# МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Известия высших учебных заведений

# РАДИОФИЗИКА

ежемесячный научно-технический журнал

Издаётся с апреля 1958 г.

Нижний Новгород

2003

Tom XLVI № 12

Содержание
Зайцев В. В., Кисляков А. Г., Урпо С. Проявления 5-минутных осцилляций фо- тосферы в микроволновом излучении Солнца
Черкашин Ю.Н., Егоров И.Б., Урядов В.П., Понятов А.А. Эксперименталь- ные исследования вариаций максимальной применимой частоты на трассах наклон- ного зондирования
Башкуев Ю.Б., Хаптанов В.Б., Ханхараев А.В. Анализ условий распростране- ния СНЧ радиоволн на трассе «Зевс»—Забайкалье
Собчаков Л. А., Астахова Н. Л., Поляков С. В. Возбуждение электромагнитных волн в плоском волноводе с анизотропной верхней стенкой
Иванов В.Б., Толстиков М.В. Эволюция волновых возмущений в верхней ионо- сфере. Часть III
Корнеев В. А., Сидоров В. В., Эпиктетов Л. А. Исследование времени однознач- ного перехода к фазе несущей при автоматическом управлении шкалой времени по измерениям в метеорном радиоканале1044
Бичуцкая Т.И., Макаров Г.И. Излучение электрического диполя из малого плаз- менного сфероида
Мануилов Б. Д., Башлы П. Н., Климухин Д. В. Формирование нулей в вектор- ных диаграммах направленности моноимпульсных решёток прямоугольных волно- водов путём корректировки токов в части излучателей
Бандуркин И. В., Песков Н. Ю., Савилов А. В. Режим «нерезонансного» захвата в СВЧ усилителях
Содержание т. 46 журнала "Известия высших учебных заведений. Радиофизика" за 2003 год
Именной указатель т. 46 журнала "Известия высших учебных заведений. Радиофизи- ка" за 2003 год

УДК 523.9

## ПРОЯВЛЕНИЯ 5-МИНУТНЫХ ОСЦИЛЛЯЦИЙ ФОТОСФЕРЫ В МИКРОВОЛНОВОМ ИЗЛУЧЕНИИ СОЛНЦА

В. В. Зайцев<sup>1</sup>, А. Г. Кисляков<sup>1,2</sup>, С. Урпо<sup>3</sup>

Получены динамические спектры низкочастотной модуляции микроволнового излучения во время солнечных вспышек. Использовались данные наблюдений 5-ти всплесков радиоизлучения на частоте 37 ГГц, зарегистрированных на 14-метровом радиотелескопе обсерватории Метсахови (Финляндия) с 1990 по 1993 гг. Обнаружена частотная модуляция интенсивности радиоизлучения со средним периодом 296 ± 37 (1 $\sigma$ ) с, близким к периоду хорошо известных колебаний фотосферы. Обсуждаются возможные механизмы влияния осцилляций фотосферы на области генерации всплесков радиоизлучения.

## введение

Осцилляции солнечной фотосферы на минутной шкале наблюдаются, в частности, по доплеровским смещениям линий Фраунгофера (см. данные наблюдений в системе солнечных телескопов BiSON [1]) или по перестройке картины фотосферной грануляции (см., например, [2]). Такие явления возникают в результате стохастического возбуждения акустических волн в конвективной зоне атмосферы Солнца вследствие её турбулентности. Считается, что эти акустические волны могут выходить из конвективной зоны в хромосферу в результате «туннельного» эффекта [3].

При наблюдениях микроволнового излучения Солнца отмечаются эффекты, аналогичные перестройке фотосферной грануляции: изменяется структура источников радиоизлучения над флоккулами и пятнами, что приводит к квазипериодическим колебаниям интенсивности радиоизлучения (см., например, [4, 5]) с периодами в интервале 4÷8 мин. Заметим, что в миллиметровом ( $\lambda = 1,4\div8$  мм) диапазоне длин волн обнаружено явление хромосферной грануляции [6, 7], аналогичное фотосферной, однако временные характеристики хромосферной грануляции, повидимому, недостаточно изучены.

В настоящей работе описаны новые проявления 5-минутных колебаний фотосферы, наблюдаемые в микроволновом диапазоне длин волн во время вспышечной активности Солнца. Согласно [8] в динамических спектрах низкочастотной модуляции интенсивности излучения Солнца во время всплесков микроволнового излучения обнаруживаются сигналы диапазона 0,5÷2 Гц с дрейфующей частотой. Модуляция интенсивности радиоизлучения активной области (корональной магнитной петли, КМП) является следствием собственных колебаний КМП во время генерации излучения. Частота этих колебаний пропорциональна, как показано в [9], силе электрического тока в петле. Выделение энергии при всплеске радиоизлучения происходит за счёт уменьшения (диссипации) тока, в то время как процесс накопления энергии в петле сопровождается ростом силы тока. По причине высокой добротности КМП как эквивалентного колебательного контура изменения частоты модуляции следуют линейному закону, т. е. интенсивность излучения петли модулирована сигналом с линейной частотной модуляцией, при этом знак частотного дрейфа соответствует фазе эволюции КМП — накоплению энергии (частота модуляции растёт) или её диссипации (частота модуляции падает).

Как оказалось, на эту медленную частотную модуляцию (время изменения частоты модуляции соответствует продолжительности накопления энергии вспышки, т.е. измеряется часами)

наложены более быстрые осцилляции с периодами, близкими к периодам 5-минутных колебаний фотосферы. Ниже приводятся результаты наблюдений этого нового явления, а также обсуждается его возможная связь с фотосферными колебаниями.

## 1. ВСПЛЕСКИ МИКРОВОЛНОВОГО ИЗЛУЧЕНИЯ И ДИНАМИЧЕСКИЕ СПЕКТРЫ НИЗКОЧАСТОТНОЙ МОДУЛЯЦИИ

В работе использованы данные наблюдений всплесков радиоизлучения Солнца на частоте 37 ГГц в 1990–1993 гг. на 14-метровом радиотелескопе обсерватории Метсахови (Финляндия). Ширина диаграммы направленности антенны на частоте 37 ГГц составляет приблизительно 2,4′ дуги. Чувствительность приёмного комплекса была около 0,1 sfu, что соответствует разрешению по антенной температуре примерно 100 К. Цифровые данные о потоке микроволнового излучения во время всплесков, полученные с временным разрешением от 0,05 до 0,1 с, использовались в дальнейшем для численного анализа динамических спектров низкочастотной модуляции радиоизлучения. При этом использовались два метода спектрально-временно́го анализа: быстрое преобразование Фурье (БПФ) со «скользящим» окном и преобразование Вигнера—Виля. Описание алгоритмов этих программ можно найти в [10].

## 1.1. Событие 28 августа 1990 г.

Временной профиль всплесков радиоизлучения, наблюдавшихся 28.08.90, приведён на рис. 1а. Два всплеска продолжительностью около 50 и 40 мин весьма схожи по форме: они начинаются мощными кратковременными (с длительностью порядка 2÷3 мин) импульсами; эти импульсы наложены на более плавную и продолжительную фазу всплеска типа «постепенный рост и спад» (GRF). На этих кривых можно отметить 4 периода (длительностью около 3÷5 мин каждый) появления мощных флуктуаций, коррелированных по амплитуде с интенсивностью микроволнового излучения Солнца. Спектральный анализ этих флуктуаций показывает, что они представляют собой периодические последовательности импульсов с периодом повторения порядка 20 с. Исследование этого явления выходит за рамки настоящей работы, здесь мы ограничимся анализом динамического спектра низкочастотной модуляции, представленного на рис. 16. В верхней части этого спектра можно видеть продолжительное квазипериодическое колебание с частотой, изменяющейся приблизительно от 2 до 2,3 Гц. Спектральная плотность этого колебания, несомненно, коррелирует с интенсивностью вспышки. Можно видеть также существенно более медленные осцилляции, которые представляют собой частотную модуляцию колебания с частотой порядка 2 Гц. В спектральной составляющей с частотой около 2 Гц наблюдаются разрывы, которые совпадают по времени с появлением мощных импульсов радиоизлучения, а также с описанными выше повышенными флуктуациями радиоизлучения.

Динамический спектр на рис. 16 получен путём БПФ-анализа со «скользящим» окном, длительность окна Хеннинга составляла 512 точек. Отмеченные выше разрывы объясняются появлением в области анализа более мощных спектральных составляющих от импульсов с периодом повторения  $T_1 \sim 20$  с, которые экранируют (подавляют) более слабую компоненту с частотой 2 Гц. Динамический спектр на рис. 16 сильно зашумлён, на него наложены также интенсивные импульсные помехи. Всё это затрудняет определение параметров модулированного по частоте колебания с частотой несущей  $f_c \approx 2$  Гц. На рис. 16 представлен результат анализа методом Вигнера— Виля (с применением частотной фильтрации и нормировки на огибающую [10], окно Хеннинга 1024 точек) узкой частотной области сигнала, где сосредоточена основная энергия модулированного по частоте колебания с несущей около 2 Гц. Как можно видеть из рис. 16, динамический

В. В. Зайцев и др.





спектр свободен от импульсных помех и спектральных составляющих других сигналов. Остаются лишь разрывы в спектре модулированного по частоте колебания, обусловленные эффектом подавления слабого сигнала сильным.

На динамическом спектре на рис. 16 можно выделить около 20-ти периодов частотной модуляции, что позволяет достаточно точно определить период модуляции  $T_{\rm fm}$  и девиацию частоты  $2 \Delta F$  колебания:

$$T_{\rm fm} = 295 \pm 10 \text{ c}, \qquad 2 \Delta F = 0.05 \pm 0.01 \text{ } \Gamma \text{ I},$$

(здесь и далее погрешности указываются по уровню  $1\sigma$ ). Закон частотной модуляции достаточно близок к синусоидальному, хотя можно заметить некоторое обострение минимумов и максимумов кривой, типичное для «пилообразной» модуляции. Индекс частотной модуляции составляет  $T_{\rm fm} \Delta F \approx 7,4 \gg 1$ , т.е. ширина спектра модулированного по частоте колебания определяется величиной  $2\Delta F$ . Заметим, что график на рис. 16 не даёт представления о временной зависимости спектральной плотности модулированного по частоте колебания, что является следствием нормировки, однако эту зависимость можно видеть на рис.  $1\delta$ .



Рис. 2. Временной профиль всплеска излучения на частоте 37 ГГц 01.09.90 (*a*) и фрагмент динамического спектра низкочастотных пульсаций, полученного методом Вигнера—Виля (б)

#### 1.2. Событие 1 сентября 1990 г.

Рис. 2a представляет всплеск излучения Солнца на длине волны  $\lambda = 8$  мм, зарегистрированный 01.09.90 на 14-метровом радиотелескопе обсерватории Метсахови. Основной импульс всплеска имеет продолжительность около 20 мин, плавное уменьшение интенсивности радиоизлучения продолжается ещё около 60 мин. На записи радиоизлучения можно отметить интервалы, где наблюдается повышенный уровень флуктуаций, подобных обнаруженным при анализе события 28.08.90. Анализ спектра этих флуктуаций показывает, что они также представляют собой цуги квазипериодических импульсов с периодом, близким к T<sub>1</sub>; 01.09.90 период повторения был равен  $T_2 \sim 18 \pm 2$  с. Это сходство и небольшой интервал времени между наблюдениями позволяют предполагать, что мы имеем дело с одной и той же активной областью на Солнце<sup>1</sup>. Динамический спектр, показанный на рис. 26, получен методом Вигнера-Виля аналогично тому, как анализировалось предыдущее событие. На спектре также имеются разрывы вследствие подавления слабого квазигармонического сигнала сильными квазипериодическими импульсами. Несущая частота модулированного по частоте колебания, чётко обнаруживаемого и в этом случае, изменяется за время наблюдения примерно по линейному закону приблизительно от 1,75 Гц до 2 Гц, т.е. близка к несущей частоте, измеренной 28.08.90. Динамический спектр на рис. 26 сильнее зашумлён, что говорит о низкой интенсивности модулированного сигнала. Тем не менее очевидна корреляция спектральной плотности модулированного по частоте сигнала с интенсивностью всплеска радиоизлучения. Кроме того, девиация частоты этого сигнала максимальна в области основного импульса всплеска и составляет  $2\Delta F = 0.07 \pm 0.015$  Гц. Период частотной модуляции равен  $T_{\rm fm} = 328 \pm 16$  с. Индекс частотной модуляции в этом случае несколько выше, чем в предыдущем:

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Сопоставление радионаблюдений с оптическими данными выходит за рамки настоящей работы.



Рис. 3. Временной профиль всплеска излучения на частоте 37 ГГц 07.05.91 (*a*) и часть его динамического спектра, полученного методом Вигнера—Виля (б)

 $T_{\rm fm} \Delta F \approx 11,5 \gg 1$ . Таким образом, ширина спектра этого колебания также определяется удвоенной девиацией частоты; такая информация существенна для выбора полосы пропускающего фильтра при выделении подобного сигнала из шумов.

В области всплеска, где интенсивность радиоизлучения составляет менее 10 % от пиковой, девиация частоты резко (по крайней мере, вдвое) падает. Кроме того, значительно ослабляется и спектральная плотность модулированного по частоте колебания, поэтому определение его параметров здесь затруднено.

#### 1.3. Событие 7 мая 1991 г.

Это событие демонстрирует одиночный всплеск радиоизлучения активной области на Солнце с типичным профилем интенсивности: сначала предвестник в виде короткого (с длительностью порядка 2 мин) мощного импульса, а затем всплеск развивается по сценарию GRF (см. рис. 3*a*). Часть динамического спектра низкочастотной модуляции интенсивности всплеска представлена на рис. 3*b*; она получена путём предварительной частотной фильтрации сигнала и последующей обработки по методу Вигнера—Виля. Здесь можно видеть 9 периодов модулированного по частоте колебания на протяжении приблизительно 40 мин. Средний период частотной модуляции составляет в этом случае  $T_{\rm fm} = 264 \pm 24$  с. Видно также, что частота несущей убывает приблизительно от 0,635 Гц в начале события до 0,62 Гц в конце (т. е. изменяется относительно слабо), в то время как девиация частоты изменяется на этом же временном интервале от  $2 \Delta F \simeq 0,02 \pm 0,002$  Гц до  $2 \Delta F \simeq 0,013 \pm 0,002$  Гц. Таким образом, индекс модуляции этого модулированного по частоте сигнала несколько ниже, чем в предыдущих случаях:  $T_{\rm fm} \Delta F \approx 2,6 > 1$ .

В событии 07.05.91 удалось также проследить корреляцию частотной модуляции квазигармонического сигнала на динамическом спектре с амплитудной модуляцией интенсивности радиоизлучения на временном профиле всплеска. Рис. 4 иллюстрирует эту взаимосвязь. В данном



Рис. 4. Фрагмент динамического спектра низкочастотных пульсаций, приведённого на рис. 36 (a) и соответствующая этому спектру часть временно́го профиля всплеска с рис. 3a (b)

событии фазы частотной и амплитудной модуляции совпадают. Корреляция частотной модуляции на динамическом спектре с изменениями интенсивности всплеска служит, на наш взгляд, дополнительным аргументом в пользу солнечного происхождения модулированного по частоте колебания.

#### 1.4. Событие 13 июля 1992 г.

В этот день наблюдался относительно слабый всплеск радиоизлучения на длине волны 8 мм (см. рис. 5*a*). Как видно из рис. 5*a*, всплеск имел вид волн интенсивности с периодом около 14 мин; после пяти волн примерно равной интенсивности следовала шестая, интенсивность которой была почти на порядок больше. Диаграмма Вигнера—Виля для этого всплеска представлена на рис. 5*б*. Здесь в области частот 0,7÷1 Гц обнаруживаются два сигнала с линейной частотной модуляцией (ЛЧМ), один из которых имеет положительный тренд частоты (от 0,85 до 1,03 Гц), а второй — отрицательный, с изменением частоты приблизительно от 1 до 0,75 Гц. Как уже упоминалось выше, подобные сигналы могут отражать процессы накопления (при положительном дрейфе частоты) и диссипации (при отрицательном дрейфе частоты) энергии электрического тока, запасённой в КМП [8, 11]. Оба ЛЧМ колебания имеют достаточно чётко видимую квазигармоническую модуляцию частоты. В начале ЛЧМ сигнала с положительным дрейфом частоты период частотной модуляции составляет около 340 с, а к концу события он уменьшается до 320 с. В среднем период 5-минутных колебаний равен  $T_{\rm fm} = 330 \pm 10$  с, девиация частоты 2  $\Delta F \approx 0,025 \pm 0,002$  Гц. Таким образом, индекс частотной модуляции и в этом случае достаточно велик:  $T_{\rm fm} \Delta F \approx 4 \gg 1$ .

ЛЧМ колебание с отрицательным дрейфом частоты имеет более медленную частотную модуляцию, период которой можно оценить только по заключительной части события, где он составляет  $13,4 \pm 2$  мин и в пределах ошибки измерений не отличается от периода колебаний интенсивности всплеска, отмеченных выше. На завершающей стадии всплеска, где интенсивность радиоизлучения максимальна и более чётко прослеживается медленная частотная модуляция сигнала, фазы частотной и амплитудной модуляции противоположны. Девиация частоты при медленной частотной модуляции приближается к  $2\Delta F \approx 0.05 \pm 0.01$  Гц (оценка также выполнена по заключительной стадии всплеска), и индекс частотной модуляции в этом случае заведомо много больше единицы.



Рис. 5. Временной профиль всплеска излучения на частоте 37 ГГц 13.07.92 (*a*) и часть его динамического спектра, полученного методом Вигнера—Виля (б)

## 1.5. Событие 27 июня 1993 г.

Профиль этого всплеска радиоизлучения активной области на Солнце ( $\lambda = 8$  мм) показан на рис. 6*a*. Начальный всплеск радиоизлучения (предвестник) здесь очень слабо выражен, и событие можно причислить к разряду GRF-всплесков. Частотную модуляцию интенсивности радиоизлучения удалось проследить только в области максимальной интенсивности всплеска. По 5ти периодам модуляции, которые наблюдаются в этой части динамического спектра (рис. 6*6*, спектр получен с помощью преобразования Вигнера—Виля), можно оценить их среднюю величину:  $T_{\rm fm} = 264 \pm 24$  с, девиация частоты при этом составляет  $2 \Delta F \approx 0.02 \pm 0.005$  Гц, что соответствует умеренному индексу частотной модуляции:  $T_{\rm fm} \Delta F \approx 2.6 > 1$ .

Квазигармоническая частотная модуляция и в этом случае наблюдается на фоне ЛЧМ сигнала. Этот сигнал имеет отрицательный дрейф частоты в интервале приблизительно от 0,77 до 0,72 Гц.



Рис. 6. Временной профиль всплеска излучения на частоте 37 ГГц 27.06.93 (*a*) и часть его динамического спектра, полученного методом Вигнера—Виля (б)

Возможно, что с уменьшением интенсивности всплеска несколько убывает и девиация частоты в колебании с частотной модуляцией. Однако несравненно более чёткой является корреляция спектральной плотности колебания с интенсивностью радиоизлучения, что также говорит о его солнечном происхождении.

## 2. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Для удобства сравнения данных наблюдений в различные периоды ниже приводится их итоговая таблица.

## Таблица 1

Дата и время измерений	Частота несущей,	Период	Девиация	Индекс
	Гц	модуляции, с	частоты, Гц	модуляции
28.08.90 (08:20–10:50 UT)	$2,\!00 \rightarrow 2,\!30$	$295\pm10$	$0,050 \pm 0,010$	7,4
01.09.90 (06:40–08:20 UT)	$1,75 \rightarrow 2,00$	$328\pm16$	$0,\!070 \pm 0,\!015$	11,5
07.05.91 (10:10–11:10 UT)	$0{,}635 \rightarrow 0{,}620$	$264\pm24$	$0{,}020\pm0{,}002$	$^{2,6}$
			(начальная фаза)	
13.07.92 (07:00-08:20  UT)	$0{,}85 \rightarrow 1{,}03$	$330\pm10$	$0,025\pm0,002$	$^{4,0}$
27.06.93 (11:10–12:15 UT)	$0{,}77 \rightarrow 0{,}72$	$264\pm24$	$0,020\pm0,005$	$^{2,6}$

Параметры 5-минутной частотной модуляции интенсивности солнечного радиоизлучения

Эти данные могут быть использованы для сравнения с результатами наблюдений радиальных колебаний фотосферы [1]. При этом следует учитывать, что данные [1] являются результатом многомесячных синхронных наблюдений на 6-ти солнечных телескопах. В связи с этим имеет смысл статистический анализ параметров, приведённых в табл. 1. Средний период частотной модуляции

В. В. Зайцев и др.

микроволнового излучения Солнца равен  $\overline{T}_{\rm fm} = 296, 2 \pm 32, 5$  с, что соответствует частоте колебаний  $\overline{F}_{\rm fm} = 3,38 \pm 0,37$  мГц. Заметим, что стандарт отклонения величины  $\overline{T}_{\rm fm}$  существенно превышает точность измерения отдельных значений  $T_{\rm fm}$  по данным табл. 1. Энергетический спектр радиальной моды колебаний фотосферы имеет максимум вблизи  $F_{\rm fo} = 3,2$  мГц, что согласуется с приведённым выше значением  $\overline{F}_{\rm fm}$ . Ширина энергетического спектра колебаний фотосферы (по точкам «половинной» энергии) составляет около 0,6 мГц [1], поэтому создаётся впечатление, что линия 5-минутной частотной модуляции микроволнового излучения обладает либо такой же, либо большей добротностью, чем линия колебаний фотосферы (если учесть параметры динамических спектров отдельных реализаций, где добротность линии 5-минутной частотной модуляции достигает значений порядка 10).

Проведённое выше сравнение носит формальный характер по нескольким причинам. Осцилляции фотосферы имеют глобальные масштабы, а данные по энергетическим спектрам получены в период с 1994 по 1997 гг. (вблизи минимума солнечной активности 22/23 циклов). Микроволновые всплески генерируются, по-видимому, в КМП, ответственных за вспышечную активность, и наблюдались в период, близкий максимуму солнечной активности (22 цикл). Энергетический спектр колебаний фотосферы статистически более представителен, т. к. он получен путём интегрирования многомесячных данных наблюдений, в то время как микроволновые всплески развиваются и исчезают в течение  $1\div2$  ч, и количество их (рассмотренных представленным в работе методом) пока невелико.

Тем не менее с учётом того, что проявления фотосферных колебаний отмечались и ранее в виде амплитудной модуляции микроволнового излучения Солнца, отмеченное выше совпадение периодов частотной модуляции и фотосферных колебаний нельзя считать случайным. В связи с этим целесообразно обсудить возможные механизмы влияния фотосферных колебаний на частоту низкочастотной модуляции микроволновых всплесков, генерируемых в КМП.

О связи излучения вспышек с корональными магнитными петлями свидетельствуют многочисленные данные, в том числе прямые наблюдения структуры источников с помощью систем с высоким пространственным разрешением [12]. Мы также будем придерживаться точки зрения, согласно которой микроволновое излучение вспышек (особенно вспышек с достаточно простым временным профилем) генерируется в корональных магнитных петлях. Мы увидим, что в рамках этого предположения удаётся достаточно просто понять влияние фотосферных возмущений на спектр флуктуаций микроволнового излучения.

Прежде всего отметим, что КМП непосредственно связаны с конвективной зоной, т. к. их основания замыкаются в фотосфере. Возможно, что магнитные петли образуют каналы для прохождения акустических волн в хромосферу. Но если говорить об излучении собственно КМП, то медленные (по сравнению с временем инерции петли) изменения силы тока в петле описываются уравнением [8]

$$\frac{L}{c^2}\frac{\partial I_z}{\partial t} + R(I_z)I_z = \mathcal{E}(I_z),\tag{1}$$

где  $I_z$  — ток в петле, L — индуктивность петли. Величина  $R(I_z)$  определяется соотношением

$$R(I_z) = \frac{3\xi_1 F^2 \left(1 - b_1^{-2}\right) \ell_1 I_z^2}{c^4 n m_i \nu_{ia} \pi r_1^4} \,. \tag{2}$$

Это сопротивление контура, обусловленное ионно-атомными столкновениями в частично ионизованной замагниченной плазме фотосферных оснований КМП, где реализуется так называемая проводимость Каулинга. Здесь  $F \approx 1$  — относительная концентрация нейтральных частиц в плазме,  $r_1$  и  $\ell_1$  — поперечный радиус и длина части петли в фотосфере (динамо-область петли)

соответственно, n — концентрация электронов (ионов),  $m_i$  — масса ионов,  $\nu_{ia}$  — частота столкновений ионов с атомами,  $b_1$  — параметр, равный отношению амплитуд азимутальной и продольной компонент индукции магнитного поля в петле и характеризующий его скрученность. Формфактор  $\xi_1 \simeq 0,5$  определяется геометрией магнитного поля в основаниях петли и слабо зависит от  $b_1$ . Выражение (2) справедливо при условии, что классические омические потери  $R_0$  малы, т. е.  $R_0 \ll R(I_z)$ . Наконец, ЭДС, генерируемая в основаниях петли (правая часть уравнения (1)), определяется соотношением

$$\mathcal{E}(I_z) = \frac{|V_{r1}|\,\ell_1}{r_1 c^2} \, I_z,\tag{3}$$

где  $V_{r1}$  — радиальная компонента скорости движения плазмы в динамо-области фотосферы.

Таким образом, в уравнения (1)-(3) входит достаточно большое количество параметров фотосферы, флуктуации которых могли бы повлиять на частоту собственных колебаний КМП как эквивалентного электрического контура. Как следует из экспериментальных данных, приведённых выше, 5-минутная частотная модуляция проявляется более чётко для ЛЧМ сигналов с положительным трендом частоты (фаза накопления энергии КМП). В режиме накопления энергии электрического тока, при достаточно малой его величине по сравнению со стационарным значением  $I_{z0}$ , решение уравнения (1) имеет вид [8]

$$I_z(t) \propto I_{z0} \exp(\kappa t),\tag{4}$$

где  $\kappa = |V_{r1}| \ell_1/(r_1L)$ . С учётом решения (4) можно предположить, что модуляция тока петли вследствие 5-минутных колебаний фотосферы (и, следовательно, частоты собственных колебаний КМП) вызвана изменениями геометрии фотосферной части петли (т. е. параметров  $\ell_1$  и  $r_1$ ). Индуктивность петли  $L \propto \ell$ , где  $\ell$  — полная длина петли, можно считать постоянной, т. к.  $\ell \gg \ell_1$ , к тому же L слабо зависит от поперечного размера петли [8]. Вторая возможная причина влияния фотосферы — это модуляция радиальных скоростей  $V_{r1}$ . Вполне вероятно, что оба процесса происходят синхронно, т. е. увеличение скорости турбулентных движений в фотосфере приводит к бо́лышим смещениям её слоёв. Заметим, что максимум спектра эффективных скоростей при 5-минутных колебаниях фотосферы совпадает по частоте с пиком их энергетического спектра [1].

Напомним, что уравнение (1) применимо для оценки влияния достаточно медленных изменений параметров петли. Корональные магнитные петли как эквивалентные электрические контуры обладают, по-видимому, высокой добротностью ( $Q \sim 10^4 \div 10^5$  [9]) и, следовательно, большой постоянной времени  $\tau = 1/\Delta f = Q/f_0$ , где  $\Delta f$  и  $f_0$  — ширина резонансной кривой и резонансная частота колебательного контура соответственно. Для  $f_0 = 2$  Гц и  $Q = 10^4$  получаем  $\tau \approx 83$  мин. Поскольку наблюдаемый период модуляции частоты собственных колебаний КМП составляет порядка 5 мин, добротность КМП не должна превышать  $10^3$ .

На основании данных работы [1] можно оценить ожидаемые относительные изменения величин  $\ell_1$  и  $V_{r1}$ , которые оказываются довольно малыми по сравнению с наблюдаемой относительной девиацией частоты собственных колебаний КМП. Однако сами КМП могут иметь резонансные частоты порядка  $f_0 = 3,3$  мГц. Например, в [13] отмечается обнаружение медленных магнитозвуковых волн с периодами 290÷310 с, генерируемых в петле. Таким образом, наблюдаемая модуляция частоты собственных колебаний КМП может быть результатом воздействия фотосферных осцилляций, синхронизированных с возбуждением магнитозвуковых волн в петле.

В заключение этого раздела заметим, что механизмы влияния фотосферных колебаний на параметры микроволнового излучения Солнца требуют дальнейшего изучения и уточнения. Известно, например, что области повышенного излучения иногда включают несколько магнитных петель. В этом случае возможно их взаимодействие, и модуляция собственных частот петель может быть результатом такого взаимодействия [14]. Кроме того, в этом случае, возможно, более эффективным станет процесс перестройки структуры источника излучения, аналогичный наблюдаемому в фотосфере [2].

## 3. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, на основании анализа 5-ти солнечных событий, наблюдавшихся в период с 1990 по 1993 гг., в которых удалось обнаружить 5-минутную частотную модуляцию в солнечном радиоизлучении, можно сделать следующие выводы.

Периоды 5-минутной частотной модуляции лежат в пределах 260÷330 с, девиации частоты лежат в пределах 0,02÷0,07 Гц. Модуляция является «квазистационарной», т. к. индекс частотной модуляции всегда существенно больше единицы (находится в пределах 2,6÷11).

Установлена корреляция спектральной плотности модулированных по частоте колебаний с интенсивностью всплесков солнечного радиоизлучения. В некоторых случаях удалось установить синхронность изменения девиации частоты и самой частотной модуляции с колебаниями интенсивности микроволнового излучения. Такие связи указывают на солнечное происхождение частотной модуляции.

Наблюдаемая частотная модуляция интерпретируется как модуляция частоты собственных колебаний КМП, где генерируется всплеск радиоизлучения. Наибольшая спектральная плотность и девиация частоты отмечены при нарастании частоты собственных колебаний КМП.

Как частота, так и добротность линии 5-минутной частотной модуляции близки к соответствующим параметрам 5-минутных колебаний солнечной фотосферы, что указывает на динамическую связь нижней хромосферы, где генерируется микроволновое излучение, с солнечной фотосферой. Такая связь может осуществляться и через источники вспышечного излучения — корональные магнитные петли, основания которых замыкаются в фотосфере. В пользу этого предположения говорит также обнаружение в двух КМП медленных магнитозвуковых волн с 5-минутным периодом.

Авторы признательны Е. И. Шкелёву за разработку компьютерных программ спектрально-временно́го анализа нестационарных сигналов. Данная работа проводилась в рамках сотрудничества Академий наук России и Финляндии (проект № 11) и поддержана РФФИ (гранты № 01–02–16435 и 02–02–16239), ФЦНТП «Астрономия», программой Президиума РАН «Нестационарные явления в астрономии», а также программами поддержки ведущих научных школ России (гранты НШ–1744.2003.2 и НШ–1483.2003.2).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Chaplin W. J., Elsworth Y., Isaak C. R., et al. // MNRAS. 1998. V. 298. L7.
- 2. Brandt P. N., Hoekzema N. M., Rutten R. J., et al. // Astron. Astrophys. 1998. V. 333. P. 322.
- Brown T. M., Mihalas B. W., Rhodes E. I. // Physics of the Sun. Dordrecht: Kluwer, 1986. V. 1. P. 177.
- 4. Kundu M. R., Velusami T. // Solar Physics. 1974. V. 34. P. 125.
- Кисляков А. Г., Носов В. И., Цветков Л. И. // Кинематика и физика небесных тел. 1990. Т. 6. С. 36.
- 6. Efanov V. A., Moiseev I. G., Severnyi A. B. // Nature. 1974. V. 249. P. 330.
- Кисляков А. Г., Куликов Ю. Ю., Федосеев Л. И., Чернышёв В. И. // Письма в АЖ. 1975. Т. 1. С. 24.
- Зайцев В. В., Кисляков А. Г., Урпо С., Шкелёв Е. И. // Изв. вузов. Радиофизика. 2001. Т. 44, № 9. С. 756.

Поступила в редакцию

28 мая 2003 г.

