOPPLER SPECTRUM OF A MICROWAVE RADAR SIGNAL REFLECTED FROM A WATER SURFACE

E. M. Meshkov and V. Yu. Karaev

Within the framework of the Kirchhoff approximation, we derive formulas describing the shift and width of a Doppler spectrum of a microwave signal reflected from a rough water surface in the case of a small incidence angle. The formulas take into account the effect of the antenna pattern of the radar. The new model of the spectrum allows for the fact that the distance from the radar to the observed surface changes in the course of measurements. Our theoretical analysis shows that the Doppler-spectrum parameters and the amount of information on the scattering surface, which is contained in the reflected signal, are strongly dependent on the width of the antenna pattern. The results of our study allowed us to develop a new algorithm for measuring the water-surface parameters from a moving carrier.

УДК 534.6+621.396

РЕКОНСТРУКЦИЯ ДИАГРАММЫ НАПРАВЛЕННОСТИ ЛИНЕЙНОГО ИСТОЧНИКА ПО ЕГО БЛИЖНЕМУ ПОЛЮ

Г. Е. Фикс, И. Ш. Фикс

Исследуется ошибка реконструкции диаграммы направленности линейного источника по измерениям его ближнего поля на бесконечной цилиндрической поверхности при наличии некоррелированных помех. Показывается, что верхняя граница этой ошибки пропорциональна числу произвольных ортогональных функций, описывающих источник.

ВВЕДЕНИЕ

К настоящему времени достаточно хорошо изучены методы определения характеристик источников: излучающих антенн СВЧ диапазона и акустических антенн, основанные на измерении их ближних полей [1–5]. Сейчас такие методы принято относить к обратным задачам статистической теории антенных измерений [6]. Их целью является определение требований к измерительной системе, при выполнении которых характеристики антенны (излучателя) восстанавливаются с заданной точностью. Под определением характеристик излучателя обычно понимается реконструкция его диаграммы направленности (ДН) или амплитудно-фазовых распределений (АФР) сторонних источников на его апертуре.

Обычный подход к реконструкции ДН излучателя по измерениям полей на охватывающей его поверхности использует представление диаграммы направленности в виде интегрального преобразования с ядром, определяемым функцией Грина первой краевой задачи. В такой ситуации решение существует всегда. Если измерения проводятся на незамкнутой поверхности или в дискретных точках, такое преобразование уже не является строгим.

Более перспективным в этом случае является подход, основанный на описании АФР сторонних источников конечным набором N параметров (обычно — коэффициентов разложения АФР по системе выбранных ортогональных функций) и использующий статистические методы их оценивания (см., например, [7, 8]). В соответствии с этим подходом вначале решается обратная задача и определяется несмещённая (в рамках заданной модели излучателя) и эффективная оценка АФР источников, а затем на её основе строится оценка ДН излучателя. Однако, как известно, в общем случае задача реконструкции АФР источников является неустойчивой по отношению к ошибкам измерения. Это означает, что формально полученная оценка АФР бессмысленна из-за чрезмерно большой ошибки, обусловленной наличием сколь угодно малых возмущений в данных измерений.

Цель настоящей работы состоит в том, чтобы показать, что ошибка оценки ДН излучателя, построенная на основе реконструированного с произвольно большой ошибкой АФР источников без процедуры его регуляризации¹, сравнительно невелика. Отметим, что при таком способе вычисления ДН излучателя измерительная апертура может быть дискретной и достаточно разреженной; полученные формулы для оценки ДН и её ошибки при соблюдении некоторых условий справедливы для произвольной геометрии измерительной апертуры. Однако получение аналитического выражения для ошибки ДН возможно лишь для очень простых ситуаций, в частности при измерениях на бесконечной цилиндрической поверхности [5] при некоррелированных собственных шумах приёмных элементов измерительной системы (отметим, что в этом случае прямой расчёт

¹ Любая процедура регуляризации значительно уменьшает величину этой ошибки, но приводит к смещению оценки.

по измеренному с теми же ошибками полю [2] приводит к бесконечно большой ошибке реконструкции ДН). В работе показывается, что в этих условиях верхняя граница ошибки оценки ДН излучателя пропорциональна N .

