# МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Известия высших учебных заведений

# РАДИОФИЗИКА

ежемесячный научно-технический журнал

Издаётся с апреля 1958 г.

Tom XLVI №11

## Нижний Новгород

2003

## Содержание

Иванов В. А., Куркин В. И., Носов В. Е., Урядов В. П., Шумаев В. В. ЛЧМ- ионозонд и его применение в ионосферных исследованиях	19
Кисляков А. Г., Шкелёв Е. И., Ястребов И. П., Савельев Д. В. О корреляции вариаций числа нейтронов и интенсивностей линий озона в атмосфере	53
Ioannidis Z., Allios S., Paraskevopoulos I. P., and Tigelis I. G. Axisymmetric waves in re-entrant cavities	<b>32</b>
Шепилко Е.В. Рассеяние плоской электромагнитной волны бесконечно протяжён- ным двугранным клином с вершиной в виде цилиндра с продольной щелью	70
Костюков-И. Ю., Фрайман Г. М. Неустойчивость прикатодного слоя на частотах, близких к ионной плазменной частоте	76
Брюханов Ю. А. Эффекты квантования в цифровых рекурсивных фильтрах первого порядка с округлением	90

УДК 550.388.2+621.371.25

## ЛЧМ-ИОНОЗОНД И ЕГО ПРИМЕНЕНИЕ В ИОНОСФЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЯХ

В. А. Иванов<sup>1</sup>, В. И. Куркин<sup>2</sup>, В. Е. Носов<sup>2</sup>, В. П. Урядов<sup>3</sup>, В. В. Шумаев<sup>1</sup>

Представлен обзор материалов по ЛЧМ-ионозонду и его применению в ионосферных исследованиях. Описан принцип работы ионозонда с излучением непрерывного линейно модулированного по частоте сигнала. Даны оценки разрешающей способности ЛЧМ-зонда и энергетического выигрыша в отношении сигнал/помеха. Рассматриваются примеры использования ЛЧМ-ионозонда в задачах ионосферного распространения коротких радиоволн. Обсуждаются перспективы ионосферных исследований на базе сети трасс наклонного ЛЧМ-зондирования.

#### введение

Сигналы с линейной частотной модуляцией (ЛЧМ) первоначально были применены в радиолокации [1, 2], что позволило решить проблему повышения энергетического потенциала радиолокационных станций при ограничении на излучаемую мощность и обеспечить высокое разрешение по времени.

В ионосферных исследованиях специальный тип непрерывных линейно модулированных по частоте сигналов впервые, по-видимому, был использован в 1954 году для зондирования ионосферы при большом поглощении (порядка 80÷90 дБ) [3] и позднее в 1962 году [4] при исследовании *D*-области ионосферы.

Теоретические вопросы излучения и оптимального приёма импульсных ЛЧМ сигналов рассматривались в [5]. Однако наиболее широко идеология ЛЧМ-зондирования начала применяться после разработки методики и способа генерирования линейно модулированного по частоте сигнала в широком диапазоне частот [6–8]. Уже первые опыты показали высокую эффективность ЛЧМ-зондов при наклонном зондировании ионосферы [9], при изучении эффекта Фарадея в коротковолновом диапазоне [10], а также при исследовании ионосферы в режиме вертикального зондирования [11].

Для проведения прикладных исследований за рубежом в 60-е годы были разработаны специализированные системы с использованием непрерывных ЛЧМ сигналов [12, 13]. К таким системам, в частности, относится установка Стэнфордского университета WARF (Wide Aperture Research Facility) [14–18]. С помощью данной системы получен целый ряд оригинальных результатов [14–20]. В частности, проводились эксперименты по наклонному зондированию ионосферы на среднеширотной трассе протяжённостью порядка 2 600 км, ориентированной вдоль линии восток—запад [14, 15]. Было выявлено, что нижний луч односкачкового мода регистрировался с малыми отклонениями от основного направления (менее 0,5°), а верхний луч регистрировался с более южного направления, чем нижний. Это было обусловлено поперечными градиентами электронной концентрации, которые возрастали с увеличением высоты над поверхностью Земли. Двухскачковый мод всегда имел большее отклонение от азимута основного направления и большее расплывание во времени, чем односкачковый сигнал. Наблюдался также комбинированный тип распространения при двукратном отражении от ионосферы, при котором один скачок сигнал проходил по верхнему лучу, а второй — по нижнему. Наличие комбинированной моды распространения было связано с рассеянием радиоволн на гористой местности в середине трассы. Следует

отметить, что при использовании узконаправленной антенной решётки с протяжённостью 2,5 км ионограммы наклонного ЛЧМ-зондирования были получены при мощностях излучения порядка единиц милливатт.

В работах [16, 17, 19] исследовались характеристики сигналов, рассеянных шероховатостями земной и морской поверхностей. Исследовался эффект фокусировки сигнала на границе освещённой зоны и за счёт ионосферных неоднородностей. Изучалось влияние фокусировки на формирование сигналов возвратно-наклонного зондирования. Использование остронаправленной приёмной антенны позволило зарегистрировать эхо-сигналы от дискретных рассеивателей на суше. Был выявлен и детально исследован эффект модуляции амплитуды сигналов, рассеянных морской поверхностью за счёт вращения плоскости поляризации волны при распространении в ионосфере [16, 17]. Аналогичный эффект был зарегистрирован и на наклонной трассе вдоль суши, но его проявление на ионограмме наклонного зондирования (НЗ) было менее заметно. Регистрация кругосветных ЛЧМ сигналов выявила наличие тонких деталей на ионограммах НЗ, свидетельствующих о многомодовости принимаемого сигнала [20].

В последующие годы наибольшие успехи в создании ЛЧМ-зондов достигнуты фирмой «Barry Research» (США). Типовые модели ионозондов вертикального и наклонного зондирования VOS-1 [21], RCS-2 [22], RCS-4 [23] данной фирмы позволяли получать высококачественные ионограммы при мощности излучения 5÷10 Вт. Постоянное совершенствование систем регистрации, повышение помехоустойчивости и автоматизация обработки данных является отличительной особенностью продукции этой фирмы. В последнее десятилетие был выпущен целый ряд ЛЧМионозондов с радиоприёмниками: RCS-5, RCS-6 и RCS-7 [24], и передатчиками: TCS-5, TCS-6 и TCS-7 [25]. В последнее время фирма стала также выпускать и ЛЧМ-трансиверы XCS-6 и TST-4280 [26].

Следует также отметить широкое использование ЛЧМ-зондирования при исследовании нижней ионосферы методом частичных отражений [27–29] и в УКВ системах при изучении тропосферного распространения радиоволн и физики нижней атмосферы [30–33].

В 80–90-е годы в ряде регионов земного шара были реализованы высокоэффективные системы для исследования ионосферы, разработки методов диагностики КВ радиоканалов, прогнозирования рабочих частот связных радиолиний и обслуживания загоризонтных КВ радаров. Модификация стандартного ЛЧМ-ионозонда фирмы «Barry Research» Аланом Пулом путём введения многоканального приёма с цифровой регистрацией и обработкой данных зондирования [34, 35] позволила ему создать в Грахамстауне (ЮАР) моностатический ионозонд вертикального зондирования с регистрацией углов прихода, оценкой поляризации и доплеровской скорости смещения точки отражения волны. Бистатический ЛЧМ-ионозонд был сконструирован и построен в Бирмингемском университете (Великобритания) [36, 37] для исследования дисперсионных искажений широкополосных сигналов на коротких радиотрассах. Серия экспериментов на односкачковых трассах в полярных и экваториальных широтах была выполнена [38] для изучения эффектов рассеяния на ионосферных неоднородностях.

Разветвлённая сеть ионозондов наклонного зондирования была создана Австралийской организацией оборонной науки и технологии (Australian Defence Science and Technology Organization, DSTO) для исследования низкоширотной ионосферы и обеспечения функционирования загоризонтного КВ радиолокатора в Джиндали (Австралия) [39–42]. Для вертикального и наклонного зондирования ионосферы использовались также ЛЧМ-ионозонды типа IPS-71, выпускаемые австралийской фирмой «KEL Aerospace Pty, Ltd.» [43].

В период с 1993 по 1996 год корпорация «TCI/BR Communications» провела глобальный эксперимент с использованием 16 ЛЧМ-ионозондов по обеспечению радиосвязи в КВ диапазоне по данным наклонного зондирования в системе из 30 радиотрасс [44]. Подобный европейский проект был выполнен на двух радиотрассах с использованием ионозондов фирмы «BR Communications» [45, 46].

В Великобритании на базе стандартного ЛЧМ-ионозонда фирмы «BR Communications» был создан высококачественный ионозонд наклонного зондирования типа IRIS (Improved Radio Ionospheric Sounder), разработанный научно-исследовательской группой DERA (Defense Evaluation and Research Agency) [47] для исследования тонких ионосферных эффектов при распространении KB радиосигналов [48]. Малобазисный многоканальный интерферометр на базе ЛЧМ-ионозонда для измерения углов прихода в азимутальной и угломестной плоскостях, а также групповых задержек был создан в 1992 году в Юго-западном исследовательском институте (Сан Антонио, США) [49, 50]. Следует также отметить большой объём исследований по диагностике ионосферы и проверке точности ионосферных моделей, состояния взволнованной поверхности океана и океанских течений на загоризонтных радарах KB диапазона, использующих ЛЧМ сигналы [51–57].

В России создание ЛЧМ-ионозонда прошло те же этапы развития. Вначале был разработан ионозонд для ВЗ ионосферы с использованием квазинепрерывных ЛЧМ сигналов и проведены исследования смещения высоты отражения сигнала при воздействии на ионосферу сигналами мощных КВ передатчиков [58]. Затем на основе синтезаторов непрерывных ЛЧМ сигналов были созданы ионозонды для вертикального зондирования (ВЗ) ионосферы [59–64]. В последующем появились модификации для наклонного и возвратно-наклонного зондирования [65–70]. С их помощью были проведены исследования частотных эффектов воздействия на ионосферу сигналами мощных КВ передатчиков [71–73], а также многолетние исследования ионосферы и распространения непрерывных ЛЧМ сигналов на трассах различной ориентации и протяжённости.

В настоящем обзоре основное внимание уделено принципу работы ЛЧМ-зонда с учётом особенностей ионосферного распространения ЛЧМ сигналов и их обработки, а также результатам, в первую очередь, относящимся к задачам дальнего распространения радиоволн и КВ радиосвязи, мало освещённым в отечественной литературе.

#### 1. ПРИНЦИП РАБОТЫ ЛЧМ-ИОНОЗОНДА

Для пояснения принципа работы ионозондов, использующих непрерывный линейно модулированный по частоте сигнал, рассмотрим упрощённую функциональную схему ЛЧМ-ионозонда (рис. 1).

Пусть на передающем пункте ионозонда передатчик возбуждает непрерывный сигнал с линейной модуляцией частоты:

$$u_{\rm T}(t) = u_0 \cos(\omega_{\rm H} t + \beta t^2/2).$$
 (1)

Здесь  $u_0$  — амплитуда сигнала,  $\omega_{\rm H} = 2\pi f_{\rm H}$  — начальная круговая частота,  $\beta = 2\pi f$  — скорость изменения круговой частоты. Мгновенная частота  $f = (2\pi)^{-1} d(\omega_{\rm H}t + \beta t^2/2)/dt$  меняется по линейному закону в диапазоне от  $f_{\rm H}$  до  $f_{\rm K}$  со скоростью, которая может принимать фиксированное значение в пределах от 25 кГц/с до 1 МГц/с в зависимости от режима зондирования и решаемой задачи. Обычно  $f_{\rm H} \sim 2\div 3$  МГц и  $f_{\rm K} \sim 15\div 30$  МГц, поэтому излучаемый сигнал имеет длительность несколько минут и занимает полосу частот в несколько десятков мегагерц, т. е. является сверхширокополосным. Строгой теории распространения сверхширокополосных сигналов в ионосфере, обладающей дисперсионными свойствами и, вообще говоря, являющейся нестационарной средой на масштабе длительности сигнала, в настоящее время не существует. Развиты несколько приближённых подходов математического описания работы ЛЧМ-ионозонда, учитывающих особенности обработки регистрируемого приёмным устройством сигнала и известные закономерности распространения узкополосных сигналов в ионосфере.



Рис. 1. Упрощённая структурная блок-схема ЛЧМ-ионозонда

В работах [34, 70, 74] используется подход, учитывающий, что в приёмнике непрерывный ЛЧМ сигнал разбивается на примыкающие (или перекрывающиеся) элементы, после чего развивается теория ионосферного распространения для этих узкополосных элементов с учётом того, что средняя (рабочая) частота элементов меняется с течением времени по линейному закону. Близкий подход предложен в [75], где передаточная функция ионосферного канала представлена набором передаточных функций, каждая из которых разложена в ряд Тейлора в окрестностях последовательности центральных частот, и прохождение всего излучённого сигнала рассматривается с использованием каждой передаточной функции в отдельности. В работе [76] анализируется распространение импульсного ЛЧМ сигнала в канале с передаточной функцией, огибающая которой задана функцией Гаусса, а фаза — квадратичным многочленом.

Ещё один подход к рассмотрению воздействия ионосферы и приёмного устройства ионозонда на непрерывный ЛЧМ сигнал развит позднее в [77, 78] и основан на использовании временной структурной функции канала. В рамках этого подхода предполагается, что сформированный синтезатором ЛЧМ сигнал поступает на вход радиоканала, образованного приёмнопередающими антенно-фидерными устройствами, входными цепями приёмника и волноводом Земля—ионосфера. Рассматривается идеальное согласование всех устройств во всём частотном диапазоне  $f_{\rm H} < f < f_{\rm K}$ . Не нарушая общности рассуждений для упрощения изложения можно положить в выражении (1)  $u_0 = 1$ . В предположении линейности характеристик радиоканала сигнал на его выходе записывается в виде свёртки излучённого сигнала u(t) с импульсной характеристикой канала  $h(\tau)$  [79]:

$$u_{\rm r}(t) = \int_{0}^{\infty} h(\tau) u_{\rm T}(t-\tau) \,\mathrm{d}\tau.$$
<sup>(2)</sup>

Полупрозрачность ионосферы приводит к тому, что модуль передаточной функции ионосферного радиоканала отличен от нуля в конечной полосе частот, т. е. несобственный интеграл для импульсной характеристики  $h(\tau)$  фактически является собственным. Сигнал  $u_r(t)$ , пройдя входные цепи приёмника, подвергается далее первичной обработке методом сжатия по частоте (или так называемым корреляционно-фильтровым (гетеродинным) методом [1, 2, 80, 81]). Сжатие спектра осуществляется согласованным фильтром (приёмником), в котором сигнал  $u_r(t)$  перемножается с сигналом опорного генератора, сдвинутым относительно излучённого сигнала на некоторое время  $t_0$  и имеющим временну́ю зависимость вида (1). Результат перемножения состоит из низкочастотной (разностные частоты) и высокочастотной (суммарные частоты) составляющих. Последняя составляющая отфильтровывается фильтром низких частот.

Из непрерывного сигнала разностной частоты для анализа окном w(t) выделяются выборки длительностью  $T_{\mathfrak{s}}$  с центрами в точках  $t_k = t_0 + (k - 1/2) T_{\mathfrak{s}}$ , где  $k = 1, 2, \ldots, N$ . Отметим, что окну во временной области с длительностью  $T_{\mathfrak{s}}$  соответствует отрезок входного ЛЧМ сигнала с полосой частот  $\Delta f_{\mathfrak{s}} = \dot{f}T_{\mathfrak{s}}$ . По этой причине необходимо, чтобы полоса частот этого отрезка сигнала была не больше полосы частот преселектора приёмника.

Далее выборки сигнала последовательно поступают на вход анализатора спектра. Результат работы анализатора спектра описывается преобразованием Фурье, а спектр k-й выборки имеет вид

$$S_k(\Omega) = S_k(F) = \frac{1}{4\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{0}^{\infty} w(t - t_k)h(\tau) \cos\left[\frac{\beta}{2} (\tau - t_0)^2 - \beta t (\tau - t_0)\right] \exp(i\Omega t) \,\mathrm{d}\tau \,\mathrm{d}t, \qquad (3)$$

где  $\Omega = 2\pi F$ .

Форма окна w(t) в аппаратуре реализуется таким образом, чтобы его преобразование Фурье (фурье-образ) W(F) имело узкую полосу порядка  $1 \div 10$  Гц (в большинстве случаев это приблизительно 1 Гц) и значительно подавленные боковые лепестки. Выборкам длительностью  $T_{\mathfrak{s}}$  будет соответствовать отрезок ЛЧМ сигнала с базой  $B_{\mathfrak{s}} = \Delta f_{\mathfrak{s}} T_{\mathfrak{s}}$ . Для случая  $\dot{f} = 10^5$  Гц/с и  $T_{\mathfrak{s}} = 1$  с имеем  $\Delta f_{\mathfrak{s}} = 100$  кГц и  $B_{\mathfrak{s}} = 10^5$ . В дальнейшем эти оценки будут использованы при анализе помехоустойчивости ЛЧМ-ионозондов.

Выражая импульсную характеристику радиоканала  $h(\tau)$  через её фурье-преобразование — передаточную функцию  $H(\omega)$ , можно получить приближённое выражение для спектра k-й выборки сигнала разностной частоты [77, 78]:

$$S_k(\Omega) = \frac{\pi}{2} \exp(i\psi) \int_{-\infty}^{+\infty} H(\omega) B(\beta (t_k - y_0) + \omega + \omega_{\rm H}) \exp(-i\omega y_0) \,\mathrm{d}\omega, \qquad (4)$$

где  $\psi = \beta (y_0^2 - t_0^2)/2 - \omega_{\text{H}} (y_0 - t_0), y = \Omega/\beta - (\tau - t_0), y_0 = \Omega/\beta + t_0, B(\beta (t_k - y_0) + \omega + \omega_{\text{H}}) - \phi$ урье-преобразование функции

$$b(y) = \exp(i\beta y^2/2)W(\beta y).$$
(5)

Носитель b(y) (область значений аргумента, где функция существенно отлична от нуля) совпадает с носителем спектра окна выборки  $W(\beta y)$ , сосредоточенного вблизи нулевых значений аргумента. При этом предполагается, что нижний предел  $\Omega_0$  диапазона частот, измеряемых анализатором, превышает ширину полосы спектра окна. В этих обозначениях вид выражения для спектра k-й выборки аналогичен выражению для отклика радиоканала на некий эквивалентный сигнал b(y) со спектром  $B(\omega)$ . В соответствии с (5) длительность импульсного сигнала b(y) определяется частотным разрешением анализатора спектра  $\delta\Omega$  и скоростью изменения частоты по формуле  $\delta\tau \approx \delta\Omega/\beta$ . Заметим, что такая же длительность эквивалентного импульса использовалась в расчётах поляризационных замираний ЛЧМ сигналов, рассеянных морской поверхностью [17].

Обычно длительность эквивалентного импульса составляет порядка  $10^{-5} \div 10^{-4}$  с, а полоса его спектра — порядка  $10 \div 100$  кГц. В декаметровом диапазоне в большинстве случаев такой спектр можно считать узкополосным. В указанных выше условиях моделирование характеристик непрерывных ЛЧМ сигналов при зондировании ионосферы сводится к задаче о распространении узкополосных сигналов.

Общие вопросы распространения узкополосных импульсных сигналов в неоднородной диспергирующей среде рассмотрены в ряде монографий (см., например, [82, 83]. Влияние дисперсионных искажений в ионосфере на структуру сложных сигналов (в том числе и сигналов с ЛЧМ) при вертикальном и наклонном зондировании рассматривалось в основополагающих работах [70, 74, 84–86].

Известно [82, 83], что при зондировании ионосферы узкополосными импульсными сигналами регистрируется несколько откликов радиоканала с полосой частот, равной полосе частот сигнала (условия согласованного приёма). Как правило, передаточная функция  $H(\omega)$  может быть представлена в виде суммы передаточных функций  $H_l(\omega)$ , соответствующих различным модам распространения:

$$H(-\omega) = H^*(\omega) = \sum_l H_l^*(\omega) = \sum_l |H_l(\omega)| \exp[-i\omega P_l(\omega)/c],$$
(6)

где  $P_l(\omega)$  — фазовый путь *l*-го мода на частоте  $\omega$ , звёздочка означает комплексное сопряжение. Разложим  $H_l^*(\omega)$  в окрестности частоты

$$\omega_k = \omega_{\rm H} + \beta \left( t_k - y_0 \right),\tag{7}$$

которая является центральной в спектре  $B(\omega)$ . В пределах рассматриваемой полосы будем считать, что  $|H_l(\omega)| = \text{const}$ , а  $P_l(\omega)$  — гладкая функция. Поэтому в разложении выражения для фазы в ряд Тейлора ограничимся квадратичными слагаемыми:

$$\frac{\omega P_l(\omega)}{c} = \frac{\omega_k P_l(\omega_k)}{c} + (\omega - \omega_k) \tau_l + (\omega - \omega_k)^2 \frac{\tau_l'}{2}, \qquad (8)$$

где

$$\tau_l = \left. \frac{\mathrm{d}[\omega P_l(\omega)]}{c \,\mathrm{d}\omega} \right|_{\omega_k} \tag{9}$$

— групповая задержка l-го мода на частоте  $\omega_k$ ,

$$\tau_l' = s_l / (2\pi) = \left. \frac{\mathrm{d}\tau_l}{\mathrm{d}\omega} \right|_{\omega_k}.$$
(10)

После подстановки (8) в правую часть (6) выражение для спектра k-й выборки сигнала разностной частоты  $S_k(\Omega)$  получается в виде [87]

$$S_k(\Omega) = S_k(F) = \frac{\pi}{2} \exp[i(\psi + \omega_k y_0)] \sum_l H_l^*(\omega_k) q(y_0 - \tau_l).$$
(11)

Здесь  $q(y_0 - \tau_l)$  — результат обратного преобразования Фурье от функции  $Q(\omega_k - \omega) = B(\omega_k - \omega) \exp\left[-i(\omega - \omega_k)^2 \tau'_l/2\right]$ . Отсюда следует, что в пренебрежении частотной дисперсией (квадратичным членом в разложении (8)) на выходе анализатора регистрируются неискажённые сигналы, соответствующие различным модам распространения при зондировании ионосферы узкополосным импульсом с огибающей  $b(y_0)$ . Фактически огибающей импульса является  $W(\beta y_0)$ , т. к. показатель экспоненты в выражении (11) для рассматриваемого случая пренебрежимо мал. Таким образом, форма сигналов определяется только видом окна w(t) анализатора спектра. Положение центра *l*-го сигнала на оси  $\Omega$  определяется из условия  $y_0 = \tau_l$  и соответствует частоте

$$\Omega_l = \beta (\tau_l - t_0),$$
 или  $F_l = \hat{f} (\tau_l - t_0).$  (12)

В. А. Иванов и др.



Рис. 2. Амплитуда выходного сигнала спектроанализатора ЛЧМ-ионозонда при наклонном зондировании на трассе Магадан—Иркутск

Выражение (12) устанавливает связь между задержкой регистрируемого сигнала *l*-го мода и переменной анализатора  $\Omega$  (или разностной частотой *F*), а также позволяет привести рассматриваемый интервал групповых задержек сигналов к рабочему диапазону анализатора [ $F_0, F_{\text{max}}$ ] соответствующим выбором  $t_0$ . Для обеспечения приёма всех модов сигнала с задержками  $\tau_1, \ldots, \tau_n$ необходимо, чтобы полоса пропускания приёмника превышала величину  $\Delta F = \dot{f} (\tau_n - \tau_1)$ . Например, если ( $\tau_n - \tau_1$ ) = 5 мс, а  $\dot{f} = 100 \text{ к}\Gamma \text{ц/c}$ , то  $\Delta F = 500 \text{ Г} \text{ц}$ . Это значит, что при данной скорости перестройки частоты полосе приёмника 500 Г соответствует временное окно по задержке сигнала, равное 5 мс. Анализатор спектра разбивает полосу пропускания приёмника на *m* равных частей, каждая величины  $\delta F$ . Последняя будет характеризовать неопределённость при оценке времени группового запаздывания, определяемую длительностью эквивалентного импульса  $\delta \tau$ , и должна быть меньше ожидаемой минимальной разности задержек сигналов для различных модов распространения.

При использовании быстрого преобразования Фурье для вычисления спектра сигнала разностной частоты в нём выделяются квадратурные составляющие, а по ним вычисляются амплитудный и фазовый спектры. Для построения ионограмм используется амплитудный спектр. Индекс k в формуле (11) определяет текущую несущую частоту  $\omega_k$ , на которой рассчитываются характеристики ЛЧМ сигнала *l*-го мода. Изменение k от 1 до N соответствует пробегу частоты ЛЧМ сигнала по всему диапазону зондирования. В качестве иллюстрации на рис. 2 приведён экспериментальный амплитудный спектр  $|S_k(\tau)|$  при зондировании на трассе Магадан—Иркутск 15 февраля 1989 г. По оси задержек отложен групповой путь  $P = c\tau$ . Зарегистрированы сигналы, соответствующие нижним и верхним лучам одно-, двух- и трёх-скачковых модов распространения (1F, 2F и 3F соответственно). Графическое отображение сечения  $|S_k(\Omega)| = |S_k(\tau)|$  на заданном уровне представляет собой ионограмму наклонного зондирования. Зависимость  $|S_k(\tau)|$  в момент времени  $t_k$  представляет собой амплитудный рельеф сигнала на текущей частоте  $f_k$  для всех регистрируемых модов распространения.

В работах [70, 74, 88, 89] излучаемый непрерывный ЛЧМ сигнал представляется, в отличие от описанного выше подхода, в частотной области. Для этого используется метод стационарной

фазы, дающий в данном случае хорошее приближение для спектра. Далее предполагается, что решение задачи о распространении в ионосфере гармонического сигнала известно. Тогда это решение является значением передаточной функции ионосферы, состоящим из амплитудной (АЧХ) и фазовой (ФЧХ) частей, для рассматриваемой частоты волны. Произведение спектра излучаемого сигнала на передаточную функцию даёт спектр сигнала на входе приёмника, а его преобразование Фурье — искомый сигнал. Дальнейшие математические преобразования сигнала осуществляются по приведённой выше схеме. В результате такого подхода удаётся получить аналитические зависимости для амплитудного спектра сигнала разностной частоты с учётом дисперсии при распространении сигнала в ионосфере. В частности, показано, что амплитудный спектр сигнала разностной частоты подобен модулю импульсной характеристики некоторого эффективного радиоканала, в который входят передатчик, ионосферная линия связи и приёмник, причём роль последнего заключается в пропускании на выход лишь частот из интервала  $[f_{\rm p} - \Delta f_{\rm y}/2, f_{\rm p} + \Delta f_{\rm y}/2],$ где $f_{\rm p}$  — рабочая частота канала, задаваемого выборкой сигнала разностной частоты. Выборка, согласно приведённой выше схеме обработки сигнала, производится начиная с некоторого момента времени и имеет длительность Т<sub>э</sub>. Рабочая частота канала меняется дискретно по линейному закону и принимает все значения от начальной до конечной частот зондирования. Таким образом, весь диапазон частот зондирования оказывается разбит на примыкающие (или перекрывающиеся) каналы с полосой  $\Delta f_{\mathfrak{d}}$ . АЧХ отдельного канала при этом определяется функцией временно́го окна w(t). Связь амплитудного спектра и импульсной характеристики радиоканала на частоте  $f_{\rm p}$  для отдельного мода имеет вид [88, 89]

$$|S(F - \dot{f}\tau_l)| = \frac{K}{\dot{f}} |h(\tau - \tau_l)| = \frac{K}{\dot{f}} \left| \int_{f_p - \Delta f_{\mathfrak{s}/2}}^{f_p + \Delta f_{\mathfrak{s}/2}} W(f) |H_l(f)| \exp(-i\varphi_l(f)) \exp(2\pi i f \tau) \,\mathrm{d}f \right|,$$
(13)

где  $\varphi(f) - \Phi \Psi X$  канала, K — коэффициент пропорциональности, W(F) — окно в частотной области, соответствующее сглаживающему окну w(t). Выражение (13) подчёркивает, что исследуемые функции достигают максимума при указанных сдвигах. При этом задержка по разностной частоте легко пересчитывается в задержку по времени запаздывания импульсной характеристики (см. (12)). Необходимо отметить, что импульсная характеристика, кроме параметров передаточной функции, зависит также от полосы пропускания канала. Поэтому импульсные характеристики, приведённые в формулах (2) и (13), несмотря на одинаковые обозначения, различны.

При выполнении условий (8), для прямоугольного окна W(f) из (13) имеем [88]

$$|h(\tau - \tau_l)| = |h_l(\tau)| \propto \sin[\pi \Delta f_{\mathfrak{s}}(\tau - \tau_l)], \qquad (14)$$

откуда следует, что длительность импульсной характеристики обратно пропорциональна полосе канала, совпадающей с полосой элемента непрерывного ЛЧМ сигнала, вырезаемого окном. При полосе, равной 100 кГц, длительность импульсной характеристики составляет 10 мкс (это соответствует приведённой выше оценке длительности эквивалентного импульса). Длительность импульсной характеристики определяет инструментальную разрешающую способность метода по задержке сигнала. Разрешающая способность по частоте определяется полосой пропускания канала, совпадающей с полосой элемента сигнала, вырезаемой окном в частотной области (в нашем примере эта полоса составляет 100 кГц). Однако инструментальная разрешающая способность может быть не реализована из-за дисперсионных свойств ионосферы.

Учёт дисперсионных свойств среды распространения приводит к необходимости дополнения разложения ФЧХ слагаемым второй степени относительно частоты. В этом случае для оценок вводится параметр  $\Delta f_{\kappa}$ , названный полосой когерентности канала. Это полоса частот, нелинейная

составляющая набега фазы на границах которой не превышает 1 рад [90]. С учётом (8) и (10) можно получить

$$\Delta f_{\kappa} = \frac{2}{\sqrt{\pi |s_l|}}.$$
(15)

Для импульсной характеристики радиоканала (следовательно, и для амплитудного спектра сигнала разностной частоты) в зависимости от соотношения полосы канала  $\Delta f_{\mathfrak{s}}$  с полосой когерентности  $\Delta f_{\kappa}$  получаются различные решения. В случае, когда первая превышает вторую, имеем решение, представленное выше. Анализ решения для противоположного соотношения между  $\Delta f_{\mathfrak{s}}$ и  $\Delta f_{\kappa}$  приведён в работах [88, 89]. В этих работах представлены также результаты исследований для случаев, когда функция  $\tau_l(f)$  содержит стационарные точки.

В [89] приведены теоретические и экспериментальные исследования возможностей компенсации эффектов частотной дисперсии в радиоканалах с полосой пропускания 1 МГц. В работе [91] представлена методика определения передаточной функции и импульсной характеристики ионосферного канала для отдельных лучей по данным ЛЧМ-ионозонда и результаты измерений этих характеристик на среднеширотных трассах различной протяжённости. Особенности восстановления передаточной функции в области полупрозрачности *E*-слоя при вертикальном зондировании ионосферы обсуждаются в работе [92] на основе численного эксперимента.

Как следует из проведённого выше анализа, дисперсионные свойства среды распространения искажают форму амплитудного спектра сигнала разностной частоты (следовательно, и импульсной характеристики канала) и приводят к ограничению анализируемой полосы частот (полосы частот канала). В результате дисперсионного рассогласования излучённого и прошедшего ионосферу сигналов возникают энергетические потери, выражающиеся в том, что максимальная амплитуда спектральных пиков уменьшается, а сами пики расплываются (при сглаживающих окнах, близких по форме к гауссовым) или вообще превращаются в прямоугольники (при прямоугольных окнах) [88]. Таким образом, важными являются исследования параметра, характеризующего частотную дисперсию, т. е. полосы когерентности канала.

Этому вопросу посвящена работа [90]. В ней представлены результаты экспериментальных исследований зависимости полосы когерентности  $\Delta f_{\kappa}$  различных мод сигнала от протяжённости радиотрасс в евроазиатском долготном секторе, приведённые на рис. 3. На рис. 4a показан суточный ход диапазона частот, в котором обеспечивалась полоса когерентности 500 кГц для широтной трассы протяжённостью 1 900 км, а на рис. 4b — суточный ход диапазона частот, для которого  $\Delta f_{\kappa} = 200$  кГц для долготной трассы протяжённостью 1 300 км. Измерения на обеих трассах проводились в США [93]. Основные свойства полосы когерентности, установленные путём имитационного моделирования на основе динамической адаптивной структурно-физической модели декаметрового радиоканала, приведены в работе [94]. Использование этой модели для вычисления импульсной характеристики (14) позволило оценить погрешности в определении параметров сигналов, обусловленные наличием волнообразных возмущений в ионосфере [95].