- Zaitsev V. V., Stepanov A. V., Urpo S., Pohjolainen S. // Astron. Astrophys. 1998. V. 337. P. 887.
- Шкелёв Е. И., Кисляков А. Г., Лупов С. Ю. // Изв. вузов. Радиофизика. 2002. Т. 45, № 5. С. 433.
- 11. Зайцев В. В., Кисляков А. Г., Урпо С. и др. // Труды конф. «Активные процессы на Солнце и звёздах», С.-Петербург, 1–4 июля 2002 г. С. 55.
- Bray R. J., Cran L. E., Durrant C. J., Longhhead R. E. // Plasma Loops in the Solar Corona. Cambridge Univ. Press, 1991.
- Зайцев В. В., Кисляков А. Г., Степанов А. В. и др. // Изв. вузов. Радиофизика. 2001. Т. 44, № 1–2. С. 38.
- 14. Зайцев В. В., Ходаченко М. Л. // Изв. вузов. Радиофизика. 1997. Т. 40, № 1–2. С. 176.

 <sup>1</sup> Институт прикладной физики РАН, г. Нижний Новгород, Россия;
 <sup>2</sup> Нижегородский госуниверситет им. Н. И. Лобачевского, г. Нижний Новгород, Россия;
 <sup>3</sup> Metsähovi Radio Observatory, Kylmälä, Finland

## SIGNATURES OF THE 5-MIN OSCILLATIONS OF THE PHOTOSPHERE IN THE MICROWAVE EMISSION FROM THE SUN

V. V. Zaitsev, A. G. Kislyakov, and S. Urpo

We obtain the dynamical spectra of low-frequency modulation of the microwave emission during solar flares. The data of observations of 5 bursts of radio emission at a frequency of 37 GHz, detected by the 14-m radio telescope of the Metsähovi Radio Observatory (Finland) in 1990–1993. We discover a frequency modulation of the intensity of radio emission. The average period  $296 \pm 37 (1\sigma)$  s of this modulation is close to the period of the well-known oscillations of the photosphere. Possible mechanisms of the influence of the photospheric oscillations on the regions where microwave bursts are generated. УДК 550.388.2

## ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ВАРИАЦИЙ МАКСИМАЛЬНОЙ ПРИМЕНИМОЙ ЧАСТОТЫ НА ТРАССАХ НАКЛОННОГО ЗОНДИРОВАНИЯ

Ю. Н. Черкашин,<sup>1</sup> И. Б. Егоров,<sup>1</sup> В. П. Урядов,<sup>2</sup> А. А. Понятов<sup>2</sup>

Представлены результаты экспериментальных исследований вариаций максимальной применимой частоты (МПЧ) на широтных (Англия—Москва, Хабаровск—Нижний Новгород) и меридиональной (Кипр—Москва) трассах. Установлено, что в весенний период 2002 г. квазипериод вариаций МПЧ составлял от 20 минут до нескольких часов. Абсолютные значения вариаций МПЧ изменялись от 0,2 до 2 МГц. Показано существенное влияние квазипериодических возмущений, являющихся ионосферным откликом акустико-гравитационных волн, возбуждаемых терминатором, на вариации дистанционночастотных характеристик коротковолновых сигналов на протяжённой широтной трассе.

#### введение

Максимальная применимая частота (МПЧ) и её вариации с течением времени суток, изменением сезона и геофизических условий играют важную роль при выборе рабочих частот КВ радиосвязи. Известно, что наряду со случайными отклонениями [1] вариации МПЧ имеют также и квазипериодическую составляющую, обусловленсреднемасштабными крупномасную И штабными волновыми возмущениями ионосферных параметров. Хотя исследованию пространственно-временных свойств перемещающихся волновых возмущений посвящено большое число работ (см., например, [2] и цитируемую там литературу), экспериментальному исследованию воздействия таких возмущений на один из основных параметров ионосферного КВ радиоканала — МПЧ — уделяется мало внимания. В определён-



ной степени это связано с ограниченными техническими возможностями используемых средств зондирования. Применение современных широкополосных средств зондирования [3], обладающих высокой помехозащищённостью и высокой разрешающей способностью, существенно меняет ситуацию и позволяет проводить систематические наблюдения характеристик канала с низким порогом определения значимых вариаций МПЧ.

В работах прежних лет нами проводилось модельное исследование цугов акустико-гравитационных волн (АГВ) с максимальной амплитудой возмущения электронной концентрации порядка 10÷20% и длиной порядка 20÷50 км, распространяющихся сверху вниз под большими зенитными углами [4]. Характерные поперечные размеры возмущения выбирались порядка 100÷200 км. Влияние коротких цугов такого возмущения максимально отражалось на МПЧ и приводило к

Ю. Н. Черкашин и др.

дроблению лучевой структуры в окрестности каустики, что подтвердилось в эксперименте [4]. К тому же типу исследований относится работа, выполненная в ИЗМИРАН [5]. Эти исследования позволили оценить теоретическую зависимость дальности распространения D от угла возвышения  $\gamma$  и обнаружить искажения этой характеристики за счёт локализованной неоднородности, в частности, в окрестности МПЧ, т. е. каустики. В этой работе был сделан вывод, что локализованная неоднородность приводит и к многолучёвости в окрестности каустики, и к увеличению МПЧ на заданной дальности. Подобное явление демонстрируется на рис. 1, из которого следует, что при наличии локализованной неоднородности на заданную дальность  $D_0$  могут приходить сигналы на частоте  $f_1$ , которая выше МПЧ ( $f_0$ ) невозмущённой модели ионосферы. Вариации МПЧ могут быть обусловлены и влиянием АГВ, что подтверждают модельные расчёты [4].

В 2002 году была проведена серия экспериментов на радиотрассах наклонного зондирования с использованием ЛЧМ-ионозонда. Основная масса экспериментального материала была получена в зимне-весеннее время. В данной статье мы приводим часть из обработанных нами данных с целью выделения вариаций МПЧ, имеющих, по нашему мнению, квазипериодический характер. Более полный анализ полученных данных с привлечением моделирования и с учётом геофизической обстановки предполагается сделать в следующей работе.

#### 1. СХЕМА ЭКСПЕРИМЕНТА

Наклонное зондирование осуществлялось на трассах широтной ориентации Инскип (Англия)— Москва (ИЗМИРАН), Хабаровск—Нижний Новгород и на меридиональной трассе Кипр—Москва (ИЗМИРАН). Одновременно с ионограммами наклонного зондирования проводилось вертикальное зондирование на ионозонде «Парус», созданном коллективом ИЗМИРАН. Данные последнего необходимы для коррекции модели ионосферы при анализе ионограмм наклонного зондирования. Ионозонд «Парус» позволял также отслеживать возмущения ионосферы над московским регионом во время экспериментов на наклонных трассах. Ионограммы наклонного зондирования для первых двух мод распространения были обработаны нами с целью выделения вариаций МПЧ<sup>1</sup>. Выборочные результаты (наиболее типичные) представлены в статье.

При работе ЛЧМ-зондов на Кипре, в Англии и Хабаровске регистрировались ионограммы наклонного зондирования. На основе экспериментальных данных составлялись зависимости группового времени распространения и МПЧ как функций времени. Точность отсчёта МПЧ была приблизительно равна 0,1 МГц, шаг дискретизации составлял 5, 10 и 15 минут (так была выбрана последовательность работы ЛЧМ-ионозондов). Полученный массив данных можно отобразить графически на плоскости частота (МПЧ)—время. В этих дискретных временны́х рядах можно визуально найти квазипериодические вариации МПЧ с достаточно заметной амплитудой и с учётом критерия Найквиста<sup>2</sup> оценить их характерные времена.

## 2. АНАЛИЗ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ

На рис. 2*a* представлены зависимости МПЧ от времени суток на меридиональной трассе Кипр—Москва (19 февраля 2002 г.). На рисунке заметны изменения МПЧ на односкачковой (верхняя кривая) и двухскачковой (нижняя кривая) модах распространения. На двухскачковой

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> При описании экспериментальных результатов под МПЧ понимается максимальная частота, регистрируемая на экспериментальных ионограммах, которая в пренебрежении эффектами рассеяния вперёд на интенсивных неоднородностях с масштабами от сотен метров до нескольких километров (проявляющихся в основном на трансполярных трассах) совпадает с МПЧ в регулярной ионосфере.

 $<sup>^{2}</sup>$  Согласно критерию Найквиста, в дискретном сигнале с временны́м шагом T можно выделить гармонические составляющие с периодами не менее 2T [6].



моде распространения от 12 до 18 часов на фоне почти постоянного уровня МПЧ наблюдалась мелкая рябь с характерными временными вариациями порядка  $20 \div 30$  мин и амплитудой вариаций МПЧ  $0,3 \div 0,6$  МГц. За время от 18 до 24 часов наблюдалось линейное уменьшение МПЧ. Удаление тренда позволяет более чётко выделить вариации МПЧ. Это видно из рис. 26 и 6, где показано поведение вариаций МПЧ мод 1F2 и 2F2 соответственно относительно удалённого тренда. Визуально наблюдается заметное увеличение «периода» вариаций при переходе от дневных к вечерним и ночным часам (см. рис. 26).

Для односкачковой моды распространения 1F2 дневные изменения МПЧ не были зафиксированы, т. к. они вышли за рабочий интервал частот ЛЧМ-зонда. В вечернее время на этой моде «период» вариаций МПЧ составлял  $0,5 \div 2$  часа с амплитудой  $0,2 \div 1$  МГц (см. рис. 26). В ночное время вариации МПЧ были порядка 0,5 МГц с «периодом» от 0,5 до 1 часа.

Ю. Н. Черкашин и др. 1013



На рис. 3 представлены вариации МПЧ в ночное и утреннее время для 06 апреля 2002 г. на широтной (Англия—Москва) и меридиональной (Кипр—Москва) трассах. Для трассы Англия— Москва характерное время вариаций МПЧ изменялось в интервале от 0,5 до 1 часа при амплитуде вариаций порядка 1 МГц. На трассе Кипр—Москва, кроме небольших вариаций с тем же «периодом», но меньшей амплитуды, можно наблюдать крупномасштабную вариацию МПЧ с характерным временем порядка 4,5 часов и амплитудой порядка 1 МГц. Такой характерный «период» особенно хорошо наблюдался при двухскачковом распространении. В то же время высокочастотные колебания при таком типе распространения практически не наблюдались. На этой же трассе Кипр—Москва при односкачковом распространении просматриваются вариации МПЧ с характерным временем порядка 1 часа и амплитудой меньше 1 МГц.

На рис. 4 представлены результаты измерений МПЧ на трассах Англия—Москва и Кипр— Москва для 30 апреля 2002 г. На рисунках можно видеть достаточно чётко выраженную «модуляцию» среднего временно́го хода МПЧ, особенно хорошо заметную на трассе Англия—Москва на фоне плато на зависимости МПЧ для моды 1F2 с 14 до 22 часов. Видно, что вариации МПЧ носят не случайный, а квазирегулярный характер. Стандартное отклонение вариаций МПЧ составляет 0,67 МГц, т. е. амплитуда вариаций МПЧ изменяется в пределах, значительно превышающих погрешность измерений, равную 0,1 МГц. Это позволяет говорить о статистической значимости зарегистрированных квазирегулярных вариаций МПЧ.

Для трассы Кипр—Москва можно говорить о сильных вариациях МПЧ с характерным временем порядка 4 часов для обеих мод распространения и амплитудой 1,5÷2,5 МГц в ночное и утреннее время. Для трассы Англия—Москва характерны вариации МПЧ с «периодом» 1÷2 часа и амплитудой 0,5÷2 МГц.

Интересные данные были получены на трассе Хабаровск—Нижний Новгород в переходное время суток 16:15–17:30 MSK 26 марта 2002 г., когда широтная трасса пересекала терминатор. На рис. 5 показана серия ионограмм, полученных с интервалом 15 минут, которая иллюстрирует квазипериодическую «модуляцию» дистанционно-частотной характеристики — ослабление и усиление сигнала нижнего луча низшей моды распространения 2F2 в широкой полосе частот

 $\Delta f \sim 6 \div 10$  МГц с «периодом», примерно равным 30 минутам. На ионограммах, полученных в 16:42 и 17:12 MSK, интервал частот  $\Delta f$ , в котором наблюдается ослабление сигнала, отмечен жирной горизонтальной линией. «Модуляция» дистанционно-частотной характеристики сопровождается вариациями МПЧ с амплитудой 0,3:0,5 МГц. Следует заметить, что «модуляция» дистанционно-частотной характеристики наиболее ярко проявляется на протяжённой трассе при приёме КВ сигналов под низкими углами (для низшей моды распространения) и, на наш взгляд, связана с периодическим изменением ориентации отражающей области ионосферы, которое обусловлено генерацией акустико-гравитационных волн при прохождении терминатора поперёк трассы [7]. Широкая полоса частот ( $\Delta f \sim 6 \div 10 \text{ M}$ Гц), в которой уровень сигнала подвержен значительным вариациям, позволяет оценить пространственный масштаб цуга квазипериодического возмущения, который согласно нашим оценкам составляет несколько сот километров.

#### выводы

Характерные временные вариации МПЧ весной 2002 года согласно нашим наблюдениям составляли от 20 минут до нескольких часов. Полученные в эксперименте результаты показали высокую чувствительность МПЧ к волновым возмущениям, абсолютная величина вариаций МПЧ составляла от 0,2 до 2 МГц.

Предварительный вывод из приведённых вы-

ше результатов экспериментов говорит о том, что волновые (квазипериодические) вариации не связаны только с регулярным изменением электронной концентрации, например, при прохождении терминатора. Подобного типа исследования желательно проводить систематически на различных трассах и систематизировать их результаты по вариациям МПЧ и квазипериодам. Следует продумать специфическую математическую обработку данных зондирования для более строгого выделения периодов и амплитуд вариаций МПЧ. Она безусловно непроста, т. к. вариации вызваны возмущением ионосферы при воздействии на неё акустико-гравитационных волн, имеющих широкий диапазон пространственно-временны́х масштабов.

В дальнейшем следует увязать вариации МПЧ с процессами на Земле и в ближайшем космическом пространстве, в частности, с движением терминатора, геомагнитной обстановкой и волновой активностью. Возможно, подобные систематические исследования приведут к геофизически значимым результатам.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (гранты № 01-02-16389, 02-05-64383, 02-05-64386).

Ю. Н. Черкашин и др.



Хабаровск—Нижний Новгород, 26.03.02

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Головин О.В. Декаметровая радиосвязь. М.: Радио и связь, 1990. 240 с.
- 2. Афраймович Э. Л., Водянников В. В., Воейков С. В. и др. // Изв. вузов. Радиофизика. 2002. T. 45, № 10. C. 809.
- 3. Иванов В.А., Рябова Н.В., Рябов И.В. и др. Автоматизированный ЛЧМ комплекс в сети станций наклонного зондирования. Результаты диагностики естественной и модифицированной ионосферы: Препринт No 323 НИРФИ. Нижний Новгород, 1991. 56 с.
- 4. Ерухимов Л. М., Понятов А. А., Урядов В. П. и др. // Изв. вузов. Радиофизика. 1998. Т. 41, № 1. C.3.
- 5. Баранов В. А., Кравцов Ю. А. // Изв. вузов. Радиофизика. 1975. Т. 18, № 1. С. 52.
- 6. Отнес Р., Эноксон Л. Прикладной анализ временных рядов. М.: Мир, 1982. 428 с.
- 7. Сомсиков В. М. Солнечный терминатор и динамика атмосферы. Алма-Ата: Наука, 1983. 192 с.
  - <sup>1</sup> Институт земного магнетизма, ионосферы и распространения радиоволн РАН,

Поступила в редакцию 23 декабря 2002 г.

г. Троицк Московской области;

<sup>2</sup> Научно-исследовательский радиофизический институт,

г. Нижний Новгород, Россия

## EXPERIMENTAL STUDIES OF VARIATIONS IN THE MAXIMUM USABLE FREQUENCY ON **OBLIQUE SOUNDING PATHS**

Yu. N. Cherkashin, I. B. Egorov, V. P. Uryadov, and A. A. Ponyatov

We present the results of experimental studies of variations in the maximum usable frequencv (MUF) on the latitudinal (England–Moscow and Khabarovsk–Nizhny Novgorod) and meridional (Cyprus–Moscow) paths. It is found that the quasi-period of MUF variations ranges from 20 min to several hours in spring 2002. The absolute value of the MUF varied in the range from 0.2 to 2 MHz. We show that variations in distance–frequency characteristics of HF signals propagated over the longdistance latitudinal path are strongly affected by quasi-periodic disturbances being the ionospheric response of acoustic gravitational waves excited by the terminator.

Ю. Н. Черкашин и др.

#### УДК 621.371

## АНАЛИЗ УСЛОВИЙ РАСПРОСТРАНЕНИЯ СНЧ РАДИОВОЛН НА ТРАССЕ «ЗЕВС»—ЗАБАЙКАЛЬЕ

## Ю. Б. Башкуев, В. Б. Хаптанов, А. В. Ханхараев

В статье рассматриваются результаты выполненных в Забайкалье измерений абсолютных значений горизонтальных электрической и магнитной компонент электромагнитного поля СНЧ радиоустановки «Зевс» на частотах 33, 44, 82 и 188 Гц. Проведён анализ вариаций электромагнитного поля в течение 17 полусуточных сеансов (около 204 часов синхронных записей). Длина трассы «Зевс»— Забайкалье составляет приблизительно 4000 км.

#### введение

Интерес радиофизиков и геофизиков к СНЧ диапазону обусловлен особенностями распространения СНЧ электромагнитных волн в волноводе Земля—ионосфера [1–5]. Известно, что распространение СНЧ волн сопровождается их глубоким проникновением в стенки волновода проводящие и диссипативные среды: земную кору, морскую воду, плазму. На территориях кристаллических щитов СНЧ волны с частотой около 100 Гц проникают на глубину до 10÷15 км [6, 7].

В то же время экспериментально установлено, что при распространении СНЧ во́лны очень слабо затухают. Ослабление уменьшается с 10÷20 дБ/1 000 км на частоте 1 кГц до 1÷2 дБ/1 000 км на частоте 100 Гц, что делает возможной высокостабильную связь с удалёнными объектами вследствие слабой зависимости параметров распространения СНЧ волн от возмущений ионосферы.

В статье рассматриваются результаты измерений абсолютных значений горизонтальных электрической  $E_r$  и магнитной  $H_r$  компонент электромагнитного поля СНЧ радиоустановки «Зевс», проведённых в Забайкалье на частотах 33, 44, 82 и 188 Гц. Проанализированы вариации электромагнитного поля в течение 17 полусуточных сеансов (около 204 часов синхронных записей). Большая мощность СНЧ радиоустановки «Зевс», расположенной на Кольском полуострове (69° с. ш., 33° в. д.), даёт возможность регистрации сигналов на расстояниях в тысячи километров; в нашем случае длина трассы «Зевс»—Забайкалье около 4000 км.

#### 1. АППАРАТУРА И МЕТОДИКА ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

В экспериментах по распространению СНЧ радиоволн используется излучение горизонтальной заземлённой линейной электрической антенны, питаемой высокостабильным синусоидальным током заданной частоты. Поле СНЧ излучателя характеризуется малым ослаблением при распространении в волноводе Земля—ионосфера, что даёт возможность проводить измерения поля в широком диапазоне расстояний от излучателя (500 км < d < 20000 км).

СНЧ установка «Зевс» [7] расположена на северо-западе Кольского полуострова (см. рис. 1). Передатчик состоит из двух генераторов синусоидального напряжения и двух параллельных несимметричных заземлённых антенн длиной 55 и 60 км. Генераторы обеспечивают ток в антеннах до 200÷300 А в диапазоне частот от 20 до 250 Гц с шагом 0,1 Гц. Антенны расположены на поверхности однородного плохопроводящего Мурманского блока архейского возраста с эффективной проводимостью не более  $2 \cdot 10^{-5}$  См/м. Эквивалентный магнитный момент антенны достига-



Рис. 1. Схема расположения СНЧ установки «Зевс» [7] (a). Результаты электромагнитного зондирования земной коры в районе расположения установки (b): 1 — от источника «Зевс» и по вертикальному электрическому зондированию; 2 — от источника «Хибины»; 3 — от дипольного источника ЭРС-67; ρ<sub>к</sub> — кажущееся сопротивление, R — эффективный разнос (при вертикальном и дипольном электрическом зондировании и для источников «Зевс» и «Хибины»). Вариант подбора модели геоэлектрического разреза в районе расположения установки «Зевс» [7] (b): ρ — удельное сопротивление слоя, h — глубина от поверхности Земли



Рис. 2. Двухканальное устройство для измерения СНЧ радиополя

ет  $(1,5\div2)\cdot10^{11}$  А · м<sup>2</sup>. Частота задающего генератора определяется системой «Гиацинт» с точностью хода не хуже  $10^{-7}$  с. Мощность излучения достаточна для уверенной регистрации сигналов на расстояниях до 10000 км. Коэффициент преобразования в среднем составляет  $10^{-5}$ , т.е. на каждый ватт излучаемой энергии необходимо тратить до 100 кВт энергии генераторов. Мощность генераторной установки «Зевс» составляет 2,5 МВт.

Для измерения СНЧ поля разработано двухканальное устройство для одновременного приёма и регистрации горизонтальных электрической  $E_{\rm r}$  и магнитной  $H_{\rm r}$  компонент поля (рис. 2).

Ю. Б. Башкуев и др.

Горизонтальная магнитная компонента  $H_{\rm r}$  принимается чувствительным магнитоиндукционным датчиком с сердечником из материала с высокой магнитной проницаемостью. Перпендикулярная ей горизонтальная электрическая компонента  $E_{\rm r}$  принимается горизонтальным заземлённым электрическим диполем длиной 100 м, представляющим собой трёхэлектродную приёмную линию с двумя потенциальными электродами, разнесёнными на одинаковое расстояние от третьего центрального электрода, соединённого с «нулевой» клеммой аппаратуры. Симметричная схема датчика электрического поля позволяет с помощью дифференциального предусилителя устранить влияние помех, наводящих в каждом плече датчика синфазные сигналы. Датчики ориентированы на максимум поля излучателя. Измеритель компоненты  $E_{\rm r}$  имеет высокое входное сопротивление, значительно превышающее сопротивление заземляющих электродов М и N. Для выделения полезного сигнала при малых отношениях сигнал/шум использован принцип синхронного детектирования. Благодаря сужению эквивалентной шумовой полосы тракта приёма  $\Delta f_{\rm m} = 1/(4\tau)$ , где  $\tau$  — постоянная времени фильтра низких частот, до значений порядка 0,001 Гц достигается хорошее отношение сигнал/шум. Пороговая чувствительность каналов при измерениях горизонтальных магнитной и электрической компонент поля составляет  $2 \cdot 10^{-8}$  A/м и  $5 \cdot 10^{-9}$  B/м соответственно. В качестве усилителя и синхронного детектора с фильтром низких частот использовался фазочувствительный нановольтметр «Unipan-232B» (диапазон частот 1,5 Гц÷150 кГц, диапазон измеряемых напряжений 0,3 мкВ ÷30 мВ, входной импеданс 1 МОм/20 пФ, постоянная времени  $\tau = 1$  мс $\div$ 100 с). СНЧ комплекс определяет абсолютные значения напряжённости поля (E<sub>г</sub> и H<sub>г</sub>) и пеленг на источник поля, что позволило использовать его для исследования условий распространения СНЧ волн [8]. Погрешность измерений в различных условиях составляла в среднем  $3\div6~\%$  по амплитуде поля и  $2\div5^{\circ}$  по разности фаз. Применение комплекса показало его высокую эффективность при работе в условиях горнотаёжной местности без дорожной сети. Устройство легко транспортировалось в заданный район наблюдений автомобилем или вертолётом. Полевые испытания, проведённые в 90 пунктах наблюдений, показали, что мобильный СНЧ комплекс позволяет проводить измерения в самых различных погодных условиях (ближние грозы, дождь, ветер, снег, мороз до  $-25^{\circ}$  C).

## 2. РЕЗУЛЬТАТЫ ИЗМЕРЕНИЙ И АНАЛИЗ УСЛОВИЙ РАСПРОСТРАНЕНИЯ СНЧ РАДИОВОЛН

Измерения СНЧ поля проводились в различных районах Забайкалья. Излучение велось на четырёх частотах: 33, 44, 82 и 188 Гц. Величина принимаемого поля составляла  $(0,6\div4)\cdot10^{-7}$  А/м и  $(0,17\div4,5)\cdot10^{-7}$  В/м для компонент  $H_{\rm r}$  и  $E_{\rm r}$  соответственно и была соизмерима или меньше уровня естественного электромагнитного поля Земли (табл. 1, 2). Спектральная плотность горизонтальной магнитной компоненты СНЧ шума определялась как

$$N_H^{1/2}[A/M\sqrt{\Gamma \Pi}] = 4 \cdot 10^{-5} (f [\Gamma \Pi])^{-1,1}$$

Рассмотрим результаты расчётов напряжённости горизонтальной компоненты магнитного поля  $H_{\rm r}$  для прямой волны, распространяющейся по кратчайшему пути между приёмником и излучателем [2]:

$$H_{\rm r} = \frac{Ilf}{240\pi} \left(\frac{2\pi\mu_0}{c}\right)^{1/2} \frac{\cos\varphi}{h\sqrt{\sigma (c/v_{\rm d})^{-1}}} \frac{\exp(-\alpha'd)}{[a\sin(d/a)]^{1/2}}$$

где I — ток в антенне, равный 300 А, l — длина антенны, равная 55 км, f — частота,  $a \approx 6\,371$  км — радиус Земли, c — скорость света,  $v_{\Phi}$  — фазовая скорость волны,  $\varphi$  — угол между осью антенны и направлением на точку наблюдения,  $h \sqrt{\sigma \, (c/v_{\Phi})^{-1}}$  — коэффициент возбуждения, описываю-

Таблица 1

Частота, Гц	$\frac{(H_{r})_{\text{мин}}/(H_{r})_{\text{макс}}}{\overline{H}_{r}}, 10^{-7} \text{ A/м},$ лля районов и дат экспериментов				
	52° с. ш., 108° в. л.	58° с. ш., 114° в. л.	оз. Байкал		
	25.08.83-20.10.83	16.08.84–08.09.84	17.03.85-21.03.85		
			(без приведения		
			к току 300 А)		
22	0,94/1,35	0,85/1,14	1,53/1,58		
33	1,10	1,00	1,55		
			ночь—день		
44	0,77/1,37	0,96/1,22	1,56/1,60		
11	1,07	1,10	1,58		
			ночь—день		
82	1,24/2,36	1,34/1,93	1,60/1,75		
02	$1,\!60$	$1,\!54$	$1,\!68$		
	НОЧЬ	день	ночь—день		
100	1,09/1,89	1,13/2,02	1,18/1,23		
100	1,50	1,44	1,20		
	день	день	ночь—день		

Пределы изменения ( $(H_{\rm r})_{\rm мин}$  и  $(H_{\rm r})_{\rm макс}$ ) и средние значения ( $\overline{H}_{\rm r}$ ) компоненты  $H_{\rm r}$ , полученные в экспериментах 1983–1985 гг. (результаты приведены к значениям при токе генератора 300 A)

## Таблица 2

Пределы изменения компонент  $H_{\rm r}$  <br/>и $E_{\rm r}$ электромагнитного поля летом 1985 г.

Частота, Гц	$(H_{ m r})_{ m makc}/(H_{ m r})_{ m muh}, 10^{-7}~{ m A/m}$	$(E_{ m r})_{ m Makc}/(E_{ m r})_{ m Muh}, 10^{-7}~{ m B}/{ m M}$
33	2,0/0,80	1,8/0,21
44	4,0/0,70	3,2/0,17
82	3,1/0,80	4,5/0,18
188	$3,\!8/0,\!60$	4,3/0,50

щий влияние проводимости земли под передающей антенной  $\sigma$ , высоты ионосферы над излучателем h и отношения  $c/v_{\rm p}$  на связь антенны с волноводом,  $\alpha'$  — коэффициент затухания в волноводе, выраженный в Нп/м, который связан с коэффициентом  $\alpha$  соотношением  $\alpha$  [дБ/Мм] =  $8,68 \cdot 10^6 \alpha'$  [Нп/м]. Для частот  $5 \div 1000$  Гц отношение  $c/v_{\rm p}$  изменяется в пределах  $1,1 \div 1,4$ , в расчётах  $c/v_{\rm p} = 1,26$ . Величина  $Il/\sqrt{\sigma}$  принята равной  $1,95 \cdot 10^9$  А · м<sup>3/2</sup>/См<sup>1/2</sup>. Угол  $\varphi$  изменялся от 11° до 21°, а расстояние от излучателя до точки приёма  $d = 3\,800 \div 4\,200$  км.

Можно предположить, что на широте излучателя (69° с. ш.) летние колебания дневной и ночной высоты ионосферы могут компенсироваться уменьшением отношения  $c/v_{\Phi}$ , имеющим согласно расчётам Я. Галейса тот же порядок величины [3]. Если учесть, что  $\sigma$  с увеличением частоты обычно растёт, а  $c/v_{\Phi}$  уменьшается, то для упрощения можно считать, что величина  $h [\sigma (c/v_{\Phi})^{-1}]^{1/2}$  приблизительно постоянна на всех частотах для дневных и ночных условий,

Ю. Б. Башкуев и др.

а значительные изменения испытывает только  $\alpha$ . Высота ионосферы h в большинстве расчётов равнялась 50 км, что примерно соответствует дневным условиям распространения на частотах  $44 \div 82$  Гц. Расчёты выполнены для значений  $\alpha$ , изменяющихся в пределах  $\pm 20 \div 30$ % от величины коэффициента затухания, выбиравшегося по литературным данным с учётом соотношений  $\alpha$  [дБ/Мм]  $\approx 2f$  [Гц]/100 для дневных условий и  $\alpha$  [дБ/Мм]  $\approx 1,3 (f$  [Гц]/100)<sup>1/2</sup> для ночных условий.

Расчётные кривые уровня  $H_{\rm r}$  для средних значений коэффициента затухания  $\alpha$  представлены на рис. 3. Коэффициенты затухания  $\alpha$  выбраны равными 0,6; 0,9; 1,5 и 3,7 дБ/Мм для частот 33; 44; 82 и 188 Гц соответственно. Эти величины близки к средним дневным значениям  $\alpha$ . Расчётный угол  $\varphi$  между осью антенны и направлением на точку приёма принят равным 21°. Уровень магнитного поля  $H_{\rm r}$  в интервале расстояний от 1 000 до 11 000 км закономерно уменьшается.







Рис. 4. Результаты расчётов и измерений  $H_{\rm r}$  для однородного волновода

Ю. Б. Башкуев и др.

Наиболее сильный спад поля имеет место на частоте 188 Гц. На расстояниях до 2000 км величина  $H_{\rm r}$  превышает уровень поля на частотах 33, 44 и 82 Гц, а с расстояний 4000 км становится значительно меньше, чем на других частотах. До расстояния 8000 км наиболее высокий уровень поля соответствует частоте 82 Гц, на бо́льших дальностях максимальным будет поле на частоте 33 Гц.



Рис. 5. Примеры вариаций компонент  $H_{\Gamma}$  и  $E_{\Gamma}$ СНЧ поля, полученные 15.08.85 на частоте 33 Гц (*a*), 20.08.85 на частоте 82 Гц (*б*) и 25.08.85 на частоте 188 Гц (*в*)

На рис. 4 приведены расчётные значения напряжённости поля  $H_{\rm r}$  на частотах 33, 44, 82 и 188 Гц для различных коэффициентов затухания  $\alpha$ . Здесь же указаны пределы изменения и средние уровни  $H_{\Gamma}$ , полученные в результате экспериментов. При расчётах поля угол  $\varphi$  принят равным  $21^{\circ}$ , а высота ионосферы h = 50 км. Сравнение расчётных и измеренных значений  $H_{\Gamma}$ показывает их хорошее соответствие. Средние измеренные значения коэффициента затухания  $\alpha$ в волноводе близки к расчётным величинам для дневных условий распространения. Пределы изменения уровня поля характеризуют его вариации, связанные с изменениями условий распространения, т.е. высоты ионосферы h и коэффициента затухания  $\alpha$  в волноводе. Следует отметить, что по данным табл. 1 средние значения  $H_{\rm r}$ на частотах 82 и 188 Гц примерно в 1,5 раза выше, чем на частотах 33 и 44 Гц. Это обстоятельство свидетельствует о том, что несмотря на возрастание коэффициента ослабления  $\alpha$  в волноводном канале Земля-ионосфера с увеличением частоты, увеличиваются и наблюдаемые поля, приведённые к одинаковым токам в антенне. Следовательно, коэффициент возбуждения СНЧ поля на частотах 82 и 188 Гц несколько выше, чем на частотах 33 и 44 Гц.

