

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Известия высших учебных заведений

РАДИОФИЗИКА

ежемесячный научно-технический журнал

Издаётся с апреля 1958 г.

Том XLV № 12

Нижний Новгород

2002

Содержание

- Фролов В. Л., Каган Л. М., Комраков Г. П., Сергеев Е. Н., Шорохова Е. А.** Результаты воздействия мощным коротковолновым радиоизлучением на спорадический E -слой ионосферы 999
- Кириллов В. В., Копейкин В. Н.** Решение двумерного телеграфного уравнения с анизотропными параметрами 1011
- Ермаков С. А., Сергиевская И. А., Щегольков Ю. Б.** Лабораторное исследование сильной модуляции радиолокационных сигналов при наличии длинных волн на воде с поверхностно-активной плёнкой 1025
- Бордонский Г. С., Истомин А. С., Цыренжапов С. В.** Зависимость действительной части диэлектрической проницаемости пресного льда от температуры и времени в сантиметровом диапазоне длин волн 1043
- Шульга С. Н., Фесенко В. И.** Структура полей в поперечном сечении магнитодиэлектрической неоднородной анизотропной вставки прямоугольного волновода 1049
- Шевченко В. Н.** Метод разделения многолучевого поля в задаче декаметровый интерферометрии 1058
- Флакман А. Г.** Адаптивная обработка сигналов в антенных решётках с учётом ранга матрицы импульсной характеристики многолучевого канала 1064
- Болховская О. В., Мальцев А. А.** Определение пороговых значений обобщённого отношения правдоподобия в задаче обнаружения пространственных частично когерентных сигналов в случае коротких выборок 1077
- Содержание т. 45 журнала "Известия высших учебных заведений. Радиофизика" за 2002 год 1086
- Именной указатель т. 45 журнала "Известия высших учебных заведений. Радиофизика" за 2002 год 1093

УДК 533.951+537.868

РЕЗУЛЬТАТЫ ВОЗДЕЙСТВИЯ МОЩНЫМ КОРОТКОВОЛНОВЫМ РАДИОИЗЛУЧЕНИЕМ НА СПОРАДИЧЕСКИЙ E -СЛОЙ ИОНОСФЕРЫ*В. Л. Фролов, Л. М. Каган, Г. П. Комраков, Е. Н. Сергеев, Е. А. Шорохова*

Представлены результаты экспериментов по воздействию вертикальным пучком мощных радиоволн на спорадический слой E ионосферы Земли. Эксперименты проводились на стенде «Сура» (НИРФИ, г. Нижний Новгород) с 31 мая по 4 июня 2001 г. Основные результаты были получены 31 мая с 17:30 до 20:00 MSK при достаточно стабильном слое E_s , когда частота волны накачки попадала в область его полупрозрачности. Диагностика ионосферы осуществлялась с помощью пробных волн X -поляризации в диапазоне частот $f_{ПВ} = 4,3 \div 7,8$ МГц. Во время нагрева ионосферной плазмы обнаружено усиление интенсивности отражённых от слоя E_s пробных волн, частоты которых были порядка или немного выше критической частоты слоя E_s , а также появление искусственных флуктуаций отражённого сигнала во всей области частот зондирования. Рассмотрены динамические свойства наблюдаемых явлений и их зависимость от характеристик слоя E_s и частоты $f_{ПВ}$.

ВВЕДЕНИЕ

Хотя история нагревных экспериментов в ионосфере насчитывает уже более трёх десятилетий, выполненные исследования в основном касались изучения свойств искусственной ионосферной турбулентности (ИИТ), возбуждаемой в верхней (F -область) ионосфере. Существенно меньше измерений было выполнено при модификации E -области ионосферы, и можно указать лишь несколько измерений, относящихся к воздействию на спорадический E -слой. Спорадическими слоями E , или E_s , принято называть горизонтально вытянутые локальные области повышенной концентрации плазмы, наблюдающиеся спорадически во времени на высотах $95 \div 125$ км в ионосферной E -области. Слой E_s характеризуется критической частотой f_{0E_s} , соответствующей максимальной концентрации плазмы в слое, и частотой экранирования f_{bE_s} , вплоть до которой спорадический слой полностью экранирует вышележащие области ионосферы. При $f_{0E_s} = f_{bE_s}$ слой E_s называют сплошным. Спорадический слой, для которого $f_{0E_s} > f_{bE_s}$, называют полупрозрачным. Как показали измерения [1], полупрозрачный спорадический слой состоит из отдельных облаков ионизации.

Ограниченность наблюдений при воздействии мощным радиоизлучением на слой E_s главным образом связана с сильной изменчивостью характеристик слоя E_s уже на интервалах времени в десять и более минут при наблюдении в одной точке. Это обстоятельство значительно затрудняет проведение полномасштабных исследований, поскольку характерные времена изменения характеристик спорадического слоя при его нагреве и на стадии релаксации искусственно созданных возмущений часто оказываются сравнимыми с временами его естественных вариаций. Среди выполненных экспериментов отметим следующие: в [2] при нагреве ионосферы мощным радиоизлучением на частоте, близкой к гирочастоте электронов, было обнаружено увеличение характерных частот слоя E_s (предельной частоты отражения f_{0E_s} — на $5 \div 10$ %, частоты экранирования f_{bE_s} — на $2 \div 3$ %); в [3, 4] при наклонном облучении ионосферы мощной радиоволной наблюдалось резкое уменьшение частоты f_{0E_s} на приблизительно 40 %; в [5] в первую минуту воздействия наблюдалось увеличение интенсивности отражённого от слоя E_s сигнала с линейной частотной модуляцией с последующим уменьшением интенсивности, носящим характер затухающих колебаний с периодом $2 \div 3$ мин; в [6, 7] обнаружено увеличение температуры электронов приблизительно в 3 раза, а также возбуждение искусственного свечения атмосферы в области E_s в зелёной линии атомарного кислорода (длина волны $\lambda = 557,7$ нм)

и в первой положительной полосе молекулярного азота, которое индуцируется при воздействии на сплошной и полупрозрачный спорадические слои (согласно оценкам [8] зелёное свечение индуцировалось ускоренными в области плазменного резонанса электронами с энергией, превышающей 5÷6 эВ); в [9, 10] нагрев области E_s приводил к изменению характера ионосферно-магнитосферного взаимодействия, выражавшегося в усилении авроральной активности. Кроме того, отметим, что во время экспериментов по модификации F -области ионосферы в августе 2000 г. в условиях, когда частота волны накачки (ВН) $f_{bE_s} < f_{ВН} < f_{0E_s}$, мы наблюдали появление искусственных флуктуаций отражённых от области E_s пробных волн (ПВ). Ещё раньше, в апреле 1986 г. (Л. М. Ерухимов и Е. Н. Сергеев, частное сообщение), в экспериментах на стенде «Гиссар» при воздействии на непрозрачный слой E_s наблюдалось увеличение f_{0E_s} на 15÷20 % с временем развития 1÷2 мин и периодом восстановления 30 с. В этих экспериментах было также определено, что этот эффект имел место только при мощности ВН $P_{эфф} \geq 2$ МВт. В совокупности все эти эксперименты показывают, что воздействие мощной радиоволны на спорадический E -слой ионосферы может вызывать развитие различных типов ИИТ, характеристики которой сегодня ещё не изучены в достаточной степени. Важность этих исследований обусловлена тем, что эксперименты по модификации слоя E_s инициируют дальнейшее развитие эмпирической и теоретической моделей его формирования. Это, в первую очередь, связано с отсутствием непротиворечивого объяснения его основных морфологических характеристик [11–14]. Следует отметить, что за исключением [3, 4], когда эксперименты проводились при наклонном распространении мощной радиоволны, во всех вышеперечисленных случаях модификация слоя E_s осуществлялась при вертикальном излучении ВН, когда её частота, как правило, была ниже частоты экранирования f_{bE_s} и имело место полное отражение ВН от слоя E_s .

В настоящей работе рассматриваются результаты экспериментов по модификации E_s -слоя ионосферы, выполненных на нагревном стенде «Сура» (НИРФИ, г. Нижний Новгород) с 31 мая по 4 июня 2001 г.

1. ПОСТАНОВКА ЭКСПЕРИМЕНТА

Основные анализируемые здесь данные были получены 31 мая 2001 г. с 17:30 до 19:15 MSK при достаточно стабильном слое E_s , который был полупрозрачным на частоте ВН ($f_{ВН} = 5\,750$ кГц), и возбуждение ИИТ происходило одновременно в областях E_s и F ионосферы. В этих измерениях эффективная мощность ВН О-поляризации составляла $P_{эфф} \approx 80$ МВт за исключением сеанса в 18:51 MSK, в котором мощность ВН была уменьшена до 20 МВт. Временной режим излучения ВН был 2 мин — излучение, 8 мин — пауза до 18:31 MSK, после чего пауза была уменьшена до 3 мин. Диагностика возмущённой области ионосферы осуществлялась с помощью ПВ Х-поляризации, излучаемых в импульсном режиме, что позволяло с помощью временного стробирования разделять сигналы, относящиеся к отражениям от областей F и E ионосферы. ПВ излучались на восьми частотах: $f_{ПВ} = 4\,323; 5\,323; 7\,223; 7\,323; 7\,423; 7\,523; 7\,623$ и $7\,823$ кГц. В измерениях с помощью быстродействующего аналогоцифрового преобразователя и компьютера регистрировались амплитуда и доплеровская частота отражённых от ионосферы сигналов. Возбуждение искусственной турбулентности в F -области ионосферы контролировалось с помощью отражающихся от неё ПВ, а также с помощью искусственного радиоизлучения ионосферы (ИРИ), генерация которого наблюдается на частотах вблизи $f_{ВН}$ (см. [15, 16] и цитируемую там литературу). Отметим, что ряд измерений был выполнен и в другие дни, но сильная изменчивость характеристик слоя E_s позволила получить здесь лишь достаточно фрагментарные данные о свойствах наблюдаемых при его нагреве эффектов. Тем не менее некоторые полученные в этих экспериментах результаты также будут кратко представлены в работе, поскольку они могут иметь важное значение для развития наших представлений о природе наблюдаемых явлений и выбора направлений дальнейших исследований. В заключение заметим, что во время всех проводимых измерений состояние

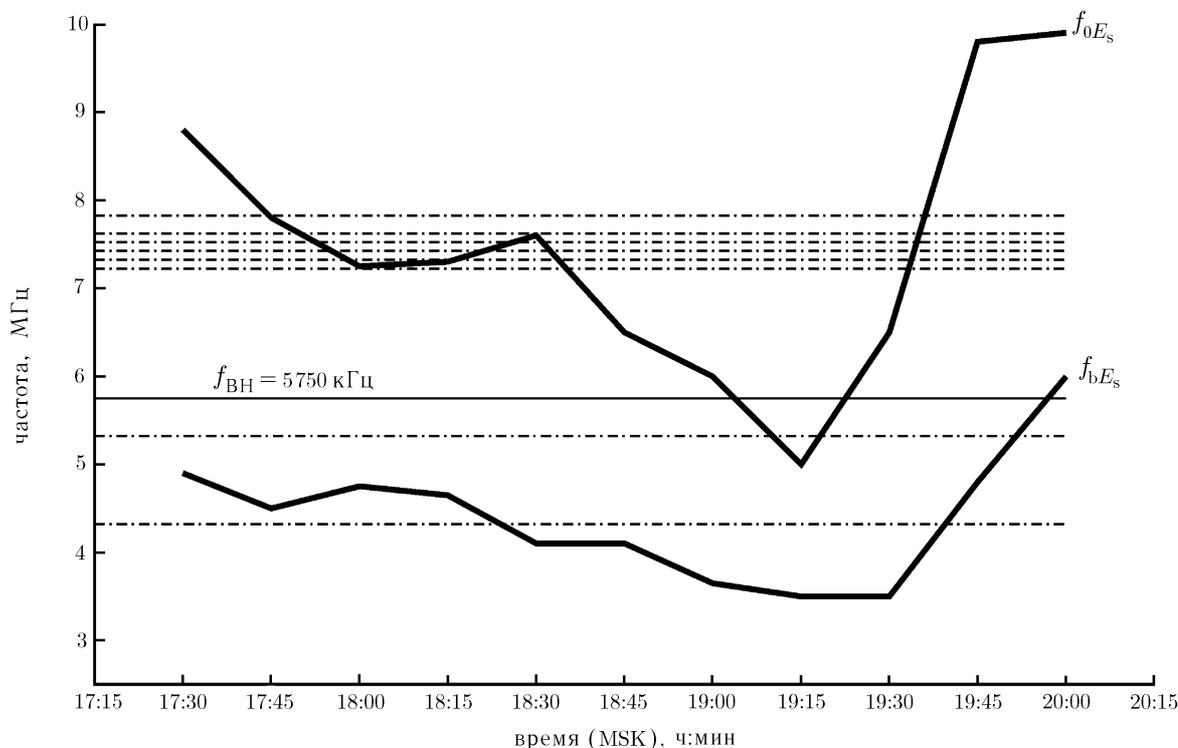


Рис. 1

ионосферы контролировалось с помощью автоматической ионосферной станции (АИС), работавшей в 15-минутном режиме.

2. РЕЗУЛЬТАТЫ ИЗМЕРЕНИЙ

Особенностью рассматриваемого ниже цикла измерений является то, что изначально он был нацелен на изучение свойств ИИТ, возбуждаемой в F -области ионосферы. Этим определялся выбор частот ПВ. Однако при проведении экспериментов 31 мая 2001 г. в 17:30 MSK проявилось наличие достаточно интенсивного и стабильного слоя E_s на высотах порядка 115 км, который экранировал пробные волны на наиболее низких частотах. По временной развертке осциллографа было установлено, что включение ВН приводило к сильному изменению амплитуды и частоты флуктуаций отраженных от слоя E_s сигналов. В этой ситуации было принято решение о перенацеливании программы исследований на изучение эффектов, возникающих при возмущении мощной радиоволной слоя E_s ионосферы. Эта программа была начата в 18:01 MSK и продолжалась до 19:11 MSK, пока наблюдались эффекты модификации слоя E_s . Заметим, что только в период с 18:01 до 19:11 MSK запись отраженных от слоя E_s сигналов осуществлялась для всех частот ПВ; до 18:01 и после 19:11 MSK зондирование слоя E_s осуществлялось только на частоте 4 323 и 5 323 кГц соответственно.

Как показали измерения, свойства регистрируемых эффектов в значительной степени зависели от характеристик слоя E_s . На рис. 1 приведены критическая частота f_{0E_s} слоя E_s и частота экранирования f_{bE_s} , измеренные в паузах воздействия с помощью АИС. На рис. 1 также отмечены частоты ВН ($f_{ВН} = 5750$ кГц, горизонтальная тонкая линия) и восьми ПВ (штрих-пунктирные линии). Из представленных на рис. 1 данных следует, что во время измерений: (а) частота экранирования для слоя E_s всегда была ниже, чем частота ВН ($f_{bE_s} < f_{ВН}$); (б) частоты f_{0E_s} и f_{bE_s} постепенно уменьшались, достигая минимума приблизительно в 19:15 MSK, когда критическая частота f_{0E_s} стала даже меньше,

чем $f_{ВН}$; (в) после 19:15 MSK имел место резкий рост значений f_{0E_s} и f_{bE_s} , что свидетельствует об изменении условий формирования слоя E_s или о вхождении в подрадарную точку нового спорадического слоя. Критическая частота слоя F_2 ионосферы для O-моды слабо изменялась во время наблюдений и всегда была заметно выше $f_{ВН}$, составляя приблизительно 7,4 МГц в 17:30 MSK, плавно уменьшаясь до 6,9 МГц к 19:00 MSK, а затем вновь несколько увеличиваясь до 7,1 МГц к 20:00 MSK.

На рис. 2 для интервала времени с 17:56 до 19:06 MSK в линейном масштабе приведены осциллограммы амплитуды отражённых ВН (верхняя панель) и восьми ПВ, которые показывают усиление сигналов высокочастотных ПВ ($f_{ПВ} \geq 7,2$ МГц) во время модификации ионосферы мощной радиоволной. Как уже отмечалось выше, в период с 18:01 до 19:11 MSK регистрировалась амплитуда всех ПВ при их отражении от слоя E_s ; при этом до 18:31 MSK использовались 10-минутные циклы нагрева с паузой 8 мин, а после — 5-минутные циклы с трёхминутной паузой, поскольку стало ясно, что время релаксации возмущений в спорадическом слое не превышает $1 \div 2$ мин. Увеличение амплитуды отражённых от слоя E_s сигналов ПВ на высоких частотах в интервале времени от 18:20 до 18:33 MSK связано с временным увеличением в этот период критической частоты слоя E_s до значения $f_{0E_s} \approx 7,6 \div 7,8$ МГц. Отсюда, кстати, видно, что амплитуда усиленных во время излучения ВН сигналов отражённых ПВ близка к амплитуде их зеркального отражения от слоя E_s . Учёт этого факта имеет важное значение для выбора правильной интерпретации наблюдаемого явления. На рис. 3 отдельно показана динамика сигналов отражённых ПВ для сеансов в 18:36 и 18:46 MSK, когда эффекты воздействия на слой E_s были наиболее ярко выражены. Важно также отметить, что в рассматриваемом цикле измерений не наблюдались какие-либо существенные изменения в характеристиках ИРИ в окрестности частоты ВН. Это может рассматриваться как свидетельство того, что значительная доля энергии мощной радиоволны (по оценкам не меньше половины) достигала F_2 -области ионосферы, где вблизи точки отражения ВН развивались плазменные неустойчивости и наблюдалась генерация ИРИ.

По результатам выполненных экспериментов по воздействию на полупрозрачный слой E_s ионосферы мощной радиоволной O-поляризации, представленных рис. 2 и 3, можно выделить следующие наблюдающиеся при этом эффекты.

1) Для высокочастотных ПВ ($f_{ПВ} \geq 7,2$ МГц) в случае, когда их частота была несколько выше предельной частоты отражения f_{0E_s} , во время нагрева наблюдалось усиление отражённого от слоя E_s сигнала с характерным временем $10 \div 20$ с. Характерные времена релаксации этого сигнала (см. рис. 3) показывают сильную зависимость от частоты ПВ, увеличиваясь от $3 \div 5$ до $20 \div 40$ с при уменьшении $f_{ПВ}$ от 7823 до 7223 кГц. В некоторых случаях, как, например, в сеансах 18:11 и 18:31 MSK (см. рис. 2), релаксация сигнала имела выраженный двухступенчатый характер со второй, более медленной стадией, длящейся $1 \div 2$ мин. Эффект усиления интенсивности отражённого сигнала ПВ исчез в сеансе в 18:51 MSK, когда критическая частота f_{0E_s} приблизилась к частоте ВН. Последнее можно рассматривать как свидетельство того, что наблюдаемый эффект может быть связан с непосредственным воздействием мощного радиоизлучения на спорадический E-слой ионосферы. Если увеличение амплитуды отражённого от слоя E_s сигнала определяется ростом f_{0E_s} во время излучения ВН, то, исходя из полученных данных, этот рост должен составлять около 20 %: f_{0E_s} изменялась приблизительно от 6,3 до 7,8 МГц. В заключение заметим, что для низкочастотных ПВ ($f_{ПВ} = 4323$ и 5323 кГц), частоты которых были заметно ниже f_{0E_s} , подобного усиления интенсивности отражённых сигналов в этом цикле измерений не наблюдалось.

2) Хотя и в разной степени, при всех частотах ПВ наблюдалось появление искусственных флуктуаций отражённых от слоя E_s сигналов, частота которых в несколько раз превышала частоту их естественных вариаций. Наиболее сильно искусственные флуктуации проявлялись при высоких частотах ПВ, имея характерные времена развития и релаксации порядка нескольких секунд и нескольких десятков секунд соответственно. При этом наблюдалось расширение частотного спектра отражённого от ионосферы сигнала с отдельными выделенными пиками, свидетельствующими о появлении мно-

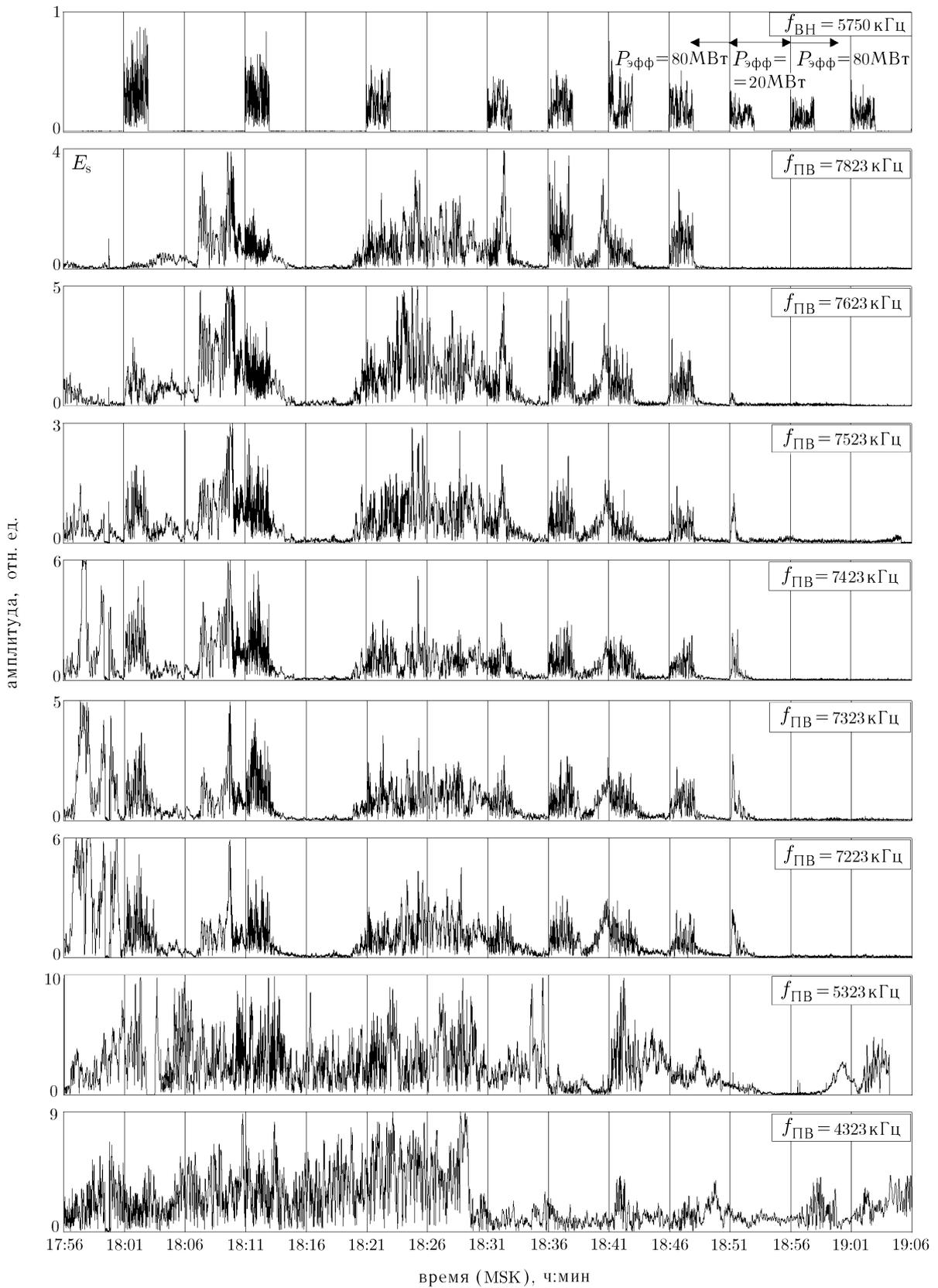


Рис. 2

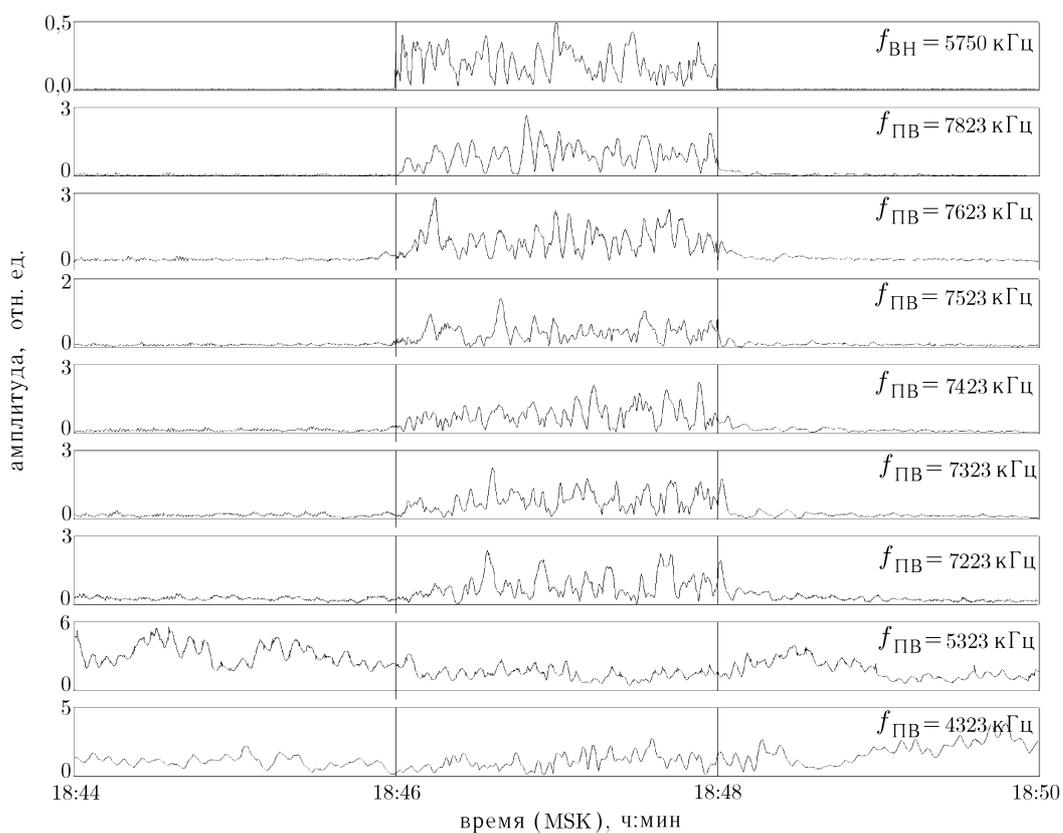
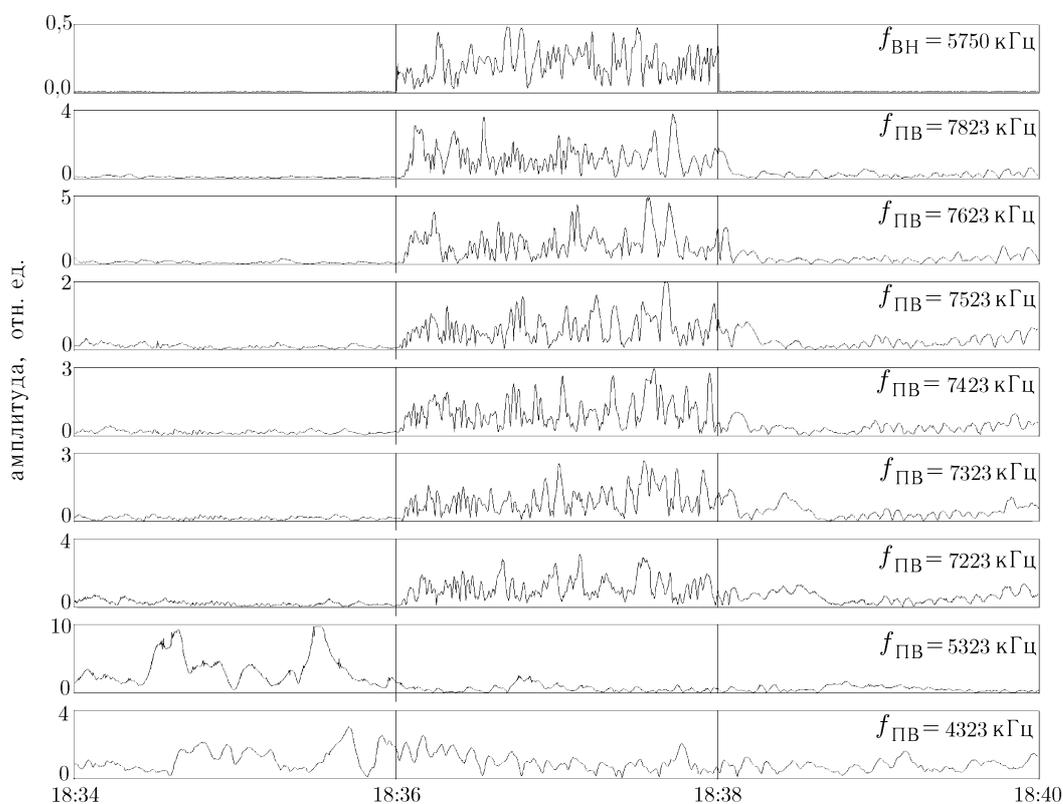


Рис. 3

голучёвости принимаемого сигнала. Достаточно регулярно усиление флуктуаций наблюдалось и при $f_{\text{ПВ}} = 5\,323$ кГц с характерными временами развития и релаксации $20 \div 30$ с и $40 \div 60$ с соответственно. На самой низкой частоте зондирования $f_{\text{ПВ}} = 4\,323$ кГц появление искусственных флуктуаций было не столь ярко выраженным и наблюдалось приблизительно в половине сеансов нагрева, наиболее часто после 18:36 MSK при более низких значениях критической частоты f_{0E_s} . Во время нагрева характерное время флуктуаций сигналов высокочастотных ПВ составляло $\tau_{\text{фл}} \approx 2 \div 4$ с; через несколько секунд после выключения ВН их период увеличивался более чем в $1,5 \div 2$ раза. Частота искусственных флуктуаций была ещё более низкой на отмеченной в предыдущем пункте медленной стадии релаксации. Следует заметить (см. рис. 3), что при низких частотах ПВ характерная частота искусственных флуктуаций была всегда заметно ниже, чем для ПВ высоких частот. Если считать, что такие флуктуации сигнала появляются в результате дифракции радиоволн на неоднородностях концентрации плазмы, то их поперечный относительно силовых линий геомагнитного поля масштаб можно оценить как $l_{\perp} \approx 2v\tau_{\text{фл}} \approx 200 \div 800$ м, где $v \approx 50 \div 100$ м/с — взятое для оценки типичное значение горизонтальной скорости дрейфа плазмы на уровне E -слоя ионосферы, что хорошо соответствует характерному масштабу неоднородностей, наблюдаемых в естественном слое E_s [1, 11, 12]. Из этого можно заключить, что нагрев слоя E_s приводит, скорее всего, к усилению его естественной неоднородной структуры. При этом интенсивность неоднородностей слоя E_s должна заметно уменьшаться уже спустя несколько секунд после выключения ВН.

3) После включения ВН для высокочастотных ПВ в ряде случаев хорошо прослеживается постепенное (в течение $1 \div 2$ мин) увеличение отрицательного доплеровского сдвига частоты отражённого сигнала, достигающего $f_d \approx -(0,3 \div 0,5)$ Гц, что может являться следствием либо роста высоты точки отражения ПВ, либо уменьшения интегральной концентрации плазмы на пути распространения пробной волны. После выключения ВН возвратное увеличение доплеровской частоты могло длиться $1 \div 3$ мин. На низких частотах ПВ (особенно для самой низкой частоты $f_{\text{ПВ}} = 4\,323$ кГц) доплеровские изменения частоты отражённого сигнала если и имели место, то не превышали величины порядка $0,1 \div 0,2$ Гц и в значительной степени могли маскироваться её естественными вариациями. Такая частотная зависимость $f_d(f_{\text{ПВ}})$ может свидетельствовать о том, что изменение профиля концентрации плазмы происходило только в достаточно узкой области высот $0,5 \div 1$ км. Последнее указывает на достаточно локальный характер взаимодействия ВН с плазмой слоя E_s . Отметим, что эффект модификации профиля концентрации плазмы в области нагрева может быть аналогичен наблюдаемому его изменению при воздействии на F -область ионосферы [17]. К сожалению, появляющаяся сильная многолучёвость сигналов ПВ после включения ВН не позволяет восстановить в деталях вариации профиля концентрации плазмы в слое E_s .

4) Перед сеансом в 18:51 MSK мощность ВН была уменьшена до 20 МВт. Однако сразу после включения ВН (см. рис. 2) увеличение амплитуды отражённых от слоя E_s сигналов наблюдалось на частотах $f_{\text{ПВ}} = 7\,523; 7\,423; 7\,323$ и $7\,223$ кГц; при этом амплитуда сигналов достигала приблизительно такой же величины, как и раньше, хотя частота флуктуаций здесь была уже заметно ниже по сравнению с предыдущими сеансами. При этом усиление сигнала было существенно слабее для $f_{\text{ПВ}} = 7\,623$ кГц и отсутствовало вовсе для $f_{\text{ПВ}} = 7\,823$ кГц. Через приблизительно $0,5 \div 2$ мин после включения ВН усиление исчезло для всех ПВ, причём более быстро на более высоких частотах. Хотя в последующих сеансах мощность ВН была снова увеличена до 80 МВт, усиление сигналов ПВ на частотах $f_{\text{ВН}} \approx 7,2 \div 7,8$ МГц больше не наблюдалось. Как отмечалось в первом пункте (см. также рис. 1), такое изменение свойств наблюдаемого эффекта сопровождалось уменьшением f_{0E_s} до значений порядка или ниже частоты ВН. Здесь следует отметить, что, хотя эффекты нагрева слоя E_s исчезли при высоких частотах ПВ, интенсивность искусственных флуктуаций на частоте $f_{\text{ПВ}} = 5\,323$ кГц при этом даже несколько возросла. Последнее показывает, что мощное радиоизлучение может вызывать изменение характеристик слоя E_s и при $f_{\text{ВН}} > f_{0E_s}$, т. е. при нагреве спорадического слоя E «на просвет», когда

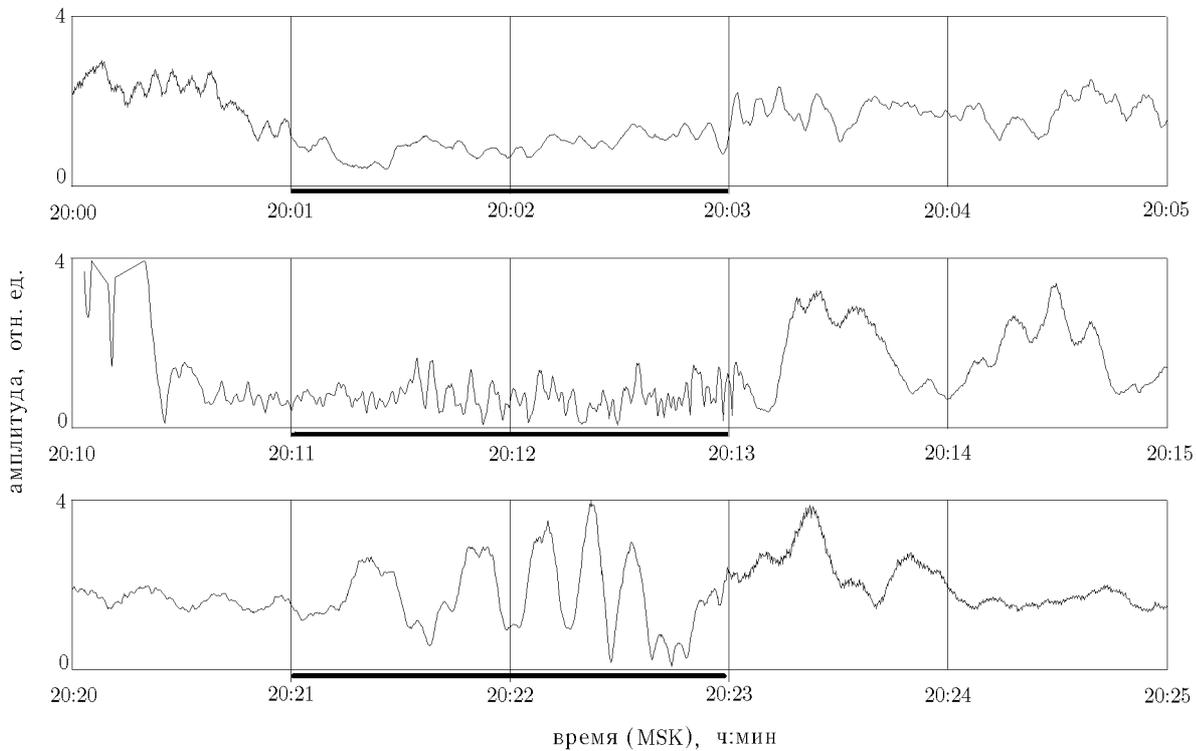


Рис. 4

энергия ВН практически полностью проходит в верхнюю ионосферу.

5) Следует заметить, что в этой серии экспериментов не было обнаружено подобных рассмотренным выше эффектов воздействия при модификации непрозрачного на частоте ВН спорадического E -слоя.

В дополнение к вышесказанному приведём два результата измерений, выполненных 4 июня 2001 г., когда воздействие на ионосферу осуществлялось мощной волной X -поляризации на частоте $f_{ВН} = 6480$ кГц с $P_{эфф} \approx 200$ МВт. Во время измерений критическая частота f_{0E_s} не превышала 5 МГц, и воздействие мощным радиоизлучением осуществлялось «на просвет». В этой серии экспериментов, как и раньше, диагностика ИИТ осуществлялась с помощью ПВ X -поляризации с параллельной регистрацией отражений от F - и E_s -областей ионосферы. Поскольку слой E_s в этом цикле измерений не был достаточно стабильным, не представлялось возможным выполнить какую-либо законченную программу исследований, и полученные данные имеют достаточно фрагментарный характер. Тем не менее они позволяют заключить, что в ряде случаев здесь также наблюдалось появление искусственных флуктуаций сигнала отражённой от слоя E_s ПВ, свидетельствующее об усилении неоднородной структуры спорадического слоя E . Второй момент, на который нам хотелось бы обратить внимание, касается возможного влияния слоя E_s на свойства ИИТ, возбуждаемой в F -области ионосферы. На рис. 4 приведены осциллограммы сигналов отражённых от F -области ПВ на частоте $f_{ПВ} = 5323$ кГц для трёх сеансов двухминутного нагрева: в 20:01 и 20:21 MSK, когда спорадический слой был достаточно слаб ($f_{bE_s} \approx 2,6 \div 3,0$ МГц и $f_{0E_s} \approx 3,5 \div 3,8$ МГц), и в 20:11 MSK, когда имело место его временное усиление ($f_{bE_s} \approx 4,1$ МГц и $f_{0E_s} \approx 4,8$ МГц). Из представленных данных хорошо видно, что характер возбуждаемой в F -области ионосферы турбулентности существенно различен для всех трёх сеансов включения ВН: практическое отсутствие искусственных флуктуаций отражённого сигнала в первом сеансе, быстрые и сильные флуктуации во втором и сильные, но заметно более медленные флуктуации в третьем. Появление быстрых флуктуаций отражённой ПВ во время усиления слоя E_s может

интерпретироваться как усиление генерации в верхней ионосфере достаточно мелкомасштабных искусственных неоднородностей с характерным масштабом поперёк магнитного поля $l_{\perp} \approx 100 \div 500$ м. Поскольку при модификации F -области ионосферы волнами X -поляризации в отсутствие слоя E_s генерация таких неоднородностей раньше не наблюдалась, можно предположить, что их появление является следствием влияния на характеристики ИИТ электродинамического взаимодействия F - и E -областей ионосферы, особенности которого рассматриваются, например, в [12, 18, 19]. В будущем планируется провести новые эксперименты, нацеленные на более детальное исследование характеристик такого рода эффектов.

3. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Интерес к экспериментам по искусственному воздействию на спорадический E -слой ионосферы, в частности мощным коротковолновым радиоизлучением, определяется необходимостью дальнейшего развития теории образования и турбулизации слоя E_s . Важным аспектом таких экспериментов также являются открывающиеся новые возможности изучения электродинамического взаимодействия F - и E -областей ионосферы, результаты которых могут оказать влияние на развитие представлений о механизмах генерации ИИТ в верхней ионосфере. Хотя полученные нами экспериментальные данные по модификации полупрозрачного слоя E_s являются далеко не исчерпывающими и не позволяют сделать с полной определённостью заключение о физике наблюдаемых при этом явлений, мы тем не менее можем констатировать, что (1) модификация мощной волной O -поляризации спорадического E -слоя, когда частота ВН попадает в область его полупрозрачности, приводит к увеличению критической частоты f_{0E_s} и усилению его неоднородной структуры и (2) усиление неоднородностей концентрации плазмы в слое E_s наблюдается и при его нагреве «на просвет», когда $f_{ВН} > f_{0E_s}$, а также при воздействии на него мощной волной X -поляризации.