Теоретические и экспериментальные исследования дисперсионных искажений, регистрируемых анализатором спектра сигналов разностной частоты, проводились и в рамках других подходов [75, 76, 87, 96–98]. Для гауссовой формы временно́го окна w(t) с характерным временны́м масштабом T в [87] получено выражение для изменения ширины спектра, обусловленное дисперсией, рассчитанное по уровню -10 дБ:

$$\Delta_{\rm d}\Omega = \frac{2}{\pi} \sqrt{\frac{\ln 10}{2}} \left( \sqrt{T^{-2} \left(1 + 2\beta \tau_l'\right) + \beta^4 \tau_l'^2 T^2} - T^{-1} \right).$$
(16)



Рис. 3. Зависимость полосы когерентности  $\Delta f_{\kappa}$ от протяжённости среднеширотных трасс для различных мод сигнала



Рис. 4. Суточный ход максимальной наблюдаемой частоты (МНЧ), наименьшей наблюдаемой частоты (ННЧ) и диапазона частот с полосой когерентности  $\Delta f_{\kappa} =$ = 500 кГц для широтной трассы (*a*) и с полосой  $\Delta f_{\kappa} = 200$  кГц для долготной трассы (*б*) [93]

Выражение (16) обобщает формулу, полученную в [75], и представляет зависимость дисперсионного расплывания выборки сигнала на выходе анализатора спектра от длительности окна и скорости изменения частоты.

Рассеяние радиоволн приводит к дополнительному по сравнению с влиянием дисперсии ионосферы уширению спектра сигнала [97, 98]. Анализ расчётов среднего спектра мощности сигнала на выходе анализатора спектра  $\langle |S(\Omega)|^2 \rangle$  показал, что искажения выходного сигнала определяются главным образом поведением радиусов частотной когерентности поля. Таким образом, в условиях большой дисперсии фазы (интенсивные неоднородности) дисперсия регистрируемого сигнала с приближением его частоты к максимальной применимой частоте (МПЧ) имеет тенденцию к увеличению. Аналогичный результат для неоднородностей в виде тонких слоёв получен в работе [99].

При двухскачковом распространении коротких радиоволн существенным является рассеяние вперёд на шероховатостях Земли. Принимая во внимание главным образом крупномасштабные шероховатости при численном моделировании искажений спектра сигнала, в работе [98] получено, что для различных параметров ионосферных неоднородностей и шероховатостей земной поверхности за счёт рассеяния на неровностях Земли в спектре ЛЧМ сигнала появляется широкое плато, исчезающее при сглаживании шероховатостей. Динамика плато такова, что с увеличением неровностей земной поверхности в спектре ЛЧМ сигнала оно трансформируется в дополнительные моды, соответствующие комбинированным способам распространения радиоволн.

В заключение данного раздела рассмотрим вопрос о помехоустойчивости ЛЧМ-ионозонда по сравнению с импульсным ионозондом [60, 70]. Основным источником помех в КВ диапазоне



Рис. 5. Воздействие станционных помех в полосе приёмников импульсного ионозонда (*a*) и ЛЧМзонда (*б*)

являются работающие радиостанции. На рис. 5*a* [100] показана полоса пропускания импульсного приёмника (кривая 1). Обратим внимание на то, что полоса пропускания импульсного ионозонда должна быть не меньше  $\Delta f_{\rm u} \sim 1/T_{\rm u}$ , где  $\Delta f_{\rm u}$  и  $T_{\rm u}$  — полоса радиочастот и длительность зондирующего импульса соответственно. Для типичных значений  $T_{\rm u} = 50$  мкс имеем  $\Delta f_{\rm u} \sim 20$  кГц, т. е. полоса пропускания импульсного зонда существенно больше полосы пропускания  $\Delta F$  ЛЧМ-зонда. Все станционные помехи попадают в полосу приёмника импульсного зонда одновременно. В этом случае подавить их практически невозможно.

Приёмник ЛЧМ-зонда имеет значительно более узкую полосу пропускания  $\Delta F$  (кривая 2, рис. 56) и «проходит» сигналы станций последовательно, преобразуя их в импульсный шум, спектральная плотность которого весьма мала. Этот шум легко может быть подавлен техническими средствами, например частотным режектированием на входе приёмника либо временны́м режектированием сигнала разностной частоты.

Если, к примеру, на входе приёмника присутствует помеха

$$u_{\Pi}(t) = u_0 \cos(\omega_{\Pi} t),$$

то после перемножения с сигналом гетеродина (1) в приёмнике она имеет вид

$$u_{\rm m}(t) = u_0 \cos\left[(\omega_{\rm m} - \omega_{\rm H})t - \frac{\beta}{2}t^2\right].$$

В то же время разностный сигнал в течение времени T можно считать гармоническим, т. е. вся его мощность приходится на интервал частот  $\delta F$ . За время  $T_{\mathfrak{s}}$  мощность помехи  $P_{\mathfrak{n}}$  распределяется по полосе частот  $\Delta f_{\mathfrak{s}}$  так, что спектральная плотность её мощности равна

$$N_{\rm m} = \frac{P_{\rm m}}{\Delta f_{\rm P}}$$

В. А. Иванов и др.

Следовательно, на интервал частот  $\delta F$  будет приходиться мощность помехи

$$(P_{\Pi})_{\rm BMX} = \frac{P_{\Pi}}{\Delta f_{\vartheta}} \,\delta F = \frac{P_{\Pi}}{B_{\vartheta}},$$

где  $B_{\mathfrak{d}} = \Delta f_{\mathfrak{d}}/(\delta F) = \Delta f_{\mathfrak{d}} T_{\mathfrak{d}}$  — база сигнала, откуда следует, что отношения мощности сигнала  $P_{\rm c}$  к мощности помехи  $P_{\rm n}$  на входе и выходе приёмника связаны соотношением [60]

$$\left(\frac{P_{\rm c}}{P_{\rm n}}\right)_{\rm Bbix} = B_{\rm 9} \left(\frac{P_{\rm c}}{P_{\rm n}}\right)_{\rm Bx}.$$
(17)

Итак, при наличии станционной помехи на входе ЛЧМ-приёмника, согласно формуле (17), отношение сигнал/шум на его выходе повышается в  $B_{\mathfrak{d}}$  раз ( $B_{\mathfrak{d}} \gg 1$ ), что позволяет значительно снизить мощность передатчика ЛЧМ-ионозонда.

## 2. ОСНОВНЫЕ ТЕХНИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ЛЧМ-ИОНОЗОНДОВ. МИРОВАЯ СЕТЬ ИОНОЗОНДОВ

Высокая помехозащищённость ЛЧМ-ионозонда и его хорошая электромагнитная совместимость по сравнению с импульсным ионозондом предопределили широкое применение ЛЧМ-ионозондов в фундаментальных и прикладных исследованиях в области физики ионосферы и распространения радиоволн.

Ионозонды вертикального и слабонаклонного зондирования применяются для мониторинга ионосферы в месте расположения диагностического комплекса, а также для исследования физических процессов, протекающих в ионосфере при естественных и искусственных возмущениях (см., например, [70]). Ионозонды наклонного зондирования применяются для исследования ионосферы вдоль трассы распространения [101, 102], изучения закономерностей распространения радиоволн декаметрового диапазона в различных геофизических условиях [103–106], в системах частотного обеспечения адаптивных систем связи при оперативном выборе оптимальных рабочих частот (оптимального радиоканала) [51, 107]. ЛЧМ-ионозонды возвратно-наклонного зондирования применяются при исследованиях ионосферы [52, 54, 56] и состояния морской поверхности в общирных пространственных областях [53, 57], в системах частотного обеспечения КВ радиосвязи и загоризонтных КВ радаров (для оперативного выбора оптимальных радиоканалов) [39, 108]. Радиотехнические системы декаметрового диапазона, к которым относятся и ЛЧМ-ионозонды, рассмотрены в [109].

В силу различного назначения ионозонды для вертикального зондирования (ВЗ), наклонного зондирования (НЗ) и возвратно-наклонного зондирования (ВНЗ) ионосферы имеют отличающиеся технические характеристики, основные из которых приведены в табл. 1.

Проблема временной синхронизации в современных ЛЧМ-ионозондах решена с применением приёмников GPS (Global Positioning System) и стандартов опорной частоты, а когерентность ЛЧМ сигналов и высокая линейность закона модуляции реализована с использованием метода прямого цифрового синтеза (Direct Digital Synthesis, DDS) (см., например, [110]).

В последнее десятилетие в различных регионах земного шара с помощью локальных сетей ЛЧМ-ионозондов активно проводятся научные исследования в области физики ионосферы и распространения радиоволн. В Великобритании сотрудниками Резерфордовской лаборатории (Rutherford Appleton Laboratory) с использованием высококачественного ионозонда IRIS, разработанного научно-исследовательской группой DERA [47], проводятся исследования ионосферных

Основные характеристики	B3	HЗ	BH3
радиопередающего устройства (РПДУ)			
Диапазон частот излучаемого			
ЛЧМ сигнала, МГц	$2 \div 16$	$4 \div 30$	$4 \div 30$
Скорость изменения частоты			
ЛЧМ сигнала, к $\Gamma$ ц/с	50	$100\div1000$	$25 \div 100$
Мощность излучения, Вт	$2 \div 10$	$2 \div 100$	$10 \div 1000$
Уровень побочных дискретных			
составляющих, дБ	-50	-50	-45
Основные характеристики	B3	НЗ	BH3
радиоприёмного устройства (РПУ)			
Полоса пропускания РПУ, Гц	500	500	1000
Динамический диапазон, дБ	80	100	120
Инструментальное разрешение			

Таблица 1

 $10 \div 40$ 

 $5 \div 20$ 

эффектов при распространении КВ радиосигналов на слабонаклонных и односкачковых субполярных трассах [111]. Продолжаются исследования на малобазисном многоканальном ЛЧМинтерферометре в Юго-западном исследовательском институте (Сан Антонио, США) по измерению углов прихода в азимутальной и угломестной плоскостях, а также по измерению групповых задержек [112].

20

10

10

5

по задержке, мкс

Диапазон наблюдаемых задержек, мс

Сеть ЛЧМ-ионозондов типа IPS-71, выпускаемых австралийской фирмой «KEL Aerospace Pty, Ltd.» [43], развёрнутая на территории Австралии, включает 8 ионозондов для вертикальнонаклонного зондирования ионосферы. Австралийские ионозонды имеют скорость изменения частоты 500 кГц/с. Исследования особенностей низкоппиротной ионосферы азиатско-тихоокеанского региона [101] и изучение характеристик кругосветных сигналов [113] проводятся с использованием ЛЧМ-ионозондов, сконструированных в DSTO.

В России с 1988 года функционирует экспериментальная сеть ЛЧМ-ионозондов для наклонного зондирования ионосферы (рис. 6), оснащённая программно-аппаратными средствами, разработанными в МарГТУ, НИРФИ и ИСЗФ СО РАН [114, 115]. В настоящее время работают диагностические комплексы с передатчиками, расположенными в Хабаровске, Магадане, Иркутске, Йошкар-Оле и Норильске, и приёмниками — в Иркутске, Нижнем Новгороде, Ростове-на-Дону, Москве и Йошкар-Оле. Планируется в ближайшее время дополнить сеть передающим пунктом, расположенным вблизи Мурманска. Эксперименты на трассах российской сети ЛЧМ-ионозондов



Рис. 6. Российская сеть ЛЧМ ионозондов

проводятся в режимах регистрации ионограмм наклонного зондирования и определения доплеровского смещения частоты при наклонном зондировании ионосферы непрерывными ЛЧМ сиг-

налами [116]. В Иркутске созданный в ИСЗФ СО РАН ЛЧМ-ионозонд работает в режимах вертикального, наклонного и возвратно-наклонного зондирования ионосферы [117].

Для обеспечения надёжной КВ связью вооружённых сил стран НАТО развернута глобальная сеть ЛЧМ-ионозондов по земному шару [118, 119], основанная на системе AN/TRQ-35 (Tactical Frequency Sounding System) [120]. Основным элементом этой сети является ЛЧМ-ионозонд с радиоприёмным устройством (РПУ) типа RCS и радиопередающим устройством (РПДУ) типа TCS. Список передатчиков указанной сети включает 77 пунктов. Известно, что 16 передатчиков расположены в Северной Америке и Северной Атлантике; 28 — в Европе; 12 — в Азии (Австралии) и Атлантическом и Тихом океанах. Из 56 передатчиков 1 имеет мощность излучения 150 Вт (расположен в Турции), 12 — 100 Вт (из них 8 расположены в Европе и 4 — в Азии), а бо́лышая часть передатчиков (43) имеет мощность излучения 10 Вт. В основном ионозонды имеют скорость изменения частоты 100 кГц/с.

## 3. ИССЛЕДОВАНИЕ ДАЛЬНЕГО РАСПРОСТРАНЕНИЯ КОРОТКИХ РАДИОВОЛН С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ЛЧМ-ЗОНДА

Высокая помехозащищённость ЛЧМ-зонда позволила использовать маломощные сигналы для исследования дальнего и сверхдальнего распространения радиоволн. Известно, что для дальнего распространения коротких радиоволн характерно многообразие механизмов распространения — скачковый, волноводный, антиволноводный (луч Педерсена) механизмы и их комбинации. Волноводные моды, распространяясь в приподнятых над Землёй каналах, расположенных выше основных поглощающих слоёв D и E ионосферы, испытывают меньшее поглощение, чем при скачковом распространении, и могут распространяться на частотах, в 1,5÷2 раза превышающих МПЧ скачковых мод [121, 122].

При работе наземных средств основной проблемой волноводного распространения является захват радиоволн в ионосферный волновой канал (ИВК) и вывод их на поверхность Земли. Существует несколько механизмов возбуждения ИВК, различающихся по своей эффективности [123, 124].

Наиболее эффективным является рефракционный механизм захвата (вывода) радиоволн на областях с регулярными горизонтальными градиентами электронной концентрации, прежде всего на границах ночь—день и день—ночь, т. е. на трассах, пересекающих сумеречную зону. В условиях развитой неоднородной структуры ионосферной плазмы, например на трансполярных и экваториальных трассах, существенный вклад в возбуждение волноводных мод ионосферного канала может вносить рассеяние на интенсивных мелкомасштабных неоднородностях, а также комбинированный механизм возбуждения ИВК: рефракция на крупномасштабных структурах (например, рефракция на градиентах электронной концентрации в окрестности экваториальной аномалии, главного ионосферного провала, спорадическом слое  $E_s$ , перемещающихся ионосферных возмущениях и др.) в сочетании с рассеянием на мелкомасштабных неоднородностях.

В естественных условиях исследование волноводного распространения сталкивается со значительными трудностями, связанными с проблемой идентификации волноводных мод и неконтролируемым характером механизмов возбуждения ИВК. Целенаправленное изменение параметров ионосферной плазмы под действием мощного радиоизлучения, создание на высотах ИВК искусственных неоднородностей коренным образом меняет ситуацию и открывает перспективу управления дальним распространением коротковолнового излучения, используя механизм искусственного возбуждения ИВК.

Экспериментальные исследования волноводного распространения радиоволн, механизмов возбуждения ИВК за счёт рефракции на крупномасштабных структурах и рассеяния на мелкомасштабных ионосферных неоднородностях естественного и искусственного происхождения были проведены на базе российской сети ЛЧМ-ионозондов и австралийского КВ ЛЧМ-радара [125– 130].

Эксперимент с выводом радиоволн из волнового канала за счёт ракурсного рассеяния на искусственных мелкомасштабных неоднородностях проводился в марте 1991 г. на трассе Хабаровск—«Сура»—Темрюк. Наблюдения проводились с 22:00 до 06:00 MSK, когда для периода равноденствия на широтной трассе Хабаровск—«Сура» был наибольший отрицательный градиент электронной концентрации, обеспечивающий рефракционный захват радиоволн в ИВК. Искусственные неоднородности возбуждались с помощью нагревного стенда «Сура», который работал с эффективной мощностью  $PG \sim 100$  MBT и излучал вертикально вверх волны обыкновенной поляризации на частоте волны накачки  $(f_{\rm H})$  близкой к критической частоте слоя  $f_0F2$  ( $f_{\rm H} \leq f_0F2$ ). Воздействие на ионосферу осуществлялось циклами: 5 мин — нагрев, 5 мин — пауза.

Характерные примеры ионограмм, зарегистрированных в приёмном пункте Темрюк, показаны на рис. 7. Рис. 7*a* иллюстрирует случай, когда нагревный стенд не работал. При этом принимались только прямые сигналы на трассе Хабаровск—Темрюк. Во время работы мощного передатчика стенда «Сура» кроме прямых сигналов принимались дополнительные сигналы, отмеченные на рис. 76 и *в* индексом РМ (рассеянный мод). Их появление коррелировало с включением и выключением нагревного стенда. Малые времена развития и релаксации дополнительных сигналов (менее 1 мин) совершенно определённо указывают на их связь с возбуждением искусственных мелкомасштабных ориентированных вдоль магнитного поля неоднородностей, ответственных за ракурсное рассеяние радиоволн. Задержка дополнительного сигнала относительно прямого сигнала мода 2F2 совпадает с задержкой рассеянного мода (PM), ожидаемой для данной геометрии эксперимента. Рис. 76 иллюстрирует случай, когда рассеянный мод наблюдался на частотах ниже максимальной наблюдаемой частоты (МНЧ) регулярного мода 2F2, а рис. 76 — на частотах выше МНЧ мода 2F2, т. е. в данном случае РМ имеет волноводное происхождение.

Полученные данные позволили исследовать динамику поведения РМ. На рис. 8*a* показан временной ход МНЧ прямого сигнала мода 2*F*2, а вертикальными линиями — диапазон частот РМ на последней минуте воздействия мощного передатчика. На рис. 8*b* приведён временной ход градиента плазменной частоты вдоль трассы. Из рис. 8 видно, что примерно до 24:00 MSK, когда  $|\text{grad } f_0F2| < 10^{-2} \text{ M}\Gamma \text{I}/100 \text{ км}$ , рассеянный мод наблюдался на частотах, меньших, чем МНЧ мода 2*F*2. При обратном неравенстве рассеянный мод наблюдался в основном на частотах, бо́льших, чем МНЧ мода 2*F*2.

Моделирование распространения радиоволн на трассе Хабаровск—«Сура» показало, что условия ракурсного рассеяния радиоволн могут реализоваться как для скачковых, так и для волноводных мод. С ростом модуля отрицательного градиента электронной концентрации происходил эффективный рефракционный захват радиоволн в ИВК в достаточно широком диапазоне частот (2÷3 МГц) как выше, так и ниже МНЧ (см. рис. 86). Вывод захваченных радиоволн из канала осуществлялся за счёт ракурсного рассеяния на искусственных мелкомасштабных неоднородностях.

Наличие крупномасштабных неоднородностей в *F*-слое низкоширотной ионосферы, связанных с проявлением экваториальной аномалии в дневные часы (см., например, [131]) и возникновением «пузырей» [132], создаёт благоприятные условия для эффективной запитки ИВК и вывода захваченных радиоволн из канала на трансэкваториальных радиотрассах. В рамках международной программы PREASA (Pacific Region Equatorial Anomaly Studies in Asia) был проведён эксперимент по наклонному зондированию на трассе Алис Спрингс (Австралия)—Иркутск в марте 1996 г. [128]. Характерной особенностью ионограмм на этой трассе является существенное изменение модовой структуры регистрируемого сигнала как в течение суток, так и день ото дня



Рис. 7. Примеры ионограмм НЗ ионосферы на трассе Хабаровск—Темрюк во время паузы (*a*) и во время работы нагревного стенда «Сура» (*б*, *в*)



Рис. 8. Временны́е вариации: МНЧ мода 2F2(точки) и диапазона частот рассеянного мода (вертикальные линии) на трассе Хабаровск—Темрюк (*a*); градиента  $f_0F_2$ вдоль трассы Хабаровск—«Сура» ( $\delta$ ); разности  $\Delta f$  максимальных наблюдаемых частот рассеянного мода и мода 2F2( $\epsilon$ )

одних и тех же моментов времени. Численное моделирование с использованием коррекции эмпирической модели IRI по данным станций ВЗ и с учётом меридионального дрейфа выявило [129] возможности появления дополнительных аномальных модов распространения за счёт захвата радиоволн в ионосферные волноводные каналы, нижняя стенка которых образована слоями E или  $E_{\rm s}$ , на участке трассы вблизи экватора . Позднее [101] для данного региона были установлены эффекты дополнительного расслоения F-области вследствие меридионального дрейфа в дневные часы. Возникновение дополнительных слоёв в F-области также может привести к появлению на трансэкваториальных трассах сигналов с нестандартными задержками, связанными с распространением на части трассы в ионосферном волноводном канале.

Второй российско-австралийский эксперимент с регистрацией излучения передатчика загоризонтного радиолокатора приёмными пунктами в Иркутске, Йошкар-Оле и Нижнем Новгороде был осуществлён в августе 1998 г. [127, 130]. Во время эксперимента 22 августа произошло солнечное затмение в азиатском регионе, охватившее значительную часть радиотрассы Алис Спрингс—

Иркутск. Тень Луны пересекала трассу вблизи экватора приблизительно в 01 UT. Как известно [133], электронная концентрация в «гребнях» аномалии определяется состоянием ионосферы в районе магнитного экватора в большей степени, чем солнечной радиацией в области «гребней». В результате при уменьшении электронной концентрации в F- и E-слоях вблизи экватора более чем на 30% создались благоприятные условия для захвата пучка траекторий в ионосферный волноводный канал на начальном участке трассы и вывода энергии из ИВК на средних широтах северного полушария. Реальные ионограммы (рис. 9) на трассе Алис Спрингс—Иркутск для 00:53 UT 22 и 23 августа 1998 г. показывают, что вследствие солнечного затмения появляется дополнительный сигнал с задержкой, большей, чем запаздывание трёхскачкового мода распространения (отмечен значком × на рис. 9*а*).

На трассах Алис Спрингс—Йошкар-Ола, Алис Спрингс—Нижний Новгород в ночные (для приёмных пунктов) часы 21:38÷22:38 UT наблюдались волноводные моды на частотах, превышающих на 2÷3 МГц МНЧ скачкового мода минимальной кратности [126]. Идентификация модов осуществлялась путём сопоставления экспериментальных и расчётных ионограмм. Согласно расчётам [126] захват в ИВК осуществлялся в результате рефракции радиоволн на отрицательном градиенте электронной концентрации в окрестности экватора, а вывод из канала — за счёт рассеяния на ионосферных неоднородностях, расположенных на границе аврорального овала северного полушария [134].

Многолетние исследования экваториальной аномалии (см., например, [135, 136] и цитируемую там литературу) выявили, что она представляет собой динамичное образование, испытывающее суточные (ото дня ко дню), долготные и солнечно-циклические вариации. Аномальные регионы характеризуются наличием широкого спектра неоднородностей, оказывающих существенное влияние на распространение сигналов различных частотных диапазонов. Для КВ диапазона наиболее существенны крупномасштабные неоднородности, связанные с долготными вариациями электронной концентрации и асимметрией её распределения между полушариями, с утолщением и расслоением F-области вблизи экватора, а также с полуденной и предрассветной депрессией электронной концентрации на экваторе [101, 137–139]. Исследования особенностей экваториальной аномалии юго-восточного долготного сектора на основе ионосферной томографии выявили, что типичное развитие этого явления наблюдается только в 60% случаев [140, 141]. Отмечены многочисленные примеры развития «гребней» экваториальной аномалии в ночное время, асимметричность «гребней» относительно положения максимума и вытянутость их вдоль силовых линий магнитного поля Земли. Несовпадение географического и геомагнитного экваторов приводит к различным соотношениям между скоростями образования и переноса плазмы в разных долготных секторах. Поэтому детальные исследования приэкваториальной ионосферы в американском и индийском долготных секторах, проводимые на стационарных установках (ионозонды, радар НР в Джикамарке и т. д.), не могут полностью прояснить ситуацию в других долготных секторах. Регистрация характеристик кругосветных сигналов (КС) с использованием ЛЧМ-ионозондов открывает дополнительные возможности диагностики крупномасштабных структур низкоширотной ионосферы в регионах, слабо оснащённых диагностическими средствами [142–144].

Анализ экспериментальных данных для российской сети ЛЧМ-ионозондов в годы низкой и средней солнечной активности на основе численного моделирования амплитудно-частотных характеристик показал, что затухание сигналов на кругосветных трассах в значительной степени определяется состоянием низкоширотной ионосферы в зоне африканского континента и в азиатско-тихоокеанском долготном секторе [142, 144]. Для каждой трассы кругосветного распространения выделяется оптимальный временной интервал регистрации КС. В центре этого интервала трасса пересекает приэкваториальные широты в зоне африканского континента в утренние часы, когда явление экваториального «фонтана» ещё не развито. В тихоокеанском регионе трасса



Рис. 9. Ионограммы наклонного зондирования на трассе Алис Спрингс—Иркутск, полученные в 00:53 UT 22.08.98 (a) и 23.08.98 (б)

пересекает экваториальные широты в вечернее время, когда аналогичный эффект уже ослабевает. Относительно небольшие продольные градиенты критической частоты обуславливают распространение KB сигналов с минимальным числом отражений от ионосферы (13÷14) и малым поглощением [145]. Для начальных часов интервала регистрации KC характерно уменьшение критических частот на ночной части трассы (в африканском регионе) и резкое возрастание их в тихоокеанском регионе экваториальной аномалии. В конце интервала регистрации KC, наоборот, начинают возрастать критические частоты в области экваториальной аномалии в африканском долготном секторе и наблюдается их уменьшение вблизи передатчика. Поскольку МПЧ радиотрассы определяется областью ионосферы с минимальными значениями критической частоты F-слоя, а амплитуда сигнала — продольными градиентами  $f_0F2$ , то регистрация временно́го хода КС в широком диапазоне частот позволяет диагностировать как отличие ионосферы от модельной в ночной части трассы, так и степень развития экваториальной аномалии в указанных двух регионах.

Характерно, что интервалы регистрации КС российской сети ЛЧМ-ионозондов при средней и высокой солнечной активности становятся перекрывающимися. Как уже отмечалось выше, возрастание и убывание амплитуды сигнала (а следовательно, и границы интервалов регистрации кругосветных сигналов) тесно связаны с динамикой низкоширотной ионосферы вблизи пересечения соответствующей трассой магнитного экватора. Это позволяет в перспективе развить эффективную методику диагностики обширных областей низкоширотной ионосферы по данным синхронных наблюдений кругосветных сигналов. Расширение оптимальных интервалов распространения КС в ту или иную сторону может служить индикатором состояния низкоширотной ионосферы соответственно в одном из двух указанных выше регионов. Ввод в строй новых приёмных пунктов в Москве и Ростове-на-Дону делает сеть кругосветных радиотрасс в исследуемых регионах более плотной. Оптимальные интервалы регистрации кругосветных сигналов для трасс российской сети ЛЧМ-ионозондов частично перекрываются и занимают достаточно большой сплошной промежуток времени. Поэтому российская сеть ЛЧМ-ионозондов представляет собой уникальный комплекс для исследования динамики этого явления в двух обширных регионах, охватывающих по 7 часовых поясов и слабо оснащённых наземными средствами радиозондирования.

Детальные исследования характеристик кругосветных сигналов в условиях низкой солнечной активности были проведены с использованием системы частотного обеспечения загоризонтного КВ радиолокатора в Джиндалли (Австралия) [113]. Выявлены сезонные зависимости оптимальных интервалов регистрации, амплитуды КС и диапазонов частот прохождения кругосветных сигналов вдоль различных азимутов. Характерной особенностью полученных данных является существенное изменение указанных характеристик ото дня ко дню. Качественно полученные результаты подтверждают выводы об определяющей роли состояния низкоширотной ионосферы в прохождении КС для излучателей и приёмников, расположенных в средних широтах.

#### 4. ОПЕРАТИВНОЕ ПРОГНОЗИРОВАНИЕ РАСПРОСТРАНЕНИЯ КОРОТКИХ РАДИОВОЛН И ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ЛЧМ-ЗОНДА В АДАПТИВНОЙ СИСТЕМЕ КВ РАДИОСВЯЗИ

Для современного состояния теории и техники передачи сообщений характерно возрастание роли КВ радиоканалов и стремление решать задачи синтеза соответствующих радиосистем с учётом реальных условий их работы [146]. Улучшение характеристик КВ систем за счёт увеличения мощности передатчиков, совершенствования антенн, использования оптимальных методов формирования и обработки сигналов не приводит к значительному повышению эффективности КВ радиосвязи из-за чрезвычайной изменчивости среды распространения радиоволн [147].

Многочисленные эксперименты установили, что погрешность долгосрочного прогноза ионосферного канала составляет в среднем 20%, причём в переходные часы, когда параметры ионосферы меняются наиболее резко, погрешность возрастает до 50% и более. Причиной относительно больших погрешностей долгосрочного прогноза является изменчивость потока солнечного излучения ото дня ко дню и сложность реакции ионосферы на геомагнитные возмущения. Наряду с совершенствованием моделей ионосферы в плане учёта возмущений, значительное внимание уделяется методам прямой диагностики параметров радиоканала и оперативному прогнозу условий распространения радиоволн с использованием различных систем наклонного и возвратнонаклонного зондирования ионосферного радиоканала. Первые системы прямой диагностики, работающие в импульсном режиме, были разработаны и внедрены в практику за рубежом. К ним относятся системы «Pathfinder» [148], «Bureau of Ships» [149, 150], CHEC [151], CURTS [152–154]. Внедрение этих систем значительно повысило надёжность связи. В частности, эксплуатация системы CURTS показала, что надёжность связи возрастает до 90%, в 20 раз увеличивается количество корреспондентов по сравнению с системами связи, имеющими фиксированные рабочие частоты. В условиях всё возрастающей загрузки КВ диапазона требовалось значительное увеличение мощности излучения станций наклонного зондирования, что приводило к возрастанию их и без того значительных масс-габаритных характеристик и существенному ухудшению условий электромагнитной совместимости. С разработкой ЛЧМ-зонда появились новые системы прямой диагностики, которые позволяют использовать оборудование систем связи [155]. Испытания показали высокую эффективность подобных систем и их хорошую электромагнитную совместимость. В частности, отмечается, что данные системы позволяют эффективно управлять частотными ресурсами и уменьшают на два порядка появление кодовой ошибки [156]. Проведённые в России исследования с использованием аппаратуры импульсного и ЛЧМ-зондирования позволили отработать ряд методик оперативного прогнозирования условий распространения на трассах НЗ [157– 161, 68, 107.

ЛЧМ-зонд широко используется в адаптивных системах КВ радиосвязи для получения оценок ионосферного канала в реальном времени, формируя основу динамического управления частотами. Система оценивает качество канала для предварительно выбранного множества частот, использование которых разрешено для передачи данных. Благодаря своей адаптивности система

автоматически поддерживает качество KB радиосвязи в течение сеанса связи посредством изменения основных параметров передачи в соответствии с изменением текущего состояния ионосферы. Параметрами передачи являются мощность, частота, скорость передачи данных, тип кодирования и др. Данные ЛЧМ-зондирования могут быть использованы:

— для текущего обновления программ распределения ресурсов и прогнозирования условий распространения радиоволн;

— для обновления списка сканируемых частот в адаптивных системах KB связи;

— для адаптивного выбора альтернативных маршрутов передачи сигналов в ВЧ сетях.

Такой подход построения адаптивных систем КВ связи с использованием широкополосных средств ЛЧМ-зондирования очень важен для прогнозирования состояния канала во времени и экстраполяции информации о распространении на другие регионы, поскольку необходимая точность прогнозирования не может быть достигнута только из долгосрочного прогноза или на основе схем оценки отдельных каналов. Дело в том, что на трансполярных, трансэкваториальных, а также на среднеширотных трассах в период возмущений наблюдаются аномальные сигналы, связанные с нестандартным механизмом формирования поля КВ сигналов (это отклонение от дуги большого круга за счёт сильных градиентов электронной концентрации и рассеяния радиоволн на интенсивных неоднородностях, волноводное распространение, распространение во флуктуационном волноводе вблизи максимума слоя и их комбинации). Уровень таких сигналов может быть достаточно высок, и они оказывают существенное влияние на работу систем связи, загоризонтную КВ радиолокацию, радиопеленгацию, радионавигацию. Поэтому для обеспечения эффективной работы радиоэлектронных систем различного назначения необходимо осуществлять регулярный мониторинг ионосферы, особенно во время возмущений, для оперативного выбора оптимальных рабочих частот и адаптации систем связи к текущему состоянию ионосферы.