Регулярные данные о вариациях взаимно перпендикулярных компонент  $E_{\rm r}$  и  $H_{\rm r}$  СНЧ поля получены в течение 17 полусуточных сеансов на частотах 33, 82 и 188 Гц (204 часа синхронных записей). В каждом сеансе измерения начинались в 2 часа ночи местного времени (7 часовой пояс) и продолжались до 14 часов. В начале сеанса условия на трассе были ночными, а после прохождения терминатора, к концу сеанса — дневными.

На рис. 5 представлены типичные примеры вариаций значений компонент  $E_{\rm r}$  и  $H_{\rm r}$  в зависимости от местного времени на частотах 33, 82 и 188 Гц. Уровень поля для каждой точки графиков на рис. 5 получен при усреднении четырёх отсчётов амплитуды сигнала на диаграммной ленте. Обобщённые результаты представлены в табл. 3.

Полученные экспериментальные данные о вариациях величины компонент  $E_{\rm r}$  и  $H_{\rm r}$  поля сводятся в основном к следующему. Уровень поля в течение сеанса изменяется в пределах, значительно превышающих погрешности измерений. Максимальные вариации отмечены на частоте 188 Гц, для которой отношение  $(H_{\rm r})_{\rm макс}/(H_{\rm r})_{\rm мин}$  изменяется в пределах от 1,6 до 3,1. Прослеживается чёткая закономерность: переход от высоких ночных уровней поля в начале каждого сеанса к низким дневным уровням происходит не монотонно. При приближении восхода Солнца

Ю. Б. Башкуев и др.

N⁰	№ пункта	Дата	f,	$(H_{\Gamma})_{\mathrm{Makc}},$	$(E_{\Gamma})_{\mathrm{Makc}},$	$(H_{\Gamma})_{\mathrm{MAKC}}$	$(E_{\Gamma})_{\text{макс}}$	r
сеанса	наблюдений		Γц	$10^{-7} {\rm ~A/m}$	$10^{-7} {\rm ~B/m}$	$(H_{\Gamma})_{\rm MMH}$	$(E_{\Gamma})_{\rm MИH}$	
1	1	11.08.85	33	1,9	1,8	$1,\!65$	1,54	0,87
2	2	12.08.85	33	1,9	0,3	1,60	1,57	0,61
3	3	13.08.85	33	1,9	1,5	1,78	1,58	0,94
4	4	14.08.85	33	1,9	0,9	1,54	1,34	0,90
5	5	15.08.85	33	1,6	1,7	2,04	2,01	0,99
6	6	16.08.85	33	1,7	1,4	1,29	1,33	0,92
8	6	18.08.85	82	1,9	1,9	1,25	1,24	$0,\!65$
9	5	19.08.85	82	2,4	3,2	1,27	1,26	0,91
10	4	20.08.85	82	$^{2,4}$	$1,\!6$	1,28	1,28	0,98
11	3	21.08.85	82	$^{2,5}$	$^{2,1}$	$1,\!35$	1,31	0,86
	—	08.09.84	82	1,8	$^{4,7}$	1,23	1,20	0,98
15	2	25.08.85	188	2,2	$0,\!5$	1,88	1,88	0,99
16	7	26.08.85	188	$^{2,1}$	$^{3,7}$	$3,\!13$	2,25	0,99
17	3	27.08.85	188	$^{2,3}$	$^{2,8}$	1,99	1,78	0,99
18	4	28.08.85	188	2,1	2,3	2,02	2,09	0,97
19	5	29.08.85	188	1,9	3,7	$1,\!65$	1,62	0,97
20	6	30.08.85	188	1,9	2,6	2,33	2,37	0,96

Таблица 3

в пункте измерения уровень поля падает, затем резко возрастает, достигая локального максимума через 1÷1,5 часа после восхода. После этого вновь наблюдается спад поля до минимальных уровней, когда вся трасса оказывается в дневных условиях. Минимальные вариации поля отмечены на частоте 82 Гц, для которой  $(H_r)_{\text{макс}}/(H_r)_{\text{мин}} = 1,35$ . Переход от ночных условий к дневным происходит аналогично частоте 188 Гц с той лишь разницей, что дневные и ночные уровни поля практически совпадают. На частоте 33 Гц дневной уровень поля уже превышает ночной, при этом заметна закономерная немонотонность перехода от ночных условий к дневным. Отношение  $(H_r)_{\text{макс}}/(H_r)_{\text{мин}}$  изменяется в пределах 1,3÷2, составляя в среднем 1,7. Вариации компонент  $E_r$  и  $H_r$  поля происходят синхронно, коэффициент взаимной корреляции r изменяется от 0,61 до 0,99 и в 76 % случаев выше 0,9.

Качественное объяснение немонотонных вариаций поля при восходе Солнца может быть следующим. Угол между линией терминатора и дугой большого круга, соединяющей приёмник

и излучатель, составляет приблизительно 30°. Скользящее падение электромагнитной волны на протяжённую неоднородность зоны перехода от ночи к дню может дать значительные осцилляции из-за отражения и канализации энергии линией терминатора. В работе Е. Филда и Р. Джойнера [9] теоретически показана возможность таких сильных вариаций при наличии протяжённых ионосферных неоднородностей. Полученные результаты экспериментально подтверждают расчёты, проведённые в работе [9].

Синхронно зарегистрированное отношение горизонтальных взаимно перпендикулярных компонент электрического  $E_{\rm r}$  и магнитного  $H_{\rm r}$  полей на границе раздела (поверхностный импеданс) с точностью до погрешности эксперимента сохраняется постоянным при значительных (до 3 раз) и немонотонных вариациях уровня поля, связанных с изменением условий возбуждения и распространения зондирующего поля, в том числе положения линии терминатора относительно пункта приёма. Следовательно, эксперименты дают основание сделать вывод о независимости измеренных значений импеданса (в пределах погрешности измерений) от значительных и немонотонных



Рис. 6. Результаты сравнения рассчитанных и измеренных значений магнитной компоненты поля  $H_r$ : на частоте f = 33 Гц для 11.08.85 (*a*), на частоте f = 82 Гц для 18.08.85 (*b*), на частоте f = 188 Гц для 27.08.85 (*b*). Вертикальные пунктирные линии соответствуют восходу Солнца, штрих-пунктирные — заходу

вариаций уровня зондирующего поля. С методической точки зрения это следующее из теории свойство импеданса позволяет проводить его измерения в любое время суток.

Расчёты распространения СНЧ радиоволн выполнены также для модели неоднородного волновода Земля—ионосфера. На рис. 6 представлены результаты сравнения измерений компоненты  $H_{\Gamma}$  и расчётов по программе, разработанной Ю. П. Галюком, В. Н. Копейкиным и В. К. Муштаком для определения электромагнитного поля горизонтального электрического диполя в волноводе Земля-ионосфера с учётом нерегулярности типа день-ночь. Программа позволяет по координатам источника и точки наблюдения, дате и времени суток, токовому моменту и ориентации излучателя, значениям проводимостей в месте излучения и приёма вычислять компоненты электромагнитного поля в неоднородном волноводе типа день-ночь. При расчётах использовались значе ния постоянных распространения в дневной и ночной областях, предложенные в работе [10]. Сила тока в антенне излучателя принималась равной 210 А на частотах 82 и 188 Гц и 245 А на частоте 33 Гц. Сравнение расчётных и измеренных значений  $H_{\Gamma}$  показывает их неплохое соответствие. И для измерений, и для расчётов характерно, что на частоте 33 Гц дневные уровни поля выше ночных, на частоте 82 Гц дневные и ночные уровни поля практически совпадают, а на частоте 188 Гц дневные уровни поля меньше ночных. Прослеживаются немонотонные вариации величины компоненты  $H_{\Gamma}$  СНЧ поля в период восхода Солнца, обусловленные главным образом прохождением радиоволны через протяжённую неоднородность перехода от ночи к дню [9]. Некоторые расхождения расчётных и измеренных значений могут быть обусловлены расположением

Ю. Б. Башкуев и др.

03. Danka 1 05-04.04.00					
Местное	Число	$H_{\Gamma},$	Азимут,		
время, ч:мин	усреднений	$10^{-7} {\rm ~A/m}$	град		
05:00	14	$1{,}50\pm0{,}09$	_		
11:30	16	$1,\!38\pm0,\!03$	_		
22:00	7	$1,\!32\pm0,\!10$	$26\pm2$		
00:15	4	$1,\!46\pm0,\!04$	$29\pm2$		
04:30	6	$1{,}43 \pm 0{,}05$	$31\pm1$		
Среднее з	значение	1,42	29		

# Результаты измерений СНЧ поля на акватории оз. Байкал 03–04.04.88

Таблица 4

передатчика за Полярным кругом, где в летнее время имеет место полярный день.

В табл. 4 представлены результаты измерений электромагнитного поля и азимута источника (доверительными интервалами 95 %), проведённых в течение суток 3–4 апреля 1988 г. в различных помеховых условиях в средней части акватории оз. Байкал на частоте 82 Гц.

Магнитная компонента  $H_{\rm r}$  принималась датчиком (см. рис. 7), максимум диаграммы направленности которого был направлен на 30° к западу от северного магнитного полюса (направление на источник; магнитное склонение западное,  $-5^{\circ}$ ). Меридиональные и широтные компоненты электрического поля принимались ортогональными приёмными линиями одинаковой длины 100 м, ориентированными вдоль геомагнитной долготы и широты, что давало возможность определения направления прихода (пеленга) СНЧ радиоволны. В среднем направление прихода волны лежало на 29° западнее направления на северный



Рис. 7. Диаграмма направленности магнитоиндукционного датчика

магнитный полюс и в пределах погрешности измерений хорошо согласовалось с известным азимутом источника, равным  $-30^{\circ}$ .

Таким образом, с помощью системы взаимно перпендикулярных симметричных приёмных антенн для измерения горизонтального электрического поля возможно достаточно точное определение пеленга на источник СНЧ излучения. Этот способ пеленгации является новым не только по диапазону принимаемых частот, но и по использованию симметричных антенн для приёма горизонтальной (тангенциальной) компоненты  $E_{\rm r}$  электромагнитного поля. Приёмный комплекс при постоянной фазировке датчиков поля позволяет также определять квадрант прихода электромагнитного поля.

## 3. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

С помощью разработанного авторами мобильного высокочувствительного измерительного комплекса для синхронного приёма электрического и магнитного полей на границе раздела воз-

дух—земля исследованы пространственно-энергетические, временны́е и поляризационные характеристики СНЧ электромагнитного поля на трассе длиной около 4000 км. Получено хорошее количественное совпадение расчётных данных с результатами измерений. Выявлены закономерные немонотонные изменения величины СНЧ поля, связанные с линией терминатора. Показано, что отношение взаимно перпендикулярных компонент электрического  $E_{\Gamma}$  и магнитного  $H_{\Gamma}$  полей на границе раздела воздух—земля с точностью до погрешности эксперимента сохраняется постоянным при значительных вариациях зондирующего поля.

Авторы выражают благодарность Л. А. Собчакову, Л. Б. Песину, А. С. Панфилову, В. Е. Пониматкину, В. И. Агапонову, И. А. Скокову, обслуживающему персоналу установки «Зевс» за предоставленную возможность экспериментального исследования условий распространения СНЧ радиоволн с помощью уникальной радиоустановки «Зевс».

Статья подготовлена при частичной финансовой поддержке РФФИ (гранты № 03-05-96029 и № 03-07-96104).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- IEEE Trans. Communications. 1974. Com. 22, No. 4. Special issue on extremely low frequency (ELF). 156 p.
- 2. Рязанцев А. М. Теоретические и экспериментальные результаты изучения распространения радиоволн СНЧ-диапазона в волноводе «Земля—ионосфера» (обзор). М.: ЦООНТИ «Экос», 1982.
- Galeys J. Terrestrial propagation of long electromagnetic waves. New York: Pergamon Press, 1972. 362 p.
- 4. Fullekrug M., Fraser-Smith A. C. // Geophys. Res. Lett. 1996. V. 23, No. 20. P. 2773.
- 5. Greifinger C., Greifinger P. // Radio Sci. 1978. V. 13, No. 5. P. 831.
- 6. Башкуев Ю. Б., Хаптанов В. Б. // Физика Земли. 2001. № 2. С. 157.
- 7. Велихов Е. П., Жамалетдинов А. А., Шевцов А. Н. и др. // Физика Земли. 1998. № 8. С. 3.
- 8. А. с. 299005. Способ и устройство для измерения поверхностного импеданса. Опубл. 01.08.89.
- 9. Field E. C., Joiner R. G. // Radio Sci. 1979. V. 14, No. 6. P. 1057.
- 10. Bannister P. R. // Radio Sci. 1985. V. 20, No. 4. P. 977.

Бурятский научный центр СО РАН,	Поступила в редакцию
г. Улан-Удэ, Россия	24 января 2003 г.

## ANALYSIS OF THE CONDITIONS OF ELF RADIO-WAVE PROPAGATION ON THE «ZEUS»–TRANSBAIKALIA PATH

Yu. B. Bashkuev, V. B. Khaptanov, and A. V. Khankharaev

We consider the results of measurements of the absolute values of the horizontal electric- and magnetic-field components of the «Zeus» ELF facility at frequencies 33, 44, 82 and 188 Hz. The measurements were carried out in Transbaikalia. The electromagnetic-field variations during 17 semidiurnal sessions (about 204 hours of synchronous recordings) are analyzed. The length of the "Zeus"– Transbaikalia path is approximately 4000 km.

Ю. Б. Башкуев и др.

УДК 550.383

# ВОЗБУЖДЕНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН В ПЛОСКОМ ВОЛНОВОДЕ С АНИЗОТРОПНОЙ ВЕРХНЕЙ СТЕНКОЙ

Л. А. Собчаков<sup>1</sup>, Н. Л. Астахова<sup>1</sup>, С. В. Поляков<sup>2</sup>

Решена задача о распространении электромагнитных волн УНЧ диапазона в плоском волноводе с анизотропной верхней стенкой от источника произвольного типа с учётом произвольного наклона магнитного поля. Детально разработана схема расчёта магнитных компонент сигнала, излучаемого горизонтальным и вертикальным диполями. Решение построено в виде преобразований Фурье—Бесселя искомых компонент поля, при этом при произвольном наклоне магнитного поля использовались граничные условия импедансного типа. Полученные решения могут быть использованы для интерпретации экспериментов по измерению спектров УНЧ электромагнитных шумов в разных географических зонах и для расчёта параметров УНЧ сигнала от контролируемых источников.

#### 1. ВВЕДЕНИЕ, ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Литература по исследованиям вопросов распространения радиоволн в полости Земля—ионосфера весьма общирна (см., например, монографии [1–4] и цитированную в них литературу), однако диапазон ультранизких частот (УНЧ, f < 30 Гц) обладает качественным своеобразием, которое существенно усложняет решение обозначенной в названии статьи задачи. Во-первых, в УНЧ диапазоне ионосферу даже приближённо нельзя считать «идеальной» (хорошо проводящей) стенкой, поскольку импеданс полупространства атмосфера—Земля соизмерим с импедансом ионосферы или превышает его. По этой причине на УНЧ резко возрастает роль анизотропии (гиротропии) ионосферы [5, 6], что для случая наклонного земного магнитного поля повышает размерность задачи (нет азимутальной симметрии). Далее, в УНЧ диапазоне усложняется описание полей в полости Земля—ионосфера, поскольку в общем случае мы находимся не в волновой и не в статической, а в промежуточной зоне. Цель данной работы — восполнить пробел в имеющейся литературе и построить решение обсуждаемой задачи, пригодное как для оценок, так и для численных расчётов.

Уместно отметить ещё один фактор, который, строго говоря, должен учитываться, а именно крупномасштабные горизонтальные ионосферные неоднородности. Этот вопрос остаётся за пределами данной работы и наиболее плодотворно рассматривается в литературе методом двумерного телеграфного уравнения [7, 8].

Рассмотрим плоскослоистую модель полости Земля—ионосфера. Зададим декартову систему координат с осью z, направленной вертикально вверх. Землю (z = 0) будем считать идеально проводящей. Положим, что земное магнитное поле лежит в плоскости yz и составляет угол  $\theta$  с осью z. На ионосфере (z = h) зададим граничные условия импедансного типа, при которых электрическое **E** и магнитное **H** поля в ионосфере представлены в виде электромагнитных волн, распространяющихся вертикально вверх (по оси z):

$$E_x = Z_{xx}H_x + Z_{xy}H_y, \qquad E_y = Z_{yx}H_x + Z_{yy}H_y.$$
 (1)

Если электродинамические параметры ионосферы описывать с помощью тензора проводимости

$$\hat{\boldsymbol{\sigma}} = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{pmatrix},$$
(2)

то для простейшего случая однородной ионосферы несложно получить аналитические выражения для компонент тензора поверхностного импеданса ионосферы:

$$Z_{xx} = Z_{yy} = \frac{i \left(Z_1 - Z_2\right) \bar{\sigma}_{xy}}{\sqrt{4\bar{\sigma}_{xy}^2 - (\bar{\sigma}_{xx} - \bar{\sigma}_{yy})^2}},$$
(3)

$$Z_{xy} = \frac{Z_1 + Z_2}{2} - \frac{Z_1 Z_2}{2(Z_1 + Z_2)} \frac{\bar{\sigma}_{xx} - \bar{\sigma}_{yy}}{\sqrt{\bar{\sigma}_{xy}^2 + \bar{\sigma}_{xx}\bar{\sigma}_{yy}}},\tag{4}$$

$$Z_{yx} = -\frac{Z_1 + Z_2}{2} - \frac{Z_1 Z_2}{2(Z_1 + Z_2)} \frac{\bar{\sigma}_{xx} - \bar{\sigma}_{yy}}{\sqrt{\bar{\sigma}_{xy}^2 + \bar{\sigma}_{xx}\bar{\sigma}_{yy}}},$$
(5)

где

$$\bar{\sigma}_{xx} = \frac{\sigma_{xx}\sigma_{zz} + \sigma_{xz}^2}{\sigma_{zz}}, \qquad \bar{\sigma}_{yy} = \frac{\sigma_{yy}\sigma_{zz} - \sigma_{yz}^2}{\sigma_{zz}}, \qquad \bar{\sigma}_{xy} = \frac{\sigma_{xy}\sigma_{zz} - \sigma_{yz}\sigma_{xz}}{\sigma_{zz}}, \tag{6}$$

 $Z_1 = \omega \mu_0 / k_1, Z_2 = \omega \mu_0 / k_2$  — импедансы собственных волн в плазме ионосферы,  $k_1, k_2$  — волновые числа обыкновенной и необыкновенной волн,  $\omega$  — частота волны,  $\mu_0$  — магнитная постоянная.

Отметим, что определённая симметрия в задаче имеет место (относительно плоскости yz), поэтому  $Z_{xx} = Z_{yy}$ . В общем случае для определения компонент  $\hat{\mathbf{Z}}$  необходимо использовать численный расчёт. В дальнейшем мы будем полагать, что матрица  $\hat{\mathbf{Z}}$  нам известна. Приведём также без вывода необходимые нам далее выражения для элементов тензора поперечного импеданса в цилиндрической системе координат:

$$E_r = Z_{rr}H_r + Z_{r\varphi}H_{\varphi}, \qquad E_{\varphi} = Z_{\varphi r}H_r + Z_{\varphi\varphi}H_{\varphi}, \tag{7}$$

где

$$Z_{rr} = Z_{xx} - \Delta Z \sin(2\varphi), \qquad Z_{\varphi\varphi} = Z_{xx} + \Delta Z \sin(2\varphi), \qquad Z_{r\varphi} = Z - \Delta Z \cos(2\varphi),$$
$$Z_{\varphi r} = -Z - \Delta Z \cos(2\varphi), \qquad \Delta Z = \frac{-Z_{xy} + Z_{yx}}{2}, \qquad Z = \frac{Z_{yx} - Z_{xy}}{2}.$$

Источником поля будем считать горизонтальный магнитный диполь, эквивалентный горизонтальной заземлённой электрической антенне. Для определённости вначале рассмотрим случай, когда магнитный диполь направлен вдоль оси *y*.

#### 2. ПОСТРОЕНИЕ ТОЧНОГО РЕШЕНИЯ

Решение задачи будем искать в цилиндрической системе координат в виде вертикальных компонент электрического и магнитного векторов Герца П, П<sup>\*</sup>, связанных с составляющими поля известными соотношениями [9] (зависимость полей от времени выбрана в виде  $\exp(-i\omega t)$ ):

$$E_{r} = \frac{\partial^{2}\Pi}{\partial r \partial z} + i\omega\mu_{0} \frac{1}{r} \frac{\partial\Pi^{*}}{\partial\varphi}, \qquad H_{r} = -i\omega\varepsilon_{0} \frac{1}{r} \frac{\partial\Pi}{\partial\varphi} + \frac{\partial^{2}\Pi^{*}}{\partial r \partial z};$$
$$E_{\varphi} = \frac{\partial^{2}\Pi}{r \partial\varphi \partial z} - i\omega\mu_{0} \frac{\partial\Pi^{*}}{\partial r}, \qquad H_{\varphi} = i\omega\varepsilon_{0} \frac{\partial\Pi}{\partial r} + \frac{\partial^{2}\Pi^{*}}{r \partial\varphi \partial z}.$$
(8)

Граничные условия для векторов Герца при z = h следуют непосредственно из (7) с использованием выражений (8). Опуская несложные преобразования, запишем окончательные выражения:

$$\left(\frac{\partial}{\partial z} - ik_0\delta\right)\nabla_{\perp}^2\Pi - Z_{xx}\frac{\partial}{\partial z}\nabla_{\perp}^2\Pi^* = i\omega\varepsilon_0\,\Delta Z\,\mathcal{L}_1\Pi + \Delta Z\,\mathcal{L}_2\frac{\partial\Pi^*}{\partial z}\,,$$

Л.А. Собчаков и др.

$$\left(\frac{\partial}{\partial z} - \frac{ik_0}{\delta}\right) \nabla_{\perp}^2 \Pi^* - i\omega\varepsilon_0 \frac{Z_{xx}}{Z} \nabla_{\perp}^2 \Pi = -i\omega\varepsilon_0 \frac{\Delta Z}{Z} L_2 \Pi + \frac{\Delta Z}{Z} L_1 \frac{\partial \Pi^*}{\partial z}, \qquad (9)$$

где  $\nabla_{\perp}^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2}$  — оператор Лапласа по поперечным координатам,

$$L_{1} = \cos(2\varphi) \left[ \frac{1}{r^{2}} \frac{\partial^{2}}{\partial \varphi^{2}} - \frac{\partial^{2}}{\partial r^{2}} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \right] + 2\sin(2\varphi) \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial^{2}}{\partial r \partial \varphi} - \frac{1}{r^{2}} \frac{\partial}{\partial \varphi} \right]$$
$$L_{2} = \sin(2\varphi) \left[ \frac{1}{r^{2}} \frac{\partial^{2}}{\partial \varphi^{2}} - \frac{\partial^{2}}{\partial r^{2}} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \right] - 2\cos(2\varphi) \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial^{2}}{\partial r \partial \varphi} - \frac{1}{r^{2}} \frac{\partial}{\partial \varphi} \right]$$

 $\delta=Z/Z_0$  — приведённый поверхностный импеданс однородной изотропной и<br/>оносферы,  $Z_0==\sqrt{\mu_0/\varepsilon_0}$  .

При z=0граничные условия соответствуют случаю идеально проводящей плоскости и имеют вид

$$\partial \Pi / \partial z = 0, \qquad \Pi^* = 0. \tag{10}$$

Первичное поле горизонтального магнитного диполя, ориентированного вдоль оси *y*, может быть представлено в виде интегралов Фурье—Бесселя:

$$\Pi = -\frac{i\omega\mu_0 m}{2\pi}\cos\varphi \int_0^\infty J_1(\lambda r)\,\exp(-nz)\,\frac{\mathrm{d}\lambda}{n}\,,\qquad \Pi^* = \frac{m}{2\pi}\,\sin\varphi \int_0^\infty J_1(\lambda r)\,\exp(-nz)\,\mathrm{d}\lambda,\qquad(11)$$

где  $n = \sqrt{\lambda^2 - k_0^2}$ ,  $k_0$  — волновое число в вакууме,  $m [A \cdot M^2]$  — магнитный момент диполя. Аналогично для магнитного диполя, направленного вдоль оси x, соответствующие выражения имеют вид

$$\Pi = \frac{i\omega\mu_0 m}{2\pi} \sin\varphi \int_0^\infty J_1(\lambda r) \exp(-nz) \frac{d\lambda}{n}, \qquad \Pi^* = \frac{m}{2\pi} \cos\varphi \int_0^\infty J_1(\lambda r) \exp(-nz) d\lambda.$$
(12)

Запишем без вывода обще<br/>известные выражения для векторов Герца в случае однородного изотропного волновода (случа<br/>й $\Delta Z=0; Z_{xx}=0):$ 

$$\Pi_{0} = -i\omega\mu_{0}\cos\varphi \int_{0}^{\infty} J_{1}(\lambda r) \frac{n\operatorname{ch}[n(h-z)] - ik_{0}\delta\operatorname{sh}[n(h-z)]}{n\Delta_{1}} d\lambda,$$
$$\Pi_{0}^{*} = \sin\varphi \int_{0}^{\infty} J_{1}(\lambda r) \frac{n\operatorname{ch}[n(h-z)] - \frac{ik_{0}}{\delta}\operatorname{sh}[n(h-z)]}{\Delta_{2}} d\lambda,$$
(13)

где

$$\Delta_1 = n \operatorname{sh} \gamma - i k_0 \delta \operatorname{ch} \gamma, \qquad \Delta_2 = n \operatorname{ch} \gamma - \frac{i k_0}{\delta} \operatorname{sh} \gamma, \qquad \gamma = nh.$$

Здесь и далее для определённости рассматривается источник с моментом (0, m, 0), множитель  $m/(2\pi)$  для упрощения записи опущен. Отметим, что выражение (13) автоматически удовлетворяет условию излучения на бесконечности.

Для дальнейшего также полезно рассмотреть случай анизотропной верхней стенки при  $\theta = 0$  ( $\Delta Z = 0$ ). Граничные условия (9) при этом существенно упрощаются и приобретают вид

$$\left(\frac{\partial}{\partial z} - ik_0\delta\right)\Pi = Z_{xx}\frac{\partial\Pi^*}{\partial z}, \qquad \left(\frac{\partial}{\partial z} - \frac{ik_0}{\delta}\right)\Pi^* = i\omega\varepsilon_0\frac{Z_{xx}}{Z}\Pi.$$
(14)

Решение задачи для случая  $\theta = 0$  можно искать в виде

$$\tilde{\Pi}_{0} = \Pi_{0} - i\omega\mu_{0}\cos\varphi \int_{0}^{\infty} J_{1}(\lambda r)A(\lambda) \frac{\operatorname{ch}(nz)}{n\Delta_{1}} \,\mathrm{d}\lambda - i\omega\mu_{0}\sin\varphi \int_{0}^{\infty} J_{1}(\lambda r)C(\lambda) \frac{\operatorname{ch}(nz)}{n\Delta_{1}} \,\mathrm{d}\lambda,$$
$$\tilde{\Pi}_{0}^{*} = \Pi_{0}^{*} + \sin\varphi \int_{0}^{\infty} J_{1}(\lambda r)B(\lambda) \frac{\operatorname{sh}(nz)}{\Delta_{2}} \,\mathrm{d}\lambda + \cos\varphi \int_{0}^{\infty} J_{1}(\lambda r)D(\lambda) \frac{\operatorname{sh}(nz)}{\Delta_{2}} \,\mathrm{d}\lambda.$$
(15)

Здесь П<sub>0</sub> и П<sub>0</sub><sup>\*</sup> — векторы Герца (13), удовлетворяющие изотропным граничным условиям,  $A(\lambda)$ ,  $B(\lambda)$ ,  $C(\lambda)$  и  $D(\lambda)$  — неизвестные функции постоянной интегрирования, подлежащие определению из граничных условий (14). При такой записи граничные условия на поверхности Земли выполняются автоматически.

Опуская несложные, но достаточно громоздкие алгебраические процедуры, запишем окончательные выражения:

$$\Pi = -i\omega\mu_0\cos\varphi \int_0^\infty J_1(\lambda r) \frac{\Delta_2 \left\{ n\operatorname{ch}[n(h-z)] - ik_0\delta\operatorname{sh}[n(h-z)] \right\} - \frac{ik_0n\varpi^2}{\delta}\operatorname{ch}\gamma\operatorname{sh}[n(h-z)]}{n\Delta} \,\mathrm{d}\lambda + \frac{i\omega\mu_0\varpi}{\delta}\sin\varphi \int_0^\infty J_1(\lambda r) \frac{n\operatorname{ch}(nz)}{\Delta} \,\mathrm{d}\lambda,$$

$$\Pi^* = \sin\varphi \int_0^\infty J_1(\lambda r) \frac{\Delta_1 \left\{ n \operatorname{ch}[n(h-z)] - \frac{ik_0}{\delta} \operatorname{sh}[n(h-z)] \right\} - \frac{ik_0 n \varpi^2}{\delta} \operatorname{ch}\gamma \operatorname{ch}[n(h-z)]}{\Delta} \, \mathrm{d}\lambda + \frac{k_0^2 \varpi}{\delta} \cos\varphi \int_0^\infty \frac{J_1(\lambda r) \operatorname{sh}(nz)}{\Delta} \, \mathrm{d}\lambda, \quad (16)$$

где

$$\mathfrak{a} = Z_{xx}/Z_0, \qquad \Delta = \Delta_1 \Delta_2 - ik_0 n \mathfrak{a}^2 \operatorname{ch}^2(\gamma)/\delta$$

Далее при решении задачи в общем случае нам понадобятся выражения для П и  $\partial \Pi^* / \partial z$  на верхней стенке волновода, которые удобно представить в виде

$$\Pi = -i\omega\mu_0 \int_0^\infty A_1^0(\lambda) Z_1(r,\varphi,\lambda) \operatorname{ch} \gamma \,\mathrm{d}\lambda - i\omega\mu_0 \int_0^\infty A_{-1}^0 Z_{-1}(r,\varphi,\lambda) \operatorname{ch} \gamma \,\mathrm{d}\lambda,$$
$$\frac{\partial\Pi^*}{\partial z} = \frac{k_0}{\delta} \int_0^\infty B_1^0(\lambda) Z_1(r,\varphi,\lambda) n \operatorname{ch} \gamma \,\mathrm{d}\lambda + \frac{k_0}{\delta} \int_0^\infty B_{-1}^0 Z_{-1}(r,\varphi,\lambda) n \operatorname{ch} \gamma \,\mathrm{d}\lambda, \tag{17}$$

Л. А. Собчаков и др.