В разделе 1 вычисляется ошибка реконструкции ДН линейного монопольного излучателя и показывается, что она пропорциональна сумме некоторых N величин. Далее путём решения интегрального уравнения (раздел 2) устанавливается, что каждое слагаемое в этой сумме меньше единицы. Тем самым показывается, что верхняя граница ошибки реконструкции ДН излучателя пропорциональна N . В разделе 3 полученные результаты обобщаются на случай излучателя, описываемого суперпозицией монопольных и дипольных источников.

В дальнейшем рассматривается монохроматический излучатель (частота излучения ω) в виде прямого отрезка с длиной L , лежащего на оси z цилиндрической системы координат (z, φ, r) ; временной множитель $\exp(-i\omega t)$ ниже опущен. Элементы измерительной системы расположены на поверхности $r = R$, а сами измерения проводятся в свободном однородном пространстве.

1. РЕКОНСТРУКЦИЯ ХАРАКТЕРИСТИК МОНОПОЛЬНОГО ИЗЛУЧАТЕЛЯ

Пусть излучатель описывается непрерывным распределением комплексных амплитуд $c(z)$ источников монопольного типа. Далее выберем полную на отрезке L систему произвольных ортогональных функций $f_i(z)$ с нормами

$$\|f_i(z)\|^2 \equiv L^{-1} \int_L |f_i(z)|^2 dz = 1 \quad (1)$$

и положим, что $c(z)$ может быть представлено в виде разложения по конечному числу этих функций:

$$c(z) = \sum_{i=1}^N \alpha_i f_i(z), \quad (2)$$

где α_i — неизвестные комплексные коэффициенты. Более подробно вопрос выбора вида функций $f_i(z)$ и величины N обсуждается в конце раздела 2.

Очевидно, что поле, измеренное в точке (z', φ) , можно записать в виде

$$p(z', \varphi) = \int_L A(z', z) c(z) dz + \kappa(z', \varphi), \quad (3)$$

где

$$A(z', z) = \frac{\exp(ik \sqrt{R^2 + (z - z')^2})}{\sqrt{R^2 + (z - z')^2}}, \quad (4)$$

k — модуль волнового вектора, $\kappa(z', \varphi)$ — характеризует помеху, которую будем считать распределённой по нормальному закону с нулевым средним и корреляционной функцией

$$K(z', z'', \varphi', \varphi'') = E[\kappa(z', \varphi') \kappa^*(z'', \varphi'')] = \varepsilon_0^2 \delta(z' - z'') \delta(\varphi' - \varphi''), \quad (5)$$

где $E(x)$ — математическое ожидание, $\delta(x)$ — дельта-функция, звёздочка обозначает комплексное сопряжение. Фактически, (5) является непрерывным аналогом ковариационной матрицы, характеризующей собственные некоррелированные шумы приёмных элементов измерительной системы. Именно в такой идеализированной постановке мы и будем решать задачу реконструкции ДН.

Подставив (2) в (3) и обозначив

$$A_i(z') = \int_L A(z', z) f_i(z) dz, \quad (6)$$

получим уравнение (далее в суммах будут указываться только индексы суммирования)

$$p(z', \varphi) = \sum_i A_i(z') \alpha_i + \kappa(z', \varphi). \quad (7)$$

Решение этого уравнения будем искать в среднеквадратичном приближении. В соответствии с этим в качестве оценок неизвестных параметров α_i в (7) принимаются оценки $\hat{\alpha}_i$, реализующие минимум функционала

$$\Phi(\alpha_i) = \int_S \left| p(z', \varphi) - \sum_i A_i(z') \alpha_i \right|^2 ds \quad (8)$$

по α_i ; интегрирование проводится по всей цилиндрической поверхности S : $-\infty < z' < \infty$, $0 \leq \varphi < 2\pi$, $ds = R dz' d\varphi$. Решение $\hat{\alpha}_i$ этой задачи ($\min \Phi(\alpha_i) = \Phi(\hat{\alpha}_i)$)

$$\hat{\alpha}_i = \sum_j (\mathbf{B}^{-1})_{ij} \int_S A_j^*(z') p(z', \varphi) ds \quad (9)$$

называется оценкой метода наименьших квадратов, или МНК-оценкой, параметров α_i [9]. Элементы матрицы $\mathbf{B}$ имеют вид

$$(\mathbf{B})_{ij} \equiv B_{ij} = \int_S A_j^*(z') A_i(z') ds. \quad (10)$$

Заметим, что матрица $\mathbf{B}$ эрмитова: $\mathbf{B} = \mathbf{B}^\dagger \equiv (\mathbf{B}^*)^T$, где T обозначает транспонирование.