Основная задача аппаратуры частотного обеспечения (AЧO) в составе системы КВ радиосвязи — оперативный выбор и прогнозирование рабочих частот связи по результатам анализа условий ионосферного распространения радиоволн и помеховой обстановки для заданной радиолинии. В состав АЧО входит аппаратура зондирования, анализатор загруженности КВ радиоканала и пакет прикладных программ по выбору оптимальной рабочей частоты (OPЧ) для системы связи. Зондирование КВ канала осуществляется маломощным ЛЧМ-зондом, не создающим помехи действующей системе связи. В анализаторе загруженности КВ канала используется аппаратура приёмной части ЛЧМ-зонда. В этом режиме приёмник последовательно переключается с одной частоты на другую с шагом 3 кГц (или 6 кГц), проходя весь декаметровый диапазон.

Натурные испытания АЧО на базе ЛЧМ-зонда, входящего в состав системы КВ связи, проводились в октябре 1990 г. на среднепиротной трассе Алма-Ата—Москва протяжённостью 3000 км [162]. Для передачи/приёма ЛЧМ сигнала и информационного сообщения использовались одни и те же антенны, что исключало необходимость пересчёта энергетики связной и зондирующей радиолиний. Эксперимент осуществлялся чередующимися этапами. На этапе 1 передатчик системы связи излучал информационное сообщение на частоте, выбранной по данным долгосрочного прогноза (ДП). В этом случае ОРЧ выбиралась вблизи МПЧ (из имеющегося ресурса) по критерию минимального уровня шума в канале с полосой 3 кГц, т. е. по критерию, плохо учитывающему энергетику связного сигнала. Мощность сигнала информационного сообщения принимала два значения: 5 и 100 Вт. На этапе 2 осуществлялось наклонное ЛЧМ-зондирование ионосферы в полосе 6÷28 МГц и анализ загруженности канала связи помехами, на основе чего АЧО назначала ОРЧ связи из имеющегося ресурса. Поскольку длительность битовой посылки информационного сигнала превышала максимальные межмодовые задержки, была выбрана следующая стратегия выбора ОРЧ: определялись диапазоны частот с максимальным отношением сигнал/помеха при условии, что в области многомодового распространения амплитуда одной из мод превышала амплитуду другой моды (других мод) не менее чем на 10 дБ; определялись диапазоны частот однолучевого распространения с максимальным отношением сигнал/помеха;

для них из имеющегося ресурса выбирался канал полосой 5 кГц с минимальным уровнем шума. На этапе 3 передатчик системы связи излучал информационный сигнал мощностью 5 Вт на частоте, выбранной по оперативному прогнозу (ОП). Во всех случаях на приёмном конце канала определялся процент ошибок в информационном сообщении. Для сравнения эффективности работы связных радиолиний, выбранных на основе ДП и ОП, данные эксперимента были разбиты на две группы: дневные, вечерние часы (08:00-20:00 MSK) и ночные, утренние часы (20:00-08:00 MSK). На рис. 10 приведены гистограммы распределения разности рабочих частот связи, выбираемых по ДП и по ОП ( $\Delta f_{\pi}$  =  $= f_{\rm дп} - f_{\rm on}$ ). Как видно из рисунка, в дневные часы разность частот  $\Delta f > 0$ , т. е. частота, выбираемая по ДП, выше, чем выбранная на основе ОП. При этом при использовании ДП работа связной КВ радиолинии осуществлялась на частотах, близких к МНЧ, а при использовании ОП — на частотах с максимальным отношением сигнал/помеха, которые в большинстве случаев приходились на двухскачковый мод распространения. В ночные и утренние часы, когда существенно (на 10÷15 МГц) уменьшалась МНЧ и сужался диапазон прохождения КВ сигналов, распределение разности частот смещалось в сторону отрицательных значений, т. е. рабочая частота, выбираемая по ОП была выше, чем по ДП. Такой результат обусловлен необходимостью работы в данное время на максимально высокой частоте, где ниже уровень станционных помех.

Данные об эффективности приёма информационных сообщений, передаваемых по радиолиниям, выбранным на основе ДП и ОП, приведены на рис. 11. Согласно полученным данным безопибочный приём информационных сообщений с использованием ОП имел место в 84 % случаев в дневные часы и в 88 % случаев в ночные часы. В то же время работа радиолинии на основе дан-



Рис. 10. Гистограммы распределения разности частот связных сигналов  $\Delta f_{\pi} = f_{\pi\pi} - f_{on}$ , выбираемых по долгосрочному  $(f_{\pi\pi})$  и оперативному  $(f_{on})$  прогнозам для дневных (a) и ночных (b) часов

ных ДП обеспечивала безошибочный приём сообщений лишь в 54% случаев в дневные часы и в 46% случаев в ночные часы. Кроме того, в ночные и утренние часы при работе на основе ДП примерно в 25% случаев регистрировались значительные ошибки (19÷21%), связанные с тем, что в переходное время суток происходит перестройка ионосферы, плохо описываемая алгоритмом ДП.



Рис. 11. Гистограммы распределения процента ошибок тестовых сообщений, передаваемых по радиолиниям, выбранным на основе долгосрочного прогноза (тёмные столбцы) и оперативного прогноза (светлые столбцы), для дневных (*a*) и ночных (*б*) часов

С ростом мощности связного сигнала вероятность безошибочного приёма при использовании ДП увеличивалась пропорционально логарифму мощности. Зависимость надёжности связи от мощности позволила оценить необходимую мощность связного сигнала при работе системы с использованием ДП и на основе АЧО при условии равной надёжности. Оказалось, что работа связного передатчика мощностью около 600 Вт при выборе оптимальной рабочей частоты по ДП обеспечивала такую же надёжность связи, как при выборе ОРЧ с помощью АЧО в случае использования связного сигнала мощностью 5 Вт.

За рубежом, в первую очередь в США и странах НАТО, проводилось большое число экспериментов по использованию ЛЧМ-зондов в адаптивных системах КВ радиосвязи [44, 45, 163–167]. На рис. 12 показана геометрия трасс в экспериментах, проведённых в США и Западной Европе, с использованием ЛЧМ-зондов для диагностики ионосферного радиоканала. Исследования проводились на радиотрассах, пересекающих высокоширотные районы, зону полярных сияний, а также на среднеширотных радиолиниях. Мощности передатчиков составляли от 10 до 100 Вт. В ходе продолжительных экспериментов исследовалось также влияние возможных помех, обусловленных работой ЛЧМ-зондов, в ВЧ сети с централизованным управлением спектра. Важно отметить, что в течение всего периода эксплуатации ЛЧМ-зондов с 1993 по 1996 годы не было ни одной жалобы на помехи. Были получены и проанализированы данные для более чем сорока радиолиний. Исследования показали, что надёжность связи, приближающаяся к 100%, может быть достигнута при условии доступа к нескольким станциям, расположенным на большой территории, а также при условии, что на основании данных ЛЧМ-зондирования в реальном времени может быть выполнен динамический выбор частоты из набора частот, расположенных в достаточном числе полос, распределённых по диапазону. Как правило, для хорошего качества работы систем КВ связи достаточно восьми частот. Однако при наличии ионосферных возмущений могут потребоваться дополнительные частоты. Отмечается, что появление спорадического слоя  $E_{\rm s}$ в высокоширотной ионосфере может быть использовано для организации канала связи через этот слой в условиях сильных возмущений в *F*-области.

Магнитные бури могут оказывать существенное влияние на диапазон частот ионосферного



Рис. 12. Геометрия эксперимента по измерению надёжности КВ радиосвязи с использованием сети ЛЧМ-зондов для диагностики ионосферного канала [167]

КВ канала, что обусловлено значительными вариациями МНЧ. Важно отметить, что с изменением магнитной активности может измениться маршрутизация организации связи. Для получения

полномасштабной оценки и хорошего качества прогноза может потребоваться объединение сведений, полученных от большого числа ЛЧМ-зондов, а также геофизической информации. Рис. 13 иллюстрирует работу двух различных схем КВ связи [167]. Под неготовностью понимается отсутствие связи в ВЧ сети для указанных главных станций, каждая из которых включает четыре радиолинии. В эксперименте обе схемы управления частотными ресурсами имели доступ к 11 частотным полосам, и считалось, что связь осуществляется успешно, если измеренное отношение сигнал/помеха превышало заранее установленное значение. Из рисунка видны преимущества оценки канала в реальном времени с помощью ЛЧМ-зонда по сравнению с методом долгосрочного прогноза.



Рис. 13. Сравнительная оценка отсутствия КВ связи при работе по долгосрочному прогнозу и по реальным данным наклонного ЛЧМ-зондирования для различного широтного расположения центральных узлов систем связи

В тех случаях, когда линия связи и трасса зондирования не совпадают, целесообразно использовать методику прямой диагностики характеристик канала связи, предложенную в работах [168, 169] и основанную на использовании адиабатических соотношений характеристик диагностического сигнала и исследуемого радиоканала при изменениях параметров ионосферы. Данные соот-

ношения были выявлены при анализе результатов моделирования частотных зависимостей групповых характеристик сигналов в различных геофизических условиях. В частности, установлено, что при изменениях параметров ионосферы в пределах 20% слабо меняются:

— величина  $\eta$ , равная отношению группового пути  $P_{\rm m}$ , соответствующего задержке сигнала, принимаемого на максимальной применимой частоте (МПЧ)  $f_{\rm m}$ , к расстоянию  $D_{\rm m}$  до границы освещённой зоны;

— величина  $\chi$ , равная отношению максимальных применимых частот каких-либо мод для различных радиотрасс;

— отношение группового пути сигнала НЗ к длине радиотрассы на относительной сетке частот  $\beta=f/f_{\rm m}.$ 

Найденные адиабатические соотношения позволяют решить вопросы оперативной диагностики декаметрового радиоканала по текущим данным регистрации ионограмм возвратно-наклонного зондирования или ионограмм наклонного зондирования станций, расположение которых не совпадает с корреспондирующим пунктом по дальности или по азимуту трассы.

Когда в качестве диагностической характеристики используются данные наклонного зондирования, найденные адиабатические соотношения позволяют экстраполировать данные на трассу, не совпадающую с эталонной по протяжённости или по азимуту. В этом случае используется слабое изменение величины  $\chi$ , равной отношению МПЧ каких-либо мод для двух трасс. Значение  $\chi$  находится по результатам моделирования ионограмм НЗ для данных трасс. После этого для каждого момента времени МПЧ диагностируемой трассы определяется как произведение величины  $\chi$  на МПЧ эталонной трассы. Для проверки работоспособности данного алгоритма было проведено сопоставление результатов диагностики МПЧ на трассе Магадан—Иркутск по данным ЛЧМ-зондирования на трассе Хабаровск—Иркутск. Использование реальных данных HЗ на трассе, существенно отличающейся от диагностируемой, и разработанной методики позволяет значительно уменьшить погрешность расчёта МПЧ по сравнению с долгосрочным прогнозом.

Способность эффективно управлять параметрами радиосвязи в декаметровом диапазоне в значительной мере зависит от точности и оперативности определения оптимальных рабочих частот связи. Поэтому развитие методик оперативного прогноза характеристик КВ сигналов с использованием различных видов наземного зондирования ионосферы (ВЗ, НЗ и ВНЗ) остаётся актуальной до настоящего времени. Использование ЛЧМ-зонда с высокой степенью автоматизации обработки ионограмм позволило на качественно новом уровне делать оперативный прогноз характеристик ионосферного канала [170–173]. Под оперативным прогнозом подразумевается предсказание характеристик КВ сигналов с заблаговременностью от нескольких минут до 1 часа.

На фоне суточного хода МПЧ регистрируются короткопериодные вариации, обусловленные как мелкомасштабными неоднородностями, так и различными волновыми процессами, при этом знак изменения МПЧ может меняться от сеанса к сеансу даже в течение 15 мин. Поэтому целесообразно сгладить вариации, связанные как с мелкомасштабной неоднородной структурой ионосферы, так и с ошибками при определении МПЧ, и выделить наиболее значимые вариации МПЧ, период которых составляет 1 час и более. Были опробованы различные способы сглаживание полиномом третьей степени по семи точкам. Показано, что применение линейного сглаживания экспериментальных данных: линейное сглаживание по трём и пяти точкам и сглаживание полиномом третьей степени по семи точкам. Показано, что применение линейного сглаживания экспериментальных данных по трём точкам является более оптимальным для решения задач оперативного прогноза: с одной стороны, это позволяет уменьшить ошибки, обусловленные неточным определением МПЧ, особенно ночью из-за F-рассеяния, и учесть общую тенденцию изменения МПЧ во времени с сохранением наиболее значимых вариаций МПЧ, хотя, с другой стороны, априори вводится погрешность прогноза из-за неучёта мелкомасштабных неоднородностей [171].

Оперативный прогноз определялся путём линейной экстраполяции с применением модельных расчётов с интервалом заблаговременности 15 мин. Для этого использовались максимальные применимые частоты регулярных модов распространения радиосигналов, полученные в результате наклонного зондирования с интервалом 15 мин на трассе Магадан—Иркутск в различные сезоны 1999–2000 гг.

На рис. 14 в качестве иллюстрации приведены суточные вариации МПЧ и прогнозируемых МПЧ для двух магнитоспокойных дней: 23 марта 1995 г. и 14 сентября 1994 г. Видно, что в целом долгосрочный прогноз качественно верно описывает суточный ход МПЧ. Однако в отдельные часы экспериментальные значения отличались от рассчитанных по долгосрочному прогнозу более чем на 40 %. Предложенная схема прогноза даёт вполне удовлетворительные результаты, уменьшая среднеквадратичное отклонение с 25 % для долгосрочного прогноза до приблизительно 4 % при интервале заблаговременности 15 мин.

Анализ суточного хода относительных ошибок показал, что для магнитоспокойных дней выделяются временные интервалы, относящиеся к восходным и заходным часам, когда наблюдается максимальная ошибка прогноза, а для возмущённых условий эти интервалы не так чётко выражены. По-видимому, такой ход погрешности в вечернее время связан с генерацией волновых возмущений при прохождении терминатора через среднюю точку трассы. Подобные возмущения приводят к заметным градиентам ионизации и вариациям наблюдаемой МНЧ, не учитываемых в модели долгосрочного прогноза. Во время геомагнитных возмущений в ионосфере могут возникать дополнительные электрические поля, которые приводят к изменению динамического режима атмосферы и разрушению структур, наблюдаемых в спокойных геомагнитных условиях.

Интенсивное ионосферное возмущение было зарегистрировано 18–25 октября 1995 г. Магнитная буря началась после резкого изменения потока солнечного ветра и изменения знака межпланетного магнитного поля 18 октября в 11:21 UT и продолжалась около двух суток, хотя и в последующие дни магнитное поле было возмущённым. Минимальное значение индекса  $D_{\rm st}$  зарегистрировано вблизи 00 UT 19 октября, в это же время индекс  $K_{\rm p}$  достиг максимального значения, равного 8. На рис. 15 результаты расчёта МПЧ по методике ОП (сплошная линия) и ДП (пунктирная линия) сравниваются с измерениями МНЧ (крестики) для 18 и 19 октября 1995 г. Использование методики ОП и данных ЛЧМ-зондирования позволяет снизить среднеквадратичное отклонение ДП (19% для 18 октября и 48% для 19 октября) до 7,2% и 6,4% соответственно.

На трассах ЛЧМ-зондирования апробировались также методы экстраполяции параметров ионосферного КВ канала посредством адаптации модели ионосферы по результатам зондирования на контрольной трассе. Применение такого метода возможно в случае значимой пространственно-временной корреляции рассматриваемых параметров. Исследования проводились на трассах Хабаровск—Нижний Новгород, Хабаровск—Йошкар-Ола, Хабаровск—Киев, Душанбе— Иошкар-Ола, Душанбе—Киев. Пространственная корреляция МНЧ изучалась на двух парах среднеширотных трасс с различной ориентацией базы разнесения приёмных пунктов относительно пункта излучения. Для трасс Хабаровск-Йошкар-Ола, Хабаровск-Киев приёмные пункты разнесены вдоль трассы на 1400 км, а для трасс Душанбе-Йошкар-Ола, Душанбе-Киев — поперёк трассы. Исследования проводились в 1988–1990 гг. [170, 173]. Согласно экспериментальным данным коэффициент пространственной корреляции МНЧ мод 2F2, 3F2 и 4F2 для радиолиний, ориентированных вдоль базы разнесения приёмных пунктов, был высоким и составлял приблизительно 0,93÷0,98; при разнесении приёмных пунктов поперёк трассы коэффициент пространственной корреляции составлял около 0,8. Высокая пространственная корреляция позволила применить для экстраполяции МНЧ метод адаптации модели ионосферы по результатам НЗ на контрольных трассах. В экспериментах трассы Хабаровск-Йошкар-Ола и Душанбе-Йошкар-Ола считались контрольными (т. е. обеспеченными средствами диагностики), а трассы Хабаровск-









Киев и Душанбе—Киев — рабочими. Для последних МНЧ определялась с помощью экстраполяции путём адаптации модели ионосферы к данным НЗ, полученным на контрольной трассе. Адаптация заключалась в подборе входного параметра модели — числа солнечных пятен R, что позволяло «подогнать» расчётное значение МНЧ на контрольной трассе к экспериментальному на этой же трассе с некоторой погрешностью. Адаптированная таким образом модель использовалась в расчётах для определения МНЧ на рабочей трассе. Подбор нового значения R проводился в том случае, когда отклонение МНЧ превосходило заданную ошибку  $\sigma$ . В качестве эмпирической модели использовалась справочная модель ионосферы СМИ-88. Результаты исследований представлены на рис. 16 и 17. На рис. 16 приведены данные суточного хода МНЧ для контрольной трассы Душанбе-Йошкар-Ола (кружки) и рабочей трассы Душанбе-Киев (крестики). Сплошные линии отвечают прогнозируемым МНЧ (1) и результатам экстраполяции МНЧ с контрольной трассы на рабочую (2). Аналогичные данные приведены на рис. 17 с теми же обозначениями для трасс Хабаровск—Йошкар-Ола и Хабаровск—Киев. Анализ данных показал, что для радиолиний протяжённостью порядка 3000 км и спокойных ионосферных условий коррекцию модели можно проводить в среднем через 6 ч, а для трасс протяжённостью порядка 6000 км — через 3 ч. При этом ошибки экстраполяции МНЧ составляют 3÷5%, что существенно меньше ошибок ДП.

### 5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

ЛЧМ-ионозонд, созданный на современном техническом уровне с использованием последних достижений в микроэлектронике и компьютерной технике, имеет заметные преимущества перед



Рис. 16. Суточный ход МНЧ мода 1F2: • — контрольная трасса Душанбе—Йошкар-Ола (эксперимент), × — рабочая трасса Душанбе—Киев (эксперимент), 1 — скорректированный прогноз МНЧ по данным НЗ для трассы Душанбе— Йошкар-Ола, 2 — экстраполяция МНЧ с контрольной трассы на рабочую трассу



Рис. 17. Суточный ход МНЧ мода 3F2: • — контрольная трасса Хабаровск—Йошкар-Ола (эксперимент), × — рабочая трасса Хабаровск—Киев (эксперимент), 1 скорректированный прогноз МНЧ по данным НЗ для трассы Хабаровск— Йошкар-Ола, 2 — экстраполяция МНЧ с контрольной трассы на рабочую трассу

традиционным импульсным ионозондом. Он отличается высокой помехозащищённостью, высоким разрешением по времени группового запаздывания, имеет малые габариты, вес и энергопотребление. Благодаря малой мощности излучения (10÷100 Вт) и быстрому сканированию по частоте ЛЧМ-зонд имеет хорошую электромагнитную совместимость с радиоэлектронными системами различного назначения. Простота синхронизации работы ЛЧМ-зонда по сигналам GPS позволяет использовать разветвлённую сеть ЛЧМ-зондов, размещённых в различных регионах земного шара, для проведения координированных наблюдений как в режиме наклонного зондирования, так и в режиме бистатического КВ ЛЧМ-радара. Особенно перспективным представляется синхронная работа мировой сети ЛЧМ-ионозондов для мониторинга в планетарном масштабе эффектов космической погоды, обусловленных солнечной и магнитной активностью.

С помощью ЛЧМ-ионозонда получены обширные данные о состоянии естественной и искусственно возмущённой ионосферы, исследованы особенности формирования поля коротковолновых сигналов на среднеширотных, субавроральных, трансэкваториальных трассах различной протяжённости. Экспериментально показана высокая эффективность использования ЛЧМ-зонда в составе адаптивной системы КВ радиосвязи. Для реализации потенциальных возможностей использования ЛЧМ-зонда в решении фундаментальных и прикладных задач в области физики ионосферы и распространения радиоволн необходимо расширение российской сети ЛЧМ-зондов с размещением их, в первую очередь, в высокоширотных районах (Мурманск, Тикси), где наиболее ярко проявляются эффекты солнечно-земных связей в системе магнитосфера—ионосфера атмосфера. Кроме того, размещение ЛЧМ-зондов в районах, прилегающих к российскому сектору Арктики, позволит получать в реальном времени данные об условиях распространения радиоволн в регионе, сильно подверженном воздействию магнитно-ионосферных возмущений. Эти данные могут быть использованы для решения практических задач обеспечения эффективного функционирования систем КВ радиосвязи, загоризонтной КВ радиолокации, радионавигации и радиопеленгации.

Дальнейшее развитие аппаратно-программных средств ЛЧМ-комплекса предполагает включение в базу данных геофизической информации, получаемой со спутников в режиме реального времени и обмен результатами зондирования по сети Интернет. Таким образом, вполне определённо можно утверждать, что развитие сети ЛЧМ-зондов, усовершенствование программного обеспечения, их объединение в единую национальную и мировую сеть ЛЧМ-зондов позволит на новом технологическом уровне контролировать и прогнозировать эффекты космической погоды, играющие большую роль в жизнеобеспечении на Земле.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (гранты № 02–05–64383, 02–02–16318 и 00–05–72026) и программы поддержки ведущих научных школ Российской Федерации (грант № НШ-272.2003.5).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Варакин Л. Е. Теория сложных сигналов. М.: Сов. радио, 1970. 376 с.
- 2. Кук Ч., Бернфельд М. Радиолокационные сигналы. Теория и применение. М.: Сов. радио, 1971. 567 с.
- 3. Gnanaligam S., Weeks K. The Physics of the Ionosphere / Ed. by J. A. Ratcliffe. London: The Physical Society, 1955. P. 63.
- 4. Titheridge J. E. // J. Atm. Terr. Phys. 1962. V. 24. P. 269.
- Klauder J. R., Price A. C., Darlington S., Albersteim W. J. // Bell Syst. Tech. J. 1960. V. 39, No. 4. P. 745.
- Barry G. H., Fenwick R. B. Rept. SEL-64-130: Tech. Report No. 99 of Stanford Electronics Laboratories. Stanford, Calif., 1964.
- 7. Fenwick R. B., Barry G. H. // Electronics. 1965. V. 38. P. 66.
- 8. Barry G. H., Fenwick R. B. // Hewlett Packard J. 1965. V. 16, No. 11. P. 8.
- 9. Fenwick R. B., Barry G. H. // IEEE Trans. BC. 1966. V. 12. P. 25.
- 10. Epstein M.R. // Radio Sci. 1969. V.4. P.53.
- Fenwick R. B., Lomansney J. M. Rept. SEL-68-077: Tech. Report No. 144 of Stanford Electronics Laboratories. Stanford, Calif., 1968.
- 12. Croft T. A. // Rev. Geophys. Space Phys. 1972. V. 10, No. 1. P. 73.
- 13. Kotaki M., Georges T. M. // Dampacancuce kino. 1983. V. 29, No. 151. P. 89.
- 14. Sweeney L. E., Jr. // URSI Spring Meeting, Washington, DC, Apr. 1968.
- Sweney L. E. Rept. SEL-70-034: Tech. Report No. 155 of Stanford Electronics Laboratories. Stanford, Calif., 1970.
- Barnum J. R. The Effect of Polarization Rotation on the Amplitude of Ionospherically Propagated Sea Backscatter: Technical report No. 157 of Radioscience Laboratories. Stanford, Calif., 1970.
- 17. Barnum J.R. // Radio Sci. 1973. V.8, No. 5. P.411.
- Washburn T. W., Sweney L. E., Barnum J. R., Zavoli W. B. // AGARD Conf. Proc. N263, London, 28.05–01.06.1979. P. 32/1–32/17.
- 19. Croft T. A., Washburn T. W. // J. Geophys. Res. 1969. V. 74. P. 2443.
- Bubenik D. M., Fraser-Smith A. C., Sweeney L. E., Villard O. J. // J. Geophys. Res. 1971. V. 76, No. 4. P. 1088.
- The New VOS-1 Vertical/Oblique Sounder. Prospect «Barry Research» Palo Alto, Calif., USA. 1970.
- 22. Chirpsounder Receiver Systems: Prospect «Barry Research» Palo Alto, Calif., USA. 1972.
- 23. Ionospheric Chirpsounder Transmitter TCS-4: Prospect «Barry Research» Palo Alto, Calif., USA. 1973.

2003

- 24. HF Chirpsounder Receiver Model RCS-5: Prospect «BR Communications», USA. 1985.
- 25. HF Chirpsounder Transmitter Model TCS-5: Prospect «BR Communications», USA. 1990.
- 26. http://www.tcibr.com/chirpsounder.html.
- Призе И., Кейер Д. // Сб. тезисов докладов Первого Международного семинара по ионосферной информатике. М.: ИЗМИРАН, 1987. С. 31.
- 28. Rinnert K., Schlegel K., Kramm R. // Radio Sci. 1976. V. 11, No. 12. P. 1009.
- Иванов В. А. Исследование *D*-области ионосферы методом частичных отражений. Йошкар-Ола: Марийск. политехн. ин-т, 1985. 196 с. Деп. ВИНИТИ, № 3064–85.
- 30. Richter J. H. // Radio Sci. 1969. V. 4. P. 1261.
- 31. Richter J. H., Jensen D. R., Phares M. L. // Rev. Sci. Instrum. 1972. V. 43. P. 1623.
- 32. Noonkester V. R., Richter J. H. // Radio Sci. 1980. V. 15, No. 2. P. 337.
- 33. James P. K. // Radio Sci. 1980. V. 15, No. 2. P. 151.
- 34. Poole A. W. V., Evans G. P. // Radio Sci. 1985. V. 20, No. 6. P. 1617.
- 35. Poole A. W. V. // INAG 47, 1986. P. 4.
- 36. Salous S., Shearman E. D. R. // Radio Sci. 1986. V. 21, No. 3. P. 463.
- 37. Salous S. // IEE Proc. F. 1986. V. 133, No. 5. P. 456.
- 38. Basler R. P., Price G. H., Tsunoda R. T., Wong T. L. // Radio Sci. 1988. V. 23, No. 4. P. 569.
- 39. Earl G. F., Ward B. D. // Radio Sci. 1987. V. 22, No. 2. P. 275.
- Lynn K. J. W. // Proc. Session G6 at 24th General Assembly URSI. Boulder: WDC-A, 1995. P. 59.
- 41. Baker P. W., Clarke R. H., Massie A. D., Taylor D. // Radio Sci. 1997. V. 32, No. 5. P. 1813.
- 42. Lynn K. J. W. // INAG 62, 1998. P. 14.
- 43. http://www.kel.com.au/soundrs.html.
- Goodman J. M., Ballard J. W., Sharp E. D., Trung L. // Proc. Session G5 at 25th General Assembly URSI. Boulder: WDC-A, 1998. P. 64.
- 45. Bröms M., Lundborg B. // Annali di Geofisica. 1994. V. 47, No. 2. P. 145.
- 46. Lundborg B., Bröms M., Derblom H. // J. Atmos. Terr. Phys. 1995. V. 57, No. 1. P. 51.
- Arthur P. C., Lissimore M., Cannon P. S., Davies N. C. // IEE Conf. Publ. 1997. V. 441. 7th Int. Conf. on HF Radio Systems and Techniques. P. 135.
- 48. Arthur P. C., Cannon P. S. // Annali di Geofisica. 1994. V. 37, No. 2. P. 135.
- 49. Sherill W. M., Green T. C., Martin P. E. // Radio Sci. 1972. V. 7, No. 2. P. 251.
- Black Q. R., Wood J. F., Jr., Sonsteby A. G., Sherrill W. M. // Radio Sci. 1993. V. 28, No. 5. P. 795.
- 51. Millman G. H., Swanson R. W. // Radio Sci. 1985. V. 20, No. 3. P. 315.
- 52. Anderson S. J., Lees M. L. // Radio. Sci. 1988. V. 23. P. 265.
- 53. Georges T. M., Harlan J. A., Lematta R. A. // Nature. 1996. V. 379. P. 434.
- 54. Russell C. J., Dyson P. L., Houminer Z., et al. // Radio Sci. 1997. V. 32, No. 5. P. 1881.
- 55. Headrick J. M., Thomason J. F. // Radio Sci. 1998. V. 33, No. 4. P. 1045.
- 56. Dandekar B. S., Sales G. S., Weijers B., Reynolds D. // Radio Sci. 1998. V. 33, No. 4. P. 1135.
- 57. Georges T. M., Harlan J. A., Lee T. N., Leben R. R. // Radio Sci. 1998. V. 33, No. 4. P. 1 227.
- Беленов А. Ф., Зиничев В. А., Иванов В. А. и др. // Тез. докл. 8 Всесоюз. конф. по распространению радиоволн. Горький, 1981. Т. 1. С. 12.
- Кочемасов В. Н., Белов Л. А., Оконешников В. С. Формирование сигналов с линейной частотной модуляцией. М.: Радио и связь, 1983. 192 с.
- 60. Ерухимов Л. М., Иванов В. А., Митяков Н. А. и др. ЛЧМ-метод диагностики ионосферного канала КВ связи: ВИНИТИ № 9027–1386. 1986. 94 с.
- 61. Иванов В. А., Фролов В. А., Шумаев В. В. // Изв. вузов. Радиофизика. 1986. T. 29. C. 239.

- 62. Брынько И. Г., Галкин И. А., Грозов В. П. и др. Ионозонд с непрерывным линейно-частотномодулированным сигналом: Препринт № 13–86 СибИЗМИР СО РАН. Иркутск, 1986. 28 с.
- Иванов В. А., Фролов В. А., Шумаев В. В. ЛЧМ метод вертикального зондирования ионосферы. Йошкар-Ола: Марийск. политех. ин-т, 1984. 21 с. Деп. в ВИНИТИ 28.05.84, № 3824– 84.
- 64. Brynko I. G., Galkin I. A., Grosov V. P., et al. // Adv. Space Res. 1988. V. 8, No. 4. P. 121.
- 65. Ерухимов Л. М., Иванов В. А., Митяков И. А. и др. ЛЧМ-зонд и его применение в ионосферных исследованиях: Препринт № 258 НИРФИ. Горький, 1988. 42 с.
- Иванов В. А., Урядов В. П., Фролов В. А., Шумаев В. В. // Геомагнетизм и аэрономия. 1990. Т. 30, № 1. С. 107.
- 67. Брынько И.Г., Галкин И.А., Грозов В.П. и др. ЛЧМ-зонд и его потенциальные возможности: Препринт № 2–90 СибИЗМИР СО РАН. Иркутск, 1990. 14 с.
- 68. Алтынцева В. Н., Брынько И. Г., Галкин И. А. и др. // Исследования по геомагнетизму, аэрономии и физике Солнца. М.: Наука, 1990. Вып. 92. С. 106.
- 69. Иванов В.А., Малышев Ю.Б., Нога Ю.В. и др. // Радиотехника. 1991. № 4. С. 64.
- 70. Филипп Н. Д., Блаунштейн Н. Ш., Ерухимов Л. М. и др. Современные методы исследования динамических процессов в ионосфере. Кишинёв: Штиница, 1991. 288 с.
- Ерухимов Л. М., Иванов В. А., Митяков Н. А. и др. // Модификация ионосферы мощным радиоизлучением: Материалы междунар. симпоз., Суздаль, сент. 1986 г. М.: ИЗМИРАН, 1986. С. 77.
- Зиничев В. А., Иванов В. А., Фролов В. А., Шумаев В. В. // Изв. вузов. Радиофизика. 1986. Т. 29, № 5. С. 629.
- Ерухимов Л. М., Иванов В. А., Митяков Н. А. и др. // Изв. вузов. Радиофизика. 1987. Т. 30, № 3. С. 1055.
- 74. Иванов В. А. Особенности распространения коротковолновых ЛЧМ радиосигналов в регулярной ионосфере. Йошкар-Ола: Марийск. политехн. ин-т, 1985. 41 с. Деп. в ВИНИТИ, № 3064–85.
- 75. Lunborg B., Lungren M. // J. Atmos. Terr. Phys. 1992. V. 54, No. 3–4. P. 311.
- 76. Salous S. // J. Atmos. Terr. Phys. 1995. V. 56, No. 8. P. 979.
- Ильин Н. В., Куркин В. И., Носов В. Е. и др. // Исследования по геомагнетизму, аэрономии и физике Солнца. Новосибирск: Наука, 1995. Вып. 103. С. 149.
- Ilyin N. V., Khakhinov V. V., Kurkin V. I., et al. // Proc. Int. Symp. Antennas and Propagation, Chiba, Japan, 1996. V.3. P. 689.
- 79. Финк Л. М. Теория передачи дискретных сообщений. М.: Сов. радио, 1970. 727 с.
- 80. Свистунов В. М. Радиолокационные сигналы и их обработка. М.: Сов. радио, 1977. 448 с.
- 81. Вакман Д. Е. Сложные сигналы и принцип неопределённости в радиолокации. М.: Сов. Радио, 1965.
- Budden K.G. Radio Waves in the Ionosphere. Cambridge: Cambridge University Press, 1966. 542 p.
- 83. Гинзбург В. Л. Распространение волн в плазме. М.: Физматлит, 1967. 684 с.
- 84. Намазов С.А., Орлов Ю.И., Фёдоров Н.Н. // Радиотехника и электроника. 1984. Т. 29, вып. 6. С. 1009.
- 85. Анютин А. П., Орлов Ю. И. // Изв. вузов. Радиофизика. 1976. Т. 19, № 4. С. 495.
- 86. Терина Г.И. // Радиотехника и электроника. 1967. Т. 12, № 1. С. 124.
- Davydenko M.A., Ilyin N.V., Khakhinov V.V. // J. Atmos. Solar-Terr. Phys. 2002. V.64. P.1897.
- 88. Иванов В. А., Иванов Д. В., Колчев А. А. // Изв. вузов. Радиофизика. 2001. Т. 44, № 3. С. 241.