Согласно различным экспериментальным данным, полученным в условиях средних широт (см., например, [1, 7, 11–14, 20–23]), формирование отражённого от слоя E_s сигнала на частотах зондирования, превышающих частоту экранирования f_{bE_s} , происходит либо за счёт обратного рассеяния радиоволн на резких градиентах концентрации или на присутствующих внутри слоя неоднородностях плотности плазмы с $l_{\perp} \approx 100 \div 500$ м, либо за счёт облаков повышенной ионизации плазмы с размерами от километра и больше, которые отражают радиоволны вплоть до частот f_{0E_s} . В последнем случае, как показано в [8], основной нагрев плазмы волнами O -поляризации может происходить в узкой (несколько сот метров) области высот за счёт развития стрикционной параметрической неустойчивости вблизи уровня отражения ВН.

При интерпретации полученных результатов в рамках моделей частичного отражения радиоволн от резких градиентов концентрации или их рассеяния на неоднородностях концентрации плазмы не понятно, как объяснить сильную зависимость времени релаксации усиленных сигналов ПВ от их частоты (см. рис. 3). Если принять модель пэтчевой структуры слоя E_s , то рассмотренные выше экспериментальные данные могут интерпретироваться как увеличение концентрации плазмы в этих облаках (чтобы объяснить увеличение величины f_{0E_s}) вместе с усилением их неоднородной структуры (чтобы объяснить увеличение частоты флуктуаций отражённых ПВ). Тогда исчезновение усиленных сигналов ПВ после выключения ВН должно определяться уменьшением концентрации плазмы в облаках ниже критической для каждой из частот $f_{ПВ}$. Анализ полученных экспериментальных данных показал, что в этом случае изменение концентрации плазмы после выключения ВН подчиняется экспоненциальному закону:

$$\delta N(t) = \delta N(0) \exp(-\gamma t),$$

где $\gamma \approx (4 \div 5) \cdot 10^{-3} \text{ с}^{-1}$.

В E -области ионосферы изменение концентрации плазмы может происходить либо за счёт диссоциативной рекомбинации, либо за счёт диффузии [24]. В первом случае коэффициент рекомбинации может быть оценён как $\alpha_r \approx 0,5\gamma N^{-1} \approx 5 \cdot 10^{-9} \text{ см}^3/\text{с}$. Полученное значение α_r более чем на порядок меньше эффективного коэффициента диссоциативной рекомбинации для молекулярных ионов ($\alpha_{dr} \approx 10^{-7} \text{ см}^3/\text{с}$ [11]). Принимая диффузионный характер расплывания возмущений концентрации плазмы по закону $\delta N(t) = \delta N(0) \exp(-Dk^2t)$ и полагая толщину слоя E_s равной $a \approx 0,5 \div 3 \text{ км}$ ($k \sim 2/a \approx (0,7 \div 4) \cdot 10^{-5} \text{ см}^{-1}$), мы можем получить оценку коэффициента диффузии: $D \approx (0,25 \div 10) \cdot 10^7 \text{ см}^2/\text{с}$. Как следует из [12, 13, 24–26], свойства среднеширотных интенсивных спорадических слоёв определяются главным образом наличием в них металлических ионов, для которых доминирующим является процесс амбиполярной диффузии с коэффициентом $D_a \approx 2 \cdot 10^6 \text{ см}^2/\text{с}$, величина которого может быть согласована с результатами измерений для $a \approx 0,5 \text{ км}$. Однако из-за увеличения коэффициента диффузии нагрев плазмы должен был бы приводить к уменьшению парциальной электронной концентрации в слое E_s , а следовательно, и к уменьшению интенсивности сигналов отражённых ПВ высоких частот, с характерным временем не менее 15 мин (в рамках такой модели объяснялись, например, результаты рассмотренных в [3, 4] измерений). Но, как следует из наших экспериментальных данных, воздействие на спорадический слой E ионосферы приводило, наоборот, к быстрому (за время порядка $10 \div 20 \text{ с}$) увеличению интенсивности ПВ, отражённых от слоя E_s . Таким образом, в рамках модели пэтчевой структуры металлического слоя E_s также не удаётся объяснить эффект индуцированного мощной радиоволной увеличения амплитуды отражённых от него ПВ, характеристики которого не соответствуют ни знаку ожидаемого изменения концентрации в облаках ионизации, ни характерным временам перераспределения плазмы.

Существование двух стадий уменьшения амплитуды усиленного сигнала может указывать на проявление двух механизмов релаксации, где более быстрая стадия может, вообще говоря, определяться влиянием турбулентной диффузии с коэффициентом $D_T \approx 10^7 \div 10^8 \text{ см}^2/\text{с}$ на релаксацию создаваемых мощной радиоволной возмущений [11, 24, 27]. При этом легко удаётся объяснить характерные времена наблюдаемого эффекта, однако и в этом случае усиление турбулентности в результате воздействия мощной радиоволной должно было бы приводить к уменьшению средней концентрации плазмы в E_s -слое, а не к увеличению, как это наблюдается в эксперименте.

Среди других возможных объяснений подобных рассмотренным в статье экспериментальных данных отметим [5], где было сделано предположение, что повышение амплитуды отражённых ПВ может быть связано с образованием искусственного плазменного «зеркала» (плазменного рефлектора) за счёт пространственно неоднородного «продавливания» плазмы в слое E_s под действием мощной радиоволны вследствие изменения мощности ВН по диаграмме направленности антенны стенда. Это должно приводить к искажению (продавливанию) профиля концентрации плазмы, что может объяснить наблюдаемый отрицательный доплеровский сдвиг частоты отражённого сигнала и вызывать фокусировку отражающихся от него радиоволн. Однако и здесь перераспределение плазмы в металлическом слое E_s после выключения ВН должно происходить за существенно большее время, чем наблюдаемые в эксперименте характерные времена изменения уровня сигналов отражённых ПВ после выключения ВН, если даже не учитывать зависимость времени релаксации усиленного сигнала от $f_{ВН}$. Наконец, в [2] увеличение характерных частот слоя E_s связывалось с ростом концентрации электронов вследствие уменьшения коэффициента рекомбинации при нагреве плазмы. Но это возможно только для неметаллических E_s -слоёв. Характерные времена изменения концентрации при этом составляли бы несколько минут, что также заметно превышает характерные времена рассматриваемых эффектов, более соответствуя второй, медленной стадии релаксации усиленных сигналов ПВ.

Суммируя всё вышесказанное, можно сделать вывод, что в рамках существующих представлений пока не удаётся дать непротиворечивую интерпретацию явлений, которые наблюдались нами при модификации полупрозрачного слоя E_s .

К сожалению, кратковременность измерений из-за высокой нестационарности слоя E_s (а зачастую — их единичность) не позволила изучить в деталях характеристики рассмотренных выше явлений, прежде всего их зависимость от частоты и мощности ВН, что имело бы важное значение для построения более полной эмпирической модели. Тем не менее ряд установленных фактов и поставленные вопросы позволяют сегодня подойти более осознанно к планированию и выбору методики проведения последующих измерений. Здесь представляются интересными эксперименты, нацеленные на детальное изучение зависимости свойств наблюдаемых эффектов от типа слоя и его интенсивности, а также их изменение при переходе от нагрева слоя E_s «на просвет» к воздействию на полупрозрачный слой и далее — к полному отражению ВН. Нагрев спорадического E -слоя в режиме импульсного излучения ВН, когда часто удаётся получить важную информацию о динамических характеристиках индуцируемой мощной волной турбулентности, остаётся ещё совершенно незатронутой областью исследований. Предстоит также выполнить полномасштабные исследования эффектов, имеющих место при модификации слоя E_s мощными волнами X -поляризации. Возможно, это даст новое понимание влияния нагрева ионосферной плазмы волнами X -поляризации на генерацию ИИТ в верхней ионосфере, исследование которого представлено в [27]. При выполнении указанных программ важно также определять тип и форму E_s -слоя, поскольку, как показали измерения [1, 7, 12–14, 29], он может иметь сложную внутреннюю структуру. Оптико-нагревный метод измерения структуры и динамики спорадических слоёв E предложен в [30]. В наших экспериментах это возможно с помощью рассеяния радиоволн на искусственных периодических неоднородностях [29, 30] или с использованием доплеровских измерений отражённых ПВ. С точки зрения изучения электродинамического взаимодействия F - и E -областей ионосферы важно провести в будущем более детальные сравнительные измерения свойств возбуждаемой в верхней ионосфере ИИТ при наличии слоя E_s и без него.

В заключение заметим, что рассмотренные в работе результаты однозначно показывают существенное изменение свойств спорадического слоя E в условиях воздействия на него мощной радиоволной, когда частота ВН попадает в диапазон его полупрозрачности. Последнее необходимо принимать во внимание при интерпретации данных, получаемых с помощью предложенного в [7] метода визуализации горизонтальной структуры слоя E_s с использованием подсветки спорадического слоя мощным коротковолновым радиоизлучением, и при постановке экспериментов с использованием искусственных периодических неоднородностей для диагностики слоя E_s [29, 30].

Работа была выполнена при поддержке РФФИ (гранты № 01–02–16752, 01–05–65025, 01–02–31008 и 02–02–17475) и грантом РУ.01.01.067. Авторы выражают свою благодарность Н. В. Бахметьевой за полезные дискуссии при обсуждении полученных результатов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Miller K. L., Smith L. G. // J. Geophys. Res. A. 1978. V. 83, No. 8. P. 3761.
2. Гуревич А. В., Шлюгер И. С. // Изв. вузов. Радиофизика. 1975. Т. 18. С. 1237.
3. Козлов С. И., Крохмальников Е. Б., Новожилов В. И. и др. // Геомагнетизм и аэрономия. 1977. Т. 17. С. 433.
4. Козлов С. И., Крохмальников Е. Б., Новожилов В. И. и др. // Геомагнетизм и аэрономия. 1977. Т. 17. С. 639.
5. Ерухимов Л. М., Иванов В. А., Митяков Н. А. и др. // Изв. вузов. Радиофизика. 1987. Т. 30. С. 1055.
6. Djuth F. T., Bernhardt P. A., Tepley C. A. et al. // Geophys. Res. Lett. 1999. V. 26. P. 1557.
7. Kagan L. M., Kelley M. C., Garcia F. et al. // Phys. Rev. Lett. 2000. V. 85. P. 218.
8. Newman D. L., Goldman M. V., Djuth F. T., Bernhardt P. A. // Phys. Space Plasmas. 1998. No. 15. P. 259.

9. Blagoveshchenskaya N. F., Kornienko V. A., Borisova T. D. et al. // J. Geophys. Res. A. 2001. V. 106, No. 12. P. 29 071.
10. Sergienko T., Kornilov I., Turenen T., Maninen J. // J. Atmos. Sol.-Terr. Phys. 1997. V. 59. P. 2 401.
11. Гершман Б. Н., Игнатьев Ю. А., Каменецкая Г. Х. Механизмы образования ионосферного спорадического слоя E_s на различных широтах. М.: Наука, 1976.
12. Whitehead J. D. // J. Atmos. Terr. Phys. 1989. V. 51. P. 401.
13. Mathews J. D. // J. Atmos. Terr. Phys. 1998. V. 60. P. 413.
14. Каган Л. М. Терромагнитные эффекты и процессы формирования неоднородной структуры верхней ионосферы: Дисс. . . д. ф.-м. н. Нижний Новгород, 2000.
15. Фролов В. Л., Каган Л. М., Сергеев Е. Н. // Изв. вузов. Радиофизика. 1999. Т. 42. С. 635.
16. Frolov V. L., Sergeev E. N., Ermakova E. N., Komrakov G. P., Stubbe P. // Geophys. Res. Lett. 2001. V. 28. P. 3 103.
17. Грач С. М., Митяков Н. А., Шварц М. М. // Геомагнетизм и аэрономия. 1989. Т. 29. С. 590.
18. Ляцкий В. Б. Токовые системы магнитосферно-ионосферных возмущений. Л.: Наука, 1978.
19. Kelley M. C. The Earth's Ionosphere. New York: Academic Press. Inc., 1989.
20. Брюнелли Б. Е., Намгаладзе А. А. Физика ионосферы. М.: Наука, 1988.
21. Cornelius D. W., Essex E. A. // J. Atmos. Terr. Phys. 1979. V. 41. P. 481.
22. Alpers M., Höffner J., Zahn U. // J. Geophys. Res. A. 1994. V. 99, No. 8. P. 14 971.
23. Шерстюков О. Н., Стенин Ю. М. // Геомагнетизм и аэрономия. 2002. Т. 42. С. 102.
24. Гершман Б. Н. Динамика ионосферной плазмы. М.: Наука, 1974.
25. Игнатьев Ю. А., Нестеров В. П., Часовитин Ю. К. // Геомагнетизм и аэрономия. 1972. Т. 12. С. 843.
26. Игнатьев Ю. А. // Изв. вузов. Радиофизика. 1978. Т. 21. С. 352.
27. Chimonas G. // J. Atmos. Terr. Phys. 1974. V. 36. P. 235.
28. Frolov V. L., Kagan L. M., Sergeev E. N. et al. // J. Geophys. Res. A. 1999. V. 104, No. 6. P. 12 695.
29. Бахметьева Н. В., Беликович В. В., Бенедиктов Е. А., Толмачёва А. В. // Изв. вузов. Радиофизика. 2001. Т. 46. С. 1 003.
30. Kagan L. M., Bakhmet'eva N. V., Belikovitch V. V. et al. // Radio Sci. 2002 (in press).

Научно-исследовательский радиофизический институт,
г. Нижний Новгород, Россия

Поступила в редакцию
21 мая 2002 г.

RESULTS OF EXPERIMENTS ON MODIFICATION OF THE SPORADIC E -LAYER BY POWERFUL HF RADIO WAVES

V. L. Frolov, L. M. Kagan, G. P. Komrakov, E. N. Sergeev, and E. A. Shorokhova

We present the results of experiments on modification of the sporadic E layer of the Earth's ionosphere by a powerful vertical beam of HF radio waves. The experiments were performed at the "Sura" facility (Radiophysical Research Institute, Nizhny Novgorod) from May 31 to June 4, 2001. The main results were obtained in May 31 from 17:30 to 20:00 MSK, when the E_s layer was fairly stable and the pump frequency was in the translucency domain of this layer. The diagnostics of the ionosphere was performed using diagnosing X waves in the frequency range $f_{DW} = 4.3-7.8$ MHz. The ionospheric-plasma heating was accompanied by an increase in the intensity of diagnosing waves, reflected from the E_s layer, with frequencies similar to or slightly higher than the critical frequency of the E_s layer. In addition, artificial fluctuations of the reflected signal appeared in the entire frequency range of sounding. We consider the dynamical characteristics of the observed phenomena and their dependence on the frequency f_{DW} and the parameters of the E_s layer.

УДК 550.388.3

РЕШЕНИЕ ДВУМЕРНОГО ТЕЛЕГРАФНОГО УРАВНЕНИЯ С АНИЗОТРОПНЫМИ ПАРАМЕТРАМИ

В. В. Кириллов, В. Н. Копейкин

Получено решение двумерного телеграфного уравнения, моделирующего распространение электромагнитных волн в волноводе Земля—ионосфера, при анизотропных параметрах с обобщением на сферичность и горизонтальную неоднородность волновода в диапазоне частот $0,1 \div 30$ Гц. Показано, что резонансный характер отражения от ионосферы проявляется на частотах ниже 10 Гц в горизонтальных компонентах магнитного поля и в вертикальной компоненте электрического поля горизонтального диполя. В случае спокойного Солнца в ночных условиях осцилляции в частотном ходе компонент электромагнитного поля выражены значительно заметнее по сравнению со случаем активного Солнца.

1. В работах [1, 2] изложены результаты экспериментальных исследований структуры спектра регулярного шумового фона горизонтальных компонент магнитного поля в диапазоне частот $0,1 \div 10$ Гц. Обнаружена резонансная структура спектра, проявляющаяся в чередовании максимумов и минимумов с квазипериодом $0,5 \div 2,5$ Гц. В работе [3] сделана попытка теоретической интерпретации результатов наблюдений как следствия интерференционных отражений от ионосферы. В указанной работе отражение электромагнитных волн от ионосферы рассмотрено качественно, без привлечения высотных профилей электронной концентрации, частоты соударения ионов с нейтральными частицами и эффективной частоты соударения электронов. Модель ионосферы в [3] предполагает наличие некоторой нижней границы, ниже которой ионосфера отсутствует. Высота нижней границы ионосферы входит в выражения для поля. Реальная ионосфера не имеет очерченной нижней границы, и невозможно выбрать высоту так, чтобы годилась импедансная постановка задачи при отсутствии ионосферы ниже этой высоты. Формирование поля в волноводе проводится на основе квазиизотропной и горизонтально однородной модели волновода с обобщением на случай неоднородного волновода. Азимутальная компонента электромагнитного поля рассчитывается приближённо и не зависит от анизотропии ионосферы, из свойств ионосферы в этой компоненте учитывается только высота её нижней границы. Радиальная компонента электромагнитного поля возникает благодаря анизотропии среды в месте расположения приёмника, в котором и проявляется немонотонная зависимость амплитуды поля от частоты. Такой принцип расчёта противоречит обобщённой теореме взаимности.

Целью настоящей работы является получение представления для электромагнитного поля от вертикального и горизонтального диполей в диапазоне частот $0,1 \div 30$ Гц с учётом анизотропии, вертикальной и горизонтальной неоднородностей ионосферы, сферичности Земли и её конечной проводимости.

2. Рассмотрение задачи проведём методом двумерного телеграфного уравнения [4–8]. Двумерное телеграфное уравнение получается из уравнения сохранения заряда в Земле: $\operatorname{div} \mathbf{i} - i\omega\rho = 0$, где \mathbf{i} — объёмная плотность тока, ρ — объёмная плотность заряда. Зависимость от времени принята в виде $\exp(-i\omega t)$.

Интегрирование этого уравнения по высоте приводит к уравнению сохранения поверхностного заряда: $\operatorname{Div} \mathbf{j} - i\omega q = 0$, где $j_x = \int_{-\infty}^0 i_x dz$, $j_y = \int_{-\infty}^0 i_y dz$, $q = \int_{-\infty}^0 \rho dz$ — поверхностные плотности тока и заряда соответственно, $\operatorname{Div} \mathbf{j}$ — поверхностная дивергенция поверхностной плотности тока. Вертикальная компонента тока отсутствует вследствие электрической изолированности Земли от ионосферы.

В Земле второе уравнение Максвелла имеет вид $\operatorname{rot} \mathbf{H} = \mathbf{i}$. Проинтегрировав проекцию этого уравнения на направление оси x по площадке, бесконечно узкой по оси y и бесконечно широкой по z , по-

лучим $j_x = -H_y(0)$, т. к. от циркуляции напряжённости магнитного поля \mathbf{H} останется только интегрирование по земной поверхности. Аналогично получаем $j_y = H_x(0)$.

Из уравнения $\text{div } \mathbf{D} = \rho$, где \mathbf{D} — вектор электрической индукции, получаем $D_z(0) = q$.

Таким образом, поверхностные плотности тока \mathbf{j} и заряда q определяют горизонтальные компоненты магнитного поля и вертикальную компоненту электрического поля на поверхности Земли.

Напряжение u вводится по формуле

$$u = \int_{-\infty}^{+\infty} E_z dz \approx \int_0^{\infty} E_z dz,$$

т. е. рассматривается потенциал Земли относительно ионосферы.

Связи между поверхностной плотностью заряда q и напряжением u и между поверхностной плотностью тока \mathbf{j} и поверхностным градиентом напряжения u превращают уравнение сохранения поверхностного заряда в двумерное телеграфное уравнение. Первый параметр двумерного телеграфного уравнения — поверхностная плотность ёмкости — определяется по формулам $q = Cu$, или $C = \varepsilon_0/h_C$, где

$$h_C = E_z^{-1}(0) \int_0^{\infty} E_z dz = \int_0^{\infty} \frac{dz}{1 + i\sigma(z)/(\omega\varepsilon_0)}.$$

Здесь ε_0 — диэлектрическая проницаемость вакуума, $\sigma(z)$ — проводимость нижней ионосферы. Основной вклад в параметр h_C обеспечивает область высот ниже 70 км. Реальная часть ёмкостной высоты h_C имеет порядок $50 \div 70$ км и гладко растёт с частотой примерно по логарифмическому закону [5–7]. Мнимая часть h_C отрицательна и по порядку величины соответствует масштабу неоднородности проводимости нижней ионосферы.

Связь между поверхностной плотностью тока и градиентом напряжения определяет второй параметр двумерного телеграфного уравнения — локальную индуктивность $L = \mu_0 h_L$: $\text{Grad } u = i\omega L \mathbf{j}$, где $\text{Grad} = \boldsymbol{\lambda}^\circ \partial/\partial x + \mathbf{y}^\circ \partial/\partial y$, μ_0 — магнитная проницаемость вакуума.

В случае анизотропной ионосферы матрица L определяется [5–8] через поверхностный импеданс Земли и поверхностный матричный импеданс ионосферы на уровне земной поверхности при нормальном падении волны снизу:

$$\mathbf{L} = \mu_0 \mathbf{h}_L, \quad \mathbf{h}_L = \mathbf{h}_L^g + \mathbf{h}_L^i, \quad \mathbf{h}_L^g = \frac{i}{k} \boldsymbol{\delta}_g, \quad \mathbf{h}_L^i = \frac{i}{k} \boldsymbol{\delta}_i,$$

где k — волновое число падающей волны, $\boldsymbol{\delta}_g$ — приведённый поверхностный импеданс Земли в рассматриваемом месте, $\boldsymbol{\delta}_i$ — приведённый поверхностный матричный импеданс ионосферы на уровне земной поверхности при нормальном падении волны снизу.

Область ионосферы, формирующая локальную индуктивность в диапазоне частот $0,1 \div 30$ Гц, лежит на высотах от 70 до 2000 км. В ионосфере образуются две области отражения: верхняя (на высотах $300 \div 2000$ км) и нижняя (на высотах $70 \div 300$ км). Интерференция отражений от этих двух областей приводит к резонансной структуре матричной локальной индуктивности как функции частоты.

В диапазоне частот от 0,1 до 30 Гц ионосфера представляет собой плазму с замагниченными ионами. Для определения локальной индуктивности требуются высотные профили электронной концентрации N_e , частоты соударений ионов с нейтральными частицами ν_{in} , эффективной частоты соударений электронов $\nu_e = \nu_{en} + \nu_{ei}$ и средней массы иона (нейтральной частицы) M . Эти профили различны днём и ночью и зависят от солнечной активности. Описанию модели ионосферы и вычислению по ней локальной индуктивности последней посвящена специальная работа, направленная в журнал «Известия вузов. Радиофизика».

На рис. 1–6 для различных моделей ионосферы приведены некоторые характеристики матрицы локальной индуктивности \mathbf{h}_L^i на магнитной широте 30° . На рис. 1 и 4 приведена полусумма элементов главной диагонали $h_L^i = (h_{Lxx}^i + h_{Lyy}^i)/2$ для ночной (рис. 1) и дневной (рис. 4) моделей ионосферы при различной солнечной активности. Реальная часть этого параметра характеризует положение существенной для него области. В диапазоне частот $0,5 \div 4$ Гц эта область ночью ограничена высотами порядка 200 км и высотами порядка 100 км — на более высоких частотах. В диапазоне $0,1 \div 6$ Гц при низкой солнечной активности частотные зависимости имеют осциллирующий характер с большим размахом и большим квазипериодом. Осциллирующий характер поведения указывает на интерференцию отражений от верхней и нижней частей существенной области. На частотах выше 6 Гц зависимость h_L^i от частоты гладкая, что указывает на отсутствие отражений от верхней части существенной области ионосферы. Для дневного волновода (рис. 4) реальная часть $h_L^i \approx 105$ км на частоте 0,5 Гц, плавно спадает с ростом частоты и практически не зависит от солнечной активности.

На рис. 2, 3 и 5, 6 изображены различные относительные характеристики матрицы \mathbf{h}_L^i на магнитной широте 30° . На рис. 2 и 5 приводятся частотные зависимости параметра $\kappa = (h_{Lxx}^i - h_{Lyy}^i)/(h_{Lxx}^i + h_{Lyy}^i)$, единственно определяющего анизотропию при распространении в однородном волноводе. Для ночного волновода (см. рис. 2) для частот ниже 3 Гц указанный параметр достигает 0,6, что указывает на значимость учёта анизотропии при распространении электромагнитных волн этого диапазона частот. Для дневного волновода (см. рис. 5) этот параметр мал.

На рис. 3 и 6 приведены частотные зависимости параметра $\lambda = h_{Lxy}^i (1/h_{Lxx}^i + 1/h_{Lyy}^i)/2$, который определяется элементом матрицы локальной индуктивности h_{Lxy}^i , лежащим вне главной диагонали. Этот параметр не влияет на распространение в однородном волноводе, но определяет вторичную поляризацию по магнитному полю. В ночных условиях λ осциллирует с ростом частоты и достигает 1. В дневном волноводе этот параметр менее 0,2.

3. Вначале рассмотрим задачу о формировании электромагнитного поля в плоском волноводе без учёта горизонтальной неоднородности, имея в виду, что для сферического волновода горизонтально однородная анизотропная модель непоследовательна.

В случае источника в виде вертикального электрического диполя согласно методу двумерного телеграфного уравнения [4–8] задача сводится к интегрированию уравнения

$$\text{Div}(\mathbf{h}_L^{-1} \text{Grad } u) + k^2 h_C^{-1} (u + u_{\text{ст}}) = 0, \quad (1)$$

где $u_{\text{ст}} = (P_0/\varepsilon_0) \delta(x)\delta(y)$, P_0 — амплитуда дипольного момента вертикального электрического диполя, расположенного в начале координат, u — напряжение, $u_{\text{ст}}$ — стороннее напряжение, $\delta(x)$ — дельта-функция Дирака. В системе декартовых координат x, y, z , связанной с магнитным меридианом,

$$h_{Lxy}^{-1} + h_{Lyx}^{-1} = 0.$$

При горизонтально однородной матрице \mathbf{h}_L^{-1} уравнение (1) не зависит от этих элементов и записывается в виде

$$h_{Lxx}^{-1} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + h_{Lyy}^{-1} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + k^2 h_C^{-1} (u + u_{\text{ст}}) = 0. \quad (2)$$

Из структуры уравнения (2) ясно, что функция $u(\xi)$, где

$$\xi^2 = \frac{k^2}{h_C} \left(\frac{x^2}{h_{Lxx}^{-1}} + \frac{y^2}{h_{Lyy}^{-1}} \right), \quad \text{Im } \xi > 0, \quad (3)$$

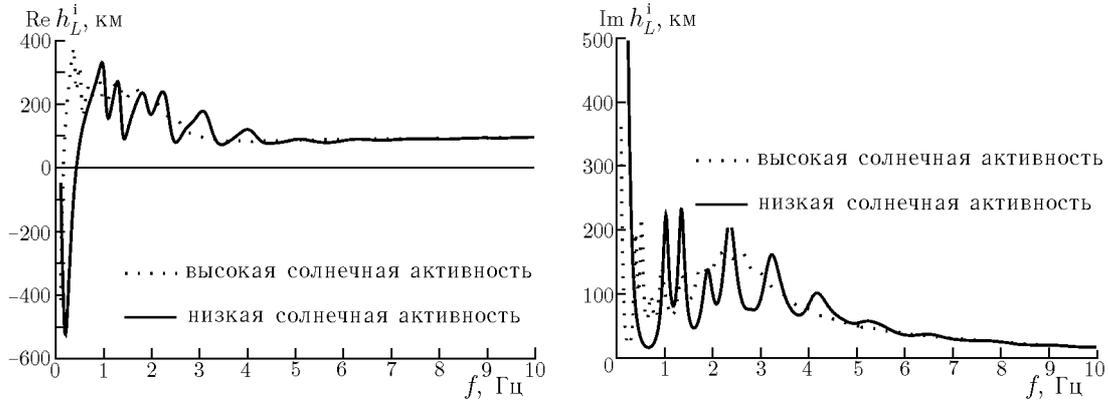


Рис. 1. Зависимость h_L^i от частоты в ночное время

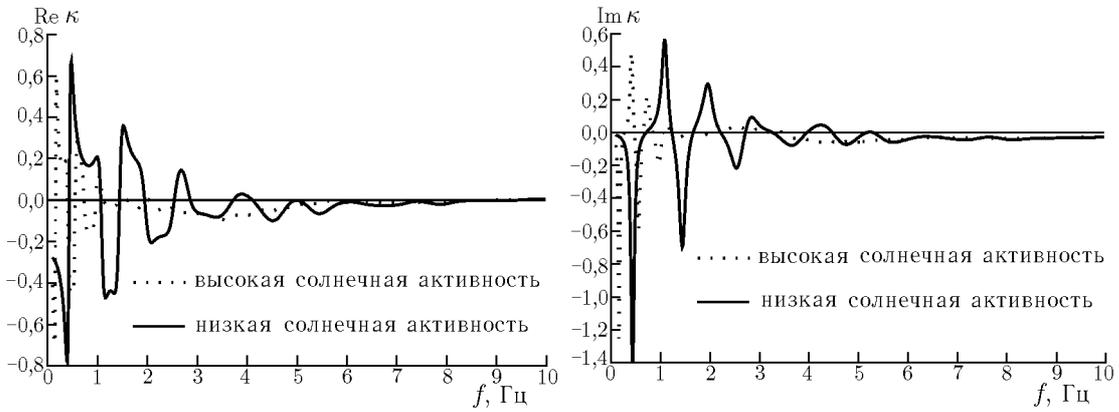


Рис. 2. Зависимость κ от частоты в ночное время

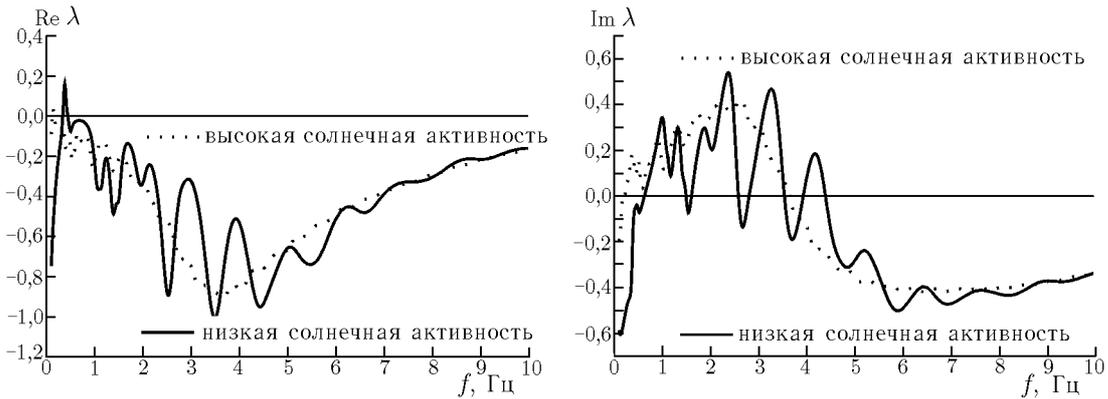


Рис. 3. Зависимость λ от частоты в ночное время

удовлетворяет однородному дифференциальному уравнению (2). Действительно,

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = k^2 \frac{\frac{x^2}{h_{Lxx}^{-1}}}{\frac{x^2}{h_{Lxx}^{-1}} + \frac{y^2}{h_{Lyy}^{-1}}} \xi^{-1} \frac{d}{d\xi} \xi \frac{du}{d\xi} - \frac{1}{h_{L,xx}^{-1}} \frac{\frac{x^2}{h_{Lxx}^{-1}} - \frac{y^2}{h_{Lyy}^{-1}}}{\left(\frac{x^2}{h_{L,xx}^{-1}} + \frac{y^2}{h_{L,yy}^{-1}} \right)^2} \xi \frac{du}{d\xi},$$

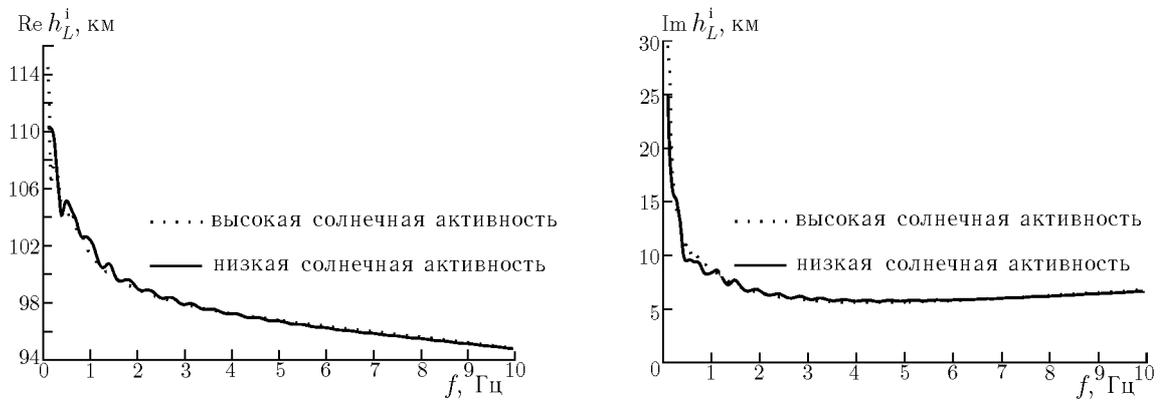


Рис. 4. Зависимость h_L^i от частоты в дневное время

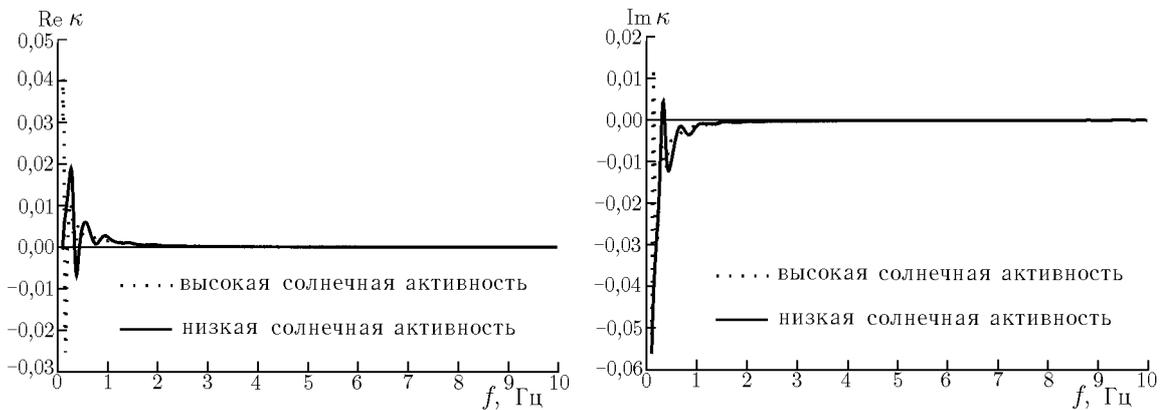


Рис. 5. Зависимость κ от частоты в дневное время

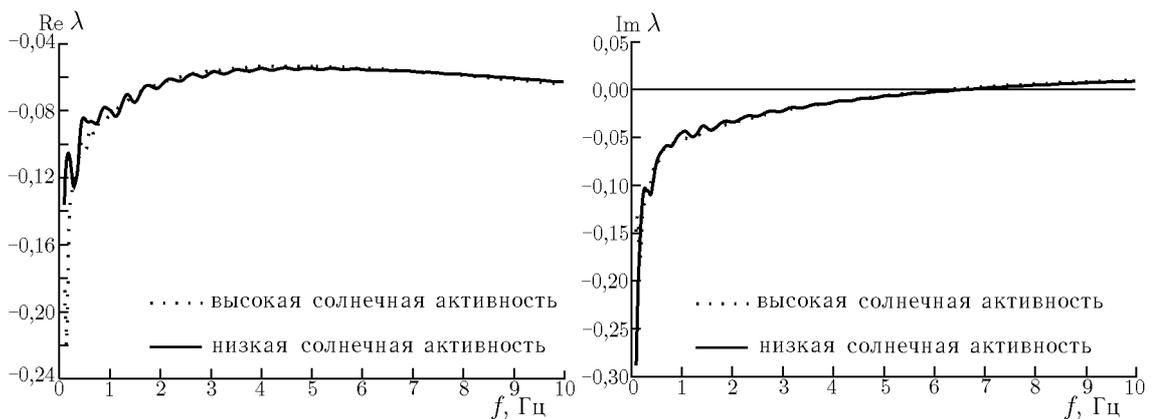


Рис. 6. Зависимость λ от частоты в дневное время

$$\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = k^2 \frac{\frac{y^2}{h_{Ly}^{-1}} \xi^{-1} \frac{d}{d\xi} \xi \frac{du}{d\xi}}{\frac{x^2}{h_{Lx}^{-1}} + \frac{y^2}{h_{Ly}^{-1}}} + \frac{1}{h_{Ly}^{-1}} \frac{\frac{x^2}{h_{Lx}^{-1}} - \frac{y^2}{h_{Ly}^{-1}}}{\left(\frac{x^2}{h_{Lx}^{-1}} + \frac{y^2}{h_{Ly}^{-1}} \right)^2} \xi \frac{du}{d\xi},$$

и при условии

$$\xi^{-1} \frac{d}{d\xi} \xi \frac{du}{d\xi} + u = 0 \quad (4)$$

однородное уравнение (2) справедливо. Решение уравнения Бесселя (4) в горизонтально неограниченном волноводе представляется в виде

$$u = AH_0^{(1)}(\xi), \quad (5)$$

где $H_0^{(1)}(\xi)$ — функция Ханкеля первого рода нулевого порядка. Константа A определяется точечным источником уравнения (1), которое можно сформулировать в виде

$$\lim_{r \rightarrow 0} \int_0^{2\pi} (\mathbf{h}_L^{-1} \text{Grad } u)_r r d\varphi = -\frac{k^2}{h_C} \frac{P_0}{\varepsilon_0}. \quad (6)$$

Интегрирование в (6) проводится по окружности, радиус r которой стягивается к нулю. В явном виде соотношение (6) можно представить как

$$A \left(\int_0^{2\pi} \frac{d\varphi}{\frac{\cos^2 \varphi}{h_{Lxx}^{-1}} + \frac{\sin^2 \varphi}{h_{Lyy}^{-1}}} + h_{Lyy}^{-1} \left(\frac{1}{h_{Lxx}^{-1}} - \frac{1}{h_{Lyy}^{-1}} \right) \int_0^{2\pi} \frac{\sin \varphi \cos \varphi}{\frac{\cos^2 \varphi}{h_{Lxx}^{-1}} + \frac{\sin^2 \varphi}{h_{Lyy}^{-1}}} d\varphi \right) = \frac{i\pi}{2} \frac{k^2 P_0}{h_C \varepsilon_0}.$$

Второй интеграл в левой части равен нулю как интеграл от производной периодической функции по периоду. Первый интеграл вычисляется, что даёт искомую константу

$$A = \frac{ik^2 P_0}{4\varepsilon_0 \sqrt{h_{Lxx}^{-1} h_{Lyy}^{-1}}}.$$

Итак, для вертикального дипольного момента P_0

$$u = \frac{ik^2 P_0}{4\varepsilon_0 h_C \sqrt{h_{Lxx}^{-1} h_{Lyy}^{-1}}} H_0^{(1)}(\xi), \quad (7)$$

где

$$\xi^2 = \frac{k^2}{h_C} \left(\frac{x^2}{h_{Lxx}^{-1}} + \frac{y^2}{h_{Lyy}^{-1}} \right), \quad \text{Im } \xi > 0.$$

Для дальнейшего анализа выражению (7) удобно придать ковариантный вид, пригодный в любой системе координат. Вместо x и y обозначим декартовые координаты точки как $x^{(1)}$ и $x^{(2)}$. Введём матрицу \mathbf{h}_S^{-1} , симметризованную из матрицы \mathbf{h}_L^{-1} : соответствующие элементы главной диагонали указанных матриц равны, а одинаковые элементы неглавной диагонали матрицы \mathbf{h}_S^{-1} равны полусумме соответствующих элементов матрицы \mathbf{h}_L^{-1} . В этих новых обозначениях напряжение u , обусловленное вертикальным электрическим дипольным моментом P_0 , имеет вид

$$u = \frac{ik^2 P_0 \sqrt{D(\mathbf{h}_S)}}{4\varepsilon_0 h_C} H_0^{(1)}(\xi), \quad (8)$$

$$\xi^2 = \frac{k^2}{h_C} \sum_{n=1}^2 \sum_{m=1}^2 h_{Snm} x^{(m)} x^{(n)}, \quad \text{Im } \xi > 0,$$

где $D(\mathbf{h}_S)$ — детерминант матрицы \mathbf{h}_S . Матрица \mathbf{h}_S , обратная матрице \mathbf{h}_S^{-1} , не равна в общем случае матрице, симметризованной из \mathbf{h}_L , от которой она отличается множителем.

