

Содержание

Васьков В. В., Рябова Н. А. Влияние сверхтепловых электронов на возбуждение коротковолновых колебаний ионосферной плазмы в поле мощной радиоволны.....	175
Беликович В. В., Вяхирев В. Д., Калинина Е. Е., Терещенко В. Д., Оглоблина О. Ф., Терещенко В. А. Исследование <i>D</i> -области ионосферы методом частичных отражений на средних широтах и в авроральной зоне.....	181
Рапопорт В. О., Зиничев В. А., Митяков Н. А., Сазонов Ю. А., Выборнов Ф. И., Рыжов Н. А. Исследование ветровых характеристик атмосферной турбулентности с помощью многолучевого содара.....	192
Иванченко В. А., Николаев В. В., Новичков В. В. Определение параметров атмосферных загрязнений активными радиолокационными методами на частотах вращательного спектра молекул газов-загрязнителей.....	201
Раевский М. А., Лучинин А. Г., Бурдуковская В. Г., Хилько А. И. О роли объёмного рассеяния при формировании поверхностной реверберации в океане.....	210
Шорохова Е. А. Характеристики электрического вибратора в плоском волноводе с неоднородным заполнением в приближении длинных линий.....	222
Кизеветтер Д. В. Асимптотические выражения для собственных чисел гибридных мод в волоконных световодах со ступенчатым профилем показателя преломления.....	228
Абрашкин А. А., Авербах В. С., Власов С. Н. Массоперенос жидкой фазы в частично насыщенной пористой среде под действием низкочастотных упругих колебаний.....	235
Бубновский А. Ю., Лысенко А. П., Шевцов Б. М. О влиянии параметров случайной среды на характеристики нестационарных отражений.....	245
Ермолаев В. Т., Маврычев Е. А., Флакман А. Г. Уменьшение вероятности битовой ошибки при параллельной передаче информации в ММО-системе.....	251

УДК 550.388.2

ВЛИЯНИЕ СВЕРХТЕПЛОВЫХ ЭЛЕКТРОНОВ НА ВОЗБУЖДЕНИЕ КОРОТКОВОЛНОВЫХ КОЛЕБАНИЙ ИОНОСФЕРНОЙ ПЛАЗМЫ В ПОЛЕ МОЩНОЙ РАДИОВОЛНЫ

В. В. Васьков, Н. А. Рябова

Данная работа является продолжением [1]. На основе полученных в [1] формул учтено влияние сверхтепловых электронов на процесс перекачки энергии верхнегибридных плазменных волн, возбуждаемых мощным радиоизлучением, в добавочную область очень коротковолновых колебаний с аномальной дисперсией. На модельных примерах показано, что это влияние может существенно увеличить интенсивность перекачки энергии плазменных волн. Согласно проведённым расчётам возбуждение плазменных волн в добавочной области происходит в достаточно широких интервалах частот мощной радиоволны, расположенных вблизи, но несколько ниже 4-й, 5-й и 6-й электронных гирогармоник. Обсуждается приложение полученных результатов к эффектам ослабления искусственного радиоизлучения и дополнительной ионизации ионосферы ускоренными электронами, которые наблюдались в указанных интервалах частот накачки.

ВВЕДЕНИЕ

В работе [1] рассмотрен процесс перекачки энергии верхнегибридных колебаний плазмы из основной области I, в которой они возбуждаются мощной радиоволной на искусственных неоднородностях, в добавочную область II, содержащую поляризованные почти ортогонально магнитному полю очень коротковолновые колебания. Последняя образуется в замагниченной ионосферной плазме под влиянием сильной пространственной дисперсии.¹ Перекачка энергии в добавочную область может приводить к ослаблению искусственного радиоизлучения ионосферы (ИРИ) вследствие слабой трансформации коротковолновых плазменных волн в электромагнитные и к возникновению дополнительной ионизации ионосферы высокоэнергичными электронами, образующимися в результате сильного циклотронного поглощения плазменных волн в области II. Указанные эффекты наблюдались на опыте [4, 5] в случае, когда частота ω_t мощной радиоволны лежала вблизи, но несколько ниже электронных гирогармоник $n\omega_{Be}$ с номерами $n \geq 4$. Такая асимметрия эффектов относительно знака расстройки $\omega_t - n\omega_{Be}$ может быть связана с резким увеличением волнового числа k у плазменных колебаний в области II при $\omega_t > n\omega_{Be}$.

В [1] в рамках теории возмущений получены выражения, позволяющие найти спектр плазменных волн, формирующийся в окрестности электронных гирогармоник в результате индуцированного рассеяния волн на ионах и многократного рассеяния на искусственных неоднородностях. Конкретные расчёты спектра проведены для случая максвелловской плазмы без учёта влияния сверхтепловых электронов, генерируемых под действием мощной радиоволны. Возбуждение

¹ В данной работе используется аналогичное принятому в [1] определение верхнегибридных колебаний. Мы считаем, что эти колебания образуют непрерывную дисперсионную кривую $\omega(k_{\perp})$, которая начинается с верхнегибридной частоты $\sqrt{\omega_{pe}^2 + \omega_{Be}^2}$ в пределе малых $k_{\perp} \rightarrow 0$ (см. [2]; обозначения те же, что и в [1, 2]).

Другое определение верхнегибридных волн дано в [3]. Согласно [3] к ним относится только та часть дисперсионной кривой, на которой частота $\omega(k_{\perp})$ монотонно возрастает с ростом k_{\perp} от верхнегибридной до максимальной частоты ω_m , соответствующей $k_{\perp} = k_m$. При этом колебания с $k_{\perp} > k_m$, обладающие аномальной (отрицательной) дисперсией $\partial\omega/\partial k_{\perp} < 0$, относятся к электронной бернштейновской моде. При такой классификации основная область I содержит верхнегибридные волны, а добавочная область II — коротковолновые бернштейновские волны.

добавочной области происходит в этом случае лишь в некотором интервале частот ω_t мощной радиоволны, расположенном ниже 4-й гирогармоники электронов. Особенность 4-й гирогармоники (в сравнении с 5-й и 6-й) заключается в том, что с уменьшением частоты ω_t циклотронное поглощение плазменных волн в основной области становится значительным даже в случае максвелловской плазмы. Это увеличивает среднее поглощение плазменных волн и существенно меняет их распределение по спектру.

В настоящей работе на модельных примерах исследуется влияние сверхтепловых электронов на интенсивность возбуждения добавочной области плазменных колебаний. Показано, что это влияние может привести к перекачке энергии плазменных волн в добавочную область в условиях, когда частота накачки расположена ниже 5-й и 6-й электронных гирогармоник, и к существенному расширению соответствующей области частот в окрестности 4-й гирогармоники. Показано также, что интенсивность плазменных волн в области I в результате перекачки уменьшается. Определена относительная доля энергии плазменных волн, расходуемая на ускорение электронов в добавочной области.

1. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЁТОВ

В проведённых расчётах функция распределения сверхтепловых электронов имела максвелловскую форму с концентрацией N_{st} и температурой T_{st} :

$$N_{st} = \eta_N N_R, \quad T_{st} = \eta_T T_e, \quad (1)$$

где N_R — концентрация электронов на уровне верхнегибридного резонанса, в окрестности которого происходит возбуждение плазменных волн на вытянутых вдоль магнитного поля неоднородностях, $T_e \approx 0,1$ эВ — температура тепловых электронов, η_N и η_T — постоянные коэффициенты (предполагается, что $\eta_N \eta_T \ll 1$). Здесь и далее используются обозначения работы [1]. Малое количество сверхтепловых электронов может существенно увеличить мнимую часть диэлектрической проницаемости плазмы ε_c'' и сделать её больше соответствующего столкновительного слагаемого ε_s'' . В результате распределение плазменных волн в пространстве волновых векторов может существенно измениться как в основной, так и в добавочных областях (см. (40) и (44), (48) в [1]; в дальнейшем при ссылке на соотношения из работы [1] для краткости будем предварять номер выражения единицей). Опишем кратко процедуру проведённых расчётов. Коэффициенты D_{11} , $D_{12} = D_{21}$ и среднее значение $\overline{\varepsilon_1''}$ (1.42) в уравнениях для частотного спектра плазменных волн находились путём вычисления интегралов (1.43) от спектра волновых векторов (1.40) (коэффициент D_{22} (1.33) от распределения сверхтепловых электронов не зависит). Коэффициент c_2 в определении $\overline{\varepsilon_{2c}''} = c_2 \varepsilon_{2s}''(x_m)$ (1.51) находился в процессе решения однородного уравнения (1.48).² Параметры X_1 , X_2 , $X_1^{(0)}$ и $X_2^{(0)}$ (1.55)–(1.58), пропорциональные производным от частотного спектра в различных случаях, выражаются через уже найденные величины. В частности,

$$X_2 = \frac{2\overline{\varepsilon_2''} D_{11} - 2\overline{\varepsilon_1''} D_{12}}{D_{11} D_{22} - D_{12}^2}. \quad (2)$$

² Отметим, что второе слагаемое $\varepsilon_{2c}''(\eta)/\varepsilon_{2s}''$ в знаменателе уравнения (1.48) при учёте сверхтепловых электронов принимает вид

$$\varepsilon_{2c}''/\varepsilon_{2s}'' = \gamma \sqrt{b/\eta} \exp(-b/\eta) + \gamma \sqrt{b/\eta} \left(\eta_N / \eta_T^{3/2} \right) A_n^{-1}(x_m) \sum_{l=-\infty}^{+\infty} A_l(\eta_T x_m) \exp \left\{ - [(\nu - l)/(\nu - n)]^2 b/(\eta_T \eta) \right\}.$$

Поведение частотного спектра плазменных волн, удовлетворяющего граничным условиям (1.59), иллюстрируется на рис. 3 работы [1]. Перекачка энергии плазменных волн в добавочную область происходит в случае $X_2 < 0$.

Не останавливаясь на деталях установившегося спектра плазменных волн, рассмотрим далее некоторые его интегральные характеристики, позволяющие оценить интенсивность преобразования плазменных волн в электромагнитное излучение (ИРИ) и эффективность ускорения сверхтепловых электронов при возбуждении добавочной области. К таким характеристикам относится полная интенсивность I_1 плазменных волн в основной области, в которой они возбуждаются и трансформируются в ИРИ:

$$I_1 = \int \tilde{N}_{1\omega} d\omega dh \equiv \frac{1}{4\pi} \int \langle |\mathbf{E}_1|^2 \rangle dh, \quad (3)$$

где интегрирование осуществляется вдоль вертикальной оси h .³ Согласно (1.55)–(1.59) величина I_1 определяется выражением

$$I_1 = \frac{Q_{\text{tot}}}{\omega_{Be}} \frac{1}{\nu_t D_{11}} \begin{cases} X_0^{-1}, & X_2 > 0; \\ X_1^{-1}, & X_2 < 0, \end{cases} \quad (4)$$

где $Q_{\text{tot}} = \int Q_0(h) dh$ — полный поток энергии, расходуемой на возбуждение плазменных волн, равный потоку мощного радиоизлучения в случае сильного аномального поглощения радиоволны. Остальные обозначения совпадают с [1], в частности $\nu_t = \omega_t/\omega_{Be}$.

В случае $X_2 > 0$ возбуждаемые в области I плазменные волны релаксируют в этой же области. В этом случае $I_1 = Q_{\text{tot}}/(2\varepsilon_1''\omega_t)$. Как уже отмечалось, перекачка плазменных волн в добавочную область происходит при $X_2 < 0$ (см. (2) и рис. 3 работы [1]). При этом величина I_1 и пропорциональная ей интенсивность ИРИ уменьшаются ($X_1 \gg X_1^{(0)}$).

Другой важной характеристикой распределения волн являются потоки энергии Q_1 и Q_2 , диссипирующие в областях I и II соответственно:

$$Q_1 = 2\varepsilon_1''\omega_t I_1, \quad Q_2 = 2\varepsilon_2''\omega_t I_2, \quad Q_1 + Q_2 = Q_{\text{tot}}, \quad (5)$$

где $I_2 = (4\pi)^{-1} \int \langle |\mathbf{E}_2|^2 \rangle dh$ — полная интенсивность плазменных волн в добавочной области II, определяемая аналогично (3). В случае $X_2 > 0$ имеем $Q_2 = 0$, $Q_1 = Q_{\text{tot}}$. При выполнении условия перекачки $X_2 < 0$ из (4), (5) получаем

$$Q_2 = Q_{\text{tot}} \frac{D_{12} |X_2|}{D_{11} X_1} \quad (6)$$

при $X_2 < 0$. Здесь учтено тождество $D_{11}X_1 + D_{12}X_2 = 2\varepsilon_1''$.

Относительная доля потока энергии Q_2 , расходуемая на ускорение электронов, определяется выражением (1.52)

$$s_2 = (c_2 - 1)/c_2. \quad (7)$$

Переходя к определению интервала частот $\nu_t = \omega_t/\omega_{Be}$, в котором происходит возбуждение добавочной области, примем во внимание, что параметр $X_2(\nu_t)$ (2) меняет знак в точках $\nu_t = \nu_0 \equiv n - \Delta_0$ и $\nu_t = \nu_\infty \equiv n - \Delta_\infty$, в которых числитель или знаменатель выражения (2)

³ Предполагается, что возбуждение плазменных волн происходит в малой окрестности верхнегибридного резонанса, в которой дисперсионные свойства волн можно считать постоянными.

Таблица 1

Параметры распределения сверхтепловых электронов и границы возбуждения добавочной области

№	n	η_N	η_T	$n - \nu_0$	$n - \nu_\infty$
1	4	$6,3 \cdot 10^{-3}$	16	0,036	0,184
2	5	$5,0 \cdot 10^{-4}$	25	0,080	0,170
3	6	$1,7 \cdot 10^{-4}$	40	0,096	0,194
4	6	$6,0 \cdot 10^{-5}$	25	0,202	0,130

обращаются в нуль. В первом случае имеем $X_2 = 0$, $X_1 = X_1^{(0)} \equiv 2\varepsilon_1''/D_{11}$. Во втором случае параметры X_2 и X_1 в рассматриваемом приближении обращаются в бесконечность (имеют особенность типа полюс). Область $X_2(\nu_t) < 0$ расположена между нулем и полюсом X_2 , поскольку при $\nu_t \rightarrow n$ числитель и знаменатель выражения (2) положительны. Охарактеризуем в общих чертах поведение нуля и полюса функции $X_2(\nu_t)$ при изменении температуры и концентрации сверхтепловых электронов (1) (расчёты проводились при относительном возмущении концентрации в неоднородностях $\delta = 10^{-2}$).

При уменьшении η_N полюс, как правило, сравнительно медленно смещается к своему невозмущённому положению, соответствующему $\eta_N = 0$: в окрестности 6-й гирогармоники он уходит влево (в сторону малых ν_t), при $\nu_t \approx 5$ стремится к невозмущённому положению $\nu_\infty \approx 4,85$,⁴ а при $\nu_t \approx 4$ — к $\nu_\infty \approx 3,9$ [1]. При этом нуль X_2 в окрестности 5-й и 6-й гирогармоник резко смещается влево, а вблизи 4-й гирогармоники стремится к своему невозмущённому положению $\nu_0 = 3,95$. Заметим также, что с ростом η_T (при $\eta_N = \text{const}$) величина ν_∞ уменьшается. С учётом этих правил были выбраны четыре пары значений η_N , η_T , приведённые в табл. 1. Там же указан номер гирогармоники n , в окрестности которой происходит возмущение ионосферной плазмы, и приведены значения $n - \nu_0$ и $n - \nu_\infty$ на границах области $X_2 < 0$. Отметим, что в окрестности 6-й гирогармоники электронов использовались две пары значений η_N , η_T . Первая из них (№ 3 в табл. 1) соответствует обычному для высокотемпературного случая соотношению $\nu_0 > \nu_\infty$, а вторая (№ 4) — инверсному случаю $\nu_\infty > \nu_0$, который может реализоваться при малой температуре сверхтепловых электронов.

Результаты расчёта интегральных параметров I_1 (4), Q_2 (6) и s_2 (7) для выбранных значений η_N , η_T в зависимости от частоты накачки $\nu_t = \omega_t/\omega_{Be}$ в окрестности соответствующей гирогармоники представлены на рис. 1–3. Пунктиром на рис. 1 показано поведение функции $I_1(\nu_t)$ при $X_2 < 0$ без учёта перекачки энергии плазменных волн в добавочную область. Заметим, что вне интервала $X_2 < 0$ диссипируемый в добавочной области поток энергии $Q_2 = 0$. Параметр s_2 также определён только в случае $X_2 < 0$ ($Q_2 \neq 0$), тогда как полная интенсивность плазменных волн в основной области I_1 вне указанного интервала частот достигает своего максимального значения.

2. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Проведённые расчёты показывают, что при наличии сверхтепловых электронов с температурой $T_{st} = (15 \div 40) T_e \approx (1,5 \div 4)$ эВ условия перекачки энергии плазменных волн из основной области в добавочную могут улучшаться. Процесс перекачки происходит в достаточно широких интервалах частот ω_t мощной радиоволны, расположенных вблизи, но несколько ниже электронных гирогармоник с номерами $n = 4, 5$ и 6 (см. рис. 2). Перекачка энергии сопровождается уменьшением интенсивности плазменных волн в основной области (см. рис. 1) и должна приводить к ослаблению ИРИ, которое возникает в результате высвечивания плазменных волн из этой области [6].

⁴ При вычислении этого значения ν_∞ в отсутствие сверхтепловых электронов учитывалось влияние слабого циклотронного поглощения плазменных волн в основной области, которое в [1] в окрестности 5-й гирогармоники считалось пренебрежимо малым.

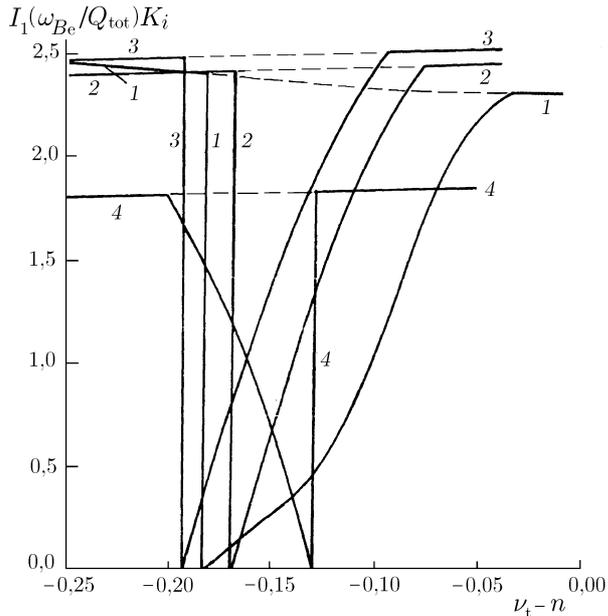


Рис. 1. Зависимость нормированной интенсивности плазменных волн в основной области от частоты накачки $\nu_t = \omega_t/\omega_{Be}$ в окрестности гирогармоники с номером n . Номера кривых и соответствующие параметры распределения сверхтепловых электронов приведены в табл. 1; $K_1 = 10^{-1}$; $K_2 = 10^{-2}$; $K_3 = 0,5 \cdot 10^{-2}$; $K_4 = 10^{-3}$

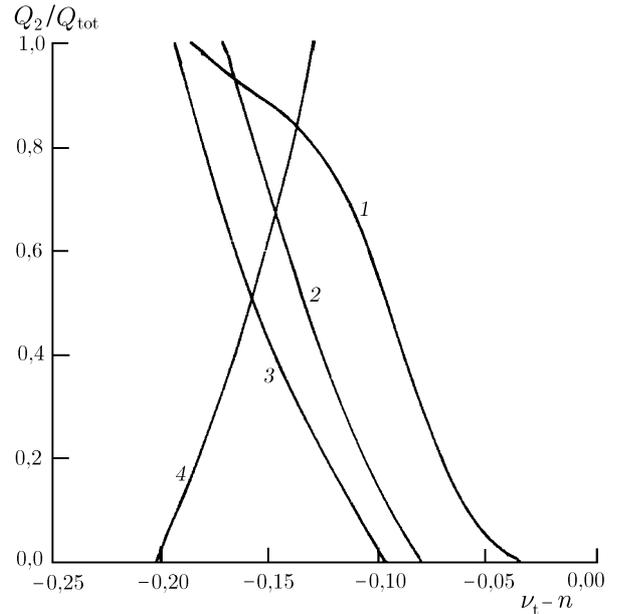


Рис. 2. Нормированный поток энергии плазменных волн Q_2/Q_{tot} , поглощаемых в добавочной области, при тех же условиях, что на рис. 1

Эффект ослабления ИРИ на частотах ниже 4-й, 5-й и 6-й гирогармоник наблюдался в [4].

Следует иметь в виду, что сверхтепловые электроны сами могут генерироваться в результате взаимодействия с плазменными волнами (см. [7, 8]). Возникновение высокоэнергичных электронов искусственного происхождения было зарегистрировано экспериментально по дополнительной ионизации, наблюдавшейся при возмущении ионосферы на частотах ниже электронных гирогармоник [5]. Поэтому можно ожидать, что этот эффект также связан с возбуждением плазменных волн в добавочной области. Действительно, циклотронное поглощение коротковолновых колебаний достаточно велико (см. рис. 3). Кроме того, плазменные волны в добавочной области имеют малую компоненту k_{\parallel} волнового вектора вдоль магнитного поля [1], что существенно увеличивает эффективность генерации высокоэнергичных электронов в условиях многократного ускорения [8].

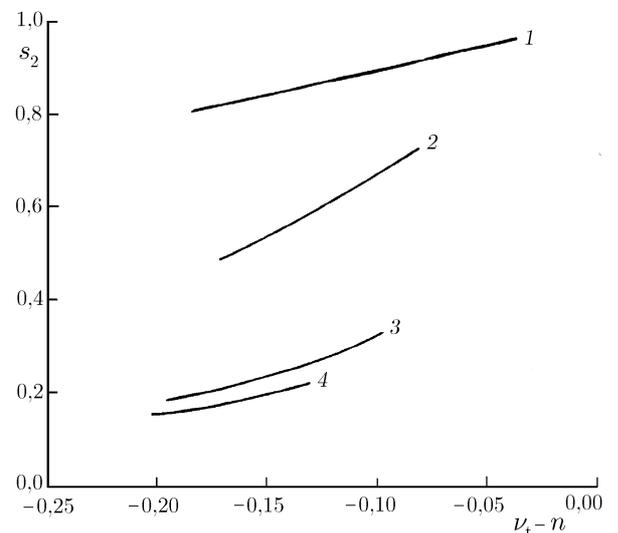


Рис. 3. Доля полного потока энергии Q_2 , расходуемая на ускорение электронов. Условия и номера кривых те же, что на рис. 1, 2

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Васьков В. В., Рябова Н. А. // Изв. вузов. Радиофизика. 2002. Т. 45, № 6. С. 482.
2. Ахиезер А. И., Ахиезер И. А., Половин Р. В. и др. Электродинамика плазмы. М.: Наука, 1974.
3. Mjølhus E. // J. Atm. Terr. Phys. 1993. V. 55, No. 6. P. 907.
4. Leyser T. B., Thide B., Waldenvik M. et al. // J. Geophys. Res. A. 1993. V. 98, No. 10. P. 17 597.
5. Grach S. M., Komrakov G. P., Yurishchev M. A. et al. // Phys. Rev. Lett. 1997. V. 78, No. 5. P. 883.
6. Грач С. М. // Изв. вузов. Радиофизика. 1985. Т. 28, № 6. С. 684.
7. Грач С. М. // Изв. вузов. Радиофизика. 1999. Т. 42, № 7. С. 651.
8. Васьков В. В. // Изв. вузов. Радиофизика. 2000. Т. 43, № 1. С. 3.

Институт земного магнетизма, ионосферы и
распространения радиоволн РАН, г. Троицк Московской
обл., Россия

Поступила в редакцию
2 декабря 2002 г.

**THE INFLUENCE OF SUPRATHERMAL ELECTRONS ON THE EXCITATION OF
SHORT-WAVELENGTH OSCILLATIONS IN THE FIELD OF A POWERFUL RADIO WAVE**

V. V. Vas'kov and N. A. Ryabova

This paper is the direct continuation of our paper [1]. Based on the formulas obtained in that paper, we take into account the influence of suprathermal electrons on the redistribution of upper-hybrid plasma oscillations, initially excited by a powerful radio wave, into an additional domain of very short waves with high spatial dispersion. Our analysis of model examples shows that this influence can significantly intensify the plasma-wave energy redistribution. According to the calculations, plasma waves in the additional domain are excited if the pump-wave frequency falls in one of the fairly broad intervals close to but slightly lower than the 4th, 5th and 6th electron gyroharmonics. We discuss applications of the results to the effects of attenuation of the simulated electromagnetic emission and additional ionization of the ionosphere by the accelerated electrons, which were observed in the above-mentioned intervals of the pump frequency.

УДК 550.388.2

ИССЛЕДОВАНИЕ D -ОБЛАСТИ ИОНОСФЕРЫ МЕТОДОМ ЧАСТИЧНЫХ ОТРАЖЕНИЙ НА СРЕДНИХ ШИРОТАХ И В АВРОРАЛЬНОЙ ЗОНЕ

*В. В. Беликович¹, В. Д. Вяхирев¹, Е. Е. Калинина¹, В. Д. Терещенко²,
О. Ф. Оглоблина², В. А. Терещенко²*

Методом частичных отражений проведены исследования D -области ионосферы на измерительных комплексах, расположенных в различных широтных зонах: в п. Васильсурск Нижегородской области ($56,1^\circ$ с. ш., $46,1^\circ$ в. д.) и в п. Туманный Мурманской области (69° с. ш., $35,7^\circ$ в. д.). Получены количественные оценки электронной концентрации в полярной и среднеширотной области D , выявлены их отличия и обсуждены возможные причины широтных вариаций электронной концентрации на высотах D -области.

ВВЕДЕНИЕ

Различие среднеширотной и авроральной ионосферы известно давно. Оно обусловлено как различной освещённостью Солнцем, так и корпускулярной ионизацией, действующей в авроральной зоне. Многие аспекты этих различий, касающиеся областей E и F , достаточно изучены, и их изучение продолжается.

Значительно меньше исследований проведено в области D ионосферы [1]. Наиболее известны многочисленные измерения поглощения радиоволн в нижней ионосфере и весьма редкие ракетные измерения высотных профилей электронной концентрации $N(h)$. В последнее время интересные данные об области D получены с помощью искусственных спутников Земли, на которых установлена аппаратура, регистрирующая поглощение излучения различными атмосферными составляющими в инфракрасном диапазоне (см., например, [2]).

Тем не менее D -область до настоящего времени является наименее изученной частью ионосферы. Связано это в основном со сложностью фотохимических процессов на высотах D -области, где основную роль играют малые составляющие атмосферы: окись азота NO, гидроксил OH, атомный кислород O и метеорные ионы. В этой связи определённый интерес представляют исследования нижней ионосферы, проведённые Научно-исследовательским радиофизическим институтом (НИРФИ) и Полярным геофизическим институтом (ПГИ) КНЦ РАН методом частичных отражений в двух пространственно разнесённых пунктах.

Основной целью проводимых исследований было сравнение профилей электронной концентрации в спокойных условиях, т. е. при отсутствии дополнительной ионизации, характерной для авроральной зоны. В этих условиях различие в профилях электронной концентрации на средних и высоких широтах могло быть объяснено только различием температуры и концентрации малых составляющих.

1. МЕТОДИКА ИЗМЕРЕНИЙ И ОБРАБОТКИ ДАННЫХ

Измерения проводились в двух пунктах: в п. Васильсурск Нижегородской области (НИРФИ) и в п. Туманный Мурманской области (ПГИ). Координаты и параметры установок приведены в табл. 1.

Таблица 1

	п. Васильсурск	п. Туманный
Географическая широта	56,1° с. ш.	69,0° с. ш.
Географическая долгота	46,1° в. д.	35,7° в. д.
Тип передатчика	импульсный	
Импульсная мощность, кВт	50	50
Длительность импульса, мкс	25	15
Рабочая частота, МГц	2,95	2,70
Тип антенны	приёмопередающая	
Количество вибраторов на каждой из двух линейных поляризаций	12	32
Полоса пропускания приёмного устройства, кГц	70	35
Тактовая частота зондирования, Гц	25	2
Шаг снятия данных по высоте, км	1,4	1,0
Количество двоичных разрядов АЦП	12	12

Из табл. 1 видно, что параметры установок весьма близки. Это позволяет уверенно сопоставлять результаты проведённых на них измерений. Отметим, однако, что в Васильсурске определялись синусная и косинусная компоненты сигнала, что позволяло найти его амплитуду и фазу, а в Туманном — только амплитуда. Измерения в обоих пунктах проводились по согласованной программе. Циклы измерений были проведены в периоды 26.07–05.08 и 16.09–23.09 2002 г.

В настоящей работе анализируются результаты только летнего цикла измерений. Регистрация рассеянных сигналов велась в течение светлого времени суток¹ в высотном интервале 60÷130 км, как правило, непрерывно. Амплитуды обыкновенной и необыкновенной компонент сигнала усреднялись за каждую минуту на всех регистрируемых высотах. Эти данные использовались для общей оценки результатов наблюдений, а затем также усреднялись по времени на интервалах 10÷60 мин. По этим усредненным данным методом дифференциального поглощения радиоволн рассчитывался профиль $N(h)$. Подробно методика обработки данных описана в [3]. При расчёте профиля $N(h)$ использовалась процедура сглаживания высотного профиля отношения амплитуд обыкновенной и необыкновенной компонент сигнала с использованием биномиальной весовой функции.

2. РЕЗУЛЬТАТЫ НАБЛЮДЕНИЙ В ВАСИЛЬСУРСКЕ

Примеры данных, полученных в Васильсурске 28.07.02, приведены ниже. Рис. 1а показывает высотное-временное поведение амплитуды A обыкновенной компоненты рассеянного сигнала. На нём хорошо видно, что рассеянные сигналы превышают уровень шумов только с высоты приблизительно 70 км и в среднем возрастают, достигая уровня зеркального отражения. Во временном ходе наблюдается усиление и ослабление сигналов с временами от нескольких минут до часа.

На рис. 1а хорошо заметно повышение уровня помех в утренние часы. Такое же повышение уровня помех наблюдается и вечером. Благодаря хорошему высотному разрешению видно изме-

¹ В тёмное время суток электронная концентрация в области D уменьшается более чем на порядок, также уменьшается амплитуда рассеянных сигналов, а уровень помех возрастает на 30÷40 дБ. Это приводит к невозможности определения электронной концентрации методом частичных отражений в это время суток.

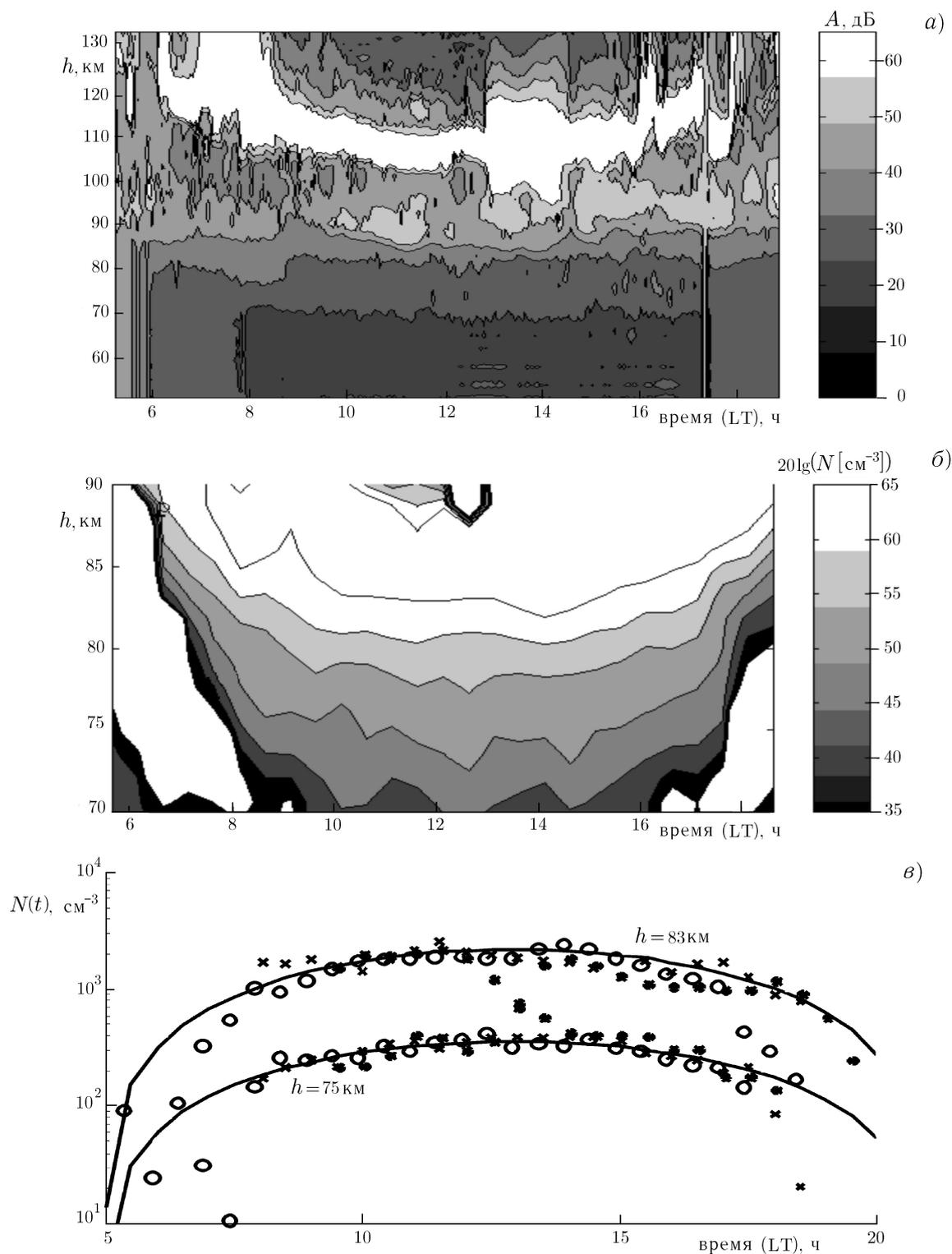


Рис. 1. Амплитуда обыкновенной компоненты рассеянного сигнала, измеренного в Васильурске 28.07.02 (а), высотное-временное поведение электронной концентрации для того же дня с усреднением 30 мин (б) и временной ход электронной концентрации на высотах 75 и 83 км и его аппроксимация функцией $\cos \chi$ (в)

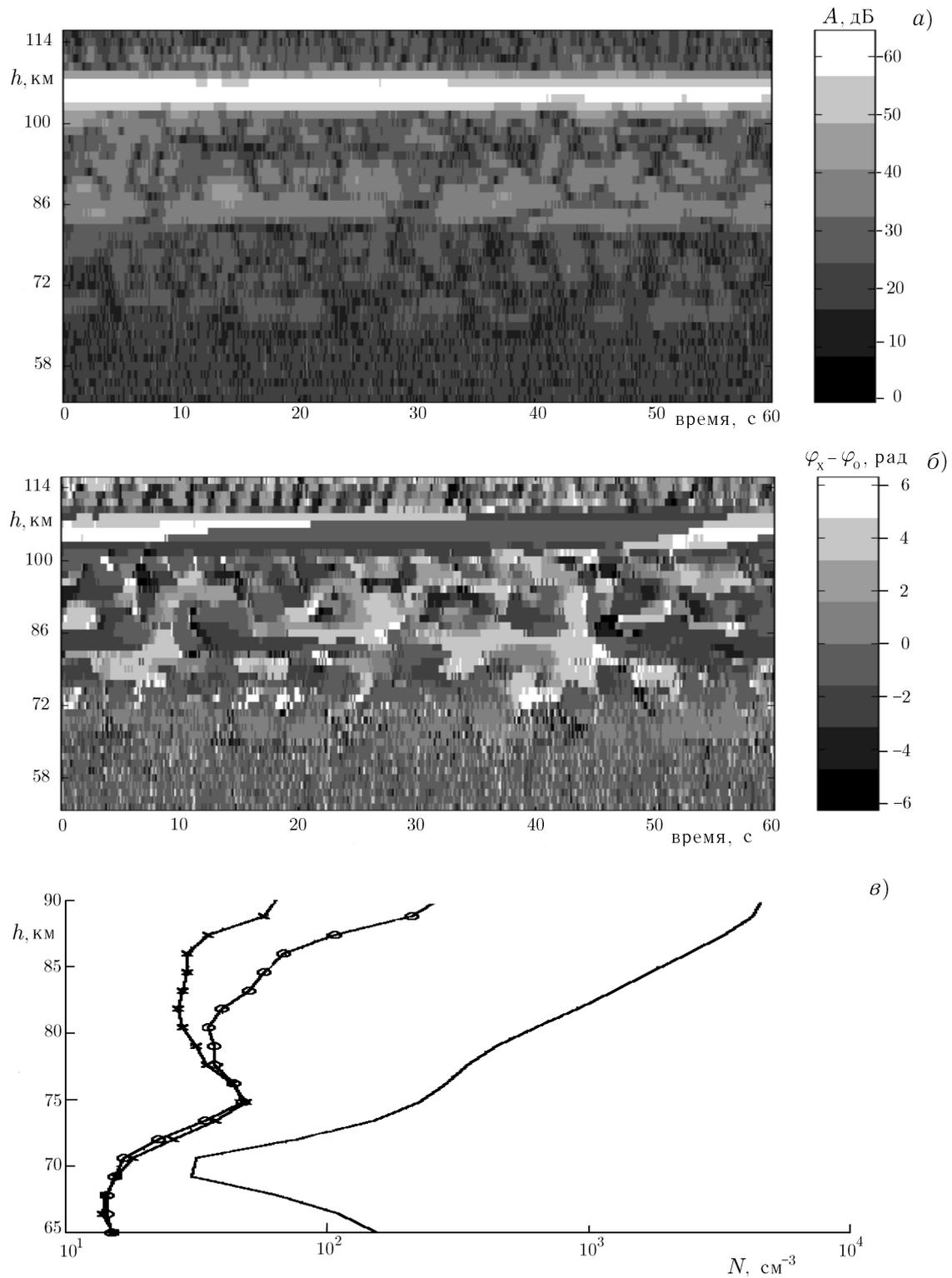


Рис. 2. Пример быстрых вариаций амплитуды обыкновенной компоненты рассеянного сигнала в 13:00 LT 28.07.02 (а), разность фаз необыкновенной φ_x и обыкновенной φ_o компонент сигнала для того же периода (б) и усреднённые за 30 мин амплитуды обыкновенной (x) и необыкновенной (o) компонент сигнала в относительных единицах и профиль электронной концентрации в 16:00 LT 28.07.02 (в)

нение высоты сигнала, зеркально отражённого от области E . Отражённый сигнал, как правило, дискретный и лишь временами носит диффузный характер. В нашем примере это периоды с 6 до 8 и с 12 до 13 часов местного времени.