где

$$\begin{aligned} A_1^0(\lambda) &= -\frac{Q_2(\lambda)}{2\,\Delta\operatorname{ch}\gamma}, \qquad A_{-1}^0(\lambda) = -\frac{Q_4(\lambda)}{2\,\Delta\operatorname{ch}\gamma}, \qquad B_1^0(\lambda) = \frac{Q_1(\lambda)}{2\,\Delta\operatorname{ch}\gamma}, \qquad B_{-1}^0(\lambda) = \frac{Q_3(\lambda)}{2\,\Delta\operatorname{ch}\gamma}; \\ Q_1 &= \Delta_1 + k_0 \operatorname{ach}\gamma, \quad Q_3 = \Delta_1 - k_0 \operatorname{ach}\gamma, \quad Q_2 = -\left(\Delta_2 + \frac{i\operatorname{ach}\operatorname{ch}\gamma}{\delta}\right), \quad Q_4 = \Delta_2 - \frac{i\operatorname{ach}\operatorname{ch}\gamma}{\delta}, \\ Z_1(r,\varphi,\lambda) &= J_1(\lambda r) \exp(i\varphi), \qquad Z_{-1}(r,\varphi,\lambda) = J_{-1}(\lambda r) \exp(-i\varphi). \end{aligned}$$

В соответствии с развитым подходом решение задачи при произвольном угле наклона постоянного магнитного поля будем искать в виде суммы двух слагаемых, одно из которых является решением задачи при вертикальном магнитном поле, а второе дополняет решение таким образом, чтобы оно удовлетворяло граничным условиям (9):

$$\Pi = \tilde{\Pi}_{0} - i\omega\mu_{0} \int_{0}^{\infty} \operatorname{ch}(nz) \,\mathrm{d}\lambda \sum_{m=-\infty}^{+\infty} J_{m}(\lambda r) A_{m}(\lambda) \,\exp(im\varphi),$$
$$\Pi^{*} = \tilde{\Pi}_{0}^{*} + \frac{k_{0}}{\delta} \int_{0}^{\infty} \operatorname{sh}(nz) \,\mathrm{d}\lambda \sum_{m=-\infty}^{+\infty} J_{m}(\lambda r) B_{m}(\lambda) \,\exp(im\varphi),$$
(18)

где  $A_m(\lambda)$ ,  $B_m(\lambda)$  — неизвестные функции постоянной интегрирования, подлежащие определению из граничных условий (9).

Такое представление общего решения весьма удобно в связи с тем, что слагаемые  $\Pi_0$ ,  $\Pi_0^*$  (18) удовлетворяют левой части граничных условий (9).

Опираясь на свойства функций Бесселя, нетрудно показать, что результат воздействия операторов L<sub>1</sub>, L<sub>2</sub> (см. (9)) на фундаментальные решения определяется следующими формулами:

$$L_{1} Z_{m}(r,\varphi) = -\frac{\lambda^{2}}{2} \left[ Z_{m+2}(r,\varphi) + Z_{m-2}(r,\varphi) \right],$$
  

$$L_{2} Z_{m}(r,\varphi) = \frac{i\lambda^{2}}{2} \left[ Z_{m+2}(r,\varphi) - Z_{m-2}(r,\varphi) \right],$$
(19)

т.е. их действие, по существу, сводится к сдвигу индекса фундаментальных функций на две единицы. Кроме того, как известно,

$$\nabla_{\perp}^2 J_m(r,\varphi) = -\lambda^2 J_m(r,\varphi).$$
<sup>(20)</sup>

Подстановка (19) в (9) с учётом (20) приводит к следующей системе уравнений относительно неизвестных коэффициентов:

$$Q_1 A_m + Q_2 B_m = \alpha A_{m+2} - \beta B_{m+2},$$
  

$$Q_3 A_m + Q_4 B_m = \alpha A_{m-2} + \beta B_{m-2},$$
(21)

где  $m = \pm 1, \pm 3, \pm 5, \pm 7, \ldots,$ 

$$\alpha = ik_0\delta_1 \operatorname{ch} \gamma, \qquad \beta = \delta_1 n \operatorname{ch}(\gamma)/\delta, \qquad \delta_1 = \Delta Z/Z_0$$

При  $m = \pm 1$  правые части уравнений (21) должны быть дополнены членами  $A_1^0, A_{-1}^0, B_1^0, B_{-1}^0$  (см. 17), характеризующими первичное поле источника, расположенного на нижней стенке волновода, анизотропия которого определяется вертикальным магнитным полем.

В связи с тем, что первичное поле определяется функциями Бесселя с индексами  $\pm 1$ , отличными от нуля решениями системы (21) будут лишь коэффициенты  $A_m$ ,  $B_m$  с нечётными индексами.

Увеличивая во втором уравнении (21) индекс на две единицы и исключая последовательно  $A_m$ ,  $B_m$ , приходим к двум идентичным рекуррентным соотношениям

$$pA_{m-2} - qA_m + pA_{m+2} = 0, \qquad pB_{m-2} - qB_m + pB_{m+2} = 0,$$
 (22)

где

$$p = \beta Q_1 - \alpha Q_2 = \beta Q_3 + \alpha Q_4, \qquad q = Q_1 Q_4 - Q_2 Q_3 + 2\alpha \beta.$$

Решение уравнений (22) запишем в виде

$$XB_{m-2} = B_m \psi(X), \qquad XA_{m-2} = A_m \psi(X), \qquad X = p/q,$$
 (23)

где функция  $\psi(X)$  допускает следующее из (22) представление в виде непрерывной дроби:

$$\psi(X) = 1 - \frac{X^2}{1 - \frac{X^2}{1 - \frac{X^2}{\dots}}}.$$
(24)

Нетрудно убедиться, что  $\psi(X)$  является решением квадратного уравнения

$$\psi^2(X) - \psi(X) + X^2 = 0, \qquad \psi(X) = \frac{1 + \sqrt{1 - 4X^2}}{2},$$
(25)

причём знак плюс перед радикалом выбран из условия  $\psi(0) = 1$ , которое следует из (24).

Для построения полного решения необходимо вычислить коэффициенты разложений (18) с индексами  $\pm 1$ . Для этого вначале для удобства перейдём в левой части (21) от коэффициентов  $A_1$ ,  $A_{-1}$ ,  $B_1$ ,  $B_{-1}$  к суммарным коэффициентам

$$\overline{A}_1 = A_1^0 + A_1, \qquad \overline{A}_{-1} = A_{-1}^0 + A_{-1}; \qquad \overline{B}_1 = B_1^0 + B_1, \qquad \overline{B}_{-1} = B_{-1}^0 + B_{-1}.$$

Тогда, проводя преобразования, аналогичные тем, что были выполнены при выводе рекуррентных соотношений (22), получим четыре уравнения относительно неизвестных с индексами  $m = \pm 1$ ,  $\pm 3$ :

$$pA_{m-2} - qA_m + pA_{m+2} = \frac{1}{2\operatorname{ch}\gamma} \left[ Q_2\delta_{m,1} - \beta\delta_{m-2,-1} + Q_4\delta_{m,-1} + \beta\delta_{m+2,1} \right],$$
  

$$pB_{m-2} - qB_m + pB_{m+2} = \frac{1}{2\operatorname{ch}\gamma} \left[ -Q_3\delta_{m,-1} + \alpha\delta_{m+2,1} - Q_1\delta_{m,1} + \alpha\delta_{m-2,-1} \right],$$
(26)

где  $\delta_{m,\ell}$  — символ Кронекера ( $\delta_{m,\ell} = 1$  при  $m = \ell$ ,  $\delta_{m,\ell} = 0$  при  $m \neq \ell$ ). Из (26) с учётом (23) следует

$$-\psi(X)A_{-1} + XA_1 = \frac{Q_4 + \beta}{q \operatorname{ch} \gamma}, \qquad -\psi(X)B_{-1} + XB_1 = \frac{\alpha - Q_3}{q \operatorname{ch} \gamma}, XA_{-1} - \psi(X)A_1 = \frac{Q_2 - \beta}{q \operatorname{ch} \gamma}, \qquad XB_{-1} - \psi(X)B_1 = \frac{\alpha - Q_1}{q \operatorname{ch} \gamma}.$$
(27)

Л. А. Собчаков и др.

Решая уравнения (27), окончательно получим

$$A_{1} = \frac{(\beta - Q_{2})\psi(X) - X(\beta + Q_{4})}{q \operatorname{ch} \gamma [\psi^{2}(X) - X^{2}]}; \qquad B_{1} = \frac{\psi(X)(Q_{1} - \alpha) + X(Q_{3} - \alpha)}{q \operatorname{ch} \gamma [\psi^{2}(X) - X^{2}]}; A_{-1} = \frac{(\beta - Q_{2})X - \psi(X)(\beta + Q_{4})}{q \operatorname{ch} \gamma [\psi^{2}(X) - X^{2}]}; \qquad B_{-1} = \frac{\psi(X)(Q_{3} - \alpha) + X(Q_{1} - \alpha)}{q \operatorname{ch} \gamma [\psi^{2}(X) - X^{2}]}.$$
(28)

Суммируя вышеизложенное, запишем окончательные строгие разложения вертикальных компонент векторов Герца на поверхности Земли:

$$\Pi = -i\omega\mu_0 \cos\varphi \int_0^\infty \frac{J_1(\lambda r) \operatorname{sh} \gamma}{n \operatorname{ch} \gamma} \,\mathrm{d}\lambda - i\omega\mu_0 \int_0^\infty A_1(\lambda) \,\mathrm{d}\lambda \sum_{m=0}^\infty J_{2m+1}(\lambda r) \left(\frac{X}{\psi(X)}\right)^m \exp[i\left(2m+1\right)\varphi] + i\omega\mu_0 \int_0^\infty A_{-1}(\lambda) \,\mathrm{d}\lambda \sum_{m=0}^\infty J_{2m+1}(\lambda r) \left(\frac{X}{\psi(X)}\right)^m \exp[-i\left(2m+1\right)\varphi],$$

$$\frac{\partial \Pi^*}{\partial z} = -\sin\varphi \int_0^\infty \frac{J_1(\lambda r) \operatorname{sh} \gamma}{\operatorname{ch} \gamma} n \, \mathrm{d}\lambda + \frac{k_0}{\delta} \int_0^\infty B_1(\lambda) \, \mathrm{d}\lambda \sum_{m=0}^\infty J_{2m+1}(\lambda r) \left(\frac{X}{\psi(X)}\right)^m \exp[i\left(2m+1\right)\varphi] - \frac{k_0}{\delta} \int_0^\infty B_{-1}(\lambda) \, \mathrm{d}\lambda \sum_{m=1}^\infty J_{2m+1}(\lambda r) \left(\frac{X}{\psi(X)}\right)^m \exp[-i\left(2m+1\right)\varphi].$$
(29)

Выражения (29) являются точным решением задачи о распространении радиоволн в плоском анизотропном волноводе в импедансной постановке.

Во избежание недоразумений заметим, что уравнение ch  $\gamma = 0$  в данном случае не определяет полюсы подынтегральных выражений, т.к. легко видеть, что при  $\gamma = \pm i (2k + 1) \pi/2$  первые слагаемые в (29) компенсируются членами рядов с нулевым индексом.

## 3. ПРИБЛИЖЁННОЕ РЕШЕНИЕ

Полученные выражения (29), несмотря на определённую универсальность, не обладают какойлибо наглядностью, позволяющей извлекать физические следствия, и не всегда удобны для расчёта. Поэтому обратимся к суммированию входящих в них рядов с тем, чтобы, во-первых, привести их к виду, удобному для численных решений, и, во-вторых, построить наглядные приближённые формулы. С этой целью обратимся к суммированию рядов в (29).

Обозначим

$$S_1 = \sum_{m=0}^{\infty} J_{2m+1}(\lambda r) \exp\left[i\left(2m+1\right)\xi_1\right], \qquad S_2 = \sum_{m=0}^{\infty} J_{2m+1}(\lambda r) \exp\left[i\left(2m+1\right)\xi_2\right], \qquad (30)$$

где

$$\xi_1 = \frac{1}{2i} \ln \frac{X}{\psi(X)} + \varphi, \qquad \xi_2 = \frac{1}{2i} \ln \frac{X}{\psi(X)} - \varphi$$

Функция S(t) удовлетворяет линейному дифференциальному уравнению

$$S''(z) + S(z)\sin^2 \xi = -\frac{\cos \xi}{2} J_1(z)$$
(31)
и начальным условиям S(0) = 0;  $S'(0) = \exp(i\xi)/2$ . Решение уравнения (31), удовлетворяющее приведённым выше начальным условиям, имеет вид

$$S(z) = \frac{i}{2}\sin(z\sin\xi) + \frac{\cos\xi}{4} \left[ \exp(iz\sin\xi) \int_{0}^{z} \exp(-it\sin\xi) J_{0}(t) dt + \exp(-iz\sin\xi) \int_{0}^{z} \exp(it\sin\xi) J_{0}(t) dt \right]. \quad (32)$$

Интегралы в (32) относятся к классу неполных интегралов Липшица—Ханкеля [10].

Используя аппарат неполных цилиндрических функций, несложно получить целый ряд приближённых удобных для расчёта формул для S(z) при любых значениях параметров задачи. При этом важно отметить, что вывод всех возможных приближений будет осуществляться на основе последовательных строгих математических процедур. Здесь мы ограничимся наиболее простой формулой, которая приводит к хорошим результатам при расчёте полей на расстояниях от источника, превышающих высоту ионосферы. Будем исходить из следующего преобразования интеграла Липшица—Ханкеля [10]:

$$\int_{0}^{\beta} \exp(i\mathcal{Z}\operatorname{ch}\beta) J_{0}(t) \,\mathrm{d}t = \frac{i}{\mathrm{sh}\beta} + \mathcal{Z}\exp(i\mathcal{Z}\operatorname{ch}\beta) J_{0}(\mathcal{Z}) - \frac{i\mathcal{Z}}{\mathrm{sh}\beta} \left[ J_{1}(z) \int_{\infty}^{\beta} \exp(i\mathcal{Z}\operatorname{ch}u) \,\mathrm{d}u + \mathcal{Z}J_{0}(\mathcal{Z}) \int_{\infty}^{\beta} \exp(i\mathcal{Z}\operatorname{ch}u) \mathrm{sh}^{2} u \,\mathrm{d}u \right]. \quad (33)$$

Для интегралов с бесконечным нижним пределом можно получить асимптотические разложения путём интегрирования по частям. Ограничиваясь главными членами разложений, получим

$$\int_{\infty}^{\beta} \exp(i\mathcal{Z}\operatorname{ch} u) \,\mathrm{d}u \sim \frac{\exp(i\mathcal{Z}\operatorname{ch}\beta)}{i\mathcal{Z}\operatorname{sh}\beta}, \qquad \int_{\infty}^{\beta} \exp(i\mathcal{Z}\operatorname{ch} u) \operatorname{sh}^{2} u \,\mathrm{d}u \sim \frac{1}{i\mathcal{Z}}\operatorname{sh}\beta \,\exp(i\mathcal{Z}\operatorname{ch}\beta). \tag{34}$$

Преобразуя (32) с использованием (33), (34), получим простую приближённую формулу для суммы исследуемого ряда:

$$S(\mathcal{Z}) = \frac{J_1(\mathcal{Z})}{2\cos\xi}.$$
(35)

Таким образом, окончательно можно записать

$$S_{1,2} = \sum_{m=0}^{\infty} J_{2m+1}(\lambda r) \left[ \frac{X}{\psi(X)} \right]^m \exp\left(\pm i \left(2m+1\right)\varphi\right) = \frac{J_1(z)\psi(X)}{\left[\psi(X)+X\right]\cos\varphi \mp i \left[\psi(X)-X\right]\sin\varphi} \,. \tag{36}$$

Опуская элементарные алгебраические преобразования, сопровождающие подстановку (36) в (29), запишем окончательные выражения для вертикальных компонент электрического и магнитного векторов Герца на поверхности Земли:

$$\Pi = -i\omega\mu_0\cos\varphi \int_0^\infty \frac{J_1(\lambda r)\operatorname{sh}\gamma}{n\operatorname{ch}\gamma}\,\mathrm{d}\lambda - 2i\omega\mu_0\cos\varphi \int_0^\infty \frac{J_1(\lambda r)\left(\Delta_2 + \beta\right)}{\left[q + 2p\cos(2\varphi)\right]\operatorname{ch}\gamma}\,\mathrm{d}\lambda +$$

~

+ 
$$2i\omega\mu_0 \frac{a}{\delta} \sin\varphi \int_0^\infty \frac{J_1(\lambda r) n \,\mathrm{d}\lambda}{q + 2p\cos(2\varphi)}$$
,

$$\frac{\partial \Pi^*}{\partial z} = -\sin\varphi \int_0^\infty \frac{J_1(\lambda r) \operatorname{sh} \gamma \, n \, \mathrm{d}\lambda}{\operatorname{ch} \gamma} + \frac{2ik_0}{\delta} \, \sin\varphi \int_0^\infty \frac{J_1(\lambda r) \, (\Delta_1 - \alpha)}{q + 2p \cos(2\varphi)} \frac{n \, \mathrm{d}\lambda}{\operatorname{ch} \gamma} + \frac{2k_0^2 \varpi}{\delta} \, \cos\varphi \int_0^\infty \frac{J_1(\lambda r) \, n \, \mathrm{d}\lambda}{q + 2p \cos(2\varphi)} \,. \tag{37}$$

Соответствующие выражения для источника, ориентированного вдоль оси x, легко получить путём замен  $\cos \varphi \to -\sin \varphi$ ,  $\sin \varphi \to \cos \varphi$ .

Следуя стандартной схеме, преобразуем интегралы в (37) по формуле

$$\int_{0}^{\infty} J_{1}(\lambda r) F(\lambda) \, \mathrm{d}\lambda = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} \mathcal{H}_{1}^{(1)}(\lambda r) F(\lambda) \, \mathrm{d}\lambda.$$

Здесь  $\mathcal{H}_1^{(1)}$  — функция Ханкеля первого рода первого порядка. Тогда легко видеть, что подынтегральные выражения будут иметь полюс нулевой моды в точке, определяемой уравнением

$$q + 2p\cos 2\varphi = 0. \tag{38}$$

Полагая  $|\gamma| = |nh| \ll 1$ , найдём

$$\lambda_{\rm p} = k_0 \sqrt{\frac{\delta - ik_0 h}{\delta - ik_0 h + \delta_1 \cos(2\varphi)}} \sqrt{1 + \frac{i}{k_0 h} \frac{\delta^2 + \omega^2 - \delta_1^2 - ik_0 h\delta}{\delta - ik_0 h}}.$$
(39)

Таким образом, в соответствии с теорией вычетов получаем

$$\Pi = \frac{\pi}{2} \frac{\omega \mu_0}{\lambda_{\rm p} h} \mathcal{H}_1^{(1)}(\lambda_{\rm p} r) \frac{(\delta + \delta_1 - ik_0 h)\cos\varphi - \alpha\sin\varphi}{\delta - ik_0 h + \delta_1\cos(2\varphi)},$$
  
$$\frac{\partial \Pi^*}{\partial z} = -\frac{\pi}{2} \frac{k_0}{\lambda_{\rm p} h} \mathcal{H}_1^{(1)}(\lambda_{\rm p} r) \frac{(n_{\rm p}^2 h - ik_0 \delta - ik_0 \delta_1)\sin\varphi - ik_0^2 \alpha\cos\varphi}{\delta - ik_0 h + \delta_1\cos(2\varphi)},$$
(40)

где  $n_{\rm p} = \sqrt{\lambda_{\rm p}^2 - k_0^2}$ . Выражения (40) описывают распространение нулевой моды в плоском анизотропном волноводе и справедливы при r > h.

Приведём без вывода решение задачи для случая источника в виде вертикального электрического диполя с токовым моментом  $I\ell$ .

Точные формулы на поверхности Земли (z=0) имеют вид

$$\Pi = \int_{0}^{\infty} J_{0}(\lambda r) \operatorname{tg} \gamma \, \frac{\lambda \, \mathrm{d}\lambda}{n} + \int_{0}^{\infty} \frac{\beta J_{0}(\lambda r) \, \lambda \, \mathrm{d}\lambda}{p d \gamma} + 2 \int_{0}^{\infty} \frac{\psi(X) \left(2\Delta_{2}X - \beta\right) \, \lambda \, \mathrm{d}\lambda}{\psi^{2}(X) - X^{2}} \sum_{m=0}^{\infty} \varepsilon_{m} J_{2m}(\lambda r) \left(\frac{X}{\psi(X)}\right)^{m} \cos(2m\varphi),$$

Л. А. Собчаков и др. 1035

$$\frac{\partial \Pi^*}{\partial z} = \frac{4i\omega\varepsilon_0}{\delta} \left[ x \int_0^\infty \frac{n\psi(X)\,\lambda\,d\lambda}{q\,(\psi^2 - X^2)} \sum_{m=0}^\infty \varepsilon_m \left(\frac{X}{\psi(X)}\right)^m J_{2m}(\lambda r)\cos(2m\varphi) - \right. \\ \left. \left. - \left. \delta_1 \int_0^\infty \frac{n\lambda\,d\lambda}{p} \sum_{m=1}^\infty \left(\frac{X}{\psi(X)}\right)^m J_{2m}(\lambda r)\sin(2m\varphi) \right], \quad (41) \right. \\ \left. \varepsilon_m = \begin{cases} 1/2, & m = 0; \\ 0, & m \neq 0. \end{cases} \right]$$

Приближённые формулы, полученные после суммирования рядов, имеют вид

$$\Pi = \frac{\pi i}{2h} \mathcal{H}_0^{(1)}(\lambda_{\rm p} r), \qquad \frac{\partial \Pi^*}{\partial z} = -\frac{\pi \omega \varepsilon_0}{2} \frac{\mathcal{H}_0^{(1)}(\lambda_{\rm p} r)}{h} \frac{\varpi + 2\delta_1 \sin(2\varphi)}{\delta - ik_0 h + \delta_1 \cos(2\varphi)}.$$
(42)

(1)

В приведённых формулах опущен множитель  $i(I\ell)/(2\pi\varepsilon_0\omega), \mathcal{H}_0^{(1)}$  — функция Ханкеля первого рода нулевого порядка.

Полагая в (40), (42)  $\delta_1 = 0$ ,  $\omega = 0$ , мы придём к случаям нормального магнитного поля и изотропного волновода соответственно. Полученные выражения являются естественным обобщением известных ранее упрощённых решений.

#### 4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, в представленной работе получено точное и приближённое решения задачи о возбуждении электромагнитных волн в плоском волноводе с анизотропной верхней стенкой.

Рассмотрен случай наклонного магнитного поля. Решение подобной эталонной задачи интересно само по себе, однако основной стимул авторов состоял в разработке теории для объяснения результатов экспериментальных исследований УНЧ полей, генерируемых грозовыми разрядами [5, 6] и заземлёнными на концах линиями электропередачи [11]. В последние годы регулярные измерения фоновых естественных УНЧ полей начаты в низких широтах (например, на о. Крит [12]), где учёт наклона магнитного поля принципиально необходим.

В данной статье мы ограничились изложением формальной схемы получения решений. Конкретные примеры расчётов спектров и поляризации УНЧ полей будут приведены в следующих публикациях по интерпретации эксперимента.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (гранты № 01–02–16742, 04–02–17333), программы «Университеты России» (грант № 015–01.01.069), Минвуза (гранты № E02–8.0–33), INTAS (грант № 99–0335) и Федеральной программы Миннауки (контракт № 40.020.1.1.1171).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Wait J. R. Electromagnetic Waves in Stratified Media. New York: Pergamon Press, 1972. 372 p.
- Galeys J. Terrestrial Propagation of Ling Electromagnetic Waves. New York: Pergamon Press, 1972. 353 p.
- Макаров Г. И., Новиков В. В., Рыбачек С. Т. Распространение электромагнитных волн над земной поверхностью. М.: Наука, 1991. 196 с.
- 4. Макаров Г. И., Новиков В. В., Рыбачек С. Т. Распространение радиоволн в волноводном канале Земля—ионосфера и в ионосфере. М.: Наука, 1993. 152 с.

Л.А. Собчаков и др.

- Беляев П. П., Поляков С. В., Рапопорт В. О., Трахтенгерц В. Ю. // Изв. вузов. Радиофизика. 1989. Т. 32, № 7. С. 802.
- Беляев П. П., Поляков С. В., Рапопорт В. О., Трахтенгерц В. Ю. // Изв. вузов. Радиофизика. 1989. Т. 32, № 6. С. 663.
- 7. Кириллов В. В. // Изв. вузов. Радиофизика. 1996. Т. 39. С. 1103.
- Кириллов В. В., Копейкин В. Н., Муштак В. К. // Геомагнетизм и аэрономия. 1997. Т. 37, № 3. С. 114.
- 9. Стрэттон Дж. А. Теория электромагнетизма. М.: Гостехиздат, 1948.
- Агрест М. Н., Максимов М. З. Теория неполных цилиндрических функций и их приложения. М.: Атомиздат, 1965.
- 11. Беляев П. П., Поляков С. В., Ермакова Е. Н. и др. // Изв. вузов. Радиофизика. 2002. Т. 45, № 2. С. 151.
- Bösinger T., Haldoupis C., Belyaev P.P., et al. // J. Geophys. Res. A. 2002. V. 107, No. 10. P. 1281.

<sup>1</sup> Российский институт мощного радиостроения, г. Санкт-Петербург; Поступила в редакцию 23 августа 2002 г.

<sup>2</sup> Научно-исследовательский радиофизический институт, г. Нижний Новгород, Россия

# EXCITATION OF ELECTROMAGNETIC WAVES IN A PLANAR WAVEGUIDE WITH ANISOTROPIC UPPER WALL

L. A. Sobchakov, N. L. Astakhova, and S. V. Polyakov

We solve the problem of the propagation of ULF electromagnetic waves in a planar waveguide with anisotropic upper wall from an arbitrary source with allowance for an arbitrary inclination of the magnetic field. A technique for calculating the magnetic components of the signals radiated by horizontal and vertical dipoles is developed in detail. The solution is constructed in the form of the Fourier–Bessel transforms of the desired field components, and impedance boundary conditions were used for an arbitrary inclination of the magnetic field. The obtained solutions can be useful for interpreting experiments on spectral measurements of ULF electromagnetic noise in various geographical zones, as well as for calculating the parameters of ULF signals from controlled sources.

#### УДК 550.388

# ЭВОЛЮЦИЯ ВОЛНОВЫХ ВОЗМУЩЕНИЙ В ВЕРХНЕЙ ИОНОСФЕРЕ. ЧАСТЬ III

#### В. Б. Иванов, М. В. Толстиков

Данная работа продолжает исследование распространения возмущений концентрации плазмы в верхней ионосфере. Рассмотрена частотная зависимость усиления возмущений, отмечены и объяснены некоторые эффекты, выявленные при моделировании распространения, проведён анализ задачи с помощью методов геометрической оптики и дисперсионного уравнения, представлена физическая интерпретация результатов моделирования.

#### введение

В статьях [1–3] были представлены предварительные результаты рассмотрения задачи о распространении волновых возмущений концентрации плазмы, генерируемых в верхних слоях ионосферы. Физическая постановка задачи выглядела следующим образом. На некоторой верхней границе задавалось гармоническое возмущение концентрации плазмы с периодом от десятков до сотен секунд. Рассматривалось распространение возмущения, генерируемого на границе, вдоль геомагнитных силовых линий. Было показано, что по мере распространения возмущений сверху вниз их амплитуда может значительно возрастать так, что на высотах порядка 500! ÷ 600 километров формируется область сильных флуктуаций концентрации плазмы с вертикальными размерами возмущений порядка десятков километров.

Дальнейший анализ позволил выявить ряд важных особенностей рассматриваемой задачи, которые представляют интерес как для ионосферных приложений, так и в плане изучения общих закономерностей распространения возмущений в сильно неоднородных средах. Речь идёт о частотной зависимости пространственного усиления возмущений, формировании ближнего (по отношению к верхней границе) и дальнего поля возмущений, влиянии отражённой волны, выяснении физических причин нарастания возмущений. Изложению результатов этого анализа посвящена данная статья.

## 1. ИСХОДНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ

В работах [1-3] сформулировано базовое уравнение, описывающее динамику малых возмущений электронной концентрации n в плазме при амбиполярном движении зарядов вдоль геомагнитных силовых линий:

$$\frac{\mathrm{d}^2 n}{\mathrm{d}^2 z} - \frac{\mathrm{d} n}{\mathrm{d} z} \left( \frac{1}{H_{\mathrm{p}}} + \frac{1}{H} \frac{\nu}{\nu + i\omega} + \frac{i\omega V_0}{c^2} \right) + \\ + n \left[ \left( \frac{1}{HH_{\mathrm{p}}} + \frac{i\omega V_0}{c^2 H} \right) \frac{\nu}{\nu + i\omega} - \frac{i\omega \,\mathrm{d} V_0/\mathrm{d} z + (\beta + i\omega) \left(\nu + i\omega\right)}{c^2} \right] = 0.$$
(1)

Уравнение (1) получено из уравнений движения и непрерывности для электронно-ионного газа в условиях ночной среднеширотной ионосферы. Эти уравнения были линеаризованы и сведены

В. Б. Иванов, М. В. Толстиков

к одному обыкновенному дифференциальному уравнению, поскольку временна́я зависимость полагалась гармонической. Здесь ещё раз необходимо подчеркнуть, что рассматривается проблема распространения периодических возмущений, пришедших сверху на некоторую условную границу. Источники таких возмущений не конкретизируются, хотя их существование в нестационарной и подверженной внешним воздействиям плазмосфере достаточно очевидно.

Ось z в уравнении (1) направлена сверху вниз, начало координат находится на высоте 800 км. В приведённом уравнении H = 40 км — характерный масштаб изменения концентрации основной компоненты нейтральной атмосферы — атомного кислорода,  $H_p = 120$  км — характерный масштаб изменения концентрации плазмы,  $\nu$  — частота столкновений ионов с нейтральными атомами,  $V_0$  — вертикальная компонента гидродинамической скорости плазмы, c = 1,1 км/с — скорость ионного звука,  $\beta$  — коэффициент линейной рекомбинации. Величины  $\nu$  и  $\beta$  считались экспоненциально убывающими с высотой с масштабами H и H/2 соответственно. На опорном уровне (нижней границе модели, расположенной на высоте 100 км) эти величины равны 40 с<sup>-1</sup> и 0,01 с<sup>-1</sup>. Скорость  $V_0$  и концентрация фоновой плазмы  $N_0$  рассчитывались с помощью специально разработанной численной модели ионосферы (см. [2]). Остальные параметры полагались постоянными. Параметры в уравнении (1) и в ионосферы.

Вещественная и мнимая части решения уравнения (1) дают два линейно независимых решения. В однородной среде без диссипации они соответствовали бы двум квадратурным составляющим (синусу и косинусу). Рассматривая возмущения, распространяющиеся сверху вниз, можно задать нижнее (в области сильной рекомбинации на высоте 100 км) граничное условие в виде n = 0. Верхнее краевое условие на амплитуду возмущения концентрации можно задать в виде n = 1 или n = i, что эквивалентно, поскольку при этом вещественная и мнимая части решения только меняются местами.

#### 2. РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Уравнение (1) не может быть решено аналитически и исследовалось численно. На рис. 1, 2 представлены решения уравнения для частот  $\omega = 0,1$  с<sup>-1</sup> и  $\omega = 0,05$  с<sup>-1</sup> соответственно. Ось z, как уже упоминалось, направлена сверху вниз, но для наглядности на шкале слева даны высоты, отсчитываемые от поверхности Земли. По горизонтальной оси откладывается отношение величины возмущения к его амплитуде на верхней границе. Из рисунков можно видеть, что амплитуда возмущений сначала нарастает, а затем, вследствие рекомбинации, уменьшается. На более низких частотах можно наблюдать стратификацию огибающей амплитуды возмущения. На рис. 3 представлена огибающая амплитуды возмущений для различных начальных фаз. Можно видеть стратификацию) огибающей по высоте. По всей вероятности, этот эффект связан с частичным отражением волны по мере распространения в толще неоднородной ионосферы. При этом интерференция падающей и отражённых волн дают модуляцию огибающей амплитуды. Аргументом в пользу такого объяснения этого явления может служить то, что модуляция проявляется на низких частотах (а значит, на более длинных волнах) и усиливается с уменьшением частоты, что было выявлено моделированием.

Кроме наличия стратификации, на рис. 3 можно видеть, что возмущение состоит из двух частей: волновой части и диффузионной «подложки» вблизи источника возмущений. Для подтверждения того факта, что структура, приведённая на рис. 3, обусловлена диффузией, было проведено моделирование на основе тех же уравнений, из которых получено выражение (1), но

В. Б. Иванов, М. В. Толстиков



Рис. 1. Профиль возмущения электронной концентрации на частоте  $\omega=0,1~{\rm c}^{-1}$ 



Рис. 3. Огибающая амплитуды возмущения электронной концентрации на частоте  $\omega=0.01~{\rm c}^{-1}$ 



Рис. 2. Профиль возмущения электронной концентрации на частоте  $\omega=0.05~{\rm c}^{-1}$ 

без учёта инерции, т. е. при исключении производной по времени в уравнении движения. В этом случае была получена только «подложка» без волновой части. Таким образом, вблизи источника формируется суперпозиция ближнего поля диффузионной природы и волновой компоненты. По мере распространения возмущения ближнее поле быстро затухает, и остаётся только вторая составляющая.