В соответствии со свойствами МНК-оценок $\hat{\alpha}_i$ являются несмещёнными ($\alpha_i = E(\hat{\alpha}_i)$) и при используемой модели помех эффективными, т. е. обладающими наименьшей дисперсией [9]. Учитывая, что АФР источников (2) и ДН излучателя линейно выражаются через α_i , их МНК-оценки (в дальнейшем просто оценки)

$$\hat{c}(z) = \sum_{i,j} f_i(z) (\mathbf{B}^{-1})_{ij} \int_S A_j^*(z') p(z', \varphi) ds, \quad (11)$$

$$\hat{d}(\sin \theta) = \int_L \exp(-ikz \sin \theta) \hat{c}(z) dz, \quad (12)$$

где угол θ отсчитывается от нормали к оси z : $-\pi/2 \leq \theta \leq \pi/2$, будут обладать теми же свойствами.

Завершая рассмотрение задачи реконструкции, вычислим средние квадраты полных ошибок реконструкции АФР источников $\delta_c^2 = \int_L E(|c(z) - \hat{c}(z)|^2) dz$ и ДН излучателя $\delta_d^2 = \int E(|d(\sin \theta) - \hat{d}(\sin \theta)|^2) d\Omega$, где интегрирование осуществляется по полному телесному углу 4π , $d\Omega = \cos \theta \times d\theta d\varphi$. После несложных вычислений, используя ортогональность функций $f_i(z)$ и учитывая (5), получим

$$\delta_c^2 = \varepsilon^2 L \operatorname{tr}(\mathbf{B}^{-1}) = \varepsilon^2 L \sum_n \mu_n^{-1}, \quad (13)$$

где μ_n — собственные числа матрицы $\mathbf{B}$, $\varepsilon^2 = R\varepsilon_0^2$. Далее, используя спектральное разложение матрицы $\mathbf{B} = \sum_n \mu_n \mathbf{b}_n \mathbf{b}_n^\dagger$, где $\mathbf{b}_n$ — собственные векторы, $|\mathbf{b}_n|^2 = 1$, для ошибки реконструкции ДН получим

$$\delta_d^2 = \varepsilon^2 \sum_n \mu_n^{-1} \int |d_{F_n}(\sin \theta)|^2 d\Omega. \quad (14)$$

Здесь $d_{F_n}(\sin \theta)$ — ДН распределения комплексных амплитуд источников

$$F_n(z) = \sum_i b_{ni} f_i(z), \quad (15)$$

где b_{ni} — i -ая компонента вектора $\mathbf{b}_n$. Распределения $F_n(z)$ обладают следующими важными свойствами. Во-первых, они ортогональны, и их нормы равны 1:

$$\|F_n(z)\|^2 \equiv L^{-1} \int_L \left| \sum_i b_{ni} f_i(z) \right|^2 dz = \sum_i b_{ni} b_{ni}^* = 1. \quad (16)$$

Во-вторых, квадраты норм полей, порождённых ими на поверхности S ,

$$p_{F_n}(z', \varphi) = \int_L A(z', z) F_n(z) dz = \sum_i A_i(z') b_{ni}, \quad (17)$$

равны

$$\|p_{F_n}(z', \varphi)\|^2 \equiv \int_S |p_{F_n}(z', \varphi)|^2 ds = \sum_{i,j} B_{ij} b_{ni} b_{nj}^* = \mu_n. \quad (18)$$

И, наконец, распределения $F_n(z)$ инвариантны по отношению к преобразованию вида $f'_i(z) = \sum_j \beta_{ij} f_j(z)$ при условии $\sum_k \beta_{ik} \beta_{kj}^* = \delta_{ij}$, где δ_{ij} — символ Кронекера². Учитывая вышесказанное, ошибку реконструкции ДН излучателя (14) запишем в виде

$$\delta_d^2 = \varepsilon^2 \sum_n \|p_{F_n}(z', \varphi)\|^{-2} \int |d_{F_n}(\sin \theta)|^2 d\Omega. \quad (19)$$

Отметим, что аналогичные выражения для оценок АФР источников, ДН излучателя и их ошибок, в принципе, можно получить для произвольной геометрии поверхности S (необходимым условием является невырожденность матрицы $\mathbf{B}$; при измерении в M дискретных точках добавится условие $M \geq N$), однако их аналитическое исследование возможно лишь для простых поверхностей S , в частности для цилиндрической.