Для нахождения напряжения u , обусловленного горизонтальным токовым моментом, выберем в (8) в качестве источника сторонний заряд [6] $Q_{\text{ст}} = P_0/h_C$, т. е. вертикальный дипольный момент является сторонним точечным зарядом для двумерного телеграфного уравнения:

$$u = \frac{ik^2 Q_{\text{ст}} \sqrt{D(\mathbf{h}_S)}}{4\epsilon_0} H_0^{(1)}(\xi). \quad (9)$$

Напряжение, обусловленное горизонтальным сторонним диполем с компонентами $P_{\text{ст}}^{(m)}$, получается из (9) с помощью операции градиента, т. е.

$$u_d = - \sum_{m=1}^2 P_{\text{ст}}^{(m)} \frac{\partial u}{\partial x^{(m)}} = - \frac{ik^2 \sqrt{D(\mathbf{h}_S)}}{4\epsilon_0} \frac{\sum_{m=1}^2 \sum_{n=1}^2 h_{S mn} P_{\text{ст}}^{(m)} x^{(n)}}{\sum_{m=1}^2 \sum_{n=1}^2 h_{S mn} x^{(m)} x^{(n)}} \xi \dot{H}_0^{(1)}(\xi). \quad (10)$$

где $\dot{H}_0^{(1)}(\xi)$ — производная по аргументу от функции Ханкеля первого рода нулевого порядка.

Сторонний диполь $\mathbf{P}_{\text{ст}}$ в качестве источника эквивалентен стороннему токовому моменту $(\mathbf{I})_{\text{ст}} = -\dot{\mathbf{P}}_{\text{ст}}/\dot{t}$. Перейдём в (10) к такому точечному источнику, тогда

$$u_d = - \frac{ikZ_0 \sqrt{D(\mathbf{h}_S)}}{4} \frac{\sum_{m=1}^2 \sum_{n=1}^2 h_{S mn} (\mathbf{I})_{\text{ст}}^{(m)} x^{(n)}}{\sum_{m=1}^2 \sum_{n=1}^2 h_{S mn} x^{(m)} x^{(n)}} \xi \dot{H}_0^{(1)}(\xi), \quad (11)$$

где $Z_0 = 120\pi$ Ом.

Момент горизонтального тока \mathbf{I} как источник поля входит в телеграфное уравнение через стороннее удельное напряжение [7]

$$\mathbf{e}_{\text{ст}} = -\mathbf{I} \delta_g(1) Z_0 \delta(x) \delta(y),$$

где $\delta_g(1)$ — приведённый поверхностный импеданс Земли в месте расположения источника.

Сторонний токовый момент $(\mathbf{I})_{\text{ст}}$ связан с удельным напряжением $\mathbf{e}_{\text{ст}}$ с помощью матрицы $\mathbf{h}_L^{-1}(1)$ в месте расположения источника:

$$(\mathbf{I})_{\text{ст}}^{(m)} = \frac{iI \delta_g(1)}{k} \sum_{n=1}^2 \mathbf{h}_L^{-1}(1)^{mn} l_n. \quad (12)$$

Таким образом, сторонний токовый момент отличается от физического токового момента по величине и направлению.

С учётом (12) напряжение u_d , обусловленное горизонтальным токовым источником, приобретает вид

$$u_d = - \frac{iIZ_0 \delta_g(1) \sqrt{D(\mathbf{h}_S)}}{4} \frac{\sum_{m=1}^2 \sum_{n=1}^2 \sum_{p=1}^2 h_{S mp} h_L^{-1}(1)^{pn} x^{(m)} l_n}{\sum_{m=1}^2 \sum_{n=1}^2 h_{S mn} x^{(m)} x^{(n)}} \xi \dot{H}_0^{(1)}(\xi). \quad (13)$$

Этим заканчивается вывод общих и строгих выражений для напряжения, обусловленного различными источниками в анизотропном плоском горизонтально однородном волноводе. Зная напряжение u , можно найти все компоненты электромагнитного поля:

$$E_z = u/h_C, \quad \mathbf{j} = -\frac{i}{kZ_0} \mathbf{h}_L^{-1} \text{Grad } u,$$

$$H_x = j_y, \quad E_x = Z_0 \delta_g j_x, \quad H_y = -j_x, \quad E_y = Z_0 \delta_g j_y, \quad H_z = \frac{1}{ik} \text{rot}_z(\delta_g \mathbf{j}). \quad (14)$$

Верхняя оценка вертикальной компонентой магнитного поля по порядку величины приблизительно в $|\delta_g|$ раз превосходит горизонтальную составляющую магнитного поля.

4. Расчёт компонент электромагнитного поля и обобщение полученных выше результатов на сферический волновод с учётом горизонтальной неоднородности проведём в предположении, что горизонтальное расстояние от источника меньше длины волны, но больше высоты волновода (нижняя граница применимости телеграфного уравнения). В диапазонах УНЧ и КНЧ это условие выполняется при расстоянии до источника вплоть до 10^3 км, а на частотах меньше 5 Гц выполняется глобально. При этом условия аргумент функции Ханкеля в формулах (8), (9) и (13) по модулю много меньше единицы, что даёт возможность использовать асимптотические выражения для $H_0^{(1)}(\xi)$ при малых аргументах [9].

Рассмотрим подробнее случай, когда поле возбуждается вертикальным токовым моментом. Из (7) имеем

$$E_z = -\frac{ikI_z Z_0 \sqrt{h_{Sxx} h_{Syy}}}{4\pi h_C^2} (-i\pi + 2C - 2\ln 2 + \ln(\xi^2)), \quad (15)$$

$$\xi^2 = \frac{k^2 r^2}{2h_C} (h_{Sxx} + h_{Syy}) (1 + \kappa \cos 2\varphi), \quad \kappa = \frac{h_{Sxx} - h_{Syy}}{h_{Sxx} + h_{Syy}},$$

I_z — вертикальный токовый момент источника, C — постоянная Эйлера, r и φ — радиальное расстояние и азимут в плоскости волновода. Из (15) видно, что вертикальная компонента электромагнитного поля зависит от расстояния логарифмически.

Формула (15) непригодна для расчёта вертикальной компоненты поля в случае сферического волновода даже на самых маленьких расстояниях от источника, когда кривизна волновода не может проявиться. Это обстоятельство связано с тем, что формула (15) описывает поле в плоском неограниченном волноводе, а сферический волновод представляет собой сферическую полость, в которой возможно «кругосветное путешествие» волн без изменения направления движения. Указанный недостаток формулы (15) легко исправить путём добавления к функции $H_0^{(1)}(\xi)$ функции Бесселя первого рода $J_0(\xi)$ с некоторым коэффициентом. Этот коэффициент можно найти из разложения сферической функции Лежандра первого рода $P_\nu[\cos(\pi - \theta)]$ в окрестности точки $\theta = 0$ [10]. Эта функция описывает радиальную компоненту электрического поля E_R в сферическом изотропном горизонтально однородном волноводе.

Если провести указанные преобразования, то вместо (15) получим обобщение на случай сферического горизонтально однородного волновода:

$$E_R = -\frac{ikI_R Z_0 \sqrt{h_{Sxx} h_{Syy}}}{4\pi h_C^2} \left\{ 2C + 2\psi(\nu + 1) + \pi \text{ctg}(\nu\pi) + \ln[\sin^2(\theta/2)] + \right.$$

$$\left. + \cos^2(\theta/2) \ln \left[\frac{h_{Sxx} + h_{Syy}}{2\sqrt{h_{Sxx} h_{Syy}}} (1 + \kappa \cos(2\varphi)) \right] \right\}, \quad (16)$$

где $\psi(\nu + 1)$ — логарифмическая производная гамма-функции [9],

$$\mu = \frac{k^2 a^2 \sqrt{h_{Sxx} h_{Syy}}}{h_C} = \nu(\nu + 1), \quad \kappa = \frac{h_{Sxx} - h_{Syy}}{h_{Sxx} + h_{Syy}};$$

предполагается, что источник располагается в точке $\theta = 0$, $R = a$ в сферической системе координат R, θ, φ ; $\varphi = 0$ соответствует плоскости магнитного меридиана, a — радиус Земли.

От соответствующего случая изотропной модели выражение (16) отличается тем, что в параметре μ вместо h_L содержится множитель $\sqrt{h_{Sxx} h_{Syy}}$, и наличием дополнительного члена, описывающего зависимость от азимутальной координаты φ . Если $|\mu| \ll 1$ ($f < 4$ Гц), то выражение (16) упрощается:

$$E_R = -\frac{ikIl_R Z_0 \sqrt{h_{Sxx} h_{Syy}}}{4\pi h_C^2} \left\{ \frac{1}{\mu} + 1 + \ln[\sin^2(\theta/2)] + \right. \\ \left. + \cos^2(\theta/2) \ln \left[\frac{h_{Sxx} + h_{Syy}}{2 \sqrt{h_{Sxx} h_{Syy}}} (1 + \kappa \cos(2\varphi)) \right] \right\}. \quad (17)$$

Постоянная часть в выражении (17) значительно отличается от постоянной части соответствующего выражения (15) для плоского горизонтально неограниченного волновода. Например, радиальное электрическое поле в антиподе точки расположения вертикального электрического диполя P_0 определяется именно этой постоянной частью:

$$E_R = -\frac{P_0}{4\pi\epsilon_0 h_C a^2}.$$

Свойства волновода в этом выражении учитываются только с помощью ёмкостной высоты h_C , реальная часть которой составляет порядка 50 км для дневного волновода и 75 км — для ночного. В случае неограниченного плоского волновода постоянная часть в выражении для E_R зависит от элементов матрицы локальной индуктивности.

Обобщение выражения (16) для E_R на случай горизонтально неоднородного анизотропного волновода проведём, опираясь на следующие соображения. Нами в точной постановке в рамках двумерного телеграфного уравнения рассмотрена задача о возбуждении вертикальным и горизонтальным электрическими диполями кусочно-однородного сферического изотропного волновода типа день—ночь [7]. Точная численная схема решения задачи позволяет рассчитывать электромагнитное поле, но затрудняет установление общих закономерностей. Применительно к УНЧ диапазону эта задача рассмотрена аналитически [11]. Сопоставление результатов численных и аналитических расчётов показало их достаточно точное совпадение. При размещении корреспондентов в дневной и ночной частях волновода в аналитическое решение входит параметр h_C , обратная величина которого усреднена по ночной и дневной частям волновода. Параметр h_L входит как полусумма обратных индуктивных высот для дневной и ночной частей волновода. Таким образом, параметры эффективного однородного волновода, приближённо описывающего неоднородный волновод, находим по следующей схеме: параметр h_C для него получается как обратная величина среднего обратных значений h_C неоднородного волновода; обратная матрица h_L^{-1} эффективного однородного волновода получается как средняя по передатчику и приёмнику либо, возможно, по трассе. Параметры среды в месте расположения передатчика входят, кроме того, через связь источников телеграфного уравнения с физическими источниками, а параметры среды в месте расположения приёмника — через связь компонент электромагнитного поля с напряжением и токами (14).

Далее параметры без индекса обозначают параметры эффективного однородного волновода, например h_C . Параметры в месте расположения источника обозначены индексом 1, например $h_C(1)$; параметрам в месте расположения приёмника соответствует индекс 2, например $h_C(2)$.

В этих обозначениях формула (16) для компоненты E_R принимает вид

$$E_R = -\frac{ikI l_R Z_0 \sqrt{D(\mathbf{h}_S)}}{4\pi h_C(1)h_C(2)} \left\{ 2C + 2\psi(\nu + 1) + \pi \operatorname{ctg}(\nu\pi) + \ln[\sin^2(\theta/2)] + \right. \\ \left. + \cos^2(\theta/2) \ln\left(1 + \frac{h_{S\theta\theta}}{\sqrt{D(h_S)}} \cos(2\varphi)\right) \right\}, \quad (18)$$

$$\mu = \frac{k^2 a^2}{h_C} \sqrt{D(h_S)} = \nu(\nu + 1).$$

Выражение (18) удовлетворяет теореме взаимности. Вертикальная компонента электрического поля E_R вертикального диполя в ближней зоне логарифмически зависит от расстояния. Компонента E_R зависит также от ёмкостной высоты h_C и элементов матрицы \mathbf{h}_L .

Для нахождения горизонтальных компонент поля требуется вычислить $\operatorname{Grad} u$ и затем с помощью матрицы $\mathbf{h}_L^{-1}(2)$ в точке приёма найти линейную плотность тока I , по которому находится магнитное поле (14). Для вертикального диполя напряжение u в сферическом волноводе отличается от (18) множителем $h_C(2)$. Для компонент $\operatorname{Grad} u$ имеем

$$\frac{1}{a} \frac{\partial u}{\partial \theta} = -\frac{ikI l_R Z_0 \sqrt{D(\mathbf{h}_S)}}{4\pi a h_C(1)} \operatorname{ctg}(\theta/2), \quad \frac{1}{a \sin \theta} \frac{\partial u}{\partial \varphi} = \frac{h_{S\theta\varphi}}{h_{S\theta\theta}} \frac{1}{a} \frac{\partial u}{\partial \theta}, \quad (19)$$

поскольку

$$\frac{\partial h_{S\theta\theta}}{\partial \varphi} = 2h_{S\theta\varphi}, \quad h_{S\theta\varphi} = h_{S\varphi\theta}, \\ j_\theta = -\frac{i}{kZ_0} \left(h_L^{-1}(2)^{\theta\theta} \frac{1}{a} \frac{\partial u}{\partial \theta} + h_L^{-1}(2)^{\theta\varphi} \frac{1}{a \sin \theta} \frac{\partial u}{\partial \varphi} \right), \\ j_\varphi = -\frac{i}{kZ_0} \left(h_L^{-1}(2)^{\varphi\theta} \frac{1}{a} \frac{\partial u}{\partial \theta} + h_L^{-1}(2)^{\varphi\varphi} \frac{1}{a \sin \theta} \frac{\partial u}{\partial \varphi} \right), \\ H_\varphi = -j_\theta, \quad H_\theta = j_\varphi. \quad (20)$$

Вычисления по формулам (20) с учётом (19) дают выражения для горизонтальных компонент электромагнитного поля с учётом сферичности и горизонтальной неоднородности волновода:

$$H_\varphi = \frac{I l_R \sqrt{D(\mathbf{h}_S)}}{4\pi a h_C(1)} \left(h_L^{-1}(2)^{\theta\theta} + \frac{h_{S\theta\varphi}}{h_{S\theta\theta}} h_L^{-1}(2)^{\theta\varphi} \right) \operatorname{ctg}(\theta/2), \\ H_\theta = -\frac{I l_R \sqrt{D(\mathbf{h}_S)}}{4\pi a h_C(1)} \left(h_L^{-1}(2)^{\varphi\theta} + \frac{h_{S\theta\varphi}}{h_{S\theta\theta}} h_L^{-1}(2)^{\varphi\varphi} \right) \operatorname{ctg}(\theta/2). \quad (21)$$

Магнитное поле не зависит от элементов матрицы $\mathbf{h}_L^{-1}(1)$ в месте расположения источника, однако элементы этой матрицы в месте расположения приёмника входят в выражение для магнитного поля. Тем самым в выражениях для компонент магнитного поля вертикального диполя выделена зависимость от \mathbf{h}_L^{-1} в точке приёма. В эти выражения входят также элементы матрицы \mathbf{h}_S , характеризующие среду распространения. В широтной компоненте H_θ магнитного поля преобладающим является слагаемое с элементом $h_L^{-1}(2)^{\varphi\theta}$ [3]. Компонента H_φ в случае анизотропного волновода также зависит от элементов матриц $\mathbf{h}_L^{-1}(2)$ и \mathbf{h}_S . В антиподе места расположения источника (при $\theta = \pi$) тангенциальное магнитное поле равно нулю.

На рис. 7 и 8 для ночных условий приведены частотные зависимости амплитуды спектральных составляющих вертикальной компоненты электрического поля и тангенциальных компонент магнитного поля от одной молнии, разряд которой предполагается мгновенным. Рис. 7 соответствует случаю низкой солнечной активности, рис. 8 — случаю высокой солнечной активности, координаты источника 10° с. ш., 0° в. д., приёмника — 55° с. ш., 45° в. д., амплитуда спектральной составляющей вертикального токового момента источника равна 10^3 А · м · с. Зависимость $|E_R|$ приведена в децибелах относительно 1 В/м · с, зависимости $|H|_\theta$ и $|H_\varphi|$ — относительно 1 А/м · с. При расчётах выбирались средние параметры среды распространения по месту расположения передатчика и приёмника. Однако следует заметить, что усреднение по большому числу точек (порядка 100) на частотах ниже 3 Гц приводит к вариациям магнитного поля в пределах 2 дБ, а на частотах выше 5 Гц вариации составляют менее 1 дБ.

Спектр вертикальной компоненты электрического поля имеет на низких частотах (до 4 Гц) характерный спад с ростом частоты, затем подъём (до частоты приблизительно 7 Гц) с последующей стабилизацией уровня. Резонансный характер в вертикальной компоненте электрического поля проявляется слабо. Низкочастотный спад имеет характерную обратно пропорциональную зависимость от частоты, отслеживая соответствующее изменение дипольного момента.

Зависимость спектральных составляющих горизонтальных компонент магнитного поля от частоты характеризуется значительными осцилляциями. Для спокойного Солнца осцилляции имеют большую амплитуду с квазипериодом порядка 1,2 Гц, при высокой солнечной активности осцилляции заметны только на частотах ниже 1 Гц. В этом случае квазипериод примерно равен 0,5 Гц.

Выражение для вертикальной компоненты электрического поля E_R от горизонтального токового источника получается из (13) с использованием представления функций Ханкеля при малом аргументе и последующим обобщением на случай сферического и горизонтально неоднородного волновода:

$$E_R(2) = \frac{IZ_0\delta_g(1)\sqrt{D(\mathbf{h}_S)}}{4\pi ah_C(2)} \operatorname{ctg}(\theta/2) \left\{ \left(h_L^{-1}(1)^{\theta\theta} + \frac{h_{S\theta\varphi}}{h_{S\theta\theta}} h_L^{-1}(1)^{\varphi\theta} \right) l_\theta + \left(h_L^{-1}(1)^{\theta\varphi} + \frac{h_{S\theta\varphi}}{h_{S\theta\theta}} h_L^{-1}(1)^{\varphi\varphi} \right) l_\varphi \right\}, \quad (22)$$

где

$$l_\theta = l \cos \varphi, \quad l_\varphi = -l \sin \varphi.$$

Угол φ отсчитывается от направления горизонтального токового источника.

Сопоставление формулы (22) для вертикальной компоненты электрического поля от горизонтального токового источника с формулами (21) для горизонтальных компонент магнитного поля от вертикального диполя показывает их сходство. В формуле (22) фигурируют элементы матрицы $\mathbf{h}_L^{-1}(1)$ в месте расположения горизонтального диполя. В формулу (21) входят элементы матрицы $\mathbf{h}_L^{-1}(2)$ в месте расположения приёмника горизонтального магнитного поля. Однако в формулы для поля в месте расположения передатчика входит элемент типа $h_L^{-1}(1)^{\varphi\theta}$, а в месте расположения приёмника — $h_L^{-1}(2)^{\theta\varphi}$. Гиروتропия ионосферы приводит к различию этих элементов даже при отсутствии неоднородности. Изменение знака у внешнего магнитного поля в месте расположения передатчика либо приёмника снимает это различие.

Горизонтальные компоненты магнитного поля находятся по стандартной схеме из (22) взятием градиента и последующим действием матрицы $\mathbf{h}_L^{-1}(2)$:

$$j^\theta(2) = \frac{iI\delta_g(1)\sqrt{D(\mathbf{h}_S)}}{8\pi ka^2} \frac{1}{\sin^2(\theta/2)} (A^{\theta\theta} l_\theta + A^{\theta\varphi} l_\varphi),$$

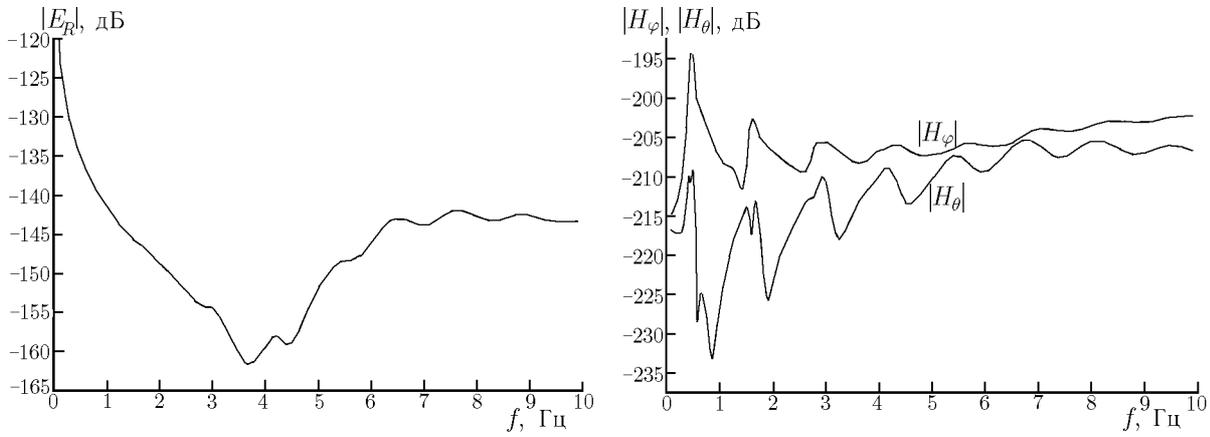


Рис. 7. Зависимость поля вертикального электрического диполя от частоты

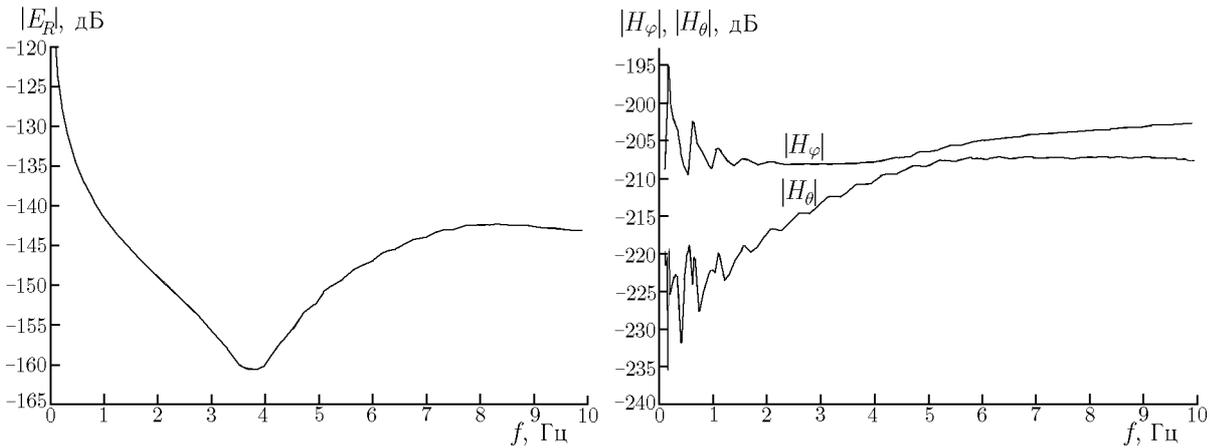


Рис. 8. Зависимость поля вертикального электрического диполя от частоты

$$j^\varphi(2) = \frac{iI\delta_g(1)\sqrt{D(\mathbf{h}_S)}}{8\pi ka^2} \frac{1}{\sin^2(\theta/2)} (A^{\varphi\theta}l_\theta + A^{\varphi\varphi}l_\varphi),$$

где

$$A^{\theta\theta} = h_L^{-1}(2)^{\theta\theta}h_L^{-1}(1)^{\theta\theta} + []_{\varphi\varphi}h_L^{-1}(2)^{\theta\varphi}h_L^{-1}(1)^{\varphi\theta} + []_{\theta\varphi}[h_L^{-1}(2)^{\theta\varphi}h_L^{-1}(1)^{\theta\theta} + h_L^{-1}(2)^{\theta\theta}h_L^{-1}(1)^{\varphi\theta}],$$

$$A^{\theta\varphi} = h_L^{-1}(2)^{\theta\theta}h_L^{-1}(1)^{\theta\varphi} + []_{\varphi\varphi}h_L^{-1}(2)^{\theta\varphi}h_L^{-1}(1)^{\varphi\varphi} + []_{\theta\varphi}[h_L^{-1}(2)^{\theta\varphi}h_L^{-1}(1)^{\theta\varphi} + h_L^{-1}(2)^{\theta\theta}h_L^{-1}(1)^{\varphi\varphi}],$$

$$A^{\varphi\theta} = h_L^{-1}(2)^{\varphi\theta}h_L^{-1}(1)^{\theta\theta} + []_{\varphi\varphi}h_L^{-1}(2)^{\varphi\varphi}h_L^{-1}(1)^{\varphi\theta} + []_{\theta\varphi}[h_L^{-1}(2)^{\varphi\varphi}h_L^{-1}(1)^{\theta\theta} + h_L^{-1}(2)^{\varphi\theta}h_L^{-1}(1)^{\varphi\theta}],$$

$$A^{\varphi\varphi} = h_L^{-1}(2)^{\varphi\theta}h_L^{-1}(1)^{\theta\varphi} + []_{\varphi\varphi}h_L^{-1}(2)^{\varphi\varphi}h_L^{-1}(1)^{\varphi\varphi} + []_{\theta\varphi}[h_L^{-1}(2)^{\varphi\varphi}h_L^{-1}(1)^{\theta\varphi} + h_L^{-1}(2)^{\varphi\theta}h_L^{-1}(1)^{\varphi\varphi}],$$

где

$$[]_{\theta\varphi} = \frac{h_{S\theta\varphi}}{h_{S\theta\theta}}; \quad []_{\varphi\varphi} = -\frac{h_{S\varphi\varphi}}{h_{S\theta\theta}} + 2[]_{\theta\varphi}^2; \quad l_\theta = l \cos \varphi, \quad l_\varphi = -l \sin \varphi; \quad H_\varphi = -j\theta, \quad H_\theta = j\varphi.$$

Магнитное поле горизонтального диполя убывает обратно пропорционально квадрату расстояния. Элементы матриц $\mathbf{h}_L^{-1}(1)$ и $\mathbf{h}_L^{-1}(2)$ входят в выражение для магнитного поля симметрично с точностью до перестановки элементов неглавной диагонали.

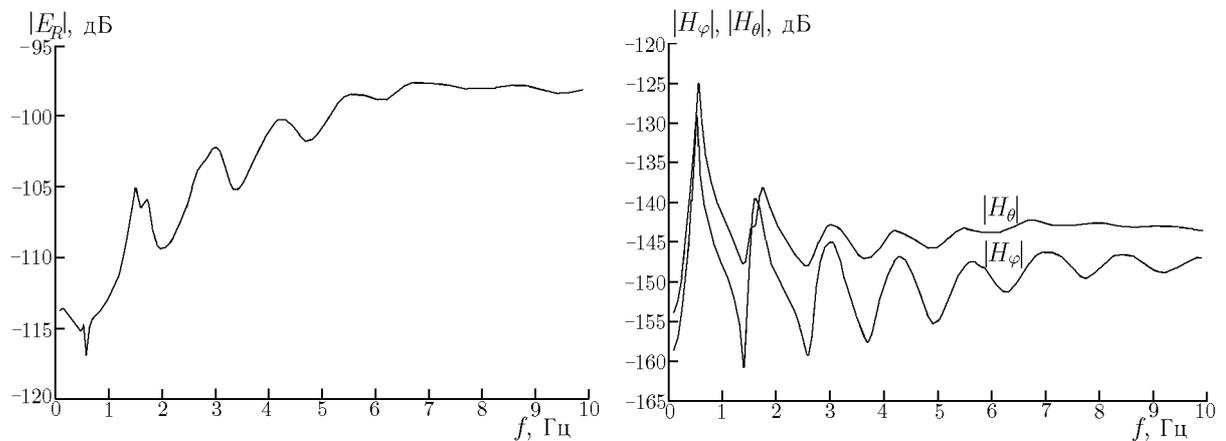


Рис. 9. Зависимость поля горизонтального электрического диполя от частоты

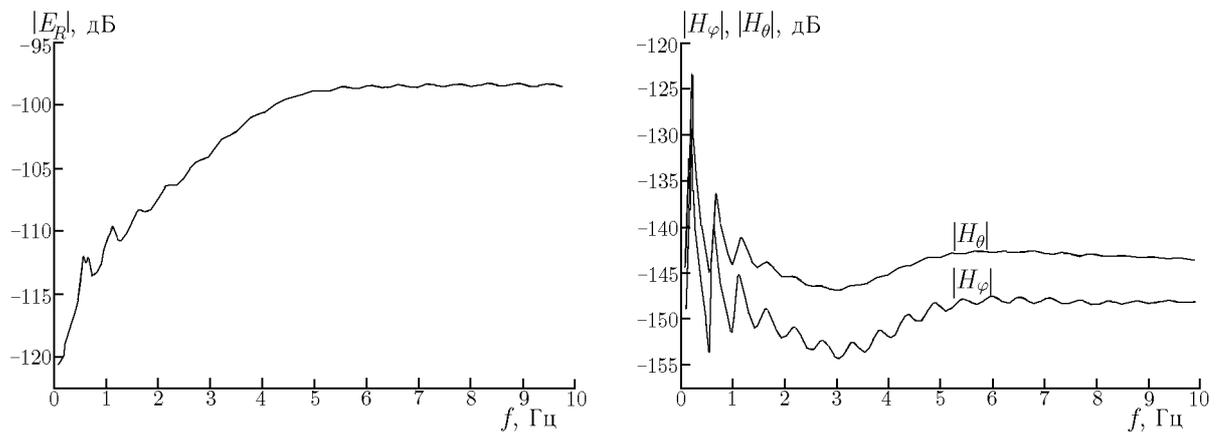


Рис. 10. Зависимость поля горизонтального электрического диполя от частоты

На рис. 9 и 10 приведены амплитуды вертикальной компоненты электрического поля E_R и горизонтальных компонент магнитного поля горизонтального диполя с $I = 10^7$ А·м, ориентированного с запада на восток. Источник располагался в точке с координатами 69° с. ш., 33° в. д., приёмник — в точке с координатами 55° с. ш., 45° в. д. Расчёты проводились для ночных условий при удельной проводимости $\sigma_g(1) = 0,8 \cdot 10^{-4}$ См/м для случаев низкой (рис. 9) и высокой (рис. 10) солнечной активности. Токковый момент горизонтального источника считался не зависящим от частоты. Зависимость $|E_R|$ приведена в децибелах относительно 1 В/м, зависимости $|H_\theta|$ и $|H_\varphi|$ — относительно 1 А/м. Резонансный характер отражения от ионосферы наиболее выражен в тангенциальных компонентах магнитного поля и при низкой солнечной активности. В случае высокой солнечной активности осцилляции компонент поля имеют меньшую амплитуду и меньший квазипериод.

Таким образом, получено решение двумерного телеграфного уравнения при анизотропных параметрах с обобщением на сферичность и горизонтальную неоднородность волновода в диапазоне частот $0,1 \div 30$ Гц. Показано, что резонансный характер отражения от ионосферы проявляется на частотах ниже 10 Гц в горизонтальных компонентах магнитного поля и в вертикальной компоненте электрического поля горизонтального диполя. В случае низкой солнечной активности в ночных условиях осцилляции в частотных зависимостях компонент поля выражены значительно заметнее по сравнению со случаем высокой солнечной активности.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Беляев П. П., Поляков С. В., Рапопорт В. О., Трахтенгерц В. Ю. // Изв. вузов. Радиофизика. 1989. Т. 32, № 6. С. 663.
2. Беляев П. П., Поляков С. В., Рапопорт В. О., Трахтенгерц В. Ю. // Тез. докл. XVIII Всероссийской конф. по распр. радиоволн, С.-Петербург. М., 1996. С. 36.
3. Беляев П. П., Поляков С. В., Рапопорт В. О., Трахтенгерц В. Ю. // Изв. вузов. Радиофизика. 1989. Т. 32, № 7. С. 802.
4. Галюк Ю. П., Кириллов В. В., Макаров Г. И. Распространение радиоволн километровой диапозона. Апатиты: Изд-во ЮФАН, 1987. С. 45.
5. Кириллов В. В. // Проблемы дифракции и распространения волн. С.-Петербург: СПбГУ, 1993. С. 35.
6. Кириллов В. В. // Изв. вузов. Радиофизика. 1996. Т. 39, № 9. С. 1103.
7. Кириллов В. В., Копейкин В. В., Муштак В. К. // Геомагнетизм и аэрономия. 1997. Т. 37, № 3. С. 114.
8. Кириллов В. В. // Радиотехника и электроника. 1998. Т. 43, № 7. С. 779.
9. Янке Е., Эмде Ф., Лёш Ф. Специальные функции. М.: Наука, 1986. С. 184.
10. Бейтман Г., Эрдей А. Высшие трансцендентные функции. Гипергеометрическая функция. Функция Лежандра. М.: Наука, 1973. С. 128–129.
11. Кириллов В. В., Копейкин В. Н. // Региональная IV конф. по распространению радиоволн: Тез. докл. С.-Петербург, 1988. С. 4.

Научно-исследовательский институт радиофизики
Санкт-Петербургского государственного университета,
г. Санкт-Петербург, Россия

Поступила в редакцию
8 апреля 2002 г.

SOLVING A TWO-DIMENSIONAL TELEGRAPH EQUATION WITH ANISOTROPIC PARAMETERS

V. V. Kirillov and V. N. Kopeykin

We solve a two-dimensional telegraph equation with anisotropic parameters, which models the propagation of electromagnetic waves in the Earth–ionosphere waveguide, in the frequency range 0.1 – 30 Hz. The results are generalized to allow for the Earth's sphericity and the horizontal inhomogeneity of the waveguide. It is shown that the resonance character of reflection from the ionosphere at frequencies below 10 Hz becomes pronounced for the horizontal magnetic-field components and for the vertical electric-field component of a horizontal dipole. In the case of low solar activity under nighttime conditions, the oscillations in the frequency dependences of the field components are much more pronounced compared with the case of high solar activity.

УДК 551.468

ЛАБОРАТОРНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ СИЛЬНОЙ МОДУЛЯЦИИ РАДИОЛОКАЦИОННЫХ СИГНАЛОВ ПРИ НАЛИЧИИ ДЛИННЫХ ВОЛН НА ВОДЕ С ПОВЕРХНОСТНО-АКТИВНОЙ ПЛЁНКОЙ

С. А. Ермаков, И. А. Сергиевская, Ю. Б. Щегольков

В лабораторных условиях впервые исследована модуляция интенсивности радиолокационных сигналов, рассеянных короткими ветровыми волнами, при наличии длинных волн на поверхности воды, покрытой поверхностно-активной плёнкой. Получено, что коэффициент модуляции может существенно увеличиваться с ростом концентрации поверхностно-активных веществ (ПАВ). Показано, что теоретические модели модуляции свободных волн дают существенно меньшие, чем наблюдаемые, уровни модуляции. Установлено, что доплеровские сдвиги радиолокационных сигналов, измеренные в эксперименте, не могут быть объяснены рассеянием на свободных капиллярно-гравитационных волнах, а определяются также связанными волнами — нелинейными гармониками более длинноволновых компонент волнения. Выполнены оценки относительной интенсивности связанных волн в спектре ветрового волнения на брэгговской длине волны; показано, что доля связанных волн значительна и может увеличиваться с ростом концентрации ПАВ, что подтверждает предположение о «каскадном» механизме сильной модуляции радиолокационных сигналов в поле длинных волн.

ВВЕДЕНИЕ

Исследование механизмов модуляции радиолокационных сигналов в поле длинных волн представляет большой интерес и активно обсуждается в литературе, прежде всего, в связи с анализом возможностей определения характеристик волн по радиолокационным изображениям морской поверхности. Отметим, что модуляция радиолокационных сигналов связана как с особенностями рассеяния радиоволн морской поверхностью, так и с гидродинамическими механизмами модуляции коротких гравитационно-капиллярных волн длинными волнами. К настоящему времени проведено большое число натуральных наблюдений, выявивших значительные расхождения теоретических моделей и эксперимента. В то же время количество лабораторных экспериментов весьма ограничено (см., например, [1]), что не позволило выявить причины такого расхождения. Что же касается особенностей модуляции радиолокационных сигналов при наличии поверхностно-активных плёнок, то здесь, насколько известно авторам, вообще отсутствуют какие-либо лабораторные исследования. Недавно нами в натуральных условиях были обнаружены новые эффекты сильной модуляции радиолокационных сигналов длинными волнами, а также изменения доплеровских сдвигов радиолокационных сигналов в зонах плёночных сликов [2], что связывалось с влиянием нелинейных гармоник коротких гравитационных волн на спектр капиллярно-гравитационной ряби. В настоящей работе представлены результаты лабораторного моделирования данных эффектов.