На самых низких частотах ( $\omega < 0,001 \text{ c}^{-1}$ ) вертикальный профиль возмущения фактически повторяют форму фонового профиля электронной концентрации  $N_0$ . Этого и следовало ожидать, поскольку уравнение (1) при  $\omega \to 0$  переходит в уравнение, описывающее фоновую ночную ионосферу.

## 3. АНАЛИТИЧЕСКОЕ РАССМОТРЕНИЕ

Численное решение уравнения (1) позволило получить частотную зависимость усиления возмущений и обнаружить некоторые физические эффекты (стратификация, подложка). Однако численный анализ не выявляет причины усиления возмущений. Поэтому было проведено аналитическое рассмотрение задачи о вертикальном распространении волновых возмущений концентрации плазмы.

В первую очередь, был выполнен анализ дисперсионного уравнения, следующего из основного соотношения. Для получения дисперсионного соотношения в уравнении (1) следует перейти от оператора дифференцирования к умножению на *ik*, где *k* — волновое число возмущений. В результате получается квадратное алгебраическое уравнение, связывающее частоту и волновое число колебаний через параметры фоновой ионосферы:

$$k^{2} + k\left(\frac{i}{H_{p}} + \frac{i}{H}\frac{\nu}{\nu + i\omega} - \frac{i\omega V_{0}}{c^{2}}\right) - \left[\left(\frac{1}{HH_{p}} + \frac{i\omega V_{0}}{c^{2}H}\right)\frac{\nu}{\nu + i\omega} - \frac{i\omega \,\mathrm{d}V_{0}/\mathrm{d}z + (\beta + i\omega)\left(\nu + i\omega\right)}{c^{2}}\right] = 0. \quad (2)$$

В. Б. Иванов, М. В. Толстиков

Решение дисперсионного уравнения относительно k определяет волновое число (вещественная часть решения) и пространственный коэффициент усиления/ослабления (мнимая часть решения) — задача распространения. Решение уравнения относительно  $\omega$  определяет частоту (вещественная часть решения) и временной инкремент/декремент (мнимая часть решения) — задача устойчивости.

На высотах  $800 \div 600$  км для ночных условий среднеширотной ионосферы и возмущений с частотой  $\omega \sim 0.1$  с<sup>-1</sup> выполняются следующие сильные неравенства:

$$\beta \ll \nu, \qquad V_0 \ll c, \qquad \frac{c}{\omega H} \ll \frac{V_0}{c} \frac{\omega}{\nu} \ll \frac{\omega H}{c} \left(\frac{\omega}{\nu}\right)^2.$$
 (3)

С их помощью уравнение (2) можно привести к виду

$$k^{2} + k\left(\frac{i}{H_{\rm p}} - \frac{\omega V_{0}}{c^{2}}\right) - \frac{\omega^{2}}{c^{2}} + i\frac{\omega(\mathrm{d}V_{0}/\mathrm{d}z + \nu)}{c^{2}} = 0.$$
 (4)

Два корня квадратного уравнения соответствуют волне, распространяющейся снизу вверх, и волне, распространяющейся сверху вниз. Для волны, распространяющейся сверху вниз, имеют место следующие выражения:

$$\operatorname{Re} k = -\frac{\omega}{c}, \qquad \operatorname{Im} k = -\frac{1}{2} \left( \frac{1}{H_{\rm p}} - \frac{\nu}{c} - \frac{\mathrm{d}V_0/\mathrm{d}z}{c} \right). \tag{5}$$

В коэффициент усиления/ослабления  $\chi = \text{Im } k$  вносят вклад три слагаемых. Отрицательные слагаемые соответствуют усилению возмущения, а положительные — ослаблению. Первое слагаемое  $-1/(2H_p)$  соответствует усилению возмущений в среде с неоднородным профилем концентрации, известному, в частности, из теории распространения акустических волн в верхней атмосфере. Следует отметить, что количественно это слагаемое играет второстепенную роль. Второе слагаемое соответствует затуханию возмущений из-за столкновений. Третье слагаемое играет главную роль в усилении возмущений в ночной ионосфере  $dV_0/dz < 0$ . Неустойчивость плазмы из-за отрицательной дивергенции скорости предлагалась, в частности, Б. Н. Герпманом в качестве одной из причин формирования ионосферных неоднородностей [4]. Здесь имеет смысл напомнить, что механизм формирования самого́ фонового профиля ночной ионосферы имеет эту же природу. Ночной максимум области F образуется вследствие уменьшения скорости в нисходящем потоке плазмы при неизменной (во внешней ионосфере) плотности потока. Уменьшение скорости плазмы должно приводить к росту концентрации.

Дисперсионные соотношения (5) свидетельствуют, что рассматриваемые волны являются продолжением ветви колебаний акустического типа в самую низкочастотную гидродинамическую область. В этой области движение зарядов амбиполярно, и возмущения концентрации плазмы в волне электрически нейтральны, что позволяет игнорировать кинетические эффекты типа бесстолкновительного затухания Ландау.

Мы воспользовались приближённым дисперсионным уравнением (4), основанным на сильных неравенствах (3), для выяснения причин усиления возмущений. Для того, чтобы определить пространственную область, в которой должно иметь место усиление возмущений, целесообразно использовать точное решение уравнения (2). На рис. 4 представлена зависимость мнимой части k от z для волны, распространяющейся сверху вниз. В данном случае расстояние вдоль оси z

В. Б. Иванов, М. В. Толстиков



отсчитывается вниз от источника, расположенного на высоте 800 км. На рис. 4 виден диапазон высот, где мнимая часть k меньше нуля. Следовательно, в интервале высот от 800 до примерно 500 км формируются условия для усиления возмущений.

Другой подход к аналитическому рассмотрению проблемы заключается в получении решения уравнения (1) в приближении геометрической оптики. Путём замены  $n = n_1 \exp[\alpha(z, \omega)]$ уравнение (1) приводится к канонической форме уравнения Гельмгольца (исключается первая производная):

$$\frac{\mathrm{d}^2 n_1}{\mathrm{d}z^2} + n_1 \varepsilon(z, \omega) = 0. \tag{6}$$

Здесь

$$\begin{split} \varepsilon &= \frac{1}{2} \left[ \frac{\nu}{H\left(\nu + i\omega\right)} \left( \frac{1}{H_{\rm p}} + \frac{1}{H} + \frac{i\omega V_0}{c^2} - \frac{3}{2} \frac{\nu}{\nu + i\omega} \right) - \frac{\left(\beta + i\omega\right)\left(\nu + i\omega\right)}{c^2} - \frac{1}{2H^2} - \\ &- \frac{i\omega \,\mathrm{d}V_0/\mathrm{d}z}{c^2} - \frac{i\omega V_0}{c^2} \left( \frac{1}{H_{\rm p}} + \frac{\omega V_0}{2c^2} \right) \right], \\ \alpha &= \frac{1}{2} \int_0^z \left( \frac{1}{H_{\rm p}} + \frac{1}{H} \frac{\nu}{\nu + i\omega} + \frac{i\omega V_0}{c^2} \right) \,\mathrm{d}z'. \end{split}$$

Далее применяется стандартная процедура получения решения в приближении геометрической оптики. Результаты расчётов представлены на рис. 5. Показан «мгновенный снимок» волнового поля в виде высотной зависимости возмущения концентрации. Представленный график иллюстрирует структуру волнового поля рассматриваемых возмущений. Видно, что волна распространяется с увеличением амплитуды и с некоторым изменением длины.

Все три метода анализа — численное решение, метод дисперсионного уравнения и метод геометрической оптики — дают аналогичные результаты. При этом необходимо отметить, что для двух последних методик мы находимся на границе их применимости, поскольку приближение слабой неоднородности здесь выполняется не вполне корректно. Так из рис. 1 и 2 видно, что длины волн в области наиболее интенсивных возмущений составляют около 50 и 100 километров соответственно, а характерный масштаб неоднородности среды  $H_{\rm p}$  равен здесь 120 километрам.

В. Б. Иванов, М. В. Толстиков

#### 4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Представленные результаты являются, на наш взгляд, серьёзными теоретическими аргументами в пользу гипотезы существования в ночное время во внешней ионосфере на средних и умеренно высоких широтах области интенсивных флуктуаций концентрации плазмы. Авторы надеются, что эти аргументы послужат стимулом к проведению экспериментальных исследований по обнаружению такой области, в частности, с помощью радаров некогерентного рассеяния. В практическом плане рассматриваемое явление может представлять интерес с точки зрения уточнения особенностей функционирования спутниковых систем связи. Есть основания полагать, что изучаемый феномен может быть привлечён для интерпретации явления среднеширотного *F*-рассеяния.

Работа поддержана грантом № НШ–272.2003.5 государственной поддержки ведущих научных школ Российской Федерации.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Иванов В. Б., Поляков В. М. // Изв. вузов. Радиофизика. 1998. Т. 41, № 4. С. 432.

2. Иванов В. Б., Поляков В. М. // Изв. вузов. Радиофизика. 1998. Т. 41, № 9. С. 1086.

 Поляков В. М., Иванов В. Б., Толстиков М. В. // Исследования по геомагнетизму, аэрономии и физике солнца. Вып. 111. Иркутск: Институт солнечно-земной физики СО РАН, 2000. С. 3.

4. Гершман Б. Н. Динамика ионосферной плазмы. М.: Наука, 1976.

Иркутский госуниверситет, Поступила в редакцию г. Иркутск, Россия 13 июня 2002 г.

## EVOLUTION OF WAVE DISTURBANCES IN THE UPPER IONOSPHERE. PART III

V. B. Ivanov and M. V. Tolstikov

This paper continues our studies of propagation of plasma-density disturbances in the upper ionosphere. The frequency dependence of the disturbance amplification is considered. Some phenomena found by modeling of the propagation are pointed out and explained. The problem is analyzed using the geometrical-optics and dispersion-equation methods. Physical interpretation of the modeling results is presented.

В. Б. Иванов, М. В. Толстиков

УДК 621.391.26

# ИССЛЕДОВАНИЕ ВРЕМЕНИ ОДНОЗНАЧНОГО ПЕРЕХОДА К ФАЗЕ НЕСУЩЕЙ ПРИ АВТОМАТИЧЕСКОМ УПРАВЛЕНИИ ШКАЛОЙ ВРЕМЕНИ ПО ИЗМЕРЕНИЯМ В МЕТЕОРНОМ РАДИОКАНАЛЕ

В. А. Корнеев, В. В. Сидоров, Л. А. Эпиктетов

В статье рассматриваются возможности разрешения неоднозначности фазовых измерений на несущей частоте в многочастотной системе метеорной синхронизации. Для оценки ошибок разрешения неоднозначности используется оптимальная линейная фильтрация. Статистические характеристики получены с использованием компьютерной модели. Результаты могут быть использованы для выбора таких параметров системы метеорной синхронизации, как полоса частот и мощность передатчика при заданной точности синхронизации.

#### введение

В настоящее время в число средств, обеспечивающих наибольшую точность синхронизации шкал времени, наряду с получившими широкое развитие спутниковыми системами входит система передачи времени с помощью метеорного радиоканала. Существующая аппаратура метеорной синхронизации, разработанная в Казанском государственном университете, позволяет передавать метки времени по метеорному радиоканалу с погрешностью не более 2÷5 нс, а также отслеживать по фазе несущей частоты, лежащей в диапазоне 40÷60 МГц, измерения относительного смещения шкал времени с погрешностью менее 0,5 нс [1]. При этом небольшое усовершенствование аппаратуры достаточно для разрешения неоднозначности измерений на несущей частоте и переходу к измерениям абсолютных значений сдвига шкал. Эксперименты, проведённые в Казанском университете в 1988–1995 гг., показали, что погрешности синхронизации, обусловленные нарушением принципа взаимности на метеорной радиолинии, не превышают в среднем десятых долей наносекунды и в основном состоят из шумовой погрешности и погрешности калибровки аппаратуры [2–4]. Такая точность превышает возможности стандартных спутниковых навигационных систем GPS/ГЛОНАСС и ставит метеорную синхронизацию в один ряд с современными активными методами передачи времени по спутниковым каналам связи. Так, для навигационных систем GPS/ГЛОНАСС точность передачи времени на расстояниях, сравнимых с метеорными трассами, не превышает 20÷40 нс [5–7]. Активные спутниковые системы обеспечивают шумовую и систематическую погрешности менее 1 и 4 нс соответственно [8, 9]. Достоинствами метеорной радиосвязи, обеспечивающими ей широкое распространение, являются относительная простота, надёжность и оперативность, что в ряде случаев необходимо больше, чем высокая пропускная способность [10]. Необходимо также подчеркнуть её автономность, т. к. для успешной работы достаточно иметь два комплекта аппаратуры и не прибегать к услугам других служб. К недостаткам метеорной синхронизации по сравнению со спутниковыми системами можно отнести ограниченный радиус действия (до 1700÷1800 км), что обусловлено природой метеорного радиоканала.

Трудности, связанные с особенностями метеорного радиоканала — неравномерностью и неравноточностью измерений, требуют организации правильного алгоритма их обработки, в частности при разрешении неоднозначности фазовых измерений на несущей частоте.

В. А. Корнеев, В. В. Сидоров, Л. А. Эпиктетов

# 1. МНОГОЧАСТОТНЫЙ ФАЗОВЫЙ МЕТОД ПЕРЕДАЧИ ВРЕМЕНИ В МЕТЕОРНОМ КАНАЛЕ

Для разрешения неоднозначности фазовых измерений на несущей частоте в системах радионавигации и связи применяется многочастотный метод. Он заключается в передаче сигнала времени как пакета узкополосных когерентных радиоимпульсов, передаваемых на нескольких несущих частотах. Время при приёме такого сигнала вычисляется из положения огибающей импульсов и соотношения начальных фаз их несущих частот. Первоначальную оценку временно́го положения сигнала даёт измерение задержек огибающих импульсов. Эта оценка является однозначной, хотя и самой грубой. Далее вычисляются разности начальных фаз несущих частот, которые соответствуют фазам условных разностных частот, после чего применяется процедура разрешения фазовой неоднозначности при переходе от фазы меньшей разностной частоты к фазе большей [11].

Соотношение несущих частот выбирается с учётом обеспечения возможности перехода от задержки огибающей радиоимпульсов к фазе сначала минимальной разностной частоты, а затем последовательного перехода от фазы меньшей разностной частоты к фазе большей. Отношение сигнал/шум и, соответственно, надёжность такого перехода зависят от соотношения частот в этой последовательности. Отношение разностных частот для обеспечения надёжного разрешения неоднозначности выбирается в пределах  $0,2 \div 0,25$ . Таким образом, можно считать переход от огибающей сигнала к измерению по максимальной разностной частоте надёжным, а измерения на максимальной разностной частоте — однозначными.

#### 1.1. Переход к несущей частоте

Принципиальная возможность полного снятия неоднозначности, т. е. перехода к фазе несущей частоты, определяется отношением максимальной возможной разностной частоты к частоте несущей. Для обеспечения надёжного разрешения однозначности измерений на несущей частоте необходим разнос частот порядка 10 МГц. Однако такой частотный разнос при частоте несущих 40÷60 МГц нежелателен, т. к., с одной стороны, это приводит к усложнению аппаратуры, а с другой — начинают проявляться опшбки, связанные с различными условиями распространения радиоволн на максимально разнесённых частотах. В существующей аппаратуре используются отношения максимальной разностной частоты к частоте несущей 0,01÷0,1 [1]. Это приводит к необходимости накопления и сглаживания однозначных измерений по фазе максимальной разностной частоты, достаточной для надёжного перехода к фазе несущей.

Если каждое последующее неоднозначное измерение по фазе несущей надёжно разрешается относительно предыдущего, возможно также отслеживание относительного смещения шкал времени по фазе несущей. Для этого достаточно, чтобы на интервалах между измерениями смещение шкал не превышало долей периода несущей частоты. В этом случае более точные измерения по фазе несущей частоты вычитаются из однозначных измерений по фазе максимальной разностной частоты, и случайный сдвиг шкал исключается. Фильтрация полученных таким образом измерений по фазе разностной частоты сводится к их простому усреднению [12]. Статистические свойства измеряемого сдвига шкал (за исключением требования на величину смещения шкал между измерениями) при этом не важны.

Отслеживание относительного сдвига шкал по фазе несущей осложняется случайным поведением метеорного радиоканала, главным образом неравномерностью появления метеорных отражений. В общем случае всегда существует вероятность потери слежения за фазой несущей, т. к. кратковременная нестабильность квантовых стандартов частоты проявляется на интервалах, сравнимых со средним интервалом между двумя метеорами. Поэтому возникает вопрос о

В. А. Корнеев, В. В. Сидоров, Л. А. Эпиктетов

фильтрации измерений по фазе максимальной разностной частоты и оценке надёжности слежения за фазой несущей.

#### 1.2. Исключение времени распространения сигнала

В метеорной аппаратуре [1] для исключения неизвестного времени распространения сигналов применяется алгоритм двухсторонней передачи сигналов [13], модифицированный для фазовых измерений. Алгоритм исключения времени распространения сигналов подразумевает измерение удвоенного значения сдвига шкал времени, что приводит к уменьшению периода однозначности фазовых измерений по сравнению с [11] и усложняет процедуру разрешения неоднозначности.

## 2. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ СИСТЕМЫ МЕТЕОРНОЙ СИНХРОНИЗАЦИИ

Рассматриваемая система метеорной синхронизации представляет собой два квантовых стандарта частоты (на ведущем и ведомом пунктах) и двухсторонний метеорный канал связи, в котором измерения проводятся многочастотным фазовым методом.

Для описания статистических характеристик работы системы метеорной синхронизации предложена модель, в которой:

— нестабильность квантового стандарта частоты описывается частотным белым гауссовским шумом;

— фазовый шум квантового стандарта частоты считается пренебрежимо малым;

— неравномерность появления метеорных радиоотражений описывается экспоненциальным распределением интервалов между измерениями;

— неравноточность измерений описывается экспоненциальным распределением длительности метеорных отражений с числом измерений на одном отражении, пропорциональным его длительности; ошибка единичного измерения полагается гауссовской;

— предполагается, что все измерения на одном отражении усредняются, при этом переменность отношения сигнал/шум в пределах одного метеорного отражения не учитывается.

Такая модель удобна тем, что позволяет применить алгоритмы оптимальной линейной фильтрации (Калмана и сглаживания на закреплённом интервале [14]) для оценок и управления шкалой времени. Модель справедлива для цезиевого стандарта частоты, реально использованного в экспериментах по сверке шкал времени.

В качестве входных параметров модели задаются:

- средняя длительность метеорного отражения;
- средний интервал между метеорами;
- ошибка единичного фазового измерения;
- спектральная плотность частотного шума генератора;
- постоянный частотный сдвиг генератора;
- сдвиг шкал после начальной синхронизации.

#### 3. СДВИГ ШКАЛ ВРЕМЕНИ И ФИЛЬТРАЦИЯ ИЗМЕРЕНИЙ

Сдвиг шкал времени между ведущим и ведомым пунктами описывается уравнением

$$\tau(t) = \tau_0 + \frac{\mathrm{d}f}{f}t + \int_0^t \gamma \,\mathrm{d}t,$$

В. А. Корнеев, В. В. Сидоров, Л. А. Эпиктетов

где  $\tau$  — сдвиг шкал времени,  $\gamma$  — частотный шум генератора, df — постоянный сдвиг частот генераторов,  $\tau_0$  — сдвиг шкал после начальной синхронизации, f — рабочая частота генератора.

Представим измеряемый сдвиг шкал в терминах оптимальной линейной фильтрации [14].

Сдвиг шкал и вектор состояния:

$$\begin{pmatrix} \tau \\ \mathrm{d}f/f \end{pmatrix}_{k+1} = \begin{pmatrix} 1 & \mathrm{d}t_k \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tau \\ \mathrm{d}f/f \end{pmatrix}_k + \begin{pmatrix} 0 & \mathrm{d}t_k \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ \gamma \end{pmatrix}_k,$$

где  $dt_k$  — интервал времени между измерениями,  $\gamma$  — нормально распределённая случайная величина с дисперсией  $N_0/(2 dt_k)$ ,  $N_0/2$  — спектральная плотность мощности частотного шума квантового стандарта частоты.

#### Вектор измерения:

$$Z_{k+1} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tau \\ \mathrm{d}f/f \end{pmatrix}_{k+1} + V_{k+1},$$

где  $V_{k+1}$  — опибка измерения. Таким образом, вектор измерения представляет собой удвоенный сдвиг шкал, измеренный по фазе максимальной разностной частоты или по фазе несущей. Неоднозначность фазовых измерений при этом предполагается разрешённой.

На малых интервалах между метеорными отражениями есть также возможность использовать информацию о смещении шкал по неоднозначной фазе несущей. Предположим, что получены два неоднозначных фазовых измерения сдвига шкал  $\phi_1$  и  $\phi_2$  в моменты  $t_1$  и  $t_2$  на одной из несущих частот. Если интервал  $t_2 - t_1$  достаточно мал, то, хотя измерения являются неоднозначными, их разность  $\delta\phi$  определяется однозначно, т. к. неоднозначность второго измерения надёжно разрешается относительно первого. Надёжность такого разрешения легко оценить по величине ошибки калмановского прогноза в момент  $t_2$ , взяв за начальную оценку первое измерение. Величина ( $\phi_2 - \phi_1$ )/[ $2\pi$  ( $t_2 - t_1$ )] определяет текущий частотный сдвиг на интервале между двумя метеорами. Если для измерений берётся несущая, не использованная для получения максимальной разностной частоты, то такое измерение будет независимым.

В этом случае вектор измерения можно представить в виде

$$\mathbf{Z}_{k+1} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tau \\ \mathrm{d}f/f \end{pmatrix}_{k+1} + \begin{pmatrix} v_{2\tau} \\ v_{\mathrm{d}f/f} \end{pmatrix}_{k+1},$$

где  $v_{2\tau}$  — ошибка измерения удвоенного сдвига шкал,  $v_{\mathrm{d}f/f}$  — ошибка измерения текущего ухода частоты.

## 4. ПЕРЕХОД К ФАЗЕ НЕСУЩЕЙ ЧАСТОТЫ

Основной целью моделирования в данной работе было исследование процедуры перехода к фазе несущей с момента начала измерений, а именно са́мой уязвимой процедуры перехода от фазы разностной частоты к фазе несущей и времени этого перехода.

Переход к фазе несущей частоты осуществляется в общем случае после накопления достаточного числа однозначных измерений на разностной частоте, что необходимо для получения точности, сравнимой с периодом неоднозначности несущей. Оценить вероятность правильного разрешения неоднозначности и выбрать правило перехода можно по результатам фильтрации. Вероятность ошибки перехода однозначно определяется ошибкой оценки сдвига шкал. Так как ошибка оценки является случайной величиной с гауссовским распределением [14], удобно применить правило, связанное с величиной её стандартного отклонения. При этом, например, известное

В. А. Корнеев, В. В. Сидоров, Л. А. Эпиктетов

правило  $3\sigma$  при учёте метода измерения преобразуется в пороговый уровень для стандартного отклонения ошибки, равный 1/12 фазового цикла несущей частоты.

Проиллюстрируем процесс перехода от фазы максимальной разностной частоты к фазе несущей. Для примера взят один из моделированных процессов с параметрами измерений, сходными с параметрами экспериментов на аппаратуре [1]. Для наглядности далее не учитываются возможные варианты отслеживания относительного смещения шкал по фазе несущей, т. к. для режима вхождения в режим синхронизма они практически не дают выигрыша, а также несколько завышена начальная ошибка оценки — таким образом, фильтр начинает работу без априорной информации о возможном сдвиге шкал.

На начальном этапе происходит сглаживание измерений по фазе разностной частоты до тех пор, пока ощибка оценки сдвига шкал не уменьшится до уровня, позволяющего сделать достоверным переход к фазе несущей частоты. Первый переход к фазе несущей частоты происходит в точке, примерно соответствующей середине интервала сглаживания. На рис. 1 показан пример поведения оптимальной оценки и её стандартного отклонения для измерений сдвига шкал  $\delta$  по фазе максимальной разностной частоты на интервале наблюдения 400 с. Стандартное отклонение  $\sigma$  интервальной оценки минимально приблизительно на середине интервала наблюдения. Если интервал наблюдения достаточно велик, минимум  $\sigma$  достигает порогового уровня, при котором возможен надёжный переход к фазе несущей. Следует отметить, что возможность увеличения точности оценки путем накопления определяется соотношением шумов процесса и измерений, и возможны случаи, когда достичь порогового уровня  $\sigma$  невозможно. Такие случаи здесь не рассматриваются.

На рис. 1 показан порог, соответствующий вероятности ошибки выбора правильного периода не более 0,001. Переход к фазе несущей частоты в одной точке соответствует значительному увеличению точности данного измерения, что сказывается на результате фильтрации и может привести к появлению новых точек с ошибкой, достаточно малой для надёжного перехода к несущей. На рис. 2 показан тот же процесс, но теперь одно измерение сделано по фазе несущей частоты. В результате этого оценка в соседних точках также достигла порогового значения. Последова-



Рис. 1. Начало процедуры разрешения неоднозначности фазовых измерений; все измерения сделаны по фазе максимальной разностной частоты. Стандартное отклонение  $\sigma$  сглаживающей оценки достигает порогового уровня примерно на середине интервала сглаживания



Рис. 2. Осуществлён единичный переход к несущей. Становится возможным разрешение неоднозначности в соседних точках



тельно разрешая неоднозначности, при благоприятных условиях можно перейти к однозначным измерениям по фазе несущей частоты на всём рассматриваемом интервале (см. рис. 3).

Управление шкалой в реальном времени может осуществляться с момента перехода к фазе несущей по оценке, вычисляемой по рекуррентному алгоритму Калмана, до появления измерения, на котором однозначный переход к фазе несущей невозможен.

#### 5. СТАТИСТИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПРОЦЕДУРЫ ПЕРЕХОДА К ФАЗЕ НЕСУЩЕЙ

Время T от момента включения аппаратуры до момента, когда возможен переход к фазе несущей хотя бы в одной точке на интервале накопления, является случайной величиной вследствие как случайного распределения интервалов между регистрациями метеоров, так и неравноточности измерений, поскольку в метеорном канале количество измерений на одном метеорном отражении может меняться от метеора к метеору. Одно длительное метеорное отражение или тесная группа нескольких отражений могут существенно сократить T. Наоборот, редкие случаи длительных пауз между отражениями могут значительно увеличить T.

Хотя все составляющие ошибки оценки сдвига шкал хорошо описываются гауссовскими процессами, неравномерность и неравноточность измерений делают результирующий процесс управления негауссовским и трудно поддающимся аналитическому описанию, поэтому статистические оценки делаются с помощью имитационной модели. На рис. 4 приведены плотности распределения  $\rho$  интервалов T, на которых возможно первое разрешение фазовой неоднозначности на несущей частоте, полученные в результате численного эксперимента для двух значений максимальной разностной частоты. Параметры модели соответствуют условиям эксперимента 1992 года на трассе Менделеево (Московская обл.)—Казань [1]. В эксперименте максимальный разнос частот составлял 500 кГц, и реально разрешить неоднозначность фазовых измерений было невозможно. Но по экспериментальным данным легко оценить ошибки измерений на фазе несущей частоты на каждом отражении, что достаточно для вычисления ошибок фильтрации.

#### выводы

Моделирование процесса разрешения фазовой неоднозначности при переходе от максимальной разностной частоты к фазе несущей показало, что для аппаратуры и условий эксперимента,

В. А. Корнеев, В. В. Сидоров, Л. А. Эпиктетов

сходных с экспериментом 1992 года на трассе Менделеево—Казань, результаты оптимальной линейной фильтрации подтверждают возможность разрешения фазовой неоднозначности измерений по несущей частоте и получения точности единичного измерения абсолютного сдвига шкал времени менее 0,5 нс при максимальном разносе частот не менее 2,5 МГц.

Моделирование позволяет оценить среднее время вхождения в режим синхронизма для различных значений максимального разноса частот. Для наиболее простого в техническом отношении случая максимального разноса частот в 2,5 МГц переход к несущей в среднем осуществляется в течение 5÷10 минут с вероятностью ошибки менее 10<sup>-3</sup>.

Разрешение неоднозначности фазовых измерений на несущей частоте позволяет измерять сдвиг шкал времени на разнесённых пунктах с шумовой погрешностью до  $0,1 \div 0,2$  нс в течение одного метеорного отражения, причём измерения поступают по мере появления метеорных отражений с частотой не менее  $40 \div 60$  в час.

Работа выполнена при поддержке Минобразования РФ (грант № ТОО-31-1168).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Сидоров В. В., Мерзакреев Р. Р., Эпиктетов Л. А. и др. // Труды 5 Российского симпозиума «Метрология времени и пространства», Менделеево, 11–13 октября 1994 г. С. 405.
- Базлов А. Е., Казакова Т. В., Курганов А. Р. и др. // Изв. вузов. Радиофизика. 1992. Т. 35, № 1. С. 94.
- Desourdis R. I. Jr., Wojtaszek J. H., Sidorov V. V., et al. // Proc. Ionospheric Effects Symposium (IES'93), 4–6 May 1993. P. 165.
- Epictetov L. A., Merzakreev R. R., Sidorov V. V. // Proc. 7th European Frequency and Time Forum (EFTF'93), Neuchatel, 16–18 March 1993. P. 413.
- Мищенко И. Н., Волынкин А. И., Волосов П. С. и др. // Зарубежная радиоэлектроника. 1980. № 8. С. 52.
- 6. Медведев Ю. Н., Порошков В. В. // Труды 5 Российского симпозиума «Метрология времени и пространства», Менделеево, 11–13 октября 1994 г. С. 388.
- 7. Шебшаевич В.С., Григорьев М.Н., Кокина Э.Г. и др. // Зарубежная радиоэлектроника. 1989. № 1. С.5.
- 8. Jespersen J. // Proc. 43d Ann. Symp. Frequency Control, Denver, 31 May-2 June 1989. P. 186.
- Davis J. A., Pearce P. R., Kirchner D. // Digest of Conf. on Precision Electromagnetic Measurements, Boulder, 27 June–1 July 1994. P. 3.
- Грудинская Г. П. Распространение коротких и ультракоротких радиоволн. М.: Радио и связь, 1981. 80 с.
- Кинкулькин И. Е., Рубцов В. Д., Фабрик М. А. Фазовый метод определения координат. М.: Сов. радио, 1979. 280 с.
- 12. Тихонов В.И., Харисов В.Н. Статистический анализ и синтез радиотехнических устройств и систем: Учебное пособие для вузов. М.: Радио и связь, 1991. 608 с.
- 13. Перкинсон Р.Е., Уотсон Ф.Д. // Труды института инженеров по электротехнике и радиоэлектронике. 1972. Т. 60, № 5. С. 130.
- 14. Медич Дж. Статистически оптимальные линейные оценки и управление: Пер. с англ. М.: Энергия, 1973. 440 с.

Казанский госуниверситет, г. Казань, Россия Поступила в редакцию 24 января 2003 г.

В. А. Корнеев, В. В. Сидоров, Л. А. Эпиктетов

## STUDY OF THE TIME OF UNAMBIGUOUS TRANSITION TO THE CARRIER PHASE DURING AUTOMATIC TIMESCALE CONTROL USING MEASUREMENTS IN A METEOR RADIO CHANNEL

V. A. Korneev, V. V. Sidorov, and L. A. Épiktetov

In this paper, we consider the possibilities of resolution of ambiguity of the phase measurements at the carrier frequency in a multifrequency system of meteor synchronization. To estimate the ambiguity resolution errors, an optimal linear filtering is used. Statistical characteristics are obtained with the use of computer model. The results can be used for choosing such parameters of the meteor synchronization system as frequency band and transmitter power for the specified synchronization accuracy.

## УДК 537.876

# ИЗЛУЧЕНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ДИПОЛЯ ИЗ МАЛОГО ПЛАЗМЕННОГО СФЕРОИДА

# Т. И. Бичуцкая, Г. И. Макаров

Построено и исследовано аналитическое решение граничной задачи о поле электрического диполя, расположенного в малом сфероиде, заполненном холодной изотропной плазмой. Изучены условия резонансного усиления поля в вакууме при изменении формы и кривизны плазменного сфероида. Показано, что для некоторой формы сфероида резонансное усиление поля может быть увеличено в несколько раз по сравнению со случаем сферического плазменного окружения. Проведено сравнение результатов с резонансным излучением диполя из узкого плазменного эллиптического цилиндра.