Известно, что спектр матрицы $\mathbf{B}$ в силу произвольности функций $f_i(z)$ может содержать сколь угодно малые собственные значения (см., например, [5–7]). Поэтому в общем случае ошибка реконструкции АФР источников (13) может быть сколь угодно большой, что и делает задачу определения $s(z)$ некорректной. Ситуация с определением ошибки реконструкции ДН не столь прозрачна: наличие малых собственных значений μ_n отнюдь не означает, что ошибка (14) или (19) будет большой. К сожалению, непосредственно аналитически оценить эту ошибку в рамках полученного решения не представляется возможным.

² При таком преобразовании, учитывая (6) и (10), элементы новой матрицы $\mathbf{B}'$ равны $B'_{ij} = \sum_{k,t} \beta_{ik} B_{kt} \beta_{tj}^*$. Её собственные векторы и числа имеют вид $b'_{ni} = \sum_j \beta_{ij} b_{nj}$ и $\mu'_n = \mu_n$ соответственно. Следовательно, с учётом $\beta_{kt} = \beta_{tk}^*$ получаем $F'_n(z) = \sum_i b'_{ni} f'_i(z) = \sum_{m,t,i} \beta_{mi}^* \beta_{it} b_{nm} f'_t(z) = F_n(z)$.

2. ОГРАНИЧЕННОСТЬ ОШИБКИ РЕКОНСТРУКЦИИ ДН МОНОПОЛЬНОГО ИЗЛУЧАТЕЛЯ

Вначале выясним связь между нормой поля на поверхности S и величиной $\int |d(\sin \theta)|^2 d\Omega$. Для этого рассмотрим следующую задачу. Пусть АФР источников описывается некоторой квадратично интегрируемой функцией $h(z)$, $-\infty < z < \infty$. Поле, созданное таким источником на поверхности S , с учётом аксиальной симметрии имеет вид

$$p_h(z') = \int_{-\infty}^{+\infty} A(z', z) h(z) dz \equiv Ah(z), \quad (20)$$

где $A(z', z)$ (см. (4)) — ядро интегрального преобразования в (20). Собственные функции $h(z, u)$ и значения $\lambda(u)$ оператора A определяются из уравнения

$$\lambda(u)Ah(z, u) = h(z', u). \quad (21)$$

Легко видеть, что собственные функции равны

$$h(z, u) = \exp(ikzu), \quad (22)$$

где параметр $u \in (-\infty, +\infty)$ физически представляет собой нормированное волновое число, причём

$$\int_{-\infty}^{+\infty} h(z, u_1) h^*(z, u_2) dz = \frac{2\pi}{k} \delta(u_1 - u_2). \quad (23)$$

Вычисление собственных значений $\lambda(u)$ приведено в Приложении.

Раскладывая распределение $h(z)$ по собственным функциям:

$$h(z) = \int_{-\infty}^{+\infty} \alpha(u) h(z, u) du, \quad (24)$$

для поля (20) получим

$$p_h(z') = \int_{-\infty}^{+\infty} \lambda^{-1}(u) \alpha(u) h(z', u) du. \quad (25)$$

Тогда квадрат нормы поля с учётом (23) равен

$$\|p_h(z')\|^2 \equiv \int_S |p_h(z')|^2 ds = 2\pi k^{-1} R \int_{-\infty}^{+\infty} \int_0^{2\pi} |\lambda(u)|^{-2} |\alpha(u)|^2 d\varphi du, \quad (26)$$

или, интегрируя по φ и учитывая неотрицательность подынтегральных функций,

$$\|p_h(z')\|^2 \geq (4\pi^2/k) R \int_{-1}^1 |\lambda(u)|^{-2} |\alpha(u)|^2 du \geq (4\pi^2/k) R \min_{u, |u| \leq 1} |\lambda(u)|^{-2} \int_{-1}^1 |\alpha(u)|^2 du. \quad (27)$$