1. ЭКСПЕРИМЕНТ

Лабораторные эксперименты проводились в овальном ветроволновом бассейне ИПФ РАН; схема экспериментов представлена на рис. 1. Модуляция радиолокационных сигналов в поле длинных волн исследовалась при двух разгонах ветрового волнения (расстояниях от точки возбуждения волнения до точки измерений): 7 и 12 м, и при трёх значениях скорости ветра: 2; 2,6 и 3,8 м/с. Скорость ветра измерялась в середине ветрового канала (общая высота канала 30 см), вертикальный размер измерителя

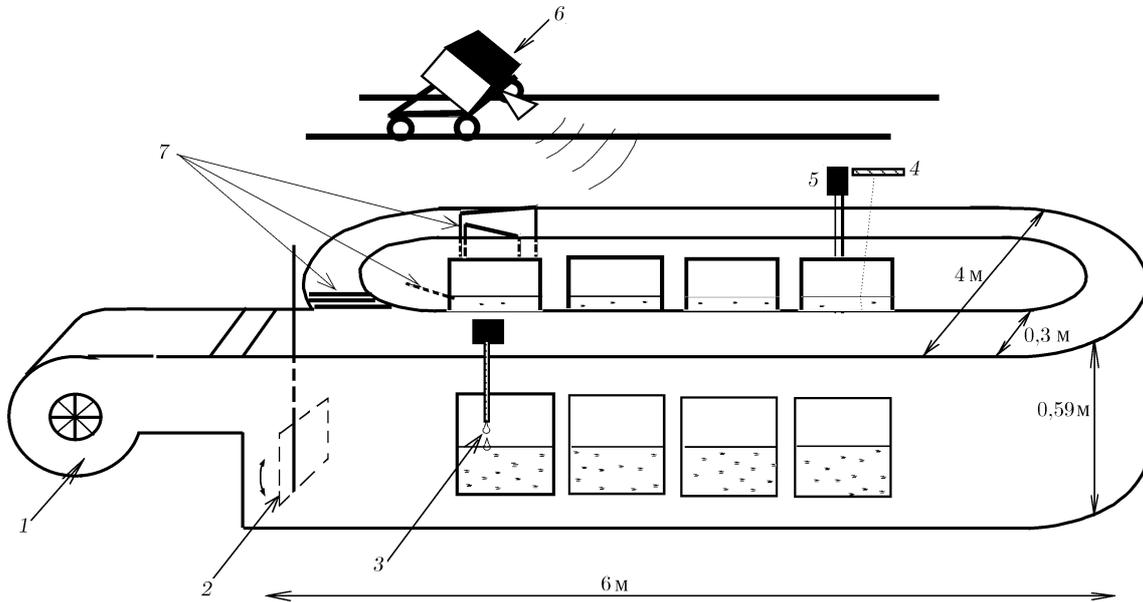


Рис. 1. Схема экспериментальной установки: 1 — вентилятор, 2 — волнопродуктор длинных поверхностных волн, 3 — капельница, 4 — лазерный наклономер, 5 — струнный волнограф, 6 — когерентный радиоскаттерометр, 7 — система волногасителей

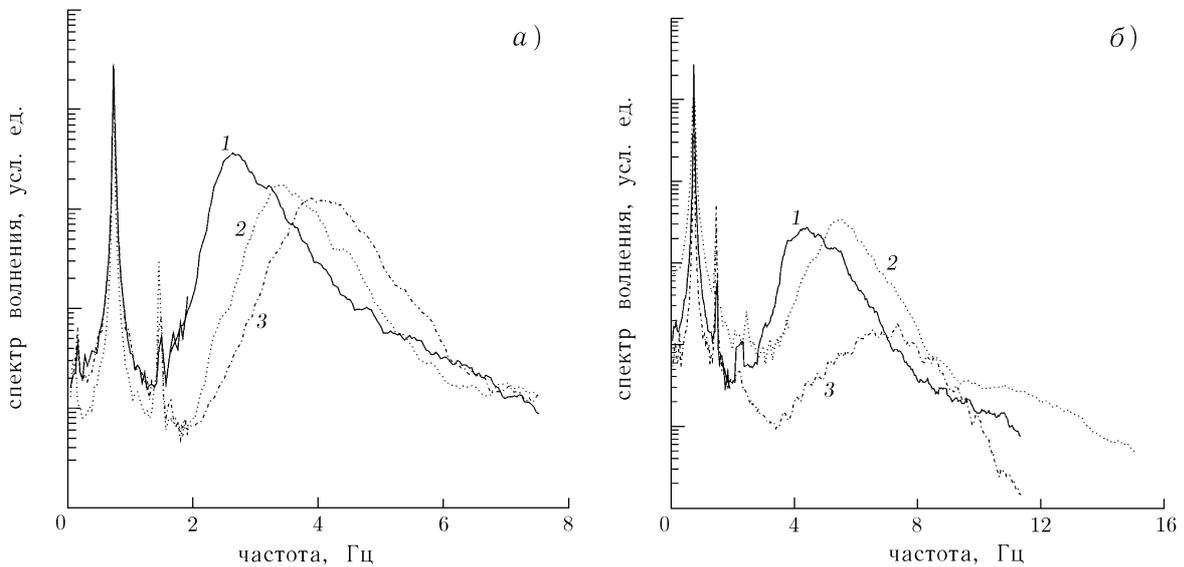


Рис. 2. Спектры ветровых волн при наличии длинной волны. Панель а: кривые 1 и 2 соответствуют скорости ветра 3,8 и 2,6 м/с при большом разгоне, 3 — скорости ветра 3,8 м/с при малом разгоне; панель б: кривая 1 соответствует скорости ветра 2 м/с при большом разгоне, 2 и 3 — скорости ветра 2,6 и 2 м/с при малом разгоне. Амплитуда длинной волны 3,5 мм

скорости ветра приблизительно 10 см. Измерение низкочастотных (до 20÷30 Гц) поверхностных волн проводилось струнным волнографом. Примеры спектров ветровых волн и длинной волны представлены на рис. 2 для разных скоростей ветра и разных разгонов. Для измерений наклонов высокочастотных ветровых волн (до 100÷150 Гц) использовался лазерный наклономер. Радиолокационные измерения

выполнялись когерентным радиоскаттером с рабочей длиной волны 8,7 см, установленным на высоте 1,5 м над поверхностью воды; угол между осью антенны и вертикалью (угол падения) составлял 50° .

Длинные волны возбуждались механическим волнопродуктором на частоте 0,75 Гц с амплитудами 0,35 и 0,25 см и гасились в конце рабочей части бассейна специальной системой, состоявшей из (а) длинных вертикальных стенок, обеспечивавших плавное уменьшение ширины бассейна примерно на 30 %, (б) ряда наклонных пластин шириной 20 см, установленных примерно на середине глубины бассейна на расстояниях $5 \div 10$ см друг от друга, и (в) системы из десяти вертикальных полиэтиленовых штор, установленных на расстояниях около 10 см друг от друга параллельно вертикальной поперечной стенке, обеспечивавшей отражение длинных волн и, таким образом, удваивавшей длину поглотителя. Измеренный коэффициент отражения по амплитуде составил около 20 %.

Для создания поверхностной плёнки применялся жирный полимер полиоксиалкиленгликоль (коммерческое название «Емкагох»). Вещество растворялось в спирте до концентрации 2 мг/мл и затем через капельницу наносилось на поверхность воды с контролируемым периодом следования капель; наименьший период составлял около 1 с. В конце рабочей части бассейна плёнка собиралась непрерывно вручную.

В дальнейшем обозначение экспериментов включает в себя скорость ветра (2; 2,6 или 3,8 м/с), разгон (малый (S) или большой (L)), название вещества для создания поверхностной плёнки (ЕМК от «Емкагох») и амплитуду длинной волны (2,5 или 3,5 мм).

1.1. Измерения скорости ветрового дрейфа

Для оценки фазовых скоростей поверхностных волн по доплеровским сдвигам радиолокационных сигналов были проведены измерения скоростей ветрового дрейфа с использованием малых (с размерами порядка 2 мм) поплавков, изготовленных из губки. Поплавки дрейфовали в верхнем слое воды с толщиной порядка их размеров, не выступая над поверхностью воды и не подвергаясь вследствие этого прямому воздействию ветрового потока. Измерения дрейфовой скорости были выполнены при различных скоростях ветра V_{wind} и волновых разгонах, отдельные измерения выполнены при наличии плёнки. Измеренные скорости дрейфа в отсутствие плёнки составили примерно 1,85 % от средней скорости ветра для большого разгона и 1,4 % для малого разгона. Полученные значения скорости дрейфа оказались несколько меньше, чем, например, приведённые в работе [3], согласно которой на глубине 1 мм скорость дрейфа составила 3 % от скорости ветра. Такое расхождение может быть связано с большим, чем в [3], усреднением измеряемой скорости по глубине, а также, что может быть более важно, с влиянием вертикальной стенки, установленной в конце рабочей части бассейна.

Скорости дрейфа при наличии поверхностно-активных веществ были измерены для плёнок «Емкагох» при двух скоростях ветра (2,6 и 3,8 м/с) и концентрациях ПАВ, отвечающих одному и тому же радиолокационному контрасту $K = 4$ (степени гашения мощности радиолокационного сигнала) при частоте следования капель 0,4 и 0,67 с⁻¹ соответственно. Результаты измерений скоростей дрейфа представлены на рис. 3, откуда, в частности, следует, что плёнка уменьшает скорость дрейфа. Последнее не противоречит тому, что ветровое напряжение трения, определяющее дрейфовое течение, как известно, несколько уменьшается при наличии плёнок (на величины порядка 10 %) [4].

1.2. Измерения характеристик плёнок

При измерениях концентрации поверхностно-активных веществ в плёнках, формируемых при заданных скорости ветра и периоде следования капель, была использована специальная методика, включавшая отбор проб плёнок в бассейне, перенос плёнок на поверхность воды в специальной кювете

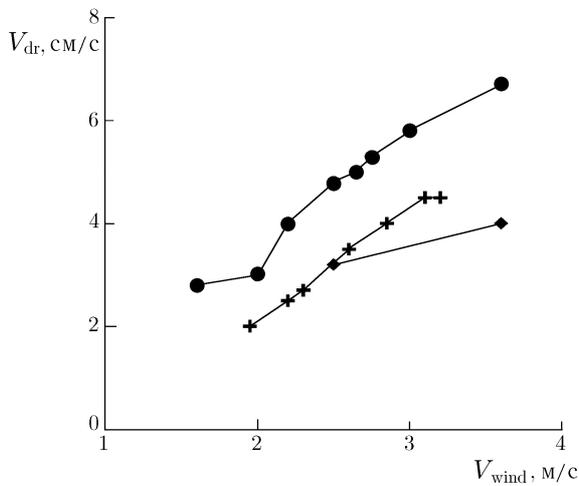


Рис. 3. Зависимость скорости поверхностного дрейфа от скорости ветра в ветроволновом бассейне для чистой воды при большом разгоне (●), маленьком разгоне (+) и при большом разгоне при наличии поверхностной плёнки (◆)

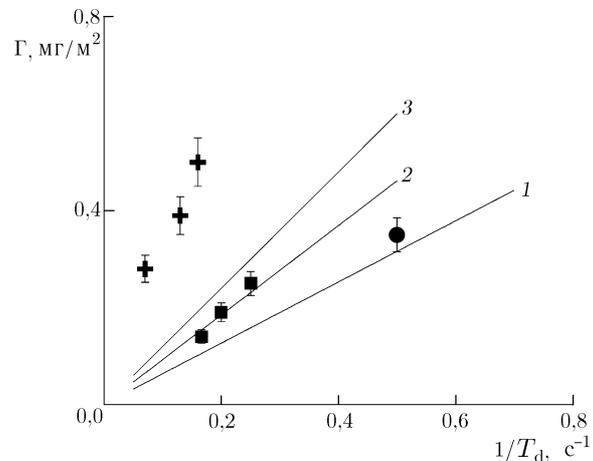


Рис. 4. Поверхностная концентрация «Емкагох» как функция частоты следования капель. Прямые соответствуют оценкам по формуле (1) для скоростей ветра 3,8 м/с (1), 2,6 м/с (2) и 2 м/с (3). Точки — результаты измерений при скоростях ветра 3,8 м/с (●), 2,6 м/с (■) и 2 м/с (+)

и измерения коэффициента затухания возбуждаемых в ней стоячих капиллярных волн (см. [5]). По предварительно измеренной зависимости коэффициента затухания от концентрации вещества определялась концентрация вещества в образцах плёнок. Полученные таким образом значения концентрации плёнок «Емкагох» при скоростях ветра 2; 2,6 и 3,8 м/с приведены на рис. 4.

Поверхностную концентрацию Γ вещества в плёнке можно также оценить из выражения

$$\Gamma \sim C_s V_d / (T_d V_{dr} L_t), \tag{1}$$

зная объём капель V_d , объёмную концентрацию ПАВ в растворе C_s , скорость дрейфа V_{dr} , период следования капель T_d (частоту капель $1/T_d$) и ширину бассейна L_t . Так, для плёнок «Емкагох» $C_s = 2 \text{ мг/см}^3$, $V_d = 0,0067 \text{ см}^3$, так что при $L_t = 30 \text{ см}$ поверхностная концентрация $\Gamma \text{ [мг/м}^2\text{]} \sim 2,4 / (V_{wind} \text{ [м/с]} T_d \text{ [1/с]})$. Из сравнения данной оценки с результатами описанных выше измерений концентрации видно, что формула (1) (соответствующие зависимости приведены на рис. 4) даёт удовлетворительные результаты при «больших» скоростях ветра 2,6 и 3,8 м/с; при малой скорости ветра измерения с использованием процедуры отбора проб дают бóльшие концентрации, чем предсказывает (1). Это, по-видимому, связано с образованием достаточно протяжённой зоны накопления ПАВ в конце бассейна, которая при слабом ветре может достигать области измерений.

1.3. Определение модуляционной передаточной функции и методика обработки данных

Модуляционная передаточная функция (МПФ) $m(\Omega)$ по определению может быть найдена как [6]

$$m(\Omega) = \frac{1}{\overline{P}} \frac{\overline{P(\Omega)Z^*(\Omega)}}{|Z(\Omega)|^2} \frac{1}{K \text{cth}(KH)}, \tag{2}$$

где $P(\Omega)$ — фурье-компонента мощности радиолокационного сигнала, \overline{P} — средняя мощность радиолокационного сигнала, $Z(\Omega)$ — фурье-компонента смещения поверхности в поле длиной волны

с частотой Ω , $K = K(\Omega)$ — волновое число длинной волны, H — глубина жидкости; черта обозначает статистическое усреднение либо усреднение по периоду длинных волн, звёздочка — комплексное сопряжение.

Альтернативная формула для расчёта МПФ может быть записана в виде

$$m(\Omega) = \frac{C}{\overline{P}} \frac{\overline{P(\Omega)U^*(\Omega)}}{|U(\Omega)|^2}, \quad (3)$$

где $U(\Omega)$ — фурье-компонента горизонтальной составляющей орбитальной скорости, $C(\Omega)$ — фазовая скорость длинной волны с частотой Ω .

Горизонтальную компоненту орбитальной скорости можно найти по измерениям доплеровских сдвигов радиолокационного сигнала. Доплеровский сдвиг, определяемый как «центр тяжести» мгновенного спектра радиолокационного сигнала, может быть записан как

$$F_D(t) = 1/(2\pi) 2 \mathbf{k}_e [\mathbf{C}_p + \mathbf{V}_{dr} + \mathbf{U}_{orb}(t)], \quad (4a)$$

где \mathbf{C}_p — фазовая скорость брэгговской волны, \mathbf{V}_{dr} — средняя скорость дрейфового течения, $\mathbf{U}_{orb}(t)$ — орбитальная скорость поля длинных волн. Вариации $\delta F_D(t)$ доплеровского сдвига радиолокационного сигнала пропорциональны орбитальной скорости длинной волны $\mathbf{U}_{orb}(t)$:

$$\delta F_D(t) = 1/(2\pi) 2 \mathbf{k}_e \mathbf{U}_{orb}(t) = 1/(2\pi) 2 [k_e U(t) \sin \theta - k_e W(t) \cos \theta]. \quad (4б)$$

В (4a), (4б) \mathbf{k}_e — волновой вектор падающей радиоволны, θ — угол падения, $W(t)$ — вертикальная составляющая орбитальной скорости; в (4б) предполагается, что волновые векторы длинных волн лежат в плоскости падения радиоволны. Учитывая, что

$$W(t) = \int W(\Omega) \exp(i\Omega t) d\Omega = \int iU(\Omega) \operatorname{th}[|K(\Omega)|H] \frac{K(\Omega)}{|K(\Omega)|} \exp(i\Omega t) d\Omega, \quad (5)$$

можно выразить МПФ через фурье-компоненту вариаций доплеровского сдвига:

$$m(\Omega) = k_e \frac{C [\sin^2 \theta + \cos^2 \theta \operatorname{th}^2(KH)]^{1/2}}{\pi \overline{P(t)}} \times \frac{P(\Omega)F_D^*(\Omega)}{[F_D(\Omega)]^2} \exp \left\{ -i \operatorname{arctg} \left(\operatorname{th}[|K(\Omega)|H] \frac{K(\Omega)}{|K(\Omega)|} \operatorname{ctg} \theta \right) \right\}. \quad (6)$$

В экспериментах сигналы радиолокатора и струнного волнографа оцифровывались с помощью аналого-цифрового преобразователя и записывались в компьютер. Длительность записей сигналов составляла 7 мин, частота оцифровки сигналов — 1 250 Гц. Фурье-спектры радиолокационного сигнала анализировались на временных интервалах длительностью 0,2 с. Интенсивность сигнала вычислялась как интеграл от спектра, а доплеровский сдвиг — как положение «центра тяжести» спектра, интегрирование проводилось по частотному диапазону от 30÷40 до 90÷120 Гц в зависимости от скорости ветра. Выбор нижней границы частотного диапазона определялся необходимостью отсеки низкочастотных составляющих, связанных с паразитным зеркальным радиолокационным сигналом, верхней — необходимостью уменьшения вклада шумов прибора.

Полученные временные ряды интенсивности и доплеровского сдвига радиолокационного сигнала, а также усреднённого по интервалу 0,2 с сигнала струнного волнографа разбивались на 16 реализаций длительностью по 26 с, вычислялись фурье-спектры $P(\Omega)$, $Z(\Omega)$, $F_D(\Omega)$ для каждой из них, после чего находилась МПФ согласно (2) или (6).

Рассчитывалась также когерентность $\gamma^2(\Omega)$, характеризующая связь модуляции с параметрами длинной волны, по формулам

$$\gamma^2(\Omega) = \frac{|\overline{P(\Omega)Z^*(\Omega)}|^2}{|\overline{P(\Omega)}|^2 |\overline{Z(\Omega)}|^2}, \quad (7a)$$

$$\gamma^2(\Omega) = \frac{|\overline{P(\Omega)U^*(\Omega)}|^2}{|\overline{P(\Omega)}|^2 |\overline{U(\Omega)}|^2}. \quad (7b)$$

Когерентность, как несложно показать, равна отношению части дисперсии радиолокационного сигнала, коррелированной с длинной волной, к полной дисперсии сигнала на данной частоте.

На рис. 5 представлены спектры вариаций мощности радиолокационного сигнала, нормированной на среднее значение, доплеровского сдвига радиолокационного сигнала, смещений поверхности, а также зависимости модуля и фазы МПФ и когерентности от частоты. Видно, что когерентность и спектры вариаций доплеровского сдвига и мощности радиолокационного сигнала обнаруживают максимум на частоте длинной волны. Приводимые в дальнейшем значения модуля и фазы МПФ и когерентности брались на этой частоте. Отметим, что кроме пика на частоте длинной волны спектр мощности рассеянного сигнала характеризуется наличием «шумового» пьедестала в достаточно широкой полосе частот. Последний характеризуется низкой когерентностью и может быть связан с групповой структурой ветровых волн.

Согласно [6] 95-процентный доверительный интервал для модуля и фазы МПФ можно оценить как

$$\varepsilon(|\overline{m}|) = \left(\frac{1 - \gamma^2}{2\gamma^2 n} \right)^{1/2}, \quad \varepsilon(\overline{\phi}_m) = \frac{\varepsilon(|\overline{m}|)}{\phi_m}$$

соответственно; здесь n — число реализаций. Видно, что при уменьшении когерентности ошибка измерения МПФ увеличивается, и при малой когерентности (когда модуляция сигнала, связанная с длинной волной, мала по сравнению с флуктуациям сигнала на той же частоте) делать какие-либо оценки модуля и фазы МПФ затруднительно.

Вычисления МПФ производились в основном на основе определения (2), однако для сравнения был проведён ряд расчётов с использованием формулы (6). Модуляционные передаточные функции, рассчитанные по формулам (2) и (6), оказываются близкими в эксперименте (3,8 м/с)/L/ЕМК/(3,5 мм) и показаны для сравнения на рис. 6 (символы + соответствуют расчёту по формуле (6)).

2. РЕЗУЛЬТАТЫ

2.1. Модуляционная передаточная функция

Исследование модуляции радиолокационных сигналов в различных ветроволновых режимах показало, что при больших скоростях ветра и разгонах модуль МПФ увеличивается с ростом концентрации ПАВ, фаза МПФ при этом остаётся положительной, слабо меняясь в интервале (0, 1), т. е. максимумы сигнала обратного рассеяния соответствуют передним склонам длинных волн ближе к их вершинам. При малых скоростях ветра или малых разгонах модуль МПФ не возрастает с ростом концентрации ПАВ, а фаза МПФ возрастает в интервале значений (–1, 1), что соответствует смещению максимумов радиолокационного сигнала с заднего склона длинной волны на передний. Табл. 1 суммирует основные качественные результаты экспериментов. Рис. 6, 7 иллюстрируют зависимости МПФ от концентрации ПАВ; там же приведены зависимости радиолокационного контраста (мощности радиолокационного сигнала в случае чистой воды, отнесённой к мощности сигнала при наличии плёнки)

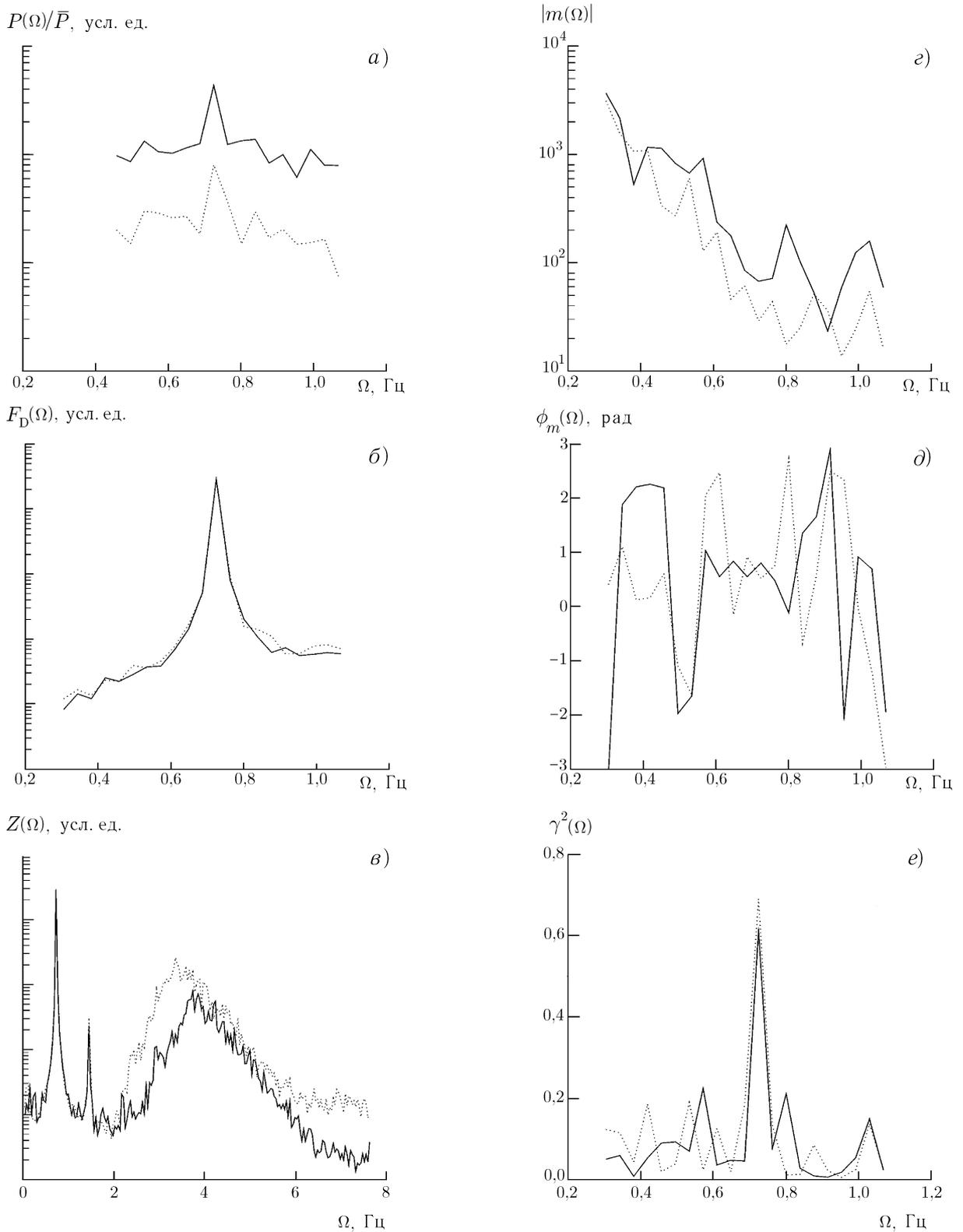


Рис. 5. Спектр вариаций мощности радиолокационного сигнала (а), доплеровского сдвига (б), смещений поверхности (в), модуль (г) и фаза (д) МПФ и когерентность (е). Пунктир соответствует случаю чистой поверхности, сплошная линия — поверхности с плёнкой

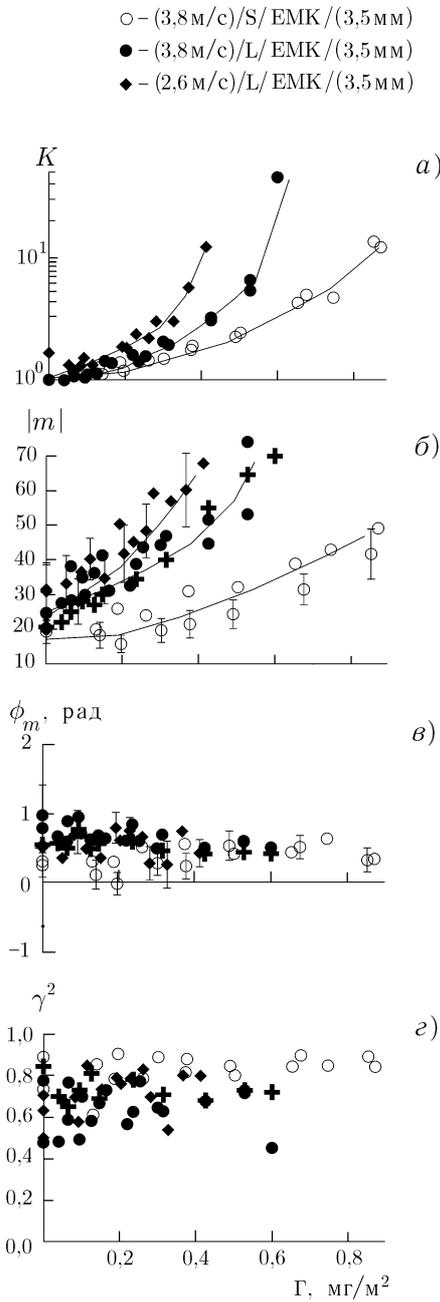


Рис. 6. Зависимость контраста (а), модуля (б) и фазы (в) МПФ и когерентности (г) от поверхностной концентрации ПАВ на частоте длинной волны для режимов ветрового волнения, при которых наблюдалось увеличение модуля МПФ

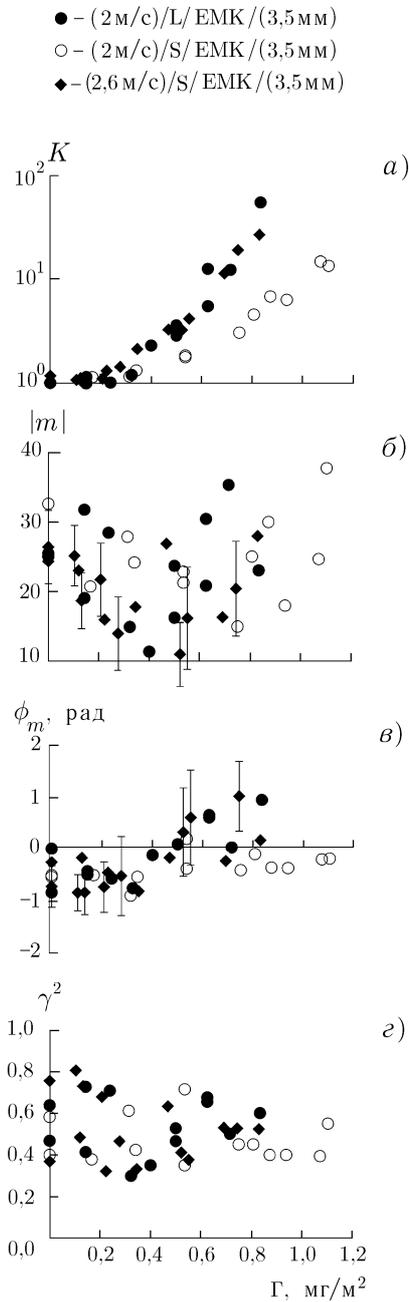


Рис. 7. Зависимость контраста (а), модуля (б) и фазы (в) МПФ и когерентности (г) от поверхностной концентрации ПАВ на частоте длинной волны для режимов ветрового волнения, при которых не наблюдалось увеличение модуля МПФ

Таблица 1

Скорость ветра, м/с	Разгон	Зависимость $ m(\Gamma) $	Зависимость $\phi_m(\Gamma)$	Зависимость $F_D(\Gamma)$
3,8	L	возрастает	постоянна в интервале (0, 1)	возрастает
3,8	S	возрастает	постоянна в интервале (0; 0,7)	постоянна
2,6	L	возрастает	постоянна в интервале (0, 1)	возрастает
2,6	S	не возрастает	возрастает в интервале (-1, 1)	постоянна
2,0	L	не возрастает	возрастает в интервале (-1, 1)	постоянна
2,0	S	не возрастает	постоянна в интервале (-0,5; 0,5)	постоянна

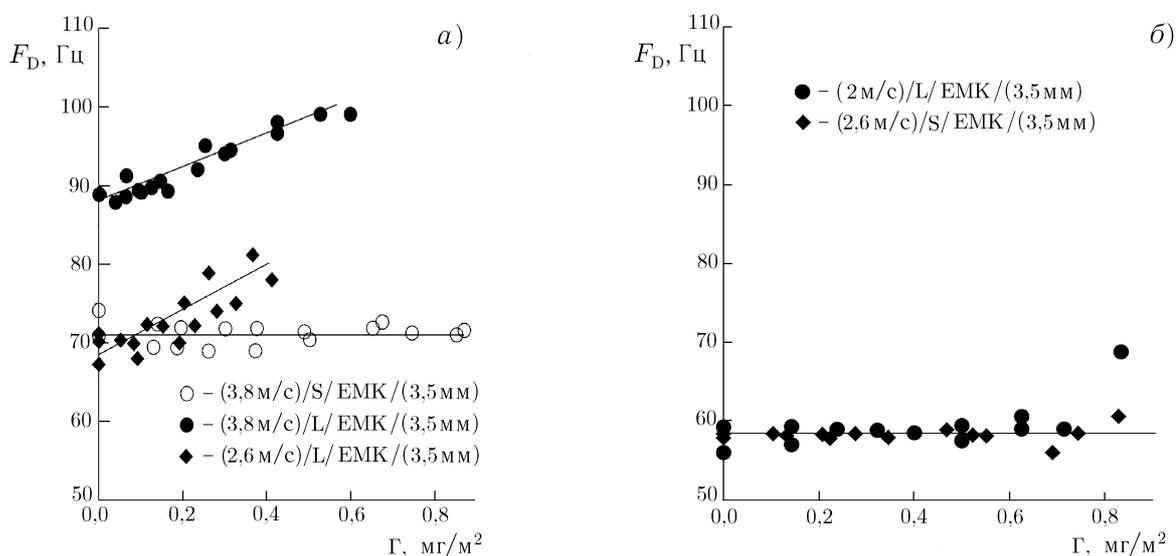


Рис. 8. Зависимость доплеровского сдвига радиолокационного сигнала от концентрации ПАВ для режимов возрастания (а) и невозрастания (б) модуля МПФ

и когерентности от концентрации. Поверхностная концентрация рассчитывалась по известной частоте капель по формуле (1). Для скорости ветра 2 м/с поверхностная концентрация измерялась в нескольких точках и аппроксимировалась на весь интервал измерений.

2.2. Доплеровские сдвиги

Зависимости среднего доплеровского сдвига радиолокационного сигнала, рассчитанного как «центр тяжести» доплеровского спектра, усреднённого по периоду длинной волны, приведены на рис. 8. Отметим, что более корректно было бы рассматривать доплеровский сдвиг мгновенного спектра и затем усреднять его по периоду длинной волны. Отличие сдвигов, полученных двумя указанными методами, определяется величиной модуляции радиолокационного сигнала, последняя же в силу малости амплитуд длинной волны в условиях эксперимента мала, так что различия между двумя указанными доплеровскими сдвигами незначительны. Как следует из рис. 8 (см. также табл. 1), доплеровский сдвиг увеличивается с ростом концентрации ПАВ при «сильных» ветрах и больших разгонах, а в остальных случаях остаётся практически постоянным.

3. ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ И ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

3.1. Модуляционная передаточная функция

Радиолокационная МПФ может быть представлена в виде

$$m = m_g + m_h, \tag{8}$$

где m_g описывает составляющую модуляции, связанную с геометрическими эффектами, а m_h — гидродинамическую модуляцию коротких волн длинными волнами (см. [6]).

Интенсивность брэгговского рассеяния радиолокационного сигнала пропорциональна локальному коэффициенту отражения $r(\theta)$ и спектру возвышений $\Phi(k)$ ветровых волн при волновом числе $k_B = 2k_e \sin \theta$. Выражение для m_g для брэгговского механизма рассеяния имеет следующий вид:

$$m_g(\Omega) = i \operatorname{th}(KH) \left(\frac{1}{r} \frac{dr}{d\theta} + \operatorname{tg} \theta + \operatorname{ctg} \theta \frac{k_B}{\Phi(k_B)} \frac{d\Phi}{dk} \Big|_{k=k_B} \right) + \frac{2\operatorname{th}(KH)}{Kh}, \tag{9}$$

где h — высота антенны над невозмущённой поверхностью.

Геометрическая модуляция, связанная с вариациями локального угла падения θ из-за наклонов длинных волн и соответствующими вариациями $r(\theta)$ и $\Phi(k_B = 2k_e \sin \theta)$, описывается первым слагаемым в правой части (9); второе слагаемое в (9) связано с модуляцией площади облучаемого пятна на поверхности из-за возвышений длинных волн и, как правило, мало. Выражение для $r(\theta)$, в частности, при вертикальной поляризации радиолокационного сигнала имеет вид (см., например, [6, 7])

$$r = \frac{(1 + \sin^2 \theta)^2 \cos^4 \theta}{(\cos \theta + 1/\sqrt{\varepsilon})^4}, \tag{10}$$

где ε — диэлектрическая проницаемость воды.

Гидродинамическая модуляция свободных (удовлетворяющих дисперсионному соотношению для линейных гравитационно-капиллярных волн (ГКВ)) коротких ветровых волн может быть проанализирована на основе кинетического уравнения для спектральной плотности волнового действия $N(k, x, t)$, которое при учёте квадратичного ограничения спектра в правой части, описывающей источники и стоки энергии ветровых волн (см., например, [8, 9]), может быть записано в виде (для простоты рассматривается одномерная задача)

$$\frac{\partial N}{\partial t} + (c_g + U) \frac{\partial N}{\partial x} - k \frac{\partial U}{\partial x} \frac{\partial N}{\partial k} = \beta_r N - \delta N^2. \tag{11}$$

В (11) $\beta_r = \beta - \alpha$, $\beta = \beta(k, u_*)$ — инкремент роста ветровых волн, $\alpha = \alpha[k, \sigma(\Gamma), E(\Gamma)]$ — коэффициент затухания, зависящий от коэффициента поверхностного натяжения σ и упругости плёнки E , которые, в свою очередь, зависят от концентрации ПАВ Γ , u_* — скорость трения, c_g — групповая скорость свободных ГКВ, слагаемое δN^2 феноменологически описывает механизм ограничения спектра из-за нелинейности. Спектральная плотность волнового действия пропорциональна спектру $\Phi(k, x, t)$ ветровых волн: $N(k, x, t) = \Phi(k, x, t)/\omega(k)$, где $\omega(k) = \sqrt{gk + \sigma k^3/\rho}$, g — ускорение свободного падения, ρ — плотность воды.

В приближении теории возмущений из (11) несложно получить, что

$$m_h = \frac{-\frac{k}{N_0} \frac{dN_0}{dk}}{1 - c_g/C - i\beta_r/\Omega} + \frac{\frac{\partial \beta}{\partial u_*^2} \delta u_*^2 \frac{C}{U}}{i\Omega - iKc_g + \beta_r} - \frac{\Gamma_0 \frac{\partial \alpha}{\partial \Gamma}}{i\Omega - iKc_g + \beta_r}, \tag{12}$$

где N_0 — невозмущённый спектр, $C = C(\Omega)$ — фазовая скорость длинной волны, Γ_0 — средняя концентрация ПАВ. Первое слагаемое в правой части (12) связано с известным кинематическим механизмом [10], второе — с модуляцией ветрового напряжения и, как следствие, инкремента ветровых волн [11, 12], третье — с модуляцией концентрации ПАВ и соответствующими вариациями декремента затухания ГКВ («плёночный» механизм, [13]). Выражение (12) получено в предположении, что $\beta_r > 0$. В противоположном случае можно рассмотреть правую часть (11) в виде $P_a - |\beta_r| N$, где спектр P_a описывает возбуждение ветровых волн пульсациями атмосферного давления (механизм Филиппса), при этом выражение для m_h снова имеет вид (12), где β_r следует заменить на $|\beta_r|$.

Оценим далее слагаемые, определяющие вклад различных механизмов модуляции в МПФ. Для расчёта геометрической и кинематической модуляции необходимо знать наклон спектра $F_0(k)$. Измерения струнным волнографом и лазерным наклономером позволяют измерить лишь частотные спектры ветровых волн $\Phi(\omega)$. Спектр волновых чисел оценивался грубо как $\Phi(k) = \Phi[\omega(k)] d\omega(k)/dk$ в предположении, что волны одномерны и описываются линейным дисперсионным уравнением, а доплеровский сдвиг из-за длинных волн слабо сказывается на спектре коротких волн. Частотный спектр наклонов аппроксимировался степенной зависимостью $\Phi(\omega) \sim \omega^{-n}$ в полосе 50÷60 Гц, соответствующей частотам брэгговской ряби, и пересчитывался затем в спектр высот $\Phi(k) \sim k^{-m}$. Показатели n и m приведены в табл. 2 как для чистой воды, так и при наличии плёнок различных концентраций, соответствующих разным величинам радиолокационного контраста.

Для оценки вариаций скорости трения использовалась модель, предложенная в [11], согласно которой для длинной волны достаточно малой амплитуды

$$\delta u_*^2 \approx \frac{2\kappa C u_* K a}{\ln[0,35 \Omega \nu_a / (\kappa u_*^2)] + i\pi/2}, \quad (13)$$

где ν_a — вязкость воздуха, $\kappa = 0,4$, a — амплитуда длинной волны.

Вариации концентрации ПАВ Γ_1 при анализе «плёночной» модуляции оценивались в пренебрежении релаксационными процессами в плёнке согласно выражению [12]

$$\Gamma_1 = \Gamma_0 \frac{U}{C}. \quad (14)$$

Использовалось также хорошо известное выражение для коэффициента затухания $\alpha = \alpha[k, \sigma(\Gamma), E(\Gamma)]$ [12], вариации же упругости и поверхностного натяжения плёнки из-за длинных волн оценивались с использованием полученных в лабораторных экспериментах зависимостей, приведённых на рис. 9 (см. также [10]).

Результаты расчёта различных компонент МПФ приведены в табл. 3. Как следует из табл. 3, для большинства экспериментов кинематическая и геометрическая составляющие модуляции больше, чем плёночная и ветровая. В целом теоретические значения суммарной модуляции оказываются существенно меньше, чем измеренные в эксперименте. Для иллюстрации в табл. 3 приведена «остаточная» модуляция — разность между измеренной и теоретически рассчитанной, показывающая, что модели модуляции свободных ветровых волн не объясняют данные эксперимента как на чистой воде, так и при наличии плёнки. Можно предположить, что существенную роль играет «каскадный» механизм модуляции, обусловленный наличием нелинейных гармоник дециметровых волн («связанных» волн), которые сильно модулируются при воздействии длинной волны на дециметровые волны [14].

3.2. Доплеровские сдвиги

Экспериментальное подтверждение наличия связанных волн в миллиметровом диапазоне спектра ветрового волнения следует из анализа измеренных доплеровских сдвигов радиолокационного сигнала. На рис. 10 приведены зависимости доплеровских сдвигов от скорости ветра V_{wind} для двух разгонов.