- Иванов В. А., Иванов Д. В., Колчев А. А. // Радиотехника и электроника. 2003. Т. 48, № 6. С. 1.
- 90. Иванов В.А., Колчев А.А., Морозов А.К. и др. Влияние искажений в ионосферном КВ канале на оптимальную обработку широкополосных сигналов: Препринт № 64/1 МарГТУ. Йошкар-Ола, 1993. 52 с.
- Иванов В. А., Колчев А. А., Рябова Н. В. и др. Диагностики ионосферы с помощью ЛЧМ ионозонда. Состояние и перспективы исследований: Препринт № 64/3 МарГТУ. Йошкар-Ола, 1995. 74 с.
- 92. Михайлов С. Я. // Изв. вузов. Радиофизика. 2001. Т. 44, № 8. С. 641.
- 93. Lynch J. T., Fenwick R. B., Villard O. G. // Radio Sci. 1986. V. 7, No. 10. P. 925.
- 94. Барабашов Б. Г., Вертоградов Г. Г. // Изв. вузов. Северо-Кавказский регион. Естественные науки. 1994. № 3. С. 39.
- 95. Барабашов Б. Г., Вертоградов Г. Г. // Изв. вузов. Северо-Кавказский регион. Естественные науки. 1995. № 4. С. 25.
- 96. Salous S. // Radio Sci. 1989. V. 24, No. 4. P. 585.
- 97. Афанасьев Н. Т., Грозов В. П., Носов В. Е., Тинин М. В. // Изв. вузов. Радиофизика. 2000. Т. 43, № 11. С. 942.
- 98. Afanasiev N. T., Grozov V. P., Nosov V. E., Tinin M. V. // J. Atmos. Solar-Terr. Phys. 2001. V. 63. P. 11.
- 99. Иванов Д. В. // Труды 5 сессии молодых ученых «Гелио и геофизические исследования», Иркутск. 2002. С. 53.
- 100. Barry H.G. // IEEE Trans. Geosci. Electronics. 1971. V.9. P.86.
- 101. Lynn K. J. W., Harris T. J., Sjarifudin M. // J. Geophys. Res. A. 2000. V. 105, No. 12. P. 27147.
- 102. Erukhimov L. M., Uryadov V. P., Cherkashin Yu. N., et al. // Waves in Random Media. 1997. V. 7. P. 531.
- 103. Ivanov V. A., Ryabova N. V., Shumaev V. V., et al. // J. Atmos. Solar-Terr. Phys. 1998. V. 60, No. 11. P. 1013.
- 104. Урядов В.П., Понятов А.А., Розанов С.В. и др. // Изв. вузов. Радиофизика. 2001. Т. 44, № 3. С. 255.
- 105. Урядов В. П., Понятов А. А., Розанов С. В. и др. // Изв. вузов. Радиофизика. 2002. Т. 45, № 10. С. 828.
- 106. Урядов В. П., Розанов С. В., Куркин В. И. и др. // Солнечно-земная физика. 2002. Вып. 2 (115). С. 251.
- 107. Богута Н. М., Иванов В. А., Нога Ю. В. и др. // Радиотехника. 1993. № 4. С. 77.
- 108. Anderson S. J., Abramovich Y. I. // Radio Sci. 1998. V. 33, No. 4. P. 1055.
- 109. Иванов В. А., Рябова Н. В., Шумаев В. В. Основы радиотехнических систем ДКМ диапазона. Йошкар-Ола: МарГТУ, 1998. 204 с.
- 110. http://www.rdatravel.ru/gps/gps.html.
- $111. \ http://www-nrpp.rcru.rl.uk/RA\_site/project 42/final report/default.htm.$
- 112. Black Q. R., Wood J. F., Jr., Sonsteby A. G., Sherrill W. M. // Radio Sci. 1995. V. 30, No. 3. P. 693.
- 113. Tyler M. A. Round-the-World High Frequency Propagation: A Synoptic Study: DSTO Research Report. Commonwealth of Australia, 1995. 46 p.
- 114. Ivanov V. A., Shumaev V. V., Uryadov V. P., et al. // Abstracts 26th General Assembly URSI, Toronto, Canada, Aug. 13–21, 1999. P. 432.
- 115. Иванов В. А., Шумаев В. В., Урядов В. П. и др. // Тез. докл. 19 Всерос. науч. конф. по распространению радиоволн, Казань, 22–25 июня 1999. С. 335.

- 116. Батухтин В. И., Иванов В. А., Колчев А. А., Розанов С. В. // Изв. вузов. Радиофизика. 2000. Т. 43, № 12. С. 1 044.
- 117. Брынько И. Г., Грозов В. П., Куркин В. И. и др. // Дифракция и распространение электромагнитных и акустических волн: Межвед. сб. научных трудов МФТИ. М., 1992. С. 97.
- 118. http://aintel.bi.ehu.es/chirpsdata/chirps.html.
- 119. http://www.pacificsites.com/~brooke/Images/PC0993F4.jpg.
- 120. Picket J. A. // IEEE Milit. Commun. Conference, Boston, 1985. P. 51.
- 121. Краснушкин П. Е. Метод нормальных волн применительно к проблеме дальней радиосвязи. М.: МГУ, 1947.
- 122. Гуревич А. В., Цедилина Е. Е. Сверхдальнее распространение коротких радиоволн. М.: Наука, 1979. 248 с.
- 123. Кравцов Ю. А., Тинин М. В., Черкашин Ю. Н. // Геомагнетизм и аэрономия. 1979. Т. 19, № 5. С. 769.
- 124. Гуревич А.В., Ерухимов Л.М., Ким В.Ю. и др. // Изв. вузов. Радиофизика. 1975. Т. 18, № 9. С. 1 305.
- 125. Uryadov V. P., Ryabova N. V., Ivanov V. A., Shumaev V. V. // J. Atm. Terr. Phys. 1995. V. 57. P. 1 263.
- 126. Понятов А. А., Урядов В. П., Батухтин В. И. и др. // Изв. вузов. Радиофизика. 1999. Т. 42, № 12. С. 1 136.
- 127. Uryadov V. P., Ponyatov A. A., Anderson S. J., et al. // Millenium Conf. on Antennas and Propagation, Davos, Switzerland, 9–14 April 2000. P. 27.
- 128. Earl G. F., Kurkin V. I., Nosov V. E., et al. // Proc. 1997 Int. Symp. Radio Propagation, Qingdao, China, 12–16 August 1997. P. 298.
- 129. Котович Г. В., Куркин В. И., Пономарчук С. Н. // Исследования по геомагнетизму, аэрономии и физике Солнца. 1998. Вып. 109, ч. 1. С. 151.
- 130. Kurkin V. I., Nosov V. E., Uryadov V. P., et al. // Abstracts 26th General Assembly URSI, Toronto, Ontario, Canada, August 13–21, 1999. P. 447.
- 131. Walker G. O., Ma J. H. K., Golton E. // Ann. Geophis. 1994. V. 12. P. 195.
- 132. Cromley G. // Review of Radio Science 1993–1996 / Ed. by W. R. Stone. Oxford University Press, 1996. P. 619.
- 133. Cheng K., Huang Y. N., Chen S. W. // J. Geophys. Res. A. 1992. V. 97, No. 1. P. 103.
- 134. Tsunoda R. T. // Rev. Geophys. 1988. V. 36. P. 719.
- 135. Moffett R. J. // Fundamentals of Cosmic Phys. 1979. V. 4. P. 313.
- 136. Физика и структура экваториальной ионосферы: Сб. статей / Под ред. М. Н. Фаткуллина. М.: Наука, 1981. 176 с.
- 137. Васильев К. Н., Коломийцев О. П., Прутенский И. С. // Геомагнетизм и аэрономия. 1979. Т. 19, № 2. С. 227.
- 138. Balan N., Bailey G. J. // J. Geophys. Res. A. 1995. V. 100, No. 21. P. 421.
- 139. Walker G. O. // J. Atmos. Terr. Phys. 1981. V. 43, No. 8. P. 763.
- 140. Andreeva E. S., Franke S. J., Yeh K. C., Kunitsyn V. E. // Geophys. Res. Lett. 2000. V. 27, No. 16. P. 2465.
- 141. Franke S. J., Yeh K. C., Andreeva E. S., Kunitsyn V. E. // Geophys. Res. Lett. 2001. V. 28, No. 24. P. 4517.
- 142. Куркин В. И., Пономарчук С. Н., Потехин А. П., Чистякова Л. В. // Исследования по геомагнетизму, аэрономии и физике Солнца. Иркутск: Наука, 1998. Вып. 109 (1). С. 157.
- 143. Иванов В. А., Шумаев В. В., Батухтин В. И. и др. // Исследования по геомагнетизму, аэрономии и физике Солнца. Иркутск: Наука, 1998. Вып. 109 (1). С. 161.

- 144. Куркин В. И., Носов В. Е., Матюшонок С. М. и др. // Изв. вузов. Радиофизика. 2000. Т. 43, № 10. С. 843.
- 145. Fenwick R. B. Round-the-World High Frequency Propagation: Tech. Rep. 71 of Stanford Electron. Lab., Stanford Univ. Stanford, California, USA, 1963. 106 p.
- 146. Cannon P. S., Angling M. J., Lundborg B. // The Rewiew of Radio Science 1999–2002. / Ed. by W. R. Stone. IEEE Press, 2002. P. 597.
- 147. Гудмен Д. М., Ааронс Ж. // ТИИЭР. 1990. Т. 78, № 3. С. 59.
- 148. Baker R. D. // Wescon Technical Papers. 1964. No. 31/2. P. 21.
- 149. Smith D. A. // Bureau of Ships J. 1964. V. 13, No. 10. P. 220.
- 150. Smith D. A. // Bureau of Ships J. 1965. V. 14, No. 1. P. 21.
- 151. Stevens E. E. The CHEC Sounding System Ionospheric Radio Communication / Ed. by K. Folkestad. Plenum Press, 1968. P. 127.
- 152. Dayharsh T. U. // Proc. Nat. Electronics Conf., Chicago, 1968. V. 24. P. 423.
- 153. Daly R. F. // Proc. Nat. Electron. Conf., Chicago, 1968. V. 24. P. 410.
- Probst S. E. Advances in HF Communications and the CURTS Concept. NEREM Record. Newton, Mass., 1967. V.9. P. 128.
- 155. Fenwick R. B. Oblique Chirpsounders: HF Communications Test Set: Technical Note 2 of «Barry Research Corp.», USA. 1973.
- 156. Результаты испытаний системы «Trohy Dash 3»: Технический отчёт. США, 1976. 80 с.
- 157. Труды ИЗМИРАН. 1961. Вып. 19 (29). 151 с.
- 158. Двинских Н.И. Исследования по геомагнетизму, аэрономии и физике Солнца. М.: Наука, 1970. Вып. 13. С. 13.
- 159. Благовещенский Д. В., Жеребцов Г. А. Высокоширотные геофизические явления и прогнозирование коротковолновых радиоканалов. М.: Наука, 1987. 272 с.
- 160. Лукашкин В. М., Смирнов В. Б., Болотинская Б. Д., Руга Г. Н. // Практические аспекты изучения ионосферы и ионосферного распространения радиоволн. М.: ИЗМИРАН, 1982. С. 36.
- 161. Алебастров В. А., Кубов В. И., Куракин В. С., Наумов А. Ф. // Техника средств связи. СС. М.: Изд-во «Экос», 1988. Вып. 3. С. 21.
- 162. Иванов В. А., Рябова Н. В., Урядов В. П., Шумаев В. В. // Электросвязь. 1995. № 11. С. 32.
- 163. Reilly M. H., Yamamura E. K. // Proc. IEEE Milcom. Conf., Los Angeles, 1984. P. 100.
- 164. Goodman J. M., Daehler M. // 5th Int. Conf. on HF Radio Systems and Techniques, London, 1988. P. 76.
- 165. Goodman J. M. HF Communication, Sciences and Technology. New York, 1992.
- 166. Goodman J., Ballard J., Sharp E., et al. // Proc. of the Nordic HF-95 Conference, Sweden. P. 58.
- 167. Goodman J., Ballard J., Sharp E. // Ionospheric Effects Symposium 4A-1-1-4A-1-8, Alexandria, Virginia, 1996. P. 30.
- 168. Kurkin V. I., Nosov V. E., Ponomarchuk S. N., et al. // Proc. ISAP'92, Sapporo, 1992. P. 1189.
- 169. Куркин В. И., Носов В. Е., Пономарчук С. Н. и др. // Исследования по геомагнетизму. аэрономии и физике Солнца. Новосибирск: Наука, 1993. Вып. 100. С. 168.
- 170. Иванов В. А., Рябова Н. В., Урядов В. П., Шумаев В. В. // Радиотехника. 1997. № 7. С. 28.
- 171. Куркин В. И., Полех Н. М., Чистякова Л. В. // Исследования по геомагнетизму, аэрономии и физике Солнца. Новосибирск: Наука, 1997. Вып. 105. С. 168.
- 172. Zherebtsov G. A., Kurkin V. I., Nosov V. E., et al. // Proc. Session G5 at 25th General Assembly URSI, Lille, France, 1996. Boulder: WDC-A, 1998. P. 71.
- 173. Ivanov V. A., Ryabova N. V., Uryadov V. P., Shumaev V. V. // Radio Sci. 1997. V. 32, No. 3. P. 983.

 <sup>1</sup> Марийский государственный технический университет, г. Йошкар-Ола;
 <sup>2</sup> Институт солнечно-земной физики СО РАН, г. Иркутск;
 <sup>3</sup> Научно-исследовательский радиофизический институт, г. Нижний Новгород, Россия

## CHIRP IONOSONDE AND ITS APPLICATION IN THE IONOSPHERIC RESEARCH

V. A. Ivanov, V. I. Kurkin, V. E. Nosov, V. P. Uryadov, and V. V. Shumaev

We present a review of materials on the chirp ionosonde and its application in the ionospheric research. The principle of operation of an ionosonde radiating a continuous signal with linear frequency modulation is described. The chirp-ionosonde resolution and gain in the signal-to-noise ratio are estimated. Examples of applying the chirp ionosonde to problems of ionospheric HF-wave propagation are considered. Prospects for the ionospheric research on the basis of a network of oblique chirp-sounding paths are discussed.

УДК 551.508.8

# О КОРРЕЛЯЦИИ ВАРИАЦИЙ ЧИСЛА НЕЙТРОНОВ И ИНТЕНСИВНОСТЕЙ ЛИНИЙ ОЗОНА В АТМОСФЕРЕ

А. Г. Кисляков, Е. И. Шкелёв, И. П. Ястребов, Д. В. Савельев

Данные о радиоизлучении атмосферы в двух линиях озона, полученные в Нижегородском госуниверситете им. Н. И. Лобачевского в 1996–2001 гг., сопоставляются с соответствующими результатами измерений числа нейтронов в атмосфере, выполненными в г. Троицк Московской области на мониторе NM-64 ИЗМИРАН. Наблюдались линии с резонансными частотами 96 228 и 101 736 МГц. Показано, что вариации как оптических толщин этих линий, так и их отношения коррелированы с изменениями числа нейтронов. Максимальные наблюдавшиеся коэффициенты корреляции для декрементов оптических толщин линий составляют 0,5÷0,6, что примерно в 1,5 раза выше максимального коэффициента корреляции для их отношения. Исследована зависимость коэффициентов корреляции от временно́го сдвига между рядами данных об интенсивности линий озона и числе нейтронов в атмосфере. Показано, что корреляция этих рядов почти полностью нарушается при сдвиге порядка 200 ч. Обсуждаются характерные особенности данных о числе нейтронов в атмосфере и возможность солнечного происхождения нейтронов.

#### введение

В последнее время уделяется повышенное внимание к состоянию озонового слоя Земли. Это связано с возможным влиянием различных антропогенных факторов на озоносферу, а также с её значимостью для биосферы Земли. Состояние озоносферы зависит и от многих естественных процессов, в частности от солнечной активности. Отмечено, например, влияние солнечных протонных потоков, возникающих во время вспышек, на содержание озона в верхней области озоносферы; это влияние резко выражено в приполярных районах. Наиболее эффективным методом исследования влияния солнечных факторов на атмосферный озон является микроволновый мониторинг, поскольку он даёт возможность непрерывно контролировать содержание озона на высотах до 50÷70 км над уровнем моря.

Корреляцию солнечной активности и содержания атмосферного  $O_3$  можно рассматривать как новый вид солнечно-земных связей. Кроме того, влияние солнечных факторов может привести к ошибкам в определении содержания озона на луче зрения по тепловому радиоизлучению, поскольку такие задачи решаются обычно в предположении равновесного распределения молекул  $O_3$  по энергетическим уровням. Естественно ожидать, что возмущения озонового слоя вследствие повышения интенсивности излучения (в первую очередь, ультрафиолетового) и возросшими корпускулярными потоками во время солнечных вспышек приведут на какое-то время к отклонениям указанного распределения от равновесного, особенно существенным в верхней озоносфере.

В связи со сказанным выше, в Нижегородском госуниверситете им. Н. И. Лобачевского с 1994 г. выполняется программа исследования влияния солнечных факторов на состояние атмосферного озона. Разработан спектрорадиометр диапазона частот 90÷110 ГГц [1], предназначенный для практически одновременных наблюдений нескольких (по крайней мере, двух) линий атмосферного радиоизлучения. Получены ряды данных об интенсивностях линий озона в переходах J = $= 2_{1,1} \rightarrow 2_{0,2}$  и  $J = 4_{1,3} \rightarrow 4_{0,4}$  (резонансные частоты  $\nu_{01} = 96\,228$  и  $\nu_{02} = 101\,736$  МГц; интенсивности линий далее  $I_1$  и  $I_2$  соответственно) в 1996–1997 гг. [2] и 1998–2000 гг. [3]. Сопоставление

А. Г. Кисляков и др.


Рис. 1. Блок-схема спектрорадиометра: <br/>ТГ — тактовый генератор,  $f_{\rm r}/N$  — частота модуляции,  $R_{
m s}$  — эталонная нагрузка

отношения интенсивностей линий  $I_2/I_1$  с числами Вольфа (для данных, полученных в 1996– 1997 гг.) не дало положительных результатов [4], тогда как анализ тех же рядов данных в сравнении с данными о числе нейтронов в атмосфере (возможно, солнечного происхождения) позволил установить слабую положительную корреляцию [3]. В дальнейшем, с привлечением более поздних данных наблюдений O<sub>3</sub>, этот результат был подтверждён [5], и было показано, что коэффициент корреляции вариаций потока нейтронов и отношения  $I_2/I_1$  достигает максимальных значений 0,25 и 0,4 при различных временах усреднения (24 и 1 ч соответственно).

В настоящей работе представлены результаты корреляционного анализа не только отношения  $I_2/I_1$ , но и самих интенсивностей  $I_1$  и  $I_2$  в сопоставлении с данными о числе нейтронов в атмосфере. Как оказалось, коэффициенты корреляции величин  $I_1$  и  $I_2$  с вариациями числа нейтронов существенно выше, чем для отношения  $I_2/I_1$ . Эти коэффициенты корреляции исследуются в зависимости от временно́го сдвига между рядами данных об интенсивности линий озона и числе нейтронов в атмосфере. Кроме того, данные по озону дополнены результатами наблюдений, выполненных в 2001 г.

#### 1. АППАРАТУРА И МЕТОД ИЗМЕРЕНИЙ

В наблюдениях использовался многоканальный радиометр модуляционного типа (спектрорадиометр), описанный в [1] и существенно модернизированный (например, чувствительность его за период 1994–1998 гг. улучшена на порядок). Структура радиометра представлена на рис. 1. К основным компонентам относятся: антенна А, коммутатор К, два преобразователя частоты с локальными гетеродинами  $\Gamma_1$  и  $\Gamma_2$ , перестраиваемыми в диапазонах 90÷110 ГГц и 1÷2 ГГц соответственно, усилители промежуточной частоты: УПЧ<sub>1</sub> диапазона 1÷2 ГГц и УПЧ<sub>2</sub> диапазона 30÷60 МГц, селектор зеркального канала Ф с полосой пропускания частот около 30 МГц и диапазоном перестройки от 1 до 2 ГГц, а также каналы параллельного фильтрового анализа  $\Phi_1, \Phi_2, \ldots, \Phi_K$  (K = 30), перекрывающие диапазон частот 30÷60 МГц (шаг отстройки 1 МГц, полоса пропускания каждого фильтра П $\approx 2÷3$  МГц). С целью получения большей разрешающей способности по частоте (порядка 500 кГц вместо 2 МГц) при измерении вершин теллурических спектральных линий был добавлен блок цифрового анализа, включающий полосовой усилитель ПУ, аналого-цифровой преобразователь АЦП и блок цифровой обработки БЦО. Результаты испытаний этой системы подробно описаны в [6].

Гетеродин  $\Gamma_1$  стабилизирован по частоте двумя кольцами фазовой автоподстройки и одним каскадом частотной автоподстройки. Долговременная относительная стабильность частоты гете-



Рис. 2. Низкочастотное (а) и высокочастотное (б) крылья линии озона

родина составляет порядка 10<sup>-7</sup>. Чувствительность спектрорадиометра по антенной температуре при наблюдениях в 2001 г. поддерживалась приблизительно на уровне 0,1 К в полосе частот порядка 3 МГц и времени накопления около 1 с. Управление режимом работы спектрорадиометра, сбор и обработка данных наблюдений полностью автоматизированы.

Спектры оптической толщины в атмосферных линиях измерялись методом «разрезов» (см., например, [2]). С целью уменьшения влияния флуктуаций нерезонансной составляющей оптической толщины атмосферы на результаты измерений производилась нормировка температуры антенны, измеренной в каналах фильтров, по температуре антенны, зарегистрированной в «широком» канале <sup>1</sup> 1÷2 ГГц (вклад резонансного излучения O<sub>3</sub> в широком канале пренебрежимо мал по сравнению с нерезонансным излучением в крыльях линий O<sub>2</sub> и H<sub>2</sub>O). Соответствующие формулы для спектра оптической толщины в линии озона  $\tau_{o3}(\nu)$ , измеренной таким способом, можно найти в [2].

Типичный пример спектра O<sub>3</sub>, измеренного 06.12.2001, показан на рис. 2 (наблюдалась линия в переходе  $J = 4_{1,3} \rightarrow 4_{0,4}$ ). Точки вблизи резонансной частоты представляют значения оптической толщины  $\tau_{03}(\nu)$ , измеренной методом параллельного анализа с помощью банка из 30 фильтров. Крылья линии (оптическая толщина при отстройке от центра линии более чем на 30 МГц) измерены с помощью перестраиваемого фильтра Ф. На рис. 2 отложены не абсолютные значения оптической толщины, а их приращения по отношению к средней по широкому каналу оптической толщине атмосферы  $\tau_{cp}$  (это следствие упомянутой выше нормировки температур антенны по широкому каналу). Поскольку величина  $\tau_{cp}$  изменяется как в процессе регистрации линии, так и от цикла наблюдений к циклу, то могут быть отличия как в пиковых значениях оптической толщины, так и в крыльях линии. Кривая на рис. 26 заходит в область отрицательных значений оптической толщины, т. к. в период измерения крыла линии (т. е. при  $|\nu - \nu_0| > 30$  МГц) величина  $\tau_{cp} > \tau_{03}(\nu) + \tau_{\rm H}(\nu)$ , где  $\tau_{\rm H}(\nu)$  — нерезонансная оптическая толщина атмосферы на частоте фильтра Ф. Описанный эффект отчасти объясняется и тем, что в спектрорадиометре отсутствует фильтрация зеркального канала в цепи перед первым преобразователем частоты (подробнее см. в [7]).

В связи со сказанным выше, в качестве меры интенсивности линии используется «декремент» оптической толщины линии озона при отстройке частоты от её резонансного значения на 27 МГц, измеряемый методом параллельного анализа и в меньшей степени подверженный влиянию флук-

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Фактически, атмосферный континуум регистрируется одновременно в двух таких каналах, разнесённых на удвоенную промежуточную частоту.

туаций нерезонансного атмосферного излучения. Этот параметр был апробирован при статистическом анализе рядов данных по двум линиям озона в работе [2].

# 2. ИНТЕНСИВНОСТИ ЛИНИЙ О3 В СРАВНЕНИИ С ЧИСЛОМ НЕЙТРОНОВ

За период систематических наблюдений (с 1996 года) нескольких спектральных линий озона и одной линии закиси азота накопился достаточный статистический материал для сопоставления его с различными солнечными факторами, которые предположительно могли бы влиять как на содержание озона в атмосфере, так и на его перераспределение по вращательным энергетическим уровням. В первом случае мерой становится интенсивность тех или иных спектральных линий, во втором — отношение их интенсивностей.



Рис. 3. Коэффициенты корреляции в зависимости от временно́го сдвига рядов данных об интенсивности линий озона и числе нейтронов в атмосфере

При сопоставлении результатов измерений интенсивностей теллурических линий озона с данными о числе нейтронов в приземном слое атмосферы использовались (через Интернет) материалы, полученные при помощи нейтронного монитора NM-64 (ИЗМИРАН, г. Троицк). Рассчитывался коэффициент корреляции между величинами  $I_1$ ,  $I_2$  и числом нейтронов  $\overline{n}_{\delta t}$ , усреднёнными за время  $\delta t = 1$  ч. Кроме того, исследована зависимость нормированного коэффициента корреляции К<sub>кор</sub> рядов данных об интенсивности линий озона и числе нейтронов в атмосфере от сдвига во времени  $\Delta t$  между этими рядами. Те же вычисления проведены и при анализе связи отношения  $I_2/I_1$  с нейтронными потоками.

Характерные графики зависимости  $K_{\text{кор}}(\Delta t)$  приведены на рис. 3. Стандарт отклонения  $\sigma$  для рядов данных об интенсивности линий озона не превышает 25 %. Считается, что данные о числе нейтронов обладают гораздо большей точностью, их погрешность не учитывается. Для сравнения с рядами данных о числе нейтронов отбирались зависимости  $I_1(t)$  и  $I_2(t)$ , полученные при благоприятных атмосферных условиях и не имеющие резких (за пределами  $3\sigma$ ) отклонений интенсивности линии от среднего. Величина  $I_2(t)/I_1(t)$ , в определённых пределах, в меньшей степени зависит от атмосферных условий. Зависимости  $I_1(t)$  и  $I_2(t)$ оказались сильно изрезанными. С целью дополнительного анализа были проведены расчёты линий регрессии. Поскольку в этом случае важно сравнить тенденции в вариа-

А. Г. Кисляков и др.

Год	Параметр	Период	Число			Знак	Знак
		наблю-	точек	$ar{K}_0$	$\bar{K}_{200}$	градиента	градиента
		дения $O_3$				ряда	ряда (чис-
						линии О <sub>3</sub>	ло нейтронов)
1996	$I_2/I_1$	07.02 - 21.03	17	$-0,24 \pm 0,08$	$0,\!24\pm0,\!07$	+	—
	$I_2$	07.02 - 22.03	20	$0{,}38\pm0{,}06$	$-0,\!01\pm0,\!06$	—	—
	$I_1$	07.02 - 21.03	16	$0{,}55\pm0{,}11$	$-0,\!19\pm0,\!06$	_	—
1996-	$I_2/I_1$	27.11 - 11.02	25	$0,\!28\pm0,\!10$	$-0,01 \pm 0,04$	+	+
-1997	$I_2$	27.11 - 10.02	20	$-0,\!45\pm0,\!08$	$0{,}02\pm0{,}08$	+	+
	$I_1$	27.11 - 11.02	22	$-0,\!24\pm0,\!18$	$-0{,}30\pm0{,}04$	+	+
1998	$I_2/I_1$	13.01 - 14.02	10	$-0,07 \pm 0,22$	$-0,\!16\pm0,\!17$	_	—
	$I_2$	13.01 - 14.02	10	$0{,}39\pm0{,}18$	$-0,\!13\pm0,\!22$	—	—
	$I_1$	13.01 - 14.02	9	$0{,}41\pm0{,}14$	$0{,}33\pm0{,}10$	_	—
1999	$I_2/I_1$	08.02 - 11.04	14	$0,\!23\pm0,\!14$	$0{,}40\pm0{,}04$	_	—
	$I_2$	09.02 - 07.04	15	$0,\!36\pm0,\!15$	$0,\!37\pm0,\!06$	—	—
	$I_1$	09.02 - 07.04	14	$-0,\!04\pm0,\!11$	$-0,\!29\pm0,\!06$	+	—
2000	$I_2/I_1$	21.01 - 25.04	21	$0,\!31\pm0,\!05$	$0,\!24\pm0,\!02$	_	—
	$I_2$	21.01 - 25.04	24	$0{,}63\pm0{,}03$	$0{,}43 \pm 0{,}02$	—	—
	$I_1$	21.01 - 25.04	19	$0{,}48 \pm 0{,}03$	$0{,}33\pm0{,}03$	—	—
2001	$I_2$	24.01-09.04	18	$0{,}40\pm0{,}05$	$0{,}22\pm0{,}05$	_	—

циях сопоставляемых величин, мы ограничимся рассмотрением только знака тангенса угла наклона линии регрессии.

В табл. 1 систематизированы все полученные результаты. Приводятся усреднённые <sup>2</sup> значения коэффициента корреляции  $\overline{K}_{\Delta t}$  (с их стандартами отклонения), соответствующие сдвигам  $\Delta t \approx 0$  и 200 ч между функциями  $I_1(t)$ ,  $I_2(t)$ ,  $I_2(t)/I_1(t)$  и рядами данных о числе нейтронов. В последних двух колонках табл. 1 приводятся знаки градиентов рядов данных об интенсивности линий озона и знаки градиентов соответствующих им временны́х рядов  $\overline{n}_{\delta t}(t)$ .

Бо́льшая часть полученных зависимостей подобна какому-либо из трёх случаев, приведённых на рис. 3, т. е. для  $K_{\text{кор}}(\Delta t)$  характерны или (a) падение от некоторого положительного значения до нуля на интервале  $\Delta t_0 = 0 \div 200$  ч, или (b) увеличение от отрицательного значения до нуля на том же интервале времени, или (b) резкое уменьшение коэффициента корреляции на интервале  $\Delta t_0 \sim 10$  ч при  $K_{\text{кор}}(\Delta t) > 0$ . Однако встречаются и отклонения в поведении  $K_{\text{кор}}(\Delta t)$  от описанных выше ситуаций. Это, в частности, отражают и данные табл. 1, из которой видно, что знаки  $K_{\text{кор}}$  или его градиента иногда отличны в один и тот же период наблюдений для различных параметров ряда данных о числе нейтронов.

Тем не менее исследование зависимости  $K_{\text{кор}}(\Delta t)$  даёт возможность проверки наличия корреляции между рядами данных об интенсивности линий озона и числе нейтронов в атмосфере. Существенное уменьшение  $K_{\text{кор}}(\Delta t)$  при  $\Delta t \approx 200$  ч подтверждает корректность расчётов коэффициента корреляции.