Высотный профиль рассеянного сигнала, усреднённый за минуту, довольно часто имеет несколько максимумов. При усреднении мелкие максимумы сглаживаются, но один-два часто наблюдаются и в усреднённых за час данных. Рассмотрение минутных данных показывает (см. рис. 2а), что рассеянный сигнал постоянно флуктуирует с характерным периодом от единиц до десятка секунд; аналогичным образом ведёт себя разность фаз компонент рассеянного сигнала, приведённая на рис. 2б.

Высотные профили амплитуды рассеянных сигналов, усреднённые за 30 мин, и рассчитанный по ним профиль $N(h)$ для 16:00 LT 28.07.02 приведены на рис. 2в. Отметим, что отрезки профиля $N(h)$ ниже 70 и выше 85 км не имеют физического смысла и обусловлены отсутствием сигнала на малых высотах и конечной «развязкой» поляризаций в аппаратуре на больших высотах. Рис. 1б показывает поведение уровней постоянной электронной концентрации в течение дня. Для его построения использованы данные с 30-минутным усреднением. Хорошо заметно увеличение электронной концентрации утром и уменьшение её вечером. Суточные изменения электронной концентрации $N(t)$ в течение соседних дней весьма близки. Поведение $N(t)$ на фиксированных высотах 75 и 83 км 26–28 июля 2002 г. показано на рис. 1в. Как видно из рис. 1в, приведённые зависимости можно аппроксимировать функцией $N(t) = N_0 \cos^k \chi$, где χ — зенитный угол Солнца, $k = 1 \pm 0,1$. Отметим, что это значение существенно больше найденного в работе [4], посвящённой построению эмпирической модели области D ионосферы. Это отличие легко объяснить фактором сглаживания большого массива данных, проводимого в [4].

Заметим, что высотный интервал достоверного определения профиля $N(h)$ зависит от характеристик аппаратного комплекса и условий наблюдения. В частности, снизу он ограничен превышением уровня сигнала над уровнем шумов, а сверху — динамическим диапазоном аппаратуры, приводящим к ограничению обыкновенной компоненты сигналов, или недостаточной «развязкой» поляризаций, приводящей к тому, что при большом поглощении аппаратура, настроенная на приём необыкновенной компоненты, фактически принимает обыкновенную компоненту сигнала. Обычно эти факторы проявляются на высотах более 90 км, но при большом поглощении могут существенно исказить результаты измерений на высотах 85 км и ниже. Отметим, что все эти факторы уменьшают найденное значение электронной концентрации. Таким образом, метод частичных отражений даёт нижний предел профиля электронной концентрации в области D . По указанным выше причинам достоверными можно считать профили только в интервале высот 70–90 км. В утренние и вечерние часы этот интервал несколько поднимается вследствие уменьшения электронной концентрации. Подробнее об ошибках метода частичных отражений можно узнать из работ [3, 5].

3. РЕЗУЛЬТАТЫ НАБЛЮДЕНИЙ В ТУМАННОМ

Характерные примеры данных, полученных в Туманном, приведены на рис. 3. На рис. 3а показан высотно-временной ход амплитуды обыкновенной компоненты рассеянного сигнала для 08.08.02. На нём хорошо видно, что рассеянные сигналы превышают уровень шумов только начиная с высоты приблизительно 70 км и достигают максимума на высоте 90 км. На высотах 100–120 км наблюдаются диффузные отражения от E -слоя ионосферы, которые регистрируются с 4 до 14 часов всемирного времени. В начале и конце суток видны помехи, превышающие нормальный шумовой фон на 20–30 дБ. На рис. 3б представлена высотно-временная зависимость электронной концентрации, усреднённой за 30 мин. На нём также заметен рост концентрации

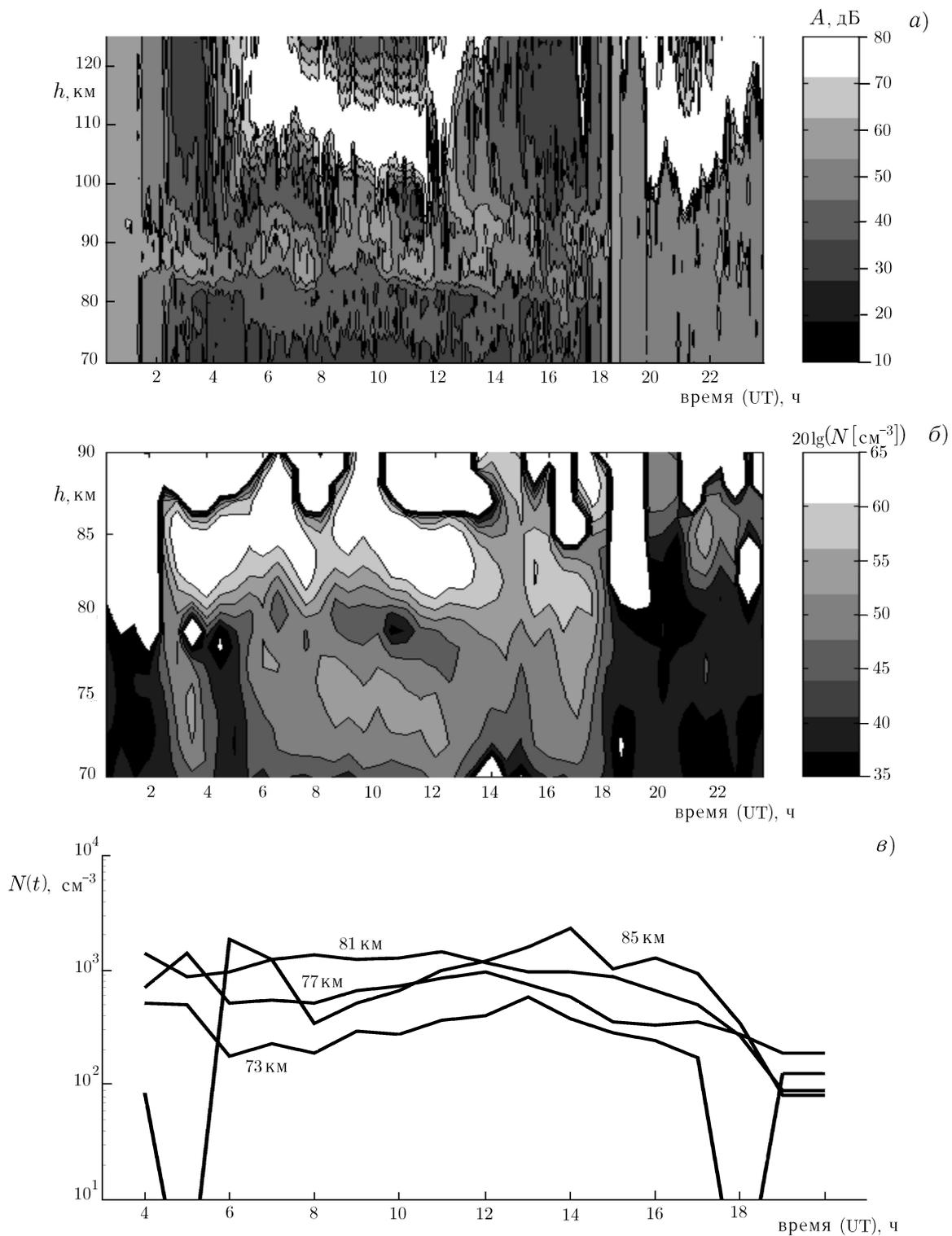


Рис. 3. Высотно-временная зависимость амплитуды обыкновенной компоненты рассеянного сигнала в Ту-манном 08.08.02 (а). Эволюция распределения электронной концентрации 08.08.02 с усреднением 30 мин (б). Временной ход электронной концентрации на четырёх высотах: 73, 77, 81 и 85 км для 05.08.02 (в)

утром и уменьшение вечером. Кроме того, видно, что полярная ионосфера более изменчива и её концентрация в нижней части D -области выше, чем на средних широтах. Рис. 3б демонстрирует поведение электронной концентрации на фиксированных высотах в Туманном. Хорошо заметно немонокотное изменение электронной концентрации на выбранных высотах, что характерно для полярной ионосферы, подверженной постоянным возмущениям. Отклонения кривой $N(t)$ для $h = 85$ км в область малых N не отражают истинного понижения электронной концентрации на этой высоте, а обусловлены понижением амплитуды необыкновенной компоненты до уровня шумов. Полученные высотные профили амплитуды рассеянных сигналов, усреднённые за 30 мин, и рассчитанный по ним профиль $N(h)$ приведены на рис. 4.

Для нахождения основных закономерностей поведения электронной концентрации N в зависимости от зенитного угла Солнца, сезона и магнитной активности был проведён анализ результатов радиолокационных измерений N на высоте 80 км, выполненных в Туманном в разное время года. Высота 80 км была выбрана как типичная для верхней области D ($h = 75 \div 90$ км) [1, 6]. На рис. 5 представлены изменения электронной концентрации в зависимости от зенитного угла Солнца χ . Данные приведены для нескольких произвольно выбранных дней круглосуточных измерений в различное время года (весна, лето, осень, зима).

Наиболее характерными особенностями рис. 5 являются наличие сильного разброса величины N при фиксированном χ (как и следовало ожидать по изложенным выше причинам) и наличие достаточно чётких нижней и верхней границ диапазона изменения N . Разброс величины N зависит от сезона наблюдений и от зенитного угла Солнца χ . Наименьший разброс точек соответствует летним данным, что свидетельствует о сильном солнечном влиянии. Наибольший разброс значений N , превышающий два порядка величины, наблюдается зимой, а также весной и осенью при больших зенитных углах χ .

Причина разброса — сильная изменчивость N в полярной области D в зависимости от степени геомагнитной возмущённости, интенсивности потоков высыпающихся частиц и других факторов. Видно также, что аналогично работам [1, 6, 7] можно провести некую нижнюю огибающую всего массива данных (см. рис. 6), которую можно рассматривать как фоновую (соответствующую спокойным условиям) зависимость электронной концентрации. Несмотря на сильный разброс значений N весной и осенью (см. рис. 5), данные можно приближённо ограничить кривой $\cos \chi$ в освещённое время суток (сплошная линия на рис. 6) и горизонтальной линией в неосвещённый период. Стремление электронной концентрации в слое D в спокойных условиях следовать закону $\cos \chi$ отражает тот факт, что на высоте 80 км в авроральной зоне солнечное влияние является доминирующим.

Для больших зенитных углов на рис. 5 и 6 хорошо выражена некоторая нижняя граница (огибающая) величин N , которая по мнению авторов работы [6] соответствует спокойным условиям (т. е. отсутствию дополнительной ионизации за счёт высыпающихся электронов). Действительно, в условиях, характерных для спокойной среднеширотной ионосферы, освещённой Солнцем, величина N должна падать с ростом зенитного угла в силу поглощения ионизирующего излуче-

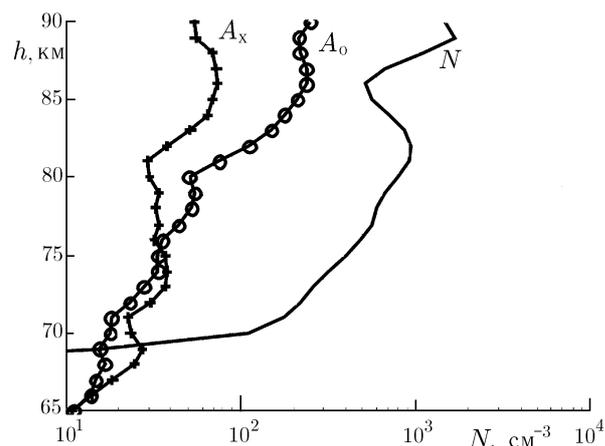


Рис. 4. Средние за 30 мин амплитуды обыкновенной (A_o) и необыкновенной (A_x) компонент сигнала и профиль электронной концентрации в Туманном в 14:00 UT 08.08.02

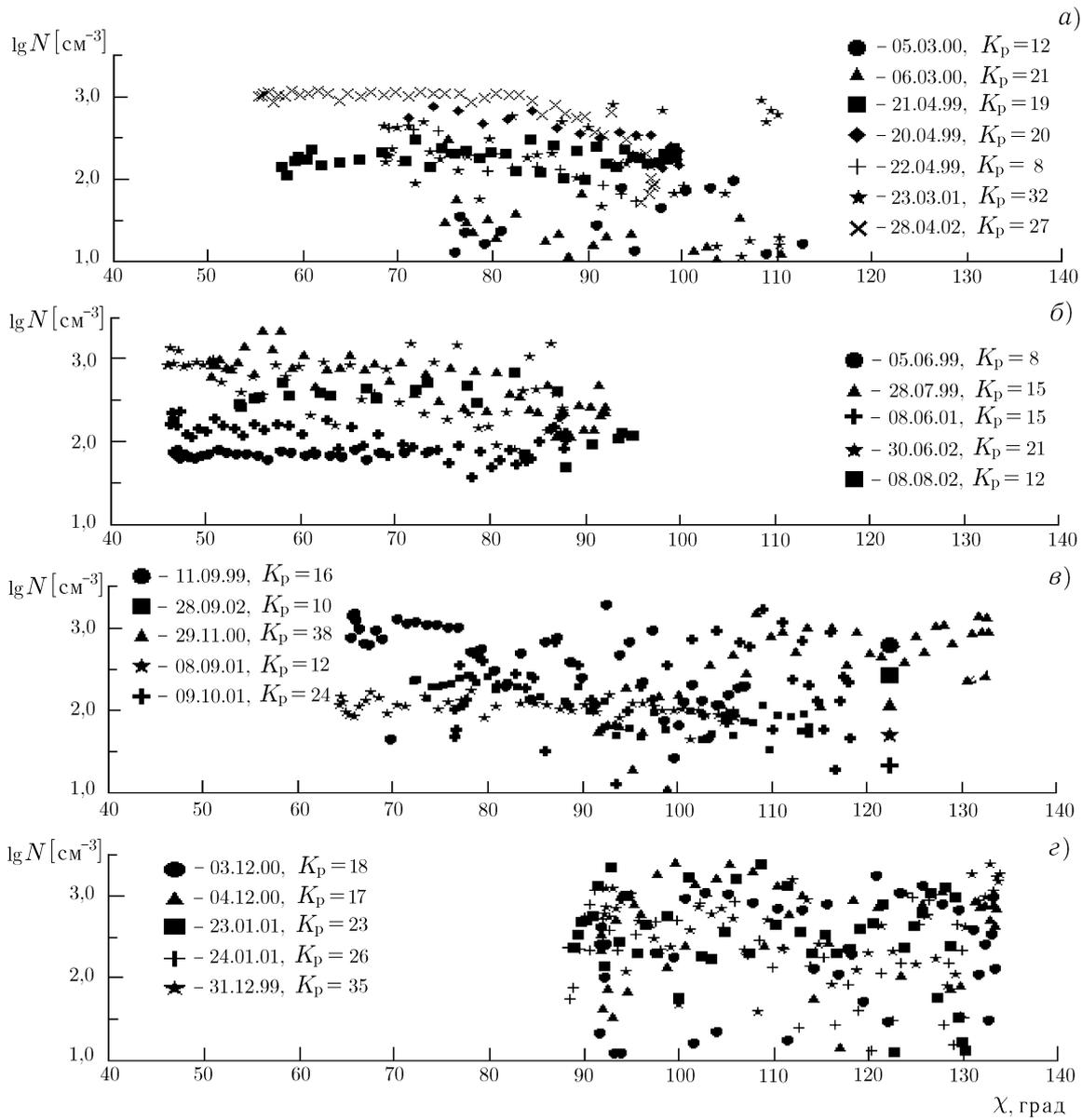


Рис. 5. Зависимость электронной концентрации от зенитного угла Солнца на высоте 80 км (весна (а), лето (б), осень (в) и зима (г) 1999–2002 гг.)

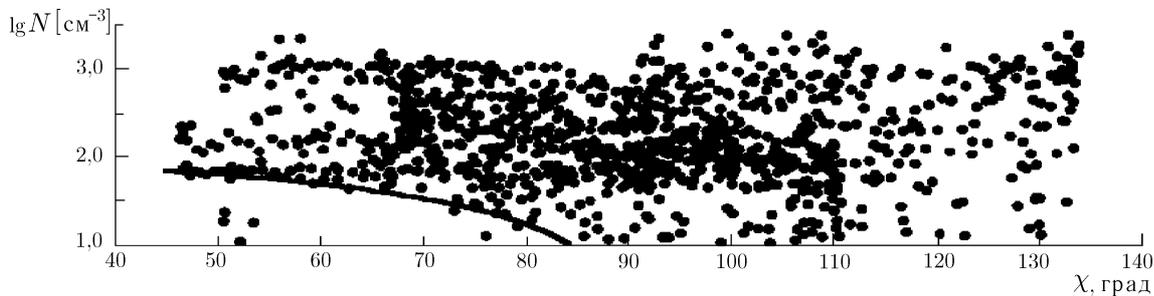


Рис. 6. Зависимость электронной концентрации от зенитного угла Солнца для всего массива данных рис. 5

ния до тех пор, пока не устанавливается равновесная концентрация электронов, соответствующая ночному источнику ионизации. После этого величина N должна быть постоянной и не зависеть от χ .

Зимой (в полярную ночь) нижняя граница аппроксимируется горизонтальной линией (см. рис. 5), а летом (в полярный день) она имеет небольшой наклон. Тот факт, что большинство точек на рис. 5 и 6 лежат существенно выше чёткой нижней границы, говорит лишь о том, что спокойные условия для радиолокатора в п. Туманный бывают редко, и большинство моментов измерений пришлось на те или иные возмущения.

Из рис. 5 и 6 также видно, что существует и верхняя граница логарифма электронной концентрации $\lg N$, составляющая примерно 3,1 весной, 3,2 осенью, 3,3 зимой и летом. Наличие такой границы наблюдаемых величин N показывает, что независимо от освещённости области D Солнцем максимальные скорости ионизации (а следовательно, и максимальные интенсивности потоков ионизирующих частиц) ограничены некоторыми величинами, которые практически не превышаются [6]. Отметим, что представленные выше верхние границы электронной концентрации на высоте 80 км, найденные методом частичных отражений, близки к результатам ракетных измерений на о. Хейса ($\lg N \approx 3,1$) и на ст. Молодёжная ($\lg N \approx 3,3$) [6].

4. СОПОСТАВЛЕНИЕ ДАННЫХ, ПОЛУЧЕННЫХ В ВАСИЛЬСУРСКЕ И В ТУМАННОМ

Наиболее правильно было бы сопоставлять поведение электронной концентрации на средних широтах с её поведением в авроральной зоне в спокойных условиях. Однако в проведённой серии экспериментов не удалось выявить суточную вариацию электронной концентрации в Туманном достаточно достоверно. Поэтому было решено сопоставить профили $N(h)$ в интервале 13:00–15:00 UT. В этот период зенитные углы Солнца в Васильсурске и Туманном близки (см. рис. 7), и коррекция их отличия не требуется. Кроме того, согласно исследованиям поглощения радиоволн в Лопарской [8], в это время суток вероятность авроральных возмущений минимальна. Ещё одним аргументом для использования этого интервала времени является то, что в этот период электронная концентрация не столь велика, и амплитуда необыкновенной компоненты достаточно превышает уровень шумов.

Результаты сопоставления высотных профилей электронной концентрации в двух пунктах приведены на рис. 8. Время усреднения профилей $N(h)$ для Васильурска составляет 3 дня, для Туманного — 6 дней. Из рис. 8 видно, что электронная концентрация в авроральной зоне выше среднеширотной. Это различие максимально на высоте 74 км, где электронная концентрация в авроральной зоне превышает среднеширотную в шесть раз (выше 85 км данные Туманного нельзя считать достоверными). Этот вывод надо рассматривать как предварительный, поскольку он основан на ограниченном материале наблюдений и разброс индивидуальных измерений в Туманном достаточно велик. Отметим, что ряд высотных профилей электронной концентрации, полученных в Туманном, имеет провал на высоте 80 км.

Причина более высокой электронной концентрации в авроральной зоне, на первый взгляд, очень проста — более интенсивный поток галактических космических лучей и меньшее значение эффективного коэффициента рекомбинации. Однако определить количественную роль этих факторов из полученных данных не представляется возможным. Провал в профиле электронной концентрации на высоте 80 км можно связать с серебристыми облаками, которые часто наблюдаются летом в полярной мезопаузе. По одной из гипотез они состоят из аэрозолей, на которых происходит интенсивная рекомбинация электронов и ионов. Все эти предположения требуют дополнительной экспериментальной проверки в другие сезоны года.

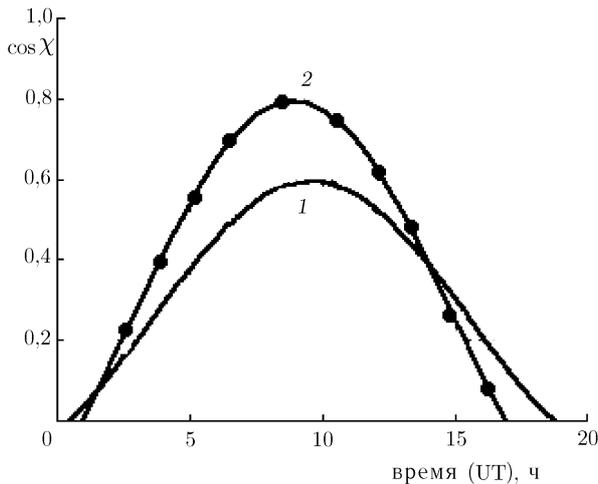


Рис. 7. Суточное изменение косинуса зенитного угла Солнца в Туманном (кривая 1) и в Васильсурске (кривая 2)

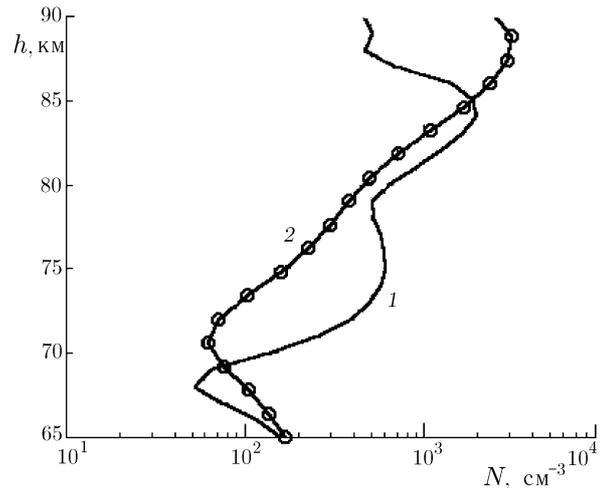


Рис. 8. Средние профили электронной концентрации в Туманном (кривая 1) и в Васильсурске (кривая 2)

ВЫВОДЫ

Проведённый совместный эксперимент и его анализ позволяют сделать следующие выводы:

1) Летом в средних широтах суточные изменения электронной концентрации на высотах $70 \div 90$ км соответствуют косинусу зенитного угла Солнца, возведённому в близкую к единице степень. Найденный показатель степени существенно выше значений, полученных ранее (порядка 0,5).

2) Летом в авроральной зоне электронная концентрация на высотах $70 \div 80$ км примерно в 4 раза выше, чем в средних широтах. В спокойных условиях освещённого времени суток электронная концентрация на высоте 80 км стремится следовать закону $\cos \chi$, что свидетельствует о доминирующем солнечном влиянии в дневной области D .

3) Полярная нижняя ионосфера более изменчива, чем среднеширотная, и для сопоставлений такого рода следует выбирать спокойные периоды. Для их нахождения следует проводить более длительные циклы наблюдений.

Авторы благодарны сотруднице ПГИ Т. В. Ковалевич за помощь в проведении измерений и первичной обработке данных и сотруднику НИРФИ Г. И. Григорьеву за помощь в проведении эксперимента.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 01-05-64504).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Данилов А. Д., Смирнова Н. В., Ванина Л. Б., Бликс Т. А., Тране Е. В. // Геомагнетизм и аэрномия. 2001. Т. 41, № 5. С. 650.
2. Friederich M., Siskind D. E., Torkar K. M. // J. Atmos. and Sol.-Terr. Phys. 1998. V. 60, No. 15. P. 1445.
3. Беликович В. В., Беликович В. В. // Геомагнетизм и аэрномия. 2001. Т. 41, № 5. С. 667.
4. Беликович В. В., Бенедиктов Е. А., Вяхирев В. Д., Лернер А. М. // Геомагнетизм и аэрномия. 1992. Т. 32, № 6. С. 95.

5. Беликович В. В., Бенедиктов Е. А., Вяхирев В. Д., Гончаров Н. П., Гришкевич Л. В., Васильев Е. Б., Мизун Ю. Г. // Высокоширотная ионосфера и магнитосферно-ионосферные связи. Апатиты: ПГИ КФ АН СССР, 1986. С. 134.
6. Ванина Л. Б., Данилов А. Д. // Геомагнетизм и аэрономия. 1998. Т. 38, № 5. С. 109.
7. Ванина Л. Б., Данилов А. Д. // Геомагнетизм и аэрономия. 1998. Т. 38, № 6. С. 90.
8. Белобородова А. А., Беликович В. В., Бенедиктов Е. А., Петрова Г. А., Пятси З. М., Рапорт З. Ц., Толмачёва А. В. // Ионосферные исследования: Сборник статей. Вып. 20. М.: Наука, 1972. С. 75.

¹ Научно-исследовательский радиофизический институт,
г. Нижний Новгород,

² Полярный геофизический институт КНЦ РАН,
г. Мурманск, Россия

Поступила в редакцию
23 декабря 2002 г.

STUDY OF THE IONOSPHERIC *D* LAYER USING PARTIAL REFLECTIONS AT THE MIDDLE LATITUDES AND IN THE AURORAL ZONE

*V. V. Belikovich, V. D. Vyakhirev, E. E. Kalinina, V. D. Tereshshenko,
O. F. Ogloblina, and V. A. Tereshshenko*

Using the measuring facilities located in different latitudinal regions: in Vasil'sursk near Nizhny Novgorod (56.1° N and 46.1° E) and in Tumanny (Murmansk region, 69.0° N and 35.7° E), we study the ionospheric *D* layer by the partial-reflection technique. Quantitative estimates are obtained for the electron density in the polar and mid-latitude *D* layer, distinctions of these values are revealed, and the possible reasons for latitudinal variations in the electron density at the *D*-layer altitudes are discussed.

УДК 537.874+534.87

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЕТРОВЫХ ХАРАКТЕРИСТИК АТМОСФЕРНОЙ ТУРБУЛЕНТНОСТИ С ПОМОЩЬЮ МНОГОЛУЧЕВОГО СОДАРА

*В. О. Рапопорт, В. А. Зиничев, Н. А. Митяков, Ю. А. Сазонов, Ф. И. Выборнов,
Н. А. Рыжов*

Представлены результаты акустического зондирования атмосферы летом 2001 года. Эксперименты проводились на многолучевом бистатическом содаре с использованием двух параболических антенн с диаметром 15 м. Расстояние между антеннами составляло 425 м. Луч передающей антенны имел ширину около 8° и был ориентирован в зенит. Второй (приёмный) параболоид работал в четырёхлучевом режиме за счёт установки в его фокальной плоскости четырёх отдельных микрофонов. Ширина каждого луча приёмной антенны составляла около $2,5^\circ$, разнос между лучами был порядка ширины луча. Лучи передающей и приёмной антенн пересекались на высоте около 500 м. Зондирование проводилось на частоте 576 Гц. Длительность акустического импульса составляла 2 с, период повторения — 8 с. Предложена и опробована методика обработки полученных экспериментальных данных на основе анализа временных вариаций доплеровского смещения частоты рассеянного сигнала. Применялся подход, связанный с использованием структурных функций. Приведены предварительные результаты обработки на примере одного из сеансов наблюдения.

ВВЕДЕНИЕ

Эксперименты по исследованию атмосферной турбулентности на высотах $300 \div 800$ м проводились нами с 1997 г. В первых экспериментах использовалась схема бистатического содара на базе двух полноповоротных 15-метровых параболических антенн, разнесённых на расстояние 425 м [1–3]. При использовании бистатического содара локальный объём рассеяния формируется пересечением лучей приёмной и передающей антенн. Узкие (с шириной порядка $2 \div 3^\circ$) диаграммы направленности антенн позволили обеспечить пространственное разрешение локатора порядка $30 \div 50$ м, что существенно меньше длины акустического импульса. При длительности импульса 1 с спектральное разрешение составляло 1 Гц.

В 2001 году в фокальной плоскости приёмной антенны содара были установлены четыре микрофона, что позволило реализовать четырёхлучевой режим его работы. Работа содара в многолучевом режиме даёт возможность проводить одновременные измерения в нескольких рассеивающих объёмах. Передающая антенна работала в однолучевом режиме с широкой (порядка 8°) диаграммой направленности. Сочетание четырёх узких приёмных лучей и одного сравнительно широкого передающего луча позволило уменьшить влияние атмосферной рефракции на работу системы. Использование регистрирующей аппаратуры с высоким быстродействием и большим динамическим диапазоном позволило отказаться от узкополосных фильтров, а также значительно уменьшить усиление в приёмном тракте. В экспериментах 2001 года был организован оперативный контроль результатов эксперимента.

В настоящей работе рассматривается один из аспектов исследования ветровых характеристик в области рассеяния.

Исследования приземной атмосферной турбулентности принято проводить с помощью термоанемометров. При этом производится регистрация зависимости ветровых характеристик от времени. Далее для получения пространственной структурной функции используется гипотеза

Тейлора о «вмороженной» турбулентности [4]. Аналогичный подход мы используем для исследования атмосферной турбулентности на базе измерений с помощью акустического локатора. Следует заметить, что к использованию гипотезы Тейлора надо относиться с осторожностью, поскольку нет точного критерия её применимости. Так, например, в рамках модели Тейлора можно ожидать, что расширение спектра рассеянного сигнала будет определяться конечной шириной диаграммы направленности и при скорости ветра $5 \div 10$ м/с составит от долей герца до 1 Гц. В эксперименте спектр рассеянного сигнала часто имел сложную структуру, а его ширина достигала $\Delta f \approx 6 \div 8$ Гц [2, 3].

1. АППАРАТУРА И МЕТОДИКА ЭКСПЕРИМЕНТА

Установка включала в себя две параболические антенны (РТ-15) с диаметром 15 м и фокусным расстоянием 5,25 м. Одна из этих антенн (РТ-15-1) использовалась в качестве передающей, а вторая (РТ-15-2) — как четырёхлучевая приёмная антенна. Расстояние между антеннами (база) составляло 425 м; линия от передающей антенны к расположенной южнее приёмной антенне проходила под углом 31° к направлению запад—восток, т. е. азимут базы составил 121° . Луч передающей антенны был направлен в зенит. Геометрическая ось приёмной антенны пересекала луч антенны передатчика на высоте 400 или 500 м. Кроме упомянутых (основных) антенн в ряде сеансов была использована дополнительная приёмная параболическая антенна (РТ-4) с диаметром 4,5 м и фокусным расстоянием 1,57 м. При работе с РТ-4 база составляла около 380 м, азимут базы — 126° . Зеркало этой антенны было ориентировано на точку, находящуюся на высоте около 300 м над антенной передатчика. Антенна РТ-4 могла работать в двухлучевом режиме.

1.1. Передающая антенна.

Для облучения зеркала передающей антенны РТ-15-1 использовались четыре рупорных громкоговорителя 25ГР-Д2 с номинальной мощностью 25 Вт каждый. Рупоры были установлены в фокальной плоскости зеркала, при этом их центры были удалены от фокуса зеркала на расстояние 0,32 м. Рупоры возбуждались попарно двумя отдельными усилителями мощности. На вход каждого усилителя мощности подавался сигнал от общего задающего генератора, работавшего на частоте 576 Гц. В некоторых сеансах на вход усилителей подавался суммарный сигнал от двух генераторов (с равными амплитудами). В этом случае частота второго генератора устанавливалась выше частоты основного генератора на 20, 40 или 60 Гц. В работе использовался импульсный режим излучения. Длительность зондирующего импульса составляла 2 с, период повторения — 8 с.

1.2. Приёмная антенна.

Приём акустического сигнала на антенну РТ-15-2 проводился четырьмя микрофонами (МКЭ-3), которые были установлены в фокальной плоскости антенны на плоском квадратном отражателе размера $0,7 \times 0,7$ м. Микрофоны располагались по углам квадрата на удалении 0,22 м от фокуса и были снабжены микрофонными усилителями. Конструктивно каждая микрофонная капсула размещалась внутри небольшой воронки для защиты от дождя. Там же размещался микрофонный усилитель с коэффициентом усиления порядка 30 дБ.

Лучи приёмной антенны были разнесены по азимуту и углу места на ширину луча (на угол $2,6^\circ$). Каждый из этих лучей при пересечении с более широким лучом передающей антенны определял свою область, из которой принимался рассеянный сигнал.

Расчёты показали, что характерный размер области пересечения лучей составляет $50 \div 60$ м по вертикали и $20 \div 40$ м по горизонтали. Для первого, второго, третьего и четвёртого лучей приёмной антенны высоты центров областей пересечения составили 545, 530, 485 и 490 м соответственно.

1.3. Основные параметры установки.

Частота излучаемого сигнала	576 Гц (основной режим)
Ширина луча передатчика	8°
Ширина каждого луча основной приёмной антенны	2,6°
Ширина каждого луча дополнительной антенны	9°
Длительность импульса	2 с
Период повторения импульсов	8 с
Суммарная мощность:	
подводимая к рупорам (электрическая)	100 Вт
излучаемая (акустическая)	5 ÷ 10 Вт
Полоса пропускания приёмного канала	200 ÷ 1 500 Гц
Частота оцифровки аналого-цифрового преобразователя	2 304 Гц

1.4. Методика эксперимента.

Нами была разработана методика, позволяющая исследовать динамические процессы в турбулентной области атмосферы. Отличие предложенной методики от известных радиоакустических и акустических методов исследования атмосферы состоит, прежде всего, в том, что разрешение по высоте области рассеяния звука определяется не длительностью зондирующего импульса, а масштабом области пересечения лучей передающей и приёмной антенн. Это позволило увеличить длительность акустического импульса до 2 с и, таким образом, увеличить до 0,5 ÷ 1 Гц частотное разрешение при спектральном анализе рассеянного сигнала. Таким образом, мы получили «точечный» (с размером порядка 40 м) датчик скорости ветра, позволяющий определять среднюю в объёме рассеяния скорость ветра с точностью 0,3 м/с с временным разрешением 8 с. Это позволило использовать в экспериментах по акустическому зондированию атмосферы методику измерения структурной функции ветра, полностью аналогичную применяемой в измерениях с помощью термоанемометров. Использование четырёхлучевой диаграммы направленности приёмной антенны позволяет одновременно принимать информацию о турбулентном движении с разных высот. Кроме того, мы предложили использовать для анализа атмосферной турбулентности величину, характеризующую вариацию средней скорости в объёме рассеяния, что позволило определить структурную функцию турбулентности без использования нескольких содаров, работающих на разных частотах.

Сформулируем основные требования к эксперименту:

- 1) Размеры области пересечения приёмного и передающего лучей должны быть меньше или порядка внешнего масштаба (или субмасштаба) турбулентности.
- 2) Размер элементарного рассеивателя, определяемый длиной акустической волны, должен быть много меньше масштаба области рассеяния (другими словами, в объёме рассеяния должно находиться много рассеивающих центров).
- 3) Длительность зондирующего импульса должна быть достаточной для обеспечения необходимого частотного разрешения рассеянного сигнала.
- 4) Желательно обеспечить регистрацию скорости ветра в широком интервале высот.

Частота оцифровки принимаемого сигнала была выбрана равной $2\,304\text{ с}^{-1}$, что ровно в четыре раза выше частоты излучаемого акустического сигнала. Такое соотношение частот позволило использовать для оперативной обработки данных цифровую схему, аналогичную схеме синус-косинусного синхронного детектирования, с последующей фильтрацией сигнала.

2. РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТА

Эксперименты проводились с 11 июня по 15 июля 2001 года на полигоне НИРФИ «Зимёнки» в 25 км к востоку от Нижнего Новгорода. Регистрация рассеянного на атмосферных неоднородностях сигнала проводилась ежедневно. Длительность отдельного сеанса наблюдений составляла $0,5 \div 2$ часа. Интенсивность рассеянного сигнала имела чётко выраженный суточный ход и не была прямо связана со скоростью ветра. Рассеянный сигнал появлялся, как правило, в интервале от 8 до 11 ЛТ, интенсивность его заметно уменьшалась к $20 \div 21$ ЛТ. Ежедневный интервал наблюдений варьировался от 6 до 12 часов. Общее время наблюдений составило примерно 210 часов. В первый период наблюдений (11–19 июня) проводилась регистрация сигналов с четырёх микрофонов антенны РТ-15-2. В дальнейшем, после ввода в строй антенны РТ-4, регистрировались также сигналы с обоих микрофонов этой антенны. Общее число акустических каналов, таким образом, было равно 6.

Рассеянный сигнал удаётся выделить при спектральной обработке записи с достаточно высоким частотным разрешением и при условии, что рассеянный сигнал отличается по частоте от сигналов, отражённых от неподвижных объектов. На рис. 1 приведены характерные спектрограммы, полученные в ходе одного из сеансов 10 июля 2001 года для всех 6 каналов (при оптимальной временной задержке по отношению к зондирующему импульсу). Здесь по горизонтальной оси отложено местное время, а по вертикальной — частота. На рис. 1 яркая линия на частоте зондирования 576 Гц соответствует сигналу, отражённому от местных предметов. Смещённая относительно частоты зондирования и флуктуирующая по частоте линия соответствует сигналу, рассеянному на движущихся атмосферных неоднородностях. Частотный сдвиг рассеянного сигнала определяется доплеровским смещением частоты. На рис. 1 видны также широкополосные помехи. По доплеровскому смещению частоты может быть найдена проекция скорости ветра в области рассеяния на направление базы. Для рассматриваемого сеанса эта величина находится в интервале от 0 до $-4,2$ м/с.

Рассеивающие свойства турбулентной атмосферы определяются в основном ветровыми и температурными неоднородностями [5, 6], интенсивность которых зависит, в частности, от времени суток. Уровень акустического шума резко возрастал во время дождя или при значительном ветре вблизи поверхности земли (резко возрастал шум, создаваемый расположенными вблизи деревьями). В утренние часы рассеянный сигнал чаще всего отсутствовал, а наилучшее время наблюдений приходилось на полуденные часы. В утренние (до 08:00 ЛТ) и вечерние (после 20:00 ЛТ) часы чаще всего отсутствовали условия для заметного рассеяния сигнала. На ряде спектров можно видеть плавное нарастание интенсивности линии рассеянного сигнала в утренние часы и плавное уменьшение указанной интенсивности в вечернее время, хотя доплеровское смещение частоты, характеризующее скорость ветра в области рассеяния, остаётся неизменным. Это указывает, скорее всего, на существенное влияние конвективных движений на интенсивность рассеянного сигнала.