Таблица 2

Показатели степени спектра ветровых волн на чистой воде и при наличии плёнок

Эксперимент	Показатель степени частотного спектра, n			Показатель степени спектра волновых чисел, m		
	чистая вода	$C_k = 2$	$C_k = 6$	чистая вода	$C_k = 2$	$C_k = 6$
(2 м/с)/L/EMK/(3,5 мм)	1,17	1,3	0,98	3,26	3,45	2,97
(2,6 м/с)/L/EMK/(3,5 мм)	1,9	1,0	1,5	4,35	3,0	3,75
(3,8 м/с)/L/EMK/(3,5 мм)	0,9	2,4	2,2	2,85	5,1	4,8
(2 м/с)/S/EMK/(3,5 мм)	5,2	7,0	10,6	9,3	12,0	17,4
(2,6 м/с)/S/EMK/(3,5 мм)	1,17	0,8	2,4	3,25	2,7	5,1
(3,8 м/с)/S/EMK/(3,5 мм)	1,7	1,2	2,6	4,05	3,3	5,4

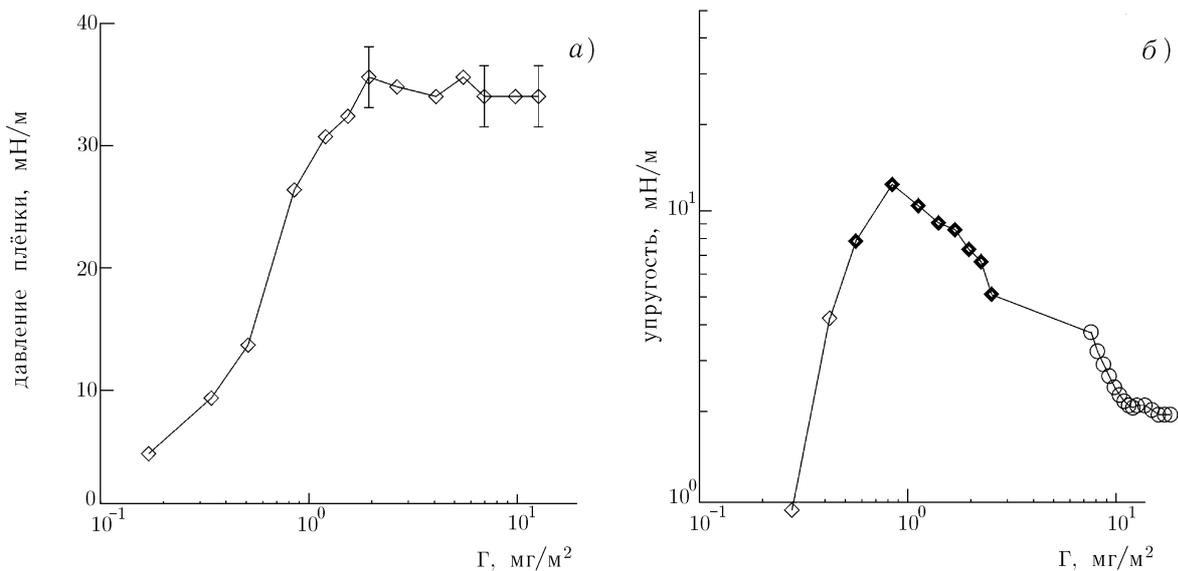


Рис. 9. Давление (а) и упругость (б) плёнок «Емкагох»

Там же построены кривые доплеровского сдвига F_f , который имел бы место в случае рассеяния на свободных капиллярно-гравитационных волнах, распространяющихся со скоростью, равной сумме фазовой скорости гравитационно-капиллярной волны $c_f = (g/k + \sigma k/\rho)^{1/2}$, при $k = k_B$ (в наших экспериментах $k_B = 11$ рад/см) и скорости дрейфа, т. е.

$$F_f = k_B (c_f + U_{dr}) / (2\pi). \tag{15}$$

Очевидно, что доплеровский сдвиг (15), особенно при не очень слабом ветре, существенно отличается от результатов измерений, что, как можно предполагать, связано с вкладом нелинейных гармоник более длинных волн, распространяющихся с фазовыми скоростями, отличными от $c_f(k_B)$. Учитывая то, что связанные волны с длинами порядка 5 мм — это так называемая «паразитная капиллярная рябь» [15], возбуждаемая короткими поверхностными волнами с длинами порядка 5÷25 см, и то, что

Таблица 3

Эксперимент	Конт- раст	Концен- трация, мг/м ²	Геометри- ческая МПФ		Кинемати- ческая МПФ		Плѐночная МПФ		Модуляция ветрового напряжения		Эксперимен- тальная МПФ		«Остаточная» МПФ	
			модуль	фаза	модуль	фаза	модуль	фаза	модуль	фаза	модуль	фаза	модуль	фаза
(2 м/с)/S/EMK/(3,5 мм)	1	0,00	6,6	1,57	10,2	0,8	0,0	—	0,6	2,7	23	0,0	22	-0,7
—”—	3	0,57	8,9	—”—	3,2	1,3	0,9	-0,2	0,2	-3,0	23	0,0	25	-0,5
—”—	10	0,83	13,4	—”—	6,0	1,3	0,4	-0,3	0,2	-2,9	23	0,0	29	-0,7
(2,3 м/с)/S/EMK/(3,5 мм)	1	0,00	1,5	—”—	4,9	0,7	0,0	—	0,7	2,6	27	-0,7	29	-0,9
—”—	3	0,55	1,0	—”—	1,0	1,4	1,3	-0,2	0,2	-3,0	15	-0,5	15	-0,6
—”—	10	0,74	3,0	—”—	2,0	1,3	0,8	-0,2	0,3	-3,1	15	0,0	15	-0,3
(3,8 м/с)/S/EMK/(3,5 мм)	1	0,00	2,8	—”—	7,2	0,4	0,0	—	1,2	2,2	22	0,3	15	0,0
—”—	3	0,41	1,5	—”—	1,1	1,4	1,9	3,0	0,2	-3,1	30	0,3	31	0,2
—”—	10	0,67	3,3	—”—	2,2	1,3	1,0	-0,2	0,4	-3,1	40	0,3	38	0,2
(2 м/с)/L/EMK/(3,5 мм)	1	0,00	1,5	—”—	4,5	0,8	0,0	—	0,6	2,7	26	-0,5	27	-0,7
—”—	2	0,46	0,8	—”—	0,9	1,4	0,3	-0,1	0,2	-3,0	15	0,0	15	0,1
—”—	6	0,76	1,3	—”—	1,2	1,3	0,7	-0,2	0,2	-3,0	30	0,5	28	0,4
(2,6 м/с)/L/EMK/(3,5 мм)	1	0,00	2,4	—”—	6,1	0,7	0,0	—	0,7	2,6	25	0,7	18	0,5
—”—	2	0,20	1,3	—”—	3,9	0,9	0,4	2,5	0,6	2,7	45	0,6	41	0,5
—”—	6	0,40	1,9	—”—	1,2	1,4	2,1	3,0	0,2	-3,0	55	0,5	55	0,4
(3,8 м/с)/L/EMK/(3,5 мм)	1	0,00	1,2	—”—	5,8	0,4	0,0	—	1,2	2,2	23	0,8	17	0,8
—”—	2	0,33	3,1	—”—	3,3	1,2	4,9	2,7	0,5	3,0	50	0,7	49	0,5
—”—	6	0,48	2,8	—”—	1,4	1,4	0,9	-0,2	0,2	-3,1	60	0,5	57	0,5

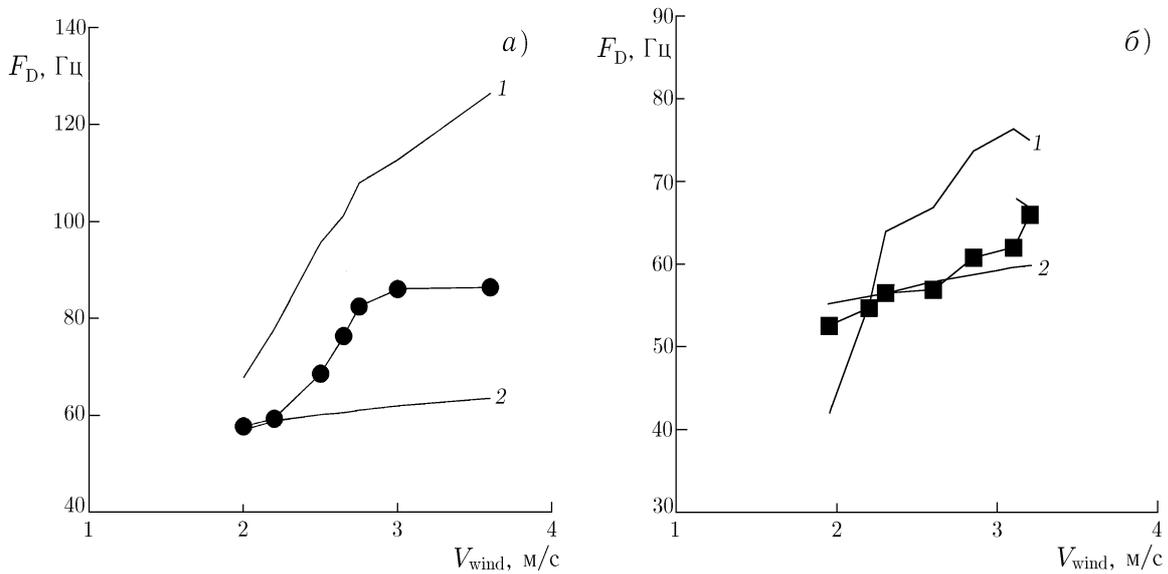


Рис. 10. Радиолокационные доплеровские сдвиги, измеренные и рассчитанные для свободных и связанных волн для большого (а) и малого (б) разгонов. Кривая 1 соответствует связанным волнам, кривая 2 — свободным волнам. Точками показаны экспериментально измеренные значения доплеровского сдвига

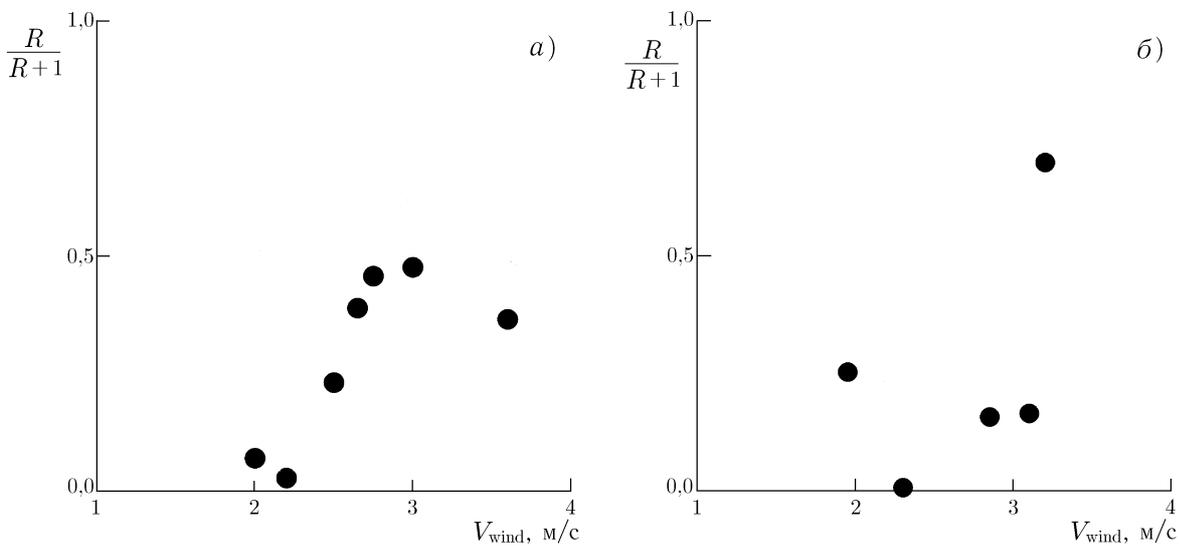


Рис. 11. Относительная интенсивность связанных волн (паразитной ряби) в спектре ветрового волнения при $k = 11$ рад/см для большого (а) и малого (б) разгонов

максимум спектра ветровых волн в экспериментах находился в этом диапазоне длин волн, доплеровский сдвиг F_b , соответствующий связанным волнам, можно оценить как

$$F_b = k_B (c_b + U_{dr}) / (2\pi), \tag{16}$$

где $c_b = c_f(k_{max})$, k_{max} — волновое число максимума спектра ветровых волн. Соответствующие кривые представлены на рис. 10.

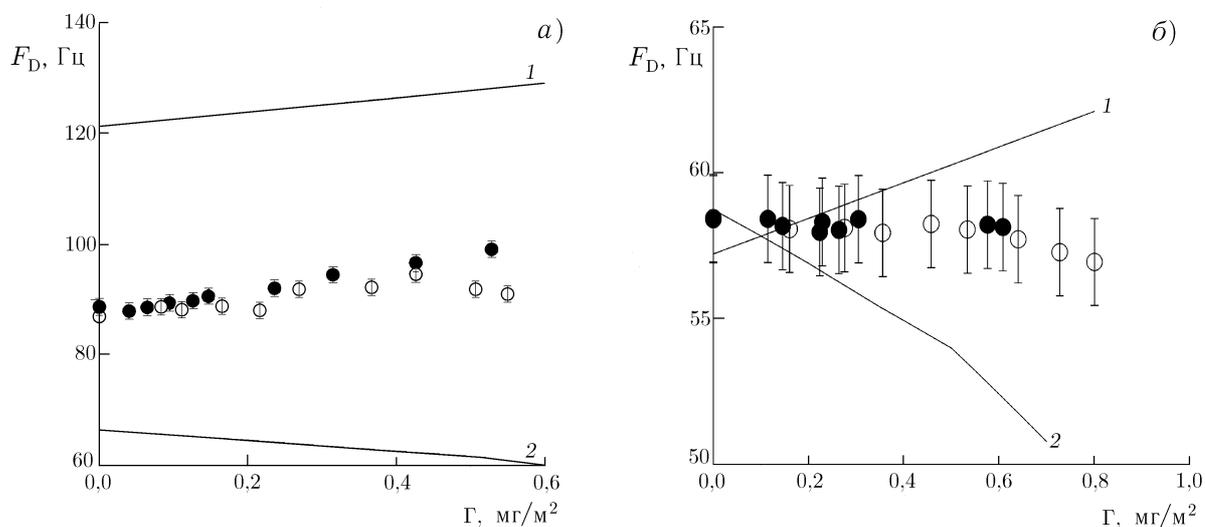


Рис. 12. Зависимость доплеровского сдвига от концентрации для большого разгона при скорости ветра 3,8 м/с (а) и малого разгона при скорости ветра 2,6 м/с (б) при амплитуде длинной волны, равной 3,5 мм (●) и 2,5 мм (○). Кривая 1 соответствует расчёту для связанных волн, кривая 2 — расчёту для свободных волн

Используя результаты, приведённые на рис. 10, можно оценить отношение спектральных интенсивностей связанных и свободных волн $R = \Phi_b/\Phi_f$ из выражения [16]

$$c_r = (F_f + F_b R)/(1 + R). \quad (17)$$

Рассчитанное согласно (17) отношение $R/(1 + R)$ спектральной интенсивности связанных волн с $k = k_B$ к полной спектральной интенсивности представлено на рис. 11; сплошные точки отвечают расчёту без учёта изменения локального угла падения, обусловленного данными волнами. Из этих оценок следует, что доля связанных волн возрастает с ростом скорости ветра и разгона. Это и понятно, поскольку при очень слабом ветре ($V_{\text{wind}} \sim 2$ м/с) и малом разгоне длины энергонесущих ветровых волн не отвечают диапазону эффективной генерации паразитной ряби.

Рассмотрим теперь влияние плёнки на соотношении спектров свободных и связанных волн. На рис. 12 приведены доплеровские сдвиги как функции концентрации ПАВ при двух скоростях ветра и разных разгонах. Там же представлены расчёты зависимостей доплеровских сдвигов для свободных и связанных волн, аналогично тому, как это было сделано для случая чистой воды. Отметим, что при этих расчётах учитывалось изменение длины энергонесущих волн с концентрацией ПАВ, а также изменение коэффициента поверхностного натяжения. Последнее, в частности, привело к уменьшению доплеровского сдвига свободных волн с ростом концентрации ПАВ.

Отметим, что в силу значительных измерительных трудностей скорости дрейфа при наличии ПАВ измерялись лишь при отдельных значениях концентрации и только при большом разгоне. Поэтому для оценок доплеровских сдвигов использовались значения скорости дрейфа для чистой воды; в случае большого разгона, в частности, это приводит к некоторому занижению доли связанных волн в спектре поверхностного волнения.

Как следует из рис. 12, при большом разгоне и скорости ветра 3,8 м/с вклад связанных волн возрастает с ростом концентрации ПАВ. Это, видимо, связано с тем, что свободные капиллярно-гравитационные волны сильно гасятся плёнкой, тогда как затухание энергонесущих волн, для которых при данных разгоне и скорости ветра характерны длины, большие 10 см, сравнительно мало. Для слабого ветра и малого разгона ситуация более сложная. Как видно из рис. 12, фазовые скорости свобод-

ных и вынужденных волн и соответствующие доплеровские сдвиги оказываются довольно близки, по крайней мере, при небольших концентрациях ПАВ, однако недостаточные объём и точность измерений скорости дрейфа не позволяют сделать однозначный вывод о соотношении свободных и связанных волн в спектре поверхностного волнения. Возможно, что при слабом ветре с ростом концентрации ПАВ вначале сильнее затухают связанные волны, поскольку генерирующие их несущие волны короче, чем в случае сильного ветра, и приходится на сантиметровый диапазон спектра. Лишь при достаточной концентрации ПАВ начинает увеличиваться доля связанных волн, что и приводит к довольно сложному характеру зависимости МПФ в эксперименте (2,6 м/с)/L/ЕМК/(3,5 мм).

Данное качественное объяснение не противоречит результатам расчётов спектрального контраста для брэгговской и энергонесущих волн, выполненных в рамках модели локального баланса энергии коротких ветровых волн [12]. Модель даёт следующие выражения для спектрального контраста $C_k(k) = \Phi(k, 0)/\Phi(k, \Gamma)$:

$$C_k(k) = \begin{cases} \frac{\beta - \gamma(0)}{\beta - \gamma(\Gamma)}, & \beta > \gamma; \\ \frac{\gamma(\Gamma) - \beta}{\gamma(0) - \beta}, & \beta < \gamma. \end{cases} \quad (18)$$

Кривые контраста приведены на рис. 13 для брэгговской длины волны и для энергонесущих волн в экспериментах (3,8 м/с)/L/ЕМК/(3,5 мм) и (2,6 м/с)/S/ЕМК/(3,5 мм). Отметим, что частота энергонесущих волн на чистой воде в указанных условиях составляет 2,7 и 5,5 Гц и увеличивается с ростом концентрации плёнки, что учтено на рис. 13.

Из рис. 13 следует, что степень гашения свободной брэгговской волны быстро растёт с увеличением концентрации ПАВ, тогда как энергонесущие волны (следовательно, и возбуждаемые ими связанные волны) при большом разгоне и скорости ветра 3,8 м/с слабо гасятся в исследуемой области значений концентрации ПАВ; доля связанных волн в спектре волнения при этом возрастает, соответственно растёт и МПФ. При малом разгоне и скорости ветра 2,6 м/с энергонесущие волны сильно подавляются уже при малых концентрациях ПАВ ($\Gamma > 0,3 \div 0,4$ мг/м²), так что относительный вклад свободных волн может несколько увеличиться, а МПФ — уменьшиться (см. рис. 6, 7). При больших концентрациях, однако, модель неприменима и не даёт возможности интерпретировать дальнейшее увеличение МПФ.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Суммируем основные результаты работы.

В лабораторных условиях впервые исследована модуляция радиолокационных сигналов с длиной волны 8,7 мм, рассеянных короткими ветровыми волнами, при наличии длинных волн на поверхности воды с поверхностно-активной плёнкой. Получено, что коэффициент модуляции увеличивается с ростом концентрации ПАВ при сравнительно больших скоростях ветра и волновых разгонах, при слабом ветре и малых разгонах модуляция не возрастает. Аналогично ведёт себя и доплеровский сдвиг радиолокационного сигнала.

Теоретически рассчитаны различные составляющие модуляционной передаточной функции, включая модуляцию вследствие геометрических эффектов радиолокационного рассеяния и гидродинамических эффектов — кинематического, «плёночного» и модуляции инкремента ветровых волн. Получено, что эти механизмы для свободных ветровых волн дают существенно меньшие уровни модуляции, чем наблюдаемые в эксперименте. Сильная модуляция в поле длинных волн предположительно связана с «каскадной» модуляцией связанных компонент — нелинейных гармоник более длинных (сантиметровых и дециметровых) ветровых волн.

Показано, что доплеровские сдвиги радиолокационных сигналов, измеренные в эксперименте, не могут быть объяснены рассеянием только на свободных волнах миллиметрового диапазона (т. е. удовлетворяющих дисперсионному уравнению линейных капиллярно-гравитационных волн), а определяются также скоростями связанных волн. Выполнены оценки относительной интенсивности связанных волн в спектре ветровых волн на брэгговской длине волны; показано, что доля связанных волн значительна и увеличивается с ростом концентрации ПАВ, по крайней мере, при больших разгонах и скоростях ветра, что подтверждает предположение о «каскадном» механизме сильной модуляции в поле длинных волн.

Авторы благодарят Э. М. Зуйкову и Л. В. Лубяко за помощь в подготовке к работе радиоскаттерометра. Работа выполнена при поддержке Winfrith Technology Centre, DERA (Великобритания) через Международный научно-технический центр (проект № 1774Р), Российского фонда фундаментальных исследований (проекты № 99–05–64797, 02–05–65102) и ФЦНТП Минпромнауки РФ (госконтракт № 40.020.1.1.1171).

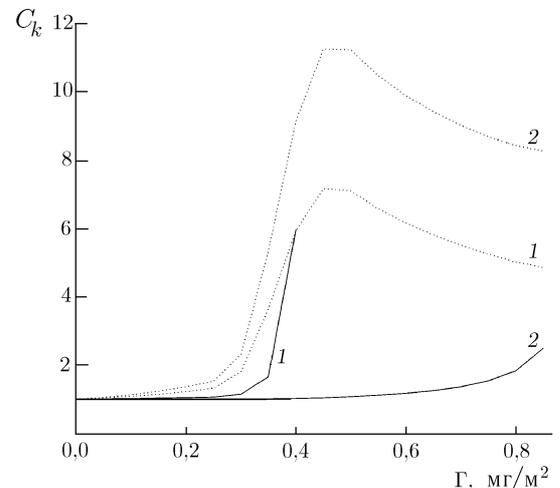


Рис. 13. Спектральный контраст K в модели локального баланса для брэгговской волны (пунктирные линии: 1 — скорость ветра 2,6 м/с, малый разгон; 2 — скорость ветра 3,8 м/с, большой разгон) и энергоносущих ветровых волн (сплошные линии: 1 — скорость ветра 2,6 м/с, малый разгон; 2 — скорость ветра 3,8 м/с, большой разгон)

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Miller S. J., Shemdin O. H. // J. Geophys. Res. C. 1991. V. 96, No. 2. P. 2749.
2. Ermakov S. A., Sergievskaya I. A., Zuikova E. M., Shchegolkov Yu. B., Scott J. C., Stapleton N. R. // Proc. IGARSS. 2000. V. 4. P. 1513.
3. Wu J. // J. Phys. Oceanography. 1984. V. 14. P. 138.
4. Mitsuyasy H., Honda T. // Wave Dynamics and Radio Probing of the Ocean Surface / Ed. by O. Phillips, K. Hasselmann. Plenum Publish. Corp., 1986. P. 95.
5. Ermakov S. A., Kijashko S. V., Scott J. C. Laboratory study of the damping of parametric ripples in the presence of surfactant films: Preprint of IAP No. 545. Nizhni Novgorod, 2000. 17 p.
6. Hara T., Plant W. J. // J. Geophys. Res. C. 1994. V. 99, No. 5. P. 9767.
7. Romeiser R., Alpers W., Wismann V. // J. Geophys. Res. C. 1997. V. 102, No. 11. P. 25, 237–25, 250.
8. Hughes B. A., Grant H. L. // J. Geophys. Res. C. 1978. V. 83, No. 1. P. 443.
9. Hughes B. A., Grant H. L. // J. Geophys. Res. C. 1978. V. 83, No. 1. P. 455.
10. Keller W. C., Wright J. W. // Radio Sci. 1975. V. 10. P. 139.
11. Troitskaya Yu. I. Quasi-linear model of modulation of short surface waves riding on a swell wave under the turbulent wind: Preprint of IAP No. 544. Nizhni Novgorod, 2000. 30 p.
12. Ермаков С. А., Пелиновский Е. Н., Талипова Т. Г. // Воздействие крупномасштабных внутренних волн на морскую поверхность. Горький: ИПФ АН СССР, 1982. С. 31.
13. Lucassen-Reynders E. N., Lucassen J. // J. Adv. Coll. Int. Ci. 1969. V. 2. P. 347.
14. Ермаков С. А., Салашин С. Г. // ДАН. 1994. Т. 337, № 1. С. 108.
15. Longuet-Higgins M. S. // J. Fluid Mech. 1992. V. 240. P. 659.

16. Ermakov S. A., Sergievskaya I. A., Zuikova E. M., Goldblat V. Yu., Schegolkov Yu. B., Scott J. C. // Sensing and Managing the Environment: IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium Proceedings, Seattle, Washington, USA. 1998. V. 5. P. 2553.

Институт прикладной физики РАН,
г. Нижний Новгород, Россия

Поступила в редакцию
24 сентября 2002 г.

**LABORATORY STUDY OF STRONG MODULATION OF RADAR SIGNALS DUE TO LONG WAVES
ON THE WATER SURFACE COVERED WITH A SURFACTANT FILM**

S. A. Ermakov, I. A. Sergievskaya, and Yu. B. Shchegolkov

Modulation of radar backscatter due to long wind waves in the presence of surfactant films is studied for the first time under wave tank conditions. It is found that the modulation coefficient can increase significantly with increasing surfactant concentration. We show that the existing theoretical models of modulation of free surface waves underestimate the observed modulation levels. It is demonstrated that the experimental radar Doppler shifts cannot be explained by only the scattering due to free capillary-gravity waves and are also determined by bound waves, which are nonlinear harmonics of the longer wind wave components. Estimates of the relative intensity of bound waves in the wind wave spectrum at the Bragg wavelength are presented. It is shown that the contribution of bound waves is considerable and increases with increasing surfactant concentration, thus confirming the hypothesis on a “cascade” mechanism of strong backscatter modulation in the long-wave field.

УДК 536.86

ЗАВИСИМОСТЬ ДЕЙСТВИТЕЛЬНОЙ ЧАСТИ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ПРОНИЦАЕМОСТИ ПРЕСНОГО ЛЬДА ОТ ТЕМПЕРАТУРЫ И ВРЕМЕНИ В САНТИМЕТРОВОМ ДИАПАЗОНЕ ДЛИН ВОЛН

Г. С. Бордонский, А. С. Истомин, С. В. Цыренжапов

Выполнены измерения действительной части относительной диэлектрической проницаемости свежобразованного пресного льда с различным содержанием примесей с использованием резонатора на частотах $6,1 \div 6,4$ ГГц. Исследована зависимость данной величины от температуры в интервале от -10 °С до -90 °С, а также её изменение во времени при выдержке льда до трёх недель при постоянной температуре. Установлено, что для свежобразованного льда зависимость диэлектрической проницаемости от температуры в исследуемом диапазоне можно представить в виде двух прямых с точкой перегиба вблизи -30 °С. При выдержке льда до трёх недель наблюдалось существенное изменение наклона зависимости при более высоких температурах и исчезновение точки перегиба. Возможный механизм явления связывается с существованием и метаморфизмом жидких проводящих плёнок воды.

ВВЕДЕНИЕ

В работе [1] считалось, что пресный лёд в микроволновом диапазоне имеет определённые значения действительной ϵ' и мнимой ϵ'' частей относительной диэлектрической проницаемости, причём ϵ' слабо зависит от частоты и температуры.

В работе [2] было выяснено (а в работе [3] приведена соответствующая аналитическая зависимость), что ϵ'' сильно зависит от концентрации солевых примесей. Например, при относительной концентрации солей во льду, достигающей 10^{-5} , мнимая часть диэлектрической проницаемости возрастает приблизительно в два раза по сравнению с химически чистым льдом.

Кроме того, как было показано в [4], электромагнитные потери пресного льда зависят от времени существования и тепловой истории образца. При медленном циклическом изменении температуры в течение нескольких месяцев наблюдался гистерезис фактора потерь, который изменялся приблизительно в два раза на частотах 13,5 и 37,5 ГГц. Этот результат объяснялся медленным вымерзанием жидких включений, которые существуют из-за наличия некоторого количества солевых примесей.

По имеющимся данным зависимость ϵ' от температуры в интервале от -1 °С до -24 °С на частотах от 1 до 10 ГГц является линейной [2]:

$$\epsilon' = \epsilon'_0 + \alpha T,$$

где $\epsilon'_0 = 3,1884$, $\alpha = 0,91 \cdot 10^{-3}$ град $^{-1}$ — температурный коэффициент, температура T измеряется в градусах Цельсия.

По-видимому, из-за слабой зависимости ϵ' от температуры [2, 3] и частоты зависимость этого параметра от времени и тепловой истории ранее не изучалась.

В данной работе выполнены исследования зависимости действительной части ϵ' относительной диэлектрической проницаемости пресного льда с различным содержанием примесей на частотах $6,1 \div 6,4$ ГГц в более широком температурном интервале: от -10 °С до -90 °С, а также измерения ϵ' при выдержке льда до нескольких недель. С этой целью использовался резонаторный метод наблюдений при полном заполнении резонатора исследуемой средой. Данный метод позволяет достаточно просто получить высокую точность относительных измерений ϵ' при изменении температуры исследуемого объекта (не хуже $\pm 0,01$).

1. МЕТОДИКА ИЗМЕРЕНИЙ

Методика измерений параметров вещества резонаторным методом хорошо известна и приведена, в частности, в [5, 6]. Основой установки в наших измерениях является стандартный измеритель частотных характеристик Р2-56.

В разрыв волноводной линии передачи измерителя помещался прямоугольный резонатор типа H_{101} , изготовленный из дюралюминия, сечением 8×17 мм и длиной 20 мм, заполняемый исследуемой средой. Связь резонатора с волноводным трактом осуществлялась через диафрагмы со щелями, ориентированными в плоскости поляризации магнитного поля. Часть волноводной линии с резонатором находилась в термокамере, куда подавались охлаждающие пары азота. Температура образца измерялась терморезистором, расположенным непосредственно в теле резонатора. Частота f_0 низшей моды незаполненного резонатора по расчётам составляла 11,58 ГГц. Заполненный льдом резонатор имел низшую собственную частоту в пределах $6,1 \div 6,4$ ГГц в зависимости от концентрации примесей во льду и температуры.

Измерения выполнялись в интервале температур от -10 °С до -90 °С. При охлаждении образца парами азота скорость подачи газа регулировалась нагревательным элементом, помещённым в жидкий азот. Цикл охлаждения и нагревания образца во всём интервале температур длился несколько часов. Образцы льда получались путём замораживания воды непосредственно в резонаторе. Для этого прямоугольный резонатор с одной стороны закрывался пластиной, в образовавшийся объём заливалась вода, которая выдерживалась некоторое время при температуре от -5 °С до -10 °С. После замерзания воды лёд, выступавший с открытой стороны резонатора, удалялся заподлицо к фланцу резонатора. Далее резонатор помещался в волноводный тракт установки.

Измерялась резонансная частота f_p . Погрешность измерения резонансной частоты составляла ± 10 МГц. На абсолютное значение ϵ' , полученное из измерений ($\epsilon' = (f_0/f_p)^2$), в некоторой степени влияют размеры щелей диафрагм. В наших экспериментах этот эффект не учитывался, поскольку измерялось приращение $\Delta\epsilon'$ в зависимости от температуры. Точность измерения приращений действительной части диэлектрической проницаемости составляла $\pm 0,01$, а температуры образца ± 1 °С.

Были выполнены измерения как для чистого льда, так и для загрязнённого примесями льда. Для получения чистого льда замораживали воду, полученную из керна льда ультрапресного водоёма, с последующим трёхкратным растапливанием—замораживанием воды при удалении её загрязнённой части. Содержание солевых примесей в таком льду порядка 1 мг/кг. Относительно загрязнённый лёд получали из воды природных водоёмов, в которой содержание соли и органических веществ достигало нескольких сотен миллиграмм на литр. При этом содержание примесей во льду составляло несколько десятков миллиграмм на килограмм.

2. РЕЗУЛЬТАТЫ ИЗМЕРЕНИЙ

Характеристики образца чистого льда измерялись с интервалом в две недели. Результаты измерений действительной части комплексной относительной диэлектрической проницаемости при охлаждении образца приведены на рис. 1.

Зависимость на рис. 1а можно аппроксимировать двумя прямыми с переходом одной в другую при температуре -30 °С. В интервале температур от -30 °С и выше температурный коэффициент α , характеризующий наклон прямой, равен $2,2 \cdot 10^{-3}$ град $^{-1}$, а для температур ниже -30 °С $\alpha = 1,2 \cdot 10^{-3}$ град $^{-1}$. Линейная зависимость, представленная на рис. 1б, соответствует коэффициенту наклона $\alpha = 1,4 \cdot 10^{-3}$ град $^{-1}$.

При измерениях свойств льда, содержащего примеси в виде солей и органического вещества с приблизительно равной концентрацией, наблюдается более резкий контраст между двумя температурными

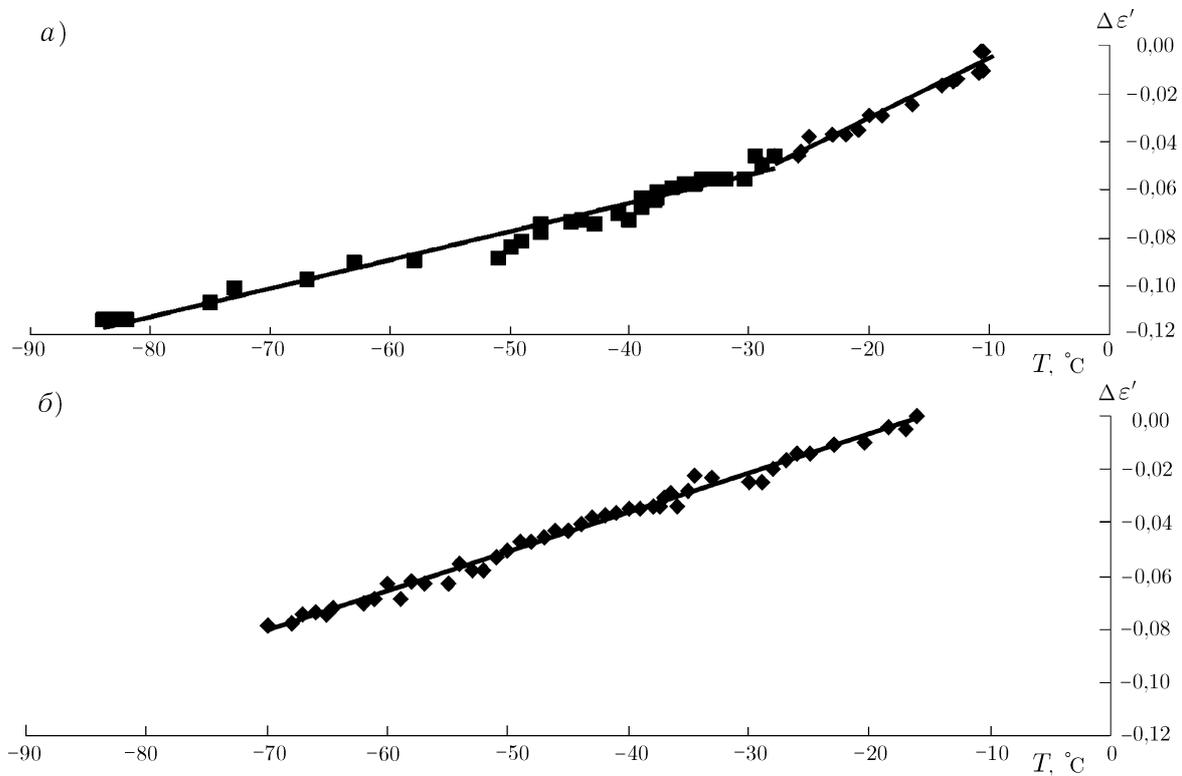


Рис. 1. Зависимости приращения действительной части комплексной диэлектрической проницаемости чистого льда от температуры при охлаждении образца свежесформованного льда (а) и того же образца после двухнедельной выдержки (б)

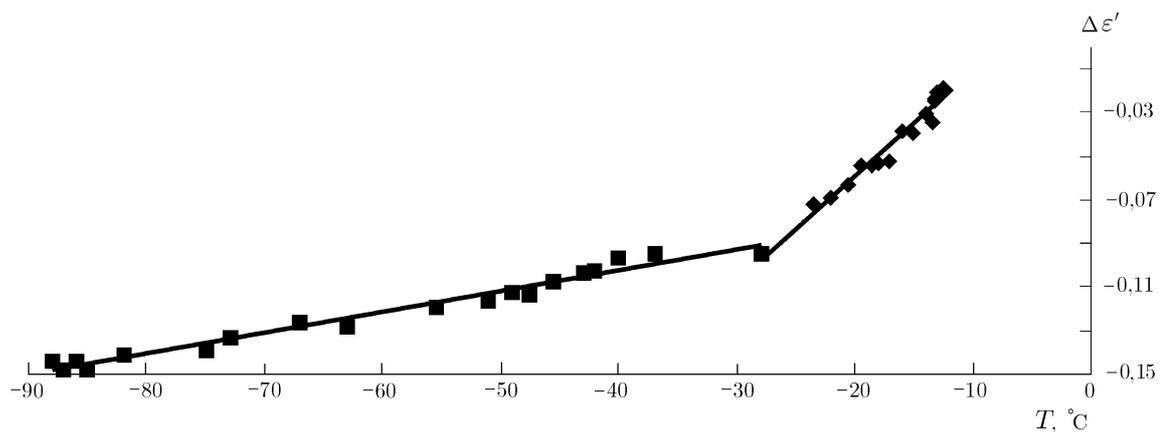


Рис. 2. Зависимость приращения действительной части комплексной диэлектрической проницаемости льда с суммарным содержанием примесей в виде солей и органического вещества около 50 мг/кг от температуры при охлаждении образца вблизи частоты 6 ГГц

областями (см. рис. 2). Зависимости $\Delta\epsilon'$ в этих областях также были аппроксимированы двумя прямыми с точкой перегиба при температуре около -30°C . Образец льда был получен из воды природного эвтрофированного оз. Гусиное (27 декабря 2001 г., Ивано-Арахлейские озёра Читинской области), суммарное содержание примесей во льду около 50 мг/кг. Температурный коэффициент α для температуры выше -30°C равен $4,7 \cdot 10^{-3} \text{ град}^{-1}$, для низкотемпературной области $\alpha = 10^{-3} \text{ град}^{-1}$.

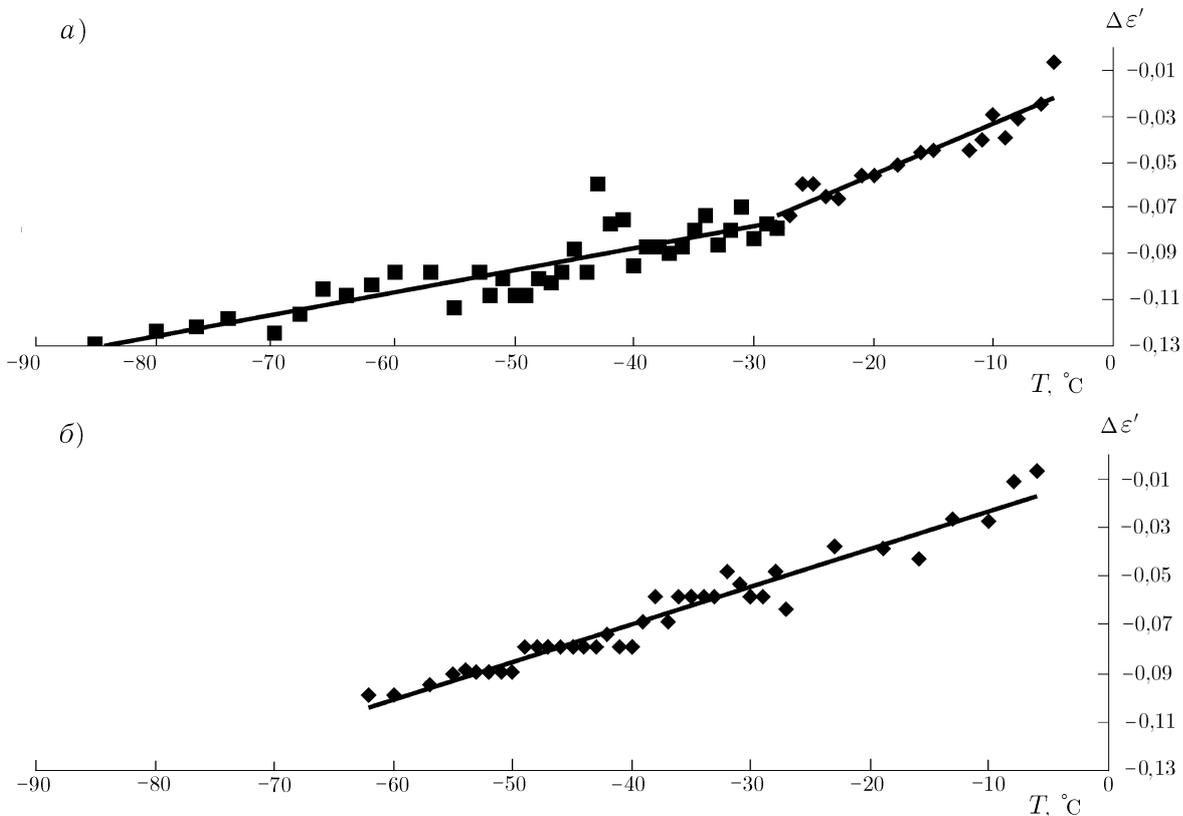


Рис. 3. Зависимости приращения действительной части комплексной диэлектрической проницаемости пресного льда, загрязнённого солями с концентрацией порядка 10 мг/кг, от температуры для льда после двухнедельной (а) и трёхнедельной (б) выдержки

Следующая серия экспериментов была направлена на исследование зависимости ϵ' от времени для образцов пресного льда, загрязнённых преимущественно солями, с суммарной концентрацией примесей порядка 10 мг/кг. Исследовался образец льда, полученный из воды Карповских озёр Забайкалья (отбор воды 12 марта 2002 г.). Было выполнено несколько измерений для свежесформованного льда (существующего около суток) и того же льда спустя одну, две и три недели после первого измерения. Результаты измерений $\Delta\epsilon'$ при понижении температуры для льда после двухнедельной и трёхнедельной выдержки представлены на рис. 3.