Отметим, что максимальное значение коэффициента корреляции для отношения интенсивностей, как правило, несколько ниже, чем для самих интенсивностей линий. Это может быть след-

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Усреднение осуществлялось по 25 отсчётам (это соответствует интервалу времени порядка суток) при сдвиге  $\Delta t \approx 0$  и по 50 отсчётам при  $\Delta t \approx 200$  ч, т.е. в интервале отсчётов 175÷225.



Рис. 4. Зависимости числа нейтронов в атмосфере от времени для различных интервалов наблюдения

ствием того, что погрешность измерений для отношения интенсивностей выше, чем для интенсивности отдельной линии. Что касается наклонов прямых регрессии, то они, как видно из табл. 1, в абсолютном большинстве случаев одинаковы для данных об интенсивности линий O<sub>3</sub> и числе нейтронов.

Интересен тот факт, что ряд данных о числе нейтронов имеет отрицательный градиент для всех периодов наблюдений O<sub>3</sub>, приходящихся обычно на январь–март, за исключением периода 1996–1997 гг., когда цикл измерений начинался с конца ноября. Таким образом, для периода перехода от зимы к весне характерно уменьшение интенсивности потока нейтронов (по тем данным, которые использовались в нашей работе). Типичные графики зависимостей числа нейтронов в атмосфере приведены на рис. 4. На одном из них заметна явная периодичность, при этом период близок к 600 ч, что соответствует периоду вращения Солнца вокруг своей оси. Это не единичный случай наличия периодичности в рядах данных о числе нейтронов. На некоторых графиках зависимости  $K_{\text{кор}}(\Delta t)$  были также заметны участки с периодической картиной, но чёткого соответствия с поведением зависимостей числа нейтронов установить не удалось.

#### 3. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Нейтронная компонента солнечного корпускулярного излучения (выбросов корональной материи) достаточно надёжно обнаруживается с помощью как внеатмосферных датчиков, так и наземных нейтронных мониторов [8]. Получены изображения Солнца в нейтронных «лучах» (аппарат «Comptel» [9]). Но всё же выделение солнечной компоненты нейтронного потока наземными средствами представляет известные сложности по причине нестабильности нейтронов и из-за наличия их атмосферного «фона». В связи с этим для надёжной регистрации солнечных нейтронных потоков используется планетная сеть мониторов (их насчитывается около 50). Считается, что нейтроны с энергиями более 300 МэВ, излучаемые Солнцем во время вспышек, регистрируются со 100-процентной надёжностью по интегральному отклику сети мониторов [10].

В нашей работе использованы данные нейтронного монитора в г. Троицк (Московская обл.) как прибора, наиболее близкого к месту наблюдений линий озона. Какой-либо фильтрации чисел нейтронов по их предполагаемому источнику пока не проводилось, но число нейтронов корректировалось с учётом атмосферного давления. Некоторые ряды данных о числе нейтронов, как указывалось выше, имеют периодичность, близкую периоду вращения Солнца вокруг своей оси, что говорит в пользу их солнечного происхождения.

Результаты работы позволяют сделать вывод о взаимосвязи числа нейтронов с поведением теллурических спектральных линий озона. Можно полагать, что с изменением потока нейтронов связаны относительно небольшие (на 10÷20 %) вариации интенсивностей теллурических линий озона. Более определённо установлена положительная корреляция интенсивностей линий O<sub>3</sub> с потоком нейтронов в зимне-весенний период.

Коэффициент корреляции нейтронного потока с интенсивностями линий озона несколько выше, чем с отношением интенсивностей. Однако это можно пока объяснить увеличением погрешности измерения отношения интенсивностей по сравнению с точностью измерений самой интенсивности линии. В связи с этим трудно сказать, имеем ли мы дело с перераспределением молекул О<sub>3</sub> по вращательным энергетическим уровням или просто с изменением количества молекул на луче зрения. Необходим также анализ данных о состоянии озоносферы в периоды измерений, поскольку вариации потока нейтронов могли совпасть с какими-нибудь стратосферными явлениями.

Характер установленной зависимости между изменениями интенсивностей линий  $O_3$  и вариациями нейтронного потока может быть аргументом в пользу опосредованного влияния нейтронов на концентрацию озонового слоя. Пока трудно указать на возможные механизмы этого влияния. Насколько нам известно, внимание исследователей в основном приковано к проблеме протонного влияния на озоновый слой во время солнечных вспышек. Это влияние легко обнаруживается в приполярных районах (см., например, [11–15]), в то время как в средних широтах такое сильное влияние отсутствует (изменения содержания озона не превышают  $1\div2$  %). Это естественно, если учесть характер распределения протонов в магнитосфере Земли: они концентрируются в высоких широтах. Известно также [16], что влияние протонов на озон непрямое, эта связь — результат десятков химических реакций в атмосфере.

Что касается влияния нейтронов, то оно должно быть существенным именно в средних широтах, где другие солнечные факторы ослаблены. Представленная работа является, по-видимому, одной из первых попыток установления связи состояния озоносферы с количеством нейтронов в атмосфере (в том числе солнечного происхождения). В связи с этим подытожим факты, которые, на наш взгляд, говорят о наличии такой связи.

— Статистически значимый коэффициент корреляции декрементов оптических толщин  $I_1$  и  $I_2$  с усреднённым на интервале  $\delta t = 1$  ч числом атмосферных нейтронов. В восьми случаях из одиннадцати коэффициент корреляции положителен и лежит в пределах 0,38÷0,63; во всех случаях его значение превышает  $2\sigma$  (в шести случаях  $K_{\text{кор}} \geq 3\sigma$ ). Только один статистически значимый случай отрицательного коэффициента корреляции, отмеченный в осенне-зимний период 1996–1997 гг.

— Статистически значимый коэффициент корреляции отношения  $I_2/I_1$  с числом атмосферных нейтронов ( $K_{\text{кор}} \geq 2\sigma$  в трёх случаях из пяти). Коэффициент корреляции лежит в пределах 0,23÷0,31. Один статистически значимый случай отрицательного коэффициента корреляции.

— Почти во всех случаях статистически значимого положительного коэффициента корреляции его величина существенно уменьшается с введением временно́го сдвига между рядами данных об интенсивности линий озона и числе нейтронов в атмосфере (при сдвиге  $\Delta t = 200$  ч).

— Тренды рядов данных об интенсивности линий озона и числе нейтронов в атмосфере в большинстве случаев совпадают, что говорит об их корреляции и на бо́льших временны́х масштабах. Перечисленные факты дают независимые аргументы в пользу существования связи между интенсивностями теллурических линий озона и числом атмосферных нейтронов.

Остановимся подробнее на последнем факте. В данной работе неоднократно наблюдалось уменьшение декрементов оптической толщины линий  $O_3$  в период с января по март (см. табл. 1), т.е. уменьшение содержания озона на высотах  $h = 23 \div 50$  км, в то время как известная модель Китинга [17] предсказывает рост концентрации озона в этот период. Однако модель Китинга

не учитывает стратосферных возмущений (например, потеплений, планетарных волн, влияния полярного вихря). В результате эксперимент даёт амплитуду сезонных изменений концентрации озона в 4÷5 раз бо́льшую, чем в модели (см., например, [18]). Особенно сильные отклонения от модели наблюдаются именно в зимне-весенний период, когда сочетание стратосферных потеплений и движения полярного вихря могут изменить знак градиента ряда данных о концентрации озона как раз на высотах, соответствующих исследуемым в данной работе. Такие явления подробно описываются в [18].

Спектрорадиометр, использованный в данной работе, обладает разрешением по частоте порядка 3 МГц. Это снижает верхний предел высоты зондирования атмосферы до 50 км. В настоящее время проводится работа по усовершенствованию прибора, что позволит как минимум на порядок повысить частотное разрешение. Это даст возможность контролировать верхнюю озоносферу, где влияние солнечных факторов должно быть более существенным ввиду низкой концентрации этой части атмосферы.

Данная работа поддержана РФФИ (гранты № 97-02-16525 и 01-02-16435).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Шкелёв Е. И., Кисляков А. Г., Савельев Д. В. // Приборы и техника эксперимента. 1995. № 6. С. 132.
- Вакс В. Л., Кисляков А. Г., Савельев Д. В., Шкелёв Е. И. // Радиотехника и электроника. 1998. Т. 43, № 6. С. 668.
- 3. Савельев Д. В. Исследование атмосферного озона и закиси азота методом дистанционного зондирования в 3-х мм диапазоне: Дисс. ... канд. физ.-мат. наук. Нижний Новгород, 2000.
- 4. Кисляков А. Г., Савельев Д. В., Шкелёв Е. И., Евсеев А. П. // XXVII Радиоастрономическая конференция. Санкт-Петербург: Институт прикладной астрономии РАН, 1997. Т. 2. С. 47.
- 5. Савельев Д. В., Ястребов И. П. // Труды 6-й научной конференции по радиофизике, 7 мая 2002 г. / Под ред. А. В. Якимова. Нижний Новгород. С. 160.
- Шкелёв Е. И., Шулешов А. О., Ястребов И. П. // Приборы и техника эксперимента. 2002. № 4. С. 92.
- Вакс В. Л., Вдовин В. Ф., Кисляков А. Г. и др. // Изв. вузов. Радиофизика. 1997. Т. 40. С. 1365.
- 8. O'Brien K., Sauer H. H. // Int. J. of Geomagnetism and Aeronomy. 2001. No. 3. P. 223.
- 9. www.astro.estec.esa.nl.
- Usoskin I. G., Kovaltsov G. A., Kananen H., Tanskanen P. // Annales Geophysicae. 1997. V. 15. P. 375.
- Shumilov O. I., Henriksen K., Rasponov O. M., Kasatkina E. A. // Geophys. Res. Lett. 1992. V. 19, No. 16. P. 1647.
- 12. Swider W., Keneshea T. I. // Planet. Space Sci. 1973. V. 21. P. 1969.
- Thomas R. T., Barth G. A., Rofunan G. T., et al. // Geophys. Res. Lett. 1983. V. 10, No. 4. P. 257.
- 14. Heath D. F., Kruger A. T., Grutzen P. T. // Science. 1977. V. 197. P. 886.
- 15. Jackman C. H., Nieljen F., Allen D. T., et al. // Geophys. Res. Lett. 1993. V. 20, No. 6. P. 32.
- Криволуцкий А. А., Куминов А. А., Репнёв А. И. // Геомагнетизм и аэрономия. 2001. Т. 41, № 2. С. 243.
- 17. Keating G. M., Chiou L. S., Hsu N. C. // Adv. Space Res. 1996. V. 18, No. 9-10. P. 11.
- 18. Соломонов С. В. // Успехи совр. радиоэлектроники. 2003. № 1. С. 9.

Нижегородский госуниверситет им. Н.И.Лобачевского, г. Нижний Новгород, Россия

Поступила в редакцию 18 декабря 2002 г.

# CORRELATION BETWEEN VARIATIONS IN THE NUMBER OF NEUTRONS IN THE ATMOSPHERE AND IN THE INTENSITIES OF THE ATMOSPHERIC OZONE LINES

A. G. Kislyakov, E. I. Shkelev, I. P. Yastrebov, and D. V. Savel'ev

We compare the data on the atmospheric radio emission in two ozone lines with resonance frequencies 96, 228 and 101, 736 MHz, obtained at the N. I. Lobachevsky State University of Nizhny Novgorod in 1996-2001, with the corresponding results of measuring the number of neutrons in the atmosphere, obtained at the Institute of Terrestrial Magnetism, Ionosphere, and Radio Wave Propagation (Troitsk, Moscow region) using the NM-64 monitor. It is shown that variations in both the optical thicknesses and the intensity ratio of these lines correlate with variations in the number of neutrons. The maximal observed coefficient of correlations amount to 0.5-0.6 for the decrements of the line optical thicknesses es, which is about a factor of 1.5 higher than the maximal correlation coefficient for the line intensity ratio. We analyze the dependence of the correlation coefficients on the temporal delay between the data series of the ozone line intensities and the number of neutrons in the atmosphere. It is shown that correlation between these series almost vanishes for a time delay of about 200 h. We discuss the features of the data on the number of neutrons in the atmosphere and the possibility of the solar origin of neutrons.

# AXISYMMETRIC WAVES IN RE-ENTRANT CAVITIES

Z. Ioannidis, S. Mallios, I. P. Paraskevopoulos, and I. G. Tigelis

We employ a well-established method to determine the dispersion properties of transverse magnetic and transverse electric waves in re-entrant cavities. We assume that the waveguide structure consists of a large number of identical cavities in order that the Floquet theorem could be applied to describe the electromagnetic field in an empty cylinder. Furthermore, we describe the electromagnetic field in each cavity region by an eigenfunction expansion for standing waves. Inferring boundary conditions leads to a system of two infinite sets of equations, which is solved numerically by truncation. A numerical code has been developed to calculate the dispersion relation and the electromagnetic field components. Numerical results are presented for several waveguide geometries, including the case of the real gyrotron beam-tunnel geometry. A comparison with already established codes is made.

#### INTRODUCTION

In fast-wave microwave tubes we use cavities open-ended on both sides to allow for an electron beam to pass through [1–3]. The geometry of such a cavity is circular, coaxial or re-entrant, like the one shown in Fig. 1*a*, which could be approximated by the simplified geometry given in Fig 1*b*. In particular, over a total length *L* the inner drift tube extends radially to the radius  $\rho = D_1$  and is filled by a dielectric material with relative permittivity  $\varepsilon_1$ . Beyond this radius two coaxial dielectric rings are located with outer radius  $D_i$ , thickness  $b_i$  (from  $z = z_i$  to  $z = z_i + b_i$ ), and relative permittivity  $\varepsilon_i$ (i = 2, 3). To solve the electromagnetic problem in such a cavity the scattering-matrix formulation in combination with the mode matching technique can be used [3]. This method has been also applied to find the electromagnetic properties of a variety of waveguide and cavity geometries [1, 2, 4–6].



Fig. 1. Exact (a) and simplified (b) geometry of a re-entrant cavity

In the present paper, an alternative approach [7, 8] is employed to study the simplified geometry shown in Fig. 1b. In particular, we assume that the waveguide structure consists of a large number of identical re-entrant cavities. In the empty tube (region I), due to the periodicity, the Floquet theorem is applicable and the electromagnetic field is expressed by the sum over spatial Bloch components. On the other hand, in cavity regions II and III the electromagnetic field is described by an appropriate eigenfunction expansion of standing waves. The application of boundary conditions leads to a system of two infinite sets of equations, which is solved numerically by truncation, and the eigenvalues (frequencies) are calculated for a given axial wavenumber k, i. e., the dispersion relation  $\omega(k)$  is found. As soon as the frequency is found, one can easily com-

pute the electromagnetic field components for a specific frequency and axial wavenumber. The most important advantage of this method compared to those employed in [1–6, 9, 10] is that it gives the dispersion relation directly and with only a small number of modes, resulting in a respectable saving of

Z. Ioannidis, et al.

the CPU time. Of course, the number of modes employed is directly related to the geometry considered. Nevertheless, for the cases presented in this paper, this advantage is expected to be significant.

The cylindrical geometry imposes the use of cylindrical coordinates  $(\rho, \varphi, z)$ . In the following analysis an  $\exp(+j\omega t)$  time dependence is assumed (and dropped) for all field quantities. In Sec. 1, the mathematical formulation for transverse magnetic (TM) modes only is presented, while the analysis of transverse electric (TE) modes is similar and has been omitted. In Sec. 2, we briefly describe the numerical code developed for the simulations and present the results for several geometries. A comparison with other relevant codes is also made.

### 1. MATHEMATICAL FORMULATION

In the geometry under consideration, a variety of modes can in principle propagate, i.e., waves independent of the polar coordinate (TE and TM) as well as hybrid ones. As was mentioned above, the structure consists of three regions denoted by the symbols I for the empty tube, II for the first dielectric ring, and III for the second one. At first, the axial components of the electric field  $E_z(\rho, \varphi, z)$ or the magnetic field  $H_z(\rho, \varphi, z)$  are found by solving the wave equation in each region. The expressions of the transverse field components are obtained from the Maxwell equations.

In region I  $(0 < \rho < D_1 \text{ and } 0 < z < L)$ , due to the periodicity, the axial component of the electric field is described by the sum

$$E_z^{\mathrm{I}}(\rho, z) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} A_n^{\mathrm{I}} F_0(h_n^{\mathrm{I}} \rho) \exp(-jk_n^{\mathrm{I}} z)$$
(1)

over spatial Bloch components [7, 8], where  $k_n^{\rm I} = k + n (2\pi/L)$  and  $(h_n^{\rm I})^2 = (\omega/c)^2 \varepsilon_1 - (k_n^{\rm I})^2 = -(t_n^{\rm I})^2$ are the axial and the transverse wavenumbers, respectively, c is the velocity of light in empty space,  $A_n^{\rm I}$  are the expansion coefficients to be determined, and the function  $F_0$  is given by

$$F_0(h\rho) = \begin{cases} J_0(h\rho), & h^2 > 0; \\ I_0(t\rho), & h^2 = -t^2 < 0, \end{cases}$$
(2)

where  $J_0(x)$  and  $I_0(x)$ , respectively, are a Bessel function and a modified Bessel function, both of the first kind. The corresponding functions of the second kind have been dropped in order to keep the fields finite at  $\rho = 0$ . Then, from the Maxwell equations the following expressions of the transverse field components are derived:

$$E_{\rho}^{\rm I}(\rho,z) = -\sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{jk_n^{\rm I}}{(h_n^{\rm I})^2} A_n^{\rm I} F_0'(h_n^{\rm I}\rho) \exp(-jk_n^{\rm I}z),$$
(3)

$$H^{\mathrm{I}}_{\varphi}(\rho, z) = -\sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{j\omega\varepsilon_0\varepsilon_1}{(h^{\mathrm{I}}_n)^2} A^{\mathrm{I}}_n F_0'(h^{\mathrm{I}}_n \rho) \exp(-jk^{\mathrm{I}}_n z), \tag{4}$$

where

$$F_0'(h\rho) = \begin{cases} hJ_0'(h\rho), & h^2 > 0; \\ tI_0'(t\rho), & h^2 = -t^2 < 0 \end{cases}$$
(5)

is the first derivative of the function  $F_0(h_n^{\rm I}\rho)$  in terms of  $\rho$ .

In region II  $(D_1 < \rho < D_2 \text{ and } z_2 < z < z_2 + b_2)$  the axial component of the electric field is expressed as a Fourier series expansion for standing waves, i.e.,

$$E_{z}^{\rm II}(\rho, z) = \sum_{m=0}^{\infty} \left[ A_{m}^{\rm II} F_{0}(h_{m}^{\rm II} \rho) + B_{m}^{\rm II} G_{0}(h_{m}^{\rm II} \rho) \right] \cos \left[ k_{m}^{\rm II} \left( z - z_{2} \right) \right], \tag{6}$$

where  $(h_m^{\text{II}})^2 = (\omega/c)^2 \varepsilon_2 - (k_m^{\text{II}})^2 = -(t_m^{\text{II}})^2$  are the transverse wavenumbers,  $A_m^{\text{II}}$  and  $B_m^{\text{II}}$  are the expansion coefficients to be determined, and the function  $G_0$  is given by

$$G_0(h\rho) = \begin{cases} Y_0(h\rho), & h^2 > 0; \\ K_0(t\rho), & h^2 = -t^2 < 0, \end{cases}$$
(7)

where  $Y_0(x)$  and  $K_0(x)$ , respectively, are a Neumann function and a modified Bessel function of the second kind. The values of the axial wave numbers are  $k_m^{\text{II}}b_2 = m\pi$  (m = 0, 1, 2, ...) in order that the appropriate boundary conditions at the interfaces  $z = z_2$  and  $z = z_2 + b_2$  be satisfied. Then, the transverse components of the electromagnetic field in region II are

$$E_{\rho}^{\rm II}(\rho, z) = -\sum_{n=0}^{\infty} \frac{k_m^{\rm II}}{(h_m^{\rm II})^2} \left[ A_m^{\rm II} F_0'(h_m^{\rm II}\rho) + B_m^{\rm II} G_0'(h_m^{\rm II}\rho) \right] \sin\left[k_m^{\rm II} \left(z - z_2\right)\right],\tag{8}$$

$$H^{\mathrm{II}}_{\varphi}(\rho, z) = -\sum_{n=0}^{\infty} \frac{j\omega\varepsilon_0\varepsilon_2}{(h^{\mathrm{II}}_m)^2} \left[ A^{\mathrm{II}}_m F_0'(h^{\mathrm{II}}_m \rho) + B^{\mathrm{II}}_m G_0'(h^{\mathrm{II}}_m \rho) \right] \cos\left[k^{\mathrm{II}}_m \left(z - z_2\right)\right],\tag{9}$$

where

$$G_0'(h\rho) = \begin{cases} hY_0'(h\rho), & h^2 > 0; \\ tK_0'(t\rho), & h^2 = -t^2 < 0 \end{cases}$$
(10)

is the first derivative of the function  $G_0(h_m^{\text{II}}\rho)$  in terms of  $\rho$ .

In a similar way, in region III  $(D_2 < \rho < D_3 \text{ and } z_3 < z < z_3 + b_3)$  the axial component of the electric field is given by

$$E_{\rho}^{\rm III}(\rho, z) = \sum_{l=0}^{\infty} A_l^{\rm III} P_0(h_l^{\rm III}\rho) \cos[k_l^{\rm III} (z-z_3)], \tag{11}$$

where  $(h_l^{\text{III}})^2 = (\omega/c)^2 \varepsilon_3 - (k_l^{\text{III}})^2 = -(t_l^{\text{III}})^2$  are the transverse wavenumbers,  $A_l^{\text{III}}$  are the expansion coefficients to be determined, and the function  $P_0$  is given by

$$P_{0}(h_{l}^{\mathrm{III}}\rho) = \begin{cases} J_{0}(h_{l}^{\mathrm{III}}\rho)Y_{0}(h_{l}^{\mathrm{III}}D_{3}) - J_{0}(h_{l}^{\mathrm{III}}D_{3})Y_{0}(h_{l}^{\mathrm{III}}\rho), & (h_{l}^{\mathrm{III}})^{2} > 0; \\ I_{0}(t_{l}^{\mathrm{III}}\rho)K_{0}(t_{l}^{\mathrm{III}}D_{3}) - I_{0}(t_{l}^{\mathrm{III}}D_{3})K_{0}(t_{l}^{\mathrm{III}}\rho), & (h_{l}^{\mathrm{III}})^{2} = -(t_{l}^{\mathrm{III}})^{2} < 0 \end{cases}$$
(12)

in order that the boundary condition at  $\rho = D_3$  be satisfied. The axial wave numbers are equal to  $k_l^{\text{III}}b_3 = l\pi$  (l = 0, 1, 2, ...) in order that the boundary conditions at the interfaces  $z = z_3$  and  $z = z_3 + b_3$  be satisfied. The transverse components of the electromagnetic field in region III are given by

$$E_{\rho}^{\rm III}(\rho, z) = -\sum_{l=0}^{\infty} \frac{k_l^{\rm III}}{(h_m^{\rm II})^2} A_l^{\rm III} P_0'(h_l^{\rm III}\rho) \sin\left[k_l^{\rm III}\left(z - z_3\right)\right],\tag{13}$$

$$H_{\varphi}^{\mathrm{III}}(\rho, z) = -\sum_{l=0}^{\infty} \frac{j\omega\varepsilon_0\varepsilon_3}{(h_m^{\mathrm{II}})^2} A_l^{\mathrm{III}} P_0'(h_l^{\mathrm{III}}\rho) \cos\left[k_l^{\mathrm{III}}\left(z-z_3\right)\right],\tag{14}$$

Z. Ioannidis, et al.

where  $P'_0(h_l^{\text{III}}\rho)$  is the first derivative of the function  $P_0(h_l^{\text{III}}\rho)$  in terms of  $\rho$ .

The boundary conditions require the continuity of the tangential electric field components at all interfaces (dielectric and metallic) and the continuity of the tangential magnetic field components at the dielectric interfaces, i. e., the following conditions must be satisfied:

$$E_z^{\rm I}(\rho = D_1, \varphi, z) = \begin{cases} E_z^{\rm II}(\rho = D_1, \varphi, z) & z_2 < z < z_2 + b_2; \\ 0, & 0 < z < z_2 \text{ and } z_2 + b_2 < z < L, \end{cases}$$
(15)

$$E_z^{\text{III}}(\rho = D_2, \varphi, z) = \begin{cases} E_z^{\text{II}}(\rho = D_2, \varphi, z) & z_2 < z < z_2 + b_2; \\ 0, & z_3 < z < z_2 \text{ and } z_2 + b_2 < z < z_3 + b_3, \end{cases}$$
(16)

$$H^{\rm I}_{\varphi}(\rho = D_1, \varphi, z) = H^{\rm II}_{\varphi}(\rho = D_1, \varphi, z), \qquad z_2 < z < z_2 + b_2; \tag{17}$$

$$H_{\varphi}^{\text{II}}(\rho = D_2, \varphi, z) = H_{\varphi}^{\text{III}}(\rho = D_2, \varphi, z), \qquad z_2 < z < z_2 + b_2.$$
(18)

Substituting (1) and (6) into (15), multiplying both sides by the eigenfunction  $\exp(jk_n z)$ , integrating the product over z from z = 0 to z = L, and using the orthogonality properties of the eigenfunctions, we arrive at the following equation:

$$A_n^{\rm I} X_{1,n} = \sum_{m=0}^{\infty} \left( A_m^{\rm II} Y_{1,nm} + B_m^{\rm II} Y_{2,nm} \right), \tag{19}$$

where

$$X_{1,n} = F_0(h_n^{\rm I} D_1) L, (20a)$$

$$Y_{1,nm} = F_0(h_m^{\rm II} D_1) R_{12}(k_n^{\rm I}, k_m^{\rm II}, z_2, b_2),$$
(20b)

$$Y_{2,nm} = G_0(h_m^{\rm II} D_1) R_{12}(k_n^{\rm I}, k_m^{\rm II}, z_2, b_2),$$
(20c)

$$R_{12}(k_n^{\rm I}, k_m^{\rm II}, z_2, b_2) = \int_{z_2}^{z_2+b_2} \exp(jk_n^{\rm I}z) \cos[k_m^{\rm II}(z-z_2)] \,\mathrm{d}z.$$
(20d)

In a similar way, the following equations:

$$A_l^{\rm III} X_{2,l} = \sum_{m=0}^{\infty} \left( A_m^{\rm II} Y_{3,lm} + B_m^{\rm II} Y_{4,lm} \right), \tag{21}$$

$$A_m^{\rm II} X_{3,m} + B_m^{\rm II} Y_{4,m} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} A_n^{\rm I} Y_{5,mn} , \qquad (22)$$

$$A_m^{\rm II} X_{5,m} + B_m^{\rm II} Y_{6,m} = \sum_{l=0}^{\infty} A_l^{\rm III} Y_{6,ml}$$
(23)

are obtained from (16)–(18). Here,

$$X_{2,l} = P_0(h_l^{\rm III} D_2) \frac{b_3}{2} (1 + \delta_{l0}), \qquad (24a)$$

$$X_{3,m} = \frac{b_2 \varepsilon_2 \left(1 + \delta_{m0}\right)}{2 \left(h_m^{\rm II}\right)^2} F_0'(h_m^{\rm II} D_1), \tag{24b}$$

$$X_{4,m} = \frac{b_2 \varepsilon_2 \left(1 + \delta_{m0}\right)}{2 \left(h_m^{\rm II}\right)^2} G_0'(h_m^{\rm II} D_1), \tag{24c}$$

$$X_{5,m} = \frac{b_2 \varepsilon_2 \left(1 + \delta_{m0}\right)}{2 \left(h_m^{\rm II}\right)^2} F_0'(h_m^{\rm II} D_2), \tag{24d}$$

$$X_{6,m} = \frac{b_2 \varepsilon_2 \left(1 + \delta_{m0}\right)}{2 \left(h_m^{\rm II}\right)^2} G_0'(h_m^{\rm II} D_2), \tag{24e}$$

$$Y_{3,lm} = F_0(h_m^{\rm II} D_2) R_{23}(k_m^{\rm II}, k_l^{\rm III}, z_2, z_3, b_2, b_3),$$
(24f)

$$Y_{4,lm} = G_0(h_m^{\rm II} D_2) R_{23}(k_m^{\rm II}, k_l^{\rm III}, z_2, z_3, b_2, b_3),$$
(24g)

$$Y_{5,mn} = \frac{\varepsilon_1}{(h_n^{\rm I})^2} F_0'(h_n^{\rm I} D_1) R_{12}(-k_n^{\rm I}, k_m^{\rm II}, z_2, b_2),$$
(24h)

$$Y_{6,ml} = \frac{\varepsilon_3}{(h_l^{\rm III})^2} P_0'(h_l^{\rm III}D_2) R_{23}(k_m^{\rm II}, k_l^{\rm III}, z_2, z_3, b_2, b_3),$$
(24i)

$$R_{23}\left(k_m^{\rm II}, k_l^{\rm III}, z_2, z_3, b_2, b_3\right) = \int_{z_2}^{z_2+b_2} \cos\left[k_m^{\rm II}\left(z-z_2\right)\right] \cos\left[k_l^{\rm III}\left(z-z_3\right)\right] \mathrm{d}z.$$
(20j)

It is obvious that (19) and (21)–(23) is a linear system of four sets of infinite equations with unknown expansion coefficients of the electromagnetic field in each region of the waveguide structure. This system can be solved numerically, but the computing time needed for such a computation is expected to be sufficiently large even for small numbers  $N_{\text{max}}$ ,  $M_{\text{max}}$ , and  $L_{\text{max}}$  of the spatial harmonics used to describe the electromagnetic field in each region of the waveguide. For this reason we transform this system into a system of two sets of infinite equations by replacing the expressions for  $A_n^{\text{I}}$  and  $A_l^{\text{III}}$ and making the necessary algebra. Then the following sets of infinite equations are derived:

$$A_m^{\rm II} = \sum_{m'=0}^{\infty} \left( A_{m'}^{\rm II} W_{1,mm'} + B_{m'}^{\rm II} W_{2,mm'} \right), \tag{25}$$

$$B_m^{\rm II} = \sum_{m'=0}^{\infty} \left( A_{m'}^{\rm II} W_{3,mm'} + B_{m'}^{\rm II} W_{4,mm'} \right), \tag{26}$$

where

$$\begin{split} W_{1,mm'} &= \frac{X_{6,m}R_{1,mm'} - X_{4,m}R_{3,mm'}}{X_{3,m}X_{6,m} - X_{4,m}X_{5,m}}, \quad W_{2,mm'} = \frac{X_{6,m}R_{2,mm'} - X_{4,m}R_{4,mm'}}{X_{3,m}X_{6,m} - X_{4,m}X_{5,m}}, \\ W_{3,mm'} &= \frac{X_{3,m}R_{3,mm'} - X_{5,m}R_{1,mm'}}{X_{3,m}X_{6,m} - X_{4,m}X_{5,m}}, \quad W_{4,mm'} = \frac{X_{3,m}R_{4,mm'} - X_{5,m}R_{2,mm'}}{X_{3,m}X_{6,m} - X_{4,m}X_{5,m}}; \\ R_{1,mm'} &= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{Y_{5,mn}Y_{1,nm'}}{X_{1,n}}, \quad R_{2,mm'} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{Y_{5,mn}Y_{2,nm'}}{X_{1,n}}, \\ R_{3,mm'} &= \sum_{l=0}^{\infty} \frac{Y_{6,ml}Y_{3,lm'}}{X_{2,l}}, \quad R_{4,mm'} = \sum_{l=0}^{\infty} \frac{Y_{6,ml}Y_{4,lm'}}{X_{2,l}}. \end{split}$$

The eigenvalue problem given by (25) and (26) with the associated definitions of the parameters involved, concludes the formalism of the analysis. Setting the complex determinant equal to zero for any value of the axial wavenumber k yields the frequency  $\omega$ , while the field components are

2003

subsequently obtained from the relevant equations. It is evident that for numerical computations we have to truncate the infinite sums appearing in the above equations to a sufficiently large number of modes for satisfactory convergence, i. e., to  $n = \pm N_{\text{max}}$ ,  $m = M_{\text{max}}$ , and  $l = L_{\text{max}}$ . Obviously, this results in two sets of  $(M_{\text{max}} + 1)$  equations.