Теперь заметим, что ДН распределения $h(z)$ равна

$$d_h(\sin \theta) = \int h(z) \exp(-ikz \sin \theta) dz = \iint \alpha(u) h(z, u) \exp(-ikz \sin \theta) du dz = \\ = (2\pi/k) \int \alpha(u) \delta(u - \sin \theta) du = (2\pi/k) \alpha(\sin \theta), \quad (28)$$

где интегрирование проводится в бесконечных пределах. Поскольку в области вещественных углов $u = \sin \theta$, $|u| \leq 1$, то

$$\int |d_h(\sin \theta)|^2 d\Omega = (2\pi)^3 k^{-2} \int_{-1}^1 |\alpha(u)|^2 du. \quad (29)$$

Подставив (29) в (27), получим

$$\|p_h(z')\|^2 \geq kR/(2\pi) \min_{u, |u| \leq 1} (|\lambda(u)|^{-2}) \int |d_h(\sin \theta)|^2 d\Omega. \quad (30)$$

Учитывая, что минимум $|\lambda(u)|^{-2} = \pi^2 |H_0^{(1)}(kR \sqrt{1-u^2})|^2$ (см. (П.2)) достигается при $u = 0$ ³ и воспользовавшись асимптотическим разложением функции Ханкеля при $kR \gg 1$, окончательно получим

$$\|p_h(z')\|^2 \geq \int |d_h(\sin \theta)|^2 d\Omega. \quad (31)$$

Поскольку формула (31) была получена для произвольной функции $h(z)$, она будет верна и при $h(z) = F_n(z)$ (15), следовательно, для ошибки реконструкции ДН излучателя (19) будет справедлива оценка

$$\delta_d^2 \leq N\varepsilon^2. \quad (32)$$

Отметим, что полученная оценка для ошибки реконструкции ДН излучателя не зависит от спектральных свойств матрицы **B**: верхняя граница оценки пропорциональна только числу ортогональных функций, описывающих излучатель, и не зависит от их конкретного вида. Конкретный вид функций $f_i(z)$ и величина N должны выбираться исходя из физических особенностей излучателя⁴. В общем случае при определении модели излучателя должно учитываться следующее. Вполне очевидно, что при достаточно больших N отличие полей реального и реконструированного источников будет находиться в пределах ошибки измерений (на практике N увеличивают до тех пор, пока это отличие не перестанет уменьшаться). Таким образом, существует множество моделей излучателя, определяемых наборами $f_i(z)$ и N , поля которых на поверхности S , учитывая конечную точность измерений, неотличимы. Следовательно, и различия построенных оценок ДН этих моделей с учётом ошибок их реконструкции также будут малы.

3. ОБОБЩЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ НА СЛУЧАЙ МОНОПОЛЬНО-ДИПОЛЬНОГО ИЗЛУЧАТЕЛЯ

Пусть теперь излучатель описывается суперпозицией непрерывных распределений комплексных амплитуд монопольных и дипольных АФР источников. Произвольное дипольное АФР источников, учитывая одномерность излучателя, может быть разложено на два распределения с

³ Это следует из свойства модуля функции Ханкеля $|H_0^{(1)}(x)|$, убывающего с ростом действительного x [10].

⁴ Так, например, если известно, что пространственный спектр распределения $c(z)$ ограничен сверху, то в качестве $f_i(z)$ целесообразно выбрать фурье-гармоники. В этом случае N — полное число фурье-гармоник, описывающих $c(z)$.

моментами, ортогональными друг другу. Для определённости положим, что моменты ориентированы вдоль осей x и y , определяемых направлениями $\varphi = 0$ и $\varphi = \pi/2$ при $\theta = 0$ соответственно. АФР такого излучателя $\bar{c}(z)$ будем представлять совокупностью АФР монопольных $c_0(z)$ и дипольных $c_x(z)$, $c_y(z)$ источников соответственно: $\bar{c}(z) = (c_0(z), c_x(z), c_y(z))$. Тогда поле, измеренное в точке (z', φ) , записывается в виде

$$p(z', \varphi) = \int_L [A(z', z)c_0(z) + A_1(z', z)(c_x(z)\cos\varphi + c_y(z)\sin\varphi)] dz + \kappa(z', \varphi), \quad (33)$$

где

$$A_1(z', z) = \left\{ iR/\sqrt{R^2 + (z - z')^2} - R/[k(R^2 + (z - z')^2)] \right\} A(z', z). \quad (34)$$