Доплеровский сдвиг частоты рассеянного сигнала F_D связан со средней скоростью ветра \mathbf{V} в области рассеяния соотношением $\Omega_D = (\mathbf{k}_r - \mathbf{k}_t)\mathbf{V}$. Здесь $\Omega_D = 2\pi F_D$, \mathbf{k}_r и \mathbf{k}_t — волновые векторы падающей и рассеянной волн. Область рассеяния имеет характерный поперечный размер около 20 м. Скорость ветра в объёме рассеяния можно представить в виде $\mathbf{V} = \bar{\mathbf{V}} + \Delta\mathbf{V}$. Здесь $\bar{\mathbf{V}}$ — усреднённая по объёму рассеяния скорость. Зависимость средней скорости от времени t определяется для дискретных отсчётов по времени, соответствующих периоду повторения зондирующих импульсов. Параметр $\Delta\mathbf{V}(t)$ характеризует разброс скоростей ветра в объёме рассеяния и определяет расширение частотного спектра рассеянного сигнала. Очевидно, что временные вариации средней доплеровской частоты $F_D(t)$ характеризуют статистические характеристики атмосферных неоднородностей с масштабами, превышающими размер области рассеяния, в то время как

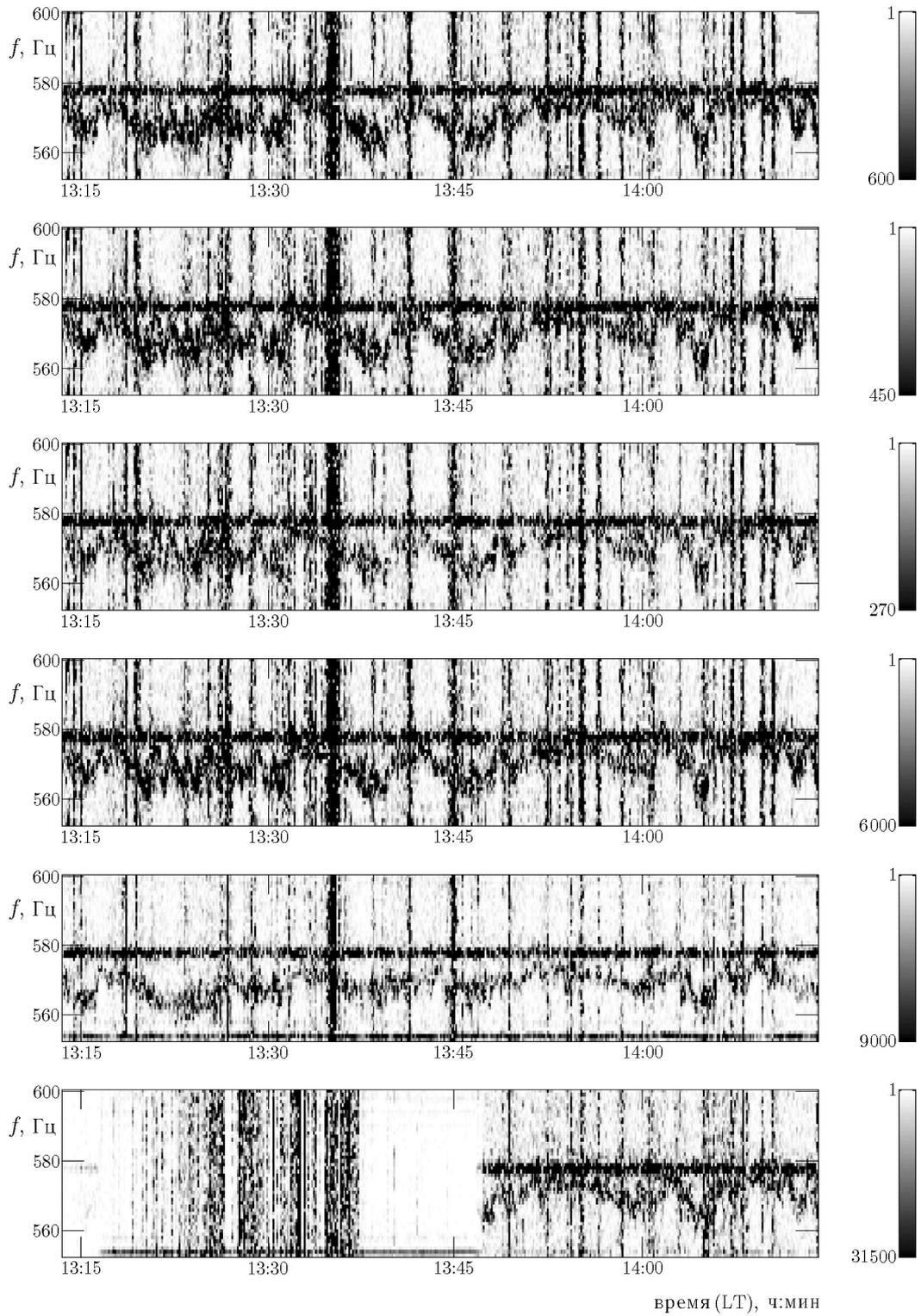


Рис. 1. Спектрограммы, полученные в ходе одного из сеансов 10 июля 2001 года для всех 6 приёмных каналов. Частота зондирования $f_{ac} = 576$ Гц. Справа для каждого канала приведена шкала относительной интенсивности сигнала

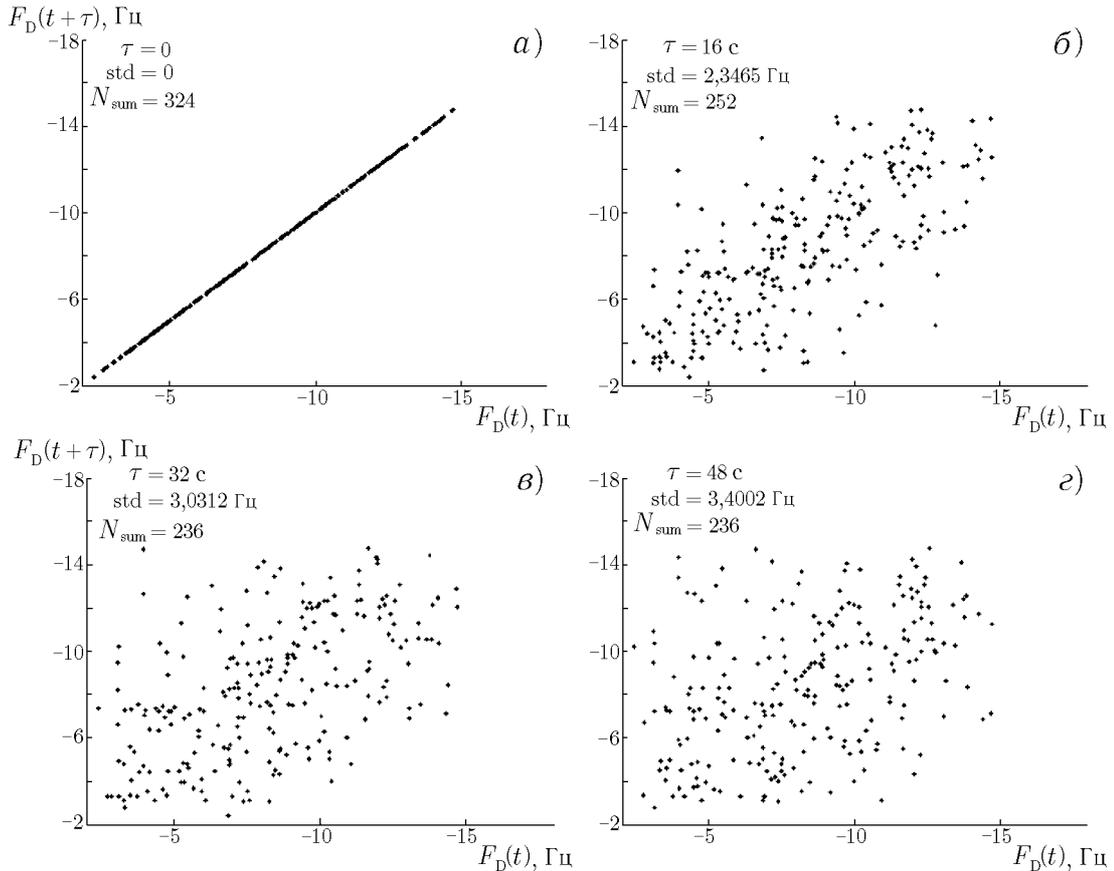


Рис. 2

ширина спектра $\sqrt{\langle(\Delta F_D)^2\rangle}$ определяется разбросом скоростей ветра внутри объёма рассеяния. В этой работе рассматриваются статистические характеристики крупномасштабных неоднородностей.

Далее приводятся результаты анализа структурной функции для сеанса наблюдений, проведённого 10 июля 2001 года с 13:15 до 14:15 LT (см. рис. 1).

На рис. 2а-г на плоскости $(F_D(t), F_D(t + \tau))$ приведены значения доплеровской частоты для одного приёмного канала для всего обрабатываемого массива данных. Каждый рисунок построен для фиксированной временной задержки $\tau = 0, 16, 32$ и 48 с для одного и того же луча приёмной антенны. Средний разброс точек $\langle F_D(t) - F_D(t + \tau) \rangle$, увеличивающийся с ростом τ , характеризуется структурной функцией $D(\tau) = \langle (F_D(t) - F_D(t + \tau))^2 \rangle$. На рис. 2а-г приведены также среднее квадратичное отклонение $std(\tau) = \sqrt{D(\tau)}$ для различных τ и полное число использованных отсчётов N_{sum} . Для $\tau = 0$ (рис. 2а) все точки лежат на биссектрисе ($std(\tau) = 0$). Далее, с ростом времени задержки τ , растёт отклонение точек от биссектрисы (рис. 2б-г), и при $\tau = 48$ с среднее квадратичное отклонение составляет 3,4 Гц.

На рис. 3 приведена структурная функция $D(\tau)$ в большом интервале изменения параметра τ . Из рис. 3 видно, что за исключением начального участка структурная функция близка к синусоидальной с периодом 7,5 мин и амплитудой приблизительно 5 Гц². Временной ход доплеровской частоты можно представить в виде суммы гармонического процесса $\cos(\Omega_1 t - \phi)$ и шума, обусловленного турбулентностью, со структурной функцией D_N . В этом случае суммарная структурная функция будет иметь вид $D(\tau) = A[1 - \cos(\Omega_1 \tau)] + D_N$, где A и Ω_1 — некоторые постоянные. При малых τ первое слагаемое в структурной функции, определяющее осцилляторное движение,

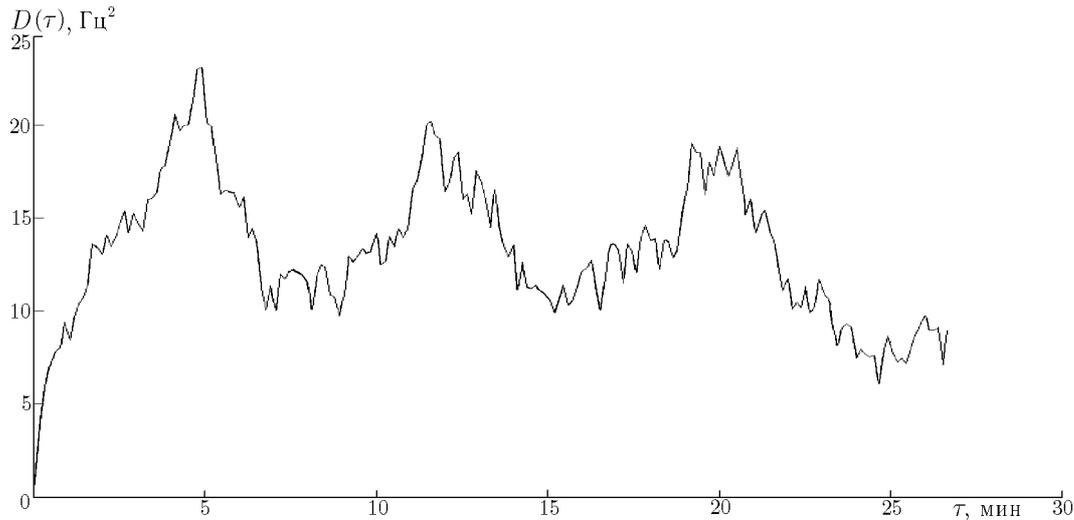


Рис. 3

пропорционально τ^2 , в то время как шумовая компонента может меняться достаточно быстро. Поэтому структурную функцию можно разделить на две области.

В области малых τ структурная функция определяется зависимостью D_N . При измерениях структурной функции турбулентного шума предполагается, что процесс стационарный. Кроме того, предполагается, что отдельные отсчёты являются статистически независимыми. Как указывалось выше, наблюдаемый процесс не является стационарным. События же можно считать статистически независимыми, если путь, который проходит масса воздуха за время Δt между соседними временными отсчётами, больше линейного размера области рассеяния L , т. е. выполняется условие $V > L/\Delta t$. На рис. 4 точками показан начальный участок зависимости $D(\tau)$ для первых сорока отсчётов (от $\tau = 0$ до $\tau = 320$ с) и аппроксимирующая кривая, заданная в виде $D_{\text{аппрок}} = a\tau^n$ (степенной ход структурной функции). Аппроксимация проводилась методом наименьших квадратов. Для этого участка $a = 1,8$; $n = 0,367$. Справедливость такой аппроксимации можно оценить, если сравнивать показатель степени n для различных интервалов задержек τ (или N). На рис. 5 показаны вариации показателя степени n для начального участка структурной функции в зависимости от длины этого участка, т. е. от количества отсчётов, используемых для построения аппроксимационной кривой. Как видно, на начальном участке кривой (первые 7–9 отсчётов) показатель степени n уменьшается от 1 до 0,5, затем до $N = 40$ остаётся примерно равным 0,5, а затем снова начинает меняться. Изменение показателя степени на начальном участке, на наш взгляд, связано с тем, что уменьшение корреляции с ростом τ при $\tau \rightarrow 0$ определяется скоростью «выдувания» воздуха из области рассеяния. Выход показателя на постоянный уровень связан с корреляционными свойствами турбулентности. При больших N начинает сказываться нестационарность процесса. Область больших τ характеризуется тем, что структурная функция в ней определяется осцилляторной частью. Период структурной функции на этом участке является характерным для процессов распространения внутренних гравитационных волн.

Для перехода от временных к пространственным характеристикам обычно используется гипотеза Тейлора о «вмороженной» турбулентности, т. е. предположение о том, что для любого параметра Φ атмосферы справедливо соотношение $\Phi(\mathbf{r}, t) = \Phi(\mathbf{r} - \langle \mathbf{V} \rangle t)$. Пространственная структурная функция будет определена как $D(\xi) = \Phi(\tau/\langle \mathbf{V} \rangle)$. Как видно из рис. 1, среднее значение доплеровской частоты для первой половины сеанса составляет порядка $5 \div 7$ Гц, что соответствует средней скорости ветра $3 \div 5$ м/с.

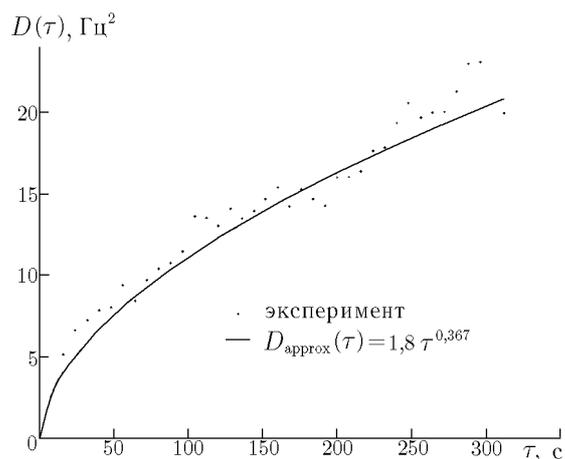


Рис. 4

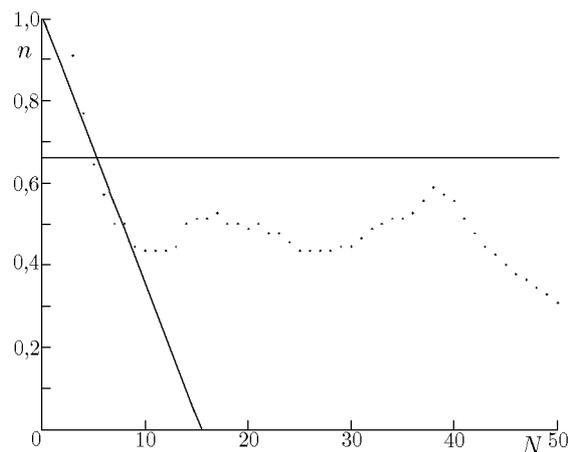


Рис. 5

Рассмотренная методика и полученные на её основе результаты представляются нам перспективными для исследования атмосферной турбулентности, однако для эффективного применения данной методики необходима обработка большого массива данных.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проекты № 00–02–17372а, 01–02–17428а, 01–02–31019к).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Зиничев В. А., Митяков Н. А., Рапопорт В. О., Сазонов Ю. А. // Изв. вузов. Радиофизика. 1997. Т. 40, № 10. С. 1302.
2. Рапопорт В. О., Митяков Н. А., Зиничев В. А., Сазонов Ю. А. Исследование динамических процессов в тропосфере локационными методами: Препринт НИРФИ № 449. Нижний Новгород, 1999.
3. Rapoport V. O., Mityakov N. A., Zinichev V. A., Sazonov Yu. A. // IEEE Trans. on Geoscience and Remote Sensing. 2002. V. 40, No. 2. P. 247.
4. Хинце И. О. Турбулентность, её механизмы и теория. М.: Физматгиз, 1963.
5. Татарский В. И. Распространение волн в турбулентной атмосфере. М.: Наука, 1967.
6. Little C. G. // Proc. IEEE. 1969. V. 57, No. 4. P. 571.

Научно-исследовательский радиофизический институт,
г. Нижний Новгород, Россия

Поступила в редакцию
24 сентября 2002 г.

STUDY OF THE WIND CHARACTERISTICS OF THE ATMOSPHERIC TURBULENCE USING A MULTIBEAM SODAR

V. O. Rapoport, V. A. Zinichev, N. A. Mitjakov, Yu. A. Sazonov, F. I. Vybornov, N. A. Ryzhov

We present the results of acoustic sounding of the atmosphere in summer of 2001. The experiments were carried out using a multibeam bistatic sodar with two parabolic antennas of 15 m in diameter. The distance between the antennas was about 425 m. The transmitting acoustic antenna having 8° beam width was pointed to zenith. The four-beam operation of the receiving paraboloid was realized by mounting four separate microphones in its focal plane. The width of each beam of the receiving antenna was 2.5° . The beams of the transmitting and receiving antennas intersected at a height about 500 m. The sounding frequency was equal to 576 Hz. The acoustic-pulse duration and repetition period were 2 s and 8 s, respectively. A new procedure for experimental-data processing on the basis of analysis of temporary variations of Doppler frequency shift of a scattered signal is proposed and approved. The approach based on using structural functions is applied. The preliminary results of analysis of one observation session are presented.

УДК 551.510.531

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ АТМОСФЕРНЫХ ЗАГРЯЗНЕНИЙ АКТИВНЫМИ РАДИОЛОКАЦИОННЫМИ МЕТОДАМИ НА ЧАСТОТАХ ВРАЩАТЕЛЬНОГО СПЕКТРА МОЛЕКУЛ ГАЗОВ-ЗАГРЯЗНИТЕЛЕЙ

В. А. Иванченко, В. В. Николаев, В. В. Новичков

Показана возможность определения координат, радиуса газового образования и средней концентрации газа-загрязнителя по ослаблению мощности зондирующего излучения в контролируемой среде на частотах вращательного спектра молекул газа, а также анализа состава атмосферного загрязнения путём перестройки частоты зондирующего излучения в соответствующем диапазоне. Показано, что распределение концентрации газа-загрязнителя может быть восстановлено по радиолокационному изображению подстилающей поверхности.

ВВЕДЕНИЕ

Осложнение экологической обстановки вызывает необходимость развития методов экологического мониторинга. При этом особую актуальность приобретает проблема контроля химического состава нижних слоёв атмосферы в индустриально развитых районах с повышенной опасностью аварийных выбросов газов-загрязнителей.

Традиционные методики определения и прогнозирования распространения веществ-загрязнителей в приземных слоях атмосферы основаны на использовании некоторых усреднённых атмосферных характеристик (таких, как региональный коэффициент стратификации атмосферы, предельная скорость ветра для данного региона, средняя максимальная температура наиболее жаркого месяца года и т. п.) и результатах измерений концентраций веществ-загрязнителей в некоторых фиксированных точках, которые обычно проводятся при помощи контактных датчиков. Применение этих устройств не всегда обеспечивает необходимое быстроедействие, а также требует создания громоздких компьютерных и коммуникационных систем, что затрудняет ведение экологического мониторинга на больших площадях.

Подобные недостатки обычно не свойственны методам и системам дистанционного зондирования атмосферы. При этом наиболее перспективными являются активные методы радиолокационного зондирования, т. к. радиолокационные системы (РЛС) в отличие от систем инфракрасного и оптического диапазонов длин волн способны функционировать практически в любых погодных условиях.

Цель данной работы — показать возможность определения параметров атмосферных загрязнений активными радиолокационными методами, использующими свойство резонансного поглощения излучения на частотах вращательного спектра молекул газов-загрязнителей, при существующем уровне развития радиолокационной техники.

1. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ГАЗОВЫХ ОБРАЗОВАНИЙ ПО СИГНАЛУ РАСПОЛОЖЕННЫХ НА ГРАНИЦЕ КОНТРОЛИРУЕМОЙ ОБЛАСТИ ОПОРНЫХ ОТРАЖАТЕЛЕЙ

Отражение зондирующего излучения от газовых образований может быть вызвано в основном двумя причинами: наличием интенсивных турбулентных движений в газе, которые обеспечивают перепад диэлектрической проницаемости на границе газ—атмосфера, или присутствием токопроводящих примесей (например, воды). При этом интенсивность отражённого сигнала настолько мала, что выделить его на фоне естественных и искусственных помех во многих случаях практически невозможно. Однако многие газы-загрязнители, молекулы которых полярны (H_2S , CO , SO_2 , NO и т. п. [1]), обладают свойством резонансного поглощения СВЧ излучения на частотах вращательного спектра молекул. Поэтому для обнаружения и определения параметров атмосферных загрязнений целесообразно использовать радиолокационные системы, позволяющие анализировать излучение, прошедшее через исследуемую газо-воздушную смесь, частота которого лежит в пределах линии резонансного поглощения газа-загрязнителя. С этой целью на подконтрольной территории требуется расположить опорные отражатели (реперы). Ниже будет показано, что для определения параметров загрязнения в начальный момент его образования отражатели необходимы только на границе контролируемой области.

Прохождение через вещество излучения с частотой, соответствующей разрешённому квантовому переходу, сопровождается, как известно, не только поглощением энергии электромагнитных волн, но и процессами индуцированного и спонтанного излучения. В СВЧ диапазоне интенсивность спонтанного излучения значительно ниже минимального уровня, определяемого параметрами антенны и чувствительностью приёмника РЛС. Поэтому можно учитывать только процесс поглощения радиоволн со спектром, частично видоизменённым индуцированным излучением. В этом случае основная формула радиолокации примет вид

$$P_A(f) = P_0(f) \frac{GA\sigma}{(4\pi D^2)^2} \exp\left(-2 \int_0^D \chi(f, x) dx\right), \quad (1)$$

где P_0 — мощность излучения радиолокационной станции, P_A — мощность, создаваемая отражённым сигналом на входе приёмника РЛС, f — частота излучения, G и A — коэффициент направленности и эффективная площадь антенны соответственно, σ — эффективная площадь рассеяния репера, D — расстояние до репера (радиус контролируемой площади), $\chi(f, x)$ — коэффициент поглощения среды.

Аварийные выбросы веществ-загрязнителей, как правило, происходят под большим давлением, поэтому в начальный момент времени газовое образование обладает симметрией относительно оси, перпендикулярной поверхности Земли, и достаточно чёткой границей загрязнение—атмосфера. В этом случае основными характеристиками газового образования являются координаты его центра (r_0, φ_0), радиус R и средняя наземная концентрация газа-загрязнителя \bar{n}_0 , а коэффициент поглощения газо-воздушной смеси в приземном слое атмосферы можно представить в виде

$$\chi_0(f, r, \varphi) = \begin{cases} \alpha(f)n_0(\xi, \varphi), & r \in [r_1(\varphi), r_1(\varphi) + d(\varphi)]; \\ \chi_a, & r \notin [r_1(\varphi), r_1(\varphi) + d(\varphi)], \end{cases} \quad (2)$$

где φ — азимут, α — коэффициент поглощения газа-загрязнителя единичной концентрации, n_0 — наземная концентрация газа-загрязнителя, χ_a — коэффициент поглощения «чистой» атмосферы, r_1 — расстояние до ближней границы области загрязнения, $\xi = r - r_1$, d — размер области загрязнения вдоль трассы зондирования (см. рис. 1). Используя выражения (1) и (2), по измерениям

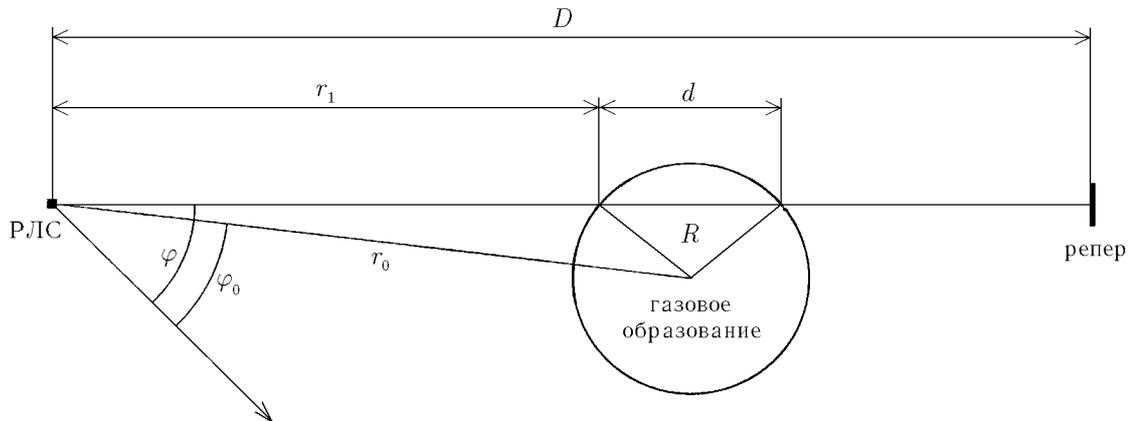


Рис. 1

мощности P_A на двух частотах f_1 и f_2 , лежащих в пределах ширины линии поглощения газа и удовлетворяющих условию $\alpha(f_1) \neq \alpha(f_2)$, можно определить следующие величины [2]:

$$d(\varphi) = D - \frac{\alpha(f_2)\mu(f_1, \varphi) - \alpha(f_1)\mu(f_2, \varphi)}{\chi_a [\alpha(f_2) - \alpha(f_1)]}, \quad (3)$$

$$\int_0^{d(\varphi)} n_0(\xi, \varphi) d\xi = \frac{\mu(f_2, \varphi) - \mu(f_1, \varphi)}{\alpha(f_2) - \alpha(f_1)}, \quad (4)$$

где $\mu(f, \varphi) = \ln[\sqrt{GA\sigma P_0(f)}/(4\pi D^2 \sqrt{P_A(f, \varphi)})]$. Из системы уравнений (3) и (4) для трёх независимых отсчётов φ_i по азимуту, где $i = 1, 2, 3$, удовлетворяющих условию

$$\varphi_0 - \arcsin(R/r_0) \leq \varphi_i \leq \varphi_0 + \arcsin(R/r_0),$$

определяются координаты центра и радиус газового образования:

$$\varphi_0 = \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \left[\frac{\delta \cos(2\varphi_2) - \cos(2\varphi_3) + (1 - \delta) \cos(2\varphi_1)}{\sin(2\varphi_3) - \delta \sin(2\varphi_2) - (1 - \delta) \sin(2\varphi_1)} \right],$$

$$r_0 = \sqrt{\frac{d_2^2 - d_1^2}{2 [\cos(2\varphi_0 - 2\varphi_2) - \cos(2\varphi_0 - 2\varphi_1)]}}, \quad R = \sqrt{\frac{d_1^2}{4} + r_0^2 \sin^2(\varphi_0 - \varphi_1)},$$

и оценивается средняя концентрация газа-загрязнителя:

$$\bar{n}_0 = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 \frac{1}{d_i} \int_0^{d_i} n_0(\xi, \varphi_i) d\xi,$$

где $\delta = (d_3^2 - d_1^2)/(d_2^2 - d_1^2)$, $d_i = d(\varphi_i)$.

В случае многокомпонентного загрязнения измерения мощности зондирующего сигнала необходимо проводить на $N + 1$ частотах, лежащих в диапазоне поглощения излучения компонентами

газовой смеси, где N — число возможных для данных условий веществ-загрязнителей, и вместо формул (3) и (4) следует использовать

$$d(\varphi) = D - \frac{1}{\chi_a} \left[\mu(f_0, \varphi) - \frac{1}{\Delta} \sum_{j=1}^N \alpha_j(f_0) \Delta_j(\varphi) \right], \quad (5)$$

$$\int_0^{d(\varphi)} n_{0j}(\xi, \varphi) d\xi = \Delta_j(\varphi)/\Delta. \quad (6)$$

Здесь n_{0j} — наземная концентрация j -й компоненты загрязнения, $j = 1, 2, \dots, N$,

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & \dots & a_{1N} \\ \vdots & & \vdots \\ a_{N1} & \dots & a_{NN} \end{vmatrix}, \quad \Delta_j(\varphi) = \begin{vmatrix} a_{11} & \dots & a_{1j-1} & \mu(f_1, \varphi) - \mu(f_0, \varphi) & a_{1j+1} & \dots & a_{1N} \\ \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{N1} & \dots & a_{Nj-1} & \mu(f_N, \varphi) - \mu(f_0, \varphi) & a_{Nj+1} & \dots & a_{NN} \end{vmatrix},$$

$a_{km} = \alpha_m(f_k) - \alpha_m(f_0)$, $\alpha_m(f)$ — коэффициент поглощения m -й составляющей загрязнения единичной концентрации. Частоты f_0, f_1, \dots, f_N должны удовлетворять условию

$$\Delta = \Delta(f_0, f_1, \dots, f_N) \neq 0.$$

Определённые по формулам (5) и (6) величины позволяют оценить среднюю концентрацию каждой компоненты газовой смеси, т. е. провести анализ состава загрязнения, в том числе и в случае «перекрытия» спектров различных веществ-загрязнителей, вероятность которого велика вследствие сильного уширения спектральных линий газов в реальных условиях. При больших концентрациях компонент загрязнения задача определения параметров газового образования становится более сложной, поскольку форма контуров резонансного поглощения газов может существенно зависеть от концентраций составляющих смеси.

Принципиальная возможность дистанционного обнаружения наличия газа-загрязнителя в атмосфере проверена на лабораторном макете, включающем в себя передатчик и приёмник, размещённые на 50 м. Мощность передатчика на лампе обратной волны составляла $10 \div 20$ мВт, чувствительность приёмника — порядка -60 дБ/мВт. Использовались параболические антенны с коэффициентом усиления 38 дБ и шириной диаграммы направленности по уровню половинной мощности не более $47'$ и $39'$ в горизонтальной и вертикальной плоскостях соответственно. Размеры антенн составляли 142 мм в горизонтальной плоскости и 190 мм в вертикальной плоскости. В качестве газа-загрязнителя использовался сероводород, одна из резонансных частот которого равна 168,7 ГГц. Газо-воздушная смесь, содержащая 50 объёмных процентов (об. %) вещества-загрязнителя, вносилась в радиолинию в кювете с диаметром 0,3 м. Чтобы исключить влияние отражения от поверхности кюветы, эксперимент проводился следующим образом. Сначала в радиолинию вносилась кювета, заполненная воздухом, и измерялась мощность сигнала, прошедшего через исследуемую среду. Затем измерения повторялись с кюветой, заполненной смесью сероводород—воздух. Определённый таким образом коэффициент поглощения газо-воздушной смеси на частоте 168,7 ГГц составляет 8 дБ/м, что удовлетворительно согласуется с предварительными оценками.

Существующий технический уровень позволяет создавать радиолокационные системы, работающие в диапазоне $140 \div 170$ ГГц, с уровнем мощности в импульсе до $3 \div 5$ кВт при длительности импульса $40 \div 100$ нс. Коэффициент усиления антенны в данном диапазоне достигает $40 \div 50$ дБ.

Чувствительность неохлаждаемого приёмника составляет от -70 до -80 дБ/мВт. При таких параметрах системы дальность обнаружения газовых образований может достигать $7 \div 10$ км, если в качестве опорного отражателя используется металлическая пластина с площадью $1 \div 2$ м². Вопросы технической реализации подобных систем являются предметом отдельных исследований и в данной работе не рассматриваются.

Формула для оценки минимальной обнаруживаемой средней концентрации газа-загрязнителя без учёта потерь на замирания сигнала имеет вид

$$\bar{n}_{0\min} = \frac{1}{2\alpha(f)d} \ln \left\{ 1 - \frac{[4\pi D^2 \exp(\chi_a D)]^2 P_A^{\min}}{GA\sigma P_0} \right\}.$$

где P_A^{\min} — пороговая чувствительность приёмного устройства по мощности. При радиусе контролируемой площади $D = 3$ км и $d = 100$ м минимальная обнаруживаемая средняя концентрация сероводорода на резонансной частоте 168,7 ГГц по порядку величины составляет 10^{-7} об. % (10^{-3} мг/м³) в атмосфере с коэффициентом поглощения $\chi_a = 4$ дБ/км и 10^{-4} об. % (1 мг/м³) при $\chi_a = 10$ дБ/км. Первый случай соответствует ясной погоде при нормальных условиях (температура 300 К, давление 760 мм рт. ст., влажность $7,5 \div 10$ мг/м³), второй — дождю (снежной буре) с интенсивностью выпадения осадков $10 \div 20$ мм/ч либо пыльной или песчаной буре (видимость 50 м при влажности 20 %). При всех указанных погодных условиях $\bar{n}_{0\min}$ значительно меньше средней концентрации сероводорода в реальных выбросах, которая, например, на Астраханском газоконденсатном месторождении достигает 24 об. % [3].

Следует также учитывать конечную разрешающую способность РЛС по азимуту: расстояние между соседними реперами не должно быть меньше произведения полуширины Ψ_φ диаграммы направленности в горизонтальной плоскости на расстояние до отражателей (так, например, для $\Psi_\varphi = 15'$, $D = 3$ км это минимальное расстояние составляет 13 м).

Осуществлять перестройку передатчика РЛС для измерения мощности отражённого от реперов сигнала на различных частотах в коротковолновой части миллиметрового диапазона длин волн в силу определённых технических причин затруднительно, поэтому для проведения таких измерений целесообразно использовать уширение энергетического спектра коротких радиоимпульсов или частотно-модулированный сигнал.

2. ОПИСАНИЕ ДИНАМИКИ ГАЗОВЫХ ОБРАЗОВАНИЙ ПО РАДИОЛОКАЦИОННОМУ ИЗОБРАЖЕНИЮ ПОДСТИЛАЮЩЕЙ ПОВЕРХНОСТИ

С течением времени распределение концентрации газа-загрязнителя приобретает сложную форму, которая определяется множеством факторов (скоростью и направлением ветра, рельефом местности, изменением температуры воздуха с высотой, взаимодействием вещества-загрязнителя с подстилающей поверхностью и т. п. [4, 5]). В такой ситуации для описания динамики атмосферного загрязнения требуется определение концентрации газа-загрязнителя как функции пространственных координат в каждый момент времени. Для решения данной задачи в общем случае необходимо расположить опорные отражатели по всей контролируемой площади, что с практической точки зрения представляет определённые трудности. Однако описание динамики газового образования может быть осуществлено при помощи метода, основанного на сравнении радиолокационных изображений подстилающей поверхности, полученных при «чистой» атмосфере и при наличии загрязнения. Если имеется возможность перестройки рабочей частоты генератора РЛС и газовое образование не содержит токопроводящих примесей, то для этой цели можно ис-

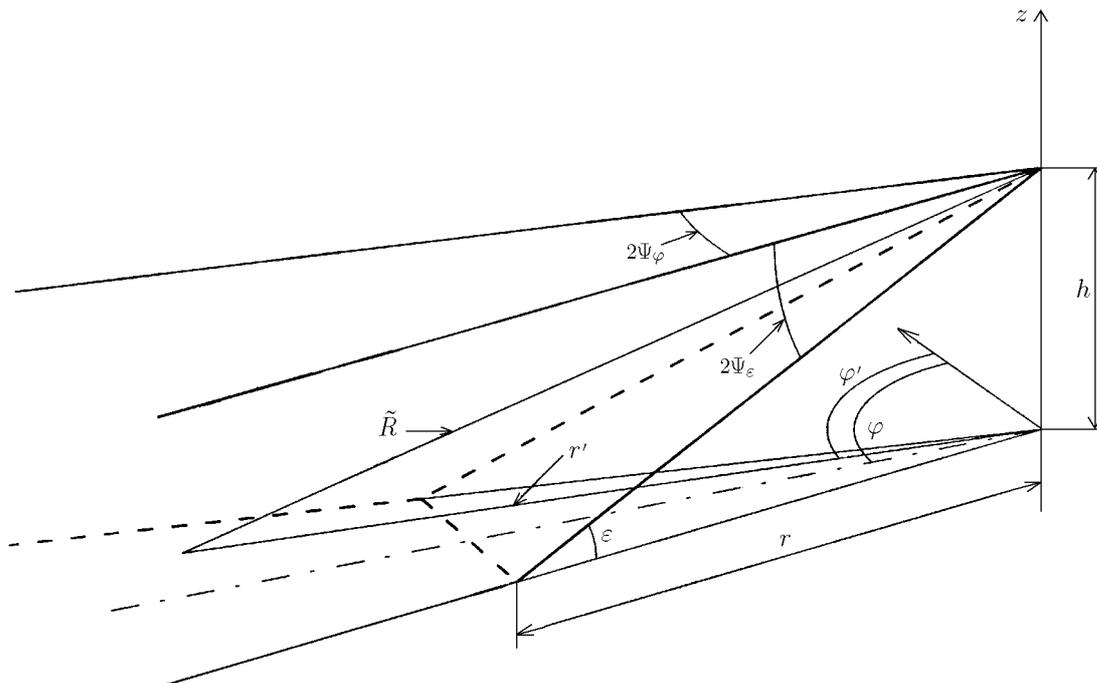


Рис. 2

пользовать радиолокационные изображения местности, полученные при наличии загрязнения, на двух частотах, одна из которых находится вне линии резонансного поглощения газа-загрязнителя.