Коэффициент α , характеризующий зависимость ϵ' от температуры, для двухнедельного льда (см. рис. 3а) на начальном участке охлаждения равен $2,1 \cdot 10^{-3}$ град $^{-1}$, для температур ниже -30 °С $\alpha = 0,5 \cdot 10^{-3}$ град $^{-1}$. После трёхнедельной выдержки (см. рис. 3б) $\alpha = 1,6 \cdot 10^{-3}$ на всём температурном интервале.

3. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ И ВЫВОДЫ

В результате экспериментального исследования можно сделать следующие выводы:

1) Температурная зависимость ϵ' для свежесформованного льда в интервале от -10 °С до -90 °С в сантиметровом диапазоне длин волн аппроксимируется двумя прямыми с точкой перегиба вблизи -30 °С.

2) Перегиб наблюдается как для относительно чистого льда с концентрацией солей порядка 1 мг/кг, так и для более загрязнённого льда с концентрацией солей и органического вещества на $1 \div 2$ порядка выше.

3) Для чистого свежееобразованного льда температурный коэффициент, характеризующий изменение ϵ' , по нашим измерениям для температуры ниже -30°C составляет $1,2 \cdot 10^{-3} \text{ град}^{-1}$, что близко к значению, полученному в работе [2] для ультрачистого льда и температуре от -1°C до -24°C . Для свежееобразованного льда и температурах выше -30°C значения α достигают $(2,1 \div 4,7) \cdot 10^{-3} \text{ град}^{-1}$ в зависимости от концентрации и характера примесей. Для более низких температур значение α может понижаться до $0,5 \cdot 10^{-3} \text{ град}^{-1}$ и для загрязнённого льда. После выдержки льда с примесями в течение нескольких недель температурный коэффициент α уменьшается до $(1,4 \div 1,6) \cdot 10^{-3} \text{ град}^{-1}$.

4) Перегиб температурной зависимости ϵ' полностью исчезает при выдержке образца льда при температуре -10°C в течение 2–3 недель.

5) Возможная причина особенностей изменения ϵ' с температурой заключается в существовании незамёрзших плёнок воды на поверхности кристалликов льда. Плёнки воды при достаточной их концентрации создают перколяционную структуру со сквозной проводимостью и влияют как на действительную, так и на мнимую части относительной диэлектрической проницаемости.

6) При низких температурах плёнки вымораживаются, и перколяция исчезает. Этот процесс появления или исчезновения перколяции происходит в узком температурном интервале и, как известно, напоминает фазовый переход [7]. При длительной выдержке при температуре вблизи 0°C примеси выталкиваются из объёма льда [8], концентрация жидких включений уменьшается, и перколяция исчезает.

7) Поскольку перколяция зависит от многих факторов (размеров кристаллов, концентрации примесей и их вида, тепловой истории образца и условий его образования), то наблюдается некоторый разброс значений действительной части диэлектрической проницаемости пресного льда (порядка нескольких процентов) и её гистерезис при изменении температуры и времени существования льда.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Warren S. G. // Applied Optics. 1984. V. 23, No. 23. P. 1 206.
2. Matzler C., Wegmuller U. // J. Phys. D.: Appl. Phys. (UK). 1987. P. 1 623.
3. Бордонский Г. С. // Радиотехника и электроника. 1995. Т. 40, № 11. С. 1 620.
4. Bordonsky G. S., Krylov S. D. // IEEE Trans. Geosci. Rem. Sens. 1998. V. 36, No. 2. P. 678.
5. Брандт А. А. Исследование диэлектриков на СВЧ. М.: Физматгиз, 1963. 404 с.
6. Бордонский Г. С., Филиппова Т. Г. // Физика твёрдого тела. 2001. Т. 43, вып. 9. С. 1 575.
7. Шкловский Б. И., Эфрос А. Л. Электромагнитные свойства легированных полупроводников. М.: Наука, 1979. 416 с.
8. Бордонский Г. С., Крылов С. Д. // Изв. РАН. Серия географическая. 2000. № 4. С. 98.

Читинский институт природных ресурсов СО РАН,
г. Чита, Россия

Поступила в редакцию
13 июня 2002 г.

TEMPERATURE AND STORAGE-TIME DEPENDENCES OF THE REAL PART OF THE DIELECTRIC PERMITTIVITY OF FRESH-WATER ICE AT CENTIMETER WAVELENGTHS

G. S. Bordonsky, A. S. Istomin, and S. V. Tsyrendzapov

Using a resonator, we measure the real part of the relative dielectric permittivity of new fresh-water ice with various impurity content at frequencies 6.1–6.4 GHz. The temperature dependence of the measured quantity in the interval from -10°C up to -90°C is studied. This dependence at the specified frequencies is fitted well by two straight lines with different slopes and a break point near -30°C . To analyze the temporal dependence of the real part of the dielectric permittivity of fresh-water ice, we performed the measurements after storing an ice sample at a constant temperature during a certain time (up to three weeks). If the ice is stored for about three weeks, the slope of the higher-temperature dependence of the dielectric permittivity changes significantly, and the break point disappears. The possible mechanism of this phenomenon is attributed to the existence and metamorphism of liquid conducting films of water.

УДК 621.371

СТРУКТУРА ПОЛЕЙ В ПОПЕРЕЧНОМ СЕЧЕНИИ МАГНИТОДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ НЕОДНОРОДНОЙ АНИЗОТРОПНОЙ ВСТАВКИ ПРЯМОУГОЛЬНОГО ВОЛНОВОДА*С. Н. Шульга*¹, *В. И. Фесенко*²

Построена физико-математическая модель, описывающая возбуждение и распространение электромагнитных волн в анизотропном волноводе или резонаторе в трёхмерном случае. Разработан теоретический подход к дискретизации уравнений Максвелла в произвольной среде при наличии ограничивающих стенок волновода или резонатора. Полученная система линейных алгебраических уравнений относительно электрических компонент поля в неоднородной анизотропной среде решена методом сопряжённого градиента. Представлены результаты расчёта силовых линий электрического поля в поперечном сечении анизотропной вставки прямоугольного волновода.

ВВЕДЕНИЕ

Исследование электродинамических свойств неоднородных анизотропных материалов и построение физически адекватных моделей взаимодействия электромагнитного поля с этими материалами имеет большой научный и практический интерес. Это, в первую очередь, связано с уникальными электродинамическими свойствами таких материалов и возможностью мгновенного бесконтактного управления этими свойствами с помощью внешнего электрического поля.

Эффективная физико-математическая модель взаимодействия электромагнитного поля с анизотропными материалами в замкнутых объёмных резонаторах и волноводах должна обеспечить возможность быстрого и высокоточного расчёта распределения электромагнитного поля в произвольно анизотропном и произвольно неоднородном материале, ограниченном проводящей поверхностью, размеры которого по порядку величины соответствуют длине волны либо превосходят её. В научной литературе предложено несколько численных методов решения указанной задачи, но большинство из них ограничены частным случаем изотропии физико-технической модели [1–8]. Например, в работе [2] получены частотные характеристики распространения волн в двойной линии передачи, но это решение можно применить лишь для планарных структур без потерь. Также можно выделить метод моментов [3] и метод конечных элементов [4–6], но и эти методы имеют ограничения в применении.

Самым перспективным на данный момент является метод конечных разностей [9–18], который позволяет провести дискретизацию уравнений Максвелла во временной и пространственной областях. В данной работе мы рассматриваем ситуацию, когда в волноводе (или в резонаторе) помещена неоднородная анизотропная вставка (случай магнитной анизотропии).

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Вначале опишем геометрию задачи. Введём декартову систему координат x, y, z , при этом ось x направим вертикально вверх. Рассматриваемая структура представляет собой прямоугольный параллелепипед, помещённый в прямоугольный волновод. Параллелепипед разбит на N ячеек, каждая из которых характеризуется собственными диэлектрической и магнитной проницаемостями (см. рис. 1).

С помощью такого разбиения определим в каждой из ячеек шесть полевых компонент, которые будут использоваться при дискретизации уравнений Максвелла в интегральной форме:

$$\int_L \mathbf{E}\boldsymbol{\tau} dl - ik_0 \int_S \mathbf{B}\mathbf{n} ds = 0, \tag{1}$$

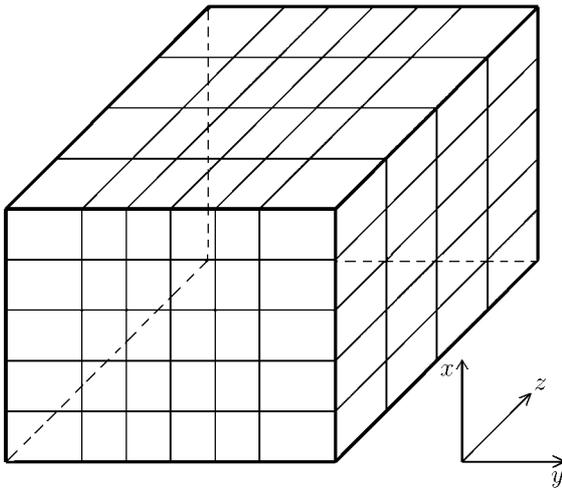


Рис. 1

$$\int_L \mathbf{H}\boldsymbol{\tau} dl + ik_0 \int_S \mathbf{D}\mathbf{n} ds = 0, \tag{2}$$

где S — произвольная поверхность, ограниченная контуром L , \mathbf{n} — внешняя нормаль к поверхности S , $\boldsymbol{\tau}$ — вектор касательной к контуру L , \mathbf{E} и \mathbf{H} — напряжённости электрического и магнитного полей соответственно, $k_0 = \omega/c$ — волновое число, ω — циклическая частота, c — скорость света в вакууме. Индукции магнитного и электрического полей даются соотношениями

$$\mathbf{B} = \hat{\boldsymbol{\mu}}\mathbf{H}, \tag{3}$$

$$\mathbf{D} = \hat{\boldsymbol{\epsilon}}\mathbf{E}, \tag{4}$$

где $\hat{\boldsymbol{\mu}} = \{\mu_{jk}\}$ и $\hat{\boldsymbol{\epsilon}} = \{\epsilon_{jk}\}$ — тензоры магнитной и диэлектрической проницаемостей среды, $\epsilon_{jk}(\mathbf{R})$ и $\mu_{jk}(\mathbf{R})$ — произвольные функции $\mathbf{R} = \{x, y, z\}$; индексы j и k принимают значения x, y, z .

2. ДИСКРЕТИЗАЦИЯ УРАВНЕНИЙ МАКСВЕЛЛА

Рассмотрим ячейку с номером k . В этой ячейке определим постоянные величины $E_{xk}, E_{yk}, E_{zk}, B_{xk}, B_{yk}$ и B_{zk} . Размеры ячейки обозначим через x_k, y_k и z_k . Компоненты электрического поля \mathbf{E}_k определим в центре рёбер, а компоненты магнитной индукции \mathbf{B}_k — в центре граней k -й ячейки (см. рис. 2). Такой выбор полевых компонент удовлетворяет первому уравнению Максвелла. Ячейки, смежные с ячейкой k , обозначим так, как показано на рис. 3 (в соответствии с этими обозначениями верхняя ячейка в дальнейшем будет обозначаться буквой a (от above), левая — буквой l (от left) и т. д.).

Пусть S — нижняя поверхность k -й ячейки, а L — контур, который её ограничивает (см. рис. 4). В этом случае $\mathbf{n} = \mathbf{x}_0$, где \mathbf{x}_0 — орт оси x , и из первого уравнения Максвелла (1) имеем

$$E_{yk}y_k + E_{zr}z_k - E_{yb}y_k - E_{zk}z_k = ik_0 B_{xk}y_kz_k. \tag{5}$$

Аналогичным образом получаем выражения для левой ($\mathbf{n} = \mathbf{y}_0$) и передней ($\mathbf{n} = -\mathbf{z}_0$) граней ячейки k :

$$E_{zk}z_k + E_{xb}x_k - E_{za}z_k - E_{xk}x_k = ik_0 B_{yk}x_kz_k, \tag{6}$$

$$E_{yk}y_k + E_{xr}x_k - E_{ya}y_k - E_{xk}x_k = -ik_0 B_{zk}x_ky_k. \tag{7}$$

В соотношении (7) учтён тот факт, что $\mathbf{B}\mathbf{n} = -B_z$.

Второе интегральное уравнение Максвелла (2) запишем в виде

$$L_x = -ik_0 R_x, \tag{8}$$

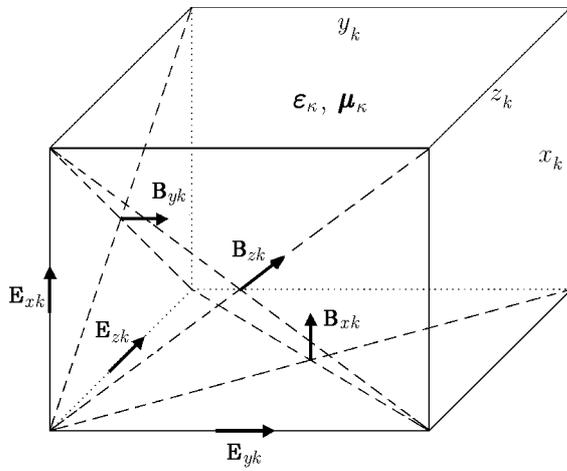


Рис. 2

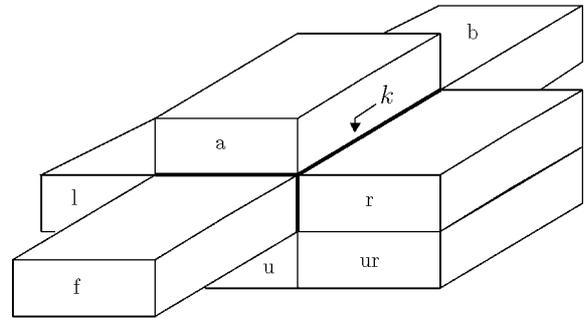


Рис. 3

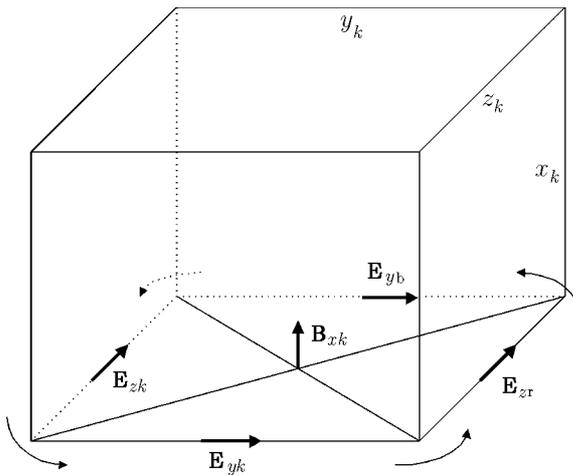


Рис. 4

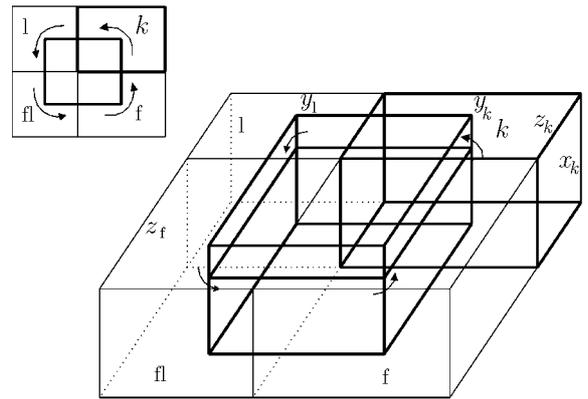


Рис. 5

где

$$L_x = \int_L \mathbf{H} \boldsymbol{\tau} dl, \quad R_x = \int_S \mathbf{D} \mathbf{n} ds, \quad \mathbf{n} = \mathbf{x}_0, \quad (9)$$

и рассмотрим отдельно эти два интегральных оператора.

3. ИНТЕГРИРОВАНИЕ В ТРЁХ ПЕРПЕНДИКУЛЯРНЫХ ПЛОСКОСТЯХ

Проинтегрируем уравнение (9) в плоскости, параллельной yz (см. рис. 5). В нашем случае контур интегрирования включает ячейки k, l, fl и f . Принимая во внимание, что векторы \mathbf{H} и \mathbf{D} в указанных ячейках постоянны, получим следующие выражения для L_x и R_x :

$$L_x = \frac{1}{2} (H_{zk}z_k - H_{yk}y_k - H_{yl}y_l - H_{zl}z_l - H_{zf}z_f + H_{yl}y_l + H_{yf}y_k + H_{zf}z_f), \quad (10)$$

$$R_x = \frac{1}{4} (D_{xk}y_kz_k + D_{xl}y_lz_k + D_{xfl}y_lz_f + D_{xf}y_kz_f). \tag{11}$$

Преобразуем выражения для L_x и R_x с целью уменьшения количества неизвестных. Для этого нам будут необходимы материальные уравнения в виде

$$\mathbf{H} = \hat{\eta}\mathbf{B}, \quad \mathbf{E} = \hat{\nu}\mathbf{D}, \tag{12}$$

где $\hat{\eta} = \hat{\mu}^{-1}$, $\hat{\nu} = \hat{\epsilon}^{-1}$. Здесь $\det \hat{\epsilon} \neq 0$ и $\det \hat{\mu} \neq 0$.

Если в (10) выразить компоненты напряжённости магнитного поля \mathbf{H} через компоненты магнитной индукции \mathbf{B} и использовать условия непрерывности нормальных компонент вектора \mathbf{B} на границах смежных ячеек, получим следующее выражение для L_x :

$$\begin{aligned} L_x = \frac{1}{2} & \left[B_{xk} \left(z_k \eta_{zx}^k - y_k \eta_{yx}^k \right) - B_{yk} \left[y_l \eta_{ly}^1 + y_k \eta_{ly}^k + z_k \left(\eta_{zy}^1 - \eta_{zy}^k \right) \right] + \right. \\ & + B_{zk} \left[z_f \eta_{zz}^f + z_k \eta_{zz}^k + y_k \left(\eta_{yz}^f - \eta_{yz}^k \right) \right] - B_{xl} \left(y_l \eta_{yx}^1 - z_k \eta_{zx}^1 \right) - \\ & - B_{zl} \left[z_k \eta_{zz}^1 + z_f \eta_{zz}^f + y_l \left(\eta_{yz}^1 - \eta_{yz}^f \right) \right] + B_{xf} \left(y_k \eta_{yx}^f + z_f \eta_{zx}^f \right) + \\ & \left. + B_{yf} \left[y_k \eta_{ly}^f + y_l \eta_{ly}^f + z_f \left(\eta_{zy}^f - \eta_{zy}^f \right) \right] + B_{xfl} \left(y_l \eta_{yx}^{fl} - z_f \eta_{zx}^{fl} \right) \right], \tag{13} \end{aligned}$$

где верхний индекс у элементов матрицы $\hat{\eta}$ обозначает номер ячейки.

Используя материальные уравнения в виде (4) и условия непрерывности касательных компонент вектора \mathbf{E} на границе соседних ячеек, получим выражение для R_x :

$$\begin{aligned} 4R_x = & \left[y_k z_k \epsilon_{xx}^k + y_l z_k \epsilon_{xx}^1 + y_l z_f \epsilon_{xx}^{fl} + y_k z_f \epsilon_{xx}^f + \right. \\ & \left. \frac{y_l}{\epsilon_{yy}^1} \left(\epsilon_{yx}^k - \epsilon_{yx}^1 \right) \left(z_f \epsilon_{xy}^{fl} + z_k \epsilon_{xy}^1 \right) + \frac{z_f}{\epsilon_{zz}^f} \left(\epsilon_{zx}^k - \epsilon_{zx}^f \right) \left(y_l \epsilon_{xz}^{fl} + y_k \epsilon_{xz}^f \right) \right] E_{xk} + \\ & + \left[y_k z_k \epsilon_{xy}^k + y_k z_f \epsilon_{xy}^f + \frac{z_f}{\epsilon_{zz}^f} \left(\epsilon_{zy}^k - \epsilon_{zy}^f \right) \left(y_k \epsilon_{xz}^f + y_l \epsilon_{xz}^{fl} \right) + \frac{y_l \epsilon_{yy}^k}{\epsilon_{yy}^1} \left(z_f \epsilon_{xy}^{fl} + z_k \epsilon_{xy}^1 \right) \right] E_{yk} + \\ & + \left[y_k z_k \epsilon_{xz}^k + y_l z_k \epsilon_{xz}^1 + \frac{y_l}{\epsilon_{yy}^1} \left(\epsilon_{yz}^k - \epsilon_{yz}^1 \right) \left(z_k \epsilon_{xy}^1 + z_f \epsilon_{xy}^{fl} \right) + \frac{z_f \epsilon_{zz}^k}{\epsilon_{zz}^f} \left(y_l \epsilon_{xz}^{fl} + y_k \epsilon_{xz}^f \right) \right] E_{zk}. \tag{14} \end{aligned}$$

Проинтегрировав уравнение (2) в плоскостях xz и xy [18], легко получить выражения для интегральных операторов $L_y = \int_L \mathbf{H}\boldsymbol{\tau} dl$, $R_y = \int_S \mathbf{D}\mathbf{n} ds$ и $L_z = \int_L \mathbf{H}\boldsymbol{\tau} dl$, $R_z = \int_S \mathbf{D}\mathbf{n} ds$. В целях экономии места явный вид этих операторов мы здесь не приводим.

4. ЗАМКНУТАЯ СИСТЕМА ЛИНЕЙНЫХ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ

Запишем уравнения для L_x , L_y и L_z в компактной форме:

$$L_x(B_{xk}, B_{yk}, B_{zk}, B_{xl}, B_{zl}, B_{xf}, B_{yf}, B_{xfl}) = -ik_0 R_x(E_{xk}, E_{yk}, E_{zk}), \tag{15}$$

$$L_y(B_{xk}, B_{yk}, B_{zk}, B_{xf}, B_{yf}, B_{yu}, B_{zu}, B_{yfu}) = -ik_0 R_y(E_{xk}, E_{yk}, E_{zk}), \tag{16}$$

$$L_z(B_{xk}, B_{yk}, B_{zk}, B_{xl}, B_{zl}, B_{yu}, B_{zu}, B_{zul}) = -ik_0 R_z(E_{xk}, E_{yk}, E_{zk}). \tag{17}$$

Уравнения (15)–(17) представляют собой дискретизированную версию уравнений Максвелла для произвольной анизотропной магнитодиэлектрической среды. Хотя из этих уравнений можно исключить компоненты B_{xk}, B_{yk}, B_{zk} с помощью формул (5)–(7), но полученные соотношения всё же будут включать в себя следующие неизвестные компоненты магнитной индукции: $B_{x1}, B_{z1}, B_{xf}, B_{yf}, B_{yu}, B_{zu}, B_{zul}, B_{xfl}, B_{yfu}$.

Чтобы замкнуть систему уравнений (15)–(17), необходимо выразить компоненты магнитной индукции через компоненты электрического поля. Это можно сделать, если дискретизировать первое уравнение Максвелла (1) для левой (индекс 1), нижней (u), фронтальной (f), фронтальной нижней (fu), нижней левой (ul) ячеек.

Далее будем рассматривать частный случай магнитно-анизотропной среды, в которой неоднородный материал характеризуется скалярной диэлектрической проницаемостью $\hat{\epsilon} = \epsilon \hat{\mathbf{I}}$ и произвольным тензором магнитной проницаемости $\hat{\mu}$ (здесь $\hat{\mathbf{I}}$ — единичная диада). В этом случае дискретизированная система линейных алгебраических уравнений имеет вид

$$(2P_{xx} - k_0^2 S_{xx}) E_{xk} + 2P_{xy} E_{yk} - 2P_{xz} E_{zk} = 2F_x, \quad (18)$$

$$-2P_{yx} E_{xk} + (2P_{yy} - k_0^2 S_{yy}) E_{yk} + 2P_{yz} E_{zk} = 2F_y, \quad (19)$$

$$-2P_{zx} E_{xk} - 2P_{zy} E_{yk} + (2P_{zz} - k_0^2 S_{zz}) E_{zk} = 2F_z. \quad (20)$$

Коэффициенты $P_{xx}, P_{xy}, P_{xz}, \dots, S_{xx}, S_{yy}, S_{zz}$ и правые части F_x, F_y, F_z имеют вид

$$P_{xx} = \frac{1}{y_k} \left[\frac{z_f}{\mu_{zz}^f} + \frac{z_k}{\mu_{zz}^k} + y_k \left(\frac{1}{\mu_{yz}^f} - \frac{1}{\mu_{yz}^k} \right) \right] - \frac{1}{z_k} \left[\frac{y_1}{\mu_{yy}^1} + \frac{y_k}{\mu_{yy}^k} + z_k \left(\frac{1}{\mu_{zy}^1} - \frac{1}{\mu_{zy}^k} \right) \right] + \frac{1}{y_1} \left[\frac{z_k}{\mu_{zz}^1} + \frac{z_f}{\mu_{zz}^{fl}} + y_1 \left(\frac{1}{\mu_{yz}^1} - \frac{1}{\mu_{yz}^{fl}} \right) \right] + \frac{1}{z_f} \left[\frac{y_k}{\mu_{yy}^f} + \frac{y_1}{\mu_{yy}^{fl}} + z_f \left(\frac{1}{\mu_{zy}^f} - \frac{1}{\mu_{zy}^{fl}} \right) \right], \quad (21)$$

$$P_{xy} = \frac{1}{z_k} \left(\frac{z_k}{\mu_{zx}^k} + \frac{y_k}{\mu_{yx}^k} \right) - \frac{1}{z_f} \left(\frac{y_k}{\mu_{yx}^f} + \frac{z_f}{\mu_{zx}^f} \right) - \frac{1}{x_k} \left[\frac{z_f}{\mu_{zz}^f} + \frac{z_k}{\mu_{zz}^k} + y_k \left(\frac{1}{\mu_{yz}^f} - \frac{1}{\mu_{yz}^k} \right) \right], \quad (22)$$

$$P_{xz} = \frac{1}{y_k} \left(\frac{z_k}{\mu_{zx}^k} - \frac{y_k}{\mu_{yx}^k} \right) + \frac{1}{y_1} \left(\frac{y_1}{\mu_{yx}^1} + \frac{z_k}{\mu_{zx}^1} \right) + \frac{1}{x_k} \left[\frac{z_f}{\mu_{zz}^f} + \frac{z_k}{\mu_{zz}^k} + y_k \left(\frac{1}{\mu_{yz}^f} - \frac{1}{\mu_{yz}^k} \right) \right]; \quad (23)$$

$$S_{xx} = y_k z_k \epsilon^k + y_1 z_k \epsilon^1 + y_1 z_f \epsilon^{fl} + y_k z_f \epsilon^f, \quad (24)$$

$$S_{yy} = x_k z_k \epsilon^k + x_k z_f \epsilon^f + x_u z_f \epsilon^{fu} + x_u z_k \epsilon^u, \quad (25)$$

$$S_{zz} = x_k y_k \epsilon^k + x_k y_1 \epsilon^1 + x_u y_k \epsilon^u + x_u y_1 \epsilon^{ul}; \quad (26)$$

$$F_x = -P_{xy}(a)E_{ya} - P_{xz}(a)E_{za} + P_{xx}(b)E_{xb} + P_{xy}(b)E_{yb} + P_{xx}(f)E_{xf} - P_{xy}(f)E_{yf} - P_{xz}(f)E_{zf} + P_{xx}(l)E_{xl} - P_{xy}(l)E_{yl} - P_{xz}(l)E_{zl} + P_{xx}(r)E_{xr} - P_{xz}(r)E_{zr} + P_{xy}(la)E_{yla} - P_{xy}(lb)E_{ylb} - P_{xy}(fl)E_{yfl} - P_{xz}(fr)E_{zfr} + P_{xz}(fa)E_{zfa} + P_{xz}(fl)E_{zfl}. \quad (27)$$

В (27) в коэффициентах $P_{\alpha\beta}(\gamma)$, где α и β принимают значения x, y и z , индекс γ обозначает ячейку. Матричные элементы уравнения (19) можно получить из предыдущих формул путём замены $x \rightarrow y, y \rightarrow z, z \rightarrow x, fl \rightarrow fu, f \rightarrow u, l \rightarrow f$, а элементы уравнения (20) — заменой $x \rightarrow z, fl \rightarrow ul, f \rightarrow u$.

Система уравнений (18)–(20) отражает геометрию и материальные параметры трёхмерной задачи, а также содержит компоненты возбуждающих полей на торцах волноводной вставки. Когда эти поля равны нулю (электрические стенки), мы имеем задачу нахождения свободных колебаний.

В случае среды без потерь матрица системы уравнений оказывается вещественной. Система уравнений (18)–(20) содержит компоненты E_x, E_y, F_z в каждой из N ячеек, поэтому размерность матрицы будет $3N \times 3N$.

Если в среде существуют потери, то все компоненты полей будут комплексными. Комплексная система уравнений вида

$$\mathbf{CE} = \mathbf{E}_r \tag{28}$$

должна быть преобразована к вещественной системе. Для этого система (28) должна быть разбита на действительную и мнимую части. В результате получим вещественную систему уравнений размерности $6N \times 6N$:

$$\begin{pmatrix} \dots \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ \dots \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cdot \\ \text{Re } E_{xk} \\ \text{Im } E_{xk} \\ \text{Re } E_{yk} \\ \text{Im } E_{yk} \\ \text{Re } E_{zk} \\ \text{Im } E_{zk} \\ \cdot \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cdot \\ \text{Re } E_{xr k} \\ \text{Im } E_{xr k} \\ \text{Re } E_{yr k} \\ \text{Im } E_{yr k} \\ \text{Re } E_{zr k} \\ \text{Im } E_{zr k} \\ \cdot \end{pmatrix}. \tag{29}$$

Полученную систему уравнений решаем с помощью метода сопряжённых градиентов. Анализ случая среды с потерями планируется провести в будущем.

5. ЧИСЛЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Приведём результаты расчёта силовых линий электрического поля в поперечном сечении анизотропной вставки прямоугольного волновода.

В рассматриваемом случае вставка выполнена из одноосного анизотропного магнетика, который характеризуется магнитной проницаемостью вида [19]

$$\hat{\mu} = \mu_{\parallel} \mathbf{d}\mathbf{d} + \mu_{\perp} (\hat{\mathbf{I}} - \mathbf{d}\mathbf{d}). \tag{30}$$

Здесь \mathbf{d} — вещественный единичный вектор, который определяет направление оптической оси:

$$d_x = \sin \theta \cos \phi, \quad d_y = \sin \theta \sin \phi, \quad d_z = \cos \theta, \tag{31}$$

μ_{\parallel} и μ_{\perp} — главные значения магнитной проницаемости вдоль оптической оси и в поперечном к ней направлении соответственно. В (31) θ и ϕ — углы наклона оптической оси анизотропной вставки; угол ϕ отсчитывается от оси x в плоскости xy , угол θ обозначает наклон оси относительно плоскости xy .

Предположение об одноосном характере анизотропии справедливо для широкого круга анизотропных материалов как природного, так и искусственного происхождения. В связи с этим подобное ограничение общности представляется оправданным.

Будем считать, что торцы анизотропной вставки граничат с полым волноводом, в котором существуют собственные моды одного типа. Поперечные составляющие полей этих мод даются выражениями [20]

$$\mathbf{E}_{mn}(x, y) = -A_{mn}^{\text{TE}} \frac{\sqrt{k_0 \mu}}{k_{mn} h_{mn}} [\mathbf{z}_0, \nabla_{\perp} \Psi_{mn}(x, y)] \tag{32}$$

для мод ТЕ-поляризации и

$$\mathbf{E}_{mn}(x, y) = -A_{mn}^{\text{TM}} \frac{h_{mn}}{k_{mn} \sqrt{k_0 \mu}} \nabla_{\perp} \Phi_{mn}(x, y) \tag{33}$$

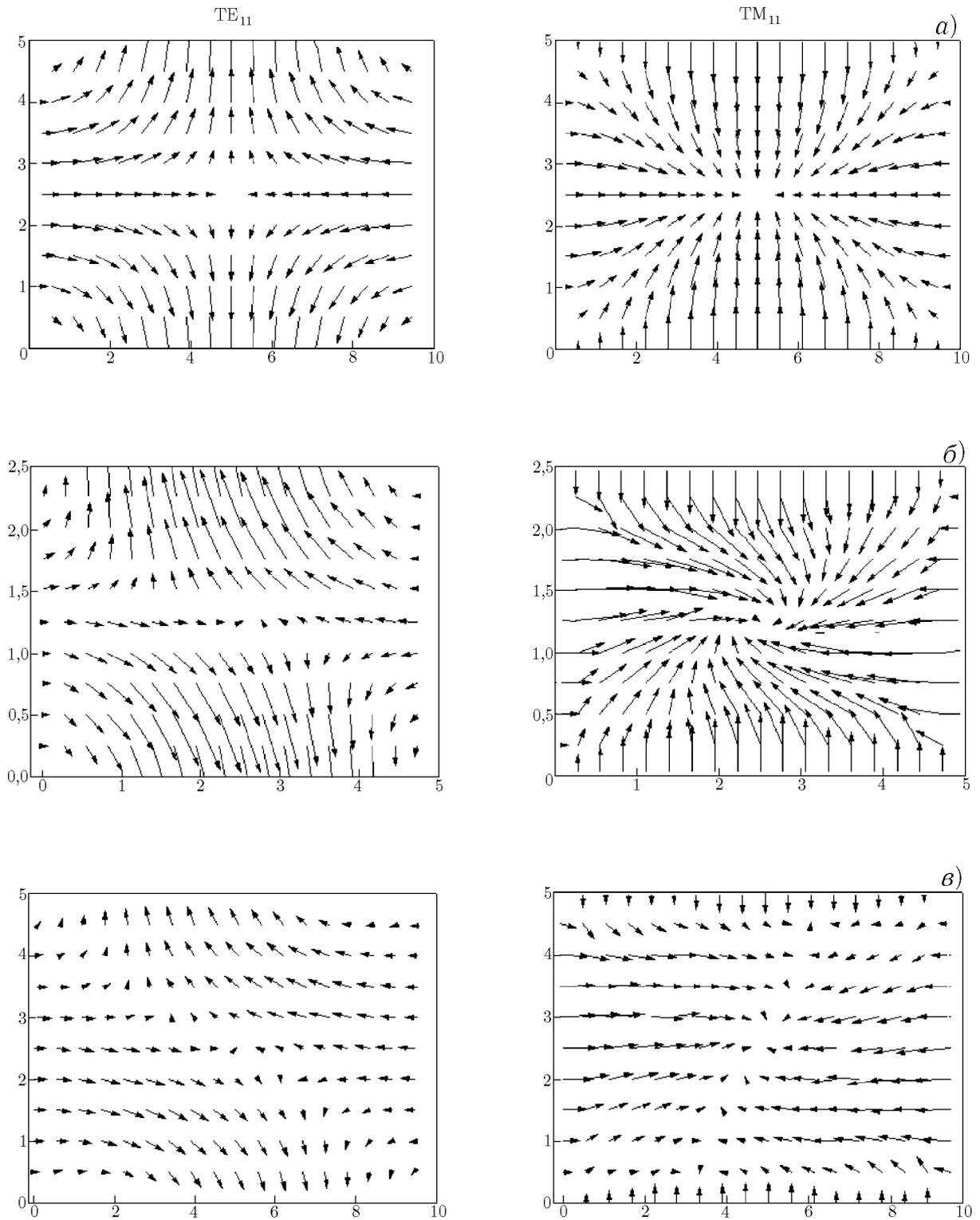


Рис. 6

для мод ТМ-поляризации. Здесь \mathbf{z}_0 — орт оси z , ∇_{\perp} — оператор набла, который действует по пере-

менным x и y ,

$$\Psi_{mn}(x, y) = \cos\left(\frac{\pi mx}{a}\right) \cos\left(\frac{\pi ny}{b}\right), \quad m = 0, 1, 2, \dots, \quad n = 0, 1, 2, \dots;$$

$$\Phi_{mn}(x, y) = \sin\left(\frac{\pi mx}{a}\right) \sin\left(\frac{\pi ny}{b}\right), \quad m = 1, 2, \dots, \quad n = 1, 2, \dots; \quad (34)$$

$$k_{mn}^2 = \left(\frac{\pi m}{a}\right)^2 + \left(\frac{\pi n}{b}\right)^2, \quad h_{mn} = \sqrt{k_0^2 \varepsilon \mu - k_{mn}^2}, \quad (35)$$

$$A_{mn}^{\text{TE}} = \sqrt{\frac{\alpha_m \alpha_n}{ab}}, \quad A_{mn}^{\text{TM}} = \frac{2}{\sqrt{ab}}; \quad (36)$$

a и b — размеры прямоугольного волновода. В (36) $\alpha_m = 1$ при $m = 0$ и $\alpha_m = 2$ при $m = 1, 2, \dots$, причём в выражениях для мод ТЕ-поляризации индексы m и n не могут равняться нулю одновременно.

При расчётах волноводная вставка разбивалась на $N_p = 10$, $N_q = 20$ и $N_r = 4$ частей вдоль осей x , y и z соответственно. При этом численно решалась система уравнений с 2400 неизвестными.

На рис. 6 представлены результаты расчёта силовых линий электрического поля мод ТЕ- и ТМ-поляризации для различных значений волнового числа в поперечном сечении анизотропной вставки при $z = c/2$, где c — продольный размер вставки. Здесь, как и ранее, ось x направлена вверх, а ось y — вправо. Для большей наглядности приведены картины полей для трёх случаев: (а) однородная изотропная вставка, характеризуемая скалярной магнитной проницаемостью $\mu = 2$, при $k_0 a = 5$; $k_0 b = 10$; (б) однородная анизотропная вставка с материальными параметрами $\mu_{\perp} = 4$, $\mu_{\parallel} = 2$, $\theta = 0^\circ$, $\varphi = 30^\circ$ при $k_0 a = 2,5$; $k_0 b = 5$; (в) однородная анизотропная вставка с теми же материальными параметрами, но при $k_0 a = 5$; $k_0 b = 10$. Диэлектрическая проницаемость всюду равна единице.

Представленные иллюстрации свидетельствуют о значительном влиянии анизотропии материала вставки и частоты волны на распределение силовых линий электромагнитного поля в поперечном сечении волноводной вставки. Данная работа является первым этапом решения задачи о возбуждении неоднородной анизотропной вставки в прямоугольном волноводе.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Numerical Techniques For Microwave and Millimeter Wave Passive Structures / Ed. by T. Itoh. New York: Wiley, 1989.
2. Janes R. H. // IEEE Trans. Microwave Theory Tech. 1985. V. 33. P. 1 043.
3. Dunleavy L. P., Katehi P. B. // IEEE Trans. Microwave Theory Tech. 1988. V. 36. P. 1 758.
4. Angkaew T., Matsuhara M., Kumagai N. // IEEE Trans. Microwave Theory Tech. 1987. V. 35. P. 117.
5. Cendes Z. // IEEE Spectrum. 1989. V. 26. P. 29.
6. Svedin J. // IEEE Trans. Microwave Theory Tech. 1989. V. 37. P. 1 708.
7. Nam S., Ling H., Itoh T. // IEEE Trans. Microwave Theory Tech. 1989. V. 37. P. 2 051.
8. So P., Eswarappa, Hofer W. // IEEE Trans. Microwave Theory Tech. 1989. V. 37. P. 1 877.
9. Yee K. S. // IEEE Trans. Antennas Propagat. 1966. V. 14. P. 302.
10. Taflove A., Brodwin M. E. // IEEE Trans. Microwave Theory Tech. 1975. V. 23. P. 623.
11. Taflove A., Umashancar K. // IEEE Trans. Electromagn. Compat. 1983. V. 25. P. 433.
12. Choi D. H., Hofer W. // IEEE Trans. Microwave Theory Tech. 1986. V. 34. P. 1 464.
13. Liang G. G., Liu Y. W., Mei K. K. // IEEE Trans. Microwave Theory Tech. 1989. V. 37. P. 1 949.
14. Sheen D. M., Ali S. M., Abouzahra M. D., Kong J. A. // IEEE Trans. Microwave Theory Tech. 1990. V. 38. P. 849.