Аналогично сделанному ранее предположению будем полагать, что АФР источников любого типа может быть представлено в виде разложения по конечному числу N функций $f_i(z)$. Коэффициенты этих разложений α_{0i} , α_{xi} , α_{yi} и функции (6), полагая $f_i(z) = f_{i+N}(z) = f_{i+2N}(z)$, где $i = 1, \dots, N$, запишем в упорядоченном виде: $\alpha_j = \alpha_{0j}$ и $A_j(z', \varphi) = \int A(z', z)f_j(z) dz$ при $1 \leq j \leq N$; $\alpha_j = \alpha_{xj-N}$ и $A_j(z', \varphi) = \int A_1(z', z)f_j(z)\cos\varphi dz$ при $N < j \leq 2N$; $\alpha_j = \alpha_{yj-2N}$ и $A_j(z', \varphi) = \int A_1(z', z)f_j(z)\sin\varphi dz$ при $2N < j \leq 3N$, где интегрирование осуществляется по L .

Решение задачи реконструкции в этом случае по сравнению с рассмотренным ранее, кроме повышения размерности с N до $3N$, особенностей не имеет. В частности, с точностью до замены $A_j(z') \rightarrow A_j(z', \varphi)$, уравнения (7)–(10) сохраняют свой вид с учётом, что индексы у всех величин будут изменяться в пределах от 1 до $3N$.

Получив оценку упорядоченных коэффициентов $\hat{\alpha}_j$, из которой тривиально определяются оценки $\hat{\alpha}_{0i}$, $\hat{\alpha}_{xi}$, $\hat{\alpha}_{yi}$, найдём оценку ДН излучателя, представляющую собой сумму ДН источников различных типов:

$$\begin{aligned} \hat{d}(\varphi, \sin\theta) &= \int_L \exp(-ikz\sin\theta) [\hat{c}_0(z) + i\hat{c}_x(z)\cos\theta\cos\varphi + i\hat{c}_y(z)\cos\theta\sin\varphi] dz = \\ &= \int_L \exp(-ikz\sin\theta) \sum_{j=1}^N f_j(z) (\hat{\alpha}_{0j} + i\hat{\alpha}_{xj}\cos\theta\cos\varphi + i\hat{\alpha}_{yj}\cos\theta\sin\varphi) dz. \end{aligned} \quad (35)$$

Аналогично вычисляется и средний квадрат полной ошибки ДН:

$$\delta_d^2 = \varepsilon^2 \sum_{i=1}^{3N} \mu_n^{-1} \int |d_{\bar{F}_n}(\sin\theta)|^2 d\Omega, \quad (36)$$

где $d_{\bar{F}_n}(\sin\theta)$ — ДН совокупности распределений

$$\bar{F}_n(z) = (F_{0n}(z), F_{xn}(z), F_{yn}(z)) = \left(\sum_{i=1}^N b_{ni}f_i(z), \sum_{i=N+1}^{2N} b_{ni}f_i(z), \sum_{i=2N+1}^{3N} b_{ni}f_i(z) \right). \quad (37)$$

Распределение $\bar{F}_n(z)$, если его норму определить как $\|\bar{F}_n\|^2 = \|F_{0n}\|^2 + \|F_{xn}\|^2 + \|F_{yn}\|^2$, обладает теми же свойствами, что и $F_n(z)$; при этом порождаемое им поле $p_{\bar{F}_n}(z', \varphi)$ вычисляется по формуле (33) (естественно, без слагаемого $\kappa(z', \varphi)$), где $c_0(z)$, $c_x(z)$ и $c_y(z)$ заменены на $F_{0n}(z)$, $F_{xn}(z)$ и $F_{yn}(z)$ соответственно. С учётом этого ошибку реконструкции ДН излучателя (36) можно записать в виде (19), где суммирование производится по n от 1 до $3N$.