#### 2. NUMERICAL RESULTS AND DISCUSSION

Based on the analysis presented in Sec. 1, a numerical code called «Hyperfish» has been developed in C++, which supports Windows and Linux operation systems. Its main purpose is to simulate numerically the results for the dispersion relation and the electromagnetic field distributions of a re-entrant cavity for both TM and TE waves. The numerical code uses as input the geometrical characteristics of the structure, i.e., the outer radii  $D_1$ ,  $D_2$ , and  $D_3$  of each region, the periodicity length L, the width  $b_2$  and the position  $z_2$  of the first ring, the width  $b_3$  and the position  $z_3$  of the second ring, and the relative permittivities  $\varepsilon_1$ ,  $\varepsilon_2$ , and  $\varepsilon_3$  of the dielectric materials placed in each region. All the lengths are given in millimeters, and in the present work we consider geometries with lossless dielectric materials. In addition, some other parameters are also used as input, specifically, the numbers  $N_{\rm max}$ ,  $M_{\rm max}$  and  $L_{\rm max}$  of spatial harmonics used to describe the electromagnetic field in each region of the waveguide, the normalized axial wavenumber range and step  $(k_{\min}, k_{\max}, and$ dk) in terms of  $2\pi/L$ , the frequency range and step  $(f_{\min}, f_{\max}, \text{ and } df)$  in gigahertz, the number of subdivisions of the interval df, i.e., the number of subintervals in which the initial interval df is divided in order to search for a root by using the bisection method, and the accuracy to which the value of the located root will be calculated (the default value is  $10^{-9}$ , but sufficiently precise results are obtained with  $10^{-6}$ ). It should be mentioned that the numerical code has the ability of using three different normalization procedures for the fields, making the total energy stored in the waveguide equal to 1 J or 1 (arbitrary units) or making the total power of the waves propagated in the waveguide equal to 1 W.

The first example considered is that of a periodic corrugated waveguide, like the one in the last part of a gyrotron beam tunnel (Fig. 2). The geometrical characteristics of such a waveguide are given in Table 1. The first row of data corresponds to the real beam-tunnel geometry used in the gyrotron of the Centre de Recherches en Physique des Plasmas



Fig. 2. Periodic corrugated waveguide

(CRPP), Ecole Polytechnique Federale de Lausanne (EPFL) (Lausanne, Switzerland). It is obvious that the inner radius of the first dielectric region is slightly larger than that of the metal wall in order to prevent the dielectric material from any stray electrons. The dispersion relation for the first TM mode, calculated for this geometry, is plotted in Fig. 3 where the solid line and the full squares correspond to data obtained by the «Hyperfish» and the «Cascade» [1, 2] codes, respectively. From this figure it is evident that the agreement between the two codes is excellent.

Table 1

$D_1$ , mm	$D_2$ , mm	$D_3$ , mm	$L, \mathrm{mm}$	$z_2$ , mm	$z_3$ , mm	$b_2$ , mm	$b_3$ , mm	$\varepsilon_1$	$\varepsilon_2$	$\varepsilon_3$
5	6	14	6	0	0	3	3	1	1	7
6	6	14	6	0	0	3	3	1	1	7

Geometrical characteristics of a periodic corrugated waveguide



Fig. 3. Dispersion relation the first TM mode for a periodic corrugated waveguide with parameters given in Table 1



Fig. 4. Dispersion relation for the first TM mode of the simplified geometry of a periodic corrugated waveguide with parameters given in Table 1

Table 2

$\sim$	1	1 /	• • •	c		• ,
J	eometrical	characte	rictics	ofa	re-entrant	cavity
						• • • • • • • • • • • • • • • • • • • •

$D_1, \mathrm{mm}$	$D_2, \mathrm{mm}$	$D_3$ , mm	$L, \mathrm{mm}$	$z_2, \mathrm{mm}$	$z_3$ , mm	$b_2, \mathrm{mm}$	$b_3$ , mm	$\varepsilon_1$	$\varepsilon_2$	$\varepsilon_3$
5.4	7.44	9.84	50	1.685	1.105	4.63	5.79	1	1	1

Next, in Fig. 4 we plot the dispersion relation for the first TM mode for the simplified geometry with the data parametrs given in the second row of Table 1. The presented results correspond to data obtained by the «Hyperfish» (solid line), «Cascade» (full squares), and «Fishbone» [7] (empty circles) codes. Obviously, the results of all codes are identical. It should be mentioned that in our code the convergence of the dispersion relation with the number of spatial harmonics employed in each region is very fast. In particular,  $N_{\text{max}} = 6$ ,  $L_{\text{max}} = 12$ , and  $M_{\text{max}} = 12$  for the geometry shown in Table 1. Of course, for deeper dielectric regions or equivalently higher values of dielectric materials, larger values of these parameters should be chosen for calculation of the dispersion relation. In addition, the calculation of the field distributions requires  $N_{\text{max}} = 12$ ,  $L_{\text{max}} = 24$ , and  $M_{\text{max}} = 24$ . Obviously, such a choice increases the CPU time needed for the computations.

Then, we consider the simplified re-entrant cavity shown in Fig. 1b with geometrical characteristics given in Table 2. The length of the system was chosen sufficiently long to ensure that the wall at either end of the drift region does not affect the resonant frequency. From the numerical results we found the resonant frequency 11.842 (and, respectively, 32.511) GHz of the first TM (TE) mode. For this geometry the corresponding resonant frequencies obtained by the well-known commercial code «Mafia» [9] are 11.798 and 32.566 GHz. From these results it is clear that the agreement between our code and «Mafia» is also very good since the relative error is less than 0.5%. Moreover, the resonant frequency of the first TM mode for this re-entrant cavity approximated by a staircase geometry has been found equal to 11.409 GHz by both the scattering-matrix method [3] and the «Superfish» code [10]. Obviously, the agreement between our results and those of the scattering-matrix method and the «Superfish» code is quite satisfactory since the relative error (about 4%) is larger than previously. Nevertheless, we have to mention that the approximation of the real re-entrant cavity (Fig. 1a) used in the last two methods is different from that of our analysis. Of course, our method can easily be extended to consider the staircase approximation of a re-entrant cavity.

#### CONCLUSIONS

In this paper, the dispersion characteristics for the azimuthally symmetric TM and TE waves in a reentrant cavity are studied. The electromagnetic field is described in terms of spatial Bloch components and appropriate standing-wave expansion in the empty tube and in each ring, respectively. From the numerical results we find that the results obtained by this method are in excellent agreement with those obtained by an already established code («Cascade») for the case of a gyrotron beam tunnel. Furthermore, for a re-entrant cavity our results are in a very good agreement with those of «Mafia» since they consider the same simplified geometry, and there is a small but not negligible difference from the results obtained using the «Superfish» code and the scattering matrix method. Nevertheless, this difference is expected since the last two methods consider the staircase approximation of a re-entrant cavity. The main advantage of our method is that, in comparison with the methods employed in the other two codes («Cascade» and «Mafia»), it gives the dispersion relation directly and with only a small number of modes, resulting in considerable saving of CPU time.

The authors kindly acknowledge assistance of Dr. Micha Dehler, from Paul Scherrer Institute (Villigen, Switzerland), with the obtaining of the results using the «Mafia» code. This work was supported by and performed for the Association Euratom—Hellenic Republic. The contents of this paper are the sole responsibility of the authors and do not necessarily represent the views of the European Commission or its Services.

#### REFERENCES

- I. M. Neilson, P. E. Latham, M. Caplan, and W. G. Lawson, *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, MTT-37, 1165 (1989).
- 2. W. G. Lawson and P. E. Latham, IEEE Trans. Microwave Theory Tech., MTT-40, 1973 (1992).
- 3. W. Lawson and M. R. Arjona, Int. J. Electronics, 88, 1131 (2001).
- 4. A. Wexler, IEEE Trans. Microwave Theory Tech., MTT-15, 508 (1967).
- 5. R. Mittra, T. Itoh, and Li Ti-Shu, IEEE Trans. Microwave Theory Tech., MTT-20, 96 (1972).
- F. Sporleder and H-G.Unger, in: IEE Electromagnetic Wave Series 6. Waveguide Tapers, Transitions and Couplers, London (1979), p. 124.
- I. G. Tigelis, M. Pedrozzi, P. G. Cottis, and L. Vomvoridis *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, MTT-45, 236 (1997).
- 8. I. G. Tigelis, J. L. Vomvoridis, and S. Tzima, IEEE Trans. Plasma Sci., PS-26, 922 (1998).
- 9. T. Weiland, et al., "Mafia Version 4," in: Proc. Computational Accelerator Physics Conf. (CAP), Williamsburg, Virginia (1996), p. 65.
- 10. J. H. Billen, and L. M.Young, Poisson Superfish Los Alamos Report LA-UR-96-1834 (1996).

University of Athens Department of Physics, Applied Physics Division, Electronics Laboratory, Athens, Greece Поступила в редакцию 28 февраля 2003 г.

УДК 621.372.82.3

# РАССЕЯНИЕ ПЛОСКОЙ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ БЕСКОНЕЧНО ПРОТЯЖЁННЫМ ДВУГРАННЫМ КЛИНОМ С ВЕРШИНОЙ В ВИДЕ ЦИЛИНДРА С ПРОДОЛЬНОЙ ЩЕЛЬЮ

# Е. В. Шепилко

Задача о рассеянии плоской электромагнитной волны идеально проводящим двугранным клином с вершиной в виде цилиндра с бесконечной продольной щелью в строгой постановке сведена к решению системы линейных алгебраических уравнений второго рода относительно неизвестных коэффициентов фурье-разложений рассеянного поля. Результаты вычислений поля в дальней зоне с заданной точностью представлены для случая *E*-поляризованной волны. Показано, что в дальней длинноволновой области диаграмма направленности поля при большом угле раскрыва щели не зависит от направления падающей волны и диэлектрической проницаемости среды в цилиндре и имеет форму, подобную кардиоиде. Узкая щель оказывает заметное влияние на форму диаграммы направленности при изменении угла падения волны.

Электромагнитные свойства цилиндра с продольной щелью, который широко используется в качестве как волноводной, так и излучающей структуры, детально исследовались рядом авторов (см., например, [1–6]). В работе [7] исследовалась задача возбуждения такой открытой структуры диполем. Однако в приведённых работах не учитывалось влияние на свойства открытой структуры экранов, монтажного оборудования и других элементов коммуникации.

Добавление к цилиндру с продольной щелью клиновидной части приближает такую структуру к конструкциям, применяемым на практике. При произвольном угле раскрыва клина указанная структура может быть использована при исследовании электромагнитного влияния полуплоскости, добавленной к цилиндру со щелью, или проводящего полупространства на погружённые открытые объекты с цилиндрической симметрией, а также при моделировании секторального рупора с вершиной в виде цилиндра с продольной щелью.

Целью настоящей работы является решение в строгой постановке задачи рассеяния плоской электромагнитной волны на идеально проводящем бесконечно протяжённом двугранном клине с вершиной в виде кругового цилиндра с продольной щелью, которое позволяет проанализировать рассеивающие свойства структуры в широких пределах изменения характерных параметров.

#### 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Плоская электромагнитная волна падает перпендикулярно образующей цилиндра под произвольным углом  $\beta$  между волновым вектором  $\mathbf{k}_1$  падающей волны и линией отсчёта угла  $\varphi$ в цилиндрической системе координат  $\rho$ ,  $\varphi$ , z (см. рис. 1). Ось z совпадает с осью цилиндра радиуса a, углы  $\pi\delta$  и  $\pi\theta$  характеризуют раскрыв клина и продольной щели соответственно, при этом  $0 < \delta \leq 1, 0 < \theta < 1$ . Зависимость поля от времени вида  $\exp(-i\omega t)$  в дальнейшем опущена;  $k_1 = k_0 \sqrt{\varepsilon_1 \mu_1}, k_0 = \omega/c$ , где c – скорость света в вакууме,  $\varepsilon_1$  и  $\mu_1$  – диэлектрическая и магнитная проницаемости окружающего пространства.

Поле в пространстве представляем как суперпозицию падающего  $(\mathbf{E}^{(0)}, \mathbf{H}^{(0)})$  и рассеянного  $(\mathbf{E}^{(1)}, \mathbf{H}^{(1)})$  полей:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}^{(0)} - \mathbf{E}^{(1)}, \qquad \mathbf{H} = \mathbf{H}^{(0)} - \mathbf{H}^{(1)}. \tag{1}$$

Е. В. Шепилко

Рассмотрим случай E-поляризации (поле  $\mathbf{E}^{(0)}$  параллельно оси z) и представим составляющую электрического поля падающей плоской волны единичной амплитуды в виде разложения по цилиндрическим функциям Бесселя [8]:

$$E_z^{(0)} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} (-i)^n J_n(k_1 \rho) \exp[in(\varphi - \beta)].$$
 (2)

Поле внутри и вне цилиндра представим рядом Фурье по цилиндрическим функциям и определим *z*-составляющую рассеянного поля как

$$E_z^{(1)} = \begin{cases} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \beta_n J_n(k_2\rho) \exp(in\varphi), & \rho \le a, & |\varphi| \le \pi; \\ \sum_{s=1}^{\infty} \alpha_s H_{s\nu}^{(1)}(k_1\rho) \sin[(\varphi + \pi\delta) s\nu], & \rho \ge a, & |\varphi| \le \pi\delta; \end{cases}$$
(3)

остальные составляющие электромагнитного поля находятся из уравнений Максвелла. В (3)  $k_2 =$  $k_{0}\sqrt{\varepsilon_{2}\mu_{2}}, \nu = 1/(2\delta), \varepsilon_{2}$  и  $\mu_{2}$  — диэлектрическая и магнитная проницаемости среды, заполняющей цилиндр,  $H_{\lambda}^{(1)}(x)$  — функция Ханкеля 1-го рода,  $\beta_n$  и  $\alpha_s$  — неизвестные коэффициенты фурье-разложений рассеянного поля.

Налагая на полное поле граничные условия и применяя методику, приведённую в работе [9], сведём поставленную задачу рассеяния к следующей системе линейных алгебраических уравнений второго рода относительно неизвестных коэффициентов разложения:

$$X_s = \sum_{q=1}^{\infty} X_q \Phi_{sq}^{\alpha} + F_s^{\alpha}, \qquad (4)$$

$$Y_m = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} Y_n \Phi_{mn}^{\beta} + F_m^{\beta}.$$
 (5)

Здесь  $m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots,$ 



$$X_{s} = \alpha_{s} H_{s\nu}^{(1)\prime}(k_{1}a), \qquad Y_{m} = \beta_{m} J_{m}(k_{2}a);$$

$$\Phi_{sq}^{\alpha} = \frac{H_{q\nu}^{(1)}(k_{1}a)}{H_{q\nu}^{(1)\prime}(k_{1}a)} \sqrt{\frac{\varepsilon_{2}}{\varepsilon_{1}}} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{J_{n}'(k_{2}a)}{J_{n}(k_{2}a)} V_{q\nu}^{\theta n} C_{s\nu}^{n}, \qquad \Phi_{mn}^{\beta} = \frac{J_{n}'(k_{2}a)}{J_{n}(k_{2}a)} \sqrt{\frac{\varepsilon_{2}}{\varepsilon_{1}}} \sum_{s=1}^{\infty} \frac{H_{s\nu}^{(1)}(k_{1}a)}{H_{s\nu}^{(1)\prime}(k_{1}a)} V_{s\nu}^{\theta m} C_{s\nu}^{n};$$

$$F_{s}^{\alpha} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} (-i)^{n} J_{n}'(k_{1}a) \exp(-in\beta) C_{s\nu}^{n} - \sqrt{\frac{\varepsilon_{2}}{\varepsilon_{1}}} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \frac{J_{m}'(k_{2}a)}{J_{m}(k_{2}a)} C_{s\nu}^{m} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} (-i)^{n} J_{n}(k_{1}a) \exp(-in\beta) V_{n}^{\theta m},$$

Е. В. Шепилко

$$F_m^{\beta} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} (-i)^n J_n(k_1 a) \exp(-in\beta) V_n^{\theta m} - \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \frac{H_{s\nu}^{(1)}(k_1 a)}{H_{s\nu}^{(1)\prime}(k_1 a)} V_{s\nu}^{\theta m} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} (-i)^n J_n'(k_1 a) \exp(-in\beta) C_{s\nu}^n.$$

Здесь штрих обозначает дифференцирование по аргументу цилиндрической функции, а магнитные проницаемости  $\mu_1$  и  $\mu_2$  без ограничения общности задачи приняты равными единице. Коэффициенты  $C_{s\nu}^n$  и  $V_n^{\theta m}$  определены в [9]; отметим только, что в выражениях для последних следует произвести замену  $\delta$  на  $\theta$ . Коэффициенты  $V_{s\nu}^{\theta m}$  являются функциями углов раскрыва клина и щели цилиндра и имеют следующий вид:

$$V_{s\nu}^{\theta m} = \begin{cases} \frac{i}{\pi} \frac{m\cos\psi\sin\tau - s\nu\sin\psi\cos\tau}{\xi}\cos\eta = -V_{s\nu}^{\theta(-m)}, & m \neq 0, \quad m \neq s\nu, \quad s/2 \in \mathbb{Z}; \\ \left(\frac{\sin(2\tau)}{4\pi s\nu} - \frac{\theta}{2}\right)i\cos\eta = -V_{s\nu}^{\theta(-m)}, & m \neq 0, \quad m = s\nu, \quad s/2 \in \mathbb{Z}; \\ 0, & m = 0, \quad s/2 \in \mathbb{Z}; \\ \frac{1}{\pi} \frac{m\sin\psi\cos\tau - s\nu\cos\psi\sin\tau}{\xi}\sin\eta = V_{s\nu}^{\theta(-m)}, & m \neq 0, \quad m \neq s\nu, \quad (s+1)/2 \in \mathbb{Z}; \\ \left(\frac{\sin(2\tau)}{4\pi s\nu} + \frac{\theta}{2}\right)\sin\eta = V_{s\nu}^{\theta(-m)}, & m \neq 0, \quad m = s\nu, \quad (s+1)/2 \in \mathbb{Z}; \\ \frac{\sin\tau\sin\eta}{\pi s\nu}, & m = 0, \quad (s+1)/2 \in \mathbb{Z}; \end{cases}$$

где  $\psi = m\pi\theta$ ,  $\tau = s\nu\pi\theta$ ,  $\xi = m^2 - (s\nu)^2$ ,  $\eta = s\pi/2$ ,  $\mathbb{Z}$  — множество целых положительных чисел, исключая нуль.

Таким образом, исследование задачи о рассеянии плоской электромагнитной волны сведено к решению бесконечных систем линейных алгебраических уравнений второго рода.

Система уравнений (4) позволяет исследовать внешнюю задачу — рассеяние волны структурой, а система уравнений (5) — внутреннюю, т. е. найти распределение поля в цилиндре со щелью.

#### 2. АНАЛИТИЧЕСКИЕ ФОРМУЛЫ

Проведём исследование внешней задачи. Решение бесконечной системы уравнений (4) при произвольных значениях параметров структуры можно получить методом редукции аналогично работе [2].

При  $k_2 a \ll 1$  и  $\delta \approx 1$  задачу рассеяния плоской электромагнитной волны рассматриваемой структурой можно исследовать аналитически, используя асимптотические представления функций  $J_{\lambda}(x)$  и  $H_{\lambda}^{(1)}(x)$  [10], а также применив метод последовательных приближений для нахождения неизвестных в системе уравнений (4).

Распределение по координате  $\varphi$  поля  $E_z^{(1)}$  в дальней зоне  $(k_1 \rho \to \infty)$ , т.е. диаграмму направленности рассеянного поля, определим выражением

$$A(\varphi) = \sqrt{2/(\pi k_1)} \exp(-i\pi/4) F(\varphi),$$

где

$$F(\varphi) = \left| \sum_{s=1}^{\infty} \alpha_s \exp(-is\nu\pi/2) \sin[(\varphi + \pi\delta) s\nu] \right|.$$
(6)

Учитывая под знаком суммы (6) только слагаемые, убывающие медленней, чем  $O(k_1^3 a^3)$ , получим для коэффициента  $F(\varphi)$  приближённое выражение

$$F(\varphi) \approx u \cos[\varphi/(2\delta)] + u_1 \sin(\varphi/\delta),$$
(7)

Е. В. Шепилко



где

$$u = C \left[ -C_1 \cos(\pi \delta) \, \frac{\sin(\pi \theta)}{\pi} \, (k_1 a)^{\nu} + (k_1 a)^{\nu+1} \right] + \mathcal{O}(k_1^2 a^2)$$
$$u_1 = C_2 \, (k_1 a)^{2\nu+1} \left[ 1 + \frac{\sin(2\pi \theta)}{2\pi} - \theta \right] \sin \beta + \mathcal{O}(k_1^3 a^3);$$

здесь константы  $C, C_1$  и  $C_2$  зависят только от параметра  $\delta$  и не зависят от  $k_1 a$ .

Из (7) видно, что форма диаграммы направленности определяется суммой косинусной и синусной функциональных зависимостей от  $\varphi$  и может существенно изменяться при различных значениях  $\theta$  и угла падения  $\beta$ . При  $\theta \ge 1/2$  вторым слагаемым в (7) можно пренебречь при значениях  $\beta \approx 0$ , при этом диаграмма направленности становится подобной кардиоиде независимо от угла раскрыва щели в пределах указанного ограничения:

$$F(\varphi) = \left\{ C \left[ -C_1 \cos(\pi \delta) \, \frac{\sin(\pi \theta)}{\pi} \, (k_1 a)^{\nu} + (k_1 a)^{\nu+1} \right] + \mathcal{O}(k_1^2 a^2) \right\} \cos[\varphi/(2\delta)]. \tag{8}$$

Однако при  $\beta \approx \pi/2$  и узкой щели вид диаграммы направленности будет определяться выражением (7). Влияние второго слагаемого в (7) будет проявляться в смещении направления максимума.

## 3. ЧИСЛЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

Для анализа рассеивающих свойств структуры в дальней зоне при произвольных значениях параметров на основе решения системы уравнений (4) методом редукции вычислялись коэффициент обратного рассеяния

$$k_1 \sigma_o = 4 \left| \sum_{s=1}^{\infty} \alpha_s \exp(-is\nu\pi/2) \, \sin[(\beta + \pi\delta) \, s\nu] \right|^2 \delta \tag{9}$$

и множитель  $F(\varphi)$  по формуле (6) с относительной ошибкой, не превышающей 2 %.

На рис. 2 приведена зависимость коэффициента обратного рассеяния от параметра  $k_0a$ . Кривая соответствует параметрам  $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 1$ ;  $\pi \delta = 179^\circ$ ;  $\pi \theta = 1^\circ$  и  $\beta = 0$ . Видно, что зависимость имеет особенность (коэффициент обратного рассеяния резко изменяется) при параметре  $k_0a$ , близком к собственному значению цилиндрического волновода.







данном случае не оказывает заметного влияния.



На рис. 5 кривая 1 соответствует  $\pi \delta = 179^{\circ}$ ;  $\pi \theta = 1^{\circ}$ , а кривая  $2 - \pi \delta = \pi \theta = 178^{\circ}$ . В обоих случаях  $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 1$  и  $\beta = 0$ . При  $\beta = 90^{\circ}$ ;  $\pi \delta = 179^{\circ}$  и  $\pi \theta = 1^{\circ}$  (рис. 6) бо́лышая часть поля отражается, однако максимум излучения соответствует углу  $\varphi = 56^{\circ}$ ; кривая, показанная на рис. 6 штриховой линией, соответствует цилиндру без щели при указанных параметрах, она построена на основании точного решения [11] и приведена для сравнения.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Зоммерфельд А. Дифференциальные уравнения в частных производных физики. М.: Изд-во иностр. лит., 1950. 456 с.





На рис. 3 приведены зависимости коэффициента обратного рассеяния от параметра  $k_0a$  при  $\varepsilon_2 = 1; \ \pi \delta = 90^\circ; \ \pi \theta = 1^\circ$  и  $\beta = 0; \ кривая 1$  соответствует диэлектрической проницаемости окружающего пространства  $\varepsilon_1 = 1$ , кривая  $2 - \varepsilon_1 = 3$ . Увеличение  $\varepsilon_1$  приводит к росту коэффициента обратного рассеяния, однако амплитуда его изменения в точке особенности снижается.

Нормированная диаграмма направленности рассеянного поля для узкого клина при узкой щели в цилиндре приведена на рис. 4. Кривая подобна кардиоиде и соответствует параметрам  $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 1; \ \pi \delta = 175^\circ; \ k_0 a = 0,01; \ \pi \theta = 1^\circ$  и  $\beta = \pi/2$ . Максимум диаграммы смещён к направлению падения волны. При изменении ди-электрической проницаемости материала цилиндра до  $\varepsilon_2 = 2,08$  диаграммы направленности полностью совпадают, т.е. заполнение цилиндра в

- Морс Ф. М., Фешбах Г. Методы теоретической физики. Т. 2. М.: Изд-во иностр. лит., 1960. 780 с.
- 3. Clarricoats P., Slinn K. R. // Electr. Letters. 1966. V. 2. P. 326.
- Шестопалов В. П. Метод задачи Римана Гильберга в теории дифракции и распространения электромагнитных волн. Харьков: Изд-во ХГУ, 1971. 400 с.
- 5. Кошпаренок В. Н., Шестопалов В.П. // ЖВМ и МФ. 1971. Т. 11, № 3. С. 721.
- 6. Носич А. И., Шестопалов В. П. // ЖТФ. 1983. Т. 53, Вып. 12. С. 2312.
- 7. Шепилко Е. В. // Радиотехника и электроника. 1975. Т. 20, № 7. С. 1388.
- Иванов К. И. Дифракция электромагнитных волн на двух телах. Минск: Наука и техника, 1968. 584 с.
- 9. Шепилко Е. В. // Изв. вузов. Радиофизика. 2002. Т. 45, № 1. С. 26.
- 10. Справочник по специальным функциям / Под ред. М. Абрамовица и И. Стиган. М.: Наука, 1979. 832 с.
- 11. Шепилко А. Е., Шепилко Е. В. // Изв. вузов. Радиофизика. 2002. Т. 45, № 4. С. 320.

Харьковская государственная академия городского хозяйства, г. Харьков, Украина

Поступила в редакцию 11 февраля 2003 г.

# SCATTERING OF A PLANE ELECTROMAGNETIC WAVE BY AN INFINITE DIHEDRAL WEDGE WITH A SLOTTED CYLINDER AT THE APEX

E. V. Shepilko

The problem of scattering of a plane electromagnetic wave by a perfectly conducting dihedral wedge with a slotted cylinder at the apex in rigorous formulation is reduced to solving a system of linear algebraic equations for unknown coefficients of the Fourier expansion of the scattered field. The results of calculation of the far-zone field with a given accuracy are presented in the case of an E-polarized incident wave. It is shown that for a slot with a large opening angle, the radiation patterns of the field in the long-wavelength far zone has a shape similar to a cardioid and does not depend on the incident-wave direction and the dielectric permittivity of the cylinder. In the case of a narrow slot, the radiation-pattern shape depends significantly on the incidence angle of the wave.

УДК 533.9:621.039

# НЕУСТОЙЧИВОСТЬ ПРИКАТОДНОГО СЛОЯ НА ЧАСТОТАХ, БЛИЗКИХ К ИОННОЙ ПЛАЗМЕННОЙ ЧАСТОТЕ

# И. Ю. Костюков, Г. М. Фрайман

В работе рассмотрены стационарные и нестационарные процессы в прикатодной области. Выведены уравнения, описывающие нестационарные процессы вблизи катода на частотах, близких к ионной плазменной частоте. Найдены решения этих уравнений для различных зон разрядного промежутка. Построена «кусочно-однородная» модель разрядного промежутка, показывающая возможность неустойчивости на частоте, которая немного ниже ионной плазменной частоты около катода. Рассмотрено влияние давления газа на порог неустойчивости по разрядному току. Полученные результаты находятся в хорошем согласии с данными экспериментального исследования неустойчивости катодного слоя в разряде с полым катодом.

## введение

Недавно в экспериментах [1] были обнаружены интенсивные колебания напряжения на катодном слое в разряде низкого давления с полым цилиндрическим катодом. Эти колебания вызывали модуляцию разрядного тока, глубина которой достигала почти 100 %. Типичная частота колебаний находилась в пределах десятков мегагерц и была немного ниже, чем ионная плазменная частота вблизи границы катодного слоя. Неустойчивость возникала после превышения разрядным током порогового значения (порядка 8 A). Частота колебаний не зависела от местоположения, размера и материала анода. В экспериментах использовались газы He, Ne, Ar и катоды двух диаметров (4,1 и 8,6 см) с длиной 10 см. Типичное давление газа в эксперименте составляло  $0,005\div1$  Торр, напряжение между анодом и катодом —  $360\div800$  В, разрядный ток —  $5\div120$  А. Высокая эффективность генерации высокочастотных колебаний делает обнаруженное явление весьма привлекательным для создания достаточно мощного и дешёвого источника высокочастотного электромагнитного излучения [2].

Несмотря на простоту экспериментальной установки, вопрос о природе неустойчивости остаётся пока открытым. Поскольку газовый разряд является достаточно сложным физическим явлением и богат различными неустойчивостями [3], естественно связать обнаруженную неустойчивость с универсальными разрядными процессами.

Как известно, дуговой разряд, включённый в согласованную внешнюю цепь, сыграл важную роль в радиотехнике до появления ламповых генераторов и высокочастотных машин как мощный генератор передающих радиостанций [4]. Тем не менее измерения, проведённые в работе [1], показывают, что механизм неустойчивости имеет, по-видимому, бесстолкновительный характер и не связан с обычными разрядными неустойчивостями. Действительно, обнаруженная неустойчивость не связана с ионизационными и рекомбинационными процессами, поскольку характерное время распада плазмы  $\tau_{\rm D} \approx 1/(\beta n_{\rm e}) \geq 200$  нс на порядок превышает период колебаний разрядного тока (около 20 нс). Здесь  $n_{\rm e} \leq 5 \cdot 10^{13}$  см<sup>-3</sup> — характерная концентрация электронов в разрядной плазме,  $\beta \leq 10^{-7}$  см<sup>3</sup>/с — коэффициент рекомбинации. Другие разрядные процессы (остальные элементарные процессы, процессы переноса) имеют ещё бо́льшие характерные времена. Изменения индуктивности и ёмкости внешней цепи практически не приводят к изменению частоты

Авторы работ [1, 2] полагают, что обнаруженная неустойчивость имеет электродинамическую природу и связана с неустойчивостью вблизи положительно заряженного электрода, помещённого в плазму [6, 7]. Нестационарные процессы в этом слое схожи с процессами в СВЧ диоде [1, 8, 9]. Импеданс СВЧ диода имеет отрицательную активную часть на некотором интервале частот и ёмкостную реактивную часть. С другой стороны, плазма на таких частотах ведёт себя как индуктивность:  $\varepsilon(\omega) = 1 - \omega_{\rm pe}^2/\omega^2 < 0$ , где  $\varepsilon(\omega) -$ диэлектрическая проницаемость плазмы, а  $\omega_{\rm pe}$  и  $\omega$  — электронная плазменная частота и частота колебаний соответственно. В результате согласования обеднённого ионами слоя, который ведёт себя как ёмкость с отрицательным сопротивлением, и плазмы, которая ведёт себя как индуктивность, возникает неустойчивая система, способная генерировать колебания.

Такое объяснение вызывает определённые сомнения. Дело в том, что частота неустойчивости вблизи положительно заряжённого электрода (анода) определяется временем пролёта электрона через «обеднённый ионами слой» [7] и немного ниже электронной плазменной частоты. На низких же частотах, наблюдаемых в эксперименте, диэлектрическая проницаемость плазмы много больше единицы (согласно экспериментам  $|\varepsilon(\omega)| > 600$ ). Как показывают приведённые ниже оценки, в этом случае импеданс плазмы много меньше импеданса катодного слоя, что не позволяет реализовать их согласование.

Изложенная в настоящей работе идея состоит в том, что наблюдаемая генерация связана с процессами в катодном слое. Несмотря на то, что катодный слой на частотах, близких к обратному времени пролёта иона через слой, ведёт себя так же, как СВЧ диод, между неустойчивостью, обнаруженной в работе [1], и неустойчивостью вблизи положительно заряженного электрода имеются серьёзные различия. Структура поля вблизи катода существенно отличается от структуры поля вблизи анода. Во-первых, в катодном слое происходит наибольшее падение потенциала. Во-вторых, несмотря на то, что концентрация электронов экспоненциально быстро уменьшается внутри катодного слоя, на этих частотах диэлектрическая проницаемость плазмы является большой величиной. Поэтому для нестационарных процессов динамика электронов будет играть важную роль на значительной части катодного слоя. В-третьих, на границе катодного слоя должно выполняться граничное условие Бома: ионы влетают в слой с ионно-звуковыми скоростями [10], что предусматривает формирование между плазмой и катодным слоем «предслоя», ускоряющего ионы до ионно-звуковой скорости [11]. Наличие такого предслоя, как показано в работе, существенно изменяет импеданс катодного слоя.