Настоящая работа является продолжением цикла выполненных авторами работ по исследованию электромагнитного поля дипольного источника, окружённого малой плазменной оболочкой  $(ka \ll 1, \text{ где } a - \text{ поперечный размер плазменной оболочки, } k - волновое число в вакууме).$ 



Рис. 1

В работах [1-6] было исследовано усиление излучения электрического диполя при цилиндрической и сферической форме плазменной оболочки на резонансных частотах  $\omega = \omega_{\rm p}/\sqrt{2}$  и  $\omega = \omega_{\rm p}/\sqrt{3}$  соответственно, где  $\omega_{\rm p}$  круговая плазменная частота электронов. Было показано, что в случае малых потерь в пространственно ограниченной плазме (тепловых потерь и потерь на излучение) усиление поля в вакууме при том же подводимом токе, что и для источника в вакууме, может достигать одного-двух порядков, и полоса коэффициента пропускания оказывается на несколько порядков меньше резонансной частоты. В случае бесстолкновительной плазмы величина резонансного поля излучения из плазменной оболочки сферической формы может на один-два порядка превышать соответствующее поле излучения из плазменной оболочки цилиндрической формы. В случае доминирующих столкновительных потерь резонансное излучение из плазменных оболочек сферической и цилиндрической формы примерно одинаковое.

В данной работе продолжается изучение влияния формы и кривизны поперечного сечения плазменного окружения на излучение источника на примере плазменного окружения сфероидальной формы. Исследуется излучение в вакуум помещённого в центр вытянутого плазменного сфероида (рис. 1) электрического диполя, ориентированного вдоль его оси вращения. Расстояние между фо-

кусами сфероида 2d полагается малым по сравнению с длиной волны в вакууме:  $2kd \ll 1$ . Предполагается, что при неизменном положении источника сфероид меняет свою форму от сильно вытянутого, имеющего вид иглы, до равномерно растянутого — сферы, а затем превращается в сплюснутый сфероид, почти принимающий форму диска.

В сделанных предположениях можно было бы получить решение задачи в квазистатическом приближении, но тогда из рассмотрения исключаются потери на излучение, существенно влияющие на величину резонансного электромагнитного поля. Поэтому будем строить решение полных уравнений Максвелла в сфероидальной системе координат с помощью сфероидальных функций, и уже в полученных результатах будем использовать наличие малого параметра — электрического фокусного расстояния сфероида.

Уравнения Максвелла для электромагнитного поля внутри вытянутого сфероида, заполненного холодной однородной изотропной плазмой с относительной диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon$ , в сфероидальной системе координат  $\xi$ ,  $\eta$ ,  $\varphi$ , в которой  $1 \le \xi < \infty$ ,  $-1 \le \eta \le 1$ , сводятся, как известно, к волновому уравнению с разделяющимися переменными для азимутальной компоненты магнитного поля  $H_{\varphi}$ . Решение этого уравнения в безграничной среде представляется с помощью разложения по сфероидальным функциям [7] в виде

$$H_{\varphi} = \sum_{\ell} A_{\ell} S_{1\ell}(\bar{d}_{\varepsilon}, \eta) \operatorname{he}_{1\ell}(\bar{d}_{\varepsilon}, \xi), \qquad (1)$$

где величина магнитного поля умножена на импеданс свободного пространства  $Z_0 = \sqrt{\mu_0/\varepsilon_0}$ . Здесь  $S_{1\ell}(\bar{d}_{\varepsilon},\eta)$  — угловая сфероидальная функция первого рода,  $he_{1\ell}(\bar{d}_{\varepsilon},\xi)$  связана с радиальными сфероидальными функциями первого и второго рода соотношением  $he_{1\ell}(\bar{d}_{\varepsilon},\xi) = je_{1\ell}(\bar{d}_{\varepsilon},\xi) + i ne_{1\ell}(\bar{d}_{\varepsilon},\xi)$  при выбранной зависимости от времени  $\exp(-i\omega t)$ ,  $2\bar{d}_{\varepsilon} = 2kd\sqrt{\varepsilon}$  — безразмерное расстояние между фокусами сфероида, заполненного плазмой. Коэффициенты возбуждения  $A_{\ell}$  получим в результате разложения по сфероидальным функцией Ханкеля  $h_1^{(1)}(kr\sqrt{\varepsilon})\sin\theta$ , возбуждаемой источником, расположенным в начале сферической системы координат. В результате оказывается, что единственной сферической гармонике отвечает цуг сфероидальных волн с коэффициентами возбуждения

$$A_{\ell} = \frac{Gk\sqrt{\varepsilon}\,2\ell\,(\ell+1)}{\Lambda_{1\ell}\bar{d}_{\varepsilon}\,\sqrt{\xi_{1}^{2}-1}}\,\mathrm{je}_{1\ell}(\bar{d}_{\varepsilon},\xi_{1}), \qquad G = \frac{iZ_{0}}{4\pi}\,Ilk\,\sqrt{\varepsilon}\,. \tag{2}$$

В (2)  $\Lambda_{1\ell} = \int_{-1}^{+1} S_{1\ell}^2(\bar{d}_{\varepsilon}, \eta) d\eta$  — нормировочный множитель угловых сфероидальных функций, je<sub>1</sub> $(\bar{d}_{\varepsilon}, \xi_1)$  — радиальная сфероидальная функция первого рода,  $\xi_1$  — радиальная координата источника, I — ток на входе излучателя, l — его эффективная длина, не превышающая длину оси вращения сфероида и удовлетворяющая условию  $kl \sqrt{|\varepsilon|} \ll 1$ . Отметим, что в дальнейшем, в соответствии с представлением [7] сфероидальных функций для малого электрического фокусного расстояния сфероида, в разложении (1) можно ограничиться одной сфероидальной волной с  $\ell = 1$ .

Отражённое  $H_{\varphi}^{\mathrm{R}}$  и проходяще<br/>е $H_{\varphi}^{\mathrm{D}}$ поля, возникающие при падении волны с индексом <br/> $\ell$ на границу сфероида и вакуумной среды с диэлектрической проницаемостью<br/>  $\varepsilon_0 = 1$ , представляются в виде

$$H_{\varphi}^{\mathrm{R}} = \sum_{\ell} R_{\ell} S_{1\ell}(\bar{d}_{\varepsilon}, \eta) \operatorname{je}_{1\ell}(\bar{d}_{\varepsilon}, \xi), \qquad H_{\varphi}^{\mathrm{D}} = \sum_{\ell} D_{\ell} S_{1\ell}(\bar{d}, \eta) \operatorname{he}_{1\ell}(\bar{d}_{\varepsilon_{0}}, \xi), \tag{3}$$

где  $\bar{d} = kd$ ,  $R_{\ell}$  и  $D_{\ell}$  — коэффициенты отражения и прохождения соответственно. Определяя из уравнений Максвелла оставшуюся касательную компоненту электрического поля, имеющую в плазменной среде вид

$$E_{\eta} = -\frac{i\bar{d}}{\bar{d}_{\varepsilon}^2 \sqrt{\xi^2 - \eta^2}} \frac{\partial \left(H_{\varphi} \sqrt{\xi^2 - 1}\right)}{\partial \xi}$$

Т. И. Бичуцкая, Г. И. Макаров

можно записать условие непрерывности тангенциальных компонент поля на поверхности плазменного сфероида. Воспользовавшись ортогональностью угловых сфероидальных функций и тем фактом, что разложение угловых функций внутренней среды по угловым функциям внешней среды может быть ограничено первым членом с точностью до малых слагаемых порядка  $\bar{d}^2$ , получим на границе сфероида  $\xi = \xi_s$  усечённую систему алгебраических уравнений для определения коэффициентов отражения и прохождения волны с индексом  $\ell$ :

$$R_{\ell}a_{\ell 1} \operatorname{je}_{1\ell}(d_{\varepsilon}, \xi_{\mathrm{s}}) + D_{\ell} \operatorname{he}_{1\ell}(d, \xi_{\mathrm{s}}) = A_{\ell}a_{\ell 1} \operatorname{he}_{1\ell}(d_{\varepsilon}, \xi_{\mathrm{s}}),$$

$$R_{\ell}a_{\ell 1} \operatorname{je}_{1\ell}(\bar{d}_{\varepsilon}, \xi_{\mathrm{s}}) + \varepsilon D_{\ell} \operatorname{he}_{1\ell}(\bar{d}, \xi_{\mathrm{s}}) = A_{\ell}a_{\ell 1} \operatorname{he}_{1\ell}(\bar{d}_{\varepsilon}, \xi_{\mathrm{s}}),$$
(4)

где  $a_{\ell n} = \Lambda_{1\ell}^{-1} \int_{-1}^{+1} S_{1\ell}(\bar{d}_{\varepsilon}, \eta) S_{1n}(\bar{d}, \eta) \, \mathrm{d}\eta$  — коэффициент разложения угловых функций внутренней плазменной среды по функциям внешней среды,

$$j\dot{\mathbf{e}}_{1\ell}(\bar{d}_{\varepsilon},\xi_{s}) = \left. \frac{\partial}{\partial\xi} \left( \sqrt{\xi^{2}-1} j \mathbf{e}_{1\ell}(\bar{d}_{\varepsilon},\xi) \right|_{\xi=\xi_{s}}, \qquad h\dot{\mathbf{e}}_{1\ell}(\bar{d},\xi_{s}) = \left. \frac{\partial}{\partial\xi} \left( \sqrt{\xi^{2}-1} h \mathbf{e}_{1\ell}(\bar{d},\xi) \right|_{\xi=\xi_{s}},$$

Решение (4) для коэффициента прохождения  $D_{\ell}$  в вакуум волны с  $\ell = 1$  (в дальнейшем индекс для краткости опустим) имеет вид

$$D = \frac{A_1 a_{11}}{\varepsilon} \frac{1}{\varepsilon + (1 - \varepsilon)\psi(\xi)} \left[ 1 + \mathcal{O}\left(\overline{d}_{\mathcal{M}}^2 (\xi + \sqrt{\xi^2 - 1})^2\right) \right],\tag{5}$$

где

$$\psi(\xi) = \xi^2 - \frac{\xi}{2} \left(\xi^2 - 1\right) \ln \frac{\xi + 1}{\xi - 1} = \frac{1}{e^3} \left(e - \frac{1 - e^2}{2} \ln \frac{1 + e}{1 - e}\right),$$

 $\bar{d}_{\rm M} = \max(\bar{d}, |\bar{d}_{\varepsilon}|)$ , эксцентриситет вытянутого сфероида с полуосями  $a = d\xi$ ,  $b = d\sqrt{\xi^2 - 1}$  равен  $e = \sqrt{1 - b^2/a^2} = 1/\xi$ . В (5) использованы первые члены разложений [7] радиальных функций и их производных при  $|h|^2 \exp(2u) \ll 1$ :

$$je_{11}(\bar{d}, ch u) = \frac{h}{3} sh u \left[ 1 + O(|h|^2 \exp(2u)) \right], \qquad \exp(u) = \xi + \sqrt{\xi^2 - 1},$$

$$he_{11}(\bar{d}, ch u) = -\frac{3i}{2h^2} \left[ \frac{ch u}{sh u} - 2 sh u \operatorname{Arth}[\exp(-u)] \right] \left[ 1 + O(|h|^2 \exp(2u)) \right],$$

$$a_{11} = 1 + O(|h|^2), \qquad (6)$$

где  $h = kd\sqrt{\varepsilon}$ для внутренней среды и h = kdдля внешней среды.

В случае сплюснутого сфероида можно получить аналогичное выражение для коэффициента прохождения электромагнитного поля в вакуум:

$$\tilde{D} = \frac{A_1 a_{11}}{\varepsilon} \frac{1}{\varepsilon + (1 - \varepsilon) \,\tilde{\psi}(\xi)} \left[ 1 + \mathcal{O}\left( \bar{d}_{\mathcal{M}}^2 \left( \xi + \sqrt{\xi^2 + 1} \right)^2 \right) \right],\tag{7}$$

где

1054

$$\tilde{\psi}(\xi) = -\xi^2 + \xi \, (\xi^2 + 1) \operatorname{arcctg} \xi = \frac{\sqrt{1 - e^2}}{e^3} \left( \operatorname{arctg} \frac{e}{\sqrt{1 - e^2}} - e \, \sqrt{1 - e^2} \right),$$

 $0 \le \xi < \infty$ , эксцентриситет сплюснутого сфероида с малой полуосью  $b = d\xi$  и большой полуосью  $a = d\sqrt{\xi^2 + 1}$  равен  $e = 1/\sqrt{\xi^2 + 1}$ . Выражение (7) может быть получено из (5) с помощью формальной замены  $\xi$  на  $i\xi$  и  $\bar{d}$  на  $-i\bar{d}$ , что соответствует переходу от вытянутых сфероидальных переменных и функций к сплюснутым.

$$he_{11}(\bar{d}, ch u) = -\frac{3i}{2\bar{d}^2 sh u} \left[ ch u - 2 sh^2 u \operatorname{Arth}[exp(-u)] + i \frac{2\bar{d}^3 sh^2 u}{9} \right] \left[ 1 + O(\bar{d}^2 exp(2u)) \right],$$

получим уточнённые выражения для коэффициентов прохождения (5), (7):

$$D = \frac{A_1 a_{11}}{\varepsilon} \frac{1}{\varepsilon + (1 - \varepsilon) \psi(\xi) + i\gamma (1 - \varepsilon)} \left[ 1 + O\left(\overline{d}_M^2 \left(\xi + \sqrt{\xi^2 - 1}\right)^2\right) \right],\tag{8}$$

где

$$\gamma = \frac{2}{9}\,\bar{d}^3\xi\,(\xi^2 - 1) = \frac{2}{9}\,\bar{b}^3\frac{1}{\sqrt{1 - e^2}}$$

для вытянутого сфероида и

$$\tilde{D} = \frac{A_1 a_{11}}{\varepsilon} \frac{1}{\varepsilon + (1 - \varepsilon) \,\tilde{\psi}(\xi) + i\tilde{\gamma} \,(1 - \varepsilon)} \left[ 1 + O\left(d_{\rm M}^2 \left(\xi + \sqrt{\xi^2 + 1}\right)^2\right) \right],\tag{9}$$

где

$$\tilde{\gamma} = \frac{2}{9} \, \bar{d}^3 \xi \, (\xi^2 + 1) = \frac{2}{9} \, \bar{a}^3 \, \sqrt{1 - e^2} \,,$$

для сплюснутого сфероида. Здесь  $\bar{a} = ka$ ,  $\bar{b} = kb$ ,  $\gamma$  и  $\tilde{\gamma}$  — параметры, определяющие потери на излучение, которые в случае сферы радиуса a равны [4]  $\gamma = \tilde{\gamma} = 2\bar{a}^3/9$ .

Теперь для вычисления поля в волновой зоне  $kr \gg 1$  подставим коэффициенты прохождения (8), (9) в компоненту  $H_{\varphi}^{\rm D}$  электромагнитного поля во внешней среде (3), воспользуемся асимптотическим представлением сфероидальных функций [7]

$$he_{1\ell}(\bar{d},\xi) = \frac{1}{\bar{d}\xi} \exp\left(i\bar{d}\xi - i\frac{1+\ell}{2}\pi\right) + O\left(\frac{1}{\xi^2}\right)$$

и перейдём к компонентам полей в сферической системе координат. В результате получим

$$E_r = -\frac{\exp(ikr)}{r} D\cos\theta, \qquad E_\theta = \frac{\exp(ikr)}{r} D\sin\theta, \qquad H_\varphi = \frac{\exp(ikr)}{r} D\sin\theta$$

где *D* принимает значение (8) либо (9) в случае вытянутого или сплюснутого сфероида соответственно.

Обсудим теперь зависимость коэффициентов прохождения (8), (9), определяющих поле в вакууме, от эксцентриситета *e* сфероида. Отметим наличие резонанса в коэффициентах прохождения (8), (9) электромагнитного поля при малых потерях на излучение ( $\{\tilde{\gamma}, \gamma\} \ll 1$ ) для вытянутого и сплюснутого сфероидов соответственно при условиях

$$\operatorname{Re}\varepsilon\left(1-\psi(e)\right)+\psi(e)=0,\qquad\operatorname{Re}\varepsilon\left(1-\tilde{\psi}(e)\right)+\tilde{\psi}(e)=0,\tag{10}$$

обеспечивающих обращение в нуль знаменателей коэффициентов прохождения при условии  $\operatorname{Re} \varepsilon \gg \operatorname{Im} \varepsilon$ . При  $\operatorname{Re} \varepsilon \approx \operatorname{Im} \varepsilon$  в дальнейшем будет рассмотрено другое уравнение для резонансной частоты.

Выражения (10) более сложные, чем в случае эллиптического плазменного цилиндра [8], для которого величина диэлектрической проницаемости при резонансе определяется отношением полуосей эллипса. При  $e \to 0$ , когда  $\psi(e) \to 2/3$  и  $\tilde{\psi}(e) \to 2/3$ , оба выражения (10) переходят в хорошо известное условие резонанса  $\varepsilon = -2$  для сферы, заполненной плазмой.

Для диэлектрической проницаемости плазмы

$$\varepsilon = 1 - \frac{1}{x^2 \left(1 + i\nu_{\rm p}/x\right)}, \qquad \nu_{\rm p} = \frac{\nu}{\omega_{\rm p}}, \qquad x = \frac{\omega}{\omega_{\rm p}},$$

где  $\omega_{\rm p}$  — плазменная круговая частота электронов,  $\nu$  — эффективная частота соударений, соответствующие (10) резонансные частоты для вытянутого и сплюснутого сфероидов связаны с плазменной частотой соотношениями

$$\omega^{(1)} = \omega_{\rm p} \sqrt{1 - \psi(e)}, \qquad \omega^{(2)} = \omega_{\rm p} \sqrt{1 - \tilde{\psi}(e)}, \qquad (11)$$

которые при e = 0 переходят в резонансную частоту  $\omega = \omega_{\rm p}/\sqrt{3}$  сферы, заполненной плазмой.

Резонансные частоты (11) при изменении формы сфероида образуют низкочастотную  $\omega^{(1)}$  и высокочастотную  $\omega^{(2)}$  ветви для вытянутого и сплюснутого сфероидов соответственно. Действительно, при изменении формы вытянутого сфероида от иглы до сферы, когда эксцентриситет e уменьшается от 1 до 0, функция  $\psi(e)$  убывает от 1 до 2/3, так что  $0 < \omega^{(1)} < \omega_p/\sqrt{3}$ . При изменении формы сплюснутого сфероида от сферы до диска, когда эксцентриситет e возрастает от 0 до 1, функция  $\tilde{\psi}(e)$  убывает от 2/3 до нуля, так что резонансная частота меняется в интервале  $\omega_p/\sqrt{3} < \omega^{(2)} < \omega_p$ . Резонансная частота для плазменной сферы  $\omega = \omega_p/\sqrt{3}$  является точкой входа обеих ветвей при  $e \to 0$ . С ростом e, когда вытянутый сфероид превращается в иглу, а сплюснутый — почти в диск, резонансные частоты (11) смещаются по направлению к своим предельным значениям  $\omega^{(1)} = 0$  и  $\omega^{(2)} = \omega_p$  соответственно.

Коэффициенты прохождения (8) и (9), вычисленные на резонансных частотах (11) и нормированные на множитель  $iZ_0k^2Il/(4\pi)$ , имеют вид

$$|D^{(1)}| = \frac{1}{\frac{\nu_{\rm p}}{\sqrt{1-\psi(e)}} + \frac{2}{9}\bar{b}_{\rm p}^3 \frac{1}{\sqrt{1-e^2}}\sqrt{1-\psi(e)}}$$
(12)

для вытянутого сфероида и

$$|D^{(2)}| = \frac{1}{\frac{\nu_{\rm p}}{\sqrt{1 - \tilde{\psi}(e)}} + \frac{2}{9}\bar{a}_{\rm p}^3\sqrt{1 - e^2}\sqrt{1 - \tilde{\psi}(e)}}$$
(13)

для сплюснутого сфероида, где  $\bar{b}_{\rm p} = \omega_{\rm p} b/c$ ,  $\bar{a}_{\rm p} = \omega_{\rm p} a/c$ , c — скорость света. Как следует из выражений (12) и (13), резонансный коэффициент прохождения зависит от формы сфероида как в части, определяемой потерями на излучение, так и в части, определяемой тепловыми потерями.

Полоса коэффициента прохождения электромагнитного поля (ширина резонансной кривой на уровне  $1/\sqrt{2}$  от максимального значения  $|D^{(1)}|$  или  $|D^{(2)}|$ ) составляет

$$\frac{\Delta\omega^{(1)}}{\omega_{\rm p}} = \frac{\nu_{\rm p}}{2} + \frac{1}{9}\bar{b}_{\rm p}^3\frac{1}{\sqrt{1-e^2}}\left[1-\psi(e)\right]^{3/2}, \qquad \frac{\Delta\omega^{(2)}}{\omega_{\rm p}} = \frac{\nu_{\rm p}}{2} + \frac{1}{9}\bar{a}_{\rm p}^3\sqrt{1-e^2}\left[1-\tilde{\psi}(e)\right]^{3/2} \tag{14}$$

для вытянутого и для сплюснутого сфероидов соответственно. Как следует из выражений (14), полоса зависит от формы сфероида только в части, определяемой потерями на излучение. В случае доминирующих тепловых потерь ширина полосы слабо зависит от формы сфероида.

Исследование резонансного коэффициента прохождения (12) для вытянутого сфероида при изменении его формы во всём диапазоне  $1 \ge e > 0$  показывает, что при e = 1, когда сфероид

имеет форму иглы, резонанса не существует. Выясним, в какой малой окрестности e = 1, соответствующей малым  $x = \omega/\omega_p \ll 1$ , существует резонанс. В этой области изменения x, где реальная и мнимая части диэлектрической проницаемости

$$\operatorname{Re}\varepsilon = 1 - \frac{x^2}{x^4 + \nu_{\rm p}^2 x^2}, \qquad \operatorname{Im}\varepsilon = \frac{\nu_{\rm p} x}{x^4 + \nu_{\rm p}^2 x^2}$$
(15)

являются величинами одного порядка, резонанс определяется из условия минимума модуля знаменателя коэффициента прохождения. Это условие имеет вид алгебраического уравнения довольно высокой степени, которое можно свести к бикубическому уравнению

$$x^{6} + x^{4} \left(\nu_{\rm p}^{2} - \delta\right) - \frac{3}{2} x^{2} \nu_{\rm p}^{2} \delta - \frac{\delta \nu_{\rm p}^{4}}{2} = 0, \tag{16}$$

если пренебречь слагаемыми, содержащими параметр  $d_p^3 \delta$  и являющимися малыми величинами по сравнению с учтёнными. В (16) использовано обозначение  $\delta = 1 - \psi(e)$ . Как следует из характера зависимости  $\psi(e)$ , с уменьшением e в малой окрестности e = 1 функция  $\delta$  монотонно растёт от нуля до некоторой малой величины. Из анализа уравнения (16) следует, что при  $\delta = 0$  оно не имеет положительного вещественного корня. Поиск корней бикубического уравнения (16) приводит к условию существования положительного вещественного корня. Таким условием является выполнение неравенства

$$\delta > \nu_{\rm p}^2. \tag{17}$$

Условие (17) налагает ограничение на максимальный эксцентриситет e < 1, при котором существует резонанс коэффициента прохождения в малой окрестности e = 1. В области значений  $\delta \gg \nu_{\rm p}^2$  для положительного корня уравнения (16)  $x^2 = \delta$  модуль коэффициента прохождения на частоте  $\omega = \omega_{\rm p} \sqrt{\delta}$ 

$$|D| \approx \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{2}{9}\bar{b}_{\mathrm{p}}^{3}\nu_{\mathrm{p}}\delta\right)^{2} + \left(\frac{2}{9}\bar{b}_{\mathrm{p}}^{3}\delta^{3/2} + \frac{\nu_{\mathrm{p}}}{\sqrt{\delta}}\right)^{2}}}$$

показывает наличие резонанса. В области меняющегося  $\delta$  при переходе к случаю отсутствия резонансных частот или положительных корней уравнения (17) можно положить  $\delta = \nu_{\rm p}^2$ . Тогда для корня уравнения (16)  $x^2 = \nu_{\rm p}^2 \sqrt{2}$  модуль коэффициента прохождения на частоте  $\omega = \omega_{\rm p} \nu_{\rm p} 2^{1/4}$ равен

$$|D| \approx 1 + \sqrt{2}$$
.

Видно, что на этой частоте резонанс слабо выражен. Таким образом, исчезновение низкочастотного резонанса для вытянутого плазменного сфероида происходит при  $1 \ge e \ge e_0$ , где  $e_0$  подчиняется уравнению  $1 - \psi(e_0) = \nu_p^2$ .

Проанализируем зависимости полученных резонансных выражений (12)–(14) от формы сфероида *е* и сравним их с аналогичными выражениями [4]

$$|D_{\rm s}| = \frac{1}{\nu_{\rm p}\sqrt{3} + \frac{2\sqrt{3}}{27}\bar{a}_{\rm p}^3}, \qquad \frac{\Delta\omega}{\omega_{\rm p}} = \frac{\nu_{\rm p}}{2} + \frac{1}{27}\bar{a}_{\rm p}^3$$
(18)

для сферы, заполненной плазмой. В силу малости параметров  $\nu_{\rm p}$ ,  $\bar{a}_{\rm p}$  коэффициент прохождения (18) имеет величину, превышающую единицу на несколько порядков, а его полоса на несколько порядков меньше резонансной частоты.

Для области  $e_0 \ge e \ge 0$  резонансный коэффициент прохождения для вытянутого сфероида (12) с уменьшением *e* нарастает от величины, большей единицы, до резонансного значения (18), превышающего единицу на несколько порядков. При этом вклад тепловых потерь в знаменателе коэффициента прохождения (12) уменьшается с уменьшением *e*, а вклад потерь на излучение возрастает. За счёт растущего вклада потерь на излучение полоса пропускания (14) возрастает до величины, совпадающей с полосой (18).

Изменение формы сплюснутого сфероида от сферы до почти диска ограничено тем, что длина его малой оси не может быть меньше длины излучателя, что приводит к изменению эксцентриситета e в интервале  $0 \le e \le \tilde{e}_0$ , где  $\tilde{e}_0 < 1$ . Резонансный коэффициент прохождения при этом монотонно нарастает от величины, совпадающей с (18) при e = 0, до превосходящей (18) примерно в  $2\sqrt{3}$  раза при равном вкладе тепловых потерь и потерь на излучение. Изменение полосы коэффициента прохождения такое же, как в случае вытянутого сфероида.

Результаты численных расчётов резонансной частоты, нормированной на электронную плазменную частоту, и резонансных коэффициентов прохождения, нормированных на резонансное значение (18), изображены сплошными кривыми на рис. 2 и 3 в зависимости от отношения b/aдля вытянутого сфероида и *a/b* для сплюснутого. Параметр потерь для расчётов был выбран равным  $\Pi = \nu_p \sqrt{3} = 2 \sqrt{3} \bar{a}_p^3 / 27 = 0.01$ . Там же для сравнения пунктирными кривыми изображены аналогичные результаты для эллиптического плазменного цилиндра [8], имеющего одинаковое со сфероидом эллиптическое сечение. Рис. 2 (сплошная кривая) иллюстрирует рост резонансной частоты от почти нулевого значения для сильно вытянутого сфероида  $\omega = \omega_{\rm p}/\sqrt{3}$  — резонансной частоты сферы, заполненной плазмой, и дальнейший её рост до плазменной частоты  $\omega_{\rm p}$  для сильно сплюснутого сфероида. Для эллиптического плазменного цилиндра резонансная частота (пунктирная кривая на рис. 2) имеет несколько большую величину для одинакового со сфероидом эллиптического сечения в соответствии с соотношением резонансных частот при a = b для сферы  $\omega = \omega_{\rm p}/\sqrt{3}$  и кругового цилиндра  $\omega = \omega_{\rm p}/\sqrt{2}$ . Рис. 3 (сплошная кривая) иллюстрирует рост резонансного коэффициента прохождения от значения, намного меньшего (18), для вытянутого сфероида до значения, превосходящего (18) примерно в  $2\sqrt{3}$  раза при равном вкладе тепловых потерь и потерь на излучение, для сплюснутого сфероида. Аналогично поведение резонансного коэффициента прохождения для эллиптического плазменного цилиндра (пунктирная кривая на рис. 3), имеющего при вытянутой вдоль оси диполя форме поперечного сечения несколько бо́льшую величину, чем для вытянутого сфероида.

Радиальная компонента вектора Пойнтинга в вакууме для диполя, окружённого плазменным сфероидом,

$$S_r = \frac{1}{r^2} |D|^2 \sin^2 \theta,$$
 (19)

может быть сопоставлена с аналогичной величиной для плазменного эллиптического цилиндра [8], имеющего одинаковое со сфероидом эллиптическое сечение,

$$S_{r}^{x} = \frac{1}{r^{2}} |D_{x}|^{2} \left(\cos^{2}\varphi \cos^{2}\theta + \sin^{2}\varphi\right), \qquad S_{r}^{y} = \frac{1}{r^{2}} |D_{y}|^{2} \left(\cos^{2}\varphi \cos^{2}\theta + \sin^{2}\varphi\right), \tag{20}$$

где  $S_r^x$  и  $|D_x|$  — радиальная компонента вектора Пойнтинга и модуль коэффициента прохождения для электрического диполя, направленного вдоль большой оси x эллиптического сечения цилиндра,  $S_r^y$  и  $|D_y|$  — для диполя, направленного вдоль малой оси y. Как следует из выражений (19), (20) и рис. 3, резонансное поле излучения в направлении  $\theta = \pi/2$  из выгянутого плазменного сфероида (сплошная кривая) меньше поля излучения в направлении  $\theta = \pi/2$ ,  $\varphi = \pi/2$  из эллиптического плазменного цилиндра (пунктирная кривая), поперечное сечение которого вытянуто вдоль оси диполя. Резонансное излучение из сплюснутого плазменного сфероида,

Т. И. Бичуцкая, Г. И. Макаров



превышающее резонансное излучение из заполненной плазмой сферы в направлении  $\theta = \pi/2$  примерно такое же, как излучение в направлении  $\theta = \pi/2$ ,  $\varphi = 0$  из эллиптического плазменного цилиндра, поперечное сечение которого сплюснуто вдоль оси диполя.

Аналогичные выводы справедливы относительно сопротивления излучения. В результате интегрирования выражений (19), (20) по поверхности сферы имеем

$$R_{\Sigma} = |D|^2 R_{\Sigma}^{\text{bak}}, \qquad R_{\Sigma}^x \approx |D_x|^2 R_{\Sigma}^{\text{bak}}, \qquad R_{\Sigma}^y \approx |D_y|^2 R_{\Sigma}^{\text{bak}},$$

где  $R_{\Sigma}^{\text{вак}} = 20(kl)^2$  Ом — сопротивление излучения электрического диполя, расположенного в вакууме,  $R_{\Sigma}$  — диполя, расположенного в плазменном сфероиде,  $R_{\Sigma}^{x}$   $(R_{\Sigma}^{y})$  — диполя, ориентированного вдоль большой (малой) оси эллиптического сечения плазменного цилиндра. Как следует из рис. 3, резонансное сопротивление излучения  $R_{\Sigma}$  диполя, окружённого вытянутым плазменным сфероидом, не превышает резонансное значение  $R_{\Sigma}^{x}$  для случая эллиптического плазменного цилиндра с вытянутым вдоль оси диполя сечением, а резонансное значение  $R_{\Sigma}$  для сплюснутого плазменного сфероида примерно соответствует значению  $R_{\Sigma}^{y}$  и для сильно сплюснутого эллиптического сечения может на порядок превышать резонансное значение  $R_{\Sigma}$  для сферы, заполненной плазмой.

Таким образом, анализ полученных результатов для дипольного источника, окружённого малым плазменным сфероидом, приводит к следующим выводам.