Перейдём теперь к обобщению результатов раздела 2. Пусть излучатель описывается совокупностью некоторых квадратично интегрируемых функций: $\bar{h}(z) = (h_0(z), h_x(z), h_y(z))$, $-\infty < z < +\infty$. Далее рассмотрим интегральные операторы $Ah_0(z) = \int A(z', z)h_0(z) dz$, $A_1h_x(z) = \int A_1(z', z)h_x(z) dz$ и $A_1h_y(z) = \int A_1(z', z)h_y(z) dz$, где интегрирование проводится в бесконечных пределах. Ядра этих операторов определены выражениями (4), (34). Легко видеть, что у этих операторов одинаковые собственные функции $h(z, u)$ (22); их собственные значения обозначим $\lambda(u)$, $\lambda_1(u)$ (собственные значения вычислены в Приложении). Раскладывая аналогично (24) распределения $h_0(z)$, $h_x(z)$ и $h_y(z)$ по собственным функциям, получим, что поле $p_{\bar{h}}(z', \varphi)$ (см. (33)) имеет вид

$$p_{\bar{h}}(z', \varphi) = \int_{-\infty}^{+\infty} (\lambda^{-1}(u)\alpha_0(u) + \lambda_1^{-1}(u) [\alpha_x(u) \cos \varphi + \alpha_y(u) \sin \varphi]) h(z', u) du; \quad (38)$$

аналогично и для ДН в области вещественных углов $u = \sin \theta$ (см. (28), (35)) имеем

$$d_{\bar{h}}(\varphi, \sin \theta) = (2\pi/k) [\alpha_0(\sin \theta) + i\alpha_x(\sin \theta) \cos \varphi \cos \theta + i\alpha_y(\sin \theta) \sin \varphi \cos \theta]. \quad (39)$$

Далее, вычисляя $\|p_{\bar{h}}(z', \varphi)\|^2$ и интеграл от квадрата модуля ДН (см. (27)–(30)), получим

$$\begin{aligned} \|p_{\bar{h}}(z', \varphi)\|^2 &\geq kR/(2\pi) \min_{u, |u| \leq 1} |\lambda(u)|^{-2} \int |d_{\bar{h}}(\varphi, \sin \theta)|^2 d\Omega + \\ &+ (4\pi^2 R/k) \int_{-1}^1 [|\lambda_1^{-1}(u)|^2 - (1 - u^2) |\lambda(u)|^{-2}] (|\alpha_x(u)|^2 + |\alpha_y(u)|^2) du. \end{aligned} \quad (40)$$

Отношение первого члена в правой части этого неравенства к $\|p_{\bar{h}}(z', \varphi)\|^2$ будет минимальным при неотрицательности второго члена, т.е. при выполнении условия $|\lambda_1^{-1}(u)|^2 \geq (1 - u^2) |\lambda(u)|^{-2}$. Подставляя выражения для собственных значений (П.2) и (П.3), получим эквивалентное условие $|H_1^{(1)}(kR \cos \theta)|^2 \geq |H_0^{(1)}(kR \cos \theta)|^2$, которое справедливо при любых $kR \cos \theta$ [10]. Таким образом, при $kR \gg 1$ из (40) получим неравенство, аналогичное (30): $\|p_{\bar{h}}(z', \varphi)\|^2 \geq \int |d_{\bar{h}}(\varphi, \sin \theta)|^2 d\Omega$, справедливое для произвольного $\bar{h}(z)$, в том числе и при $\bar{h}(z) = \bar{F}_n(z)$ (37). Следовательно, для ошибки реконструкции ДН излучателя (36) (или, как было показано, (19), где суммирование проводится по n от 1 до $3N$) будет справедлива оценка

$$\delta_d^2 \leq 3N\varepsilon^2. \quad (41)$$

Отметим, что и в этом случае верхняя граница ошибки реконструкции ДН излучателя пропорциональна только числу ортогональных функций, описывающих излучатель, и не зависит от их конкретного вида.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотрена задача реконструкции диаграммы направленности монохроматического излучателя в виде прямого отрезка по измерениям поля в свободном однородном пространстве на симметрично охватывающей излучатель бесконечной цилиндрической поверхности. Задача решена для случая конечномерной параметризации излучателя распределениями монополюсных и дипольных источников. Показано, что верхняя граница ошибки реконструкции ДН, обусловленная некоррелированными собственными шумами измерительной системы, пропорциональна числу произвольных ортогональных функций, описывающих излучатель.

Работа поддержана Российским фондом фундаментальных исследований (проект № 03-02-17035).