Основное внимание в данной работе уделяется анализу процессов в катодном слое вблизи порога генерации. Прежде всего мы найдём распределение полей и концентрации плазмы в стационарном катодном слое (раздел 1). Эта часть имеет в основном методический характер. Далее мы сосредоточимся на исследовании устойчивости найденных стационарных распределений и определим инкременты неустойчивости в рамках бесстолкновительной модели (разделы 2 и 3). Учёт влияния столкновений с нейтральными частицами (раздел 4) позволит нам оценить пороги возникновения неустойчивости. В заключении (раздел 5) мы обсудим основные полученные результаты.

# 1. СТАЦИОНАРНЫЙ ПРИКАТОДНЫЙ СЛОЙ

Поскольку мы интересуемся электродинамическими свойствами катодного слоя, для его опи-

сания воспользуемся уравнениями двухжидкостной гидродинамики плазмы (см., например, [12]):

$$\frac{\partial n_{\rm i}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z}(n_{\rm i}V_{\rm i}) = 0, \qquad \frac{\partial V_{\rm i}}{\partial t} + V_{\rm i}\frac{\partial V_{\rm i}}{\partial z} + V_{\rm i}^2/\lambda_{\rm in} = -\frac{e}{M}\frac{\partial\varphi}{\partial z};$$

$$\frac{\partial n_{\rm e}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z}(n_{\rm e}V_{\rm e}) = 0, \qquad \frac{\partial V_{\rm e}}{\partial t} + \nu_{\rm en}V_{\rm e} + V_{\rm e}\frac{\partial V_{\rm e}}{\partial z} = \frac{e}{m}\frac{\partial\varphi}{\partial z} - \frac{kT_{\rm e}}{n_{\rm e}}\frac{\partial n_{\rm e}}{\partial z};$$

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2} = 4\pi e (n_{\rm e} - n_{\rm i}),$$
(1)

где е и m — элементарный заряд и масса электрона соответственно, M — масса иона,  $\varphi$  — потенциал электрического поля,  $n_{\rm e}$  и  $n_{\rm i}$  — концентрации электронов и ионов соответственно,  $V_{\rm e}$ и  $V_{\rm i}$  — скорости электронов и ионов соответственно,  $\nu_{\rm en}$  — частота столкновений нейтральных частиц с электронами,  $kT_{\rm e}$  — тепловая энергия электронов,  $\lambda_{\rm in}$  — длина свободного пробега иона в нейтральном газе. Толщина катодного слоя много меньше размеров катода, поэтому мы ограничились одномерной моделью.

Рассмотрим сначала стационарное распределение потенциала в плазме газового разряда вблизи катода. Для этого введём следующие безразмерные переменные:

$$y = \frac{MV_i^2}{2kT_e}, \qquad \chi = -\frac{e\varphi}{kT_e}, \qquad \rho_{e,i} = \frac{n_{e,i}}{n_0}, \qquad \zeta = \frac{z}{\lambda_D}, \qquad \alpha = \frac{\lambda_D}{\lambda_{in}}, \tag{2}$$

где  $MV_i^2/2$  и  $e\varphi$  — кинетическая и потенциальная энергия иона соответственно,  $n_0$  — концентрация плазмы вдали от катода,  $\lambda_{\rm D} = \sqrt{kT_{\rm e}/(4\pi e^2 n_0)}$  — радиус Дебая в невозмущённой плазме. В стационарном режиме электроны из-за высокой подвижности находятся в состоянии равновесия в соответствии с распределением Больцмана, а динамика ионов определяется уравнениями гидродинамики. В этом случае (1) сводится к следующей системе уравнений:

$$\frac{\mathrm{d}^2 \chi}{\mathrm{d}\zeta^2} = \rho_{\mathrm{i}} - \rho_{\mathrm{e}} \tag{3a}$$

— уравнение Пуассона,

978

$$\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}\zeta} + \alpha y = \frac{\mathrm{d}\chi}{\mathrm{d}\zeta} \tag{36}$$

— уравнение баланса энергии иона,

$$\rho_{\rm i}\sqrt{y} = \sqrt{y_0} \tag{3B}$$

— уравнение непрерывности для ионов,

$$\rho_{\rm e} = \exp\left(-\chi\right) \tag{3r}$$

— распределение Больцмана для электронов. Данная система уравнений дополняется граничными условиями:

$$\chi = \chi_0$$
 на катоде;  $\chi = 0, \ y = y_0$  при  $\zeta \to -\infty.$  (4)

Здесь мы для простоты полагаем, что анод бесконечно удалён, и точка  $\zeta \to -\infty$  соответствует невозмущённой плазме.

Систему уравнений (3), (4) в общем случае можно исследовать только численно. Однако при некоторых соотношениях параметров структуру поля, формирующуюся вблизи катода, можно



Рис. 1. Схематическое распределение электрического потенциала и концентраций электронов и ионов вблизи катода



Рис. 2. Зависимость потенциала  $\chi$ внутри предслоя от координаты z

разделить на плоский бесстолкновительный катодный слой и квазинейтральный предслой [11]. Такое разделение можно сделать, если толщина предслоя много больше радиуса Дебая. В этом случае катодный слой характеризуется тем, что под действием электрического поля электроны «отжимаются» из слоя в плазму, а внутри слоя течёт ионный ток ( $n_e \ll n_i$ ). Качественно распределения потенциала и концентраций электронов и ионов вблизи катода представлены на рис. 1.

Если напряжение высокое ( $\chi_0 \gg 1$ ) и толщина катодного слоя d много меньше длины свободного пробега  $\lambda_{in}$ , то из системы (3) нетрудно получить зависимость потенциала от координаты:

$$\chi(z) = \chi_0 \, (z/d)^{4/3},\tag{5}$$

при этом плотность тока  $j_0$ , напряжение  $U_0 = \varphi_0$  и толщина катодного слоя d связаны между собой законом Чайльда—Ленгмюра:

$$j_0 = \frac{1}{9\pi} \sqrt{\frac{2e}{M}} \frac{U_0^{3/2}}{d^2} \,. \tag{6}$$

Поскольку для этих условий плотность тока внутри слоя совпадает с плотностью ионного тока насыщения [13, 14]

j

$$_{i}^{s} = \beta e n_{0} V_{s}, \tag{7}$$

где  $V_{\rm s} = \sqrt{kT_{\rm e}/M}$  — ионно-звуковая скорость,  $\beta$  — коэффициент, определяемый геометрией катода, то соотношение (6) определяет толщину катодного слоя d.

Чтобы решение (5) удовлетворяло граничному условию (4)  $y = y_0$ , из системы (3) при  $\lambda_{\rm in} \to \infty$ следует, что должно выполняться условие Бома: скорость ионов на входе в катодный слой должна равняться ионно-звуковой скорости  $V_{\rm s}$  (или y = 1/2), где граница слоя задаётся уравнением  $e\varphi(z) = kT_{\rm e}$ . Таким образом, перед катодным слоем должен существовать предслой, в котором происходит ускорение ионов до энергий порядка  $kT_{\rm e}$ . Поскольку в предслое выполняется условие квазинейтральности ( $n_{\rm e} \approx n_{\rm i}$ ), то, полагая в (3)  $n_{\rm e} = n_{\rm i}$ , можно найти неявную зависимость потенциала от координаты внутри предслоя [11]:

$$z = \lambda_{\rm in} \left(1 - \exp(-2\chi) - 2\chi\right)/2.$$
 (8)

Зависимость  $\chi(z)$  показана на рис. 2. Естественно, решение (8) неправильно описывает распределение потенциала на границе катодного слоя и предслоя ( $d\chi(z)/dz$  обращается в этой точке в бесконечность), поскольку в этом месте происходит сильное нарушение квазинейтральности. Из

выражения (8) легко видеть, что характерный размер предслоя определяется длиной свободного пробега иона. В общем случае толщина предслоя может определяться ионизационной длиной [15], геометрией катода [16], ларморовским радиусом иона при наличии магнитного поля [17] и т. д. Следует ещё раз подчеркнуть, что разделение на слой и предслой, а также определение границы между ними возможно лишь асимптотически при бесконечно большой толщине предслоя по отношению к радиусу Дебая [11].

### 2. НЕСТАЦИОНАРНЫЕ ПРОЦЕССЫ В ПРИКАТОДНОЙ ОБЛАСТИ

#### 2.1. Общие уравнения

Исследуем теперь устойчивость стационарных решений, рассмотренных в предыдущем разделе. Для этого линеаризуем систему уравнений (1), используя следующие обозначения:

$$V_{i}(z,t) = V_{0}(z) + V_{\sim,i} \exp(i\omega t), \qquad n_{i}(z,t) = n_{0,i}(z) + n_{\sim,i} \exp(i\omega t);$$

$$V_{e}(z,t) = V_{\sim,e}(z) \exp(i\omega t), \qquad n_{e}(z,t) = n_{0,e}(z) + n_{\sim,e} \exp(i\omega t);$$

$$j_{i}(z,t) = j_{0}(z) + j_{\sim,i}(z) \exp(i\omega t), \qquad j_{e}(z,t) = j_{\sim,e}(z) \exp(i\omega t),$$

$$j_{\sim,i}(z) = n_{\sim,i}(z)V_{0}(z) + V_{\sim,i}(z)n_{0,i}(z), \qquad j_{\sim,e}(z) = V_{\sim,e}(z)n_{0,e}(z);$$

$$\varphi(z,t) = \varphi_{0}(z) + \varphi_{\sim}(z) \exp(i\omega t). \qquad (9)$$

В соответствии с экспериментами [1] будем предполагать, что параметры задачи удовлетворяют условиям  $\omega \ll \nu_{\rm en} \ll \omega_{\rm pe}; V_{Te}/\{\lambda_{\rm in}, d\} \ll \{\nu_{\rm en}, \omega\}$ , где  $\omega_{\rm pe}(z) = \sqrt{4\pi e^2 n_{0,\rm e}(z)/m}$  — электронная плазменная частота,  $V_{Te}^2 = kT_{\rm e}/m$ . Это означает, что электроны квазистационарно отслеживают изменение поля. Тогда после несложных преобразований (1) сводится к системе двух дифференциальных уравнений второго порядка, описывающих в линейном приближении нестационарные процессы в прикатодной области:

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}z} \left[ r_{\mathrm{De}}^2(z) \, \frac{\partial j_{\mathrm{e}}}{\partial z} \right] + \left[ 1 - \frac{i\omega\nu_{\mathrm{en}}}{\omega_{\mathrm{pe}}^2(z)} \right] j_{\mathrm{e}} = I - j_{\mathrm{i}},$$

$$\left( \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}z} \left[ V_0(z) \, \frac{\partial V_0(z)}{\partial z} \right] + 2i\omega \, \frac{\partial V_0(z)}{\partial z} - \omega^2 \right) j_{\mathrm{i}} = \omega_{\mathrm{pi}}^2(z) \left( I - j_{\mathrm{e}} \right) - \omega_{\mathrm{pe}}^2(z) \, \frac{m}{M} \, j_{\mathrm{i}}, \tag{10}$$

где I — полный ток, который согласно уравнению Максвелла определяется выражением

$$4\pi I = 4\pi j_{\rm e} + 4\pi j_{\rm i} + i\omega \partial \varphi_{\sim} / \partial z, \tag{11}$$

 $r_{\rm De}^2(z) = kT_{\rm e}/[4\pi e^2 n_{0,{\rm e}}(z)]$  —квадрат радиуса Дебая (т. е.  $\lambda_{\rm D} = r_{\rm De}^2(-\infty)$ ),  $\omega_{\rm pi}(z)$  — ионная плазменная частота. Здесь и далее для удобства подразумевается  $j_{\rm i}(z) = j_{\sim,{\rm i}}(z)$ ,  $j_{\rm e}(z) = j_{\sim,{\rm e}}(z)$ . Система (10) должна быть дополнена граничными условиями:

$$j_{\rm e}(d) = 0, \qquad j_{\rm e}(-\infty) = I \frac{\omega_{\rm pe}^2}{\omega_{\rm pe}^2 + i\omega\nu_{\rm en}}, \qquad j_{\rm i}(-\infty) = 0, \qquad j_{\rm i}'(-\infty) = 0, \qquad (12)$$

где штрих обозначает производную по аргументу.

980

Систему (10) в общем случае можно решить только численно. Чтобы получить приближённое аналитическое описание нестационарных процессов в прикатодной области, воспользуемся



Рис. 3. Условное деление прикатодной области на отдельные зоны в случае нестационарных процессов

«кусочно-однородной» моделью. Для этого построим решение системы (10) в разных зонах прикатодной области. В случае нестационарных процессов, как и для стационарных процессов, прикатодная область естественным образом разбивается на катодный слой, предслой и область невозмущённой плазмы. Тем не менее в связи с тем, что электроны значительно более лёгкие частицы, чем ионы, из системы (10) следует, что электронной ток  $j_e$  будет компенсировать полный ток I, пока первое слагаемое в левой части первого уравнения системы (10) будет много меньше второго слагаемого. Можно получить простую оценку для размеров области, где выполняется это условие:  $0 < z < 0.5 \lambda_D \ln[\omega_{\rm pe}^2(0)/(\omega\nu_{\rm en})]$ . Хотя концентрация электронов в катодном слое экспоненциально быстро спадает, электронный ток будет компенсировать полный ток в значительной части катодного слоя, т. к. для рассматриваемых частот  $\omega_{\rm pe}^2(0)/(\omega\nu_{\rm en}) -$ большая величина. Для экспериментальных условий, представленных в работе [1],  $\omega_{\rm pe}^2(0)/(\omega\nu_{\rm en}) > 600$  [18], и размер зоны, где  $j_e \approx I$ , составляет порядка  $3\lambda_D$  при характерной толщине катодного слоя  $15\lambda_D$ . Это делает необходимым деление катодного слоя на две зоны: зону I, где  $j_e \approx I$ , и зону II, где  $j_e \ll I$  (см. рис. 3).

#### 2.2. Катодный слой

Рассмотрим сначала нестационарные процессы в области  $d > z > z_1$ , где  $\omega_{\rm pe}^2(0) \ll \omega \nu_{\rm en}$  и  $n_{\rm e} \ll n_{0,\rm i}$ . В этом случае в уравнениях (10) можно положить  $n_{\rm e} = 0$ . Тогда от системы (10) остаётся только второе уравнение, в котором  $j_{\rm e} = 0$  и  $\omega_{\rm pe}^2 = 0$ :

$$\left(\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}z}\left[V_0(z)\frac{\partial V_0(z)}{\partial z}\right] + 2i\omega\frac{\partial V_0(z)}{\partial z} - \omega^2\right)j_{\mathrm{i}} = \omega_{\mathrm{pi}}^2(z)I.$$
(13)

Замена переменных

$$\xi(z) = \int_{0}^{z} \frac{\omega}{V_0(z)} \,\mathrm{d}z, \qquad Z = j_i V_0(z) \exp[i\xi(z)]$$
(14)

приводит (13) к уравнению

$$\frac{\mathrm{d}^2 Z}{\mathrm{d}\xi^2} = I\omega_{\mathrm{pi}}^2(0). \tag{15}$$

При выводе (15) учтено, что согласно уравнению непрерывности для ионов (2)

$$\omega_{\rm pi}^2(z) = \omega_{\rm pi}^2(0) \, \frac{V_0(0)}{V_0(z)} \,. \tag{16}$$

И. Ю. Костюков, Г. М. Фрайман

Поскольку в правой части (15) стоит постоянная величина, это уравнение легко интегрируется. Делая обратную замену переменных, находим общее решение уравнения (13):

$$j_{\rm i}(z) = -\frac{\omega_{\rm pi}^2(z)}{\omega^2} I + C_1 \frac{V_{\rm s}}{V_0(z)} \exp[-i\xi(z)] + C_2 i\xi(z) \frac{V_{\rm s}}{V_0(z)} \exp[-i\xi(z)], \tag{17}$$

где  $C_1$  и  $C_2$  — постоянные интегрирования.

Это решение, в частности, описывает нестационарные процессы в СВЧ диоде во всём межэлектродном промежутке. В этом СВЧ приборе рабочими частицами являются электроны, которые вылетают из катода и летят к аноду. Выбирая на катоде (z = 0) граничные условия E(0) = 0,  $V_e(0) = 0$ , находим выражение для поля:

$$E(z) = \frac{4\pi I}{i\omega\xi^2(z)} \left\{ 1 - \exp[-i\xi(z)] - i\xi(z)\exp[-i\xi(z)] + \frac{\xi^2(z)}{2} \right\}.$$
 (18)

Здесь использованы соотношения (14), (16) и учтено, что согласно (4)  $V_0(z) = V_c(z/d)^{2/3}$ , где  $V_c = \sqrt{2eU_0/M}$  — скорость иона вблизи катода. Интегрируя выражение (18), находим импеданс СВЧ диода для переменного тока:

$$Z_{\rm d} = \frac{1}{I} \int_{0}^{a} E_{\sim}(z) \,\mathrm{d}z = \frac{9\pi d^2}{V_{\rm c}} \frac{12}{\xi_0^4} \left[ 2 - 2\exp(-i\xi_0) - i\xi_0 \exp(-i\xi_0) - i\xi_0 - \frac{i\xi_0^3}{6} \right],\tag{19}$$

где  $E_{\sim}(z) = -\partial \varphi_{\sim}/\partial z$ . В данном случае d — расстояние между электродами, а  $\xi_0 = \xi(d) = 3d\omega/V_c$  в теории СВЧ приборов обычно называют углом пролёта. В выражении (19) и далее под импедансом будет подразумеваться импеданс, приходящийся на единицу площади. Зависимость импеданса  $Z_d$ , нормированного на сопротивление диода при постоянном токе  $Z_0 = 9\pi d^2/V_c$ , от  $\xi_0$  изображена на рис. 4.





Собственная частота такой системы находится из уравнения  $Z_{\rm d}(\omega) = 0$  и равна  $\omega \approx (8,26 + +2,1i) V_{\rm c}/(3d)$ . Поскольку Im  $\omega > 0$ , то собственные колебания такой системы затухают. Из рис. 4 видно, что существует интервал значений  $\xi_0$ , в котором активная часть импеданса отрицательна. Это делает возможным использование CBЧ диода в качестве генератора. Однако для этого необходимо добавить в цепь индуктивность, поскольку реактивная часть импеданса имеет ёмкостный характер.

Рассмотрим теперь решение системы (10) в зоне I катодного слоя (0 < z <  $z_1$ ), где  $j_e \approx I$ и  $n_e \approx n_i$ . В этой области электронный ток можно представить в виде

$$j_{\rm e}(z) = I + f(z), \tag{20}$$

где  $f(z) \ll I$ . Решая систему (10) с использованием теории возмущений, находим

$$j_{i} = B_{1}\xi(z)\exp[i\xi(z)] + B_{2}\exp[i\xi(z)], \qquad f(x) = B_{4} + \int_{0}^{z} \frac{r_{\mathrm{De}}(0)}{r_{\mathrm{De}}^{2}(z')} \left(B_{3} + \int_{0}^{z'} j_{i}(z'')\,\mathrm{d}z''\right)\,\mathrm{d}z', \quad (21)$$

И. Ю. Костюков, Г. М. Фрайман



Рис. 5. Зависимость корней  $k_i$  (i = 1, 2, 3, 4) дисперсионного уравнения (23) от скорости ионов в предслое

где  $B_1, B_2, B_3$  и  $B_4$  — постоянные интегрирования, которые должны определяться из граничных условий.

# 2.3. Предслой

В предслое характерным размером является  $\lambda_{in}$ . Поскольку  $\lambda_{in} \gg r_{De}$ , то для простоты можно считать, что коэффициенты в системе (10) не зависят от координаты  $z: \omega_{pi} = \omega_{pi}(0), \omega_{pe} = \omega_{pe}(0), r_{De} = r_{De}(0)$ . В этом случае нестационарное решение имеет вид

$$j_{i} = -\sum_{i=1}^{4} \frac{A_{i}}{X} \exp(-ik_{i}z), \qquad j_{e} = I + \sum_{i=1}^{4} \frac{A_{i}X}{Y_{i}^{2}} \exp(-ik_{i}z), \tag{22}$$

где  $A_i$  — произвольные постоянные,  $X = \omega/\omega_{\rm pi}, Y_i = k_i r_{\rm De}, k_i$  — корни дисперсионного уравнения

$$1 - \frac{\omega_{\rm pi}^2}{(\omega - kV_0)^2} + \frac{1}{k^2 r_{\rm De}^2} = 0.$$
<sup>(23)</sup>

Учтём теперь слабую зависимость параметров в предслое от координаты, т. е. предположим, что частоты  $\omega_{\rm pi}$ ,  $\omega_{\rm pe}$  и скорость  $V_0$  в уравнении (23) зависят от z. При этом достаточно учесть только зависимость  $V_0(z)$ , т. к. в соответствии с условиями квазинейтральности  $n_{0,\rm e}(V_0) = n_{0,\rm i}(V_0) = n_0 V_0(-\infty)/V_0(z)$ , а скорость ионов в предслое возрастает до  $V_{\rm s}$ . Зависимость корней дисперсионного уравнения (23) от скорости ионов  $V_0$  изображена на рис. 5 для  $\omega = 0.6\omega_{\rm pi}$ . Из рис. 5 видно, что два корня чисто действительные, два — комплексно-сопряжённые. По мере приближения к области невозмущённой плазмы мнимая часть комплексных корней исчезает.

#### 2.4. Невозмущённая плазма

В невозмущённой плазме полагаем, что все характерные размеры много больше радиуса Дебая и  $V_0 = 0$ . Тогда решение системы (10) имеет вид

$$E_{\sim}(z) = \frac{4\pi I}{i\omega} \frac{i\omega\nu_{\rm en}}{\omega_{\rm pe}^2(z) + i\omega\nu_{\rm en}} + C_1 \exp(ikz) + C_2 \exp(-ikz), \tag{24}$$

И. Ю. Костюков, Г. М. Фрайман

где  $C_1$  и  $C_2$  — постоянные интегрирования, а волновое число k определяется из дисперсионного уравнения для ионно-звуковых колебаний:

$$1 - \frac{\omega_{\rm pi}^2}{\omega^2} + \frac{1}{k^2 \lambda_{\rm D}^2} = 0.$$
 (25)

Пренебрегая собственными колебаниями плазмы, нетрудно найти импеданс плазменного промежутка:

$$Z_{\text{plasma}} = \frac{1}{I} \int_{0}^{L} E_{\sim}(z) \, \mathrm{d}z = \frac{L}{\sigma_{\text{plasma}}}, \qquad (26)$$

где  $\sigma_{\rm plasma} = n_{0,\rm e} e^2 / (m \nu_{\rm en})$  — проводимость плазмы при сильных столкновениях ( $\nu_{\rm en} \gg \omega$ ), L — расстояние между электродами. Это выражение совпадает с импедансом конденсатора, заполненного плазмой, если к нему приложено напряжение с частотой  $\omega \ll \nu_{\rm en}$  [19]. Для параметров разряда, характерных для экспериментов [1] (L < 10 см, d > 1 мм,  $\omega \ll \omega_{\rm pi}$ ,  $\nu_{\rm en} < 0.1 \omega_{\rm pe}$ ), импеданс плазменного промежутка много меньше импеданса катодного слоя  $Z_{\rm sheath}$ :

$$Z_{\rm plasma} = \frac{4\pi L}{i\omega\varepsilon_{\rm plasma}} \ll Z_{\rm sheath} \approx \frac{4\pi d}{i\omega} \,, \tag{27}$$

где  $\varepsilon_{\rm plasma} = \omega_{\rm pe}^2/(i\omega\nu_{\rm pe})$  — диэлектрическая проницаемость плазмы в условиях сильных столкновений.

# 3. «КУСОЧНО-ОДНОРОДНАЯ» МОДЕЛЬ РАЗРЯДНОГО ПРОМЕЖУТКА

Чтобы построить решение, описывающее генерацию, во всей прикатодной области, необходимо сшить решения для разных зон и поставить условия на границе. Условия сшивки решений на границах зон обычным образом получаются непосредственно из уравнений (10) в предположении, что решения не имеют сингулярностей:

$$j_{\rm e}(z+0) = j_{\rm e}(z-0), \qquad r_{\rm De}^2(z+0)j_{\rm e}'(z+0) = r_{\rm De}^2(z-0)j_{\rm e}'(z-0), j_{\rm i}(z+0) = j_{\rm i}(z-0), \qquad V_0(z+0)j_{\rm i}'(z+0) = V_0(z-0)j_{\rm i}'(z-0).$$
(28)

На внешних границах потребуем выполнения условия излучения: поток энергии должен быть направлен в сторону плазмы или решение должно достаточно быстро спадать в этом направлении. Из этого условия следует, что из всех собственных мод в предслое останется только мода, амплитуда которой спадает при приближении к слою невозмущённой плазмы:

$$j_{\rm i} = -\frac{A}{X} \exp(-ikz), \qquad j_{\rm e} = I_{\sim} + \frac{AX}{Y^2} \exp(-ik_i z),$$
 (29)

где  $I_{\sim}$  — осцилляторная составляющая полного тока. Волновое число k в этих выражениях соответствует корню дисперсионного уравнения (23), имеющему положительную мнимую часть. Поскольку в невозмущённой плазме поле после скинирования в предслое будет очень маленькое (в  $\omega_{\rm pe}^2(0)/(\omega\nu_{\rm en}) > 600$  раз меньше, чем в катодном слое) и, кроме того,  $Z_{\rm plasma} \ll Z_{\rm sheath}$ , то влиянием невозмущённой плазмы можно пренебречь.

Следовательно, необходимо сшить решения в зонах I и II внутри катодного слоя (в точке  $z = z_1$ ), а также решения в катодном слое и предслое (в точке z = 0). Будем предполагать, что на границах зон скорость ионов непрерывна:  $V_0(z_1 + 0) = V_0(z_1 - 0)$ ,  $V_0(+0) = V_0(-0)$ , поскольку

И. Ю. Костюков, Г. М. Фрайман

концентрация ионов меняется плавно, а  $r_{\rm De}(z_1 + 0) \ll r_{\rm De}(z_1 - 0)$ ,  $r_{\rm De}(+0) \ll r_{\rm De}(-0)$ , т. к. концентрация электронов экспоненциально спадает с уменьшением расстояния до катода. Скорость ионов и дебаевский радиус в выбранных зонах следующие: в предслое и плазме ( $-\infty < z < 0$ )  $V_0 = V_{\rm s}, r_{\rm De} = r_{\rm De}(0)$ ; в зоне I катодного слоя ( $0 < z < z_1$ )  $V_0 = V_0(z), r_{\rm De} = r_{\rm De}(z_1) \gg r_{\rm De}(0)$ ; в зоне II катодного слоя ( $z_1 < z < d$ )  $V_0 = V_0(z), r_{\rm De} = +\infty$ .

Используя граничные условия (28), решения (17), (20), (21) в катодном слое и (29) в предслое, получаем уравнения для неопределённых коэффициентов  $A, B_1, B_2, B_3, B_4, C_1$  и  $C_2$ :

$$A - XB_{1} = 0,$$
  

$$iY/X - X (iB_{1} + B_{2}) = 0,$$
  

$$B_{3} + iAX/Y = 0,$$
  

$$B_{4} - AX/Y^{2} = 0,$$
  

$$I + B_{4} + B_{3} \frac{z_{1}r_{\text{De}}(0)}{r_{\text{De}}^{2}(z_{1})} + r_{\text{De}}^{2}(z_{1}) \int_{0}^{z_{1}} dz' \int_{0}^{z'} [B_{1}\xi(z'') + B_{2}] \exp[i\xi(z'')] dz'' = 0,$$
  

$$C_{1} + C_{2} (1 + i\xi_{1}) - [B_{1} + B_{2} (1 + i\xi_{1})] \exp(i\xi_{1}) = 0,$$
  

$$C_{1} + C_{2}\xi_{1} - \exp(i\xi_{1}) (B_{1} + \xi_{1}B_{2}) + I \exp(i\xi_{1})/X^{2} = 0,$$
  
(30)

где  $\xi_1 = 3\omega z_1/V_0(z_1)$ . Решая полученную систему уравнений и учитывая, что  $r_{\rm De}(z_1) \gg r_{\rm De}^2(0)$ , находим неопределённые коэффициенты:

$$A = -IY^{2}/X, \quad B_{1} = IY^{2}/X^{2}, \quad B_{2} = iI(Y^{3}/X^{3} - Y^{2}/X^{2}), \quad B_{3} = iIY, \quad B_{4} = -I, \\ C_{1} = B_{1} + I(1 - i\xi_{1})\exp(i\xi_{1})/X^{2}, \quad C_{2} = B_{2} - iI\exp(i\xi_{1})/X^{2}.$$
(31)

Зная выражения для  $j_e$  и  $j_i$  в различных зонах прикатодной области и используя соотношение (11) для полного тока, нетрудно вычислить электрическое поле в этих зонах. В свою очередь, зная поле, можно вычислить импеданс этих зон на высоких частотах:

$$Z_{2}(X) = \frac{4\pi}{i\omega} \left(d - z_{1}\right) \left(1 + \frac{X^{2}}{2}\right) + \frac{4\pi C_{1}(X)}{\omega X} \left\{\exp[-i\xi_{0}(X)] - \exp[-i\xi_{1}(X)]\right\} + \frac{4\pi C_{2}(X)}{i\omega X} \left\{\exp[-i\xi_{0}(X)][1 + i\xi_{0}(X)] - \exp[-i\xi_{1}(X)][1 + i\xi_{1}(X)]\right\}$$
(32)

— импеданс зоны II катодного слоя  $(z_1 < z < d)$ ,

$$Z_{1}(X) = \frac{4\pi}{i\omega} \left\{ z_{1} + \frac{iB_{1}(X)(1 - \exp[-i\xi_{1}(X)])}{X} \right\} + \frac{4\pi}{i\omega X} B_{2}(X) \left\{ \exp[-i\xi_{1}(X)][1 + i\xi_{1}(X)] - 1 \right\}$$
(33)

— импеданс зоны I катодного слоя  $(0 < z < z_1)$ ,

$$Z_3(X) = A(X)/Y(X) \tag{34}$$

— импеданс остальной части разрядного промежутка ( $-\infty < z < 0$ ). Таким образом, импеданс всего разрядного промежутка

$$Z_{\sim}(X) = Z_1(X) + Z_2(X) + Z_3(X).$$
(35)





Рис. 6. Зависимость волнового числа Yдля скинирующегося в предслое решения от частоты X

Рис. 7. Зависимость нормированного импеданса разрядного промежутка  $Z_{\sim}$  от частоты

Чтобы найти зависимость импеданса  $Z_{\sim}$  от частоты  $\omega$ , необходимо знать зависимость волнового числа Y для скинирующегося в предслое решения от частоты X. Поскольку эта зависимость слабая (см. рис. 6), мы можем считать Y(X) постоянной величиной:  $Y \approx -0.2 + 0.86i$ . В этом случае импеданс предслоя и невозмущённой плазмы на высоких частотах много меньше импеданса катодного слоя. Таким образом, основной вклад в импеданс разрядного промежутка на высоких частотах даёт катодный слой.

Зависимость импеданса разрядного промежутка  $Z_{\sim}$ , нормированного на  $Z_0$ , от  $\omega$  показана на рис. 7. У импеданса  $Z_{\sim}$  появляется отрицательная мнимая часть (см. рис. 7), что соответствует возникновению эффективной индуктивности. Частота собственных колебаний в такой системе определяется уравнением  $Z_{\sim}(\omega) = 0$  и равна  $\omega/\omega_{\rm pi}(0) \approx 0,56 - 0,07i$ . Следовательно, при данных параметрах в системе возможна неустойчивость.