Вследствие естественной шероховатости каждый участок поверхности при облучении будет создавать рассеянный сигнал, часть которого попадёт в приёмник РЛС. Следовательно, каждый элемент контролируемой площади dS эквивалентен реперу с эффективной площадью рассеяния dσ. Таким образом, как следует из формулы (1), элемент поверхности с координатами (r', φ') (см. рис. 2) создаёт на входе приёмника РЛС сигнал с мощностью [6]

$$dP_A(r, r', \varphi, \varphi') = P_0 \frac{GA}{(4\pi \tilde{R}^2)^2} g^2(\Psi_1, \Psi_2) \exp\left(-2 \int_0^{\tilde{R}} \chi[\rho(\xi), \varphi', z(\xi)] d\xi\right) d\sigma(r', \varphi'), \quad (7)$$

$$\Psi_2 = \Psi_\varepsilon - \arccos\left(\frac{h^2 + rr'}{\sqrt{(h^2 + r^2)(h^2 + r'^2)}}\right),$$

$\tilde{R} = \sqrt{r'^2 + h^2}$, $\Psi_1 = \varphi - \varphi'$, $\rho(\xi) = (r'/\tilde{R})\xi$, $z(\xi) = h(1 - \xi/\tilde{R})$, $g(\Psi_1, \Psi_2)$ — функция, определяющая диаграмму направленности антенны ($g(\Psi_1, \Psi_2) \neq 0$ при $\Psi_1 \in [-\Psi_\varphi, \Psi_\varphi]$, $\Psi_2 \in [-\Psi_\varepsilon, \Psi_\varepsilon]$; в остальных случаях $g(\Psi_1, \Psi_2) = 0$), h — высота, на которой расположена антенна, Ψ_ε — половина ширины диаграммы направленности антенны в вертикальной плоскости. Спектр зондирующего импульса в данном случае считаем достаточно узким по сравнению с линией резонансного поглощения газа-загрязнителя, поэтому частотная зависимость коэффициента поглощения не учитывается.

Высота h предполагается настолько малой, что зависимостью концентрации и, следовательно, коэффициента поглощения от координаты z на интервале $z \in [0, h]$ можно пренебречь: $\chi(r, \varphi, z) \approx \chi(r, \varphi, 0) = \chi_0(r, \varphi)$, а также считать, что $r \gg h$. Таким образом, $\tilde{R} \approx r'$, $\Psi_2 \approx \Psi_\varepsilon$, $\rho(\xi) \approx \xi$, и

равенство (7) существенно упрощается:

$$dP_A(r, r', \varphi, \varphi') = P_0 \frac{GA}{(4\pi r'^2)^2} g^2(\Psi_1, \Psi_\varepsilon) \exp\left(-2 \int_0^{r'} \chi_0(\xi, \varphi') d\xi\right) d\sigma(r', \varphi'). \quad (8)$$

В силу сделанного предположения о ширине спектра изменением временной формы импульса вследствие дисперсии можно пренебречь. Если скорость распространения импульса v в контролируемой среде постоянна, то, как следует из (8), элемент поверхности dS с координатами (r', φ') создаёт следующий сигнал на входе приёмника РЛС:

$$dx_A(r, r', \varphi, \varphi', t) = x_0(t - 2r'/v) \frac{\sqrt{GA}}{4\pi r'^2} g(\Psi_1, \Psi_\varepsilon) \exp\left(-\int_0^{r'} \chi_0(\xi, \varphi') d\xi\right) \theta(r', \varphi') d\varphi' dr', \quad (9)$$

где x_0 — излучаемый сигнал (например, напряжённость магнитного поля H или любая другая физическая величина, пропорциональная H), t — время, θ — функция, характеризующая способность подстилающей поверхности отражать (рассеивать) излучение в заданном направлении:

$$\theta(r', \varphi') = r' \frac{d}{dS} \sqrt{\sigma(r', \varphi')}.$$

Таким образом, вся облучаемая площадь создаёт в приёмнике РЛС сигнал

$$x_A(r, \varphi, t) = \frac{\sqrt{GA}}{4\pi} \int_r^\infty \frac{x_0(t - 2r'/v)}{r'^2} \int_{\varphi - \Psi_\varphi}^{\varphi + \Psi_\varphi} g(\Psi_1, \Psi_\varepsilon) \exp\left(-\int_0^{r'} \chi_0(\xi, \varphi') d\xi\right) \theta(r', \varphi') d\varphi' dr'. \quad (10)$$

Если в качестве x_0 рассматривать напряжённость электрического поля E или другую физическую величину, пропорциональную E , то правые части уравнений (9) и (10) следует умножить на -1 .

Предположим, что функция $g(\Psi_1, \Psi_2)$ имеет вид

$$g(\Psi_1, \Psi_2) = \begin{cases} \zeta(\Psi_2), & \Psi_1 \in [-\Psi_\varphi, \Psi_\varphi] \text{ и } \Psi_2 \in [-\Psi_\varepsilon, \Psi_\varepsilon]; \\ 0, & \Psi_1 \notin [-\Psi_\varphi, \Psi_\varphi] \text{ или } \Psi_2 \notin [-\Psi_\varepsilon, \Psi_\varepsilon], \end{cases}$$

где угол Ψ_φ достаточно мал и определяется необходимым разрешением по азимуту. При этом уравнение (10) упрощается:

$$x_A(r, \varphi, t) = C \int_r^\infty x_0(t - 2r'/v) \exp\left(-\int_0^{r'} \chi_0(\xi, \varphi) d\xi\right) \frac{\theta(r', \varphi)}{r'^2} dr', \quad (11)$$

где $C = \Psi_\varphi \sqrt{GA} \zeta(\Psi_\varepsilon) / (2\pi)$.

Если загрязнение отсутствует или частота зондирующего излучения лежит вне линии резонансного поглощения газа-загрязнителя, не содержащего токопроводящие примеси, то $\chi_0(r, \varphi) \equiv \chi_a$. В этом случае из уравнения (11) может быть найдена функция

$$\theta(r, \varphi) = -\frac{r^2}{C} \exp(\chi_a r) \frac{\partial x_A(r, \varphi, t)}{\partial r} \bigg/ x_0(t - 2r/v).$$

По известной функции $\theta(r, \varphi)$ восстанавливается коэффициент поглощения газо-воздушной смеси:

$$\chi_0(r, \varphi) = \frac{\partial}{\partial r} \ln \left(-C \frac{\theta(r, \varphi)}{r^2} x_0(t - 2r/v) \bigg/ \frac{\partial x_A(r, \varphi, t)}{\partial r} \right),$$

и, следовательно, распределение приземной концентрации газа-загрязнителя.

Следующей важной задачей является оценка разрешающей способности экологической РЛС и максимальной дальности действия системы. Разрешающая способность РЛС по пространственным координатам, очевидно, определяется площадкой с размерами $(v\tau/2) \times (2\Psi_\varphi r)$, где τ — длительность зондирующего импульса. При $\Psi_\varphi = 15'$ и $r \sim 1$ км минимальная разрешаемая площадь составляет порядка 10×10 м.

Оценка погрешности восстановления распределения приземной концентрации газа-загрязнителя с учётом конечных ширины диаграммы направленности антенны по азимуту, длительности зондирующего импульса и чувствительности приёмного устройства проведена в предположении, что приземная концентрация газа-загрязнителя в любой точке подстилающей поверхности имеет одинаковое значение, равное средней величине $n_0(r, \varphi) = \bar{n}_0$, и является малой, т. е. $\bar{n}_0 \ll N_L$, $\bar{n}_0 \ll 1/(\alpha v \tau)$, где N_L — число Лошмидта. Удельная эффективная площадь рассеяния подстилающей поверхности $\tilde{\sigma}$ также считается не зависящей от пространственных координат. В этом случае формула для оценки погрешности измерения концентрации газа-загрязнителя в приземном слое атмосферы на расстоянии r от радиолокационной станции принимает вид

$$\Delta \bar{n}_0(r) = \frac{P_A^{\min}}{P_0} \frac{32\pi^2 r^3 \exp(2\chi_a r)}{GA\zeta^2(\Psi_\varepsilon) \Psi_\varphi v \tau^2 \alpha \tilde{\sigma}} [1 + \exp(2\alpha \bar{n}_0 r)]. \quad (12)$$

Поскольку угол скольжения ε мал, для определения удельной эффективной площади рассеяния можно воспользоваться равенством $\tilde{\sigma} = 3,2 \cdot 10^{-m}/\lambda$, где λ — длина волны в метрах, m — параметр, определяемый свойствами подстилающей поверхности [7]. Оценки, проведённые для сероводорода по формуле (12), показывают, что в случае гладкой земной поверхности ($m = 5$) на частоте 168,7 ГГц и средней концентрации газа $\bar{n}_0 = 0,01$ об. % (150 мг/м³) погрешность измерения по порядку величины составляет $10^{-4} \div 10^{-3}$ об. % ($1 \div 10$ мг/м³) при $\chi_a = 4$ дБ/км и $10^{-3} \div 10^{-2}$ об. % ($10 \div 100$ мг/м³) при $\chi_a = 10$ дБ/км на расстоянии $500 \div 800$ м.

Дальность действия системы r_{\max} с учётом поглощения излучения в газо-воздушной смеси на резонансной частоте сероводорода можно оценить из уравнения

$$r_{\max}^3 \exp(2\bar{\chi} r_{\max}) = \frac{P_0 GA \zeta^2(\Psi_\varepsilon) v \tau \tilde{\sigma} \Psi_\varphi}{16\pi^2 P_A^{\min}},$$

где $\bar{\chi}$ — средний коэффициент поглощения газо-воздушной смеси. При указанных выше параметрах РЛС, подстилающей поверхности, газа-загрязнителя и коэффициентах поглощения атмосферы 4 и 10 дБ/км дальность действия системы составляет приблизительно 2,4 и 1,4 км соответственно.

3. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Использование активных методов дистанционного зондирования на резонансных частотах вращательного спектра газов-загрязнителей позволяет определять координаты и радиус газовых образований, а также оценивать среднюю концентрацию газа-загрязнителя, измеряя ослабление мощности зондирующего излучения, прошедшего через исследуемую газо-воздушную среду. Для этого достаточно трёх независимых измерений сигналов от реперов, расположенных на границе контролируемой области.

Возможен дистанционный анализ состава многокомпонентного загрязнения — определение средних концентраций компонент газового образования, имеющих полярные молекулы, с помощью зондирующих импульсов с достаточно широким спектром или частотно-модулированных сигналов.

Посредством анализа радиолокационных изображений подстилающей поверхности, полученных при «чистой» атмосфере и при наличии загрязнения либо на двух частотах, одна из которых лежит за пределами линии резонансного поглощения не содержащего токопроводящие примеси газа-загрязнителя, может быть восстановлено распределение концентрации газа-загрязнителя.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ефременко В. В., Маркина Н. Н. // Радиотехника и электроника. 1993. Т. 38. С. 1822.
2. Иванченко В. А., Николаев В. В. // Письма в ЖТФ. 1997. Т. 23, вып. 24. С. 1.
3. Станцо В. // Химия и жизнь. 1988. № 12. С. 4.
4. Берлянд М. Е. Современные проблемы атмосферной диффузии и загрязнения атмосферы. Л.: Гидрометеиздат, 1975.
5. Берлянд М. Е. Прогноз и регулирование загрязнения атмосферы. Л.: Гидрометеиздат, 1985.
6. Иванченко В. А., Николаев В. В. // Письма в ЖТФ. 1999. Т. 25, вып. 3. С. 73.
7. Финкельштейн М. И. Основы радиолокации. М.: Радио и связь, 1983.

НИИ механики и физики
Саратовского государственного университета,
г. Саратов, Россия

Поступила в редакцию
14 февраля 2003 г.

DETERMINATION OF PARAMETERS OF ATMOSPHERIC CONTAMINATIONS BY ACTIVE RADAR METHODS AT ROTATIONAL-SPECTRUM FREQUENCIES OF THE CONTAMINATING GASES

V. A. Ivanchenko, V. V. Nikolaev, and V. V. Novichkov

We show that the coordinates, the radius of gas formation, and the average concentration of a contaminating gas can be determined by measuring the attenuation of sounding radiation power in controlled environment at frequencies of rotational spectrum of the gas molecules and that the atmospheric contamination composition can be analyzed by varying the probing radiation frequency in the appropriate band is shown. The possibility of retrieval of the distribution function of contaminating gas concentration from analysis of a radar image of the underlying surface is demonstrated.

УДК 534.231+534.26

О РОЛИ ОБЪЁМНОГО РАССЕЙЯНИЯ ПРИ ФОРМИРОВАНИИ ПОВЕРХНОСТНОЙ РЕВЕРБЕРАЦИИ В ОКЕАНЕ

М. А. Раевский, А. Г. Лучинин, В. Г. Бурдуковская, А. И. Хилько

В работе исследовано влияние возмущений скорости звука в толще волновода, обусловленных ветровым волнением, на энергетические характеристики рассеянных акустических импульсов. Аналитически и на основе численного моделирования показано, что в каналах летнего типа в мелком море эти возмущения приводят к существенному увеличению уровня рассеянных ветровым волнением импульсных реверберационных сигналов. Показано, что вследствие этого эффекта наблюдается значительное увеличение уровня реверберации в интервале малых времён задержки. Исследована зависимость рассматриваемого явления от скорости ветра, номеров принимаемых мод и других параметров задачи.

ВВЕДЕНИЕ

При разработке эффективных алгоритмов выделения полезных сигналов на фоне помех, например при развитии методов акустической томографии, направленной на реконструкцию неоднородностей океана, используются физические модели, прогнозирующие пространственно-временные корреляционные характеристики сигналов и помех [1–4]. В случае распространения акустических сигналов в мелком море весьма актуальной является задача построения адекватной модели реверберационной помехи, обусловленной рассеянием звука поверхностными волнами [1, 5–8]. Другим классом задач, в которых важную роль играет построение моделей формирования реверберации, является томографическая реконструкция параметров случайных неоднородностей [6, 9, 10]. В частности, при реконструкции пространственного распределения параметров ветрового волнения необходимо априорное знание особенностей рассеяния акустических сигналов на обусловленных ветровым волнением случайных возмущениях морской среды [11].

Поверхностной реверберации в океанических волноводах посвящены многочисленные исследования. В частности, рассматривались особенности рассеяния низкочастотного звука на ветровом волнении в океане [1, 5–8]. При построении моделей формирования реверберации в области низких частот ($f \sim 10 \div 10^2$ Гц) используют модовое описание акустического поля [1, 6, 7]. Особенно эффективно модовое описание в мелком море, где распространяется сравнительно мало слабозатухающих акустических мод. Во всех этих работах при анализе реверберации, обусловленной ветровым волнением, предполагалось, что рассеяние мод (либо квази плоских волн) происходит только на нерегулярной поверхности океана. Вместе с тем из линейной теории поверхностных волн следует, что они вызывают не только вертикальные смещения свободной границы, но и экспоненциально затухающие с глубиной смещения частиц жидкости под поверхностью. Характерная толщина водного слоя, в котором существенны объёмные возмущения, равна длине поверхностной волны. В случае умеренного и сильного ветра возмущённый ветровым волнением поверхностный слой имеет толщину порядка нескольких десятков метров и более. Соответствующие объёмные эффекты рассеяния звука на ветровом волнении могут в некоторых случаях стать сопоставимыми с эффектами рассеяния на нерегулярной поверхности океана.

В данной работе рассматривается модель реверберации, формирующейся за счёт рассеяния не только на случайных вариациях профиля свободной поверхности, но и на объёмных неоднородностях, обусловленных ветровым волнением. При этом приводятся основные соотношения,

позволяющие учитывать эффекты, связанные с интерференцией волноводных мод. Кроме того, приводятся результаты численного анализа уровней объёмной реверберации, обусловленной ветровым волнением, при селективном возбуждении и приёме маломодовых импульсных сигналов в зависимости от параметров задачи, в частности от скорости ветра и номеров принимаемых мод.

1. МОДЕЛЬ ОБЪЁМНОЙ РЕВЕРБЕРАЦИИ НИЗКОЧАСТОТНОГО ЗВУКА, ПОРОЖДАЕМОЙ ВЕТРОВЫМ ВОЛНЕНИЕМ

При наличии градиента скорости звука в океаническом волноводе основной эффект объёмного рассеяния связан с вертикальными смещениями элементов среды, обуславливающими локальные флуктуации скорости звука. Вследствие экспоненциального спада поля гравитационной волны с глубиной соответствующие объёмные эффекты наиболее значимы в приповерхностном слое толщиной порядка длины волны и поэтому максимальны в случае реверберации, формируемой длинными ветровыми волнами. Очевидно также, что такой объёмный эффект может существенно увеличить уровень реверберации в каналах летнего типа, где рассеяние слабозатухающих низших мод на взволнованной морской поверхности мало.

Рассмотрим совместные эффекты поверхностной и объёмной реверберации в плоскостром волноводе с вертикальным профилем скорости звука в воде $c(z)$ и горизонтально однородной структурой акустических характеристик донного грунта. При описании эффектов рассеяния звука будем использовать модовое разложение поля акустического давления:

$$P(\mathbf{r}, z, \omega) = \sum_{n=1}^N a_n(\mathbf{r}, \omega) \varphi_n(z, \omega), \quad (1)$$

где $\varphi_n(z, \omega)$ — ортонормированные собственные функции невозмущённого волновода (для узкополосных сигналов в большинстве случаев можно приближённо считать $\varphi_n(z, \omega) \approx \varphi_n(z)$), \mathbf{r} — радиус-вектор в горизонтальной плоскости, N — число распространяющихся в волноводе мод. В отсутствие ветрового волнения (в невозмущённом волноводе) спектральные амплитуды мод определяются выражением

$$a_n^{(0)}(|\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}|, \omega) = \frac{A_n^s(\omega)}{\sqrt{k_n(\omega) |\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}|}} \exp[ik_n(\omega) |\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}| - i\pi/4], \quad (2)$$

где \mathbf{r}_0 — точка расположения источника поля подсветки, $k_n(\omega)$ — волновое число n -й моды, а множитель $A_n^s(\omega)$ обозначает коэффициент возбуждения моды (в общем случае мода возбуждается пространственно-распределённым источником). Для низких частот $f \sim 10 \div 10^2$ Гц и типичных характеристик ветрового волнения параметр Рэлея мал в сравнении с единицей, что позволяет описать эффекты и поверхностного, и объёмного рассеяния в рамках единого уравнения для амплитуд связанных мод, полученного методом возмущений [7, 12].

Учтём, что флуктуации скорости звука $\Delta c(\mathbf{r}, z, t)$, обусловленные вертикальными смещениями $\zeta(\mathbf{r}, z, t)$ элементов среды, имеют вид

$$\Delta c(\mathbf{r}, z, t) = \frac{dc_{\Pi}}{dz} \zeta(\mathbf{r}, z, t), \quad (3)$$

где dc_{Π}/dz — потенциальный градиент скорости звука, определяемый как разность полного градиента dc/dz и адиабатического градиента $dc_A/dz = c\gamma_A$, где $\gamma_A = 1,14 \cdot 10^{-5} \text{ м}^{-1}$. Это соотношение предполагает, что амплитуда поверхностной волны мала в сравнении с вертикальным масштабом изменения скорости звука $c(z)$.

Для спектральных амплитуд связанных мод имеем в этом случае уравнение [7, 12]:

$$\Delta a_m(\mathbf{r}, \omega) + k_m^2(\omega) a_m(\mathbf{r}, \omega) = \sum_{n=1}^N \int [V_{nm}(\omega, \omega_2) + W_{nm}(\omega, \omega_1, \omega_2)] \zeta(\mathbf{r}, z=0, \omega_1) a_n(\mathbf{r}, \omega_2) \delta(\omega - \omega_1 - \omega_2) d\omega_1 d\omega_2, \quad (4)$$

где

$$V_{nm}(\omega, \omega_2) = \frac{d\varphi_n(z=0, \omega_2)}{dz} \frac{d\varphi_m(z=0, \omega)}{dz},$$

$$W_{nm}(\omega, \omega_1, \omega_2) = 2\omega^2 \int \frac{dc_{\Pi}(z)}{dz} c^{-3}(z) \varphi_n(z, \omega_2) \varphi_m(z, \omega) \exp(-\omega_1^2 z/g) dz.$$

Здесь суммирование осуществляется по N модам поля подсветки, $d\varphi_n(z=0, \omega)/dz$ и $d\varphi_m(z=0, \omega)/dz$ — производные на свободной поверхности и учтён закон дисперсии гравитационных волн на глубокой воде $\Omega_\kappa = \pm \sqrt{g\kappa}$ (g — ускорение свободного падения, κ — волновое число). При этом учитывается и известный закон экспоненциального убывания с глубиной амплитуды спектральной гармоники гравитационной волны. Коэффициенты взаимодействия $V_{nm}(\omega, \omega_2)$ и $W_{nm}(\omega, \omega_1, \omega_2)$ соответствуют поверхностному и объёмному рассеянию волноводных мод.

Рассмотрим эффекты однократного рассеяния, т. е. представим возмущённую амплитуду моды с номером m в точке наблюдения \mathbf{r} в виде

$$a_m(\mathbf{r}, \omega) = a_m^{(0)}(|\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}|, \omega) + a_m^{(1)}(\mathbf{r}, \omega),$$

где $a_m^{(0)}(\mathbf{r}, \omega)$ — амплитуда моды в невозмущённом волноводе в точке наблюдения \mathbf{r} при возбуждении поля расположенным в точке \mathbf{r}_0 источником поля подсветки (см. выражение (2)). Амплитуда рассеянной на ветровом волнении моды $a_m^{(1)}(\mathbf{r}, \omega)$ формируется в виде суммы рассеянных компонент от каждой из падающих мод. Учитывая, что для каждого расположенного в точке рассеяния \mathbf{r}' вторичного источника спектральная амплитуда m -й моды может быть описана с помощью функции Грина $G_m(\mathbf{r}', \mathbf{r}, \omega)$ двумерного уравнения Гельмгольца:

$$G_m(\mathbf{r}', \mathbf{r}, \omega) = -\frac{i}{\sqrt{8\pi}} \frac{\exp[ik_m(\omega)|\mathbf{r}' - \mathbf{r}| - i\pi/4]}{\sqrt{k_m(\omega)|\mathbf{r}' - \mathbf{r}|}}, \quad (5)$$

для амплитуды рассеянной моды в точке наблюдения \mathbf{r} получим

$$a_m^{(1)}(\mathbf{r}, \omega) = \frac{1}{\sqrt{8\pi}} \sum_{n=1}^N \int d\omega_1 d\omega_2 \frac{[V_{nm}(\omega, \omega_2) + W_{nm}(\omega, \omega_1, \omega_2)] A_n^s(\omega_2)}{\sqrt{k_n(\omega)k_m(\omega_2)}} \times \delta(\omega - \omega_1 - \omega_2) \int d\mathbf{r}' \zeta(\mathbf{r}', z=0, \omega_1) \frac{\exp[ik_n(\omega_2)|\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}'| + ik_m(\omega)|\mathbf{r}' - \mathbf{r}|]}{\sqrt{|\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}'||\mathbf{r}' - \mathbf{r}|}}. \quad (6)$$

Как следует из (6), амплитуды рассеянных мод в приближении однократного рассеяния определяются амплитудами падающих мод подсветки в точках рассеяния, вертикальными смещениями свободной поверхности $\zeta(\mathbf{r}', z=0, t)$, а также коэффициентами взаимодействия падающих и рассеянных мод $V_{nm}(\omega, \omega_2)$ и $W_{nm}(\omega, \omega_1, \omega_2)$. Интегрирование осуществляется по всем рассеивающим точкам \mathbf{r}' поверхности океана. Результирующее рассеянное поле имеет вид суммы (1) всех распространяющихся в волноводе рассеянных мод, амплитуда каждой из которых будет определяться выражением (6).

В дальнейшем нас будет интересовать рассеяние узкополосных сигналов с центральной частотой ω_0 . Введя медленные частоты $\Omega = \omega - \omega_0$, $\Omega_2 = \omega_2 - \omega_0$, $\Omega_1 \equiv \omega_1$ и обозначая $A_n^s(\omega_0 + \Omega) \equiv \tilde{A}_n^s(\Omega)$, перейдём к амплитудам $b_m^{(1)}(\mathbf{r}, \Omega) \equiv a_m^{(1)}(\mathbf{r}, \omega_0 + \Omega)$. Для них из (6), раскладывая волновые числа в ряд по малым степеням смещения частоты, получим выражение

$$b_m^{(1)}(\mathbf{r}, \Omega) = \frac{1}{\sqrt{8\pi}} \sum_{n=1}^N \frac{1}{\sqrt{k_n k_m}} \int d\mathbf{r}' \frac{\exp[ik_n |\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}'| + ik_m |\mathbf{r}' - \mathbf{r}|]}{\sqrt{|\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}'| |\mathbf{r}' - \mathbf{r}|}} \times \\ \times \int d\Omega_1 U_{nm}(\Omega_1) \zeta(\mathbf{r}', z=0, \Omega_1) \tilde{A}_n^s(\Omega - \Omega_1) \times \\ \times \exp[-i\sigma_n^{-1} \Omega_1 |\mathbf{r}' - \mathbf{r}| + i(\Omega_1 - \Omega)(\sigma_n^{-1} |\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}'| + \sigma_m^{-1} |\mathbf{r}' - \mathbf{r}|)]. \quad (7)$$

Здесь k_n и σ_n — соответственно волновое число и групповая скорость n -й моды на частоте ω_0 , а суммарный коэффициент взаимодействия мод

$$U_{nm}(\Omega_1) = V_{nm}(\omega_0, \omega_0) + W_{nm}(\omega_0, \Omega_1, \omega_0). \quad (8)$$

Используя приведённое выше выражение (7), можно получить формулы для парных корреляторов реверберационного сигнала. Все они будут приведены для достаточно длинных зондирующих импульсов, длина которых $L_n = \sigma_n T$ существенно превышает масштаб корреляции ветрового волнения L_{cor} .

Наиболее простое и наглядное выражение получается для автокоррелятора $\langle b_m^{(1)}(\mathbf{r}, \Omega) \times b_m^{(1)*}(\mathbf{r}, \Omega_3) \rangle$. Здесь угловые скобки обозначают усреднение по ансамблю, звёздочка — комплексное сопряжение. Записывая для него формулу на основании (7) и переходя в интегралах по \mathbf{r}' и \mathbf{r}'' к переменным $\mathbf{R} = (\mathbf{r}' + \mathbf{r}'')/2$, $\boldsymbol{\rho} = \mathbf{r}' - \mathbf{r}''$ после интегрирования по $\boldsymbol{\rho}$ в бесконечных пределах получим

$$\langle b_m^{(1)}(\mathbf{r}, \Omega) b_m^{(1)*}(\mathbf{r}, \Omega_3) \rangle = \frac{\pi}{2} \sum_{n=1}^N \frac{1}{k_n k_m} \int \frac{d\mathbf{R}}{R_s R_i} |U_{nm}(\Omega_q)|^2 \times \\ \times B(\mathbf{q}_{nm}^{\text{si}}) \tilde{A}_n^s(\Omega - \Omega_q) \tilde{A}_n^{s*}(\Omega_3 - \Omega_q) \exp[i(\Omega_3 - \Omega)(\sigma_n^{-1} R_s + \sigma_m^{-1} R_i)]. \quad (9)$$

Здесь $B(\mathbf{k})$ — двумерный спектр поверхностного волнения,

$$\mathbf{q}_{nm}^{\text{si}} = k_m \mathbf{n}_i - k_n \mathbf{n}_s, \quad (10)$$

\mathbf{n}_s и \mathbf{n}_i — единичные векторы, направленные в горизонтальной плоскости из точки расположения источника \mathbf{r}_0 в точку рассеяния \mathbf{R} , и из неё в точку приёма \mathbf{r} соответственно, $R_s = |\mathbf{r}_0 - \mathbf{R}|$, $R_i = |\mathbf{R} - \mathbf{r}|$. При выводе выражения (9) предполагалось, что случайное поле линейных поверхностных волн является стационарным и статистически однородным. Переходя к комплексным огибающим амплитуд $\hat{b}_m(\mathbf{r}, t) = \int b_m(\mathbf{r}, \Omega) \exp(i\Omega t) d\Omega$, $\hat{A}_n^s(t) = \int \tilde{A}_n^s(\Omega) \exp(i\Omega t) d\Omega$, на основании (9) получим для них аналогичную формулу:

$$\langle \hat{b}_m^{(1)}(\mathbf{r}, t) \hat{b}_m^{(1)*}(\mathbf{r}, t_3) \rangle = \frac{\pi}{2} \sum_{n=1}^N \frac{1}{k_n k_m} \int \frac{d\mathbf{R}}{R_i R_s} |U_{nm}(\Omega_q)|^2 B(\mathbf{q}_{nm}^{\text{si}}) \times \\ \times \exp\left[i\Omega_q(t - t_3) \hat{A}_n^s(t - \sigma_n^{-1} R_s - \sigma_m^{-1} R_i) \hat{A}_n^{s*}(t_3 - \sigma_n^{-1} R_s - \sigma_m^{-1} R_i)\right]. \quad (11)$$

Строго говоря, в правых частях выражений (9), (11) необходимо учитывать и корреляторы с несовпадающими номерами мод, описывающие интерференционную структуру реверберации.

Вопрос об их влиянии на реверберационный многомодовый сигнал требует специального рассмотрения. Следует отметить, что при усреднении соответствующих выражений по горизонтальным координатам источника вклад этих интерференционных членов становится пренебрежимо малым, т. е. формулы (9), (11) после такого усреднения становятся точными. Более сложные выражения, учитывающие интерференционные эффекты, обычно не обсуждаются, однако они могут быть полезны при анализе статистических характеристик реверберации, учитывающих точное расположение в волноводе приёмно-излучающих систем. Кроме того, они позволяют оценить правомерность использования приведённой выше упрощённой модели некоррелированных мод (либо идеальной модовой селекции). С этой целью приведём также и выражения для парных корреляторов амплитуд мод реверберационного сигнала, учитывающие эффекты интерференции мод:

$$\begin{aligned} \langle \hat{b}_m^{(1)}(\mathbf{r}, \Omega) \hat{b}_\mu^{(1)*}(\mathbf{r}, \Omega_3) \rangle &= \frac{\pi}{2} \sum_{\substack{n=1 \\ \nu=1}}^N \frac{1}{\sqrt{k_n k_\mu k_m k_\nu}} \int \frac{d\mathbf{R}}{R_s R_i} U_{nm}(\Omega_q) U_{\mu\nu}^*(\Omega_q) \times \\ &\times B(\mathbf{q}_{n\nu m\mu}^{\text{si}}) \tilde{A}_n^s(\Omega - \Omega_q) \tilde{A}_\nu^{s*}(\Omega_3 - \Omega_q) \exp[-i\sigma_m^{-1} \Omega_q R_i + i(\Omega_q - \Omega)(\sigma_n^{-1} R_s + \sigma_m^{-1} R_i) + \\ &+ i\sigma_\nu^{-1} \Omega_q R_s + i(\Omega_3 - \Omega_q)(\sigma_\nu^{-1} R_s + \sigma_\mu^{-1} R_i) + i(k_n - k_\nu) R_s + i(k_m - k_\mu) R_i]. \end{aligned} \quad (12)$$

При этом резонансный волновой вектор спектра поверхностного волнения имеет другой вид:

$$\mathbf{q}_{n\nu m\mu}^{\text{si}} = \frac{k_m + k_\mu}{2} \mathbf{n}_i - \frac{k_n + k_\nu}{2} \mathbf{n}_s. \quad (13)$$

Из (12) получаем выражение для парных корреляторов комплексных амплитуд мод реверберационного сигнала:

$$\begin{aligned} \langle \hat{b}_m^{(1)}(\mathbf{r}, t) \hat{b}_\mu^{(1)*}(\mathbf{r}, t_3) \rangle &= \frac{\pi}{2} \sum_{\substack{n=1 \\ \nu=1}}^N \frac{1}{\sqrt{k_n k_\mu k_m k_\nu}} \int \frac{d\mathbf{R}}{R_s R_i} U_{nm}(\Omega_q) U_{\mu\nu}^*(\Omega_q) \times \\ &\times B(\mathbf{q}_{n\nu m\mu}^{\text{si}}) \hat{A}_n^s(t - \sigma_n^{-1} R_s - \sigma_m^{-1} R_i) \hat{A}_\nu^{s*}(t_3 - \sigma_\nu^{-1} R_s - \sigma_\mu^{-1} R_i) \times \\ &\times \exp[i\Omega_q(t - t_3) + i(\sigma_\mu^{-1} - \sigma_m^{-1}) \Omega_q R_i + i(k_m - k_\mu) R_i + i(k_n - k_\nu) R_s]. \end{aligned} \quad (14)$$

Отметим, что все приведённые выше формулы получены в квазистатическом приближении. Как следует из полученных выражений, корреляционная функция поля реверберации определяется интегральным по поверхности эффектом рассеяния, причём дифференциальный вклад локальных элементов поверхности зависит от соответствующих коэффициентов взаимодействия мод и их временных задержек (либо частотных смещений). Для суммарного многомодового сигнала имеет место интерференция отдельных модовых компонент. Кроме того, согласно развиваемой модели выражение для коэффициента взаимодействия мод состоит из слагаемых, соответствующих поверхностной и объёмной компонентам рассеянного поля.

Одной из целей, преследуемых в настоящем исследовании, является сравнение уровней ветровой реверберации, обусловленной объёмным и поверхностным эффектами. По сути дела, необходимо оценить отношение объёмного $W_{nm}(\omega_0, \Omega_q, \omega_0)$ и поверхностного $V_{nm}(\omega_0, \omega_0)$ коэффициентов взаимодействия мод. Аналитические оценки этого отношения можно получить для низших акустических мод в случае звукового канала летнего типа с отчётливо выраженным термоклинном. При этом существенные изменения скорости звука для мелководного канала происходят лишь в узкой области термоклина. Исходя из этого, рассмотрим упрощённую модель волновода с вер-

тикальным профилем скорости звука

$$c(z) = \begin{cases} c_1, & 0 < z < h - \Delta h/2; \\ c_1 - \frac{c_1 - c_2}{\Delta h} (z - h + \Delta h/2), & |z - h| < \Delta h/2; \\ c_2, & h + \Delta h/2 < z < H. \end{cases} \quad (15)$$

Будем считать, что для низших мод толщина термоклина Δh и вертикальное волновое число δ_n удовлетворяют условию $\delta_n \Delta h < 1$ и, кроме того, $\Delta h \ll H$. Рассмотрим моды, экспоненциально затухающие вблизи свободной поверхности, фазовые скорости которых удовлетворяют условию $c_n \leq c_1$. Для собственных функций этих мод в верхней части волновода $0 < z < h - \Delta h/2$ можно использовать аппроксимацию $\varphi_n(z) = \varphi_n(h) \exp[-\delta_n (h - z)]$. Соответственно, для коэффициента поверхностного взаимодействия мод $V_{nm}(\omega_0, \omega_0)$ получим

$$V_{nm}(\omega_0, \omega_0) = \delta_n \delta_m \varphi_n(h) \varphi_m(h) \exp[-(\delta_n + \delta_m) h]. \quad (16)$$

Учитывая, что основные флуктуации скорости звука происходят в узкой области термоклина, для коэффициента объёмного взаимодействия мод имеем приближённое выражение

$$W_{nm}(\omega_0, \Omega_q, \omega_0) = 2k_0^2 \frac{c_1 - c_2}{c_1} \varphi_n(h) \varphi_m(h) \exp(-qh), \quad (17)$$

где q — волновое число гравитационной волны.

Таким образом, искомое отношение коэффициентов взаимодействия мод имеет вид

$$\frac{W_{nm}(\omega_0, \Omega_q, \omega_0)}{V_{nm}(\omega_0, \omega_0)} = 2 \frac{k_0^2}{\delta_n \delta_m} \frac{c_1 - c_2}{c_1} \exp[(\delta_n + \delta_m - q) h]. \quad (18)$$

Из (18) следует, что:

- 1) для низших мод в области малых волновых чисел $q \leq h^{-1}$ объёмные эффекты рассеяния могут существенно превышать поверхностные, причём их относительное влияние тем больше, чем меньше номер моды;
- 2) отношение $W_{nm}(\omega_0, \Omega_q, \omega_0)/V_{nm}(\omega_0, \omega_0)$ монотонно уменьшается с ростом q ;
- 3) в случае, когда $q < \delta_n + \delta_m$, указанное отношение растёт с увеличением глубины термоклина и, наоборот, уменьшается с глубиной при $q > \delta_n + \delta_m$.

Отметим, что эти выводы в основном согласуются с результатами численных расчётов для конкретных каналов летнего типа (см. раздел 2). Аналогичные оценки для мелководных каналов зимнего типа показывают, что в них эффекты объёмного рассеяния слабы, и можно пользоваться традиционной моделью ветровой реверберации.

2. ВЛИЯНИЕ ВОЗБУЖДАЕМЫХ ВЕТРОВЫМ ВОЛНЕНИЕМ ОБЪЁМНЫХ НЕОДНОРОДНОСТЕЙ НА РЕВЕРБАЦИЮ МАЛОМОДОВЫХ ИМПУЛЬСОВ

Поскольку поле в океаническом волноводе в общем случае имеет многомодовую структуру, результирующее поле из-за интерференции мод имеет существенную изменчивость как по пространственным координатам, так и по частоте. При возбуждении импульсных сигналов формируется суперпозиция интерферирующих между собой модовых импульсов, каждый из которых при распространении деформируется за счёт влияния внутримодовой дисперсии. Наблюдаемая при

этом сложная многомодовая структура поля затрудняет интерпретацию результатов при решении задач томографического наблюдения в океанических волноводах [10, 11]. Например, из-за деструктивной интерференции мод возможно формирование зон тени, в которых наблюдение неоднородностей становится невозможным. Для преодоления указанных трудностей при построении систем томографического наблюдения можно использовать метод модовой тени [10], основанный на селекции модовых импульсов. Для осуществления селекции модовых импульсов эффективным методом является использование вертикальных излучающей и приёмной антенн в сочетании с согласованной со средой частотной фильтрацией [10, 11]. При селекции мод вертикальными антеннами коэффициенты возбуждения A_m^s и приёма A_n^i мод определяются выражениями

$$A_n^s = \int_0^{l_s} g_n^s(z) \varphi_n(z) dz, \quad A_m^i = \int_0^{l_i} g_m^i(z) \varphi_m(z) dz, \quad (19)$$

где $g_n^s(z)$ и $g_m^i(z)$ — весовые множители вдоль излучающей и приёмной антенн, согласованные соответственно с излучаемыми (n) и принимаемыми (m) модами в точках расположения источника и приёмника, l_s и l_i — длины излучающей и приёмной антенн соответственно. Если волновод является горизонтально неоднородным, коэффициенты в (19) будут зависеть от горизонтальных координат.