ПРИЛОЖЕНИЕ

ВЫЧИСЛЕНИЕ СОБСТВЕННЫХ ЗНАЧЕНИЙ ОПЕРАТОРОВ A И A_1

Исходя из того, что ядра операторов A , A_1 зависят только от разности $z-z'$: $A(z, z') = A(z-z')$, $A_1(z, z') = A_1(z-z')$, и учитывая вид их собственных функций (22), получим формулу для вычисления собственных значений:

$$\lambda^{-1}(u) = \int_{-\infty}^{+\infty} A(x) \exp(ikxu) dx, \quad \lambda_1^{-1}(u) = \int_{-\infty}^{+\infty} A_1(x) \exp(ikxu) dx. \quad (\text{П.1})$$

где $x = z - z'$. Подставив (4) в (П.1) и последовательно проводя замену $\text{ch } y = \sqrt{1 + (x/R)^2}$ с использованием формулы для сложения гиперболических функций, с учётом замены $t = y + \text{Arth } u$ получим

$$\lambda^{-1}(u) = \int_{-\infty}^{+\infty} \exp[ikR(\text{ch } y + u \text{ sh } y)] dy = \int_{-\infty}^{+\infty} \exp(ikR \sqrt{1-u^2} \text{ch } t) dt = i\pi H_0^{(1)}(kR \sqrt{1-u^2}), \quad (\text{П.2})$$

где $H_0^{(1)}(x)$ — функция Ханкеля 1-го рода нулевого порядка.

Аналогично, подставляя (34) в (П.1), можно получить формулу для вычисления $\lambda_1^{-1}(u)$. Однако можно поступить проще. Заметим, учитывая зависимости $A(z-z')$ и $A_1(z-z')$ от параметра R , что $A_1(R, z-z') = k^{-1} [\partial A(R, z-z')]/\partial R$. Подставив $A_1(R, z-z')$ в (П.1) и поменяв местами интегрирование и дифференцирование, получим $\lambda_1^{-1}(R, u) = k^{-1} [\partial \lambda^{-1}(R, u)]/\partial R$. Таким образом, с учётом $[dH_0^{(1)}(z)]/dz = -H_1^{(1)}(z)$ [10], окончательно получим

$$\lambda_1^{-1}(u) = -i\pi \sqrt{1-u^2} H_1^{(1)}(kR \sqrt{1-u^2}). \quad (\text{П.3})$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бахрах Л. Д., Кременецкий С. Д., Курочкин А. П. и др. Методы измерения параметров излучающих систем в ближней зоне. Л.: Наука, 1985. 272 с.
2. Захарьев Л. Н., Леманский А. А., Турчин В. И. и др. Методы измерения характеристик антенн СВЧ. М.: Радио и связь, 1985. 368 с.
3. Курочкин А. П. // Антенны. М.: Изд. предпр. ред. ж. Радиотехника, 1997. Вып. 1 (38). С. 5.
4. Williams E. G., Dardy H. D., Washburn K. B. // J. Acoust. Soc. Am. 1987. V. 81, No. 2. P. 389.
5. Borgiotti G. V., Sarkissian A., Williams E. G., Schuetz L. // J. Acoust. Soc. Am. 1990. V. 88, No. 1. P. 199.
6. Шифрин Я. С., Усин В. А. // Антенны. М.: Изд. предпр. ред. ж. Радиотехника, 2000. Вып. 1 (44). С. 27.
7. Корниенко Л. Г., Шифрин Я. С. // Проблемы антенной техники / Под ред. Л. Д. Бахраха, Д. И. Воскресенского. М.: Радио и связь, 1989. С. 275–297.

8. Гармаш В. Н. // Антенны. М.: Изд. предпр. ред. ж. Радиотехника, 1998. Вып. 2 (41). С. 3.
9. Справочник по теории вероятностей и математической статистике / В. С. Королюк, Н. И. Портенко, А. В. Скороход, А. Ф. Турбин. М.: Наука, 1985. 640 с.
10. Ватсон Г. Н. Теория бесселевых функций. Т. 1. М.: Изд-во иностр. лит., 1949. 798 с.

Институт прикладной физики РАН,
г. Нижний Новгород, Россия

Поступила в редакцию
17 апреля 2003 г.

RECONSTRUCTION OF THE RADIATION PATTERN OF A LINEAR SOURCE BY NEAR-FIELD MEASUREMENTS

G. E. Fiks and I. Sh. Fiks

We study the error of reconstruction of the radiation pattern of a linear source, which is based on measuring its near field on an infinite cylindrical surface in the presence of non-correlated noise. It is shown that the supremum error is proportional to the number of arbitrary orthogonal functions describing the source.