15. Weiland T. // Particle Acceleration. 1984. V. 17. P. 2 340.
16. Weiland T. // IEEE Trans. Magn. 1984. V. 21. P. 2 340.
17. Christ A., Hartnagel Y. // IEEE Trans. Microwave Theory Tech. 1989. V. 35. P. 688.
18. Шульга С. М. // Вестн. Харьков. ун-та. Сер. РЭ. 1999. № 427. С. 64.
19. Фёдоров Ф. И. Оптика анизотропных сред. Минск: Изд-во АНН БССР, 1958.
20. Гольдштейн Л. Д., Зернов Н. В. Электромагнитные поля и волны. М.: Сов. радио, 1971.

¹ Харьковский национальный университет им. В. Н. Каразина,

Поступила в редакцию

² Харьковский государственный педагогический университет
им. Г. С. Сковороды, г. Харьков, Украина

1 апреля 2002 г.

**FIELD STRUCTURE IN THE CROSS SECTION OF A FERRITE INHOMOGENEOUS ANISOTROPIC INSERT
OF A RECTANGULAR WAVEGUIDE**

S. N. Shul'ga and V. I. Fesenko

We develop a physico-mathematical model describing excitation and distribution of electromagnetic waves in an anisotropic waveguide or resonator in the three-dimensional case. We develop a theoretical approach to discretization of the Maxwell equations in an arbitrary medium in the presence of bounding walls of a waveguide or resonator. The resulting system of linear algebraic equations for the electric-field components in an inhomogeneous anisotropic medium is solved by the method of biconjugate gradient. The results of calculating the electric field lines in the cross section of an anisotropic insert of a rectangular waveguide are presented.

УДК 621.301

МЕТОД РАЗДЕЛЕНИЯ МНОГОЛУЧЕВОГО ПОЛЯ В ЗАДАЧЕ ДЕКАМЕТРОВОЙ ИНТЕРФЕРОМЕТРИИ

В. Н. Шевченко

Минимизацией целевой функции в виде ℓ_2 -нормы получены алгоритмы анализа достоверности оценок числа лучей многолучевого поля и пространственных координат источника, основанные на критерии формы волнового фронта и обобщающие известные способы разделения многолучевого поля с заданным числом лучей. Приведены результаты численного моделирования для типичных ионосферных условий.

Многолучевое распространение радиоволн декаметрового диапазона представляет серьёзную проблему при определении углов прихода и приводит к возникновению больших ошибок при оценке местоположения источника излучения [1]. Технике определения (оценки) пеленгов при многолучевом распространении волн посвящено значительное число публикаций (см., например, [1–3]). Однако известные способы разделения многолучевого поля ориентированы на прогноз или на пока ещё несовершенные способы определения числа лучей и не приспособлены к распознаванию аномальных измерений, что приводит к низкой эффективности таких способов разделения на практике. В связи с этим задача модификации известных способов определения углов прихода поля, падающего на антенную решётку, в том числе и при многолучевом распространении с неизвестным числом лучей, является актуальной.

1. АНАЛИЗ ЗАДАЧИ РАЗДЕЛЕНИЯ МНОГОЛУЧЕВОГО ПОЛЯ

При наличии мешающих факторов результирующее поле на раскрыве приёмной антенной решётки, создаваемое источником излучения с длиной волны λ , в общем случае можно записать в виде

$$\dot{\mathbf{H}} = \dot{\gamma} \dot{\mathbf{R}} + \dot{\mathbf{\Xi}}, \quad (1)$$

где вектор-столбец $\dot{\mathbf{H}} = (\dot{h}_1, \dot{h}_2, \dots, \dot{h}_N)^T$ — измеренное амплитудно-фазовое распределение (АФР), $\dot{\mathbf{R}} = [\dot{r}_1(\alpha, \beta, d), \dot{r}_2(\alpha, \beta, d), \dots, \dot{r}_N(\alpha, \beta, d)]^T$ — известная вектор-функция, $\dot{\mathbf{\Xi}} = (\dot{\xi}_1, \dot{\xi}_2, \dots, \dot{\xi}_N)^T$ — вектор возмущений, $\dot{\gamma}$ — множитель, учитывающий неизвестные амплитуду и начальную фазу падающей волны, α и β — азимут и угол места источника соответственно, d — расстояние до источника, N — общее число элементов решётки; индекс Т обозначает операцию транспонирования. Помеху $\dot{\mathbf{\Xi}}$ будем считать неизвестным случайным гауссовым процессом. К мешающим факторам относятся случайные изменения амплитуд и фаз сигналов в различных каналах приёмной системы.

Определим скалярное произведение и норму N -мерных комплексных векторов соотношениями $(\mathbf{A}, \mathbf{B}) = \mathbf{A}^+ \mathbf{W} \mathbf{B}$ и $\|\mathbf{A}\|^2 = (\mathbf{A}, \mathbf{A})$ соответственно, где индекс плюс обозначает эрмитовое сопряжение, $\mathbf{W} = \text{diag}(w_n)$ — диагональная матрица размерности $N \times N$, $w_n > 0$ — весовые коэффициенты.

В качестве критерия оптимальности используем минимум квадрата ℓ_2 -нормы вектора невязок

$$\Delta^2 = C^2 \|\dot{\mathbf{H}} - \dot{\gamma} \dot{\mathbf{R}}\|^2 = C^2 (\dot{\mathbf{H}}^+ - \dot{\gamma}^* \dot{\mathbf{R}}^+) \mathbf{W} (\dot{\mathbf{H}} - \dot{\gamma} \dot{\mathbf{R}}), \quad (2)$$

где C^2 — нормировочный множитель, индекс звёздочка обозначает комплексное сопряжение.

При многолучевом распространении радиоволн результирующее поле на раскрыве приёмной антенны имеет вид

$$\dot{\mathbf{H}} = \dot{\mathbf{K}} + \dot{\mathbf{\Xi}}, \quad \dot{\mathbf{K}} = \dot{\mathbf{R}} \dot{\mathbf{A}}, \quad (3)$$

где $\dot{\mathbf{A}} = (\dot{a}_1, \dot{a}_2, \dots, \dot{a}_L)^T$, L — число лучей, \dot{a}_ℓ — комплексные амплитуды лучей, $\dot{\mathbf{R}}$ — матрица размерности $N \times L$ с элементами $\dot{r}_n(\alpha_\ell, \beta_\ell, d_\ell)$, а вместо выражения (2) следует записать

$$\Delta_L^2 = C^2 \|\dot{\mathbf{H}} - \dot{\mathbf{K}}\|^2 = C^2 (\dot{\mathbf{H}}^+ - \dot{\mathbf{A}}^+ \dot{\mathbf{R}}^+) \mathbf{W} (\dot{\mathbf{H}} - \dot{\mathbf{R}} \dot{\mathbf{A}}). \quad (4)$$

Требуется с учётом (1)–(4) разработать модифицированные процедуры оптимальной обработки АФР для однолучевого и многолучевого полей, а также проанализировать эффективность полученных результатов.

2. АЛГОРИТМЫ ОПТИМАЛЬНОЙ ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ

Отыскивая $\dot{\gamma}$ как корень уравнения $\partial(\Delta^2)/\partial\gamma^* = 0$ и полагая $C^{-2} = \|\dot{\mathbf{H}}\|^2 = \dot{\mathbf{H}}^+ \mathbf{W} \dot{\mathbf{H}}$, получаем выражение, обобщающее известные решения задачи при однолучевом распространении [4]:

$$\Delta^2 = 1 - |\dot{\mathbf{R}}^+ \mathbf{W} \dot{\mathbf{H}}|^2 / [(\dot{\mathbf{R}}^+ \mathbf{W} \dot{\mathbf{R}}) (\dot{\mathbf{H}}^+ \mathbf{W} \dot{\mathbf{H}})]. \quad (5)$$

Выражение (5) представляет собой нормированный квадрат невязки измеренного и модельного АФР для однолучевого поля при наблюдении на фоне неизмеряемых случайных мешающих параметров.

Если начальная фаза падающей волны исключается из измеренного АФР, параметр $\dot{\gamma}$ в выражении (1) следует считать вещественным и неотрицательным, а выражение (5) можно преобразовать к нормированному квадрату невязки при наблюдении на фоне измеряемых случайных мешающих параметров вида [4]:

$$\Delta_{\text{Re}}^2 = 1 - \frac{[\text{Re}(\dot{\mathbf{R}}^+ \mathbf{W} \dot{\mathbf{H}})]^2}{(\dot{\mathbf{R}}^+ \mathbf{W} \dot{\mathbf{R}}) (\dot{\mathbf{H}}^+ \mathbf{W} \dot{\mathbf{H}})} \theta[\text{Re}(\dot{\mathbf{R}}^+ \mathbf{W} \dot{\mathbf{H}})], \quad (6)$$

где $\theta(x)$ — функция Хевисайда.

Выражения (5) и (6) описывают отклонения измеренного распределения $\dot{\mathbf{H}}$ от модельного $\dot{\mathbf{R}}$ и могут быть использованы для анализа достоверности оценок $\hat{\alpha}$, $\hat{\beta}$, \hat{d} [5]. В предельном случае, соответствующем отсутствию шумов и искажений фронта волны, величины Δ^2 и Δ_{Re}^2 , вычисленные с использованием вектора $\dot{\mathbf{R}}$, моделирующего волну с параметрами $\hat{\alpha}$, $\hat{\beta}$, \hat{d} , равны нулю. Отметим, что использование реальной части формы $\dot{\mathbf{R}}^+ \mathbf{W} \dot{\mathbf{H}}$ вместо её модуля для нахождения оценок $\hat{\alpha}$, $\hat{\beta}$, \hat{d} (см. (6)) приводит к повышению точности оценок и снижению вероятности ложного пеленгования, особенно при использовании малоэлементных антенных решёток больших волновых размеров и малой мощности полезного сигнала [4–6].

Перейдём теперь к случаю многолучевого распространения. На первом этапе рассмотрим случай одновременных измерений сигналов с выходов всех антенн. Дифференцируя (4) по \dot{a}_i^* и решая соответствующую систему нормальных линейных уравнений, получим

$$\dot{\mathbf{A}} = (\dot{\mathbf{R}}^+ \mathbf{W} \dot{\mathbf{R}})^{-1} \dot{\mathbf{R}}^+ \mathbf{W} \dot{\mathbf{H}}. \quad (7)$$

Подставляя (7) в (4) и полагая, как и ранее, $C^{-2} = \dot{\mathbf{H}}^+ \mathbf{W} \dot{\mathbf{H}}$, имеем

$$\Delta_L^2 = 1 - \frac{\dot{\mathbf{H}}^+ \mathbf{W} \dot{\mathbf{R}} (\dot{\mathbf{R}}^+ \mathbf{W} \dot{\mathbf{R}})^{-1} \dot{\mathbf{R}}^+ \mathbf{W} \dot{\mathbf{H}}}{\dot{\mathbf{H}}^+ \mathbf{W} \dot{\mathbf{H}}}. \quad (8)$$

При последовательных во времени измерениях сигналов с выходов антенн, полагая без ограничения общности $\text{Sp } W = 1$, можно записать

$$\Delta_{L1}^2 = 1 - |\dot{\mathbf{K}}^+ \mathbf{U}^{-1} \mathbf{W} \dot{\mathbf{H}}^+|, \quad (9)$$

где \mathbf{U} — нормированная матрица [5].

Соотношения (8) и (9) являются эквивалентами (5) и (6) и могут быть использованы как для нахождения оценок $\hat{\alpha}_\ell$, $\hat{\beta}_\ell$, \hat{d}_ℓ , так и для анализа их достоверности с целью последующей фильтрации ошибок в задаче оценки параметров многолучевого поля. Отметим, что для поиска глобального экстремума квадрата невязки по переменным α_ℓ , β_ℓ , d_ℓ целесообразно использовать генетические алгоритмы, обладающие высокой вычислительной эффективностью. Однако наиболее важно, что соотношения (8) и (9) являются основой алгоритма определения числа лучей падающего поля, который будет рассматриваться далее.

3. РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ

Эффективность оценки параметров АФР предложенными модификациями однолучевого (6) и многолучевых (8), (9) алгоритмов была проверена в рамках численного эксперимента.

В ходе расчётов использовалась плоская кольцевая антенная решётка с числом элементов $N = 11$ и волновым радиусом 0,833. Отношение сигнал/шум q^2 определялось как отношение мощностей сигнала и гауссового шума на выходе отдельного антенного элемента решётки. Амплитуды отдельных лучей многолучевого поля полагались одинаковыми. Разность фаз между лучами от измерения к измерению случайно изменялась от 0 до 2π в соответствии с равномерным законом распределения. В связи с тем, что невязки (5), (6), (8) и (9) имеют смысл квадрата синуса угла между векторами измеренного и модельного АФР, перейдём к оценке невязки в угловом исчислении: $\sigma_L = \arcsin \sqrt{\Delta_L^2}$.

На рис. 1 представлены графики зависимости невязки $\sigma_1 = \sigma_{L=1}$ от отношения сигнал/шум q^2 , полученные с использованием (6) по 100 испытаниям при падении на решётку трёхлучевого (кривая 1), двухлучевого (кривая 2) и однолучевого (кривая 3) поля. Углы прихода лучей полагались равными $\alpha_1 = 160^\circ$, $\alpha_2 = 180^\circ$ и $\alpha_3 = 220^\circ$. При этом углы α_1 и α_2 принадлежат одному интервалу разрешения Релея. На кривых 1, 2 и 3 показаны дисперсии невязок. Из рис. 1 следует, что различие однолучевого и многолучевого полей при использовании однолучевого алгоритма обработки возможно при $q^2 \geq 9 \div 12$ дБ. Дополнительными испытаниями установлена высокая эффективность алгоритма, основанного на невязке σ_1 , при распознавании дефектов измерительной системы, таких, как отклонения координат элементов решётки от номинальных и амплитудно-фазовая неидентичность приёмных каналов.

На рис. 2 представлены графики невязки $\sigma_2 = \sigma_{L=2}$, полученные с использованием (8) по 100 испытаниям при падении на решётку трёхлучевого (кривая 1) и двухлучевого (кривая 2) поля. На кривых 1 и 2 показаны дисперсии невязок. Из рис. 2 следует, что различие двухлучевого и трёхлучевого полей при использовании двухлучевого алгоритма обработки возможно при $q^2 \geq 9 \div 12$ дБ.

Из сравнения рис. 1 и 2 следует, что согласование порядка модели (однолучевая, двухлучевая и т. д.) алгоритма с числом L лучей падающего поля приводит к существенному снижению невязки. Так, в случае падения на решётку двухлучевого поля при $q^2 = 12$ дБ невязка однолучевого и двухлучевого алгоритмов равны соответственно $\sigma_1 = 34^\circ$ и $\sigma_2 = 12^\circ$. Отсюда следует, что невязки однолучевых (5), (6) и многолучевых (8), (9) алгоритмов могут быть использованы для определения числа лучей падающего поля следующим образом:

1) вычисляется, например, невязка Δ_{Re}^2 , основанная на однолучевой модели поля, и невязка $\Delta_{L=2}^2$, основанная на двухлучевой модели;

2) если выполняется условие $\Delta_{L=2}^2 \leq \Delta_{\text{Re}}^2$, то принимается решение, что поле не однолучевое;

3) увеличение порядка алгоритма продолжается до тех пор, пока невязка Δ_L^2 уменьшается. Порядок алгоритма, при котором невязка Δ_L^2 достигла минимума, соответствует числу лучей в анализируемом поле.

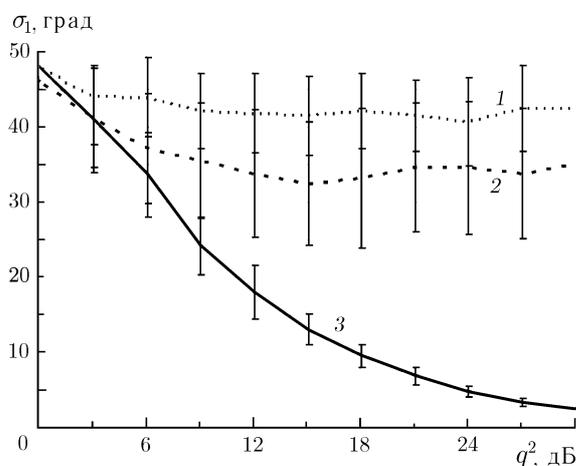


Рис. 1. Норма невязки как функция отношения сигнал/шум при однолучевом алгоритме; кривая 1 — трёхлучевое поле ($\alpha_1 = 160^\circ$; $\alpha_2 = 180^\circ$; $\alpha_3 = 220^\circ$); кривая 2 — двухлучевое поле ($\alpha_1 = 160^\circ$; $\alpha_2 = 180^\circ$); кривая 3 — однолучевое поле ($\alpha_1 = 160^\circ$)

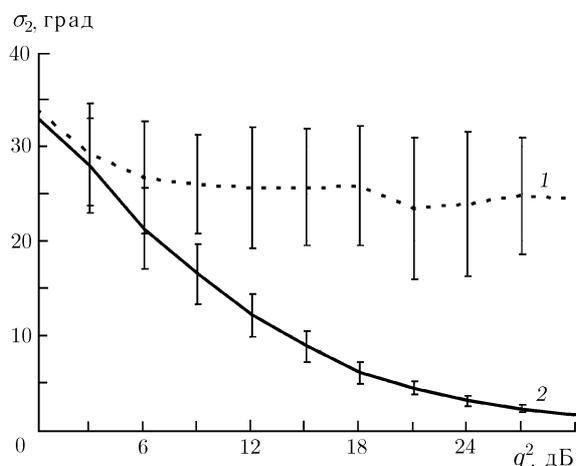


Рис. 2. Норма невязки как функция отношения сигнал/шум при двухлучевом алгоритме; кривая 1 — трёхлучевое поле ($\alpha_1 = 160^\circ$; $\alpha_2 = 180^\circ$; $\alpha_3 = 220^\circ$); кривая 2 — двухлучевое поле ($\alpha_1 = 160^\circ$; $\alpha_2 = 180^\circ$)

Перейдём к исследованию эффективности разновидностей (8) и (9) многолучевого алгоритма. На рис. 3 приведены зависимости средних оценок азимутальных углов прихода двухлучевого поля от q^2 при использовании однолучевого алгоритма (6) (кривая 3) и двухлучевого алгоритма (8) (кривые 1 и 2). На кривых 1 и 2 показаны дисперсии оценок. Из рис. 3 следует, что кривые 1 и 2, в отличие от кривой 3, при $q^2 \geq 9 \div 12$ дБ практически дают истинные направления прихода лучей.

Перейдём к гистограммному анализу сравнительной эффективности алгоритмов (6) и (8) при фиксированном значении $q^2 = 15$ дБ. На первом этапе рассмотрим случай большого отличия углов прихода лучей. В данном эксперименте углы прихода лучей полагались равными $\alpha_1 = 120^\circ$ и $\alpha_2 = 170^\circ$. На рис. 4а, б приведены гистограммы распределений оценок углов прихода, полученные при использовании алгоритмов (6) и (8) соответственно. По оси ординат отложена вероятность (относительная частота) попадания найденных углов прихода в ячейку гистограммы размером 2° , при общем числе независимых испытаний 10^3 . Из рис. 4а, б следует, что в данном случае сигналы лучей разделяются обоими алгоритмами. В правом верхнем углу рис. 4а—б приведены оценки углов прихода и соответствующие им вероятности, найденные по первым двум максимумам гистограммы. Алгоритм (6) чувствителен к разности фаз между лучами, что приводит к раздвоению гистограммы в области истинного направления прихода каждого из лучей и, как следствие, к смещению оценок на 4° . На рис. 4в, г приведены результаты моделирования для случая малого отличия углов прихода лучей: $\alpha_1 = 160^\circ$, $\alpha_2 = 170^\circ$. Видно, что алгоритм (6) в этом случае не разделяет лучи. Дополнительными испытаниями выявлено, что разрешающая способность алгоритма (8) в определённой степени зависит от

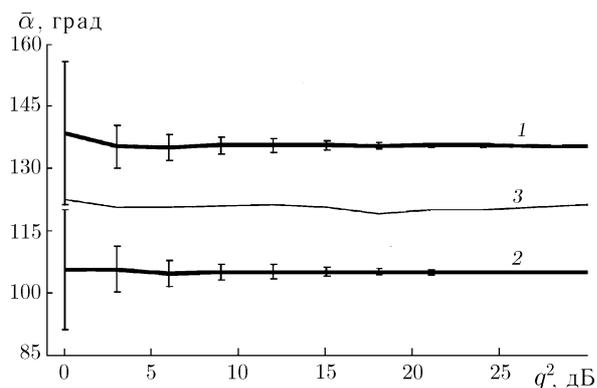


Рис. 3. Средние значения оценок азимутальных углов прихода как функция отношения сигнал/шум: $\alpha_1 = 135,5^\circ$, $\alpha_2 = 105,0^\circ$, $a_2/a_1 = 1,0$; кривые 1, 2 — многолучевой алгоритм; кривая 3 — однолучевой алгоритм

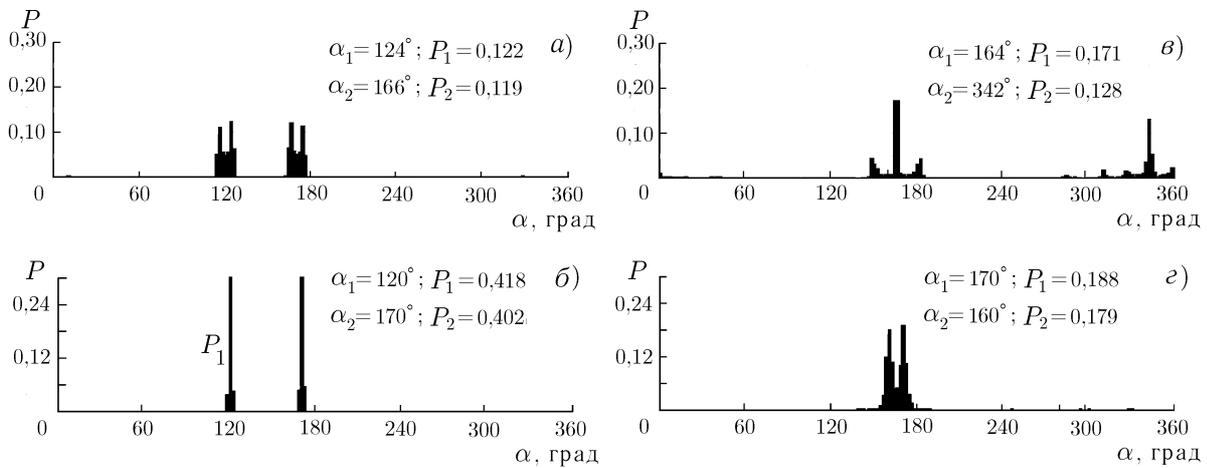


Рис. 4. Гистограммы распределений оценок углов прихода лучей при однолучевом алгоритме (а, в) и двухлучевом алгоритме (б, г)

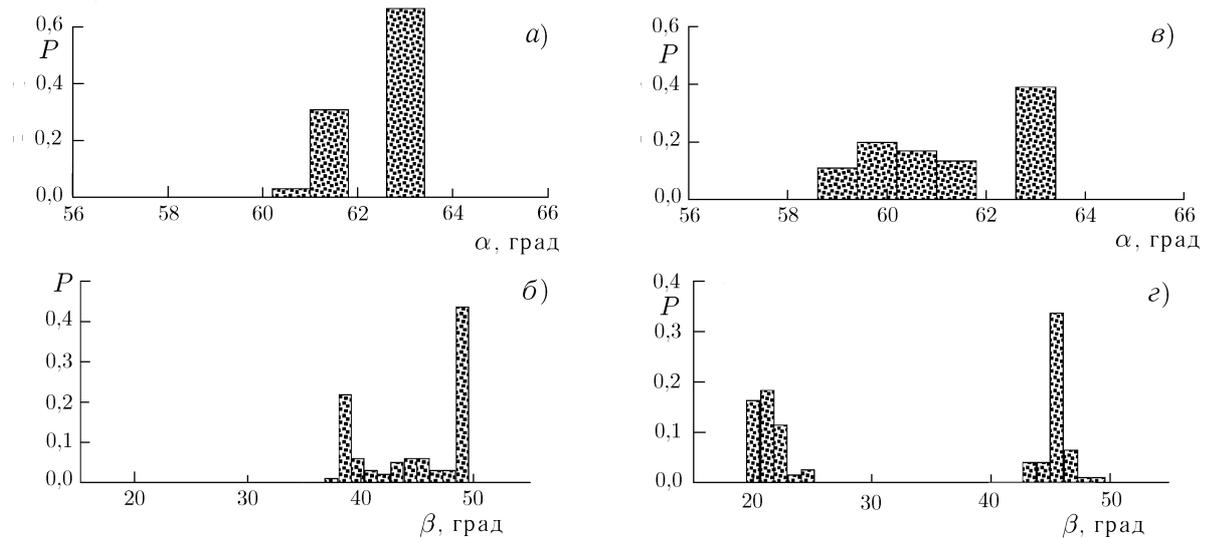


Рис. 5. Гистограммы распределений оценок углов прихода лучей при однолучевом алгоритме (а, б) и двухлучевом алгоритме (в, г)

разности фаз между сигналами лучей. Наихудшим в этом смысле является случай нулевой разности фаз. Наряду с воздействием шумов это приводит к «замыванию» гистограммы в области углов, лежащих между истинными углами прихода лучей, что наглядно видно на рис. 4г. При фазовом сдвиге между сигналами лучей, равном π , разрешающая способность алгоритма (8) возрастает. Однако наблюдается систематическое смещение оценок углов прихода обоих лучей на $3^\circ \div 4^\circ$.

В заключение рассмотрим эффективность алгоритма (9). На рис. 5 приведены гистограммы распределений оценок углов прихода по азимуту α и углу места β при $q^2 = 10$ дБ и использовании однолучевого алгоритма (6) (рис. 5а, б) и двухлучевого алгоритма (9) (рис. 5в, г). В данном эксперименте использовалась кольцевая антенная решётка с числом элементов $N = 12$ и волновым радиусом 1,5. В качестве исходных данных были выбраны условия, складывающиеся на трассе распространения декаметровых радиоволн протяжённостью 500 км. При этом суммарное поле в точке приёма представлялось в виде результата интерференции двух мод распространения, отражающихся от слоёв E и F_2 ионосферы [3]. Истинные углы прихода первого луча равны $\alpha_1 = 60^\circ$ и $\beta_1 = 22^\circ$, второго луча —

$\alpha_2 = 63^\circ$ и $\beta_2 = 46^\circ$, а отношение амплитуд лучей $a_2/a_1 = 0,7$. Из рис. 5 следует, что в отличие от (6) алгоритм (9) при данных условиях эксперимента справляется с задачей разделения двухлучевого поля.

Таким образом, в настоящей работе предложена процедура оптимизации оценки параметров принимаемого однолучевого и многолучевого поля, разработанная на основе минимизации ℓ_2 -нормы невязки. Полученные результаты дополняют известные решения алгоритмами оценки числа лучей (коррелированных сигналов) исследуемого поля и анализа достоверности оценок углов прихода при различных уровнях априорной неопределённости относительно мешающих параметров. Методики определения числа лучей и достоверности оценок, основанные на критерии формы волнового фронта [4, 7], и разновидности однолучевого и многолучевого алгоритмов могут быть применены для решения более широкого круга задач, связанных с определением направления и местоположения источников излучения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Алимов В. А., Токарев Ю. В. // Изв. вузов. Радиофизика. 2001. Т. 44, № 7. С. 555.
2. Фалькович С. Е., Хомяков Э. Н. Статистическая теория измерительных радиосистем. М.: Радио и связь, 1981.
3. Айфрамovich Э. Л. Интерференционные методы радиозондирования ионосферы. М.: Наука, 1982.
4. Ivanov N. M., Vertogradov G. G., Shevchenko V. N. // AP 2000 Millennium Conference on Antennas and Propagation. Davos, 9–14 April 2000. V. 1. P. 187.
5. Shevchenko V. N., Ivanov N. M., Vertogradov G. G. // The 2nd European Workshop of Conformal Antennas. Netherlands, 24–25 April 2001. V. 2. P. 69.
6. Способ определения двумерного пеленга и частоты источников радиоизлучения: Патент № 2150122 РФ на изобретение / Шевченко В. Н., Вертоградов Г. Г., Иванов Н. М. Опубл. 2000; RU БИПМ № 15.
7. Шевченко В. Н. // Радиотехника. 2002. № 12. С. 16.

Государственное конструкторское бюро АПС «Связь»,
г. Ростов-на-Дону, Россия

Поступила в редакцию
26 марта 2002 г.

A METHOD FOR DIVISION OF A MULTIPATH FIELD IN THE PROBLEM OF DECAMETER INTEROMETRY

V. N. Shevchenko

By minimizing an objective function in the form of the ℓ_2 norm, we obtain algorithms for analyzing the reliability of estimating the number of paths of a multipath field and the spatial coordinates of a source. The proposed methods, based on the criterion of wavefront shape, generalize the known techniques for the division of a multipath field with a given number of paths. We present the results of numerical simulations for typical ionospheric conditions.

УДК 621.391.1

АДАПТИВНАЯ ОБРАБОТКА СИГНАЛОВ В АНТЕННЫХ РЕШЁТКАХ С УЧЁТОМ РАНГА МАТРИЦЫ ИМПУЛЬСНОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ МНОГОЛУЧЁВОГО КАНАЛА

А. Г. Флакман

Рассматривается адаптивная пространственная обработка сигналов в антенных решётках в условиях многолучёвого распространения. Показано, что оценка элементов матрицы многоканальной импульсной характеристики (МКИХ) в приёмных антенных каналах недостаточна для построения такой обработки: необходимо также определить ранг матрицы МКИХ, который равен минимальному числу адаптивных пространственных каналов для приёма многолучёвого сигнала. Предложен пороговый метод оценки ранга матрицы МКИХ на основе статистических свойств максимально правдоподобных оценок элементов этой матрицы и априорной информации о свойствах собственного шума в приёмных каналах системы. Получены оценки весовых векторов диаграммообразующей схемы, обеспечивающей адаптивную пространственную обработку сигналов.

ВВЕДЕНИЕ

Реализация эффективной пространственной обработки сигналов в антенных решётках является важной и сложной проблемой для перспективных систем радиосвязи, особенно для мобильных систем, часто работающих в условиях быстрых и глубоких замираний сигналов. Для её решения необходима непрерывная оценка многоканальных импульсных характеристик (МКИХ) для всех пар передающих и приёмных антенн. Оценка МКИХ на фоне собственных шумов является статистической задачей и решается, как правило, на основе поиска максимума функции правдоподобия или минимума среднеквадратической ошибки [1–5]. Для её решения либо используется известная псевдошумовая обучающая (тренирующая) последовательность [1, 2], либо МКИХ оценивается одновременно с приёмом информационных данных [3, 4]. В условиях быстрых замираний сигнала ошибка в оценке МКИХ пропорциональна числу антенн и может приводить к значительному снижению эффективности систем связи [6].

Однако знание матрицы МКИХ является необходимым, но недостаточным условием для построения адаптивной пространственной обработки сигналов в антенных решётках в условиях многолучёвого распространения. Важной характеристикой системы является ранг матрицы МКИХ. Это независимый параметр, характерный только для случая многоканального и многолучёвого распространения сигналов. Он равен числу линейно независимых строк или столбцов матрицы МКИХ и определяет минимальное необходимое число адаптивных пространственных каналов для приёма многолучёвого сигнала. Поэтому знание ранга матрицы МКИХ, наряду со знанием элементов самой матрицы МКИХ, даёт возможность строить эффективные системы адаптивной многоканальной пространственной обработки сигналов.

Проблема оценки ранга матрицы МКИХ аналогична проблеме оценки числа источников сигналов, принимаемых антенной решёткой (см., например, [7]). Отметим, что максимально правдоподобных оценок числа источников сигналов не существует. В [8, 9] предложен высокоэффективный пороговый метод, основанный на использовании априорной информации о статистических свойствах собственного шума в приёмных каналах, которые, как правило, являются известными. Решение задачи получено путём разделения с помощью порогового метода собственных чисел корреляционной матрицы входного процесса на шумовые и сигнальные.

В настоящей работе исследуется проблема построения адаптивной пространственной обработки сигналов в антенной решётке в условиях многолучёвого распространения. Такая обработка обеспечивается с помощью адаптивной диаграммообразующей схемы (АДОС) и основана на оценке ранга матрицы МКИХ. Для оценки ранга матрицы МКИХ предложен аналогичный [8, 9] пороговый метод, использующий априорную информацию о статистических свойствах собственного шума в приёмных каналах, а также статистические свойства максимально правдоподобных оценок элементов матрицы МКИХ. Получены оценки весовых векторов АДОС.

1. РАНГ МАТРИЦЫ МКИХ И ПРОСТРАНСТВЕННАЯ ОБРАБОТКА СИГНАЛОВ В АНТЕННОЙ РЕШЁТКЕ

При использовании многоэлементных антенных решёток на обоих концах линии связи необходимо оценить импульсную характеристику для всех пар передающих и приёмных антенн. Число используемых псевдошумовых обучающих последовательностей должно быть равно числу передающих антенн, что необходимо для разделения различных обучающих последовательностей в каждом приёмном канале. Тогда для каждой передающей антенны МКИХ оценивается независимо, и достаточно рассмотреть случай одной передающей антенны и произвольного числа приёмных антенн.

Пусть для оценки МКИХ N -элементной антенной решётки используется известная обучающая последовательность, состоящая из L_s сигналов. Для p -й антенны, где $p = 1, 2, \dots, N$, комплексную амплитуду принимаемого сигнала можно представить в виде

$$x_p(j) = \sum_{i=0}^{m_p} h_p(i)s(j-i) + \zeta_p(j), \quad (1)$$

где $h_p(i)$ — импульсная характеристика p -го приёмного канала, имеющая длительность $m_p + 1$, $s(j)$ — j -й сигнал обучающей последовательности, $\zeta_p(j)$ — комплексная амплитуда собственного шума в p -м приёмном канале, i и j — дискретное время. Обучающая последовательность может быть различной. В случае простейшей модуляции, когда одному сигналу соответствует один информационный бит, эта последовательность состоит из L_s импульсов, каждый из которых имеет одинаковую величину, равную $+1$ или -1 , т. е. сигнал $s(j)$ в (1) является действительным: $s(j) = \pm 1$.

Импульсная характеристика $h_p(i)$ в дискретной форме представляет собой отклик на один входной импульс, а её длительность выражается некоторым числом $m_p + 1$ импульсов. Первый импульс является незадержанным, а остальные m_p импульсов имеют задержки из-за многолучёвого распространения сигналов. Длительность импульсной характеристики в различных антенных каналах может быть различной. Пусть m — максимальная длительность, т. е. $m = \max\{m_1, m_2, \dots, m_N\}$. Тогда длина L последовательности входных данных с учётом запаздывания сигналов равна $L = L_s + m$. Собственный шум приёмных каналов будем считать комплексным гауссовым процессом, некоррелированным по временным отсчётам входного процесса. Среднее значение амплитуды собственного шума $\langle \zeta_p(j) \rangle = 0$, дисперсия $\langle |\zeta_p(j)|^2 \rangle = \sigma_0^2$; здесь угловые скобки обозначают статистическое среднее.

Совокупность всех принятых сигналов можно представить в виде прямоугольной матрицы $\mathbf{X} = (\mathbf{X}_1, \mathbf{X}_2, \dots, \mathbf{X}_N)^T$ размерности $N \times L$, в которой p -тая строка представляет собой вектор входного процесса в p -й антенне $\mathbf{X}_p^T = (x_p(1), x_p(2), \dots, x_p(L))$, где индекс T обозначает транспонирование. Собственные шумы в приёмных каналах будем описывать прямоугольной матрицей $\mathbf{Z} = (\mathbf{Z}_1, \mathbf{Z}_2, \dots, \mathbf{Z}_N)^T$ размерности $N \times L$, в которой \mathbf{Z}_p^T — вектор-строка шума в p -м канале в различные моменты времени.

Прямоугольную матрицу \mathbf{H} МКИХ размерности $N \times (m + 1)$ удобно представить либо в виде набора векторов-строк $\mathbf{H}_1^T, \mathbf{H}_2^T, \dots, \mathbf{H}_N^T$, либо в виде набора векторов-столбцов $\mathbf{H}(0), \mathbf{H}(1), \mathbf{H}(2), \dots, \mathbf{H}(m)$, т. е. $\mathbf{H} = (\mathbf{H}_1, \mathbf{H}_2, \dots, \mathbf{H}_N)^T$ или $\mathbf{H} = (\mathbf{H}(0), \mathbf{H}(1), \dots, \mathbf{H}(m))$. Вектор-строка $\mathbf{H}_p^T =$

$= (h_p(0), h_p(1), h_p(2), \dots, h_p(m))$ описывает сигналы, принимаемые p -й антенной в различные моменты времени. Вектор-столбец $\mathbf{H}(n) = (h_1(n), h_2(n), \dots, h_N(n))^T$ даёт сигналы в разных приёмных каналах в n -й момент времени. При этом $\mathbf{H}(0)$ определяет незадержанные сигналы ($n = 0$), $\mathbf{H}(1)$ — сигналы, задержанные на один импульс ($n = 1$), $\mathbf{H}(2)$ — сигналы, задержанные на два импульса ($n = 2$), и т. д.

Введём в рассмотрение L -мерные векторы $\mathbf{S}_0, \mathbf{S}_1, \mathbf{S}_2, \dots, \mathbf{S}_m$ обучающих сигналов: $\mathbf{S}_0 = (s(1), s(2), \dots, s(L_s), 0, 0, \dots, 0)^T$ — вектор-столбец незадержанной обучающей последовательности, в котором последние m элементов являются нулевыми; $\mathbf{S}_1 = (0, s(1), \dots, s(L_s - 1), s(L_s), 0, 0, \dots, 0)^T$ — вектор-столбец задержанной на один импульс обучающей последовательности, в котором первый и последние $m - 1$ элементов нулевые; наконец, $\mathbf{S}_m = (0, 0, \dots, 0, s(1), s(2), \dots, s(L_s))^T$ — вектор-столбец обучающей последовательности, задержанной на максимальное число m импульсов, в котором первые m элементов нулевые. Векторы $\mathbf{S}_0, \mathbf{S}_1, \mathbf{S}_2, \dots, \mathbf{S}_m$ объединим в матрицу $\mathbf{S} = (\mathbf{S}_0, \mathbf{S}_1, \mathbf{S}_2, \dots, \mathbf{S}_m)^T$ размерности $(m + 1) \times L$.

Выражение (1) представим в матричной форме:

$$\mathbf{X} = \mathbf{HS} + \mathbf{Z}. \quad (2)$$

В случае многоканальных систем оценки элементов матрицы \mathbf{H} МКИХ недостаточно для построения адаптивной пространственной обработки сигналов. Необходимо найти ещё один параметр матрицы \mathbf{H} МКИХ, а именно её ранг r , который определяет число линейно независимых строк или столбцов этой матрицы. Чтобы пояснить физический смысл ранга матрицы \mathbf{H} , рассмотрим частные случаи.

1) Матрица \mathbf{H} содержит один столбец $\mathbf{H}(0) = (h_1(0), h_2(0), \dots, h_N(0))^T$. Это означает, что задержанные сигналы отсутствуют ($m = 0$). В этом случае ранг матрицы \mathbf{H} всегда равен единице ($r = 1$).