Будем считать, что вертикальные излучающая и приёмная антенные решётки обеспечивают достаточно эффективную селекцию волноводных мод. Для заданных номеров мод в этом случае уровни ветровой реверберации, обусловленной поверхностным и объёмным рассеянием, будут определяться соотношением поверхностного $V_{nm}(\omega_0, \omega_0)$ и объёмного $W_{nm}(\omega_0, \Omega_q, \omega_0)$ коэффициентов взаимодействия мод. Из структуры коэффициента $W_{nm}(\omega_0, \Omega_q, \omega_0)$ видно, что с ростом пространственной частоты q его величина, как правило, уменьшается, хотя и возможны особенности, связанные с влиянием вертикальной структуры мод. На рис. 1 показаны графики зависимости суммарного нормированного коэффициента взаимодействия мод U_{nm} от пространственной частоты $q = \Omega_q^2 g^{-1}$ для различных мод волновода. При этом рассматривается типичная для Баренцева моря гидрология летнего типа ($z[\text{м}] : c[\text{м/с}]$): (0 : 1469,1); (20 : 1469,6); (30 : 1461,7); (50 : 1451,1); (100 : 1451,5); (200 : 1450,9); (250 : 1451,6); (300 : 1452,2), и трёхслойная модель дна: первый слой осадков толщиной 5 м со скоростью продольных волн 1430 м/с, плотностью 1,6 г/см³ и коэффициентом затухания продольных волн 0,05 дБ/(м · кГц); второй слой осадков толщиной 25 м со скоростью продольных волн 1520 м/с, плотностью 1,9 г/см³ и коэффициентом затухания продольных волн 0,08 дБ/(м · кГц); третий слой — полупространство со скоростью продольных волн 2500 м/с, плотностью 2,1 г/см³ и коэффициентом затухания продольных волн 0,08 дБ/(м · кГц). Частота зондирующего сигнала при расчётах составляла 200 Гц. Как следует из рис. 1, при увеличении волнового числа уровень суммарного коэффициента взаимодействия мод существенно уменьшается. Уменьшение наблюдается вплоть до $q \approx 0,2 \text{ м}^{-1}$, после чего суммарный коэффициент взаимодействия соответствует чисто поверхностному рассеянию. Локальные минимумы на приведённых графиках при $q \approx 0,2 \text{ м}^{-1}$ обусловлены тем, что объёмный и поверхностный коэффициенты взаимодействия в этой точке близки по абсолютной величине, но имеют разные знаки. Отметим, что аналогичные численные расчёты для других каналов летнего типа указывают на типичность таких минимумов в диапазоне $q = 0,1 \div 0,5 \text{ м}^{-1}$, но, как правило, для разных мод они соответствуют различным значениям q . Локальные уменьшения суммарного коэффициента взаимодействия мод в области более низких пространственных частот обусловлены вертикальной структурой собственных функций мод акустического волновода. Отметим, что с ростом номера рассеиваемой моды коэффициент взаимодействия для поверхностного рассеяния растёт монотонно, в то время как для объёмного рассеяния подобного рода

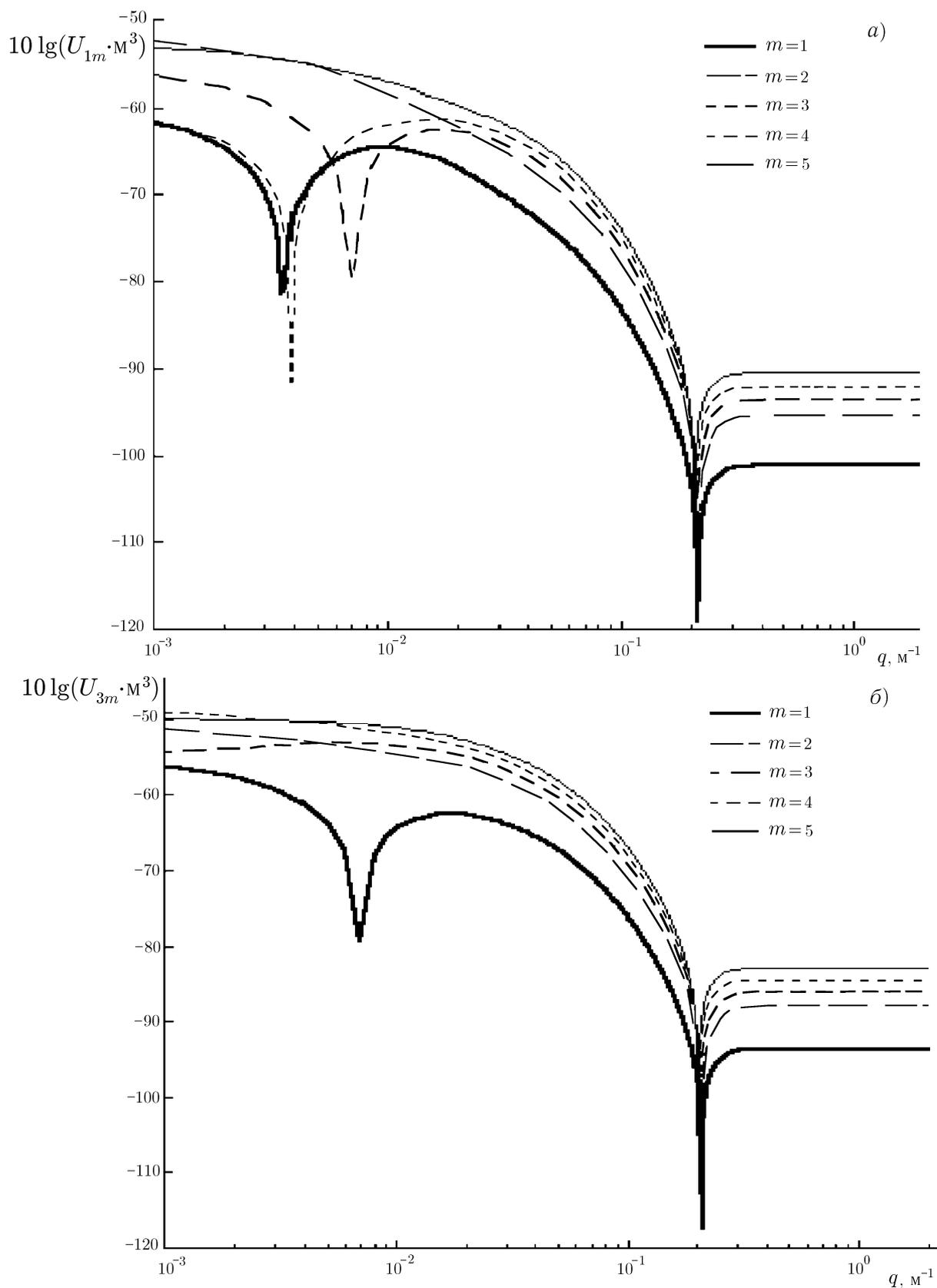


Рис. 1. Зависимость коэффициента взаимодействия моды 1 (а) и моды 3 (б) с модами 1–5 для волновода с летней гидрологией

зависимость не монотонна, что также обусловлено структурой излучаемой и рассеянной моды в области термоклина. В целом важно отметить, что при учёте эффекта рассеяния на объёмных неоднородностях коэффициент взаимодействия мод существенно (на 20÷40 дБ) возрастает в интервале $q < 0,2 \text{ м}^{-1}$. В соответствии с результатами аналитических оценок и численных расчётов можно предположить, что в типичных каналах летнего типа уровень ветровой реверберации, обусловленный рассеянием на объёмных неоднородностях в интервале пространственных частот $q < 0,1 \text{ м}^{-1}$, может быть существенно больше значений, предсказываемых традиционной моделью реверберации, учитывающей рассеяние на неровностях свободной поверхности волновода. Расчёты также показывают, что для каналов без явно выраженного термоклина (каналов зимнего типа) вклад объёмного рассеяния незначителен.

Для анализа структуры реверберационных сигналов при импульсной подсветке и согласованной фильтрации будем считать, что вертикальной антенной (см. выражение (19)) излучаются сложные узкополосные модовые импульсы длительностью T и шириной спектра $\Delta\omega$. Тогда отклик согласованного фильтра будет определяться следующим выражением:

$$p_{nm}(\tau, \Omega_d) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} p_{nm}(\omega) F(\omega - \Omega_d) \exp[i(\omega - \Omega_d)\tau] d\omega, \quad (20)$$

где $p_{nm}(\omega)$ — фурье-образ принимаемого сигнала при возбуждении моды с номером n и приёме моды с номером m , $F(\omega)$ — спектр излучаемого сигнала $f(t)$, τ и Ω_d — соответственно временные задержки и доплеровские смещения частоты принимаемых импульсов. После пространственной селекции результирующий реверберационный сигнал с выхода согласованного фильтра в плоскости (τ, Ω_d) будет формироваться в виде модового отклика, имеющего координаты $\tau_{nm} = R_s/\sigma_n(\omega_0) + R_i/\sigma_m(\omega_0)$, Ω_{dn} и ширину порядка $\Delta\tau = 1/\Delta\omega$ по τ и порядка $1/T$ по Ω_d . Сдвиг по доплеровской частоте Ω_{dn} в общем случае анизотропного ветрового волнения будет зависеть от скорости и направления движения поверхностных ветровых волн. Амплитуда отклика (20) зависит от конструкции и длины излучающей и приёмной антенн. В горизонтально неоднородном волноводе отклик зависит и от положения антенн. Варьируя длину, положение и необходимые апертурные множители антенн, можно добиться равномерной засветки областей наблюдения [11]. В частности, для ослабления мешающих интерференционных эффектов и уменьшения потерь энергии акустических импульсов, возникающих вследствие возбуждения сильно затухающих мод, необходимо осуществить пространственную фильтрацию, согласованную с одной из распространяющихся с малыми потерями мод волновода, когда $g_n^s(z) = \varphi_n(z)$. Как показывают оценки и расчёты, в условиях, характерных для шельфовых зон, использование согласованной пространственной фильтрации в сочетании с временным стробированием модовых откликов с выхода согласованного фильтра (20) позволяет реализовать режим модовой тени (когда излучается мода с номером n , а принимается мода с номером m) глубиной 30÷40 дБ. При необходимости наблюдения неоднородностей в пределах больших областей оптимальным является использование слабозатухающих мод с низкими номерами, например первой моды для подсветки области наблюдения и третьей моды — для наблюдения рассеянных сигналов.

Учитывая актуальность исследования распространения отдельных модовых импульсов, обусловленную интересом к построению систем маломодовой импульсной томографии [10], ниже рассмотрим лишь случай рассеяния таких импульсов. В частности, будем считать, что осуществлена достаточно эффективная селекция мод как при излучении, так и при приёме. При распространении модовые импульсы рассеиваются неоднородностями волновода, возникающими из-за ветрового волнения. Кроме факторов, связанных с распространением, амплитуды рассеянных импульсов определяются коэффициентами взаимодействия волноводных мод $U_{nm}(\Omega_q)$, где индексы n и m

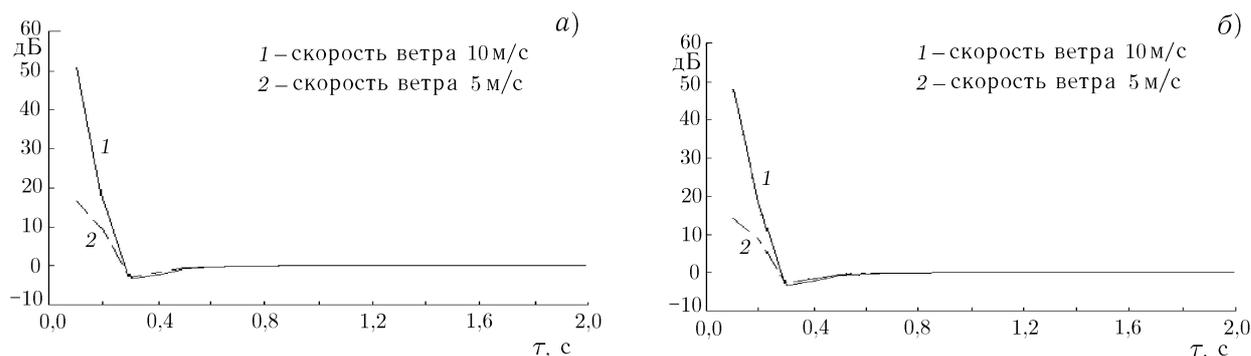


Рис. 2. Зависимость отношения уровней реверберационных сигналов для модели, учитывающей как поверхностное, так и объёмное рассеяние, и для модели с чисто поверхностным рассеянием, рассчитанная для двух значений скорости ветра при рассеянии из моды 1 в моды 1 (а) и из моды 2 в моды 4 (б)

обозначают соответственно падающие и рассеянные моды. Формирование рассеянных импульсов происходит на неоднородностях, расположенных в пределах соответствующего импульсного объёма, внутри которого точки расположения рассеивателей \mathbf{r}' удовлетворяют условию

$$|t - \sigma_n^{-1} R_s - \sigma_m^{-1} R_i| < \Delta\tau/2, \quad (21)$$

где $\Delta\tau$ — длительность зондирующего импульса после согласованной фильтрации.

Понятие импульсного объёма наряду с анализом условий резонансного рассеяния Брэгга позволяют наглядно объяснить качественное поведение интенсивности реверберационного сигнала и его доплеровского спектра. В случае ветрового волнения эти простые соображения, к сожалению, осложняются анизотропным характером частотно-углового спектра рассеивающих неоднородностей.

Рассмотрим влияние объёмных возмущений, обусловленных ветровым волнением, на формирование реверберационных откликов с выхода согласованного фильтра. Для простоты будем рассматривать лишь зависимость уровня реверберационного отклика с выхода фильтра (20) от временных задержек, интегрируя сигналы по оси доплеровских частот. При анализе используем ту же модель волновода, которая рассматривалась выше, т. е. мелководный канал с летней гидрологией. При расчётах рассмотрим ситуацию, когда излучающая и приёмная антенны перекрывают весь волновод. В качестве зондирующих импульсов рассмотрим сложные импульсные сигналы на частоте 200 Гц с полосой 10 Гц и длительностью 10 с. Для ветрового волнения используется изотропный спектр Пирсона—Московитца [13]. Для наглядности из временных задержек реверберационных сигналов исключено время распространения импульса подсветки, соответствующего первой моде волновода, имеющей максимальную групповую скорость.

На рис. 2 приведено отношение уровней реверберации для модели, учитывающей как поверхностное, так и объёмное рассеяние, и для традиционной модели чисто поверхностного рассеяния. Расчёты проводились для случая, когда источник и приёмник отстояли друг от друга на 50 км, что соответствует формированию бистатической реверберации. Как видно из приведённых результатов, в интервале малых времён задержки ($\tau < 0,3$ с), отсчитываемых от минимального времени распространения прямого сигнала, вклад объёмного рассеяния значителен, при этом отличие уровней реверберации, рассчитанное в рамках двух моделей, может достигать 50 дБ. При больших задержках τ объёмное рассеяние практически не влияет на реверберационный сигнал. Этот результат имеет достаточно простое объяснение. Действительно, наибольшее влияние эффекта объёмного рассеяния следует ожидать для крупномасштабных компонент спектра ветрового волнения. С другой стороны, именно они отвечают за малоугловое резонансное рассеяние

импульсов подсветки, которое и формирует вблизи линии источник—приёмник реверберационную компоненту с малыми временами задержки. При увеличении скорости ветра вклад объёмного рассеяния возрастает, поскольку максимум пространственного спектра ветрового волнения смещается в область низких частот. Некоторая (хотя и не ярко выраженная) зависимость эффекта от номеров излучаемых и принимаемых мод определяется их вертикальной структурой и условиями резонансного рассеяния Брэгга. Аналогичные расчёты, проведённые для других типичных летних профилей скорости звука в мелком море, также указывают на существенное увеличение уровня реверберации в интервале малых времён задержки $\tau < 1$ с (при том же расстоянии 50 км между источником и приёмником).

3. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе исследовано влияние вызываемых ветровым волнением возмущений скорости звука в толще волновода на энергетические характеристики рассеянных акустических импульсов. Аналитически и численно показано, что в каналах летнего типа эти возмущения приводят к существенному увеличению уровня реверберационных сигналов. Продемонстрировано, что с учётом этого эффекта при согласованной фильтрации реверберационных импульсных сигналов наблюдается значительное увеличение уровня реверберации в интервале малых временных задержек. С ростом скорости ветра и уменьшением номеров излучаемых и принимаемых мод влияние рассматриваемого эффекта возрастает. Как показали расчёты, влияние объёмных неоднородностей, генерируемых ветровым волнением, существенно для каналов летнего типа с приповерхностным термоклином. В зимних условиях указанный эффект незначителен.

Предложенная в настоящей работе модель формирования ветровой реверберации позволяет более точно прогнозировать уровни реверберационных помех при наблюдении неоднородностей других типов, например пространственно локализованных неоднородностей [4, 10].

При решении задачи о реконструкции спектра ветрового волнения по данным акустического зондирования также следует учитывать влияние рассмотренных выше объёмных эффектов.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (гранты № 00–02–17157, 00–15–96741, 01–02–31001к).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Абросимов Д. И., Долин Л. С. // Акуст. журн. 1981. Т. 27, № 6. С. 808.
2. Урик Р. Д. Основы гидроакустики. Л.: Судостроение, 1978. 444 с.
3. Рытов С. М., Кравцов Ю. А., Татарский В. И. Введение в статистическую радиофизику. Часть 2. М.: Наука, 1978. 463 с.
4. Бреховских Л. М., Лысанов Ю. П. Теоретические основы акустики океана. Л.: Гидрометеорологическое издательство, 1982. 262 с.
5. Копыл Е. А. // Проблемы акустики океана. М.: Наука, 1974. С. 143.
6. Нечаев А. Г., Хилько А. И. // Акуст. журн. 1988. Т. 34, № 2. С. 285.
7. Зайцев В. Ю., Раевский М. А. // Изв. вузов. Радиофизика. 1985. Т. 28, № 1. С. 65.
8. Фукс И. М. // Акуст. журн. 1974. Т. 20, № 3. С. 458.
9. Munk W., Worcester P., Wunsch C. Ocean Acoustic Tomography. Cambridge University Press, 1995. 433 p.
10. Гончаров В. В., Зайцев В. Ю., Куртепов В. М. и др. Акустическая томография океана. Н. Новгород: ИПФ РАН, 1997. 254 с.

11. Бурдуковская В. Г., Лучинин А. Г., Хилько А. И. // Сб. докладов Четвёртой научной конференции по радиофизике, 5 мая 2000 г., ННГУ им. Н. И. Лобачевского. Н. Новгород, 2000. С. 120.
12. Артельный В. В., Раевский М. А. // Изв. вузов. Радиофизика. 1984. Т. 27, № 9. С. 1142.
13. Давидан И. Н., Лопатухин Л. И., Рожков В. А. Ветровое волнение в Мировом океане. Л.: Гидрометеоздат, 1985. 256 с.

Институт прикладной физики РАН,
г. Нижний Новгород, Россия

Поступила в редакцию
21 ноября 2002 г.

**THE ROLE OF VOLUME SCATTERING
IN THE FORMATION OF SURFACE REVERBERATION IN THE OCEAN**

M. A. Raevsky, A. G. Luchinin, V. G. Burdukovskaia, and A. I. Khil'ko

We study the influence of sound-velocity perturbations in a waveguide volume, originating from wind waves, on the energy characteristics of scattered acoustic pulses. We show analytically and by numerical simulations that the pulse reverberation signals scattered by wind waves in summer-type shallow-water channels significantly increase due to such perturbations. This effect stipulates the significant increase in the level of reverberation signals in the interval of small delay times. Dependences of the considered phenomenon on the wind velocity, the number of the received waveguide modes, and other parameters of the problem are analyzed.

УДК 621.396.67.001.24

ХАРАКТЕРИСТИКИ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ВИБРАТОРА В ПЛОСКОМ ВОЛНОВОДЕ С НЕОДНОРОДНЫМ ЗАПОЛНЕНИЕМ В ПРИБЛИЖЕНИИ ДЛИННЫХ ЛИНИЙ

Е. А. Шорохова

В приближении длинных линий получены выражения для распределения тока, входного импеданса и адмитанса несимметричного тонкого электрического вибратора, концы которого замкнуты на идеально проводящие стенки плоского волновода, заполненного неоднородным диэлектриком. Использование данного приближения позволяет качественно интерпретировать результаты строгого решения задачи о влиянии неоднородности среды на характеристики излучения антенны.

ВВЕДЕНИЕ

Предлагаемая работа является частью теоретической задачи об излучении электрического вибратора, расположенного в плоском волноводе с неоднородным заполнением. Эта проблема достаточно полно рассмотрена в ряде работ. Так, решение задачи об излучении монохроматических электромагнитных волн тонким идеально проводящим электрическим вибратором, расположенным в плоском волноводе с идеально проводящими стенками, изложено в работе [1]. Влияние омических потерь в проводниках антенны на её характеристики исследовано в [2]. В работе [3] проанализировано влияние цилиндрической магнитоэлектрической оболочки на входной импеданс тонкого электрического вибратора в плоском волноводе. Возбуждение тонкого вибратора в плоском волноводе с однородным заполнением импульсным напряжением с треугольной формой импульса рассмотрено в [4]. В [5, 6] исследован отклик тонкой электрической антенны, расположенной в плоском волноводе с неоднородным заполнением, на возбуждение сторонней э. д. с. с колоколообразным временным профилем. В этих же работах анализировалось влияние неоднородности среды в волноводе на излучение тонкого электрического вибратора.

Следует отметить, что в большинстве случаев задачи об излучении в неоднородных средах решаются численными методами. Предложенная модель неоднородности диэлектрической проницаемости среды в плоском волноводе

$$\varepsilon(r) = (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) \frac{a^2}{r^2} + \varepsilon_2 \quad (1)$$

допускает строгое аналитическое решение краевой задачи, полученное в [6]. Здесь ε_1 и ε_2 — некоторые постоянные величины, r — расстояние от вибратора до точки наблюдения, a — радиус цилиндрических проводников антенны.

Одним из основных результатов, полученных в [6] при анализе излучения тонкой вибраторной антенны в плоском волноводе с неоднородным заполнением, является вывод о том, что наличие даже достаточно тонкого переходного слоя в определённых условиях приводит к улучшению согласования антенны с окружающей средой. Это проявляется в уменьшении входного импеданса антенны в области резонансных частот и, следовательно, в увеличении тока в антенне по сравнению со случаем вибратора, расположенного в волноводе с однородным заполнением.

Целью данной работы является анализ характеристик тонкой электрической антенны, расположенной в плоском волноводе с неоднородным заполнением, в приближении длинных линий для качественной интерпретации результатов строгого решения этой задачи, приведённого в [6].

1. КВАЗИСТАТИЧЕСКОЕ ПРИБЛИЖЕНИЕ

Рассмотрим несимметричный электрический вибратор, представляющий собой два сплошных металлических идеально проводящих цилиндра радиуса a и длины $L = L_1 + L_2$, где L_1 и L_2 — плечи антенны. Пусть вибратор окружён неоднородной средой, диэлектрическая проницаемость которой определяется выражением (1). Магнитную проницаемость среды будем считать равной единице.

Распределение тока в антенне будем искать в квазистатическом приближении, т. е. считать, что $a \ll L$ и $a \ll \lambda$, где λ — длина волны. Электромагнитное поле вблизи антенны, т. е. на расстоянии $r \ll \lambda$, может быть найдено из уравнений Максвелла и в цилиндрической системе координат r, φ, z представлено в виде [7]

$$H_\varphi = \frac{I(z)}{2\pi r} + \delta H, \quad (2)$$

$$E_r = \frac{Q(z)}{2\pi r \varepsilon_0 \varepsilon(r)} + \delta E. \quad (3)$$

Здесь $I(z)$ — полный ток в антенне, $Q(z)$ — линейная плотность заряда, δH и δE — поправки к квазистатическим полям, связанные с излучением, ось z направлена вдоль оси антенны. Ток $I(z)$ и плотность заряда $Q(z)$, как это следует из уравнения непрерывности, связаны между собой соотношением

$$\frac{dI(z)}{dz} + i\omega Q(z) = 0, \quad (4)$$

где ω — циклическая частота поля. Далее воспользуемся уравнением Максвелла, которое можно записать как

$$\frac{\partial E_r}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial r} = -i\omega\mu_0 H_\varphi. \quad (5)$$

Подставляя в (5) выражения (2) и (3), с учётом уравнения непрерывности (4) получаем соотношение для вертикальной компоненты электрического поля:

$$\frac{\partial E_z}{\partial r} = \frac{i\omega\mu_0}{2\pi r} I(z) + \frac{i}{2\pi r \omega \varepsilon_0 \varepsilon(r)} \frac{d^2 I(z)}{dz^2} + \delta, \quad (6)$$

где δ — поправка, связанная с излучением. После интегрирования (6) по радиусу r от a до l^* , где $l^* > a$, можно записать

$$E_z|_{r=a} = \frac{i\omega\mu_0}{2\pi} \ln\left(\frac{l^*}{a}\right) I(z) + \frac{i}{4\pi\omega\varepsilon_0\varepsilon_2} \ln\left|\left(1 - \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}\right) + \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \left(\frac{l^*}{a}\right)^2\right| \frac{d^2 I(z)}{dz^2} + G(I). \quad (7)$$

Здесь введено следующее обозначение для линейного однородного функционала $G(I)$ ¹:

$$G(I) = -E_z|_{r=l^*} - \int_a^{l^*} \delta dr.$$

¹ Конкретный вид этого функционала в дальнейшем рассматриваться не будет.

Что касается величины l^* , то она должна быть выбрана таким образом, чтобы во всей области от a до l^* было справедливо квазистатическое приближение. В свою очередь, приближение квазистатики справедливо для расстояний r , не превышающих L и λ . Поэтому в качестве l^* целесообразно выбрать наименьшую из этих величин [7] или взять какую-то долю длины волны (например, четверть) [8]. Кроме того, следует отметить, что свобода выбора l^* не приведёт к значительной ошибке в окончательном результате в силу логарифмического характера зависимости введённого ниже параметра Ω от этой величины. В дальнейшем при расчётах полагалось, что $l^* = L$.

На поверхности антенны при $r = a$ тангенциальная компонента напряжённости электрического поля должна обращаться в нуль. Следовательно, граничное условие можно представить в виде

$$E_z|_{r=a} + E_z^s|_{r=a} = 0, \quad (8)$$

где E_z^s — поле, создаваемое сторонним источником. Подстановка (7) в (8) даёт следующее дифференциальное уравнение, определяющее распределение тока в антенне, окружённой неоднородной средой:

$$\frac{d^2 I(z)}{dz^2} + k^2 I(z) = -\frac{4\pi i \omega \varepsilon_0 \varepsilon_2}{\Omega} E. \quad (9)$$

Здесь поле $E = E_z^s + G(I)$, квадрат волнового числа

$$k^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \frac{2\varepsilon_2 \ln(l^*/a)}{\Omega}, \quad (10)$$

$$\Omega = \ln \left| \left(1 - \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \right) + \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \left(\frac{l^*}{a} \right)^2 \right|, \quad (11)$$

c — скорость света в вакууме.

2. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ТОКА, ВХОДНОЙ ИМПЕДАНС И АДМИТАНС АНТЕННЫ В ПРИБЛИЖЕНИИ ДЛИННЫХ ЛИНИЙ

Как известно, параметрами длинной линии является погонный импеданс $z_L = \tilde{r} + i\omega\tilde{l}$, погонный адмитанс $y_L = \tilde{g} + i\omega\tilde{c}$, где \tilde{r} , \tilde{l} , \tilde{g} и \tilde{c} — соответственно сопротивление, индуктивность, проводимость и ёмкость единицы длины линии передачи, волновой импеданс $z_{\text{л}} = \sqrt{z_L/y_L}$ и волновое число $k_{\text{л}} = -\sqrt{z_L y_L}$ [7]. В случае, когда $\tilde{r} = 0$ и $\tilde{g} = 0$, выражения для волнового импеданса и квадрата волнового числа преобразуются к виду

$$z_{\text{л}} = \sqrt{\tilde{l}/\tilde{c}}, \quad k_{\text{л}}^2 = \omega^2 \tilde{l} \tilde{c}. \quad (12)$$

Для любой длинной линии, как двухпроводной, так и однопроводной (в этих случаях различными будут только параметры z_L и y_L), можно записать известные приближённые телеграфные уравнения для гармонических во времени токов I и напряжений V в линии [8], из которых легко получить уравнение для тока в антенне:

$$\frac{d^2 I(z)}{dz^2} + k_{\text{л}}^2 I(z) = -y_L \mathcal{E}, \quad (13)$$

где \mathcal{E} — сторонняя э. д. с. Видно, что уравнение (13) полностью аналогично уравнению (9) для тока, полученному в квазистатическом приближении. Из сопоставления указанных уравнений

можно сделать вывод, что антенну в неоднородной среде можно моделировать эквивалентной длинной линией с погонной индуктивностью

$$\tilde{l} = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln\left(\frac{l^*}{a}\right) \quad (14)$$

и погонной ёмкостью

$$\tilde{c} = \frac{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_2}{\Omega}. \quad (15)$$

Выражение для волнового импеданса (12) в этом случае преобразуется к виду

$$z_{\pi} = \frac{Z_0}{2\pi} \sqrt{\frac{\ln(l^*/a)\Omega}{2\varepsilon_2}}, \quad (16)$$

где $Z_0 = 120\pi$ Ом — импеданс свободного пространства. Следует отметить, что для антенны в однородной среде, т. е. при $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon$, выражения для параметра Ω , погонной ёмкости и волнового импеданса преобразуются к виду

$$\Omega_{\text{одн}} = 2 \ln\left(\frac{l^*}{a}\right), \quad \tilde{c}_{\text{одн}} = \frac{2\pi\varepsilon_0\varepsilon}{\ln(l^*/a)}, \quad z_{\pi}^{\text{одн}} = \frac{Z_0}{2\pi\sqrt{\varepsilon}} \ln\left(\frac{l^*}{a}\right),$$

что соответствует формулам, приведённым в [7].

Решение уравнения (13) с учётом соответствующих граничных условий на концах вибратора, замкнутого на идеально проводящие стенки плоского волновода, даёт следующее распределение тока вдоль несимметричного вибратора с плечами L_1 и L_2 :

$$I(z) = I_A \times \begin{cases} \frac{\cos[k(L_1 - z)]}{\cos(kL_1)}, & 0 \leq z \leq L_1; \\ \frac{\cos[k(L_2 + z)]}{\cos(kL_2)}, & -L_2 \leq z \leq 0. \end{cases} \quad (17)$$

Здесь использовано следующее обозначение для тока I_A в точке запитки $z = 0$:

$$I_A = -\frac{i\mathcal{E}}{z_{\pi}} \frac{\cos(kL_1)\cos(kL_2)}{\sin[k(L_1 + L_2)]}, \quad (18)$$

где z_{π} определяется выражением (16), а волновое число k — формулой (10).

Наряду с распределением тока, важной характеристикой антенн является её входной импеданс Z_A , равный отношению напряжения \mathcal{E} , приложенного к зазору антенны, к току I_A в точке запитки. На основании выражения (18) можно записать

$$Z_A = iz_{\pi} \frac{\sin[k(L_1 + L_2)]}{\cos(kL_1)\cos(kL_2)}. \quad (19)$$

Кроме входного импеданса антенны иногда интересуются её входным адмитансом, который определяется как величина, обратная импедансу.

3. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Анализируя полученное выражение (19), можно заметить, что в среде без поглощения в случае идеальных проводников антенн входной импеданс является чисто мнимым, т. к. в рассматриваемом приближении не учтено излучение волн. Кроме того, видно, что входной импеданс и адмитанс имеют нули и резонансные особенности при выполнении условий

$$k(L_1 + L_2) = n\pi, \quad kL_1 = m\pi, \quad kL_2 = s\pi,$$

где коэффициенты n , m и s принимают значения $1, 2, 3, \dots$, что соответствует резонансам токов или напряжений в антенне.

Выражения для тока и входного импеданса вибратора, полученные здесь в приближении длинной линии, могут быть использованы для интерпретации результатов численных расчётов влияния неоднородности среды в плоском волноводе на излучение тонкой электрической антенны. Из приведённых выше формул видно, что в однородной среде с ростом её относительной диэлектрической проницаемости происходит увеличение погонной ёмкости (15), а следовательно, увеличение тока (18), адмитанса антенны вблизи резонансов и уменьшение её входного импеданса (19). Это подтверждается численными расчётами, выполненными с использованием строгого решения задачи [6].

Кроме того, сравнение результатов численных расчётов входного импеданса антенны в приближении длинных линий (19) и с использованием строгих выражений [6] показывает совпадение положений максимумов частотной зависимости мнимой части входного импеданса как для однородного ($\varepsilon_1 = \varepsilon_2$), так и неоднородного ($\varepsilon_1 \neq \varepsilon_2$) заполнения волновода.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В рамках приближения длинных линий выполнен анализ распределения тока, входного импеданса и адмитанса тонкой электрической антенны, расположенной в плоском волноводе с неоднородным заполнением. Проведённые исследования показали, что увеличение тока и адмитанса антенны вблизи резонансов (или уменьшение входного импеданса) связано с увеличением погонной ёмкости отрезка двухпроводной линии, с помощью которого моделировалась антенна. Из сравнения численных расчётов, выполненных на основе точного решения и в приближении длинных линий, наблюдалось совпадение положений максимумов частотной зависимости мнимой части входного импеданса антенны. Результаты данной работы могут найти применение при проектировании антенных устройств СВЧ диапазона.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (гранты № 03-02-06876, 02-02-17475).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Докучаев В. П., Яшнов В. А. // Радиотехника и электроника. 1996. Т. 41, № 7. С. 792.
2. Докучаев В. П., Шорохова Е. А., Яшнов В. А. // IV Международная научно-техническая конф. «Радиолокация, навигация и связь». Воронеж, 1998. С. 1749.
3. Докучаев В. П., Яшнов В. А. // Радиотехника. 2000. № 4. С. 28.
4. Docuchaev V. P., Shorochova E. A., Yashnov V. A. // Proc. XXVIII Moscow Int. Conf. on Antenna Theory and Technology, Moscow, Russia, 1998. P. 197.

5. Шорохова Е. А., Яшнов В. А. // Журн. Радиоэлектроники. 2000. № 12. <http://jre.cplire.ru/koi/dec00/2/text.html>.
6. Шорохова Е. А., Яшнов В. А. // Изв. вузов. Радиофизика. 2001. Т. 44, № 7. С. 577.
7. Левин М. Л. // Учёные записки ГГУ. Горький, 1950. Вып. 16. С. 233.
8. Умнов А. Л. Исследование тонких металлических антенн в плазменных оболочках: Дисс. ... канд. физ.-мат. наук. Нижний Новгород, 1996.

ФГУП Научно-исследовательский институт измерительных систем, г. Нижний Новгород, Россия

Поступила в редакцию
16 октября 2002 г.

CHARACTERISTICS OF AN ELECTRIC DIPOLE IN A PLANE WAVEGUIDE WITH AN INHOMOGENEOUS FILLING IN THE LONG-LINE APPROXIMATION

E. A. Shorokhova

Within the framework of the long-line approximation, we obtain the expressions for the current distribution, input impedance, and admittance of a nonsymmetric thin electric dipole whose ends are connected to perfectly conducting walls of a plane waveguide filled by an inhomogeneous dielectric. The use of this approximation allows one to qualitatively interpret the results of rigorous solution of the problem of the effect of the medium inhomogeneity on the radiation characteristics of the antenna.

УДК 621.327.8.001.24

АСИМПТОТИЧЕСКИЕ ВЫРАЖЕНИЯ ДЛЯ СОБСТВЕННЫХ ЧИСЕЛ ГИБРИДНЫХ МОД В ВОЛОКОННЫХ СВЕТОВОДАХ СО СТУПЕНЧАТЫМ ПРОФИЛЕМ ПОКАЗАТЕЛЯ ПРЕЛОМЛЕНИЯ

Д. В. Кизеветтер

Аппроксимацией отношения цилиндрических функций в характеристическом уравнении получены асимптотические выражения для собственных чисел гибридных мод, позволяющие учесть изменение любого параметра световода, а также рассчитать разность собственных чисел мод, принадлежащих одной модовой группе.

Асимптотические выражения для собственных чисел волноводных мод позволяют существенно уменьшить затраты времени на решение различных задач волоконной оптики, получить аналитические выражения для групповой и фазовой скоростей мод, дисперсии импульсов и других параметров.

Рассмотрим задачу определения собственных чисел характеристического уравнения для гибридных мод диэлектрического цилиндрического световода с бесконечной оболочкой и ступенчатым профилем показателя преломления. Из условий непрерывности тангенциальных составляющих электрического и магнитного полей на границе раздела сред следует [1, 2]

$$\left(\frac{1}{w} \frac{K_l'(w)}{K_l(w)} + \frac{1}{u} \frac{J_l'(u)}{J_l(u)} \right) \left(\frac{n_2^2}{w} \frac{K_l'(w)}{K_l(w)} + \frac{n_1^2}{u} \frac{J_l'(u)}{J_l(u)} \right) = \left(\frac{V^2}{u^2 w^2} \right)^2 \frac{l^2 \beta^2}{k_0^2}, \quad (1)$$

где $J_l(u)$, $K_l(w)$, $J_l'(u)$ и $K_l'(w)$ — функции Бесселя первого рода, модифицированные функции Ханкеля и их производные по аргументам u , w соответственно, l — азимутальный индекс моды, $k_0 = 2\pi/\lambda$ — волновое число в вакууме, n_1 и n_2 — показатели преломления сердцевины и оболочки световода. Величины u и w связаны с осевой постоянной распространения β и приведённой частотой V соотношениями

$$u = a(n_1^2 k_0^2 - \beta^2)^{1/2}, \quad w = a(\beta^2 - n_2^2 k_0^2)^{1/2}, \quad V = ak_0(n_1^2 - n_2^2)^{1/2},$$

где a — радиус сердцевины световода. Приближённые решения характеристического уравнения (1), полученные при малой разности Δn показателей преломления сердцевины и оболочки, приводятся во многих работах (см., например, [3–7]). Положив правую часть уравнения (1) равной нулю, можно формально представить (1) в виде двух независимых уравнений (так называемое приближение слабонаправляемых мод [2, 6]):

$$\frac{1}{w} \frac{K_l'(w)}{K_l(w)} + \frac{1}{u} \frac{J_l'(u)}{J_l(u)} = 0, \quad (2)$$

$$\frac{n_2^2}{w} \frac{K_l'(w)}{K_l(w)} + \frac{n_1^2}{u} \frac{J_l'(u)}{J_l(u)} = 0. \quad (3)$$

Отметим, что решение уравнений (2), (3), как и уравнения (1), возможно лишь численными методами, поэтому указанные уравнения сложно использовать на практике.