Резонансная частота излучения из плазменного сфероида во многом определяется формой сфероида и сдвинута относительно резонансной частоты сферы, заполненной плазмой, в низкочастотную или высокочастотную область в зависимости от формы сфероида (вытянутой или сплюснутой), или, фактически, от ориентации электрического диполя вдоль большой или малой полуоси сфероида, как и в случае эллиптического плазменного цилиндра.

Резонансное усиление компонент электромагнитного поля при ориентации диполя вдоль оси вращения сплюснутого плазменного сфероида всегда превышает аналогичную величину для вытянутого сфероида и может в несколько раз (в зависимости от соотношения тепловых потерь и потерь на излучение) превышать резонансное электромагнитное поле для сферы, заполненной плазмой. В случае эллиптического плазменного цилиндра при ориентации диполя вдоль малой полуоси эллипса резонансное усиление электромагнитного поля такое же, как для сплюснутого сфероида, а при ориентации диполя вдоль большой полуоси соответствующая величина несколько превышает резонансное усиление в случае вытянутого плазменного сфероида.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 01–02–17084).

# СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Пистолькорс А. А., Зимина В. И. // Вопросы радиоэлектроники. Сер. Общетехническая. 1964. Т. 12, вып. 1. С. 3.
- 2. Новиков В. В., Соловьёв В. Ю. // Вестн. С.-Пб. ун-та. Сер. 4. Физика. Химия. 1996. Вып. 4, № 25. С. 27.
- 3. Vandenplas P. E. Electron waves and resonances in bounded plasmas. London, 1968.
- 4. Бичуцкая Т.И., Макаров Г.И. // Вестн. С.-Пб. ун-та. Сер. 4. Физика. Химия. 1999. Вып. 2, № 11. С. 68.
- 5. Бичуцкая Т.И., Макаров Г.И. // Радиотехника и электроника. 2001. Т. 46, № 9. С. 1126.
- 6. Бичуцкая Т.И., Макаров Г.И. // Изв. вузов. Радиофизика. 2001. Т. 44, № 8. С. 669.
- 7. Морс Ф. М., Фешбах Г. Методы теоретической физики. М.: Изд-во иностр. лит-ры, 1960.
- 8. Бичуцкая Т.И., Макаров Г.И. // Радиотехника и электроника. 2004. (в печати).

Санкт-Петербургский госуниверситет, Институт радиофизики, г. Санкт-Петербург, Россия Поступила в редакцию 25 декабря 2002 г.

#### RADIATION OF AN ELECTRIC DIPOLE FROM A SMALL PLASMA SPHEROID

T. I. Bichutskaya and G. I. Makarov

We obtain and analyze an analytical solution of the boundary-value problem of the field of an electric dipole located in a small spheroid filled by cold isotropic plasma. The conditions of resonant amplification of the field in vacuum are studied for various shapes and curvatures of the plasma spheroid. It is shown that for a certain spheroid shape, the resonant amplification increases several times compared with the case of spherical plasma environment. The obtained results are compared with resonant radiation of dipole from a narrow elliptical plasma cylinder.

УДК 621.396.677

# ФОРМИРОВАНИЕ НУЛЕЙ В ВЕКТОРНЫХ ДИАГРАММАХ НАПРАВЛЕННОСТИ МОНОИМПУЛЬСНЫХ РЕШЁТОК ПРЯМОУГОЛЬНЫХ ВОЛНОВОДОВ ПУТЁМ КОРРЕКТИРОВКИ ТОКОВ В ЧАСТИ ИЗЛУЧАТЕЛЕЙ

# Б. Д. Мануилов, П. Н. Башлы, Д. В. Климухин

В работе рассмотрен способ синтеза нулей в векторных суммарной и разностных диаграммах направленности моноимпульсной решётки прямоугольных волноводов. Синтез нулей достигается за счёт изменения комплексных токов в части элементов, при этом предложенный способ исключает смещение главного максимума суммарной и нулей разностных диаграмм направленности моноимпульсной решётки. В работе приведены численные исследования, подтверждающие эффективность предложенного способа.

#### введение

В современных радиотехнических системах всё более широкое применение находят моноимпульсные антенные решётки (MAP), обеспечивающие более высокую точность пеленгования и автосопровождения объектов. Наибольшее распространение получили амплитудные суммарноразностные MAP, которые подразделяются на решётки с раздельным либо совместным формированием лучей [1]. В MAP с совместным формированием лучей число управляющих устройств (фазовращателей — при фазовом управлении, комплексных взвешивающих устройств — при амплитудно-фазовом управлении) равно числу излучателей N, в то время как в MAP с раздельным управлением число управляющих устройств равно 2N [2]. В условиях воздействия на систему помех (преднамеренных либо непреднамеренных) улучшить её качественные показатели, зависящие от соотношения уровней сигнала и шума, можно путём формирования нулей в суммарной и разностной диаграммах направленности (ДН) MAP.

Известные методы пространственного подавления мещающих сигналов в антенных решётках (AP) можно разделить на три большие группы [3–5]: методы адаптации, методы параметрического (в том числе аппроксимационного) синтеза и методы оптимизации интегральных параметров.

Основным недостатком адаптивных методов является сложность аппаратурной реализации. Упомянутые же методы синтеза и оптимизации предполагают наличие информации о направлениях прихода помеховых сигналов, а в случае оптимизации — и об их уровне.

Формирование нулей в диаграммах направленности МАР в ряде работ [1, 2, 6–9] выполнено на основе методов синтеза и оптимизации. В работах [1, 6–9] применён метод парциальных диаграмм с использованием функций Котельникова. В работе [2] максимизация отношения мощностей сигнала и помех достигнута с использованием экстремальных свойств отношения эрмитовых форм на основе парциальных диаграмм системы, возбуждаемой по отдельному входу волной единичной амплитуды. Однако во всех этих работах корректировка амплитуд и фаз токов производится во всех излучателях. В то же время необходимо отметить, что решение задачи управления формой ДН частью элементов сканирующей АР позволяет снизить её стоимость, а в ряде случаев увеличить оперативность работы радиотехнических систем, функционирующих в условиях радиоэлектронной борьбы. В данной статье рассмотрен новый способ и соответствующий алгоритм формирования нулей в суммарной и разностной ДН амплитудных суммарно-разностных МАР с раздельным формированием лучей, основанный на корректировке амплитуд и фаз токов в части излучателей [10]. Кроме того, в статье рассматриваются меры по стабилизации положения равносигнального направления (РСН) при формировании нулей в ДН. Суть предложенного способа формирования нулей иллюстрируется на примере линейной АР изотропных излучателей, после чего разработанный алгоритм применяется к плоской МАР прямоугольных волноводов с эллиптически поляризованным излучением.

# 1. СПОСОБ ФОРМИРОВАНИЯ НУЛЕЙ В СУММАРНОЙ И РАЗНОСТНОЙ ДН МОНОИМПУЛЬСНОЙ АР С РАЗДЕЛЬНЫМ ФОРМИРОВАНИЕМ ЛУЧЕЙ

Суть предлагаемого способа рассмотрим на примере N-элементной линейной MAP с раздельным формированием лучей для случая подавления одной помехи, действующей с направления  $\Theta_n$ .

В данном случае *n*-й излучатель AP соединяется с двумя устройствами комплексного взвешивания  $(J_n^{(1)} \ \text{и} \ J_n^{(2)})$ , формирующими первый и второй лучи соответственно, которые устанавливаются на входах сумматоров  $\Sigma_1$  и  $\Sigma_2$ . При этом на устройства комплексного взвешивания возлагается также функция смещения лучей относительно PCH  $\Theta_0$  на угол  $\pm \Delta \Theta$ . Выходные сигналы сумматоров с помощью суммарно-разностного преобразователя образуют суммарную и разностную ДH.

Первый и второй лучи моноимпульсной группы могут быть представлены в следующем виде:

$$f^{(1)}(u) = \sum_{n=1}^{N} f_n(u) J_n^{(1)},$$
(1)

$$f^{(2)}(u) = \sum_{n=1}^{N} f_n(u) J_n^{(2)},$$
(2)

где  $f_n(u)$  — парциальная ДН излучающей системы при возбуждении *n*-го элемента (n = 1, 2, ..., N)волной единичной амплитуды и нулевой фазы,  $J_n^{(1)}$  и  $J_n^{(2)}$  — комплексные весовые коэффициенты в каналах формирования лучей,  $u(\Theta) = \pi N x_0 \sin(\Theta) / \lambda$  — обобщённая угловая координата, Nи  $x_0$  — число излучателей и шаг решётки соответственно,  $\lambda$  и  $\Theta$  — длина волны и угол, отсчитываемый от нормали к раскрыву антенной решётки.

Для исключения смещения PCH при формировании нуля в направлении помехи  $u_{\pi}$  (здесь  $u_{\pi} = u|_{\Theta=\Theta_{\pi}}$ ;  $u_0 = u|_{\Theta=\Theta_0}$ ) необходимо сформировать в ДН дополнительный нуль, который симметричен первому по обобщённой координате относительно PCH, т.е. в направлении  $2u_0 - u_{\pi}$  [8].

Чтобы формировать в каждом из лучей  $(f^{(1)}(u)$  и  $f^{(2)}(u))$  два нуля, на краях МАР выделяют по одному элементу, например 1-й и N-й. Тогда, полагая  $f^{(1)}(u_{\rm n}) = 0$ ,  $f^{(2)}(u_{\rm n}) = 0$ , а также  $f^{(1)}(2u_0 - u_{\rm n}) = 0$ ,  $f^{(2)}(2u_0 - u_{\rm n}) = 0$ , получим для первого и второго лучей моноимпульсной группы две системы линейных алгебраических уравнений относительно неизвестных комплексных весовых коэффициентов  $J_1^{(1)}$ ,  $J_N^{(1)}$  и  $J_1^{(2)}$ ,  $J_N^{(2)}$ :

$$\mathbf{F} | \mathbf{J}^{(1)} \rangle = | \mathbf{D}^{(1)} \rangle, \qquad \mathbf{F} | \mathbf{J}^{(2)} \rangle = | \mathbf{D}^{(2)} \rangle,$$
(3)

где  $\mathbf{F}$  — квадратная матрица, порядок которой 2*P* определяется числом нулей, формируемых в одном из лучей; для P = 1 матрица имеет вид

$$\mathbf{F} = \begin{pmatrix} f_1(u_{\pi}) & f_N(u_{\pi}) \\ f_1(2u_0 - u_{\pi}) & f_N(2u_0 - u_{\pi}) \end{pmatrix}; \tag{4}$$

Б. Д. Мануилов и др.

 $|\mathbf{D}^{(1)}\rangle, |\mathbf{D}^{(2)}\rangle - 2P$ -мерные векторы, элементы которых соответствуют вкладу неадаптируемой части МАР в направлении формируемых нулей:

$$|\mathbf{D}^{(r)}\rangle = \begin{vmatrix} -\sum_{n=2}^{N-1} f_n(u_{\Pi}) |J_n^{(r)}| \exp\left(j\Psi_n^{(r)}\right) \\ -\sum_{n=2}^{N-1} f_n(2u_0 - u_{\Pi}) |J_n^{(r)}| \exp\left(j\Psi_n^{(r)}\right) \end{vmatrix} ,$$
(5)

где r = 1, 2. Поскольку амплитудное распределение в неадаптируемых элементах фазированной решётки может быть неравномерным, в (5) введены фиксированные амплитуды токов  $|J_n^{(1)}|$ и  $|J_n^{(2)}|$ . Через  $\Psi_n^{(r)}$  обозначена фаза *n*-го фазовращателя в канале формирования *r*-го луча:

$$\Psi_n^{(1)} = \frac{2\pi}{\lambda} x_0 \left( n - \frac{N+1}{2} \right) \left[ \sin \Theta_0 + \sin(\Delta \Theta) \right], \qquad \Psi_n^{(2)} = \frac{2\pi}{\lambda} x_0 \left( n - \frac{N+1}{2} \right) \left[ \sin \Theta_0 - \sin(\Delta \Theta) \right],$$

2 $\Delta \Theta$  — угол разведения лучей моноимпульсной группы.

Неизвестные комплексные весовые коэффициенты  $J_1^{(1)}, J_N^{(1)}, J_1^{(2)}$  и  $J_N^{(2)}$ , обеспечивающие формирование нулей в каждом из лучей моноимпульсной группы в направлениях  $u_{\pi}$  и  $2u_0 - u_{\pi}$ , определяются из решения систем линейных уравнений (3), т.е.

$$\left| \mathbf{J}^{(1)} \right\rangle = \mathbf{F}^{-1} \left| \mathbf{D}^{(1)} \right\rangle, \qquad \left| \mathbf{J}^{(2)} \right\rangle = \mathbf{F}^{-1} \left| \mathbf{D}^{(2)} \right\rangle.$$
 (6)

Аналогичным образом могут быть сформированы 2Р нулей в каждом из лучей.

# 2. ДИАГРАММА НАПРАВЛЕННОСТИ РЕШЁТКИ ВОЛНОВОДОВ С ЭЛЛИПТИЧЕСКИ ПОЛЯРИЗОВАННЫМ ИЗЛУЧЕНИЕМ

Рассмотрим антенную решётку, состоящую из  $M \times N$  прямоугольных волноводов с размерами  $a_x \times a_y$ , расположенных на плоскости xy в узлах прямоугольной сетки с шагом  $x_0$  и  $y_0$  соответственно и возбуждаемых в общем случае волнами  $H_{10}$  и  $H_{01}$ .

Ненормированную векторную ДН такой антенной решётки можно представить в виде

$$\mathbf{f}(\Theta,\varphi) = \mathbf{i}_{\Theta}\dot{f}_{\Theta}(\Theta,\varphi) + \mathbf{i}_{\varphi}\dot{f}_{\varphi}(\Theta,\varphi),\tag{7}$$

где  $f_w(\Theta, \varphi)$  — зависимость комплексной амплитуды линейно поляризованной w-компоненты поля от направления в пространстве,  $w = \Theta, \varphi$ .

Комплексную амплитуду t-й составляющей первичного поля в n-м волноводе обозначим  $\dot{J}_n^{[t]}$ , t = x, y. Здесь n соответствует паре индексов  $n_x$  и  $n_y$ , обозначающих номера волноводов по осям x и y соответственно; верхний индекс t указывает на ориентацию вектора **E** на раскрыве. Поскольку  $\dot{f}_{\Theta}(\Theta, \varphi)$  и  $\dot{f}_{\varphi}(\Theta, \varphi)$  в общем случае зависят как от  $\dot{J}_n^{[x]}$ , так и от  $\dot{J}_n^{[y]}$ , имеем

$$\dot{f}_{\Theta}(\Theta,\varphi) = \dot{f}_x^{[\Theta]}(\Theta,\varphi) + \dot{f}_y^{[\Theta]}(\Theta,\varphi), \tag{8}$$

$$\dot{f}_{\varphi}(\Theta,\varphi) = \dot{f}_{x}^{[\varphi]}(\Theta,\varphi) + \dot{f}_{y}^{[\varphi]}(\Theta,\varphi), \qquad (9)$$

где

$$\dot{f}_t^{[w]}(\Theta,\varphi) = \sum_n \dot{J}_n^{[t]} \dot{f}_n^{[wt]}(\Theta,\varphi), \tag{10}$$

 $\dot{f}_n^{[wt]}(\Theta, arphi)$  — ненормированные парциальные комплексные ДН антенной решётки (для w-компоненты поля) при возбуждении *n*-го волновода волной  $H_{10}$  (при t = y) или  $H_{01}$  (при t = x) единичной амплитуды:

$$\dot{f}_{n}^{[wt]}(\Theta,\varphi) = \chi^{[wt]} \sum_{n',m} g_{nn'm}^{[t]} R^{[t]}(\Theta,\varphi) F(n',\Theta,\varphi), \tag{11}$$

где

$$\chi^{[\Theta x]} = \cos\varphi, \qquad \chi^{[\Theta y]} = \sin\varphi, \qquad \chi^{[\varphi x]} = \sin\varphi\cos\Theta, \qquad \chi^{[\varphi y]} = \cos\varphi\cos\Theta,$$
(12)

$$F(n',\Theta,\varphi) = \exp\left\{ik\left(x_{n'_x}v_x + y_{n'_y}v_y\right)\right\},\tag{13}$$

$$v_x = \sin \Theta \cos \varphi , \qquad v_y = \sin \Theta \sin \varphi,$$
 (14)

$$R^{[x]}(\Theta,\varphi) = (R_{1m_x} + R_{2m_x})(R_{1m_y} - R_{2m_y}), \qquad R^{[y]}(\Theta,\varphi) = (R_{1m_x} - R_{2m_x})(R_{1m_y} + R_{2m_y}), \quad (15)$$

$$R_{1m_t} = \exp(-\pi m_t/2) \operatorname{sinc}(\pi m_t/2) - (\pi a_t v_t/\lambda), R_{2m_t} = \exp(\pi m_t/2) \operatorname{sinc}(\pi m_t/2) + (\pi a_t v_t/\lambda),$$
(16)

 $\sin cx = \sin(x)/x$ , m определяет пару индексов  $m_x$ ,  $m_y$  волноводных гармоник,  $k = 2\pi/\lambda$ ,  $\lambda$  —

длина волны, t = x, y. Коэффициенты  $g_{nn'm}^{[t]}$  представляют собой комплексные коэффициенты пропорционально-сти между t-й составляющей поля возбуждения в n-м волноводе и комплексной амплитудой волны *m*-го типа в волноводе с номером *n'*. Для их определения решалась граничная задача по методу [11].

Поскольку  $f_t^{[w]}(\Theta, \varphi)$ , как это следует из (10), можно представить в виде произведения N-мерного вектора-строки  $\dot{\mathbf{f}}^{[wt]}(\Theta,\varphi)$  ненормированных парциальных диаграмм  $\dot{f}^{[wt]}_{n}(\Theta,\varphi)$  на вектор-столбец  $|\hat{\mathbf{j}}^{[t]}\rangle$  комплексных амплитуд  $\dot{J}^{[t]}$  t-х составляющих первичного поля в волноводе с номером n, то выражения (8) и (9) можно преобразовать к виду

$$\dot{f}_{\Theta}(\Theta,\varphi) = \dot{\mathbf{f}}^{[\Theta]}(\Theta,\varphi) \, |\dot{\mathbf{J}}\rangle,\tag{17}$$

$$\dot{f}_{\varphi}(\Theta,\varphi) = \dot{\mathbf{f}}^{[\varphi]}(\Theta,\varphi) \, |\dot{\mathbf{J}}\rangle,\tag{18}$$

где

$$\dot{\mathbf{f}}^{[w]}(\Theta,\varphi) = \left(\dot{f}_1^{[wx]}, \dots, \dot{f}_N^{[wx]}, \dot{f}_1^{[wy]}, \dots, \dot{f}_N^{[wy]}\right),\tag{19}$$

$$\left| \dot{\mathbf{J}} \right\rangle = \left| \begin{array}{c} \left| \dot{J}^{[x]} \right\rangle \\ \left| \dot{J}^{[y]} \right\rangle \end{array} \right\rangle. \tag{20}$$

# 3. ФОРМИРОВАНИЕ НУЛЕЙ В СУММАРНОЙ И РАЗНОСТНОЙ ДН МОНОИМПУЛЬСНОЙ РЕШЁТКИ ПРЯМОУГОЛЬНЫХ ВОЛНОВОДОВ

Применительно к амплитудным суммарно-разностным МАР с раздельным формированием лучей на раскрыве антенной решётки необходимо одновременно сформировать четыре луча, отклонённых от равносигнального направления  $v_{x0}$ ,  $v_{y0}$  на  $\pm \Delta v_x$ ,  $\pm \Delta v_y$  (здесь  $\Delta v_t = \sin(\Delta \Theta_t)$ ), причём знак  $\Delta v_x$  и  $\Delta v_y$  выбирается по следующему правилу:

r	Знак $\Delta v_x$	Знак $\Delta v_y$
1	+	+
2	+	
3	_	_
4	_	+

С учётом этого правила и соотношений (8), (9) получим выражения для компонент векторной ДН *r*-го луча МАР:

$$\dot{f}_{\Theta}^{(r)}(\Theta,\varphi) = \dot{f}_x^{(r)[\Theta]}(\Theta,\varphi) + \dot{f}_y^{(r)[\Theta]}(\Theta,\varphi), \tag{21}$$

$$\dot{f}_{\varphi}^{(r)}(\Theta,\varphi) = \dot{f}_{x}^{(r)[\varphi]}(\Theta,\varphi) + \dot{f}_{y}^{(r)[\varphi]}(\Theta,\varphi),$$
(22)

где

$$\dot{f}_t^{(r)[w]}(\Theta,\varphi) = \sum_n \dot{J}_n^{(r)[t]} \dot{f}_n^{[wt]}(\Theta,\varphi),$$
(23)

$$\dot{J}_{n}^{(r)[t]} = \exp\left\{-ik\left[x_{n_{x}}\left(v_{x0} \pm \Delta v_{x}\right) + y_{n_{y}}\left(v_{y0} \pm \Delta v_{y}\right)\right]\right\}.$$
(24)

Компоненты векторных суммарной  $(\dot{f}_{\Theta}^{\Sigma}(\Theta,\varphi)$  и  $\dot{f}_{\varphi}^{\Sigma}(\Theta,\varphi))$  и разностных  $(\dot{f}_{\Theta}^{\Delta x}(\Theta,\varphi)$  и  $\dot{f}_{\varphi}^{\Delta x}(\Theta,\varphi)$ ;  $\dot{f}_{\Theta}^{\Delta y}(\Theta,\varphi)$  и  $\dot{f}_{\varphi}^{\Delta y}(\Theta,\varphi)$ ) ДН находятся следующим образом:

$$\dot{f}_{w}^{\Sigma}(\Theta,\varphi) = \sum_{r} \dot{f}_{w}^{(r)}(\Theta,\varphi), \qquad (25)$$

$$\dot{f}_w^{\Delta x}(\Theta,\varphi) = \dot{f}_w^{(1)}(\Theta,\varphi) + \dot{f}_w^{(2)}(\Theta,\varphi) - \dot{f}_w^{(3)}(\Theta,\varphi) - \dot{f}_w^{(4)}(\Theta,\varphi), \tag{26}$$

$$\dot{f}_w^{\Delta y}(\Theta,\varphi) = \dot{f}_w^{(1)}(\Theta,\varphi) + \dot{f}_w^{(4)}(\Theta,\varphi) - \dot{f}_w^{(2)}(\Theta,\varphi) - \dot{f}_w^{(3)}(\Theta,\varphi).$$
(27)

Для формирования P нулей в направлениях  $(v_{xp}, v_{yp})$ , где p = 1, 2, ..., P, на P источников помех выделим (произвольным образом) на краях моноимпульсной антенной решётки P элементов. Тогда, учитывая, что *n*-й волновод одновременно возбуждён волнами  $H_{10}$  и  $H_{01}$ , и принимая во внимание условие равенства нулю каждой из компонент векторной ДН *r*-го луча в направлениях  $(v_{xp}, v_{yp})$ , получим следующую систему линейных алгебраических уравнений относительно неизвестного 2*P*-мерного вектора токов

$$\begin{aligned} \left| \mathbf{I}^{(r)} \right\rangle &= \left| \begin{vmatrix} \mathbf{I}^{(r)[x]} \rangle \\ \left| \mathbf{I}^{(r)[y]} \right\rangle \end{vmatrix} \right\rangle : \\ \mathbf{C} \left| \mathbf{I}^{(r)} \right\rangle &= -\left| \mathbf{D}^{(r)} \right\rangle, \end{aligned}$$
(28)  
$$\mathbf{C} &= \begin{pmatrix} \mathbf{C}_{\Theta}^{[x]} & \mathbf{C}_{\Theta}^{[y]} \\ \mathbf{C}_{\varphi}^{[x]} & \mathbf{C}_{\varphi}^{[y]} \end{pmatrix} \end{aligned}$$

где

a

- 2*P*-мерная квадратная блочная матрица с элементами *P*-мерных квадратных блоков,

$$C_{wpp'}^{[t]} = \dot{f}_{p}^{[wt]}(v_{xp'}, v_{yp'}), \qquad p' = 1, 2, \dots, P,$$

$$\left| \mathbf{D}^{(r)} \right\rangle = \left| \begin{array}{c} \left| \mathbf{D}_{\Theta}^{(r)[x]} \right\rangle \\ \left| \mathbf{D}_{\varphi}^{(r)[y]} \right\rangle \end{array} \right\rangle$$

$$(29)$$

— 2*P*-мерный вектор с элементами

$$D_{wp}^{(r)[t]} = \sum_{s} \dot{J}_{s}^{(r)[t]} \dot{f}_{s}^{[wt]}(v_{xp'}, v_{yp'}),$$
(30)

где переменная s соответствует  $M \times N - 2P$  номерам волноводов основной части МАР, для которых возбуждающие комплексные токи заданы.

Рассмотренная постановка задачи синтеза нулей является наиболее общей, поскольку учтена возможность одновременного формирования нулей в каждой из w компонент векторной диаграммы направленности МАР, а также учтено, что в общем случае волноводы одновременно возбуждены волнами  $H_{10}$  и  $H_{01}$ . При необходимости нули могут быть сформированы только в одной из компонент векторной ДН.

Для исключения смещения равносигнального направления объёмной диаграммы направленности МАР необходимо при формировании нуля в направлении  $(v_{xp}, v_{yp})$  сформировать дополнительный нуль в направлении  $(2v_{x0} - v_{xp}, 2v_{y0} - v_{yp})$ .

#### 4. РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ

Для иллюстрации эффективности предложенного алгоритма формирования нулей была использована модель решётки прямоугольных волноводов с квадратным раскрывом, состоящая из 64 (8 × 8) прямоугольных волноводов, для которой были рассчитаны указанные ранее парциальные диаграммы.

Размеры волноводов и шаг решётки по ортогональным осям полагались равными:  $a_x = a_y = 0.6\lambda$  и  $x_0 = y_0 = 0.66\lambda$  соответственно.

При решении задачи элементы антенной решётки возбуждались одновременно двумя основными типами волн ( $H_{10}$  и  $H_{01}$ ), при этом учитывались все высшие (нераспространяющиеся) типы волн вплоть до мод с индексами  $m_x = 3$  и  $m_y = 3$  включительно.

Для формирования четырёх нулей в направлениях ( $\Theta_{np}, \varphi_{np}$ ): (35,5°, 0), (35,5°, 90°), (35,5°, 180°), (35,5°, 270°), которые соответствуют следующим обобщённым координатам ( $v_{xp}, v_{yp}$ ): (0,58; 0), (0;0,58), (-0,58; 0), (0;-0,58), использовались элементы с номерами 1, 8, 57, 64, расположенные в углах квадратной сетки.

На рис. 1*a-в* соответственно в виде линий постоянного уровня приведены суммарная  $\dot{f}_{\Theta}^{\Sigma}(\Theta,\varphi)$  и разностные  $\dot{f}_{\Theta}^{\Delta x}(\Theta,\varphi)$ ,  $\dot{f}_{\Theta}^{\Delta y}(\Theta,\varphi)$  ДН для  $\Theta$ -й составляющей поля МАР. Синтезированные диаграммы направленности для  $\varphi$ -й составляющей поля решётки не приводятся ввиду их незначительного качественного отличия от ДН, представленных на рис. 1.

Анализ полученных результатов показал, что, несмотря на имеющиеся искажения формы диаграмм направленности МАР, в заданных направлениях как в суммарной, так и в разностных ДН сформированы нули (показаны стрелками на рис. 1) с уровнем ниже -150 дБ, тогда как уровень боковых лепестков, в направлении которых формировались нули в исходной суммарной ДН, составляет  $-(30\div35)$  дБ, а в разностных  $-(14\div16)$  дБ.

Наряду с этим результаты моделирования подтвердили, что формирование дополнительного нуля в направлении  $(2v_{x0} - v_{xp}, 2v_{y0} - v_{yp})$  обеспечивает не только стабилизацию положения нуля разностных векторных диаграмм направленности МАР, но и главного максимума суммарной векторной ДН в равносигнальном направлении.

В качестве подтверждения на рис. 2*a*–*b* соответственно приведены сечения суммарной и разностных ДН в плоскости  $\varphi = 0$  для  $\dot{f}_{\Theta}^{\Sigma}(\Theta, \varphi)$ ,  $\dot{f}_{\Theta}^{\Delta x}(\Theta, \varphi)$  и  $\dot{f}_{\varphi}^{\Delta y}(\Theta, \varphi)$ . Диаграммы направленности,

Б. Д. Мануилов и др.



представленные на рис. 2 штриховой линией, соответствуют исходному равномерному амплитудному и линейному фазовому распределению комплексных токов в элементах МАР, а синтезированные ДН представлены непрерывной линией.

Как следует из рис. 2, в заданных направлениях (вертикальные пунктирные линии) на ДН сформированы нули, при этом ни в суммарной, ни в разностных ДН нет смещения РСН, что является отличительной особенностью предложенного способа синтеза нулей.

Необходимо отметить, что при формировании нулей коэффициент направленного действия (КНД) как в каждой из компонент векторной ДН  $(D^{\Theta}, D^{\varphi})$ , так и полный КНД D [12] снижаются не более чем на 1 дБ. Так, КНД  $D^{\Theta}, D^{\varphi}$  и D для исходного распределения равны соответственно 26; 26,1 и 29,1 дБ, а аналогичные КНД синтезированных ДН равны 25,2; 25,1 и 28,1 дБ соответственно. Снижение КНД в суммарном канале





МАР обусловлено ростом уровня боковых лепестков суммарной ДН. Наряду с этим отметим, что при формировании симметричных нулей ширина главного максимума суммарной ДН по уровню половинной мощности уменьшилась на 3 %.

Заметим, что платой за простоту метода является его бо́льшая критичность к точности знания парциальных диаграмм компенсирующих элементов и соответствующих комплексных весовых коэффициентов. Однако этот недостаток может быть в некоторой степени сглажен, если в каналах компенсирующих элементов установить более стабильные комплексные весовые коэффициенты с более мелким, чем в остальной решётке, шагом изменения амплитуд и фаз.

Таким образом, результаты моделирования свидетельствуют, что предложенный алгоритм синтеза позволяет формировать нули в диаграмме направленности МАР с раздельным форми-



Б. Д. Мануилов и др.

рованием лучей за счёт изменения токов в части элементов, при этом разработанный алгоритм обеспечивает ориентацию нуля разностных ДН и главного максимума суммарной ДН в заданном направлении. Формирование нулей в ДН при реализации предложенного способа может осуществляться в реальном масштабе времени, поскольку порядок решаемых систем линейных уравнений определяется числом формируемых нулей, а не числом элементов решётки, как в большинстве известных способов.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Попов А. С., Кузнецов А. С., Баранов В. М. // Зарубежная радиоэлектроника. 1994. № 11–12. С. 17.
- 2. Мануилов Б. Д., Башлы П. Н. // Радиотехника и электроника. 2001. Т. 46, № 8. С. 976.
- 3. Минкович Б. М., Яковлев В. П. Теория синтеза антенн. М.: Сов. радио, 1969. 294 с.
- 4. Бахрах Л. Д., Кременецкий С. Д. Синтез излучающих систем (теория и методы расчёта). М.: Сов. радио, 1974. 232 с.
- 5. Зелкин Е. Г., Соколов В. Г. Методы синтеза антенн: фазированные антенные решётки и антенны с непрерывным раскрывом. М.: Сов. радио, 1980. 298 с.
- 6. Пат. № 2120161 РФ. Способ совместного формирования нуля в суммарной и разностной ДН моноимпульсной АР / Мануилов Б. Д., Пугачёв В. В. Опубл. 1998. Бюл. № 28.
- 7. Пат. № 2106728 РФ. Способ совместного формирования нуля в суммарной и разностной диаграммах направленности моноимпульсной АР / Мануилов Б. Д., Пугачёв В. В. Опубл. 1998. Бюл. № 37.
- Пат. № 2133529 РФ. Способ раздельного формирования нуля в суммарной и разностной ДН моноимпульсной антенной решётки / Мануилов Б. Д., Башлы П. Н. Опубл. 1999. Бюл. № 20.
- 9. Мануилов Б. Д., Башлы П. Н., Пугачёв В. В. // 4-я Международная НТК «Радиолокация, навигация и связь», Воронеж, 1998. С. 1569.
- 10. Пат. № 2195054 РФ. Способ раздельного формирования нуля в суммарной и разностной ДН моноимпульсной АР / Мануилов Б. Д., Башлы П. Н., Климухин Д. В. Опубл. 2002. Бюл. № 35.
- 11. Коваленко Н. В., Волошин В. А., Тютюнник К. П. // Антенные решётки. Изд-во Ростовского ун-та. 1971. С. 184.
- 12. Лавров А. С., Резников Г. Б. Антенно-фидерные устройства. М: Сов. радио, 1974. 368 с.