# 4. УЧЁТ СТОЛКНОВЕНИЙ МЕЖДУ ИОНАМИ И НЕЙТРАЛЬНЫМИ ЧАСТИЦАМИ

Как показывает эксперимент, с ростом давления газа порог неустойчивости по току резко возрастает. Этот эффект объясняется тем, что с ростом давления повышается роль столкновений между ионами и нейтральными частицами. Действительно, при давлениях выше 0,4 Торр для катода с диаметром 8,6 см частота столкновений ионов с нейтральными частицами становится сравнимой с частотой колебаний:  $\nu_{in} \approx \omega$ . Представленная выше «кусочно-однородная» модель может быть обобщена для учёта столкновительных процессов. В этом случае уравнение Эйлера для ионов в исходной системе уравнений (1) должно быть переписано в следующем виде:

$$\frac{\partial V_{\rm i}}{\partial t} + V_{\rm i}\frac{\partial V_{\rm i}}{\partial z} + \nu_{\rm in}V_{\rm i} = -\frac{e}{M}\frac{\partial\varphi}{\partial z}\,,\tag{36}$$

где  $\nu_{in}$  — частота столкновений ионов с нейтральными частицами. Линеаризуя полученную систему, приходим к следующему уравнению для переменной составляющей тока:

$$\left(\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}z}\left[V_0(z)\frac{\partial V_0(z)}{\partial z}\right] + 2i\omega\,\frac{\partial V_0(z)}{\partial z} - \omega^2\right)j_\mathrm{i} + i\omega\nu_\mathrm{in}j_\mathrm{i} + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}z}(\nu_\mathrm{in}V_0(z)j_\mathrm{i}) = \omega_\mathrm{pi}^2(z)\left(I_\sim - j_\mathrm{e}\right) - \omega_\mathrm{pe}^2(z)\,\frac{m}{M}j_\mathrm{i}. \quad (37)$$

И. Ю. Костюков, Г. М. Фрайман

Рассматривая катодный слой  $(j_{\rm e}=n_{\rm e}=0)$  и вводя переменные

$$\xi(z) = \int_{0}^{z} \frac{\omega}{V_0(z)} \,\mathrm{d}z, \qquad Z = j_i V_0(z) \exp[i\xi(z) - i\Omega\xi], \tag{38}$$

получаем следующее характеристическое уравнение для  $\Omega$ :

$$\Omega \left( \Omega - i\nu_{\rm in}/\omega \right) = 0. \tag{39}$$

Таким образом, решение для катодного слоя с учётом столкновений ионов с нейтральными частицами имеет вид

$$j_{\rm i}(z) = B_1 \frac{V_{\rm s}}{V_0(z)} \exp[-i\xi(z)] + B_2 \frac{V_{\rm s}}{V_0(z)} \exp[-i\xi(z) - \nu_{\rm in}\xi(z)/\omega]$$
(40)

в зоне I и

$$j_{\rm i}(z) = -\frac{\omega_{\rm pi}^2(z)}{\omega(\omega - \nu_{\rm in})} I + C_1 \frac{V_{\rm s}}{V_0(z)} \exp[-i\xi(z)] + C_2 \frac{V_{\rm s}}{V_0(z)} \exp[-i\xi(z) - \nu_{\rm in}\xi(z)/\omega]$$
(41)

в зоне II. Используя полученные выражения, как и в разделе 3, нетрудно вычислить неопределённые коэффициенты A, B<sub>1</sub>, B<sub>2</sub>, B<sub>3</sub>, B<sub>4</sub>, C<sub>1</sub> и C<sub>2</sub>:

$$A = -I\frac{Y^{2}}{X}, \quad B_{1} = I\left[\frac{Y^{2}}{X^{2}} - \frac{iY^{2}(Y-X)}{\beta X^{2}}\right], \quad B_{2} = iI\frac{Y^{2}(Y-X)}{\beta X^{2}}, \quad B_{3} = iIY, \quad B_{4} = -I,$$
$$C_{1} = B_{1} - I\frac{\exp(i\xi_{1})}{i\beta X^{2}}, \quad C_{2} = B_{2} - \frac{I\exp(i\xi_{1} + \beta\xi_{1}/X)}{i\beta (X-i\beta)}, \quad (42)$$

где  $\beta = \nu_{\rm in}/\omega_{\rm pi}$ . Как и в случае без столкновений, импедансом предслоя и невозмущённой плазмы можно пренебречь по сравнению с импедансом катодного слоя. Следовательно, импеданс всего разрядного промежутка на высоких частотах в случае сильных столкновений имеет вид

$$Z_{\sim}(X) = Z_1(X) + Z_2(X), \tag{43}$$

где импеданс зоны II катодного слоя  $(z_1 < z < d)$ 

$$Z_{2}(X) = \frac{4\pi}{i\omega} \left(d - z_{1}\right) \left(1 + \frac{3V_{s}}{V_{c}} \frac{1}{X\left(X - i\beta\right)}\right) + \frac{4\pi}{\omega X} C_{1}(X) \left\{\exp[-i\xi_{1}(X)] - \exp[-i\xi_{0}(X)]\right\} - \frac{4\pi}{i\omega} \frac{iC_{2}(X) \left\{\exp[-i\xi_{1}(X) - \xi_{1}(X)\beta/X] - \exp[-i\xi_{0}(X) - \xi_{0}(X)\beta/X]\right\}}{X - i\beta}, \quad (44)$$

импеданс зоны I катодного слоя  $(0 < z < z_1)$ 

$$Z_1(X) = \frac{4\pi}{\omega X} B_1(X) \left\{ 1 - \exp[-i\xi_1(X)] \right\} + \frac{4\pi}{\omega} \frac{B_2(X) \left\{ 1 - \exp[-i\xi_1(X) - \xi_1(X)\beta/X] \right\}}{X - i\beta} .$$
(45)

Зависимость инкремента неустойчивости  $\gamma$  от частоты столкновений ионов с нейтральными атомами показана на рис. 8. Видно, что с ростом частоты столкновений инкремент становится отрицательным, и собственные колебания системы затухают. Частота столкновений, при которой колебания становятся затухающими, примерно равна  $0,25\omega_{\rm pi}$ . Поскольку концентрация плазмы прямо пропорциональна плотности разрядного тока, эта величина определяет зависимость порогового значения разрядного тока от давления газа. Частота столкновений  $\nu_{\rm in} = 0,25\omega_{\rm pi}$  соответствует давлению газа 0,5 Торр, что близко к наблюдаемому в эксперименте значению 0,4 Торр, при котором порог неустойчивости по разрядному току начинает зависеть от давления.

#### 5. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ И ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Как уже отмечалось выше, обнаруженная неустойчивость имеет несколько отличную природу по сравнению с неустойчивостью вблизи положительно заряженного электрода, помещённого в плазму. В последнем случае происходит согласование «обеднённого ионами слоя», образующегося вблизи положительно заряженного электрода и имеющего на некотором интервале частот импеданс с отрицательной активной частью и ёмкостной реактивной частью, и окружающей плазмы, ведущей себя на таких частотах как индуктивность. Для неустойчивости, связанной с образованием катодного слоя, характерно, что на частотах, на которых наблюдалась генерация колебаний, импеданс катодного слоя много больше импеданса остальной части разрядного промежутка. Это обстоятельство подтверждается тем экспериментальным фактом, что частота колебаний не зависит от размера и местоположения анода.



Рис. 8. Зависимость инкремента неустойчивости γ от частоты столкновений между ионами и нейтральными частицами

Разряд с полым катодом по сравнению с обычным разрядом характеризуется более высокой плотностью разрядного тока и высокой концентрацией плазмы [20]. Это связано с тем, что электроны, возникающие при вторичной эмиссии, много раз пересекают разрядный промежуток, ионизируя газ, прежде чем покинут его. Поток высокоэнергичных вторичных электронов делает плазму разряда с полым катодом неравновесной. Частоту неустойчивости, определяемую этой неравновесностью, можно оценить как  $\omega > V_{\rm e}/D$ , где D — диаметр катода,  $V_{\rm e}$  — скорость высокоэнергичных электронов. Поскольку частота неустойчивости, обнаруженной в работе [1], значительно ниже, чем  $V_{\rm e}/D$ , то механизм неустойчивости, связанный с данной особенностью разряда с полым катодом, по-видимому, здесь не ре-

ализуется. Другие возможные механизмы, связанные с универсальными свойствами разрядов, имеют значительно бо́льшие характерные времена [3].

В данной работе построена модель неустойчивости прикатодной области разряда с полым катодом. Эквивалентная схема такой неустойчивости соответствует колебательному контуру с отрицательным активным сопротивлением. Роль ёмкости и отрицательного активного сопротивления играет зона I катодного слоя, а роль индуктивности — зона II катодного слоя и предслой.

Несмотря на то, что построенная аналитическая модель достаточно хорошо описывает основные свойства нестационарных процессов, наблюдаемых в экспериментах [1, 2], часть явлений не получила объяснения в рамках предложенной модели. В частности, эксперимент показывает, что для обнаруженной неустойчивости существует порог по разрядному току. При давлении газа, меньшем определённой величины (0,4 Торр для катода с диаметром 8,6 см), неустойчивость возникает при некотором пороговом значении разрядного тока, которое уже не зависит от этого давления. Построенная выше модель этот эффект не описывает. Кроме того, наблюдаемые в эксперименте колебания тока имеют нелинейный характер. В то же время полученные в данной работе уравнения являются линейными и, следовательно, описывает процессы только вблизи порога возникновения неустойчивости. Таким образом, для адекватного описания наблю-даемых в эксперименте явлений необходимо использовать нелинейную теорию. Чтобы проверить справедливость построенной модели, необходимо численно решить задачу для нестационарных

процессов в прикатодной области. Эту задачу усложняет тот факт, что параметры для неё  $(n_e(z), n_i(z), V_0(z))$  вычисляются в рамках стационарной задачи (3), которую в общем виде можно решить также только численно.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Arbel D., Bar-Lev Z., Felsteiner J., Rosenberg A., Slutsker Ya. Z. // Phys. Rev. Lett. 1993. V. 71. P. 2919.
- 2. Felsteiner J., Ish-Shalom S., Slutsker Ya. Z. // J. Appl. Phys. 1998. V. 83. P. 2940.
- 3. Райзер Ю. П. Основы современной физики газоразрядных процессов. М.: Наука, 1980.
- 4. Гапонов В. И. Электроника. Часть І. М.: Физматгиз, 1960.
- Fraiman G. M., Kostyukov I. Yu. // Proc. 21th Int. Conf. Phenomena in Ionized Gases, Bochum, Sept. 19–24, 1993. P. 279.
- Бродский Ю. Я., Нечуев С. И., Слуцкер Я. З., Фейгин А. М., Фрайман Г. М. // Физика плазмы. 1989. Т. 15. С. 1187.
- 7. Stenzel R. L. // Phys. of Fluids B. 1989. V. 1. P. 1369.
- 8. Кацман Ю. А. Приборы СВЧ. М.: Высшая Школа, 1983.
- 9. Fraiman G. M., Kostyukov I. Yu. // Phys. of Plasmas. 1995. V. 2. P. 926.
- 10. Bohm D. // The Characteristics of Electrical Discharges in Magnetic Field / Ed. by A. Guthry, R. K. Akerling. New-York: McGraw–Hill, 1949. Ch. 3. P. 77.
- 11. Riemann K.-U. // J. Phys. D: Appl.Phys. 1991. V. 24. P. 493.
- 12. Кадомцев Б. Б. Коллективные явления в плазме. М.: Наука, 1988.
- 13. Hu P.U., Ziering S. // Phys. Fluids. 1966. V. 9. P. 2168.
- 14. Козлов О. В. Электрический зонд в плазме. М.: Атомиздат, 1969.
- 15. Kino G., Shaw E. W. // Phys. Fluids. 1966. V. 9. P. 587.
- 16. Allen J. E., Boyd R. L. F., Reynolds F. // Proc. Phys. Soc. 1957. V. 70. P. 297.
- 17. Chodura R. // Phys. Fluids. 1982. V. 25. P. 1628.
- 18. McDaniel E. W. Collision Phenomena in Ionized Gases. New York.: Wiley, 1964.
- 19. Ладау Л. Д., Лифшиц Е. М. Физическая кинетика. М.: Наука, 1979.
- 20. Москалёв Б. И. Разряд с полым катодом. М.: Энергия, 1969.

Институт прикладной физики РАН,	Поступила в редакцию
г. Нижний Новгород, Россия	5 февраля 2003 г.

# CATHODE SHEATH INSTABILITY AT FREQUENCIES NEAR THE ION PLASMA FREQUENCY

I. Yu. Kostyukov and G. M. Fraiman

We consider steady-state and nonstationary processes near a cathode. Equations describing the plasma dynamics near a cathode at frequencies close to the ion plasma frequency are derived, and solutions of these equations for various discharge regions near the cathode are found. A "piecewise-linear" model of a cathode sheath is developed, which points out the possibility of an instability at a frequency slightly less than the near-cathode ion plasma frequency. The gas pressure effect on the instability threshold with respect to the discharge current is considered. The obtained results are in good agreement with the data of experimental studies of the cathode sheath in a hollow-cathode discharge.
УДК 537.86:530.182

# ЭФФЕКТЫ КВАНТОВАНИЯ В ЦИФРОВЫХ РЕКУРСИВНЫХ ФИЛЬТРАХ ПЕРВОГО ПОРЯДКА С ОКРУГЛЕНИЕМ

### Ю.А.Брюханов

Исследованы процессы в цифровых фильтрах нижних и верхних частот с произвольным количеством уровней квантования с округлением результатов сложения. С помощью метода точечных отображений рассмотрены свободные колебания и колебания при постоянном смещении на входе. Поведение системы характеризуется вероятностными диаграммами. Получены выражения для расчёта наиболее вероятных режимов.

#### введение

Цифровые фильтры находят широкое применение в современных системах передачи сигналов. Фильтры первого порядка используются для выделения сигналов нижних или верхних частот [1]. Специфическими для цифровых фильтров являются ошибки квантования, обусловленные конечным числом двоичных разрядов в представлении чисел.

Исследование процессов в фильтрах может быть осуществлено с помощью линейной статистической модели ошибок, если последовательность ошибок квантования является совокупностью выборок стационарного случайного процесса, если последовательность ошибок не коррелированна с последовательностью точных значений сигнала, а сами значения ошибки не коррелированны между собой (представляют собой белый шум), и при этом вероятность ошибки равномерно распределена во всём диапазоне ошибок квантования [2]. Эти условия нарушаются при малом количестве двоичных разрядов M в представлении чисел (и связанном с M количестве уровней квантования  $L = 2^{M+1} - 1$ ), а также при воздействии, например, постоянного или синусоидального сигнала, дискретизированного с частотой, рационально кратной частоте синусоиды. Малое число разрядов (меньше 5) бывает необходимым для реализации соответствующего быстродействия цифровой системы обработки сигналов (см., например, [3]). В этих случаях задача исследования процессов в фильтрах очень сложна и является существенно нелинейной. Ошибки квантования зависят и от метода исключения разрядов, превышающих длину регистров, усечения или округления.

Процессы в цифровых рекурсивных фильтрах описываются разностными уравнениями, задающими эволюцию (изменение) начального состояния с течением дискретного времени, что позволяет относить эти фильтры к динамическим системам [4], а возможность существования в них колебательных процессов даёт основание считать такие системы колебательными.

В общем случае процессы (движения) в цифровых рекурсивных фильтрах первого порядка описываются нелинейным разностным уравнением

$$x(n+1) = f(ax(n) + u(n)),$$

где x(n+1) — реакция фильтра, функция f — характеристика сумматора, a — параметр фильтра, u(n) — входное воздействие.

990

Целью настоящей работы является исследование свободных колебаний (u(n) = 0) и колебаний при постоянном смещении на входе (u(n) = A) в рекурсивных фильтрах первого порядка, использующих представление чисел с фиксированной запятой, с произвольным количеством уровней квантования результатов сложения.

При использовании целочисленной арифметики шаг квантования равен единице, A — целое число, а характеристика сумматора с округлением и насыщением выражается функцией

$$f(\phi) = \begin{cases} [\phi + (1/2) \operatorname{sign} \phi], & 0 \le |\phi| < N - 1/2; \\ N \operatorname{sign} \phi, & |\phi| \ge N - 1/2, \end{cases}$$

где квадратные скобки обозначают целую часть числа, N = (L-1)/2. Участки характеристики, соответствующие значениям  $[\phi + (1/2) \operatorname{sign} \phi]$ , обозначим  $0; \pm I; \pm II, \ldots, \pm N$ . Имеем в виду, что вследствие квантования в системе первого порядка возможны L состояний.

Введём y(n) = x(n + 1). Процессы исследуем на плоскости состояний (x, y) методом точечных отображений с использованием диаграммы Ламерея, представляющей собой совокупность графиков биссектрисы y = x и функции последования [5]. Задача исследования движений сводится к нахождению последовательности точечных отображений F отрезка  $x \in [-N; N]$  в себя. Как и в [6], плоскость состояний разобьём на области соответственно участкам характеристики сумматора. Обозначим эти области так же, как и соответствующие участки. Граница областей  $[\phi + (1/2) \operatorname{sign} \phi], [\phi + (1/2) \operatorname{sign} \phi] + \operatorname{sign} \phi$  выражается зависимостью  $x = ([\phi + (1/2) \operatorname{sign} \phi] + (1/2) \operatorname{sign} \phi] + (1/2) \operatorname{sign} \phi$ .

В общем случае в зависимости от начального состояния x(0) в системе возможны различные установившиеся движения. Поскольку все L возможных начальных состояний равновероятны, введём понятие вероятности P установившегося движения B в виде P(B) = m/L, где m — количество начальных состояний, соответствующих этому движению. Параметр фильтра a выбирается в области устойчивости без учёта эффектов квантования, т. е. 0 < |a| < 1.

#### 1. СВОБОДНЫЕ КОЛЕБАНИЯ

Известно [7], что свободные (собственные) колебания обусловлены начальным отклонением от положения равновесия (покоя), вследствие которого предоставленная самой себе система совершает колебания, называемые свободными. Применительно к рассматриваемым цифровым фильтрам «начальные отклонения» означают x(0), а «предоставленная самой себе система» соответствует u(n) = 0. При этом функция последования имеет вид y = f(ax). В зависимости от знака и величины параметра *a* графики функций последования и биссектрисы y = x могут пересекаться в одной или нескольких точках.

Пусть a > 0 (цепь является фильтром нижних частот (ФНЧ)). В качестве примера рассмотрим случай L = 11, a = 5/6. Диаграмма Ламерея с обозначенными на ней областями плос-



Рис. 1. Диаграмма Ламерея автономной цепи при L = 11, a = 5/6

кости состояний показана на рис. 1. Здесь график функции последования пересекается с биссектрисой при  $x \in [-3; 3]$ . Поэтому при старте из этих точек в цепи сохраняется начальное

Ю.А.Брюханов

состояние. Ниже состояние покоя обозначено T = 0, а движение с периодом T = 1 и мгновенными значениями x = X обозначено T = 1(X). В качестве примеров на рис. 2*a* и *б* приведены осциллограммы колебаний при старте из точек  $x = \pm 1$  соответственно. При движении из точек  $x \in \{4; 5\}$  и из точек  $x \in \{-5; -4\}$  в цепи устанавливаются колебания T = 1(3) и T = 1(-3) соответственно ( $T = 1(\pm 3)$ ). Следовательно, вероятности возможных движений равны P(-2) = P(-1) = P(0) = P(1) = P(2) = 1/11, P(-3) = P(3) = 3/11. Следует отметить, что интервал значений  $x \in [-3; 3]$  составляет так называемую мёртвую зону цифрового фильтра [2]. Рассмотрение движений при  $a \in (0; 1)$  позволяет построить бифуркационную и вероятностную диаграммы. Последняя показана на рис. 3*a*.

Рассмотрение колебаний для ряда значений L позволило установить следующие закономерности для наиболее вероятных значений X. В общем случае произвольного L на выходе фильтра в установившемся режиме имеем  $x = \pm X$  (т. е.  $T = 1(\pm X)$ ), где 0 < X < N, если на диаграмме Ламерея точки X и X + 1 принадлежат области X. Это означает выполнение условия

$$X - 1/2 \le aX < X + 1/2 \cap X - 1/2 \le a(X + 1) < X + 1/2,$$



Рис. 2. Осциллограммы свободных колебаний: a - в фильтре нижних частот с параметром a = 5/6 при x(0) = 1;  $\delta - в$  фильтре нижних частот с параметром a = 5/6 при x(0) = -1; s - в фильтре верхних частот с параметром a = -5/6 при x(0) = 1

откуда следует

$$(X - 1/2)/X \le a < (X + 1/2)/(X + 1).$$

При X = 0 с вероятностью P = 1 выполняется условие

В диапазоне  $(N - 1/2)/N \le a < 1$  имеем равновероятные движения  $T = 1(\pm X)$ , где  $X \in [0; N]$ . Пользуясь этими закономерностями, можно для любого L найти зависимость X(a).

Пусть a < 0 (цепь является фильтром верхних частот ( $\Phi B H$ )). В качестве примера рассмотрим случай L = 11, a = -5/6. При этом функция последования отличается от изображённой на рис. 1 только знаком. График её пересекается с биссектрисой y = x только в начале координат, что обуславливает сохранение состояния покоя при старте из точки x = 0. Вместе с тем при старте из точек  $x \in \{\pm 1; \pm 2; \pm 3\}$  в цепи возникают колебания с периодом T = 2 и мгновенными значениями  $x \in \{1; -1\}, x \in \{2; -2\}, x \in \{3; -3\}$  соответственно. Ниже это обозначено T = 2(1/-1), T = 2(2/-2), T = 2(3/-3). В качестве примера на рис. 26 приведена осциллограмма колебаний при старте из точки x = 1. При движении из точек  $x \in \{-5; -4\}$  и  $x \in \{4; 5\}$  в цепи устанавлива-

ются колебания T = 2(3/-3). Соответственно, вероятности вышеуказанных движений составляют P(0) = 1/11, P(1/-1) = P(2/-2) = 2/11, P(3/-3) = 6/11. И в этом случае интервал значений  $x \in [-3;3]$  составляет мёртвую зону фильтра. Рассмотрение движений при  $a \in (-1;0)$  позволяет построить бифуркационную и вероятностную диаграммы. Последняя показана на рис. 36.

Ю. А. Брюханов



Рис. 3. Вероятностные диаграммы автономной цепи при L = 11 для ФНЧ (a) и ФВЧ (б)

Рассмотрение колебаний для ряда значений L позволило установить следующие закономерности. На выходе фильтра имеем X = 0, если на диаграмме Ламерея точка X = 1 принадлежит области 0, откуда следует

$$-1/2 < a < 0.$$

Наиболее вероятным является установившееся движение T = 2(X/-X), где 0 < X < N, если точки X и X + 1 принадлежат области -X. Это означает выполнение условия

 $-(X+1/2) < aX \le -(X-1/2) \cap -(X+1/2) < a(X+1) \le -(X-1/2),$ 

откуда следует

$$-(X + 1/2)/(X + 1) < a \le -(X - 1/2)/X.$$

При  $-1 < a \le -(N - 1/2)/N$  имеем T = 0 с вероятностью P = 1/L и колебания T = 2(X/-X), где  $X \in (0; N]$ , с вероятностями P = 2/L. Эти закономерности позволяют установить зависимость X(a) для произвольного количества уровней квантования L.

Следует отметить, что зависимость верхней границы мёртвой зоны фильтра x = X от параметра a при произвольной величине L определяется условием  $X \leq |a|X + 1/2$ , т.к. в этом случае выходной сигнал после округления не изменяется. Отсюда имеем  $X \leq (1/2)/(1-|a|)$ . Следовательно, увеличение |a| может привести к тому, что в мёртвую зону попадут все возможные состояния фильтра.

Таким образом, при выборе параметра фильтра нижних и верхних частот |a| < 1/2 свободные колебания затухают до нуля, в других случаях существуют определяемые размером мёртвой зоны колебания с периодом T = 1 (в ФНЧ) или с периодом T = 2 (в ФВЧ).

#### 2. КОЛЕБАНИЯ ПРИ ПОСТОЯННОМ СМЕЩЕНИИ НА ВХОДЕ (u(n) = A)

В случае постоянного смещения на входе фильтра функция последования имеет вид y = f(ax + A), а её график пересекает ось ординат в точке y = A, при этом  $\phi = A$ . Рассмотрим случай A > 0.

Ю. А. Брюханов

993

Пусть a > 0. В качестве примера рассмотрим случай A = 1. При этом граница областей  $[\phi + (1/2) \operatorname{sign} \phi], [\phi + (1/2) \operatorname{sign} \phi] + \operatorname{sign} \phi$  выражается зависимостью  $x = ([\phi + 1/2 \operatorname{sign} \phi] + 1/2 \operatorname{sign} \phi - (-1)/a$ . Диаграмма Ламерея для L = 11, a = 5/6 показана на рис. 4a. Здесь график функции последования пересекается с биссектрисой при  $x \in \{4; 5\}$ . Следовательно, при старте из точек  $x \in [-5; 4]$  в цепи устанавливается колебание T = 1(4). При старте из точки x = 5 имеем движение T = 1(5). Поэтому вероятности колебаний T = 1(4) и T = 1(5) равны 10/11 и 1/11 соответственно. Рассмотрение движений при  $a \in (0; 1)$  позволяет построить бифуркационную и вероятностную диаграммы. Последняя показана на рис. 5a.



Рис. 4. Диаграммы Ламерея при L = 11 для A = = 1, a = 5/6 (a) и A = 5, a = -3/4 (б)

1

3

-1

Анализ колебаний для ряда значений L и A позволил определить следующие закономерности для наиболее вероятных установившихся значений X. В общем случае произвольного 0 < A < N на выходе фильтра имеем наиболее вероятное движение T = 1(X), где A < X < N, если на диаграмме Ламерея точки X-1 и X принадлежат области X. Это означает выполнение условия

$$X - 1/2 \le aX + A < X + 1/2 \cap X - 1/2 \le \le a (X - 1) + A < X + 1/2,$$

откуда следует

$$(X - 1/2 - A)/(X - 1) \le a < (X + 1/2 - A)/X.$$

При *X* = *A* необходимо пользоваться соотношениями

В случа<br/>еX=Nнеобходимо, чтобы точкаN-1принадлежала област<br/>иN,что означает

$$a \ge (N - 1/2 - A)/(N - 1)$$

Верхним значением этого диапазона является a < 1.

При  $A = N, a \in (0; 1)$  на выходе фильтра имеем единственное установившееся движение T = 1(N).

Полученные закономерности позволяют найти зависимость X(a) для любых L и A. Эту зависимость можно сравнить с идеальной при  $L = \infty$ (см. [8]). В качестве примера на рис. 6 приведены графики нормированных функций X(a)/N для трёх значений количества разрядов M в представлении чисел, при этом при M = 3 имеем A = 1.

Пусть теперь a < 0. В качестве примера рассмотрим случай A = 5. При этом граница областей  $[\phi + (1/2) \operatorname{sign} \phi], [\phi + (1/2) \operatorname{sign} \phi] + \operatorname{sign} \phi$  выражается зависимостью  $x = ([\phi + (1/2) \operatorname{sign} \phi] + (1/2) \operatorname{sign} \phi + 5)/a$ . Диаграмма Ламерея для L = 11, a = -3/4 показана на рис. 46. Видно, что график функции последования пересекается с биссектрисой в единственной точке при x = 3. Это обуславливает возникновение колебаний T = 1(3) при старте из точки x = 3. Вместе с тем при старте из точек  $x \in [-5; 2], x \in \{4; 5\}$  в цепи устанавливается колебание T = 2(4/2). Соответственно, вероятности этих движений составляют P(3) = 1/11 и P(4/2) = 10/11. Рассмотрение

Ю.А.Брюханов

-5

-3



Рис. 5. Вероятностные диаграммы при L = 11 для ФНЧ при A = 1 (a) и ФВЧ при A = 5 (б)

движений при  $a \in (-1;0)$  позволяет построить бифуркационную и вероятностную диаграммы. Последняя показана на рис. 56.

Анализ колебаний для ряда значений L и A позволил определить следующие закономерности для наиболее вероятных установившихся значений X. В общем случае произвольного  $1 < A \le N$  на выходе фильтра имеем T = 1(X), где  $1 < X \le A$ , если точки X - 1 и X принадлежат области X или если точки X и X + 1 принадлежат области X. Это означает выполнение условий

$$X - 1/2 \le aX + A < X + 1/2 \cap X - 1/2 \le a(X - 1) + A < X + 1/2$$

или

$$X - 1/2 \le aX + A < X + 1/2 \cap X - 1/2 \le a(X + 1) + A < X + 1/2,$$

откуда следует

$$(X - 1/2 - A)/X \le a < (X + 1/2 - A)/(X - 1)$$
 (1)

или

$$(X - 1/2 - A)/(X + 1) \le a < (X + 1/2 - A)/X.$$
(2)

При X = 1 следует пользоваться условием (2). В случае A = 1 единственным колебанием с периодом, меньшим T = 2, является T = 1(1) при условии

$$-1/2 \le a < 0.$$
 (3)

Левая граница этого диапазона обусловлена принадлежностью точки X = 1 области I. Другим по сравнению с определяемыми из (1)–(3) областями параметра a < 0 соответствуют наиболее вероятные колебания с периодом T = 2. Эти закономерности позволяют установить зависимость X(a) для произвольных L и A. Эту зависимость можно сравнить с идеальной при  $L = \infty$ , которая рассчитывается с помощью методики, разработанной в [8].

Ю. А. Брюханов

996

Таким образом, постоянное смещение А на входе ФНЧ приводит к появлению на его выходе

Рис. 6. Наиболее вероятные зависимости X(a)/Nдля  $\Phi$ НЧ

входе ФНЧ приводит к появлению на его выходе колебания с периодом T = 1 и мгновенными значениями  $X \in \{A; N]$ , зависящими от параметра *a*. На выходе ФВЧ в зависимости от величины *a* имеем колебания с периодом T = 1 и мгновенными значениями  $X \leq A$  или колебания с периодом T = 2.

Из-за симметричности характеристики сумматора колебания на выходе фильтра при A < 0 с периодом T = 1 отличаются только знаками, а колебания с периодом T = 2 — только знаками мгновенных значений для совпадающих со случаем A > 0 значений a. Теоретические результаты подтверждены компьютерным моделированием.

Полученные закономерности нетрудно распространить на случай, когда переменные представляются в форме чисел с выравниванием слева (т. е. в виде дробных чисел). Для этого достаточно ввести новую переменную  $\bar{x} = xq$ , где q = 1/N — шаг квантования.

#### 3. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотрены цифровые фильтры нижних и верхних частот с произвольным количеством уровней квантования с округлением результатов сложения, когда сумматор без учёта эффектов квантования имеет характеристику с насыщением. Методом точечных отображений исследованы свободные колебания и колебания при постоянном смещении на входе. Поведение цепи характеризуется вероятностными диаграммами. Получены выражения для расчётов наиболее вероятных режимов. При проектировании цифровых фильтров с малым количеством двоичных разрядов М в представлении чисел необходимо учитывать, что реакция их на входное воздействие может существенно отличаться от таковой в идеальном фильтре (когда число разрядов бесконечно велико). Полученные в настоящей работе зависимости X(a, A) для нахождения реакции  $\Phi$ HЧ и ФВЧ на постоянное смещение на входе позволяют отказаться от применимой только в идеальном фильтре [8] формулы X = A/(1-a) и найти реакцию фильтра для заданного числа M. Результаты исследования процессов в ФВЧ, кроме того, дают возможность определить области допустимых значений а, при которых в фильтре отсутствуют паразитные периодические колебания. Влияние числа уровней квантования на частоту среза фильтра может быть установлено в результате анализа воздействия на фильтр гармонического сигнала, что составляет предмет дальнейших исследований.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 02–02–17500).

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Рабинер Л., Гоулд Б. Теория и применение цифровой обработки сигналов. М.: Мир, 1978.



- 2. Каппелини В., Константинидис А. Дж., Эмилиани П. Цифровые фильтры и их применение. М.: Энергоатомиздат, 1983.
- 3. Морозов В. А., Хаджи Б. А. // Радиотехника и электроника. 2002. Т. 47, № 10. С. 1212.
- 4. Анищенко В. С. Сложые колебания в простых системах. М.: Наука, 1990.
- 5. Бутенин Н. В., Неймарк Ю. И., Фуфаев Н. А. Введение в теорию нелинейных колебаний. М.: Наука, 1987.
- 6. Брюханов Ю. А. // Изв. вузов. Радиофизика. 1998. Т. 41, № 4. С. 534.
- 7. Горяченко В. Д. Элементы теории колебаний. М.: Высшая школа, 2001.
- 8. Брюханов Ю. А. // Изв. вузов. Прикл. нелин. дин. 1999. Т. 7, № 4. С. 29.

Ярославский госуниверситет, г. Ярославль, Россия Поступила в редакцию 10 февраля 2001 г.

## QUANTIZATION EFFECTS IN FIRST-ORDER DIGITAL RECURSIVE FILTERS WITH ROUNDOFF

Yu. A. Bryuhanov

Processes in lower-frequency and upper-frequency digital filters with an arbitrary number of quantization levels and roundoff of summarization results are studied. The point-mapping method is used for considering free oscillations and oscillations with constant input bias. The system behavior is characterized by probability diagrams. Expressions for calculating the most probable modes are obtained.