Для получения аналитических решений характеристического уравнения представим (1) в виде

$$F_1(u)F_2(u) = F_3(u), \quad (4)$$

где

$$F_1(u) = \frac{J'_l(u)}{J_l(u)} + \frac{u}{w} \frac{K'_l(w)}{K_l(w)}, \quad (5)$$

$$F_2(u) = n_1^2 \frac{J'_l(u)}{J_l(u)} + n_2^2 \frac{u}{w} \frac{K'_l(w)}{K_l(w)}, \quad (6)$$

$$F_3(u) = \frac{V^4}{w^4 u^2} \frac{l^2 \beta^2}{k_0^2}. \quad (7)$$

Обозначим s -тые корни соответствующих уравнений как p_{ls} , q_{ls} , η_{ls} и ξ_{ls} :

$$F_1(p_{ls}) = 0, \quad (8)$$

$$F_2(q_{ls}) = 0, \quad (9)$$

$$J_l(\eta_{ls}) = 0, \quad (10)$$

$$J'_l(\xi_{ls}) = 0. \quad (11)$$

В интервалах $\eta_{s-1} < u < \eta_s$ уравнение (1) имеет два решения: $u_{ls}^{(1)}$ и $u_{ls}^{(2)}$, исключая интервал $0 < u < \eta_1$, где существует единственное решение $u_{ls}^{(2)}$. Традиционно решения $u_{ls}^{(2)}$ обозначают как собственные числа HE $_{ls}$ -моды, а $u_{ls}^{(1)}$ — как собственные числа EH $_{ls-1}$ -моды. В качестве примера на рис. 1а приведены зависимости $F_1(u)$ и $F_2(u)$ (кривые 1, 2) и $uK'_l(w)/[wK_l(w)]$, $n_2^2 u K'_l(w)/[wK_l(w)]$ (кривые 3, 4) на интервале $40 \leq u \leq 50$.

Уравнение (1) можно также представить в виде

$$\mathfrak{S}_1(u)\mathfrak{S}_2(u) = \mathfrak{S}_3(u), \quad (12)$$

где $\mathfrak{S}_1(u) = F_1(u)$, $\mathfrak{S}_2(u) = F_2(u)/n_1^2$, $\mathfrak{S}_3 = F_3(u)/n_1^2$. Тогда аналогично [8] графики зависимостей \mathfrak{S}_1 и \mathfrak{S}_2 будут почти совпадать, а сами функции \mathfrak{S}_1 и \mathfrak{S}_2 иметь близкие значения. На рис. 1б приведено графическое решение уравнения (4) при $l = 1$, $V = 100$. Кривая 1 соответствует произведению $F_1(u)F_2(u)$, кривая 2 — функции $F_3(u)$. При $u \gg 1$, $w \gg 1$ можно полагать $F_3 \ll 1$, $|uK'_l(w)|/|wK_l(w)| \ll 1$, тогда решение уравнения (1) следует искать вблизи точек ξ_{ls} . Для больших индексов s решения уравнения (11) практически совпадают с решениями асимптотических уравнений [3, 4], но при больших азимутальных индексах l и малых s отличия становятся существенными.

Следуя работам [8, 9], представим функции $F_1(u)$, $F_2(u)$ и $F_3(u)$ в виде ряда Тейлора в окрестности точек ξ_{ls} , производя дифференцирование при $V = \text{const}$:

$$F_i(u) = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{m!} \left. \frac{\partial^m}{\partial u^m} F_i(u) \right|_{\substack{V=\text{const} \\ u=\xi_{ls}}} (u - \xi_{ls})^m,$$

где $i = 1, 2, 3$. В малой окрестности точки ξ_{ls} ($|u - \xi_{ls}| \ll 1$) можно ограничиться линейным приближением, тогда

$$F_1(u) = a_0 + a_1 (u - \xi_{ls}), \quad (13)$$

$$F_2(u) = b_0 + b_1 (u - \xi_{ls}), \quad (14)$$

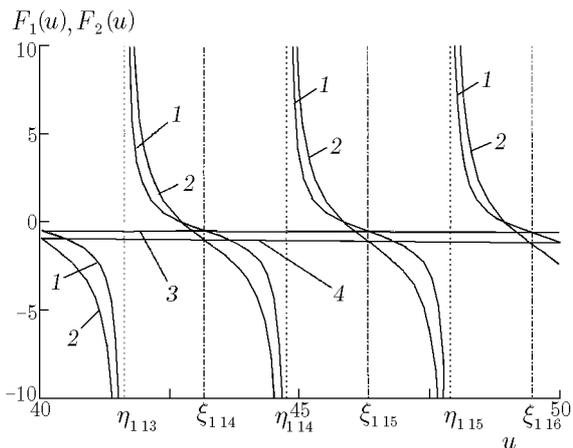


Рис. 1а. Зависимости $F_1(u)$ и $F_2(u)$ при $V = 100$, $l = 1$, $n_1 = 1,45$, числовой апертуре $n_a = (n_1^2 - n_2^2)^{1/2} = 0,1$

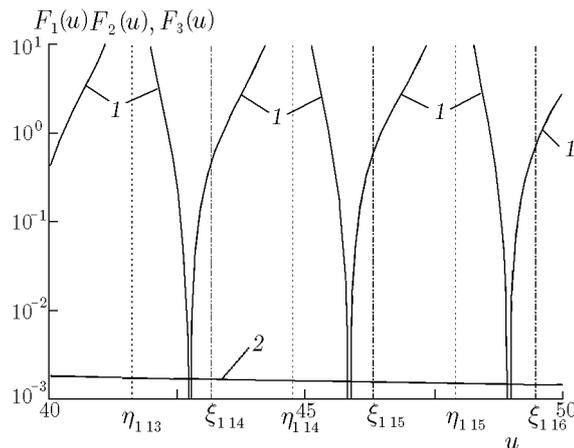


Рис. 1б. Графическое решение характеристического уравнения $F_1(u)F_2(u) = F_3(u)$

$$F_3(u) = c_0 + c_1(u - \xi_{ls}). \tag{15}$$

Коэффициенты $a_0, b_0, c_0, a_1, b_1, c_1$ вычисляются по формулам

$$a_0 = F_1(\xi_{ls}), \quad b_0 = F_2(\xi_{ls}), \quad c_0 = F_3(\xi_{ls}); \tag{16}$$

$$a_1 = \left. \frac{\partial}{\partial u} F_1(u) \right|_{u=\xi_{ls}}, \quad b_1 = \left. \frac{\partial}{\partial u} F_2(u) \right|_{u=\xi_{ls}}, \quad c_1 = \left. \frac{\partial}{\partial u} F_3(u) \right|_{u=\xi_{ls}}. \tag{17}$$

Используя выражения (5)–(7), с учётом (11) выражения (16) можно преобразовать к виду

$$a_0 = \frac{\xi_{ls}}{\zeta_{ls}} \frac{K'_l(\zeta_{ls})}{K_l(\zeta_{ls})}, \quad b_0 = n_2^2 \frac{\xi_{ls}}{\zeta_{ls}} \frac{K'_l(\zeta_{ls})}{K_l(\zeta_{ls})}, \quad c_0 = \frac{V^4}{\xi_{ls}^2 \zeta_{ls}^4} \frac{l^2 \mu_{ls}^2}{k_0^2},$$

где $\zeta_{ls} = (V^2 - \xi_{ls}^2)^{1/2}$, $\mu_{ls} = (n_1^2 k_0^2 - \xi_{ls}^2/a^2)^{1/2}$. Дифференцируя $F_1(u)$ и $F_2(u)$, пренебрегая слагаемыми высшего порядка малости и полагая $w \gg 1$, в точках ξ_{ls} получаем

$$a_1 = \frac{J''_l(\xi_{ls})}{J_l(\xi_{ls})} + \frac{K'_l(\zeta_{ls})}{K_l(\zeta_{ls})} \frac{1}{\zeta_{ls}} + \frac{\xi_{ls}^2}{\zeta_{ls}^3} \frac{K'_l(\zeta_{ls})}{K_l(\zeta_{ls})},$$

$$b_1 = n_1^2 \frac{J''_l(\xi_{ls})}{J_l(\xi_{ls})} + n_2^2 \frac{K'_l(\zeta_{ls})}{K_l(\zeta_{ls})} \frac{1}{\zeta_{ls}} + n_2^2 \frac{\xi_{ls}^2}{\zeta_{ls}} \frac{K'_l(\zeta_{ls})}{K_l(\zeta_{ls})}.$$

Представим вторую производную функции Бесселя в виде

$$J''_l(u) = (l^2/u^2 - 1) J_l(u) - J'_l(u)/u.$$

В частности, в точках ξ_{ls} , для которых выполняется условие (11), можно записать

$$J''_l(\xi_{ls})/J_l(\xi_{ls}) = l^2/\xi_{ls}^2 - 1.$$

При $w \gg 1$ имеет место соотношение [9, 10]

$$K'_l(w)/K_l(w) \approx -[1 - 1/(2w)]. \tag{18}$$

Относительная точность приближения (18) при $l = 1$, $w > 5,5$ лучше 10^{-2} , при $w > 19$ — лучше 10^{-3} . Для волноводных мод с большим азимутальным индексом следует ввести дополнительное ограничение $w \gg l$. Так, например, для $l = 10$ относительная точность 10^{-1} приближения (18) достигается лишь при $w > 20$. При необходимости (например, при $l \approx w$) можно использовать уточнённую аппроксимацию в виде

$$\frac{K'_l(w)}{K_l(w)} \approx - \left(1 - \frac{1}{2w} \right) - \frac{4l^2 - 1}{8w^2}.$$

С учётом (18) коэффициенты a_1 , b_1 могут быть определены без вычисления цилиндрических функций. Исключая диапазон собственных чисел вблизи отсечки ($w < 1$), получаем

$$a_1 = \frac{l^2}{\xi_{ls}^2} - 1 - \frac{1}{\zeta_{ls}} \left(1 - \frac{1}{2\zeta_{ls}} \right) - \frac{\xi_{ls}^2}{\zeta_{ls}^3} \left(1 - \frac{1}{2\zeta_{ls}} \right), \tag{19}$$

$$b_1 = n_1^2 \frac{l^2}{\xi_{ls}^2} - n_1^2 - \frac{n_2^2}{\zeta_{ls}} \left(1 - \frac{1}{2\zeta_{ls}} \right) - \frac{n_2^2 \xi_{ls}^2}{\zeta_{ls}^3} \left(1 - \frac{1}{2\zeta_{ls}} \right), \tag{20}$$

$$a_0 = -\frac{\xi_{ls}}{\zeta_{ls}} \left(1 - \frac{1}{2\zeta_{ls}} \right), \tag{21}$$

$$b_0 = n_2^2 a_0. \tag{22}$$

При $\xi_{ls} \gg 1$ из выражений (19)–(22) следует

$$a_0 = -\xi_{ls}/\zeta_{ls}, \quad b_0 = -n_2^2 \xi_{ls}/\zeta_{ls}, \tag{23}$$

$$a_1 = \frac{l^2}{\xi_{ls}^2} - 1, \quad b_1 = n_1^2 \frac{l^2}{\xi_{ls}^2} - n_1^2, \tag{24}$$

а при $\xi_{ls} \gg 1$ и $\zeta_{ls} \gg l$ получаем

$$a_1 = -1, \quad b_1 = -n_1^2. \tag{25}$$

Определение коэффициента c_1 требует специального рассмотрения. Для этого проанализируем зависимость $F_3(u)$. Примеры графиков $F_3(u)$ для различных значений V приведены на рис. 2. Очевидно, что для случая $V \gg 1$, $u \gg l$ практически во всём диапазоне u выполняется неравенство $|F_3(u)| \ll 1$. Функция $F_3(u)$ порядка или больше единицы только вблизи точек $u = 0$, $u = V$. Вычислим производную $\partial F_3(u)/\partial u$ при $V = \text{const}$. Учитывая, что

$$\left. \frac{\partial \beta}{\partial u} \right|_{V=\text{const}} = -\frac{u}{\beta a^2}, \quad \left. \frac{\partial w}{\partial u} \right|_{V=\text{const}} = -\frac{u}{w},$$

получаем

$$\left. \frac{\partial}{\partial u} F_3(u) \right|_{V=\text{const}} = \frac{V^4 l^2}{k_0^2} \frac{2}{uw^4} \left(-\frac{\beta^2}{u^2} + \frac{2\beta^2}{w^2} - \frac{2}{a^2} \right). \tag{26}$$

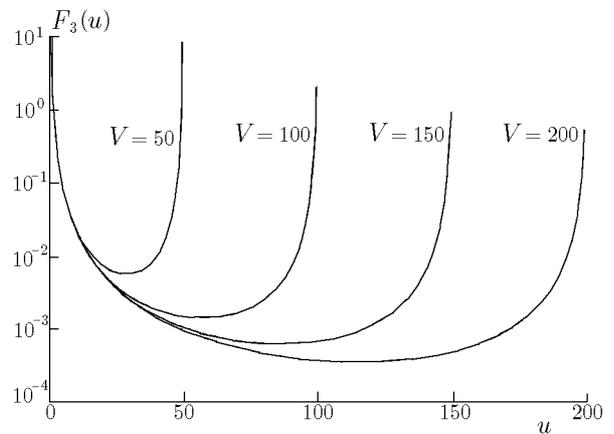


Рис. 2. Зависимость $F_3(u)$ для различных значений V при $n_1 = 1,45$, $n_a = 0,1$, $l = 1$

Минимальное значение $F_3(u)$ достигается в точке

$$u_m = \left(ak_0/\sqrt{2} \right) \left(-n_a^2 - 3n_1^2 + \sqrt{n_a^4 + 10n_1^2 n_a^2 + 9n_1^4} \right)^{1/2},$$

где $n_a = (n_1^2 - n_2^2)^{1/2}$ — числовая апертура волоконного световода. При расчёте собственных чисел коэффициентом c_1 можно пренебречь, если модуль производной функции $F_3(u)$ в точке ξ_{ls} существенно меньше единицы. Из (26) следует, что указанное условие выполняется при $w \gg \gg (2n_2l)^{1/3} V^{1/2}$, что эквивалентно соотношению $V - \xi_{ls} \gg (n_2^2 l^2 / 2)^{1/3}$, и заведомо выполняется при $V - \xi_{ls} \gg l$. Следовательно, исключая собственные числа, лежащие вблизи отсечки, можно полагать $|c_1| \ll 1$ практически для всех корней ξ_{ls} и, соответственно, пренебрегать величиной c_1 .

Подставив выражения (13)–(15) в (1) и разрешая последнее относительно u , получаем

$$u_{ls}^{(1)} = \xi_{ls} + \chi_{ls}^{(1)}, \quad u_{ls}^{(2)} = \xi_{ls} + \chi_{ls}^{(2)}, \tag{27}$$

где

$$\chi_{ls}^{(1)} = \frac{c_1 - a_0 - a_1 b_0 - [(a_0 b_1 + a_1 b_0 - c_1)^2 - 4a_1 b_1 (a_0 b_0 - c_0)]^{1/2}}{2a_1 b_1},$$

$$\chi_{ls}^{(2)} = \frac{c_1 - a_0 - a_1 b_0 + [(a_0 b_1 + a_1 b_0 - c_1)^2 - 4a_1 b_1 (a_0 b_0 - c_0)]^{1/2}}{2a_1 b_1}.$$

В простейшем случае использование (23), (25) при $c_1 = 0$ даёт

$$u_{ls}^{(1)} = \xi_{ls} - \frac{\xi_{ls}}{\zeta_{ls}} \frac{(n_1^2 + n_2^2) + [(n_1^2 + n_2^2)^2 - 4n_1^2 (n_2^2 - c_0)]^{1/2}}{2n_1^2},$$

$$u_{ls}^{(2)} = \xi_{ls} - \frac{\xi_{ls}}{\zeta_{ls}} \frac{(n_1^2 + n_2^2) - [(n_1^2 + n_2^2)^2 - 4n_1^2 (n_2^2 - c_0)]^{1/2}}{2n_1^2}. \tag{28}$$

Было проведено сравнение собственных чисел, рассчитанных по асимптотическим формулам (27) с использованием выражений (19)–(22), формулы (28) и точных значений, полученных численным решением уравнения (1). Модуль абсолютной ошибки e_R для первых 30-ти корней при $V = 100$ представлен на рис. 3а в виде дискретной графической зависимости. Из полученной оценки следует, что ошибка вычисления собственных чисел по рассмотренным асимптотическим формулам увеличивается по мере роста радиального индекса моды s . Хотя относительная точность e_R/ξ_{ls} довольно высока во всём диапазоне собственных чисел, абсолютная ошибка $e_R \approx 1$ при $\xi_{ls} \approx V$ во многих случаях неприемлема.

Для расширения возможностей применения асимптотических формул и уменьшения ошибки вычисления собственных чисел предложена следующая аппроксимация:

$$\frac{J_l'(u)}{J_l(u)} \approx -\text{tg}(u - \xi_{ls}). \tag{29}$$

Тогда аналогично (27) получаем:

$$u_{ls}^{(1)} = \xi_{ls} + \arctg \frac{b_s - d_s}{2}, \quad u_{ls}^{(2)} = \xi_{ls} + \arctg \frac{b_s + d_s}{2}, \tag{30}$$

где

$$b_s = \left(\frac{n_2^2}{n_1^2} + 1 \right) \frac{\xi_{ls}}{\zeta_{ls}} \frac{K_l'(\zeta_{ls})}{K_l(\zeta_{ls})}, \tag{31}$$

$$d_s = (b_s^2 - 4c_s)^{1/2}, \quad c_s = \frac{n_2^2}{n_1^2} \frac{\xi_{ls}^2}{\zeta_{ls}^2} \left[\frac{K_l'(\zeta_{ls})}{K_l(\zeta_{ls})} \right]^2 - \frac{V^4}{\xi_{ls}^2 \zeta_{ls}^4} \frac{l^2 \mu_{ls}^2}{n_1^2 k_0^2}. \tag{32}$$

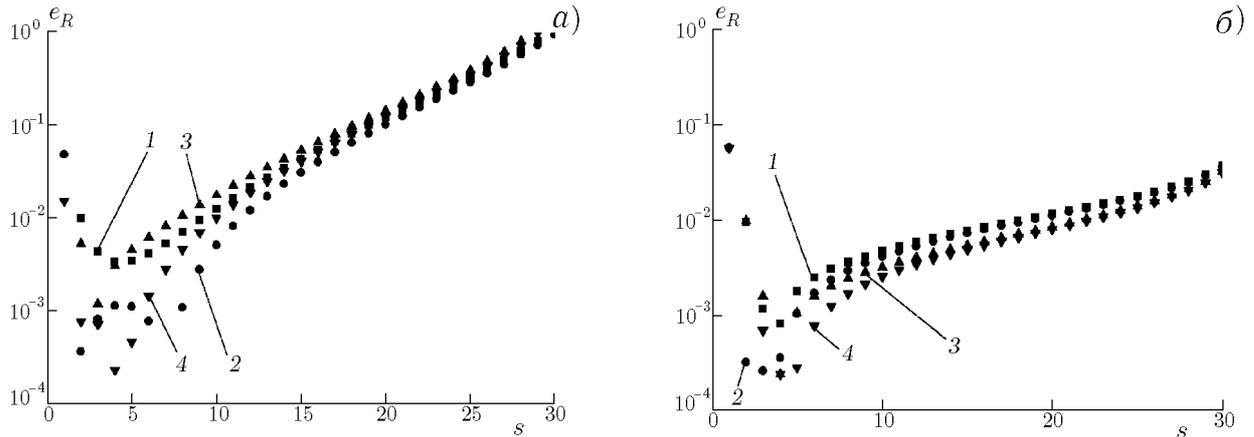


Рис. 3. Зависимость модуля ошибки вычисления собственных чисел e_R характеристического уравнения от номера корня s для световода с $V = 100$, $n_1 = 1,45$, $n_a = 0,1$ при $l = 1$. Рис. 3а соответствует линейным приближениям: дискретные зависимости 1 и 2 построены с использованием выражений (19)–(22), зависимости 3 и 4 — выражений (23), (25). Рис. 3б соответствует аппроксимации отношения бesselевых функций тангенсом (29): зависимости 1 и 2 построены с использованием соотношений (31) и (32), зависимости 3 и 4 — на основе соотношений (33). Зависимости 1 и 3 соответствуют $EH_{l,s-1}$ -модам, зависимости 2 и 4 — $HE_{l,s}$ -модам

В частности, аналогично (25) можно получить:

$$b_s = - \left(\frac{n_2^2}{n_1^2} + 1 \right) \frac{\xi_{ls}}{\zeta_{ls}}, \quad d_s = (b_s^2 - 4c_s)^{1/2}, \quad c_s = \frac{n_2^2}{n_1^2} \frac{\xi_{ls}^2}{\zeta_{ls}^2} - \frac{V^4}{\xi_{ls}^2 \zeta_{ls}^4} \frac{l^2 \mu_{ls}^2}{n_1^2 k_0^2}. \quad (33)$$

Модуль абсолютной ошибки e_R при использовании асимптотической формулы (29) и приближений (31)–(33) приведён на рис. 3б. Из сопоставления рис. 3а и б следует, что точность формулы (30) всегда выше, чем (27).

Для каждого собственного числа ξ_{ls} при увеличении V точность всех рассмотренных асимптотических формул возрастает. В диапазоне $\xi_{ls} \gg \zeta_{ls}$, т. е. для волноводных мод низкого порядка, при $V \gg 1$ точность определения собственных чисел численным решением хорошо известных асимптотических уравнений (2), (3) значительно ниже точности полученных асимптотических формул, а разность расчётных собственных чисел $\Delta u_{ls} = u_{ls}^{(2)} - u_{ls}^{(1)}$, а значит, и разность постоянных распространения в одной модовой группе меньше истинного значения на 2–3 порядка. Точность определения Δu_{ls} с использованием аналитических выражений (27), (30) в указанном диапазоне составляет от 1 до 10%. Для $\xi_{ls} < \zeta_{ls}$, т. е. для высших волноводных мод, численные решения уравнений (2), (3) позволяют получить точность, соизмеримую с точностью формул (30)–(32), а в некоторых случаях даже превосходящую её. Однако и в этом случае расчётные разности собственных чисел Δu_{ls} и соответствующих постоянных распространения отличаются от реальных величин более чем на порядок, а аналитическая формула (30) даёт правильные оценочные значения.

Выбор той или иной формулы для вычисления собственных чисел зависит от поставленной задачи. Так, например, для определения дисперсии импульсов, поляризационных характеристик, численного моделирования поля выходящего из световода излучения [11] наиболее важна разность постоянных распространения. В этих случаях можно использовать приближения (30), (33), а величину ξ_{ls} определять по формуле

$$\xi_{ls} = \pi (s - 1 + l/2 + 1/4). \quad (34)$$

Так, например, для $V = 100$, $l = 1$, $s = 2$ истинное значение $\Delta u_{12} \approx 3,81 \cdot 10^{-1}$, формула (28) даёт $\Delta u_{12} = 3,9 \cdot 10^{-1}$, формулы (30)–(32) — $\Delta u_{12} = 3,71 \cdot 10^{-1}$, формула (34) — $\Delta u_{12} = 3,6 \cdot 10^{-1}$, а численное решение уравнений (2), (3) даёт $\Delta u_{12} = 2,5 \cdot 10^{-4}$. Для $l = 1$, $s = 10$ истинная разность собственных чисел $\Delta u_{110} \approx 6,47 \cdot 10^{-2}$, формула (28) даёт $\Delta u_{110} = 7,19 \cdot 10^{-2}$, формулы (30)–(32) — $\Delta u_{110} = 6,53 \cdot 10^{-2}$, формула (34) — $\Delta u_{110} = 6,53 \cdot 10^{-2}$, численное решение уравнений (2), (3) — $\Delta u_{110} = 1,35 \cdot 10^{-3}$; для $l = 1$, $s = 20$ истинное значение $\Delta u_{120} \approx 3,19 \cdot 10^{-2}$, формула (28) даёт $\Delta u_{120} = 5,13 \cdot 10^{-2}$, формулы (30)–(32) — $\Delta u_{120} = 3,22 \cdot 10^{-2}$, формула (34) — $\Delta u_{120} = 3,23 \cdot 10^{-2}$, численное решение уравнений (2), (3) — $\Delta u_{120} = 2,27 \cdot 10^{-3}$.

Представленные в работе соотношения позволяют получить аналитические зависимости для основных модовых характеристик волоконных световодов со ступенчатым профилем показателя преломления и существенно расширяют возможности применения асимптотических формул для решения задач волоконной оптики.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Snitzer E. // Opt. Soc. Am. 1961. V. 51, No. 5. P. 491.
2. Содха М. С., Гхатак А. К. Неоднородные оптические волноводы. М.: Связь, 1980.
3. Biernson G., Kinsley D. J. // IEEE MTT. 1965. V. 13. P. 345.
4. Snayder A. W. // IEEE MTT. 1969. V. 17. P. 1130.
5. Унгер Х.-Г. Планарные и волоконные оптические волноводы. М.: Мир, 1980.
6. Gloge D. // Appl. Opt. 1971. V. 10, No. 10. P. 2252.
7. Снайдер А., Лав Д. Теория оптических волноводов. М.: Радио и связь, 1987. 656 с.
8. Кизеветтер Д. В., Малюгин В. И. // Изв. вузов. Радиофизика. 1985. Т. 28, № 1. С. 128.
9. Семёнов Н. А. Оптические кабели связи. Теория и расчёт. М.: Радио и связь, 1981. 152 с.
10. Ватсон В. Теория бесселевых функций. М.: Изд-во иностр. лит., 1949. 798 с.
11. Kiesewetter D. // Proc. of SPAS. 2002. V. 6. 6 th Int. Workshop on New Approaches to High-Tech: Nondestructive Testing and Computer Simulations in Science and Engineering, St. Petersburg. P. D20.

Санкт-Петербургский государственный технический
университет, г. Санкт-Петербург, Россия

Поступила в редакцию
11 ноября 2002 г.

ASYMPTOTIC FORMULAS FOR THE EIGENVALUES OF HYBRID MODES IN OPTICAL FIBERS WITH STEP-LIKE PROFILES OF THE REFRACTIVE INDEX

D. V. Kiesewetter

Based on the approximations for the cylindrical-function ratios in the characteristic equation, we obtain asymptotic formulas for the eigenvalues of hybrid modes. The obtained expressions allow one to take into account variations in any waveguide parameter and to calculate the difference of the eigenvalues of modes belonging to the same mode group.

УДК 532.685

МАССОПЕРЕНОС ЖИДКОЙ ФАЗЫ В ЧАСТИЧНО НАСЫЩЕННОЙ ПОРИСТОЙ СРЕДЕ ПОД ДЕЙСТВИЕМ НИЗКОЧАСТОТНЫХ УПРУГИХ КОЛЕБАНИЙ

А. А. Абрашкин, В. С. Авербах, С. Н. Власов

Рассмотрена модель частично насыщенной пористой среды, представляющей собой систему одинаковых параллельных цилиндрических капилляров, которые равномерно заполнены одинаковыми капельками. Жидкость предполагается смачивающей. Для случая внешней компрессии проанализированы основные особенности дрейфа жидкой фазы и сопутствующие этому эффекты затухания звука и слияния капель.

ВВЕДЕНИЕ

Акустическое воздействие на призабойную зону нефтесодержащего пласта — один из способов увеличения продуктивности нефтяных скважин. Эффективность такого воздействия, однако, существенным образом зависит от частотного диапазона излучения. Низкочастотные волны затухают слабее, поэтому именно их выгоднее использовать для облучения пласта. Известен ряд натуральных экспериментов, где вибровоздействие низкочастотных излучателей на нефтяной коллектор приводило к росту выхода нефти [1, 2]. Один из них был проведён сотрудниками Института прикладной физики РАН в 1998–1999 гг. на группе скважин Самотлорского месторождения [3, 4]. Положительная реакция воздействия проявилась в 38 добывающих скважинах из 94 (40 % обследованных скважин) в радиусе 4 км. В указанных скважинах обводнённость снизилась по сравнению с базовой на 1,1 %, а в 15-ти скважинах — более чем на 3 %. В результате воздействия низкочастотного излучения на группу скважин в декабре 1999 г. дополнительная добыча нефти составила 1 086 т.

С теоретической точки зрения эти результаты выглядят достаточно неожиданными. Удивляет не только масштаб зоны проявления эффекта. Неясным, в первую очередь, представляется сам механизм (или механизмы), вызывающий данный эффект. К настоящему времени детально изучены механизмы ультразвукового воздействия на пористую среду, приводящие к росту проницаемости пласта (акустические течения, уменьшение динамической вязкости, волны Био — подробнее см. [5–15]). Все они так или иначе связаны с тем обстоятельством, что для ультразвуковых частот поперечный размер отдельной поры больше или порядка толщины скин-слоя на границе твёрдое тело—жидкость. В силу этого достаточно интенсивный звук может эффективно влиять на движение жидкой фазы. В случае низкочастотных колебаний справедлива обратная ситуация: характерный масштаб скин-слоя много больше поперечного размера капилляров. Вследствие этого воздействие низкочастотного излучения на пласт сводится к вибрации объёма пласта как целого. Для полностью или сильно насыщенной среды такого рода воздействие, очевидно, не может вызвать движение жидкой фазы. В связи с этим многие исследователи скептически относятся к идее низкочастотного акустического воздействия на нефтяной пласт. В. Н. Николаевским была высказана гипотеза, что низкочастотное акустическое излучение на некоторых резонансных (доминантных) частотах может эффективно порождать ультразвуковые колебания в среде [16, 17], но её разделяет крайне ограниченное число исследователей.

В действительности пористая среда, как правило, является частично насыщенной. Это означает, что внутри некоторых капилляров жидкая фаза сосредоточена в отдельных капельках, а они при определённых условиях могут двигаться под действием вибрации аналогично смещению столбика ртути в термометре при встряхивании. Эффект движения одиночных капель в капилляре под действием вибрации был проанализирован в [18]. Природа эффекта заключается в существовании гистерезиса краевого угла для движущегося мениска: зависимость угла от модуля скорости имеет неоднозначный (гистерезисный) характер. В силу этого капиллярные силы, действующие на наступающий и отступающий мениски капли, будут неодинаковы. Поэтому если акустическое поле действует совместно со статической внешней силой (это может быть сила, обусловленная градиентом давления, или сила тяжести), то капля начнёт двигаться в направлении статической силы. Акустическое воздействие, таким образом, снижает трение покоя. Это можно проиллюстрировать с помощью следующей аналогии: слабая вибрация не может удалить опилки с поверхности горизонтальной пластины; не может удалить их при отсутствии вибрации и небольшой наклон пластины; однако сочетание слабой вибрации и небольшого наклона способно очистить поверхность за счёт кажущегося уменьшения коэффициента трения.

В настоящей работе рассмотрена модель частично насыщенной пористой среды, состоящей из системы одинаковых параллельных цилиндрических капилляров. Капельки, заполняющие их, считаются одинаковыми и равномерно распределёнными по объёму капилляра. Для случая внешней компрессии проанализированы основные особенности дрейфа жидкой фазы и сопутствующие этому эффекты затухания звука и слияния капель.

1. МОДЕЛЬ ПОРИСТОЙ СРЕДЫ, РАВНОМЕРНО ЗАПОЛНЕННОЙ ОДИНАКОВЫМИ КАПЛЯМИ

В качестве модели пористой среды рассмотрим систему одинаковых по размеру цилиндрических капилляров, находящихся внутри твердотельной матрицы. Для простоты считаем, что все капилляры ориентированы в одном и том же (горизонтальном) направлении. Положим также, что капилляры равномерно заполнены одинаковыми каплями, которые расположены достаточно далеко друг от друга, так что влиянием отдельной капли на движение соседних капель можно пренебречь. Жидкость считается смачивающей стенки капилляров. Таким образом, будет изучаться идеализированная модель частично насыщенной пористой среды, жидкая фаза внутри которой представляет собой ансамбль равномерно распределённых по объёму среды одинаковых не взаимодействующих капель.

Относительно распределения статического давления в среде предположим, что оно зависит лишь от горизонтальной координаты, т. е. изменяется только вдоль оси капилляров, и имеет постоянный градиент. На каждую капельку в этом случае действует одинаковая статическая сила. По величине она, однако, не превышает силу трения покоя, действующую на каждую из капель, и потому в целом вся система изначально (т. е. без акустического воздействия) находится в состоянии покоя. Ниже будет показано, что в результате низкочастотного акустического воздействия на такую среду отдельные капли начнут двигаться в направлении силы, обусловленной статическим градиентом давления, так что в целом будет наблюдаться систематический усреднённый дрейф жидкой фазы внутри пористой среды.

При сделанных предположениях для нахождения массопереноса жидкости через некоторое поперечное сечение матрицы (поперёк капилляров) достаточно рассмотреть движение одной капельки, поскольку все они одинаковы и находятся в одинаковых внешних условиях. Общий поток массы можно определить путём перемножения массопереноса, осуществляемого одиночной

капель, и насыщенности s , равной отношению суммарного объёма капель к общему объёму капилляров.

Рассмотрим распространение низкочастотной акустической волны в матрице, содержащей ансамбль однородно распределённых одинаковых капель. Частоту волны предполагаем такой, что толщина пограничного слоя в жидкости существенно превышает радиус пор (капилляров). Уравнение акустической волны в этом случае имеет вид

$$\bar{\rho} \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = \frac{\partial \sigma_{ik}}{\partial x_k} + \Phi_i, \quad (1)$$

где u_i — компонента смещения элемента твердотельной матрицы вдоль i -й оси декартовой системы координат, σ_{ik} — тензор напряжений, t — время, x_k — декартовы координаты, Φ_i — i -ая компонента силы трения, действующая на стенки капилляров со стороны движущихся капель, $\bar{\rho}$ — средняя плотность матрицы с жидким и газовым заполнением, определяемая как

$$\bar{\rho} = \rho_g f (1 - s) + \rho_{ж} f s + \rho_m (1 - f).$$

Здесь ρ_g , $\rho_{ж}$ и ρ_m — плотности газа, жидкости и твердотельной матрицы соответственно, f — пористость (отношение объёма пор к общему объёму матрицы). В уравнении (1) пренебрегается влиянием собственного течения жидкости на стенки капилляра — градиентом давления и силами вязкости. Капельки при этом подобны твердотельным «бусинкам», которые могут скользить вдоль капилляров.

Компрессия на пористый пласт (статический градиент давления) порождает дополнительные внутренние напряжения внутри твердотельной матрицы. Вследствие этого выражение для тензора напряжений записывается так [19, 20]:

$$\sigma_{ik} = (K - 2\mu/3) u_{\alpha\alpha} \delta_{ij} + 2\mu u_{ij} + \beta_s K P,$$

где K и μ — модули всестороннего сжатия и сдвига среды соответственно, u_{ij} — тензор деформации, $u_{\alpha\alpha}$ — полная деформация, P — давление внутри капилляра, β_s — сжимаемость твёрдой фазы. Давление P зависит от продольной координаты $x_1 = x$, но не зависит от времени, что приведёт к некоторой статической деформации матрицы, однако на нестационарный процесс распространения звука (в силу линейности уравнения) величина P влияние оказывать не будет. В наиболее простом случае очень слабой сжимаемости твердотельной матрицы ($\beta_s \ll 1$) слагаемым с давлением можно вообще пренебречь. В дальнейшем будет рассматриваться именно такая ситуация.

2. ДВИЖЕНИЕ КАПЕЛЬ В ЗАДАННОМ АКУСТИЧЕСКОМ ПОЛЕ

Рассмотрим вначале случай продольной волны (бегущей вдоль оси капилляров x), причём действием жидкой фазы на стенки капилляров пренебрежём. Уравнение (1) при этом запишется в следующей форме:

$$\frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} - c_1^2 \frac{\partial^2 u_1}{\partial x^2} = 0, \quad c_1^2 = \frac{K + 4\mu/3}{\bar{\rho}}, \quad (2)$$

где c_1 — скорость волны. Будем интересоваться эффектами, связанными с распространением плоской гармонической волны $u_1 = U\omega^{-1} \sin(kx + \omega t)$, где $\omega = c_1 k$ — частота колебаний, k — волновое число, U — некоторая постоянная ($U\omega^{-1}$ — амплитуда смещения). Длина акустической волны

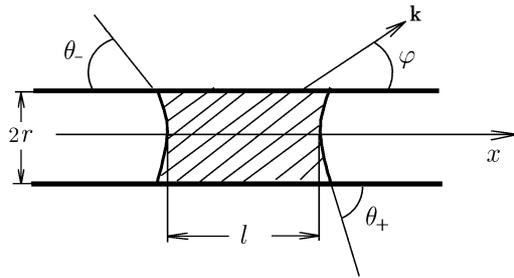


Рис. 1. Капля в капилляре

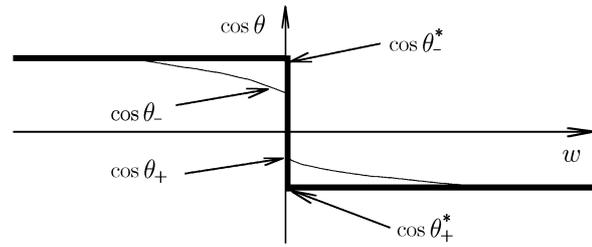


Рис. 2. Кривая гистерезиса контактного угла

порядка десятка метров. Это намного больше характерных масштабов смещения капли, поэтому воздействие волны на данный участок капилляра с координатой x_* сводится к продольной вибрации в соответствии с законом

$$\frac{\partial u_1}{\partial t} = U \cos(kx_* + \omega t).$$

Здесь первое слагаемое в скобках играет роль постоянной фазы. Частицы капли, соприкасающиеся со стенками капилляра, в силу условия прилипания движутся со скоростью $\partial u_1 / \partial t$. Но сама капля (её центр масс), вообще говоря, может перемещаться с другой скоростью v . Уравнение движения центра масс капли имеет вид

$$m \frac{dv}{dt} = F, \tag{3}$$

где m — масса капли, F — сила, обусловленная капиллярными эффектами и внешним давлением. Для определения силы F рассмотрим каплю в цилиндрическом капилляре радиуса r (см. рис. 1). Давления P_+ и P_- в жидкости на концах капли согласно формуле Пуассона равны

$$P_+ = P_+^0 - \frac{2\sigma}{r} \cos \theta_+, \quad P_- = P_-^0 - \frac{2\sigma}{r} \cos \theta_-,$$

где P_+^0 и P_-^0 — внешние давления на концах капли, σ — коэффициент поверхностного натяжения, θ_+ и θ_- — краевые углы. Будем считать, что градиент давления внутри капли $\nabla P = (P_+ - P_-) / l$, где l — длина капли, постоянен. Проинтегрировав по объёму капли V , получим следующее выражение для силы, действующей на каплю:

$$F = \frac{(P_-^0 - P_+^0)V}{l} + \frac{2\sigma V}{lr} (\cos \theta_+ - \cos \theta_-). \tag{4}$$

Эту силу можно представить в виде суммы капиллярной силы [18, 21]

$$F_{\text{кап}} = 2\pi\sigma r (\cos \theta_+ - \cos \theta_-) \tag{5}$$

и силы внешнего давления

$$G = \pi r^2 (P_-^0 - P_+^0). \tag{6}$$

При отсутствии градиента внешнего давления ($P_-^0 = P_+^0$) и вибраций сила F равна нулю. Наличие вибрации, однако, может нарушить это равенство. Дело в том, что если мениск начнёт двигаться относительно стенок капилляра, то краевой угол наступающего и отступающего менисков будет различен (так называемый гистерезис краевого угла). На рис. 2 приведена типичная кривая,

получаемая при экспериментальном исследовании гистерезиса краевого угла наступающего θ_+ и отступающего θ_- менисков [21–23]. Как видно, краевые углы зависят от скорости движения мениска относительно стенки

$$w = v - \partial u_1 / \partial t.$$

Эта зависимость неоднозначна при $w = 0$. В случае $w \neq 0$ краевой угол, однако, однозначно связан со скоростью движения и принимает при некотором значении скорости постоянные значения θ_+^* и θ_-^* (для наступающего и отступающего менисков соответственно). Сила (5) определяется как величиной, так и знаком скорости w . Для простоты будем считать, что краевой угол очень быстро достигает своего предельного значения. При этом сила $F_{\text{кап}}$ постоянна по модулю и лишь меняется по направлению при изменении направления движения менисков относительно стенок капилляра (эта идеализация соответствует Z-характеристике кривой гистерезиса). Таким образом, окончательное выражение для капиллярной силы запишется в виде

$$F_{\text{кап}} = 2\pi\sigma r (\cos\theta_+^* - \cos\theta_-^*) \text{sign } w = 2\pi\sigma\beta r \text{sign } w, \quad (7)$$

где β — некоторое отрицательное число, определяемое свойствами кривой гистерезиса.