Ростовский военный институт ракетных войск,	Поступила в редакцию
г. Ростов-на-Дону, Россия	25 декабря 2002 г.

# FORMATION OF NULLS IN VECTOR BEAM PATTERNS OF MONOPULSE ARRAYS OF RECTANGULAR WAVEGUIDES BY CORRECTING CURRENTS IN SOME ARRAY ELEMENTS

B. D. Manuilov, P. N. Bashly, and D. V. Klimukhin

In this paper, we consider a method for null synthesis in the vector sum and difference beam patterns of a monopulse array of rectangular waveguides. The synthesis of nulls is reached due to variation of complex currents in some elements. The proposed method eliminates shifts of the primary maximum and the nulls of the sum and difference beam patterns, respectively, of a monopulse array. Numerical studies confirming the efficiency of the proposed method are described.
### УДК 621.385.6

# РЕЖИМ «НЕРЕЗОНАНСНОГО» ЗАХВАТА В СВЧ УСИЛИТЕЛЯХ

И. В. Бандуркин, Н. Ю. Песков, А. В. Савилов

Исследован новый режим электронно-волнового взаимодействия в CBЧ усилителях и показана его эффективность для широкого класса приборов. В качестве конкретной системы, реализующей данный режим, рассчитан умеренно-релятивистский мазер на свободных электронах миллиметрового диапазона длин волн.

#### введение

Известно, что традиционные режимы работы мазеров на свободных электронах (МСЭ) (режим инерционной группировки электронов [1] и режим захвата и адиабатического торможения электронов [2–8]) требуют выполнения условия синхронизма частиц с волной уже на входе в рабочее пространство. Поскольку это условие связывает частоту волны со скоростью электронов, именно оно является основным фактором, ограничивающим допустимый разброс скоростей частиц, а также возможность перестройки частоты генерации. Настоящая работа посвящена продолжению исследования нового режима работы электронных СВЧ усилителей с профилированными параметрами пространства взаимодействия — режима «нерезонансного» захвата [9]. Этот режим сочетает в себе, с одной стороны, такое важное преимущество «традиционного» режима захвата и адиабатического торможения электронов, как возможность достижения высокого электронного КПД, а с другой — отсутствие требования электронно-волнового синхронизма на входе в пространство взаимодействия. Последнее означает, что резонанс электрона с волной должен быть обеспечен не на входе, а в некоторой произвольной точке внутри пространства взаимодействия. В этой точке вследствие углубления создаваемой волной эффективной потенциальной ямы происходит захват электронов полем волны (см., например, [10]). Затем отбор энергии захваченных электронов обеспечивается аналогично «традиционному» режиму захвата.

Главной особенностью такого режима является его в определённом смысле нерезонансный характер. Действительно, нефиксированность положения резонансной точки в пространстве взаимодействия с профилированными параметрами означает нефиксированность резонансных значений частоты волны и скорости электронов. Этот факт позволяет, во-первых, существенно снизить критичность усилителя к разбросу скоростей электронов, во-вторых, увеличить частотную полосу усиления прибора и, в-третьих, снизить чувствительность усилителя к нестабильности ускоряющего напряжения.

В настоящей работе исследование режима «нерезонансного» захвата проведено в рамках универсальных асимптотических уравнений, справедливых для широкого класса МСЭ-усилителей. Кроме того, обсуждаются особенности электронно-волнового взаимодействия в МСЭ-усилителе с так называемым обратным ведущим полем [11, 12] и исследуется возможность экспериментальной реализации МСЭ-усилителя миллиметрового диапазона длин волн на базе линейного индукционного ускорителя ЛИУ-3000 (ОИЯИ, Дубна).

## 2003

#### 1. МЕХАНИЗМ «НЕРЕЗОНАНСНОГО» ЗАХВАТА

В МСЭ-усилителях используются, как правило, два режима электронно-волнового взаимодействия, а именно режим инерционной группировки электронов [1] и режим захвата и адиабатического торможения электронов [2–8]. Особенности указанных режимов можно пояснить с помощью фазовой плоскости (рис. 1). Движение электронов в поле волны интерпретируется как их перемещение по фазовым траекториям, которые представляют собой линии уровня гамильтониа-Ha  $H = \chi \operatorname{Re}[a \exp(i\theta)] + \nu (\gamma_r - \gamma)^2/2 = \operatorname{const.}$ Здесь  $\gamma$  — релятивистский масс-фактор частицы (релятивистская энергия),  $\theta$  — фаза волны в точке нахождения электрона, а — нормированная амплитуда волны,  $\chi$  и  $\nu$  — коэффициент связи электронов с волной и параметр электронной



Рис. 1. Фазовая плоскость электронно-волнового взаимодействия

группировки соответственно (см., например, [1]), а  $\gamma_{\rm r}$  — релятивистская энергия, соответствующая точному электронно-волновому синхронизму

ω

$$=hv_z + \Omega_{\rm e},\tag{1}$$

где  $\Omega_{\rm e}$  — частота осцилляций электрона (баунс-частота в убитроне или гирочастота в мазере на циклотронном резонансе),  $v_z = c \sqrt{1 - \gamma^{-2} - v_{\perp}^2/c^2}$  — его продольная скорость,  $\omega$  и h — частота и продольное волновое число электромагнитной волны, c — скорость света в свободном пространстве. Резонансные электроны совершают так называемые синхротронные колебания вдоль финитных кривых, лежащих внутри сепаратрисы (внутри «глазка» на рис. 1) в окрестности резонансной энергии  $\gamma_{\rm r}$ , с характерным периодом  $L \approx 2\pi/\sqrt{\chi |a| \nu}$ . Нерезонансным электронам соответствуют инфинитные фазовые траектории, лежащие вне «глазка». Размер «глазка» по оси энергий определяется выражением  $U = 2\sqrt{\chi |a|/\nu}$ . Естественно, такое описание корректно лишь при условии медленности изменения амплитуды a СВЧ волны в масштабе синхротронного периода L.

Наиболее традиционный режим работы МСЭ-усилителей — режим инерционной группировки (О-типа) — основан на синхротронных колебаниях резонансных электронов внутри «глазка» (рис. 2*a*). При этом максимальные потери энергии электронами  $\langle \gamma_0 - \gamma \rangle \sim U$  достигаются на длине порядка половины периода синхротронных колебаний,  $l \sim L/2$ . Здесь  $\gamma_0$  — начальная энергия электронов, угловые скобки соответствуют усреднению по ансамблю электронов. В режиме захвата [2–8] все электроны находятся внутри «глазка» уже на входе в пространство взаимодействия (рис. 2*б*). Затем вследствие адиабатически плавного профилирования резонансной энергии  $\gamma_r = \gamma_r(z)$  «глазок» смещается вниз по оси энергий вместе с захваченными электронами. Максимальное изменение энергии электронов  $\langle \gamma_0 - \gamma \rangle \sim \Delta \gamma_r$  достигается на достаточно большой длине  $l \gg L$ .

В обоих режимах условие резонанса (1) должно быть выполнено (хотя бы приближённо) для большей части электронов пучка на входе в пространство взаимодействия. Это налагает жёсткие ограничения как на разброс скоростей электронов  $\delta v_z$ , так и на ширину частотной полосы усиления  $\delta \omega$ :

$$\delta \gamma_{\mathbf{r}}(v_z) = \frac{\partial \gamma_{\mathbf{r}}}{\partial v_z} \,\delta v_z \sim U, \qquad \delta \gamma_{\mathbf{r}}(\omega) = \frac{\partial \gamma_{\mathbf{r}}}{\partial \omega} \,\delta \omega \sim U. \tag{2}$$



Рис. 2. Режим инерционной группировки (а) и режим захвата (б)



Рис. 3. Эффект «отражения» электронов (a) и режим «нерезонансного» захвата (б)

Однако возможна другая схема реализации режима захвата [9], которая основана на том, что в усилителях амплитуда волны a (и, следовательно, ширина «глазка»  $U \propto \sqrt{|a|}$ ) существенно растут с координатой. В отличие от «традиционной» схемы реализации режима захвата, в этой схеме на входе в пространство взаимодействия все электроны далеки от резонанса и, соответственно, лежат вне (а точнее, ниже) «глазка»:  $\gamma_{\rm r}^{\rm max} - \gamma_0 \gg U$  (рис. 3). Вследствие профилирования резонансной энергии  $\gamma_{\rm r}(z)$  её значение уменьшается, и, соответственно, «глазок» опускается вниз до уровня, значительно меньшего  $\gamma_0$ , так что  $\gamma_0 - \gamma_{\rm r}^{\rm min} \gg U$ . Таким образом, резонанс ( $\gamma_{\rm r} = \gamma_0$ ) имеет место в некоторой произвольной точке внутри пространства взаимодействия, в которой «глазок» проходит через уровень  $\gamma = \gamma_0$ . В случае постоянной амплитуды волны (т. е. в приближении малого тока), когда размер «глазка» U не меняется, его прохождение по фазовой плоскости сквозь электронный слой приводит к известному [6–8] эффекту «отражения» частиц: фазовые траектории электронов поднимаются вверх на ширину «глазка»:  $\langle \gamma_0 - \gamma \rangle \sim -U$  (рис. 3*а*). Естественно, КПД такого процесса отрицателен. Однако если ток достаточно велик, то ширина «глазка» U

И. В. Бандуркин и др.

1072

начинает увеличиваться, когда он оказывается вблизи уровня  $\gamma = \gamma_0$ . Причиной такого уширения является рост амплитуды CBЧ волны вследствие резонансного электронно-волнового взаимодействия в режиме инерционной группировки, которое начинается, когда частота волны оказывается в полосе усиления. Увеличиваясь, «глазок» захватывает первоначально незахваченные частицы (рис. 36; противоположным эффектом является «дезахват» — потеря «глазком» электронов при уменьшении его ширины U [2–8]). После того, как большинство частиц оказываются захваченными в «глазок», дальнейший отбор энергии электронов происходит аналогично «традиционной» схеме режима захвата.

Необходимо ещё раз подчеркнуть принципиальное отличие рассматриваемого режима усиления волны как от режима инерционной группировки, так и от традиционной схемы режима захвата. В исследуемом режиме условие электронно-волнового резонанса (1) выполняется не в начальной, а в некоторой произвольной точке внутри пространства взаимодействия. Таким образом, в противоположность «традиционным» режимам, данный режим может быть назван «нерезонансным» захватом. В свою очередь, произвольность положения «резонансной» точки внутри пространства взаимодействия с профилированными параметрами означает нефиксированность резонансных параметров системы (частоты волны  $\omega_{op}$  и скорости электронов  $v_z$ ). Из этой особенности следуют преимущества режима «нерезонансного» захвата. Во-первых, этот ре-



Рис. 4. Дисперсионная диаграмма для режима «нерезонансного» захвата

жим должен быть нечувствителен к разбросу скоростей электронов. Действительно, в случае разброса по скоростям условие (1) для различных фракций пучка выполняется в различных точках пространства взаимодействия. Поэтому разброс скоростей ведёт лишь к «разбросу» точек захвата различных фракций электронов в пространстве взаимодействия. Таким образом, приемлемый разброс продольных скоростей электронов определяется разницей между начальным и конечным положениями «глазка», т. е. разницей между соответствующими значениями профилируемого параметра:

$$\frac{\partial \gamma_{\rm r}}{\partial v_z} \,\delta v_z \sim \gamma_{\rm r}^{\rm max} - \gamma_{\rm r}^{\rm min}.\tag{3a}$$

Во-вторых, режим «нерезонансного» захвата может обеспечить широкую частотную полосу усилителя даже без использования режима «касания» дисперсионных характеристик электронов и рабочей волны. Ширину частотной полосы усиления в режиме «нерезонансного» захвата можно оценить, исходя из дисперсионной диаграммы (рис. 4):

$$\delta\omega \sim \omega^{\max} - \omega^{\min}.$$
 (36)

Таким образом, в отличие от «традиционных» режимов (см. (2)), как приемлемый разброс скоростей электронов, так и полоса усиления определяются разницей между начальным и конечным положениями профилируемого параметра и могут быть, в принципе, сколь угодно велики.

К особенностям режима «нерезонансного» захвата следует отнести, во-первых, ограничение на скорость профилирования резонансной энергии [9] и, во-вторых, относительно большую величину

тока электронного пучка, при котором происходит переход от режима «отражения» электронов (рис. 3*a*) к режиму «нерезонансного» захвата (рис. 3*б*). При этом первое ограничение является общим для режимов захвата (в том числе и для режима «резонансного» захвата) и продиктовано необходимостью снизить процент потерянных «глазком» (дезахваченных) электронов при уменьшении его высоты, а второе ограничение принципиально именно для режима «нерезонансного» захвата. Действительно, инкремент роста амплитуды волны на линейной стадии усиления (в режиме инерционной группировки) определяется током пучка, а для эффективного захвата важна высокая скорость (неадиабатичность) расширения «глазка» (с одновременным медленным движением «глазка» сквозь область, занимаемую на фазовой плоскости электронами). Наличие порогового значения тока в таком усилителе делает его в какой-то мере аналогичным автогенератору, в котором электронный ток должен превышать некое стартовое значение.

# 2. ИССЛЕДОВАНИЕ РЕЖИМА «НЕРЕЗОНАНСНОГО» ЗАХВАТА В РАМКАХ УНИВЕРСАЛЬНЫХ АСИМПТОТИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ

Для широкого класса приборов с длительной инерционной группировкой электронов взаимодействие в системе электроны—волна в приближении малого КПД описывается следующими универсальными уравнениями движения электронов в поле волны [1]:

$$\frac{\mathrm{d}w}{\mathrm{d}Z} = -\mathrm{Im}[a\exp(i\theta)],\tag{4}$$

$$\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}Z} = w_{\mathrm{r}} - w,\tag{5}$$

которые дополняются волноводным уравнением, описывающим эволюцию комплексной амплитуды волны при взаимодействии с пучком:

$$\frac{\mathrm{d}a}{\mathrm{d}Z} = i \left\langle \exp(-i\theta) \right\rangle. \tag{6}$$

Здесь  $w = 1 - \gamma/\gamma_0$  — нормированное изменение энергии электрона, a — комплексная амплитуда волны, Z = hz — нормированная координата вдоль пространства взаимодействия; угловые скобки означают усреднение по всем частицам. Уравнения (4), (5) представляют собой уравнения движения нелинейного маятника, а  $w_r = 1 - \gamma_r/\gamma_0$  играет роль резонансной энергии. В рамках этих уравнений возможен переход от разброса по скоростям к разбросу по энергиям, т.е. фактически замена уравнений с разными  $w_r$  для различных скоростных фракций разницей в начальных условиях. При этом в качестве начальных условий для электронов можно взять прямоугольник с размерами  $2\pi$  по оси фазы и D по оси энергий:

$$-D \le w (z=0) \le 0, \qquad 0 \le \theta(z=0) \le 2\pi.$$
 (7a)

Начальным условием для уравнения (6) является амплитуда волны  $a_0$  на входе в пространство взаимодействия:

$$a(z=0) = a_0.$$
 (76)

Численные расчёты на основе уравнений (4)–(7) демонстрируют возможность реализации режима «нерезонансного» захвата в достаточно широкой области параметров. На рис. 5 приведён один из типичных сценариев развития данного режима электронно-волнового взаимодействия.



Рис. 5. Динамика «нерезонансного» захвата. Расчёт в модели асимптотических уравнений с параметрами  $a_0 = 0,002; D = 1; w_{r0} = 2,4; \alpha = 0,1$ . Показаны фазовые плоскости в точках z = 0; 22; 25; 30; 40 и 70

В расчётах использовалось линейное профилирование резонансной энергии ( $w_r = w_{r0} - \alpha z$ ). Анализ зависимости доли захваченных электронов от параметров  $\alpha$ ,  $w_{r0}$ , D и  $a_0$  показывает, что начиная с некоторого значения  $w_{r0}$  min результаты расчёта практически не зависят от начальной отстройки, что означает широкую полосу усиления. Также отсутствует сколько-нибудь заметная зависимость доли захваченных частиц от начальной амплитуды волны  $a_0$ , если только эта амплитуда достаточно мала по сравнению с амплитудой нелинейного насыщения волны, чтобы имелась возможность значительного увеличения ширины «глазка» на этапе захвата. Что касается влияния ширины разброса по энергиям D, то, как и следовало ожидать, при увеличении этого параметра качество захвата ухудшается. В определённых пределах негативное влияние разброса электронов по энергиям удаётся компенсировать, уменьшая скорость  $\alpha$  профилирования резонансной энергии: поскольку при увеличении ширины разброса скорость роста «глазка» на этапе захвата ма этапе захвата уменьшается, требуется более длительное нахождение его в области, изначально занимаемой пучком на фазовой плоскости. На рис. 6 приведена зависимость скорости профилирования  $\alpha$  от разброса D при условии, что доля захваченных частиц составляет 90 %.

При проведении численных расчётов исследовалось также влияние поля высокочастотного пространственного заряда. Этот эффект, как известно [13, 14], описывается внесением дополнительного члена в правую часть уравнения (4):

$$\frac{\mathrm{d}w}{\mathrm{d}z} = -\mathrm{Im}\left\{\left[a+q^2\langle\exp(-i\theta)\rangle\right]\exp(i\theta)\right\},\tag{8}$$

где  $q^2$  — параметр пространственного заряда, пропорциональный кубическому корню из тока





Рис. 6. Зависимость скорости профилирования  $\alpha$ от разброса электронов по энергиям D при доле захваченных частиц, равной 90 %



пучка *I*. Учёт влияния высокочастотного заряда важен на этапе неадиабатического расширения «глазка» (захвата), поскольку соответствующее ему слагаемое в уравнении (8) приводит к сужению полосы усиления, т. е. диапазона резонансных энергий  $w_r$ , в котором положителен инкремент волны в линейном режиме. Это означает, что с увеличением параметра *q* уменьшается ширина полосы вблизи области пучка на фазовой плоскости, в которой эффективно растёт размер «глазка» (что, очевидно, отрицательно сказывается на эффективности захвата). На рис. 7 приведены графики зависимости доли захваченных частиц от параметра *q* при трёх различных величинах разброса *D*. Эффективность захвата при каждом значении *q* оптимизирована по величине  $\alpha$ , начальная отстройка  $w_{r0}$  всюду составляет 2,4. При D = 1 характерная скорость профилирования  $\alpha_1 = 0,1$ , при D = 2 скорость профилирования  $\alpha_2 = 0,01$ .

## 3. МСЭ-УСИЛИТЕЛЬ С ВЕДУЩИМ МАГНИТНЫМ ПОЛЕМ В РЕЖИМЕ «НЕРЕЗОНАНСНОГО» ЗАХВАТА

Принципиальная схема МСЭ-усилителя с ведущим магнитным полем представлена на рис. 8. Под воздействием периодического (винтового) поля ондулятора  $\mathbf{B}_{u}$  и ведущего магнитного поля  $\mathbf{B}_{0}$  электроны движутся по винтовой траектории внутри волновода круглого сечения и взаимодействуют с циркулярно-поляризованной модой  $\mathrm{TE}_{11}$ . В этом случае уравнения, описывающие взаимодействие электронов с волной, могут быть представлены в следующем виде [15]:

$$\frac{\mathrm{d}\gamma}{\mathrm{d}Z} = -\frac{p_{\perp}}{2p_{\parallel}} \operatorname{Im}[a \exp(i\theta)],\tag{9}$$

$$\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}Z} = \frac{\gamma}{p_{\parallel}} - \frac{h}{k} - \mu + \frac{\gamma p_{\perp}}{2p_{\parallel}^3} \operatorname{Re}[a \exp(i\theta)],\tag{10}$$

$$\frac{\mathrm{d}a}{\mathrm{d}Z} = iG\left\langle\frac{p_{\perp}}{p_{\parallel}}\exp(-i\theta)\right\rangle. \tag{11}$$

И. В. Бандуркин и др.

1076

Здесь  $p_{\perp}$  и  $p_{\parallel}$  — нормированные на *mc* поперечный и продольный импульсы электрона соответственно,  $\mu = h_{\rm u}/k$ ,  $h_{\rm u} = 2\pi/\lambda_{\rm u}$ ,  $\lambda_{\rm u}$  — период ондулятора, *m* и *e* — масса электрона и элементарный заряд соответственно,  $k = \omega/c$ . Параметр возбуждения определяется формулой

$$G = \frac{(k^2 - h^2)}{Nhk} \frac{I}{mc^3/e},$$

где N — норма волны, I — ток пучка, а мощность волны связана с величиной a соотношением  $P_{_{\Im M}} = |a|^2 Imc^2/(4Ge)$ . Кроме того, имеют место следующие соотношения между продольным и поперечным нормированными импульсами электрона:

$$p_{\parallel} = \sqrt{\gamma^2 - p_{\perp}^2 - 1}, \qquad (12)$$
$$p_{\perp} = a_{\rm u} \frac{\Omega_{\rm b}}{\Omega_{\rm b} + \Omega_{\rm c}}. \qquad (13)$$

Здесь  $a_{\rm u}$  — нормированный на  $mc^2/e$  векторный потенциал ондуляторного поля,  $\Omega_{\rm c} = eB_0/(mc\gamma)$  — релятивистская гирочастота электрона в ведущем магнитном поле,  $\Omega_{\rm b} = p_{\parallel}h_{\rm u}/\gamma$  — баунс-частота.



Рис. 8. Схематическая конструкция МСЭ с обратным ведущим магнитным полем

Формула (12) представляет собой релятивистскую связь энергии и импульса, а выражение (13) определяет рабочий поперечный импульс в поле ондулятора и ведущем магнитном поле. Следует отметить, что в моделировании предполагался режим обратного ведущего поля [11, 12], что соответствует условиям экспериментов на ускорителе ЛИУ-3 000 [16]. В этом режиме ведущее магнитное поле ориентировано таким образом, что направление циклотронного вращения электронов противоположно их вращению в поле винтового ондулятора (чему соответствует знак плюс в знаменателе формулы (13), исключающий резонанс). Теоретический анализ показывает [17], что преимуществом работы МСЭ в указанном режиме является высокое качество формирования винтового электронного пучка, низкая чувствительность к начальному разбросу параметров пучка и, как следствие, возможность достижения высокого КПД. Это подтверждается и результатами предшествующих экспериментальных исследований усилительных [11, 12] и генераторных [16] схем МСЭ, в которых максимальная эффективность получена в указанном режиме.

Поскольку в системе формирования пучка все электроны проходят одну и ту же разность потенциалов, можно предположить, что разброс энергий электронов в пучке мал. В то же время большое значение имеет наличие разброса по скоростям (разное соотношение между осцилляторной и поступательной компонентами скорости для разных фракций пучка), приобретаемого в электронно-оптической системе МСЭ. Следует учесть, что полная осцилляторная скорость электронов  $\beta_{\perp} = v_{\perp}/c$  определяется как «рабочими» колебаниями частиц в поле ондулятора  $\beta_{\rm u}$ , приобретаемыми на участке плавного пространственного включения (нарастания) поля ондулятора, так и их «паразитными» колебаниями  $\beta_{\rm s}$  (например, циклотронными колебаниями в ведущем магнитном поле или бетатронными колебаниями в фокусирующем поле ондулятора):  $\beta_{\perp}^2 = \beta_{\rm u}^2 + \beta_{\rm s}^2$ ,  $0 \leq \beta_{\rm s} \leq \varepsilon$  [16].

Из сопоставления уравнений (5) и (10) видно, что профилирование параметра  $h_{\rm u}(z)$  соответствует профилированию расстройки синхронизма в уравнениях (5). При моделировании линейно профилировалась не расстройка, а обратная величина — период ондулятора  $\lambda_{\rm u}$ . Такой подход, во-первых, наиболее прост в конструкторском исполнении и, во-вторых, позволяет уменьшить

m	~					-1
- T	ah	Π	M	TT	a	
	ao	11	¥1	щ	c.	<b>T</b>

Ускоряющий потенциал		
Ток пучка	200 A	
Входная мощность	10 кВт	
Рабочая длина волны	8,3 MM	
Рабочая циркулярно-поляризованная мода	$TE_{11}$	
Радиус волновода	0,85 см	
Начальная осцилляторная скорость $\beta_{\mathrm{u}0}$	$0,\!35$	
Начальное отношение баунс-частоты к гирочастоте	2	
Начальный шаг намотки ондулятора	6 см	
Конечный шаг намотки ондулятора	1 см	







Рис. 10. Зависимость КПД от тока пучка при различном разбросе  $\varepsilon$  скоростей электронов в случае спадания амплитуды магнитного поля вследствие профилирования периода ондулятора

скорость профилирования на этапе захвата электронов за счёт увеличения её (при фиксированной длине ондулятора) на этапе торможения частиц.

Численное моделирование проводилось для параметров МСЭ с обратным ведущим магнитным полем, соответствующих экспериментам на ускорителе ЛИУ-3000, которые указаны в табл. 1. При этом начальный и конечный шаги ондулятора выбирались таким образом, чтобы в соответствии с формулой (3б) реализовать широкую частотную полосу усиления, но при этом, сохраняя скорость профилирования достаточно малой, обеспечить максимальный КПД в центре этой полосы.

Если радиус намотки ондулятора остаётся постоянным по всей длине пространства взаимодействия, то уменьшение с координатой периода ондулятора при его профилировании приводит к спаданию амплитуды ондуляторного магнитного поля по закону  $B_u/\lambda_u = \text{const.}$  Это означает уменьшение коэффициента связи электрона с волной (см. формулы (10), (11) и (13)), что приводит к преждевременному «дезахвату» частиц [6–8] и, следовательно, к снижению КПД и к увеличению критичности усилителя к скорости профилирования. Несмотря на это, расчёты (рис. 9 и 10)



Рис. 11. Зависимость полосы усиления от разброса электронов по скоростям в случае постоянной амплитуды магнитного поля ондулятора

предсказывают высокий (до 70 %) КПД, широкую полосу усиления и слабую критичность к величине электронного тока. При этом, однако, оптимальная длина пространства взаимодействия оказывается довольно большой (около 200 см).

Для сокращения длины прибора необходимо компенсировать спадание ондуляторного поля, что может быть обеспечено, например, использованием ондулятора с уменьшающимся с координатой радиусом намотки. На рис. 11-13 приведены результаты расчётов, полученные в предположении, что величина ондуляторного поля  $B_{\rm u}$ остаётся постоянной вдоль всего пространства взаимодействия. В этом случае оптимальная длипространства взаимодействия снижается на до 120 см. На рис. 11 представлена зависимость полосы усиления прибора от величины разброса по скоростям. Видно, что ширина полосы практически не зависит от разброса вплоть до  $\varepsilon \sim 0.1$ и превышает 30 % при  $\varepsilon \leq 0,15$ . При этом мак-



Рис. 12. Зависимость КПД от продольной координаты при  $\varepsilon = 0,1$  в случае постоянной амплитуды магнитного поля ондулятора



Рис. 13. Зависимость КПД от тока пучка при различном разбросе по скоростям в случае постоянной амплитуды магнитного поля ондулятора

1079

симальный КПД (в центре полосы) превышает 60 % даже при довольно больших  $\varepsilon$ . На рис. 12 приведена зависимость КПД от продольной координаты. Видно, что изменение частоты приводит лишь к сдвигу резонансной точки (в которой начинается захват частиц), но в пределах частотной полосы усилителя (см. рис. 9) практически не влияет на КПД. Снижение эффективности прибора в области высоких частот объясняется тем, что начальная энергия электронов выходит за пределы изменения резонансной энергии в ходе профилирования, т.е. «глазок» на фазовой плоскости всегда расположен выше области пучка. Некоторое снижение КПД со стороны низких частот обусловлено явлением «дезахвата», т.е. потерей электронов «глазком» (замедление роста

КПД к концу пространства взаимодействия) при слишком высокой скорости профилирования на этапе их торможения.

На рис. 13 представлены зависимости КПД от тока пучка. Из них следует, что, с одной стороны, высокая эффективность прибора достигается лишь при достаточно большом токе I > 150 A, при этом КПД практически не зависит от величины тока. В этой связи уместно ещё раз упомянуть о важнейшей особенности исследуемого режима: необходимо превышение некоторого токового порога для перехода от режима «отражения» электронов к режиму «нерезонансного» захвата.

## 4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Согласно расчётам исследованный режим позволяет устранить недостатки «традиционных» режимов электронно-волнового взаимодействия в приборах с большим доплеровским преобразованием частоты, т.е. избавиться от критичности усилителя к разбросу электронов в пучке по скоростям и увеличить ширину частотной полосы усиления прибора. Предлагаемый вариант реализации режима в МСЭ-усилителе с ведущим магнитным полем может иметь КПД свыше 50 % и ультраширокую (более 30 %) полосу частотной перестройки. Вместе с тем исследование механизма в рамках асимптотических уравнений показывает универсальность использования режима «нерезонансного» захвата и в других типах МСЭ.

Авторы признательны В. Л. Братману за внимание к работе и полезные замечания. Работа поддержана Российским фондом фундаментальных исследований (проект № 02–02–17205).

# СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Братман В. Л., Гинзбург Н. С., Ковалёв Н. Ф. и др. // Релятивистская высокочастотная электроника. Горький, 1979. С. 249.
- 2. Белявский Е. Д. // Радиотехника и электроника. 1971. Т. 16. С. 208.
- 3. Kroll N. M., Morton P. L., Rosenbluth M. N. // IEEE J. Quantum Electron. 1981. V. 17. P. 1436.
- 4. Sprangle P., Tang C.-M., Manheimer W. N. // Phys. Rev. A. 1980. V. 21. P. 302.
- 5. Orzechowski T., Anderson B., Clark J., et al. // Phys. Rev. Lett. 1986. V. 57. P. 2172.
- 6. Гинзбург Н. С. // Изв. вузов. Радиофизика. 1987. Т. 30. С. 1181.
- 7. Nusinovich G. S. // Phys. Fluids B. 1992. V. 4. P. 1989.
- 8. Братман В. Л., Гинзбург Н. С., Савилов А. В. // Релятивистская высокочастотная электроника. Горький, 1992. С. 22.
- 9. Savilov A. V. // Phys. Rev. E. 2001. V. 64. Article no. 066 501.
- 10. Karpman V. I., Istomin Ja. N., Shklyar D. R. // Planet. Space Sci. 1974. V. 22. P. 859.
- 11. Kaminsky A. A., Kaminsky A. K., Rubin S. B. // Particle Accelerators. 1990. V. 33. P. 189.
- 12. Conde M. E., Bekefi G. // Phys. Rev. Lett. 1991. V. 67. P. 3082.
- 13. Лопухин В. М. Возбуждение электромагнитных колебаний и волн электронными потоками. М.: Гостехиздат, 1953.
- 14. Братман В. Л., Гинзбург Н. С., Петелин М. И., Сморгонский А. В. // Релятивистская высокочастотная электроника. Горький, 1979. С. 217.
- 15. Гинзбург Н. С., Песков Н. Ю. // ЖТФ. 1988. Т. 58, № 5. С. 859.
- 16. Ginzburg N. S., Kaminsky A. K., Kaminsky A. A., et al. // Phys. Rev. Lett. 2000. V. 24. P. 3574.
- Peskov N. Yu., Samsonov S. V., Ginzburg N. S., Bratman V. L. // Nucl. Instr. and Meth. in Phys. Research A. 1998. V. 407. P. 107.

Институт прикладной физики РАН, г. Нижний Новгород, Россия Поступила в редакцию 4 апреля 2003г.

И. В. Бандуркин и др.

1080

## "NONRESONANT" TRAPPING REGIME IN MICROWAVE AMPLIFIERS

I. V;Bandurkin, N. Yu. Peskov, and A. V. Savilov

We study a new regime of electron–wave interaction in microwave amplifiers and show its efficiency for a wide range of devices. A mildly relativistic free-electron maser in the millimeter wavelength range is calculated as a particular system implementing this regime.