Подставляя выражение (7) в уравнение (3), получим

$$m \frac{dw}{dt} = mU\omega \sin(kx_* + \omega t) + 2\pi\sigma r \beta \text{sign } w + G. \quad (8)$$

Введём безразмерные переменные смещения капли и времени по следующим формулам:

$$\eta = \frac{1}{r} \int_0^t w dt', \quad \tau = \omega t.$$

При этом уравнение (8) переписывается так:

$$\frac{d^2\eta}{d\tau^2} = a \sin(\tau + \chi_*) - b \text{sign} \left(\frac{d\eta}{d\tau} \right) + g, \quad (9)$$

где

$$a = \frac{U}{r\omega}, \quad b = \frac{2\pi|\beta|\sigma}{m\omega^2}, \quad g = \frac{G}{mr\omega^2}, \quad \chi_* = kx_*. \quad (10)$$

Параметр a определяет интенсивность вибровоздействия на капилляр, $b > 0$ — капиллярную силу, g — статическую силу. Рассмотрим вначале простейший случай, когда $g = 0$. В этом случае уравнение (10) принимает вид

$$\frac{d^2\eta}{d\tau^2} = a \sin(\tau + \chi_*) - b \text{sign} \left(\frac{d\eta}{d\tau} \right).$$

Последний член в правой части этого выражения представляет, по существу, силу трения покоя. Хотя эта сила действует только тогда, когда капля движется, для того, чтобы капля сдвинулась с места, амплитуда вибрационного воздействия должна превысить b . При достаточно интенсивной вибрации ($a > b$) капля на протяжении одного периода воздействия вначале неподвижна, потом сдвигается в одну сторону, останавливается на некоторое время в крайнем положении, а затем

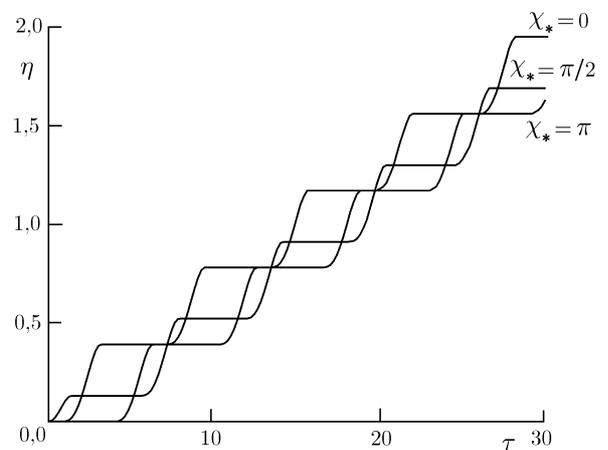


Рис. 3. Зависимость координаты капли от времени при $a = 1,1$; $b = 1$; $g = 0,2$

возвращается к своему исходному положению. В целом, очевидно, вибрация не вызовет систематического смещения капли. Совсем иная картина движения будет наблюдаться, если вдоль оси цилиндра действует некоторая статическая сила g [18]. Для иллюстрации на рис. 3 показано смещение одинаковых капель при различных фазах χ_* акустической волны. Разная фаза приводит к некоторому запаздыванию перемещения капель.

3. НОВЫЕ ЭФФЕКТЫ И УТОЧНЕНИЕ МОДЕЛИ

3.1. Массоперенос поперёк направления распространения волны

В том случае, когда продольная волна распространяется под некоторым углом φ к оси капилляра (см. рис. 1), эффект массопереноса по-прежнему будет наблюдаться, однако вследствие того, что амплитуда смещений стенок капилляра будет меньше, уменьшится и величина эффекта. Значение постоянной a при этом можно выразить через поток мощности распространяющейся волны W следующим образом:

$$a = \sqrt{\frac{2W}{\rho c_l}} \frac{\cos \varphi}{r\omega}.$$

Эффект массопереноса отсутствует, если продольная волна распространяется поперёк оси капилляра.

Иная картина будет наблюдаться при распространении поперечной акустической волны. Частицы твердотельной матрицы и жидкости внутри пор при этом колеблются поперёк направления распространения. При этом при превышении порога по амплитуде смещения этих частиц капли начнут дрейфовать в направлении статической силы, обусловленной градиентом давления. Причём эффект массопереноса будет присутствовать даже в том случае, когда поперечная волна распространяется поперёк системы капилляров. Эта ситуация, по-видимому, может выступать в качестве наиболее эффектной демонстрации явления массопереноса в частично насыщенной пористой среде: жидкая фаза движется поперёк распространяющейся волны. Значение a в этом случае определяется соотношением

$$a = \sqrt{\frac{2W}{\rho c_t}} \frac{\sin \varphi}{r\omega}.$$

В силу того, что $c_l > c_t$, при прочих равных условиях величина a (а значит, и проявление эффекта дрейфа капелек при вибровоздействии) в поперечной волне будет больше.

3.2. Коалесценция капель

Проанализируем, как безразмерные параметры a , b и g зависят от длины капли l . Как видно из (10), величина a не зависит от l , тогда как b обратно пропорционально l . Характер зависимости g от длины капли определяется отношением разности внешних давлений к самой длине (см. (6), (10)). Поскольку мы предполагаем, что градиент давления внутри каждой из капель в среднем постоянен и одинаков для всех капель, то величина g , как и a , не зависит от l . Таким образом, в нашей модели от длины капли зависит только параметр b , определяющий при заданном a начало движения капли. Но это означает, что длинные капли при том же уровне вибровоздействия будут начинать движение раньше, чем более короткие, а останавливаться позже. А поскольку параметр g для всех капель одинаков, то, следовательно, и средняя скорость более длинных капель будет больше.

Пусть теперь внутри капилляра находятся капли разной длины. Ясно, что в этом случае длинная капля может догнать находящуюся впереди более короткую каплю и слиться с ней (влиянием газа в пространстве между каплями пренебрегается). На рис. 4 представлены результаты численного расчёта движения двух капель, отличающихся своей длиной. Более мелкая капля ($b = 1,1$) в начале находилась впереди, но при воздействии акустической волны и соответствующем знаке градиента давления крупная капля догнала её. После слияния капля их суммарная скорость увеличится.

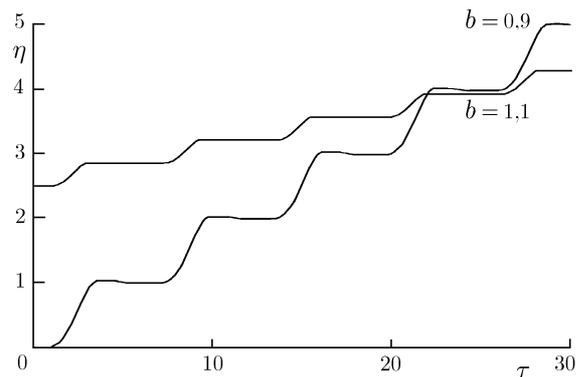


Рис. 4. Иллюстрация возможности слияния капель при $a = 1,2$; $g = 0,2$; $\chi_* = 0$

3.3. Затухание звука

Акустическая волна вызывает движение капель, передавая им часть своей энергии. Рассмотрим теперь вопрос о затухании звуковой волны, инициирующей движение капель в капиллярах. Перепишем уравнение (1) с учётом (2), полагая, что сила Φ_i в нём равна силе $F_{\text{кап}}$ с обратным знаком:

$$\frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} - c_1^2 \frac{\partial^2 u_1}{\partial x^2} = \varepsilon \operatorname{sign} w, \quad (11)$$

где

$$\varepsilon = \frac{2\pi\sigma|\beta|r\rho_{\text{ж}}s}{m\bar{\rho}} = b \frac{\omega^2 r s \rho_{\text{ж}}}{\bar{\rho}}.$$

Для того, чтобы оценить затухание звуковой волны, рассмотрим уравнение

$$\frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} - c_1^2 \frac{\partial^2 u_1}{\partial x^2} = \gamma \frac{\partial u_1}{\partial t},$$

где γ определяется соотношением

$$\gamma = \frac{\varepsilon U}{2\pi^2} \int_0^{2\pi} d\chi_* \int_0^{2\pi} \operatorname{sign}(w) \cos(\tau + \chi_*) d\tau.$$

Фактически, вычисляется усреднённое на длине волны среднее за период затухание основной гармоники звуковой волны. С частотой ω и волновым числом k коэффициент γ связан соотношением

$$\omega^2 - c_1^2 k^2 = i\gamma\omega.$$

На рис. 5 приведён график зависимости безразмерного параметра $\gamma/(\varepsilon U)$ от величины a .

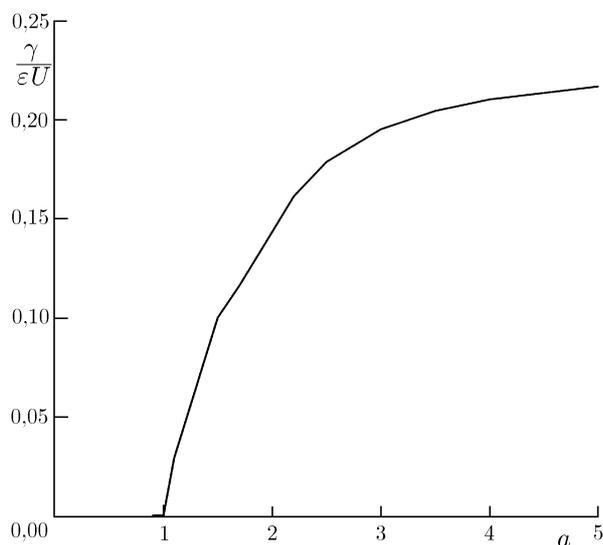


Рис. 5. Зависимость параметра $\gamma/(\varepsilon U)$ от амплитуды волны при $b = 1$

3.4. Квазицилиндрические капилляры

При рассмотрении движения капель внутри твердотельной матрицы предполагалось, что капилляры имеют цилиндрическую форму. Это требование, вообще говоря, не является обязательным. Все проведённые выше вычисления могут быть обобщены и на случай квазицилиндрических капилляров. Здесь возможны две различные ситуации.

Если размеры капель малы по сравнению с радиусом кривизны стенки капилляра, то можно считать, что на длине капельки капилляр остаётся круговым цилиндром. Радиус его поперечного сечения для обоих менисков будет одинаков, но сам он по мере смещения капли будет меняться в соответствии с геометрией стенок капилляра (приближение тонкой капли). В работе [24] движение такой капли было проанализировано в случае конического капилляра.

Более сложные вычисления требуются в случае, если длина капли порядка или больше радиуса кривизны стенки. Здесь необходимо учитывать не только изменение кривизны границы капилляра, но и отличие радиусов кривизны у наступающего и отступающего менисков. Обобщение формулы (4) на случай конического капилляра с малым углом раствора $2\alpha \ll 1$ имеет вид

$$F = \frac{(P_-^0 - P_+^0)V}{l} + \frac{2\sigma V}{l} \left[\frac{\cos(\theta_+ + \alpha)}{r_+} - \frac{\cos(\theta_- - \alpha)}{r_-} \right],$$

где r_+ и r_- — радиусы капилляра у концов капли, связанные соотношением $\pi(r_+^3 - r_-^3) = 3V \operatorname{tg} \alpha$ (при выводе формулы для силы предполагается, что течение жидкости происходит с постоянным градиентом давления).

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе проведён анализ движения отдельных капель в пористой среде под действием низкочастотной вибрации. Предполагалось, что жидкость смачивает стенки пор. В то же время, как известно, нефть по отношению к большинству типов пород является несмачивающей жидкостью. В связи с этим необходимо отдельно оговорить те конкретные условия, когда рассмотренный выше механизм действительно может привести к увеличению темпа протекания нефти. Здесь необходимо указать на три возможные ситуации:

1) Нефть смешана с водой, так что по капиллярам движется суспензия. В отличие от самой нефти она смачивает стенки пор. Таким образом, вибровоздействие увеличивает протекание капель суспензии, зацементированных внутри пор.

2) Капли воды заполняют часть объёма пор и препятствуют протеканию нефтяной фазы (или суспензии). В таком случае вибровоздействие приводит к прочищению пор.

3) При падении пластового давления на стенке капилляров могут осаждаться тяжёлые фракции нефти, и поверхность коллектора становится смачиваемой.

Рассмотренный механизм движения капель под действием вибрации имеет пороговый характер (амплитуда звуковой волны должна превысить некоторое критическое значение). На первый взгляд кажется, что из-за этого данный механизм будет проявляться только в случае мощного акустического воздействия на пласт. (Для акустических излучателей, погружённых в скважину, областью эффективного воздействия будет прискважинная зона.) Необходимо отметить, однако, что пороговый уровень воздействия в нашей модели оказывается тем меньше, чем длиннее капля. Большие капли могут начать движение и в случае достаточно слабого вибровоздействия, при котором более мелкие капли ещё не могут сдвинуться с места. Но если на пути больших капель будут лежать более мелкие, последние будут постепенно поглощаться крупными каплями

и вовлекаться в движение. Движущаяся капля будет становиться всё больше, а средняя скорость её движения будет расти. Такой сценарий массопереноса представляется вполне реалистическим. Во всяком случае, с нашей точки зрения, это наиболее эффективный из известных в настоящее время физических механизмов, с помощью которого можно объяснить наблюдаемый в отдельных экспериментах рост протекания нефти при низкочастотном вибровоздействии на пласт.

Во время акустического воздействия данные эффекты приводят к повышению проницаемости нефтяного пласта в целом, что объясняет увеличение добычи нефти и после окончания обработки (до пяти месяцев на Самотлоре [3, 4]).

Работа выполнена при поддержке РФФИ (гранты № 02-02-17089, 00-15-96772) и программы Президиума РАН «Нелинейная динамика и солитоны».

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Дыбленко В. П., Камалов Р. Н., Шарифуллин И. А., Туфанов И. А. Повышение продуктивности и реанимация скважин с применением виброволнового воздействия. М.: Недра, 2000.
2. Николаев А. В. // Сейсмическое вибровоздействие на нефтяную залежь. М.: ОИФЗ РАН, 1993. С. 7.
3. Боголюбов Б. Н., Лобанов В. Н., Бриллиант Л. С., Сашнев И. А., Потапов Г. А. // Нефтяное хозяйство. 2000. № 9. С. 80.
4. Бриллиант Л. С., Боголюбов Б. Н., Цыкин И. В., Лобанов В. Н., Новиков В. Ф., Морозов В. Ю., Потапов Г. А., Рамазанов Д. Ш., Сашнев И. А. // Нефтяное хозяйство. 2000. № 9. С. 86.
5. Ряшенцев А. Н., Ряшенцев Н. П. // Динамика сплошной среды. Т. 112. Акустика неоднородных сред. Новосибирск: ИГ СО РАН, 1997.
6. Кузнецов О. Л., Ефимова С. А. Применение ультразвука в нефтяной промышленности. М.: Недра, 1983.
7. Сургучёв М. Л., Кузнецов О. Л., Симкин Э. М. Гидродинамическое, акустическое, тепловое циклические воздействия на нефтяные пласты. М.: Недра, 1975.
8. Вахитов Г. Г., Симкин Э. М. Использование физических полей для извлечения нефти из пластов. М.: Недра, 1985.
9. Кузнецов О. Л., Ефимова С. А., Жуйков Ю. Ф. // Нефтяное хозяйство. 1987. № 5. С. 34.
10. Гадиев С. М. Использование вибрации в добыче нефти. М.: Недра, 1977.
11. Косолапов А. Ф., Кузнецов А. И., Мухаметдинов Н. Н. // Каротажник. № 74. С. 20.
12. Горбачёв Ю. И., Кузнецов О. Л., Рафиков Р. С., Печков А. А. // Геофизика. 1998. № 4. С. 5.
13. Крутин В. М. // НТВ «Каротажник». Тверь: Герс, 1997. Вып. 42. С. 46.
14. Biot M. A. // JASA. 1956. V. 28. P. 168.
15. Biot M. A. // JASA. 1962. V. 34, No. 9. P. 1254.
16. Николаевский В. Н. // Докл. АН СССР. 1989. Т. 307, № 3. С. 570.
17. Николаевский В. Н. // Изв. РАН. МЖГ. 1992. № 5. С. 110.
18. Авербах В. С., Власов С. Н., Заславский Ю. М. // Радиофизика. 2000. Т. 43, № 2. С. 155.
19. Быков В. Г. Сейсмические волны в пористых насыщенных породах. Владивосток: Дальнаука, 1999.
20. Николаевский В. Н. Механика пористых и трещиноватых сред. М.: Недра, 1984.
21. Адамсон А. Физическая химия поверхностей. М.: Мир, 1979.
22. Железный Б. В. // Докл. АН СССР. 1972. Т. 207, № 3. С. 647.
23. Де Жен // Успехи физических наук. 1987. Т. 151, вып. 4. С. 619.
24. Абрашкин А. А., Авербах В. С., Власов С. Н., Заславский Ю. М. // Сборник трудов XI Сессии РАО. 2001. Т. 1. С. 132.

Институт прикладной физики РАН,
г. Нижний Новгород, Россия

Поступила в редакцию
9 января 2003 г.

**MASS TRANSFER OF THE LIQUID PHASE IN A PARTIALLY SATURATED POROUS MEDIUM
UNDER THE ACTION OF LOW-FREQUENCY ELASTIC VIBRATIONS**

A. A. Abrashkin, V. S. Averbach, and S. N. Vlasov

We study the model of a partially saturated porous medium composed of a system of identical parallel cylindrical capillaries filled with identical, uniformly distributed droplets of a wetting fluid. The basic features of liquid-phase drift and the accompanying sound attenuation and droplet coalescence effects are analyzed for the case of external compression.

УДК 538.56:519.25

О ВЛИЯНИИ ПАРАМЕТРОВ СЛУЧАЙНОЙ СРЕДЫ НА ХАРАКТЕРИСТИКИ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ОТРАЖЕНИЙ

А. Ю. Бубновский, А. П. Лысенко, Б. М. Шевцов

С помощью метода инвариантного погружения численно исследуются статистические характеристики ядра оператора рассеяния назад в случае нормального падения на случайную одномерную среду плоской волны при больших интенсивностях флуктуаций и различных радиусах корреляции неоднородностей среды. Локальный коэффициент отражения среды моделируется центральным гауссовым процессом с экспоненциальной корреляционной функцией. Рассматриваются первые восемь одноточечных кумулянтов и корреляционные функции отражений дельта-импульса и анализируются флуктуационные явления. Исследован переход к диффузионному режиму рассеяния, для которого проведено сопоставление численного результата с известным аналитическим решением.

В работе [1] исследовались характеристики отражений нормально падающих плоских нестационарных волн в случайных слоистых средах с сильными флуктуациями локального коэффициента отражения. Показано, что статистика отражённых сигналов существенно отклоняется от гауссовых распределений, а характер её изменений во времени зависит от формы падающего импульса. Представляется интересным проанализировать, как на эти изменения влияют параметры рассеивающей среды, а именно интенсивность флуктуаций и радиус корреляции неоднородностей. Для более детального исследования структуры распределения отражённого сигнала ниже, наряду со вторым моментом и коэффициентом эксцесса, будут рассмотрены шестой и восьмой кумулянты распределений, нормированные на соответствующие степени средней интенсивности. Кроме того, будут найдены двухточечные функции корреляции амплитуды и интенсивности отражённого сигнала, позволяющие определить характер временных изменений соответствующих радиусов корреляции. В отличие от работы [1], здесь будет рассмотрен лишь случай падения на среду дельта-импульса, и все перечисленные выше результаты будут получены для ядра оператора рассеяния, ансамбль реализаций которого вычисляется с помощью предложенного ранее алгоритма [1], созданного на основе метода инвариантного погружения [2]. Локальный коэффициент отражения среды, как и в [1], будет задаваться центральным гауссовым процессом, получаемым с помощью решения уравнения Ланжевена [3].

В одномерном случае отражения нестационарной волны от неоднородного слоя, ограниченного интервалом $[0, z_R]$, ядро оператора рассеяния назад $R(\chi, t)$ (отклик среды на дельта-импульс, падающий справа) находится из решения уравнения [1]

$$\left(\frac{\partial}{\partial \chi} + \frac{\partial}{\partial t} \right) R(\chi, t) = -\rho(\chi) \int_0^t R(\chi, t - \zeta) R(\chi, \zeta) d\zeta, \quad R(\chi, 0) = \rho(\chi), \quad (1)$$

где t — время, $\chi(z) = 2 \int_0^z dz'/c(z')$ — удвоенное время прихода сигнала из точки 0 в точку z , $0 < z < z_R$, $c(z)$ — скорость сигнала, $\rho(\chi) = -(1/2) d \ln Z(\chi)/d\chi$ — отражательная способность среды, или локальный коэффициент отражения, $Z(\chi)$ — импеданс среды. Решение уравнения (1) рассматривается на временном интервале $0 \leq t \leq \chi$, $0 < \chi < \chi_R$, где $\chi_R = \chi(z_R)$.

Предполагается, что импеданс — непрерывная и непрерывно дифференцируемая функция, разрывы производной которой допускаются только на границах неоднородного слоя. Вне слоя импеданс постоянный: $Z(0) = Z_0$ и $Z(\chi_R) = Z_R$. Заметим, что непрерывность импеданса на границах

слоя предполагается для упрощения задачи, поскольку в этом случае не приходится рассматривать дополнительные френелевские отражения на разрывах импеданса. Обобщения этой задачи обсуждались в [1]. На кинематическую характеристику среды $c(z)$ не налагается никаких ограничений, кроме того, что это заданная внутри слоя положительно определённая детерминированная функция, используемая в преобразовании координат $z \rightarrow \chi$. Характеристика отражательной способности среды $\rho(\chi)$, отличная от нуля только внутри слоя, задаётся однородным случайным процессом. Импеданс в слое, определяемый выражением $Z(\chi) = Z_0 \exp(-2 \int_0^\chi \rho(\chi') d\chi')$, является процессом с однородными случайными относительными приращениями. Значения Z_0 и Z_R при вычислении отражённого поля не используются, но для определённости и без ограничения общности Z_R можно считать заданной детерминированной величиной.

Рассматриваемая здесь простейшая модель переходного слоя, в которой из двух параметров среды только один $\rho(\chi)$, динамический, отвечающий за отражения, является случайной функцией, наиболее удобна для исследования процессов многократного рассеяния назад и возникающих при этом флуктуационных явлений. Эта модель применима для описания специального вида магнетиков, двухпроводных линий и акустических сред. Решение задачи с учётом случайной скорости сигнала в среде не вызывает дополнительных затруднений, однако кинематические эффекты в отражениях, за которые отвечают флуктуации скорости $c(z)$, здесь не рассматриваются. В однопараметрических средах (например, в диэлектриках) динамические и кинематические эффекты не разделяются, и их приходится рассматривать совместно [4], поэтому эти среды здесь не обсуждаются.

При падении справа импульса произвольной формы $w_0(t)$, отличного от нуля при $t > 0$, отражённое поле на правой границе слоя $w_R(\chi, t)$ находится с помощью выражения

$$w_R(\chi, t) = \int_0^t R(\chi, t - \zeta) w_0(\zeta) d\zeta \quad (2)$$

в соответствии с определением ядра оператора рассеяния назад $R(\chi, t)$, преобразование Фурье которого $R(\chi, \omega)$ есть коэффициент отражения.

Важно, что в задачах отражения величина $R(\chi, t)$ определяется не самим импедансом, а его логарифмической производной $\rho(\chi)$, для задания которой был взят непрерывный статистически однородный центральный гауссов процесс с экспоненциальной корреляционной функцией, получаемый как решение уравнения Ланжевена $\dot{\rho}(\chi) = -\beta\rho(\chi) + f(\chi)$, описывающего движение броуновской частицы [3]. Здесь $f(\chi)$ — постоянная на шаге вычислений центральная гауссова величина с дисперсией σ_f^2 . Радиус корреляции моделируемого процесса определяется выражением $r_\rho = 1/\beta$, а его дисперсия $\sigma_\rho^2 = \sigma_f^2/(2\beta)$ (см. [3]). Условие $r_f \ll r_\rho$ дельта-коррелированности $f(\chi)$ выполнялось. При этом шаг вычислений, соответствующий радиусу корреляции r_f процесса $f(\chi)$, полагался равным 0,01. Такой шаг обеспечивал точность вычислений несколько процентов, что было вполне достаточно для целей эксперимента. Заметим, что радиус корреляции в соответствии с определением величины χ есть удвоенное время прохождения сигналом характерного масштаба неоднородности среды.

Параметры уравнения Ланжевена σ_f^2 и β выбирались так, чтобы процесс $\rho(\chi)$ обладал следующими характеристиками: $\sigma_\rho^2 = 1$; $r_\rho = 0,25$; 0,5; 1; 3 и $\sigma_\rho^2 = 0,1$; $r_\rho = 0,5$; 1. Для каждой из шести указанных серий эксперимента были получены 20 000 реализаций процесса $\rho(\chi)$ и с помощью уравнения (1) и вычислительного алгоритма, обсуждавшегося в [1], соответствующее количество реализаций отражённого сигнала $R(t) = R(\chi_R, t)$, по которым и проводились усреднения.

Во всех сериях эксперимента первые моменты сигналов $\langle R(t) \rangle$, как, впрочем, и все нечётные моменты, незначительно отличались от нуля и поэтому здесь не обсуждаются. Ниже речь будет

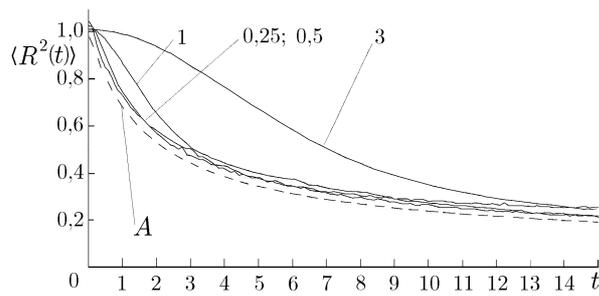


Рис. 1

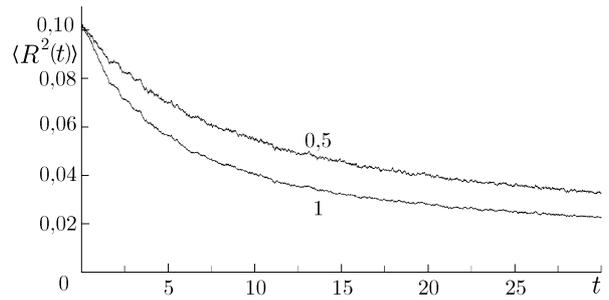


Рис. 2

идти только о центральных чётных моментах. Первый и третий моменты отражённого сигнала рассмотрены в работе [1].

На рис. 1 представлены результаты вычислений вторых моментов $\langle R^2(t) \rangle$, или средней интенсивности отражённого сигнала, для четырёх случаев: $r_\rho = 0,25; 0,5; 1; 3$ при $\sigma_\rho^2 = 1$; кривые помечены цифрами, соответствующими радиусу корреляции среды. Три графика ($r_\rho = 0,5; 1; 3$) приведены с растяжением временной оси в 2, 4 и 12 раз соответственно. Видно, что зависимости для $r_\rho = 0,25; 0,5$ практически совпали, а для $r_\rho = 1; 3$ существенно отличаются, что является результатом проявления сильных флуктуаций среды: при $r_\rho = 1; 3$ радиус корреляции среды сравним с характерным временем затухания средней интенсивности.

На рис. 2 представлены результаты вычислений $\langle R^2(t) \rangle$ при $\sigma_\rho^2 = 0,1; r_\rho = 0,5; 1$; обозначение кривых такое же, как на рис. 1. Зависимости на рис. 2 так же, как и графики на рис. 1 для $r_\rho = 0,25; 0,5$, соответствуют случаю слабых флуктуаций среды, который хорошо описывается аналитическим решением [5], полученным в диффузионном приближении. Согласно [5] среднюю интенсивность отражения дельта-импульса можно записать в виде

$$\langle I(t) \rangle = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{D(\omega)}{[D(\omega)t + 1]^2} d\omega, \quad (3)$$

где $D(\omega) = 2 \int_0^\infty B(\tau) \cos(\omega\tau) d\tau$, $B(\tau) = \sigma_\rho^2 \exp(-\tau/r_\rho)$ — корреляционная функция процесса $\rho(\chi)$. Согласно (3) получаем $\langle I(t) \rangle = \sigma_\rho^2 (T+2)/[2(T+1)^{3/2}]$, $T = t/T_0$, $T_0 = (2\sigma_\rho^2 r_\rho)^{-1}$. Кривая А, соответствующая данному выражению, показана на рис. 1. На эту кривую с помощью изменения масштаба можно наложить и графики, представленные на рис. 2. Условие применимости выражения (3) имеет вид $r_\rho \ll T_0$, или $\sigma_\rho^2 r_\rho^2 \ll 1$, что соответствует малым флуктуациям импеданса

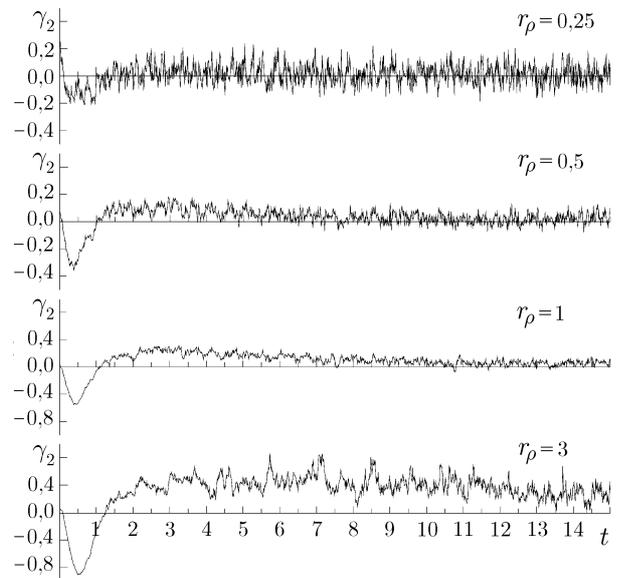


Рис. 3

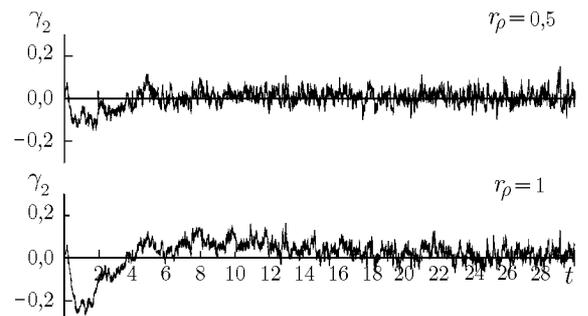


Рис. 4

среды. Для кривых на рис. 1 при $r_\rho = 1; 3$ это условие нарушено. Случай малых неоднородностей среды считается хорошо исследованным, однако даже в этом случае полного представления о флуктуационных явлениях в нестационарных отражениях нет.

Перейдём к анализу флуктуаций. Для этого рассмотрим коэффициент эксцесса γ_2 , или относительный одноточечный четвёртый кумулянт κ_4 , отклика среды, которые определяются выражением [2, 3] $\gamma_2 = \kappa_4 = \mu_4/\mu_2^2 - 3$, где $\mu_n = \langle R^n(t) \rangle$. При нечётных n , как отмечалось выше, $\mu_n = 0$. На рис. 3 представлены коэффициенты эксцесса отражённого сигнала для серии вычислений при $\sigma_\rho^2 = 1$ и $r_\rho = 0,25; 0,5; 1; 3$, а на рис. 4 показаны те же зависимости для $\sigma_\rho^2 = 0,1; r_\rho = 0,5; 1$.

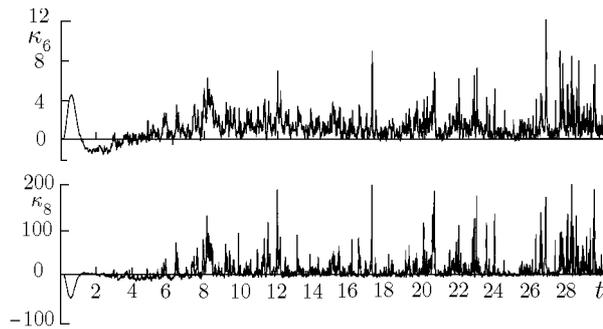


Рис. 5

Здесь, видимо, имеют место стохастические волновые резонансные или когерентные эффекты [2, 6], которые в нестационарных отражениях ещё мало исследованы.

Колебания коэффициента эксцесса сопровождаются колебаниями более высоких одноточечных относительных кумулянтов отражений

$$\kappa_6 = (\mu_6 - 15\mu_2\mu_4 + 30\mu_2^3)/\mu_2^3, \quad \kappa_8 = (\mu_8 - 28\mu_2\mu_6 + 420\mu_2^2\mu_4 - 630\mu_2^4 - 35\mu_4^2)/\mu_2^4, \quad (4)$$

результаты вычислений которых при параметрах среды $\sigma_\rho^2 = 1$ и $r_\rho = 3$ представлены на рис. 5; выражения (4) получены в [2, 3]. Следует отметить возрастание амплитуды и числа фаз колебаний с увеличением номера кумулянта (под числом фаз колебаний кумулянта подразумевается, сколько раз он меняет знак). Первое говорит о том, что высокие кумулянты играют существенную роль даже в случае малых флуктуаций среды.

Сильная шумовая компонента в кумулянтах на рис. 5 связана с неустойчивостью решения, которая обусловлена тенденцией кумулянтов к росту со временем. Интересно выяснить условия, при которых эта тенденция может быть реализована.

Все рассмотренные выше кумулянты затухают со временем, а значит, флуктуации в отражениях нормализуются. Однако ситуация существенно меняется, если $r_\rho \gg T_0$ (случай сильных неоднородностей среды). В этом случае можно воспользоваться решением уравнения (1) $R(t) = J_1(2\rho_0 t)/t$ при постоянном $\rho(\chi) = \rho_0$, где $J_1(x)$ — функция Бесселя первого рода первого порядка. Усреднением степеней этого решения по гауссовому распределению ρ_0 с $\sigma_{\rho_0}^2 = 1$ можно найти μ_n , а затем и κ_n . Вычисленные зависимости последних со сжатием по вертикали представлены на рис. 6; для каждого κ_n указан коэффициент сжатия. Видно, что с увеличением номера кумулянта возрастают его амплитуда, число фаз и длительность колебаний. Отличие рассмотренного выше случая заключается в том, что кумулянты после некоторых колебаний не затухают, а неограниченно растут со временем, а значит, флуктуации в отражениях не нормализуются, как это происходит при $r_\rho \ll T_0$ или $r_\rho \sim T_0$.

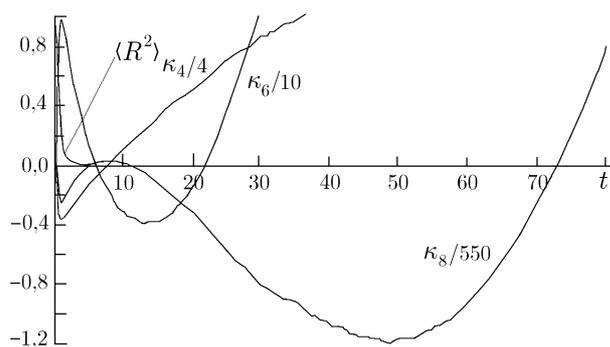


Рис. 6

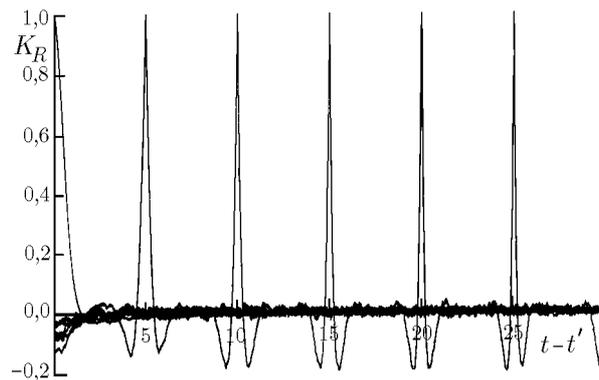


Рис. 7

В заключение рассмотрим коэффициент корреляции отражённого сигнала

$$K_R(t, t') = \langle R(t) R(t') \rangle / (\langle R^2(t) \rangle \langle R^2(t') \rangle)^{1/2} \quad (5)$$

при параметрах среды $\sigma_\rho^2 = 1$ и $r_\rho = 3$. На рис. 7 приведены семь графиков выражения (5) в зависимости от $t' - t$ при семи значениях переменной t , которые выбраны в интервале от 0 до 30 с шагом 5. Из сравнения этих графиков видно, что радиус корреляции отражённого сигнала уменьшается со временем, а значит, флуктуации в отражениях становятся белым шумом, гауссовым или негауссовым, что, как отмечалось выше, зависит от соотношения параметров r_ρ и T_0 . Результаты вычислений коэффициента корреляции интенсивности отражений во многом аналогичны результатам, полученным для амплитуды сигнала.

Подводя итог данной работы, следует особо отметить зависимость флуктуационных характеристик отражений от радиуса корреляции среды. Этот эффект может найти непосредственное применение в дистанционном зондировании. Действительно, если затухание средней интенсивности отражений даёт информацию о параметре среды T_0 , то флуктуационные характеристики отражений позволяют определить масштаб неоднородностей r_ρ .

Авторы выражают благодарность В. И. Кляцкину и К. В. Кошелю за полезные обсуждения результатов работы.

Работа выполнена при содействии Программы поддержки ведущих научных школ (грант № 00-15-98608).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бубновский А. Ю., Шевцов Б. М. // Изв. вузов. Радиофизика. 2001. Т. 44. С. 847.
2. Кляцкин В. И. Стохастические уравнения глазами физика. М.: Физматлит, 2001.
3. Рытов С. М. Введение в статистическую радиофизику. Часть I. М.: Наука, 1976.
4. Бубновский А. Ю., Шевцов Б. М. // Изв. вузов. Радиофизика. 1999. Т. 42. С. 1153.
5. Шевцов Б. М. // Изв. вузов. Радиофизика. 1982. Т. 25. С. 1032.
6. Кляцкин В. И., Гурарий Д. // УФН. 1999. Т. 169. С. 171.

Тихоокеанский океанологический институт им.
В. И. Ильичёва ДВО РАН, г. Владивосток, Россия

Поступила в редакцию
2 октября 2001 г.

**INFLUENCE OF THE PARAMETERS OF A RANDOM MEDIUM ON THE CHARACTERISTICS
OF TRANSIENT REFLECTIONS**

A. Yu. Bubnovsky, A. P. Lysenko, and B. M. Shevtsov

Based on the invariant imbedding method, we study numerically the statistical characteristics of the kernel of the backscattering operator in the case of normal incidence of a plane wave on a one-dimensional random medium with strong fluctuation intensities and various correlation radii of the irregularities. The local reflection coefficient of the medium is modelled by a centered Gaussian process with an exponential correlation function. The first eight one-point cumulants and the correlation functions of delta-pulse reflection are considered and the fluctuation phenomena are analyzed. The transition to the diffusion scattering regime is studied, and the numerical results are compared with the known analytical solutions.

УДК 621.391.1

УМЕНЬШЕНИЕ ВЕРОЯТНОСТИ БИТОВОЙ ОШИБКИ ПРИ ПАРАЛЛЕЛЬНОЙ ПЕРЕДАЧЕ ИНФОРМАЦИИ В МИМО-СИСТЕМЕ

*В. Т. Ермолаев*¹, *Е. А. Маврычев*², *А. Г. Флакман*¹

Рассматриваются системы сотовой связи с антенными решётками на обоих концах линии связи, в которых передача данных в условиях рассеивающей среды осуществляется по параллельным собственным каналам. Для уменьшения вероятности битовой ошибки предложен метод передачи информации, основанный на использовании только части собственных каналов с наибольшими значениями отношения мощности сигнала к мощности шума (ОСШ) и обеспечивающий компромисс между темпом передачи информации и вероятностью битовой ошибки. Разделение собственных каналов на энергетически «сильные» и «слабые» производится с помощью пороговой техники. Исследованы два возможных варианта использования предложенного метода в условиях случайного многолучевого пространственного канала. Приведённые результаты численного моделирования в случае релейских замираний сигналов подтверждают высокую эффективность предложенного способа передачи информации.

ВВЕДЕНИЕ

Одной из главных проблем создания и развития беспроводных систем связи и, в частности, систем сотовой связи является увеличение скорости передачи информации (пропускной способности) при обеспечении высокого качества обслуживания пользователей (малой вероятности битовой ошибки). Эта проблема особенно актуальна в настоящее время, когда потоки информации в электронном виде непрерывно увеличиваются. Перспективным путём её решения является использование многоэлементных адаптивных антенных решёток (АР) как на приёмном, так и на передающем концах линии связи. Такие системы связи называют МИМО-системами (multiple-input multiple-output systems). Использование АР позволяет производить помимо временной также пространственную обработку сигналов, более эффективно использовать излучаемую передатчиком мощность и обеспечивать оптимальный приём сигналов.

Принцип передачи информации в МИМО-системах в условиях случайного многолучевого канала связи рассматривался, например, в [1, 2]. Предполагается, что на приёмном конце линии связи производится оценка канальной матрицы \mathbf{H} коэффициентов передачи между передающими и приёмными антеннами и эта информация сообщается на передающий конец линии связи. Знание матрицы \mathbf{H} позволяет адаптивным способом формировать параллельные ортогональные пространственные каналы с оптимальными диаграммами направленности АР для передачи и приёма информации. Эти каналы формируются на основе собственных векторов матрицы \mathbf{H} и поэтому называются собственными. Теоретически пропускная способность МИМО-системы может быть увеличена пропорционально числу антенных элементов по сравнению с обычными системами связи, использующими одноэлементные антенны (без увеличения рабочей полосы частот и полной излучаемой мощности) [1–4].

Кроме пропускной способности, важнейшей характеристикой любой системы связи является обеспечиваемая вероятность битовой ошибки при приёме информации. Отношение мощности сигнала к мощности шума (ОСШ) в собственных каналах определяется сингулярными числами

матрицы **H**. В наиболее характерном для городских условий многолучевом канале с релеевскими замираниями сигналов эти числа являются случайными и могут значительно отличаться друг от друга. Поэтому вероятность битовой ошибки будет также различной для разных собственных каналов, и энергетически более слабые каналы будут вносить основной вклад в вероятность битовой ошибки всей ММО-системы.

Для уменьшения вероятности битовой ошибки в современных системах сотовой связи наряду с различными способами кодирования информации используется адаптивная регулировка излучаемой мощности. Каждая базовая станция и каждый пользователь оценивают ОСШ. На основе полученной оценки на другой конец линии связи передаётся команда на увеличение или уменьшение мощности. Такой подход является эффективным средством борьбы с замираниями сигналов, однако его использование приводит к увеличению средней мощности, особенно значительному в условиях глубоких замираний. Другой способ, основанный на использовании адаптивной модуляции и кодирования при постоянной передающей мощности, рассматривается в [5, 6]. Идея адаптивной модуляции и кодирования заключается в изменении темпа передачи информации в зависимости от состояния канала. Темп передачи задаётся пропорциональным ОСШ, а его изменение осуществляется за счёт изменения битовой загрузки при модуляции символов, т. е. путём изменения числа бит, передаваемых с помощью одного символа. В [7] показано, что при произвольном виде замираний сигналов адаптивная модуляция и кодирование обеспечивают большую пропускную способность, чем управление мощностью (при одинаковой средней мощности), т. е. являются более эффективными.

Собственные каналы в ММО-системе являются независимыми. Поэтому в каждом из них может быть реализован разный темп передачи данных, что даёт возможность уменьшить вероятность битовой ошибки за счёт уменьшения темпа передачи в энергетически слабых каналах. Однако при реализации такой передачи информации необходимо иметь разные устройства кодирования/декодирования и модуляции/демодуляции в разных собственных каналах, что может значительно усложнить ММО-систему связи.

В настоящей работе предложен другой, более простой способ уменьшения вероятности битовой ошибки в ММО-системе, основанный на отключении части собственных каналов с наименьшими значениями ОСШ. Предполагается, что каждый из собственных каналов обеспечивает одинаковый темп передачи данных. Тогда наибольший темп передачи обеспечивается при использовании всех собственных каналов. Однако при этом вероятность битовой ошибки также является максимальной из-за влияния энергетически слабых каналов. Если допустить определённые потери в темпе передачи, можно не использовать энергетически слабые каналы и тем самым уменьшить ошибку передачи данных. Такой подход обеспечивает компромисс между темпом передачи информации и вероятностью битовой ошибки.

Отметим, что в случае одного пространственного канала (одна передающая и одна приёмная антенна) данный подход эквивалентен известному [8] способу прерывистой передачи информации, суть которого заключается в следующем. Когда ОСШ в приёмнике становится ниже некоторого заданного порогового значения, передача информации прерывается. Если ОСШ превышает этот порог, то информация передаётся с заданным темпом. Выбор порога осуществляется исходя из компромисса между темпом передачи и вероятностью ошибки.

Рассмотрены два варианта ММО-системы. В первом из них обеспечивается одинаковый темп передачи данных независимо от ОСШ, т. е. всегда используется одинаковое число собственных каналов, имеющих наибольшие значения ОСШ. Во втором случае темп передачи задаётся для минимального значения ОСШ из рабочего диапазона. При этом с ростом ОСШ темп передачи также будет увеличиваться. Приведены результаты численного моделирования в случае релеевских замираний сигналов, подтверждающие высокую эффективность предложенного способа

передачи информации в ММО-системе.

1. ПЕРЕДАЧА ДАННЫХ В ММО-СИСТЕМЕ

Рассмотрим ММО-систему, состоящую из M передающих и N приёмных антенн. Если пространственный канал связи с M входами и N выходами является частотно неселективным, то он может быть описан матрицей \mathbf{H} размерности $N \times M$, образованной комплексными коэффициентами передачи h_{nm} сигналов из m -й передающей антенны в n -ную приёмную антенну. Амплитуды и фазы коэффициентов h_{nm} в общем случае являются случайными величинами из-за наличия интерференции рассеянных лучей. В зависимости от условий распространения сигналов в среде коэффициенты передачи могут быть коррелированы или не коррелированы между собой. Их корреляционные свойства могут быть различными в элементах передающей и приёмной АР. В наиболее характерном для больших городов случае распространения сигналов в случайной однородной рассеивающей среде коэффициенты h_{nm} имеют релеевское распределение амплитуд и равномерное распределение фаз в интервале $[0, 2\pi]$ [9].

Модулированные сигналы разделяются на L независимых параллельных потоков. Обозначим $\mathbf{C}(t) = (c_1(t), c_2(t), \dots, c_L(t))^T$ L -мерный вектор-столбец входных данных, где индекс T обозначает транспонирование. В диаграммообразующей схеме (ДОС) передающей АР сигналы из каждого потока умножаются на соответствующие весовые коэффициенты. Тогда M -мерный вектор-столбец сигналов $\mathbf{S}(t) = (s_1(t), s_2(t), \dots, s_M(t))^T$ на выходе этой ДОС может быть представлен в виде

$$\mathbf{S}(t) = \mathbf{V}\mathbf{P}^{1/2}\mathbf{C}(t). \quad (1)$$

Здесь матрица $\mathbf{V} = (\mathbf{V}_1, \mathbf{V}_2, \dots, \mathbf{V}_L)$ размерности $M \times L$ состоит из весовых векторов \mathbf{V}_i передающей ДОС, $\mathbf{P} = \text{diag}\{p_1, p_2, \dots, p_L\}$ — диагональная матрица, составленная из чисел p_i , которые соответствуют распределению мощности между параллельными каналами.

Вектор $\mathbf{X}(t) = (x_1(t), x_2(t), \dots, x_N(t))^T$ сигналов в элементах приёмной АР равен

$$\mathbf{X}(t) = \sqrt{\rho}\mathbf{H}\mathbf{S}(t) + \mathbf{Z}(t), \quad (2)$$

где $\mathbf{Z}(t) = (z_1(t), z_2(t), \dots, z_N(t))^T$ — вектор-столбец собственных гауссовских шумов в каналах. Будем считать, что шумы не коррелированы во времени и в приёмных каналах АР, имеют нулевое среднее и дисперсию σ_0^2 , т. е. $\langle z_i \rangle = 0$ и $\langle z_i(t_1)z_j^*(t_2) \rangle = \sigma_0^2 \delta_{ij} \delta_{t_1 t_2}$, где δ — символ Кронекера, звёздочка обозначает комплексное сопряжение, угловые скобки — статистическое среднее. Обозначим через P_0 полную излучаемую мощность. Тогда величина $\rho = P_0/\sigma_0^2$ в (2) имеет смысл ОСШ в случае одной передающей и одной приёмной антенны.

В ДОС приёмной АР происходит матричное преобразование сигнала, в результате которого вектор выходных сигналов равен $\mathbf{Y}(t) = \mathbf{U}^H \mathbf{X}(t)$. Здесь $\mathbf{U} = (\mathbf{U}_1, \mathbf{U}_2, \dots, \mathbf{U}_L)$ — матрица размерности $N \times L$ весовых векторов приёмной ДОС, индекс H обозначает эрмитовое сопряжение. Учитывая (1) и (2), получим

$$\mathbf{Y}(t) = (\mathbf{U}^H \mathbf{H} \mathbf{V}) \mathbf{P}^{1/2} \mathbf{C}(t) + \mathbf{U}^H \mathbf{Z}(t). \quad (3)$$

Из (3) следует, что для формирования независимых параллельных пространственных каналов необходимо, чтобы матрица $\mathbf{U}^H \mathbf{H} \mathbf{V}$ была диагональной, а матрицы \mathbf{U} и \mathbf{V} для приёмной и передающей ДОС должны быть унитарными. Эти условия выполняются, если весовые векторы приёмной и передающей ДОС совпадают с векторами сингулярного разложения матрицы \mathbf{H} [1], т. е. векторы \mathbf{U}_i и \mathbf{V}_i являются собственными векторами матриц $\mathbf{H}\mathbf{H}^H$ и $\mathbf{H}^H\mathbf{H}$ соответственно.

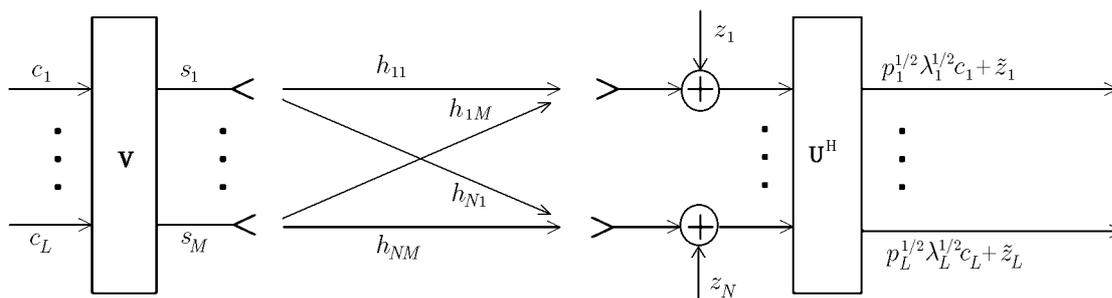


Рис. 1

Тогда матрица $\mathbf{H} = \mathbf{U}\mathbf{\Lambda}^{1/2}\mathbf{V}^H$, где $\mathbf{\Lambda} = \text{diag}\{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_L\}$ — диагональная матрица, составленная из собственных чисел λ_i матрицы $\mathbf{H}\mathbf{H}^H$ при $M > N$ или матрицы $\mathbf{H}^H\mathbf{H}$ при $M < N$. Числа $\lambda_i^{1/2}$ называются сингулярными числами матрицы \mathbf{H} . Сформированные таким образом каналы называются собственными. Максимальное возможное число L собственных каналов равно минимальному из чисел элементов передающей или приёмной АР: $L = \min\{N, M\}$.

Вектор сигнала на выходе собственных каналов равен

$$\mathbf{Y}(t) = \mathbf{\Lambda}^{1/2}\mathbf{P}^{1/2}\mathbf{C}(t) + \tilde{\mathbf{Z}}(t), \tag{4}$$

где $\tilde{\mathbf{Z}}(t) = \mathbf{U}^H\mathbf{Z}(t)$ — вектор шумов в собственных каналах.

Приёмная ДОС не изменяет статистические свойства собственных шумов, которые являются независимыми в разных выходных каналах ДОС, имеют нулевое среднее и дисперсию σ_0^2 . Таким образом, ММО-система с помощью линейного преобразования сигналов в передающей и приёмной ДОС может быть представлена в виде $L = \min\{M, N\}$ независимых параллельных каналов. Общая схема ММО-системы с собственными каналами показана на рис. 1.

Эффективность передачи данных в системах связи определяется вероятностью битовой ошибки, которая зависит как от статистических свойств флуктуаций сигналов в пространственном канале и излучаемой мощности, так и от выбранного способа кодирования и модуляции передаваемой информации. Существует большое число методов кодирования [8, 10], которые существенно влияют на битовую ошибку. Поэтому удобно рассматривать вероятность битовой ошибки для некодированной информации, т. е. при независимой максимально правдоподобной оценке каждого символа. Такая ошибка является удобным параметром, т. к. не зависит от способа кодирования и определяется статистическими свойствами замираний (федингов), излучаемой мощностью P_0 и методом распределения этой мощности между собственными каналами, а также битовой нагрузкой символов при их модуляции. При этом с увеличением битовой нагрузки (темпа передачи) вероятность битовой ошибки также возрастает.

Максимальная пропускная способность ММО-системы обеспечивается при распределении мощности в соответствии с так называемым правилом «наполнения водой» («water pouring») [10]. Мощность сигнала в i -м собственном канале равна $p_i = \mu - \sigma_0^2\lambda_i^{-1}$, где константа μ находится из условия ограничения полной мощности P_0 ($p_1 + p_2 + \dots + p_L = P_0$). Мощность P_0 можно интерпретировать как объём воды, наливаемой в некоторую чашу. Глубина чаши ($\mu - \sigma_0^2\lambda_i^{-1}$) является различной и определяется обратными собственными числами λ_i^{-1} . Чем глубже дно (больше коэффициент передачи λ_i соответствующего собственного канала), тем большая доля мощности распределяется в этот канал. Максимум пропускной способности обеспечивается за счёт распределения малой доли мощности в энергетически слабые каналы. Однако вероятность битовой

ошибки при таком распределении мощности увеличивается. В самом деле, из (4) следует, что ОСШ на выходе i -го собственного канала равно $\eta_i = \rho_i \lambda_i$, где $\rho_i = p_i / \sigma_0^2$. Пусть e_i — вероятность битовой ошибки в i -м собственном канале, которая уменьшается при увеличении среднего значения ОСШ η_i в этом канале. Тогда вероятность E битовой ошибки во всей ММО-системе равна $E = L^{-1}(e_1 + e_2 + \dots + e_L)$. Отсюда следует, что основной вклад в ошибку дают энергетически слабые собственные каналы.

2. МЕТОД УМЕНЬШЕНИЯ ВЕРОЯТНОСТИ БИТОВОЙ ОШИБКИ

Рассмотрим возможность улучшения качества передачи информации в ММО-системе за счёт использования собственных каналов с большими значениями ОСШ и отключения энергетически слабых каналов. Для формирования собственных каналов приёмник должен непрерывно оценивать канальную матрицу \mathbf{H} , а затем эта информация должна сообщаться на передающий конец линии. Обычно сигналы передаются группами длительностью $\tau_{\text{гр}}$, а оценка матрицы \mathbf{H} производится один раз для каждой группы. Поэтому для эффективного отслеживания состояния канала длительность группы сигналов $\tau_{\text{гр}}$ должна быть значительно меньше времени корреляции $\tau_{\text{кор}}$ замираний.

Оценка матрицы \mathbf{H} производится с помощью псевдошумовых обучающих последовательностей, состоящих из конечного числа известных символов. Обычно используются максимально правдоподобные оценки матрицы \mathbf{H} или оценки, основанные на поиске минимума среднеквадратической ошибки [10]. Матрица \mathbf{H} всегда оценивается с некоторой ошибкой, обусловленной влиянием собственных шумов приёмных устройств и изменением состояния канала за время между двумя его последовательными оценками.

Будем рассматривать потенциальные характеристики ММО-системы, реализуемые при точно известной на обоих концах линии матрице \mathbf{H} . Будем считать, что состояние пространственного канала (матрица \mathbf{H}) остаётся постоянным в течение передачи каждой группы символов и изменяется случайным образом по заданному закону (например, релеевскому) от одной группы к другой. В этом случае обеспечивается полное согласование со случайным каналом как передачи, так и приёма сигналов. Так как канальная матрица \mathbf{H} является фиксированной («замороженной») в течение времени $\tau_{\text{гр}}$ передачи группы символов, то число используемых собственных каналов будет постоянным в течение этого интервала времени, изменяясь случайным образом через время $\tau_{\text{гр}}$.

Предположим, что во всех собственных каналах темп передачи, или битовая загрузка символа, является одинаковой, не зависит от мгновенных значений ОСШ в этих каналах и равна C бит/символ. Тогда при использовании всех L собственных каналов одновременно передаётся CL бит/символ, т. е. темп передачи всей ММО-системы будет максимальным и равным $R_{\text{max}} = CL$ бит/символ. Отключение энергетически слабых собственных каналов приводит к уменьшению темпа передачи. Пусть R бит/символ является допустимым темпом передачи данных, усреднённым по флуктуациям сигналов. Тогда $R = C(\beta_1 + \beta_2 + \dots + \beta_L)$, где β_i — вероятность использования i -го собственного канала для передачи данных. Отключение собственных каналов с наименьшим ОСШ может быть реализовано с помощью пороговой техники.

Введём в рассмотрение матрицу

$$\mathbf{W} = \begin{cases} \rho \mathbf{H} \mathbf{H}^H, & M > N; \\ \rho \mathbf{H}^H \mathbf{H}, & M < N, \end{cases} \quad (5)$$

где ОСШ $\rho = P_0 / \sigma_0^2$ определено в (2). Тогда использование пороговой техники будет заключаться в разделении собственных значений матрицы \mathbf{W} на две группы чисел, превышающих и не пре-

вышающих некоторое пороговое значение, которое зависит как от мгновенного состояния канала (матрицы \mathbf{H}), так и от ОСШ ρ (полной мощности P_0).

Обозначим γ_i собственные числа матрицы \mathbf{W} (5). Для нахождения порога достаточно найти одномерную функцию плотности вероятности $f_\gamma(\gamma_i)$ не ранжированного по величине собственного числа γ_i матрицы \mathbf{W} . Найдём такую функцию, например, для первого собственного числа γ_1 . Пусть $f_\lambda(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_L)$ — L -мерная совместная функция плотности вероятности не ранжированных положительных собственных чисел λ_i матрицы $\mathbf{H}\mathbf{H}^H$ (при $M > N$) или матрицы $\mathbf{H}^H\mathbf{H}$ (при $M < N$). В соответствии с [11] имеем

$$f_\lambda(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_L) = \frac{1}{K_{LQ}L!} \exp\left(-\sum_{i=1}^L \lambda_i\right) \prod_{i=1}^L \lambda_i^{Q-L} \prod_{j=i+1}^L (\lambda_i - \lambda_j)^2, \quad (6)$$

где $Q = \max\{N, M\}$, K_{LQ} — нормирующий множитель.

Интегрируя по переменным $\lambda_2, \lambda_3, \dots, \lambda_L$, можно найти одномерную функцию плотности вероятности первого собственного числа λ_1 из не ранжированных собственных чисел матрицы $\mathbf{H}\mathbf{H}^H$ (при $M > N$) или матрицы $\mathbf{H}^H\mathbf{H}$ (при $M < N$). В [11] получено, что

$$f_\lambda(\lambda_1) = \frac{1}{L} \sum_{i=0}^{L-1} \frac{i!}{(i+Q-L)!} \left[L_i^{Q-L}(\lambda_1) \right]^2 (\lambda_1)^{Q-L} \exp(-\lambda_1), \quad (7)$$

где $L_i^{Q-L}(\lambda_1)$ — полином Лагерра [12, 8.970.1].

Отсюда можно найти искомую одномерную функцию плотности вероятности $f_\gamma(\gamma_1)$ не ранжированного по величине собственного числа γ_1 матрицы \mathbf{W} (5). Учитывая, что $\gamma_1 = \rho\lambda_1$, получим следующее выражение:

$$f_\gamma(\gamma_1, \rho) = \frac{1}{L\rho^{Q-L+1}} \sum_{i=0}^{L-1} \frac{i!}{(i+Q-L)!} \left[L_i^{Q-L}\left(\frac{\gamma_1}{\rho}\right) \right]^2 (\gamma_1)^{Q-L} \exp\left(-\frac{\gamma_1}{\rho}\right). \quad (8)$$

Вероятность того, что первое из не ранжированных собственных чисел матрицы \mathbf{W} находится в пределах $0 < \gamma_1 < \nu$ при ОСШ ρ , определяется интегралом вида

$$p(\nu, \rho) = \int_0^\nu f_\gamma(\gamma_1, \rho) d\gamma_1. \quad (9)$$

Из (9) следует, что уравнение $1 - p(\nu, \rho) = R/R_{\max}$ определяет вероятность использования произвольного собственного канала, для которого выполняется условие $\rho\lambda_i > \nu$. Решая обратную задачу, т. е. задавая R/R_{\max} , можно найти пороговое значение ν для разделения собственных чисел матрицы \mathbf{W} . При этом будет обеспечиваться заданный темп передачи данных R вместо максимально возможного темпа R_{\max} . Отобранные собственные каналы имеют наибольшие значения ОСШ, поэтому вероятность битовой ошибки будет меньше, чем в случае использования всех L собственных каналов. Таким образом, задавая темп передачи данных в ММО-системе, пороговое значение ν для отбора необходимого числа наиболее энергетически сильных собственных каналов можно найти из уравнения

$$p(\rho, \nu) = 1 - R/R_{\max}. \quad (10)$$

Возможны два варианта использования предложенной пороговой техники. В первом варианте (А) обеспечивается одинаковый темп передачи данных R независимо от ОСШ ρ , т. е. при любом

среднем значении ОСШ в среднем используется одинаковое число собственных каналов, имеющих наибольшие мгновенные значения ОСШ. При этом в среднем LR/R_{\max} собственных чисел матрицы \mathbf{W} (5) должны превышать пороговое значение ν . Следовательно, это значение должно зависеть от двух параметров, ρ и $R(\nu = \nu(\rho, R))$, и увеличиваться с ростом ОСШ ρ . Второй вариант (В) отличается тем, что темп передачи R_{\min} задаётся только для минимального значения ОСШ ρ_{\min} в заданном интервале $[\rho_{\min}, \rho_{\max}]$. Это означает, что теперь пороговое значение не зависит от ОСШ ρ , т. е. $\nu = \nu(\rho_{\min}, R_{\min})$. С ростом ОСШ ρ собственные значения матрицы \mathbf{W} (5) увеличиваются. Следовательно, число собственных значений, превышающих выбранный порог, будет увеличиваться. Это означает, что темп передачи также будет увеличиваться. Для вариантов А и В ММО-системы можно использовать распределение мощностей между отобранными собственными каналами в соответствии с правилом «наполнения водой».

3. РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ

Приведём результаты моделирования для ММО-системы в случае распространения сигналов в случайной однородной рассеивающей среде, когда коэффициенты передачи h_{nm} имеют релейское распределение амплитуд и равномерное распределение фаз и являются некоррелированными между собой [9]. В существующих системах с кодовым разделением пользователей используется квадратурная фазовая модуляция с битовой загрузкой $C = 2$ бит/символ, когда из каждой пары бит формируется один комплексный символ с единичной амплитудой и фазой, кратной $\pi/4$. Эти символы можно представить в комплексной форме как $(\pm 1 \pm j)/\sqrt{2}$, где j — мнимая единица. Битам 00, 10, 11, 01 соответствуют фазы $\pi/4$, $3\pi/4$, $-3\pi/4$ и $-\pi/4$. Далее будем рассматривать именно такой вид модуляции.

Сравним эффективность трёх вариантов ММО-системы: упомянутых выше вариантов А и В, которые обозначим как ММО-А и ММО-В соответственно, а также ММО-системы с максимальным возможным числом собственных каналов (базовая система ММО-С). Будем считать, что представляющие интерес значения ОСШ ρ лежат в интервале от $\rho_{\min} = 1$ до $\rho_{\max} = 100$. На рис. 2 показана одномерная интегральная функция плотности вероятности $f_{\gamma}(\gamma_1)$ не ранжированного по величине собственного числа матрицы \mathbf{W} , вычисленная с помощью (8) при $\rho_{\min} = 1$ для ММО-системы с разным числом передающих и приёмных антенн ($M = 4, N = 4$ — кривая 1; $M = 2, N = 2$ — кривая 2; $M = 4, N = 2$ — кривая 3). Видно, что вероятность появления малых собственных чисел в системе с $M = 4$ и $N = 2$ значительно меньше, чем в системе с двумя или четырьмя передающими и приёмными антеннами. Отметим также, что разброс собственных чисел является наибольшим для ММО-системы с $M = 4, N = 4$.

Рассмотрим результаты моделирования для ММО-системы с $M = 4, N = 4$, для которой максимальное число собственных каналов $L = 4$, а максимальный темп передачи при использовании всех четырёх каналов (система ММО-С) составляет $CL = 8$ бит/символ. Вероятности битовой ошибки для каждого из собственных каналов в зависимости от ОСШ ρ представлены на рис. 3. Видно, что имеется значительное различие эффективности собственных каналов, обусловленное большим разбросом собственных чисел матрицы \mathbf{W} (5). Например, при ОСШ $\rho = 5$ дБ вероятности ошибки в первом и четвёртом собственных каналах различаются более чем в 500 раз.

Для системы ММО-А с постоянным темпом передачи данных зададим $R = 6$ бит/символ, т. е. $R/R_{\max} = 0,75$. При этом среднее число формируемых собственных каналов равно 3. Для системы ММО-В необходимо задать темп передачи данных для наименьшего значения ОСШ $\rho_{\min} = 1$. Пусть он составляет 4 бит/символ, т. е. при $\rho_{\min} = 1$ формируются два собственных канала. С ростом ОСШ число собственных каналов будет увеличиваться. Это видно из рис. 4,

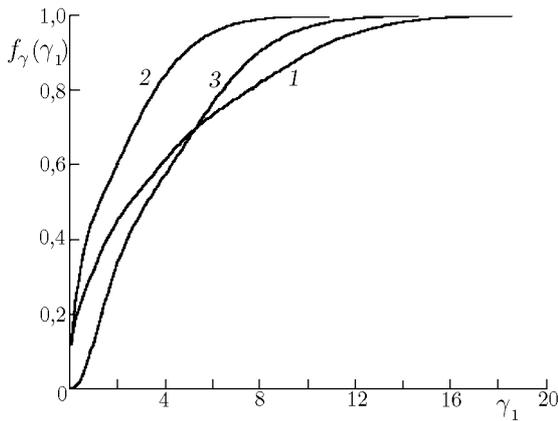


Рис. 2

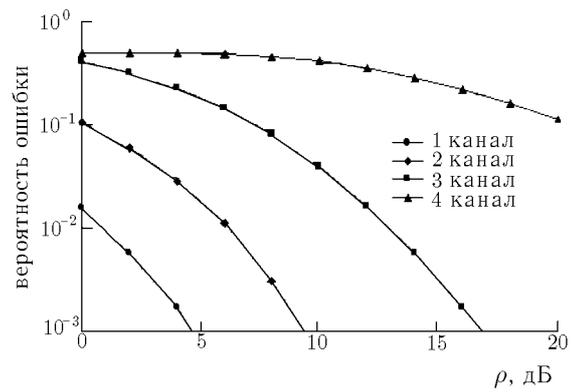


Рис. 3

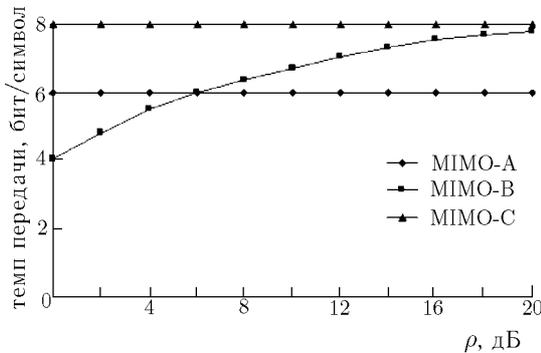


Рис. 4

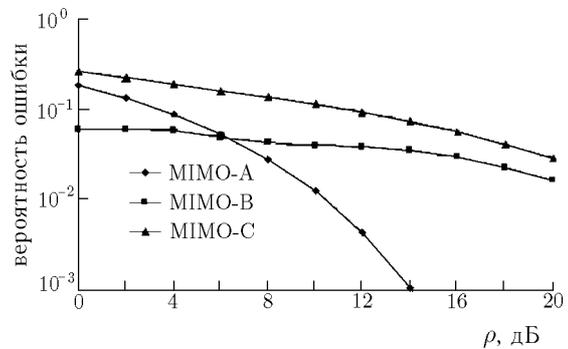


Рис. 5

на котором показан темп передачи данных для всех трёх вариантов MIMO-системы с $M = 4, N = 4$. Соответствующие результаты моделирования вероятности битовой ошибки для всей MIMO-системы представлены на рис. 5.

Из приведённых графиков видно, что вероятность битовой ошибки для систем MIMO-A и MIMO-B уменьшилась по сравнению с базовой системой MIMO-C во всём рассматриваемом интервале ОСШ ρ . При этом для системы MIMO-A наблюдается значительное уменьшение вероятности ошибки в области достаточно больших ОСШ ($\rho > 6$ дБ), в то время как для системы MIMO-B наибольшее уменьшение ошибки имеет место в области малых ОСШ ($\rho < 6$ дБ), что достигается благодаря меньшему темпу передачи в этой области ОСШ (см. рис. 4). Предложенный способ передачи информации даёт возможность значительно уменьшить полную мощность при сохранении заданной вероятности E битовой ошибки. Например, зафиксируем E на уровне 3%. Тогда требуемое ОСШ составляет $\rho = 8; 16$ и 20 дБ для систем MIMO-A, MIMO-B и MIMO-C соответственно. При этом соответствующий темп передачи данных составляет 6; 7,6 и 8 бит/символ.

На рис. 6 и 7 показаны темп передачи данных и вероятность битовой ошибки в MIMO-системе с двумя или четырьмя передающими антеннами и с двумя приёмными антеннами ($M = 2, N = 2$ и $M = 4, N = 2$). Видно, что если $M = 2$ и $N = 2$, то необходимая мощность ρ при сохранении вероятности битовой ошибки E на уровне 3% составляет 8,2; 13,2 и 16,5 дБ для систем MIMO-A, MIMO-B и MIMO-C соответственно при темпе передачи 3; 3,8 и 4 бит/символ. Из приведённых результатов следует, что эффективность предложенного способа уменьшается при различном

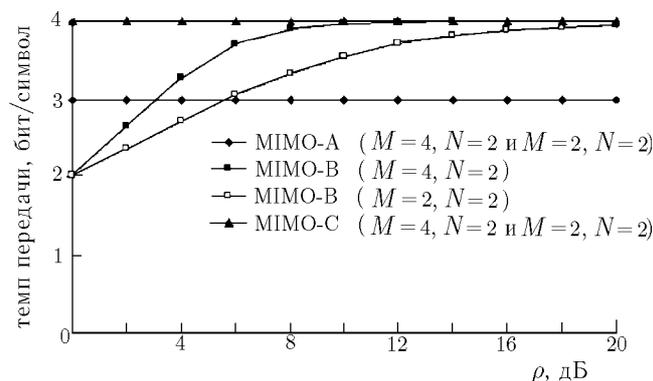


Рис. 6

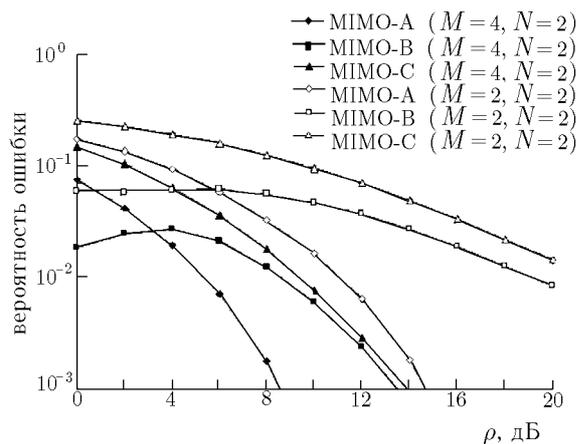


Рис. 7

числе передающих и приёмных антенн, что обусловлено меньшим разбросом собственных чисел канальной матрицы \mathbf{H} (см. рис. 2).

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе рассмотрены MIMO-системы, в которых передача информации осуществляется по параллельным собственным каналам. Предложен метод уменьшения битовой ошибки, основанный на использовании только части собственных каналов с наибольшими мгновенными значениями ОСШ и обеспечивающий компромисс между темпом передачи информации и вероятностью битовой ошибки. Разделение собственных каналов на энергетически сильные и слабые производится с помощью пороговой техники на основе разделения собственных чисел матрицы коэффициентов передачи между передающими и приёмными антеннами. Получено выражение для функции плотности вероятности одного из не ранжированных собственных чисел этой матрицы, через которую находится пороговое значение.

Исследованы два варианта использования предложенного метода в условиях случайного многолучевого пространственного канала связи. В первом из них обеспечивается одинаковый темп передачи данных независимо от ОСШ, т. е. при любом среднем значении ОСШ в среднем используется одинаковое число собственных каналов с наибольшими мгновенными значениями ОСШ. Во втором варианте темп передачи задаётся только для минимального возможного среднего значения ОСШ. Поэтому при увеличении ОСШ число собственных каналов, а следовательно, и темп передачи данных будет увеличиваться. Приводятся результаты математического моделирования для случая релейских замираний сигналов, показывающие высокую эффективность предложенного метода, которая является наибольшей при одинаковом числе передающих и приёмных антенн.

Работа выполнена при поддержке программы «Ведущие научные школы РФ» (№ 00-15-96620), РФФИ (грант № 00-02-17602) и NATO (грант PST. CLG. 977419).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Andersen J. B. // IEEE Antennas and Propagation Magazine. 2000. V. 42, No. 2. P. 12.
2. Ермолаев В. Т., Маврычев Е. А., Флакман А. Г. // Зарубежная радиоэлектроника. Успехи современной радиоэлектроники. 2001. № 9. С. 50.

3. Shiu D, Foschini G. J., Gans M. J., Kahn J. M. // IEEE Trans. Commun. 2000. V. 48, No. 3. P. 502.
4. Maltsev A. A., Rubtsov A. E., Tiraspolsky S. A. // Proc. of the 5th Sci. Conf. on Radio Phys. devoted to the 100th Anniversary of A. A. Andronov's Birth. Nizhny Novgorod, Russia, May 7, 2001. P. 191.
5. Nanda S., Balachandran K., Kumar S. // IEEE Commun. Magaz. 2000. V. 38, No. 11. P. 54.
6. Bender P., Black P., Grob M., Padovani R., Sindhushayana N., Viterbi A. // IEEE Commun. Magaz. 2000. V. 38, No. 7. P. 70.
7. Беван Д. Д. Н., Ермолаев В. Т., Маврычев Е. А., Флаксман А. Г. // Изв. вузов. Радиофизика. 2001. Т. 44, № 12. С. 1050.
8. Финк Л. М. Теория передачи дискретных сообщений. М.: Советское радио, 1970.
9. Parsons J. D. The Mobile Radio Propagation Channel. London: Pentech Press Publisher, 1994.
10. Прокис Дж. Цифровая связь. М.: Радио и связь, 2000.
11. Telatar I. E. // European Trans. on Telecommun. 1999. V. 10, No. 6.
12. Градштейн И. С., Рыжик И. М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М.: Наука, 1971.

¹ Нижегородский госуниверситет им. Н. И. Лобачевского;

² Нижегородский государственный технический
университет,
г. Нижний Новгород, Россия

Поступила в редакцию
30 декабря 2002 г.

REDUCTION OF BIT ERROR PROBABILITY DURING PARALLEL TRANSMISSION OF INFORMATION IN A MIMO SYSTEM

V. T. Ermolayev, E. A. Mavrichev, and A. G. Flaksman

We consider cell communication systems with antenna arrays at both ends of the communication line in which the data transmission under the conditions of scattering medium is performed over parallel eigenchannels. To reduce the bit error probability, we propose the method of information transmission based on the use of only a part of eigenchannels with maximum signal-to-noise ratio and ensuring the compromise between the information transmission rate and bit error probability. Eigenchannels are separated into "energy-strong" and "energy-weak" with the help of the threshold technique. Two possible options of using the proposed method under the conditions of random multiple-beam spatial channel are studied. The results of numerical simulation in the case of Rayleigh fading of signals confirm the high efficiency of the proposed method of information transmission.