2) Матрица \mathbf{H} содержит одну строку $\mathbf{H}_1^T = (h_1(0), h_1(1), h_1(2), \dots, h_1(m))$, т. е. для приёма сигналов используется одна антенна ($N = 1$). В этом случае независимо от числа задержанных сигналов ранг матрицы \mathbf{H} также равен единице ($r = 1$).

3) Матрица \mathbf{H} содержит два столбца, $\mathbf{H}(0)$ и $\mathbf{H}(1)$, т. е. $m = 1$. Наличие второго столбца показывает, что в канале связи имеются сигналы, задержанные на один импульс. Элементы этого столбца дают распределение амплитуды и фазы задержанного сигнала в N антеннах. Теперь ранг матрицы \mathbf{H} равен двум ($r = 2$), однако, если второй столбец отличается от первого постоянным множителем, то эти столбцы будут линейно зависимыми, и ранг матрицы \mathbf{H} будет равен единице ($r = 1$). Это возможно только в случае, когда незадержанный и задержанный сигналы приходят с одного и того же направления.

Рассмотренные частные случаи можно обобщить на случай, когда матрица \mathbf{H} содержит $m + 1$ столбцов, т. е. имеется m задержанных сигналов. Если задержанных сигналов меньше, чем приёмных антенн ($m + 1 < N$), то ранг матрицы \mathbf{H} может принимать некоторое значение r в пределах от 1 до $m + 1$, т. е. $1 \leq r \leq m + 1$. Тогда из $m + 1$ столбцов матрицы \mathbf{H} линейно независимыми будут только r столбцов. Каждый столбец является сигнальным вектором в N -мерном векторном пространстве, поэтому ранг r показывает размерность сигнального подпространства, в котором содержатся сигнальные векторы МКИХ для моментов времени $0, 1, 2, \dots, m$. Когда число задержанных сигналов больше или равно числу приёмных антенн ($m + 1 \geq N$), ранг матрицы \mathbf{H} удовлетворяет неравенству $1 \leq r \leq N$, т. е. определяется числом приёмных антенн.

Если ранг матрицы \mathbf{H} меньше числа приёмных каналов ($r < N$), то сигналы, принятые N антеннами, можно преобразовать так, что они будут присутствовать только в r каналах. Такое преобразование, показанное на рис. 1, осуществляется с помощью АДЭС и является линейным. Поэтому выходной сигнал АДЭС является линейной комбинацией N входных сигналов, имеющих одинаковые задержки.

Найдём матрицу преобразования сигналов в АДЭС. Представим матрицу МКИХ в виде сингуляр-

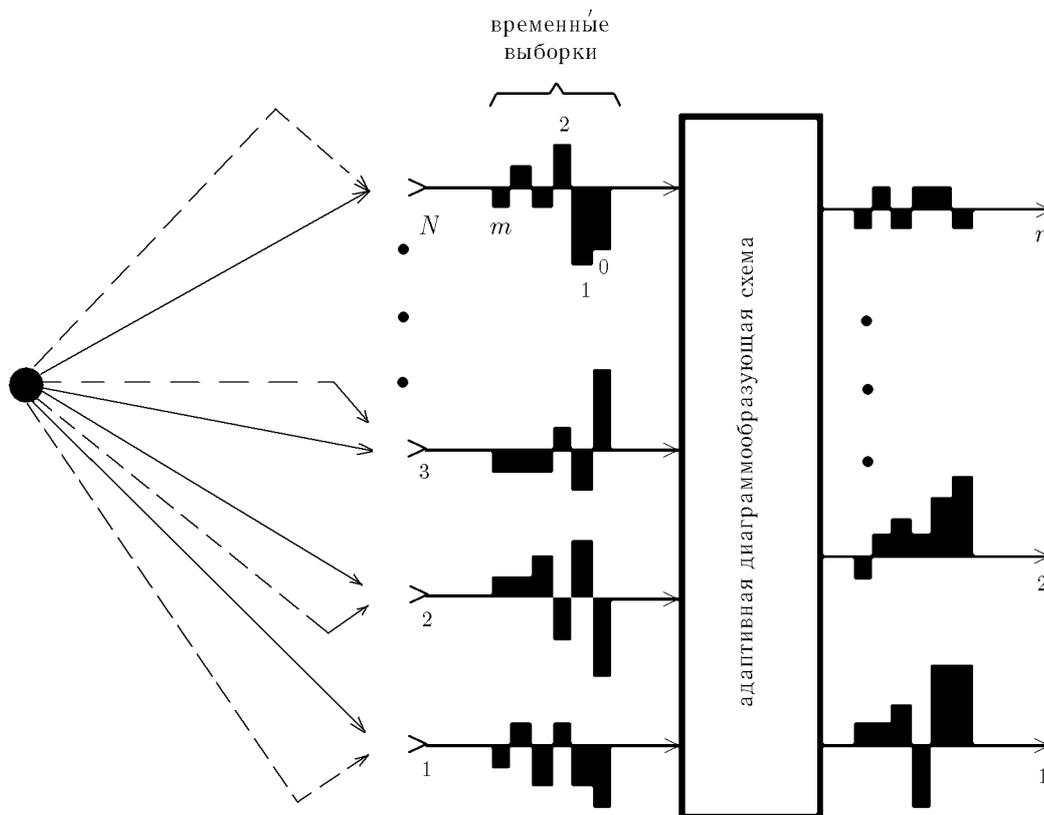


Рис. 1

ного разложения [10]:

$$\mathbf{H} = \sum_{k=1}^r \sqrt{\lambda_k} \mathbf{U}_k \mathbf{V}_k^H = \mathbf{U} \mathbf{\Lambda}^{1/2} \mathbf{V}^H, \tag{3}$$

где матрицы $\mathbf{U} = (\mathbf{U}_1, \mathbf{U}_2, \dots, \mathbf{U}_r)$ и $\mathbf{V} = (\mathbf{V}_1, \mathbf{V}_2, \dots, \mathbf{V}_r)$ состоят из собственных векторов матриц $\mathbf{H}\mathbf{H}^H$ и $\mathbf{H}^H\mathbf{H}$ соответственно, $\mathbf{\Lambda} = \text{diag}\{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_r\}$ — диагональная матрица ненулевых собственных чисел этих матриц ($\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_r$), индекс H обозначает эрмитовое сопряжение.

В качестве весовых векторов АДОС можно выбрать собственные векторы $\mathbf{U}_1, \mathbf{U}_2, \dots, \mathbf{U}_r$ матрицы $\mathbf{H}\mathbf{H}^H$. Тогда матрица $\mathbf{U} = (\mathbf{U}_1, \mathbf{U}_2, \dots, \mathbf{U}_r)$ является матрицей преобразования сигналов в АДОС, а матрица выходных сигналов АДОС с размерностью $r \times L$ равна

$$\mathbf{Y} = \mathbf{U}^H \mathbf{X} = \mathbf{\Lambda}^{1/2} \mathbf{V}^H \mathbf{S} + \mathbf{U}^H \mathbf{Z}, \tag{4}$$

или

$$\mathbf{Y} = \tilde{\mathbf{H}} \mathbf{S} + \tilde{\mathbf{Z}}, \tag{5}$$

где $\tilde{\mathbf{Z}} = \mathbf{U}^H \mathbf{Z}$ — матрица собственных шумов на выходе АДОС, $\tilde{\mathbf{H}} = \mathbf{\Lambda}^{1/2} \mathbf{V}^H$.

Из сравнения (2) и (5) видно, что матрица $\tilde{\mathbf{H}}$ представляет собой эффективную МКИХ, учитывающую распространение сигналов в пространственном канале и их преобразование в АДОС. В соответствии с (4) $\tilde{\mathbf{H}}$ можно представить в виде матрицы, состоящей из r собственных векторов матрицы $\mathbf{H}^H\mathbf{H}$:

$$\tilde{\mathbf{H}} = \left(\sqrt{\lambda_1} \mathbf{V}_1, \sqrt{\lambda_2} \mathbf{V}_2, \dots, \sqrt{\lambda_r} \mathbf{V}_r \right)^H. \tag{6}$$

Матрица $\tilde{\mathbf{H}}$ является, вообще говоря, прямоугольной и имеет меньшую или одинаковую размерность по сравнению с матрицей \mathbf{H} , равную $r \times (m + 1)$. Аналогично матрице \mathbf{H} её можно представить либо в виде набора векторов-строк: $\tilde{\mathbf{H}} = (\tilde{\mathbf{H}}_1, \tilde{\mathbf{H}}_2, \dots, \tilde{\mathbf{H}}_r)^T$, либо в виде набора векторов-столбцов: $\tilde{\mathbf{H}} = (\tilde{\mathbf{H}}(0), \tilde{\mathbf{H}}(2), \dots, \tilde{\mathbf{H}}(m))$. Вектор-строка $\tilde{\mathbf{H}}_q^T$ описывает выходные сигналы в q -м канале АДОС в различные моменты времени. Вектор-столбец $\tilde{\mathbf{H}}(n)$ даёт сигналы в разных выходных каналах АДОС в n -й момент времени.

Таким образом, любую МКИХ можно представить в виде разложения (3), из которого следует, что свойства МКИХ антенной решётки полностью определяются свойствами квадратных матриц $\mathbf{H}\mathbf{H}^H$ и $\mathbf{H}^H\mathbf{H}$. Эти матрицы имеют одинаковые ненулевые собственные числа, а их собственные векторы связаны между собой [10]. Матрица $\mathbf{H}^H\mathbf{H}$ имеет размерность $(m + 1) \times (m + 1)$, определяемую числом задержанных сигналов в канале связи, а размерность матрицы $\mathbf{H}\mathbf{H}^H$, равная $N \times N$, определяется числом антенн. Поэтому в случае $(m + 1) < N$ целесообразно вычислять собственные числа и векторы матрицы $\mathbf{H}^H\mathbf{H}$. В противоположном случае, когда $m + 1 \geq N$, удобнее работать с матрицей $\mathbf{H}\mathbf{H}^H$. Матрицы $\mathbf{H}\mathbf{H}^H$ и $\mathbf{H}^H\mathbf{H}$ имеют одинаковый ранг r , который определяет число выходных каналов АДОС.

Отметим важные свойства преобразования сигналов в АДОС. Во-первых, векторы-строки матрицы $\tilde{\mathbf{H}}$, которые дают временные отсчёты сигналов на выходе АДОС, являются ортогональными, т. к. матрица $\tilde{\mathbf{H}}\tilde{\mathbf{H}}^H$ является диагональной. В самом деле, $\tilde{\mathbf{H}}\tilde{\mathbf{H}}^H = \mathbf{\Lambda}^{1/2}\mathbf{V}^H\mathbf{V}\mathbf{\Lambda}^{1/2} = \mathbf{\Lambda}$. Сигналы на входе АДОС таким свойством не обладают. Во-вторых, векторы-строки матрицы $\tilde{\mathbf{H}}$ не только ортогональны между собой, но также являются собственными векторами матрицы $\mathbf{H}^H\mathbf{H}$. Например, для k -й строки $\tilde{\mathbf{H}}_k^T$ матрицы $\tilde{\mathbf{H}}$ с помощью (3) получим $\mathbf{H}^H\mathbf{H}\tilde{\mathbf{H}}_k = \lambda_k\tilde{\mathbf{H}}_k$. В-третьих, АДОС не изменяет статистические свойства собственных шумов, которые являются некоррелированными в разных выходных каналах АДОС, т. к. весовые векторы АДОС $\mathbf{U}_1, \mathbf{U}_2, \dots, \mathbf{U}_r$, являясь собственными векторами матрицы $\mathbf{H}\mathbf{H}^H$, ортогональны между собой. Таким образом, временные последовательности смеси сигналов и шумов в различных выходных каналах АДОС являются независимыми. Это даёт возможность значительно упростить их временную обработку за счёт использования в каждом из параллельных каналов АДОС известные для одноканальных систем связи принципы и устройства декодирования и демодуляции [2, 11].

Приведём два простых примера преобразования сигналов в АДОС. В первом из них рассмотрим случай, когда задержанные сигналы отсутствуют, т. е. матрица \mathbf{H} имеет один столбец $\mathbf{H}(0)$. Тогда матрица $\mathbf{H}^H\mathbf{H}$ вырождается в число $\mathbf{H}^H(0)\mathbf{H}(0)$, а матрица $\mathbf{H}\mathbf{H}^H = \mathbf{H}(0)\mathbf{H}^H(0)$ имеет ранг $r = 1$. Единственное отличное от нуля собственное число $\lambda_1 = \mathbf{H}^H(0)\mathbf{H}(0)$, а соответствующий ему нормированный собственный вектор $\mathbf{U}_1 = \lambda_1^{-1/2}\mathbf{H}(0)$. АДОС (см. рис. 1) формирует только один выходной канал с весовым вектором \mathbf{U}_1 , который обеспечивает когерентное суммирование N входных сигналов. Сигнал на выходе АДОС представляет собой один импульс с амплитудой $\mathbf{H}^H(0)\mathbf{U}_1 = \mathbf{H}^H(0)\mathbf{H}(0)\lambda_1^{-1/2} = \lambda_1^{1/2}$.

Пусть теперь имеются незадержанный и задержанный сигналы, т. е. матрица \mathbf{H} состоит из векторов $\mathbf{H}(0)$ и $\mathbf{H}(1)$, а матрица $\mathbf{H}^H\mathbf{H}$ имеет размерность 2×2 . Векторы $\mathbf{H}(0)$ и $\mathbf{H}(1)$ могут быть ортогональными между собой. Тогда они являются ненормированными собственными векторами матрицы $\mathbf{H}\mathbf{H}^H$ и после нормировки могут быть выбраны в качестве весовых векторов АДОС. Прямой и задержанный сигналы разделяются в два выходных канала АДОС. На выходе первого из них обеспечивается когерентное суммирование N незадержанных сигналов, а на выходе второго канала — когерентное суммирование N задержанных сигналов. При этом сигнал во втором канале отстаёт от сигнала в первом канале на один импульс. Если $\mathbf{H}(0)$ и $\mathbf{H}(1)$ — коллинеарные векторы ($\mathbf{H}(0) = \chi\mathbf{H}(1)$, где χ — произвольный комплексный множитель), то ранг матрицы $\mathbf{H}\mathbf{H}^H$ уменьшается с двух до единицы, и АДОС формирует только один выходной канал. Однако сигнал на выходе этого канала представляет собой два последовательных импульса. Первый импульс является когерентной суммой N входных

незадержанных сигналов, а второй — когерентной суммой N входных задержанных сигналов. Наконец, в общем случае произвольных векторов $\mathbf{H}(0)$ и $\mathbf{H}(1)$ собственные векторы \mathbf{U}_1 и \mathbf{U}_2 матрицы $\mathbf{H}\mathbf{H}^H$ представляют собой линейные комбинации векторов $\mathbf{H}(0)$ и $\mathbf{H}(1)$, и АДОС не может разделить сигналы ни по пространству, ни по времени. Однако АДОС преобразует входные сигналы таким образом, что выходные временные последовательности сигналов в различных каналах являются ортогональными между собой.

2. ОЦЕНКА РАНГА МАТРИЦЫ МКИХ

На практике вместо точной матрицы \mathbf{H} имеется её некоторая оценка

$$\hat{\mathbf{H}} = \mathbf{H} + \Delta\mathbf{H}, \quad (7)$$

где $\Delta\mathbf{H}$ — матрица ошибки. Поэтому оценка ранга матрицы должна осуществляться с учётом статистических свойств матрицы $\Delta\mathbf{H}$, которые зависят от метода оценки матрицы \mathbf{H} МКИХ. Как правило, используются максимально правдоподобные оценки матрицы \mathbf{H} или оценки, основанные на поиске минимума среднеквадратической ошибки [2, 11].

Рассмотрим основные свойства указанных оценок, необходимые для определения ранга матрицы МКИХ. Учтём, что собственные шумы в N приёмных каналах являются статистически независимыми комплексными гауссовскими процессами, некоррелированными по L временным отсчётам входного процесса, имеют нулевые средние значения и дисперсию σ_0^2 . Это означает, что элементы матрицы \mathbf{H} можно оценивать независимо друг от друга и, следовательно, элементы матрицы ошибок $\Delta\mathbf{H}$ являются статистически независимыми случайными величинами.

Совместную функцию плотности вероятности для NL выборок входного шума запишем в виде произведения функций плотности вероятности для отдельной выборки шума. В матричной форме соответствующее выражение имеет вид [13]

$$f(\mathbf{Z}) = \frac{1}{(\pi\sigma_0^2)^{NL}} \exp\left[-\frac{1}{\sigma_0^2} \mathbf{Z}^H \mathbf{Z}\right] = \frac{1}{(\pi\sigma_0^2)^{NL}} \exp\left[-\frac{1}{\sigma_0^2} \text{Sp}(\mathbf{Z}\mathbf{Z}^H)\right], \quad (8)$$

где Sp — след матрицы.

Для совместной функции плотности вероятности случайных входных процессов, описываемых матрицей \mathbf{X} , с помощью (2) получим

$$f(\mathbf{X}) = \frac{1}{(\pi\sigma_0^2)^{NL}} \exp\left\{-\frac{1}{\sigma_0^2} \text{Sp}[(\mathbf{X} - \mathbf{H}\mathbf{S})(\mathbf{X} - \mathbf{H}\mathbf{S})^H]\right\}. \quad (9)$$

Если на входе антенной решётки зарегистрирована конкретная выборка сигналов \mathbf{X} , то (9) является функцией правдоподобия для неизвестных параметров, которыми являются матрица МКИХ и дисперсия шума в приёмных каналах. Для их оценки перейдём к логарифму функции правдоподобия, равному

$$\ln [f(\mathbf{X})] = -LN \ln \pi - LN \ln \sigma_0^2 - \frac{1}{\sigma_0^2} \text{Sp}[(\mathbf{X} - \mathbf{H}\mathbf{S})(\mathbf{X} - \mathbf{H}\mathbf{S})^H]. \quad (10)$$

Путём дифференцирования логарифма функции правдоподобия по искомой матрице \mathbf{H} найдём следующее выражение для максимально правдоподобной оценки этой матрицы:

$$\hat{\mathbf{H}} = \mathbf{X}\mathbf{S}^H (\mathbf{S}\mathbf{S}^H)^{-1} = \mathbf{R}\mathbf{M}^{-1}, \quad (11)$$

где $\mathbf{M} = \mathbf{S}\mathbf{S}^H$ — матрица Грама системы обучающих векторов, а матрица $\mathbf{R} = \mathbf{X}\mathbf{S}^H$ составлена из векторов-столбцов $\mathbf{R}_p = \mathbf{S}^* \mathbf{X}_p$, элементы которых представляют собой скалярные произведения векторов обучающих последовательностей и вектора \mathbf{X}_p входного процесса в p -м приёмном канале; индекс звёздочка обозначает комплексное сопряжение.

Элементы матрицы \mathbf{M} и вектора \mathbf{R}_p равны соответственно

$$(\mathbf{M})_{qn} = \sum_{k=1}^L s(k-n)s^*(k-q), \quad (\mathbf{R}_p)_q = \sum_{k=1}^L x_p(k)s^*(k-q). \quad (12)$$

Отсюда следует, что произвольный элемент $(\mathbf{M})_{qn}$ представляет собой скалярное произведение двух соответствующих векторов обучающей последовательности: $(\mathbf{M})_{qn} = \mathbf{S}_q^H \mathbf{S}_n$. Матрица \mathbf{M} является теплицевой с элементами на главной диагонали, равными квадратам модулей этих векторов:

$$(\mathbf{M})_{nn} = \mathbf{S}_n^H \mathbf{S}_n = L_s, \quad (13)$$

где $n = 0, 1, \dots, m$.

Если бы векторы \mathbf{S}_n обучающей последовательности были строго ортогональными, то матрица \mathbf{M} была бы диагональной с одинаковыми собственными числами ($\mathbf{M} = L_s \mathbf{I}$, где \mathbf{I} — единичная матрица). Для реальной последовательности эта матрица имеет квазидиагональный вид. Однако при достаточно большой длине L_s обучающей последовательности недиагональные элементы матрицы \mathbf{M} приблизительно в L_s раз меньше диагональных элементов, и ими можно пренебречь.

Для максимально правдоподобной оценки $\hat{\sigma}_0^2$ дисперсии шума σ_0^2 из (10) получим

$$\hat{\sigma}_0^2 = \frac{1}{NL} \text{Sp} [(\mathbf{X} - \hat{\mathbf{H}}\mathbf{S})(\mathbf{X} - \hat{\mathbf{H}}\mathbf{S})^H]. \quad (14)$$

Отметим, что если не делать предположения о гауссовом характере собственных шумов, то (14) можно рассматривать как самостоятельный функционал относительно матрицы $\hat{\mathbf{H}}$. Минимизируя этот функционал, мы получим уравнение для оценки матрицы $\hat{\mathbf{H}}$, совпадающее с (11). В этом случае оценка матрицы $\hat{\mathbf{H}}$ будет определяться минимальной среднеквадратической ошибкой. Таким образом, оценки МКИХ, основанные на поиске максимума функции правдоподобия или минимума среднеквадратической ошибки, совпадают при гауссовом шуме.

Из (11) получим, что среднее значение максимально правдоподобной оценки МКИХ равно

$$\langle \hat{\mathbf{H}} \rangle = \langle \mathbf{X} \rangle \mathbf{S}^H (\mathbf{S}\mathbf{S}^H)^{-1}. \quad (15)$$

Поскольку собственные шумы в приёмных каналах имеют нулевые средние значения, то из (2) следует $\langle \mathbf{X} \rangle = \mathbf{H}\mathbf{S}$. Подставляя этот результат в (15), получим

$$\langle \hat{\mathbf{H}} \rangle = \mathbf{H}. \quad (16)$$

Таким образом, оценка $\hat{\mathbf{H}}$ матрицы \mathbf{H} МКИХ в (11) является несмещённой.

Перейдём теперь к оценке ранга матрицы $\hat{\mathbf{H}}$ в (11), которую проведём на основе статистического порогового метода с учётом свойств шумовой матрицы $\Delta\mathbf{H}$. Аналогично точной матрице \mathbf{H} свойства оценочной матрицы $\hat{\mathbf{H}}$ будут определяться свойствами эрмитовых матриц $\hat{\mathbf{H}}^H \hat{\mathbf{H}}$ и $\hat{\mathbf{H}} \hat{\mathbf{H}}^H$.

Рассмотрим вначале случай малого числа задержанных сигналов ($m+1 < N$), когда удобнее рассматривать матрицу $\hat{\mathbf{H}}^H \hat{\mathbf{H}}$ размерности $(m+1) \times (m+1)$. Все собственные числа матрицы $\hat{\mathbf{H}}^H \hat{\mathbf{H}}$ являются случайными и не равны нулю. С учётом (7) получаем

$$\langle \hat{\mathbf{H}}^H \hat{\mathbf{H}} \rangle = \mathbf{H}^H \mathbf{H} + \langle \Delta\mathbf{H}^H \Delta\mathbf{H} \rangle. \quad (17)$$

Учитывая статистическую независимость элементов матрицы $\Delta \mathbf{H}$, можно показать, что матрица $\langle \Delta \mathbf{H}^H \Delta \mathbf{H} \rangle$ является диагональной:

$$\langle \Delta \mathbf{H}^H \Delta \mathbf{H} \rangle = N \sigma_0^2 L^{-1} \mathbf{I}. \quad (18)$$

Отсюда следует, что точность оценки всех элементов любого N -мерного столбца матрицы \mathbf{H} МКИХ увеличивается при уменьшении мощности шума в отдельном обучающем импульсе, а также при увеличении числа L_s этих импульсов. Поскольку амплитуда отдельного импульса равна единице, то σ_0^2 имеет смысл величины, обратной отношению сигнала к шуму (ОСШ) в отдельном приёмном канале. Точность оценки элементов матрицы \mathbf{H} возрастает с ростом ОСШ.

Таким образом, средняя матрица $\langle \hat{\mathbf{H}}^H \hat{\mathbf{H}} \rangle$ в (17) смещена относительно точной матрицы $\mathbf{H}^H \mathbf{H}$ на диагональную матрицу $N \sigma_0^2 L^{-1} \mathbf{I}$. Поэтому собственные числа матрицы $\langle \hat{\mathbf{H}}^H \hat{\mathbf{H}} \rangle$ превышают собственные числа матрицы $\mathbf{H}^H \mathbf{H}$ на $N \sigma_0^2 L^{-1}$. Если МКИХ \mathbf{H} имеет ранг r , то $m + 1 - r$ собственных чисел точной матрицы $\mathbf{H}^H \mathbf{H}$ равны нулю. Следовательно, $m + 1 - r$ минимальных собственных чисел усреднённой матрицы $\langle \hat{\mathbf{H}}^H \hat{\mathbf{H}} \rangle$ будут равны $N \sigma_0^2 L^{-1}$.

При оценке ранга r матрицы \mathbf{H} путём анализа собственных чисел матрицы $\hat{\mathbf{H}}^H \hat{\mathbf{H}}$ необходимо учитывать не только их смещение. Необходимо также учесть отклонение случайных шумовых собственных чисел от среднего значения. Для этого введём в рассмотрение матрицу

$$\mathbf{D} = \Delta \mathbf{H}^H \Delta \mathbf{H} - \langle \Delta \mathbf{H}^H \Delta \mathbf{H} \rangle. \quad (19)$$

Найдём евклидовую норму матрицы \mathbf{D} . С помощью (19) получаем

$$\langle \|\mathbf{D}\|^2 \rangle = \text{Sp}(\mathbf{D}\mathbf{D}^H) = \text{Sp}(\langle \Delta \mathbf{H}^H \Delta \mathbf{H} \Delta \mathbf{H}^H \Delta \mathbf{H} \rangle) - \text{Sp}[\langle (\Delta \mathbf{H}^H \Delta \mathbf{H}) \rangle^2]. \quad (20)$$

Основная сложность связана с нахождением средней матрицы $\langle \Delta \mathbf{H}^H \Delta \mathbf{H} \Delta \mathbf{H}^H \Delta \mathbf{H} \rangle$. Произвольный ij -й элемент этой матрицы равен

$$\langle (\Delta \mathbf{H}^H \Delta \mathbf{H} \Delta \mathbf{H}^H \Delta \mathbf{H}) \rangle_{ij} = \sum_{l=1}^{m+1} \sum_{p=1}^N \sum_{k=1}^N \langle (\Delta \mathbf{H}^*)_{pi} (\Delta \mathbf{H})_{pl} (\Delta \mathbf{H}^*)_{kl} (\Delta \mathbf{H})_{kj} \rangle. \quad (21)$$

Таким образом, необходимо найти момент чётного (четвёртого) порядка комплексных гауссовых процессов с нулевым средним. Учтём, что чётные моменты могут быть либо равны нулю, либо отличны от нуля в зависимости от числа комплексно-сопряжённых амплитуд в произведении под знаком статистического среднего [12]. Если число комплексно-сопряжённых амплитуд не равно числу несопряжённых амплитуд, то соответствующий момент чётного порядка всегда равен нулю. В противоположном случае момент чётного порядка отличен от нуля. Поэтому момент четвёртого порядка в (21) равен [12]

$$\begin{aligned} \langle (\Delta \mathbf{H}^*)_{pi} (\Delta \mathbf{H})_{pl} (\Delta \mathbf{H}^*)_{kl} (\Delta \mathbf{H})_{kj} \rangle &= \\ &= \langle (\Delta \mathbf{H}^*)_{pi} (\Delta \mathbf{H})_{pl} \rangle \langle (\Delta \mathbf{H}^*)_{kl} (\Delta \mathbf{H})_{kj} \rangle + \langle (\Delta \mathbf{H}^*)_{kl} (\Delta \mathbf{H})_{pl} \rangle \langle (\Delta \mathbf{H}^*)_{pi} (\Delta \mathbf{H})_{kj} \rangle. \end{aligned} \quad (22)$$

Учтём статистическую независимость элементов матрицы ошибок $\Delta \mathbf{H}$. В результате получим, что искомая матрица $\langle \Delta \mathbf{H}^H \Delta \mathbf{H} \Delta \mathbf{H}^H \Delta \mathbf{H} \rangle$ является диагональной:

$$\langle \Delta \mathbf{H}^H \Delta \mathbf{H} \Delta \mathbf{H}^H \Delta \mathbf{H} \rangle = N [N + (m + 1)] \sigma_0^4 L^{-2} \mathbf{I}. \quad (23)$$

Подставляя (18) и (23) в (20), получаем, что евклидова норма матрицы \mathbf{D} равна

$$\langle \|\mathbf{D}\|^2 \rangle = N \sigma_0^4 L^{-2} (m + 1)^2. \quad (24)$$

Таким образом, шумовая матрица $\Delta \mathbf{H}$ в (7) приводит к появлению шумовых собственных чисел у матрицы $\hat{\mathbf{H}}^H \hat{\mathbf{H}}$, средние значения которых даются формулой (18), а среднеквадратичные отклонения равны $\sqrt{\langle \|\mathbf{D}\|^2 \rangle} = \sqrt{N} \sigma_0^2 L^{-1} (m+1)$.

Найдём пороговое значение, разделяющее собственные числа матрицы $\hat{\mathbf{H}}^H \hat{\mathbf{H}}$ на сигнальные и шумовые. Для этого должна быть задана вероятность «ложной тревоги» при отсутствии полезных сигналов, когда точный ранг матрицы МКИХ равен нулю. Эта величина представляет собой вероятность того, что оценённый ранг будет больше нуля из-за выбросов шумовых собственных чисел, и определяется вероятностью превышения порога хотя бы одним собственным числом. Для её вычисления необходимо найти совместную функцию плотности вероятности всех собственных чисел в общем случае произвольного числа антенн, длины обучающей последовательности и ОСШ, что представляет собой сложную задачу. Функция плотности вероятности только одного максимального собственного числа получена в [14]. Поэтому пороговое значение будем определять для заданных параметров системы с помощью численного моделирования.

Разделение собственных чисел матрицы $\hat{\mathbf{H}}^H \hat{\mathbf{H}}$ можно произвести с помощью порога, равного

$$\rho_t^{(1)} = \sigma_0^2 L^{-1} N + \gamma \sqrt{\langle \|\mathbf{D}\|^2 \rangle}, \quad (25)$$

где параметр γ определяется исходя из заданной вероятности «ложной тревоги». Подставляя (18) и (24) в (25), получим, что пороговое значение равно

$$\rho_t^{(1)} = \sigma_0^2 L^{-1} [N + \gamma \sqrt{N} (m+1)]. \quad (26)$$

Число \hat{r} собственных чисел, превышающих порог (26), является оценкой ранга матрицы МКИХ.

Рассмотрим теперь случай большого числа задержанных сигналов ($m+1 \geq N$), когда удобнее рассматривать матрицу $\hat{\mathbf{H}} \hat{\mathbf{H}}^H$ размерности $N \times N$. Собственные числа матрицы $\hat{\mathbf{H}} \hat{\mathbf{H}}^H$ являются случайными и могут быть либо положительными, либо равными нулю. При этом r собственных чисел не равны нулю, а остальные $N - r$ собственных чисел являются нулевыми. С учётом (7) получаем

$$\langle \hat{\mathbf{H}} \hat{\mathbf{H}}^H \rangle = \mathbf{H} \mathbf{H}^H + \langle \Delta \mathbf{H} \Delta \mathbf{H}^H \rangle. \quad (27)$$

Учитывая статистическую независимость элементов матрицы $\Delta \mathbf{H}$, можно показать, что

$$\langle \Delta \mathbf{H} \Delta \mathbf{H}^H \rangle = (m+1) \sigma_0^2 L^{-1} \mathbf{I}. \quad (28)$$

Чтобы оценить ранг r матрицы \mathbf{H} МКИХ путём анализа собственных чисел матрицы $\hat{\mathbf{H}} \hat{\mathbf{H}}^H$, рассмотрим матрицу

$$\mathbf{V} = \Delta \mathbf{H} \Delta \mathbf{H}^H - \langle \Delta \mathbf{H} \Delta \mathbf{H}^H \rangle. \quad (29)$$

Опуская преобразования, аналогичные выполненным при выводе (24), приведём выражение для среднего квадрата её евклидовой нормы:

$$\langle \|\mathbf{V}\|^2 \rangle = \text{Sp}(\langle \mathbf{V} \mathbf{V}^H \rangle) = N^2 \sigma_0^4 L^{-2} (m+1). \quad (30)$$

Таким образом, шумовая матрица $\Delta \mathbf{H}$ в (7) приводит к появлению шумовых собственных чисел матрицы $\hat{\mathbf{H}} \hat{\mathbf{H}}^H$, средние значения которых даются формулой (28), а среднеквадратическое отклонение равно $\sqrt{\langle \|\mathbf{V}\|^2 \rangle} = N \sqrt{m+1} \sigma_0^2 L^{-1}$. Поэтому для оценки ранга матрицы МКИХ необходимо случайные собственные числа матрицы $\hat{\mathbf{H}} \hat{\mathbf{H}}^H$ сравнить с пороговым значением $\rho_t^{(2)}$. Число \hat{r} собственных чисел, превышающих указанный порог, будет являться оценкой ранга матрицы МКИХ. При этом порог $\rho_t^{(2)}$ можно определить аналогично порогу $\rho_t^{(1)}$ в (25). В результате получим

$$\rho_t^{(2)} = \sigma_0^2 L^{-1} [(m+1) + \gamma N \sqrt{m+1}]. \quad (31)$$

Из выражений (26) и (31), видно, что если матрица $\hat{\mathbf{H}}$ является квадратной, т. е. $m + 1 = N$, то пороговые значения $\rho_t^{(1)}$ и $\rho_t^{(2)}$ совпадают.

После оценки ранга матрицы МКИХ вычисляются \hat{r} нормированных собственных векторов $\hat{\mathbf{U}}_1, \hat{\mathbf{U}}_2, \dots, \hat{\mathbf{U}}_{\hat{r}}$ матрицы $\hat{\mathbf{H}}\hat{\mathbf{H}}^H$, которые будут являться максимально правдоподобной оценкой весовых векторов АДОС, показанной на рис. 1.

Эффективность оценки ранга матрицы МКИХ можно характеризовать энергетическим параметром ν , определяющим потери в ОСШ за счёт сокращения числа выходных каналов АДОС. При анализе основных свойств АДОС было показано, что выходные временные последовательности сигналов в разных выходных каналах АДОС являются ортогональными. Мощность сигнала в i -м выходе АДОС после когерентного суммирования всех задержанных сигналов увеличивается в $\hat{\lambda}_i$ раз, где $\hat{\lambda}_i$ — собственные числа оценочной матрицы $\hat{\mathbf{H}}\hat{\mathbf{H}}^H$ размерности $N \times N$, а мощность собственных шумов не изменяется. Поэтому ОСШ в i -м выходе АДОС увеличивается в $\hat{\lambda}_i$ раз. Максимальное число выходных каналов АДОС равно числу N приёмных антенных каналов. При этом эффективность адаптивной пространственной обработки сигналов определяется величиной $\hat{\lambda}_1 + \hat{\lambda}_2 + \dots + \hat{\lambda}_N$. Если оценённый ранг равен \hat{r} и число выходных каналов АДОС сокращено до $\hat{r} < N$, то эффективность обработки сигналов уменьшится до величины $\hat{\lambda}_1 + \hat{\lambda}_2 + \dots + \hat{\lambda}_{\hat{r}}$. Следовательно, параметр ν может быть определён как

$$\nu = \frac{\hat{\lambda}_1 + \hat{\lambda}_2 + \dots + \hat{\lambda}_{\hat{r}}}{\hat{\lambda}_1 + \hat{\lambda}_2 + \dots + \hat{\lambda}_N}. \quad (32)$$

3. РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ

Для иллюстрации эффективности оценки ранга матрицы МКИХ предложенным методом приведём результаты математического моделирования для 8-элементной эквидистантной линейной антенной решётки ($N = 8$) с периодом $d = \lambda/2$, где λ — длина волны. Будем рассматривать случаи разного числа источников различной мощности, сигналы которых приходят на антенну с разными временными задержками. Угловые положения этих источников считались случайными величинами, равновероятно распределёнными во всей области углов (от -90° до 90°) относительно нормали к антенне. Для каждой реализации параметров вычислялась точная матрица \mathbf{H} и формировалась матрица ошибок $\Delta\mathbf{H}$, состоящая из случайных чисел с нулевым средним и дисперсией, равной $\sigma_0^2 L^{-1}$. Всего моделировалось 5 000 реализаций. Длина L_s обучающей последовательности задавалась равной 26 в соответствии со стандартом GSM сотовой связи. При формировании матрицы $\Delta\mathbf{H}$ предполагалось, что система рассчитана на максимально возможную задержку, равную восьми импульсам ($m = 8$).

Вначале выберем значение γ в (26) для разделения собственных чисел матрицы $\hat{\mathbf{H}}\hat{\mathbf{H}}^H$. На рис. 2 показана вероятность «ложной тревоги» P_a в зависимости от параметра γ в (26). Предполагалось, что имеется только собственный шум (точный ранг матрицы МКИХ равен нулю), а «ложная тревога» заключается в том, что оценка ранга матрицы МКИХ больше нуля. Задавая вероятность P_a , можно выбрать параметр γ . В дальнейшем будем считать, что $P_a = 15\%$, при этом $\gamma = 1$.

Рассмотрим теперь эффективность оценки ранга матрицы МКИХ при различном числе источников сигналов одинаковой мощности. На рис. 3 показана вероятность P правильной оценки ранга матрицы МКИХ в зависимости от ОСШ в приёмных антенных каналах для одного, двух, трёх и четырёх источников (кривые 1, 2, 3 и 4 соответственно), имеющих разные задержки ($m = 0; 1; 2; 3$). Видно, что с ростом числа источников вероятность правильной оценки при заданном ОСШ уменьшается. Это связано с тем, что в отдельных реализациях некоторые источники располагаются близко друг от друга и становятся неразрешимыми для выбранной антенны. С ростом числа источников вероятность таких ситуаций увеличивается. Если источники разрешимы, то каждому из них соответствует собственное

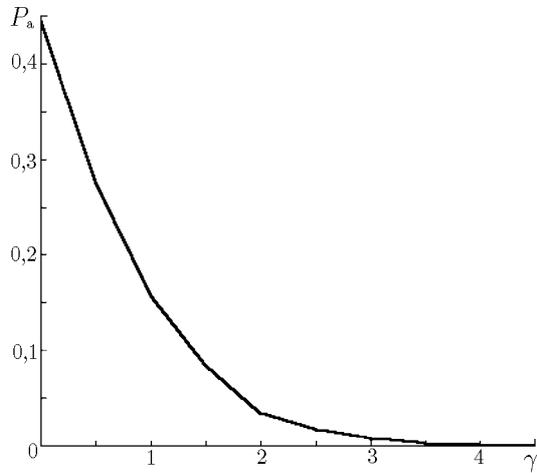


Рис. 2

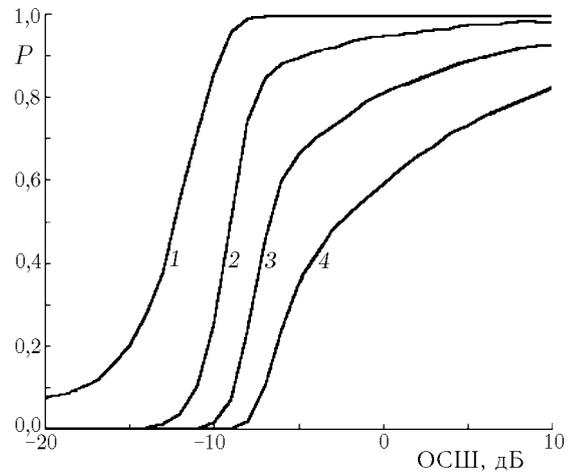


Рис. 3

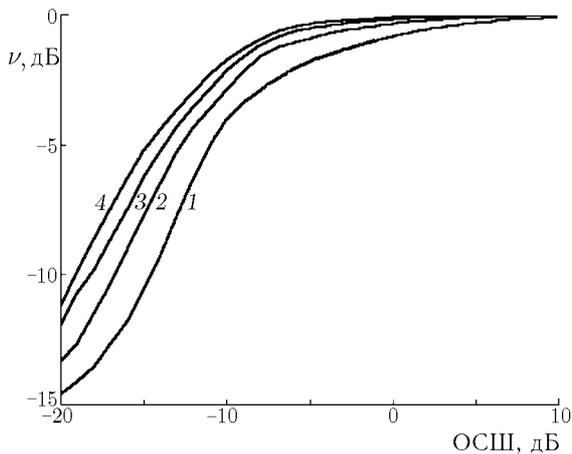


Рис. 4

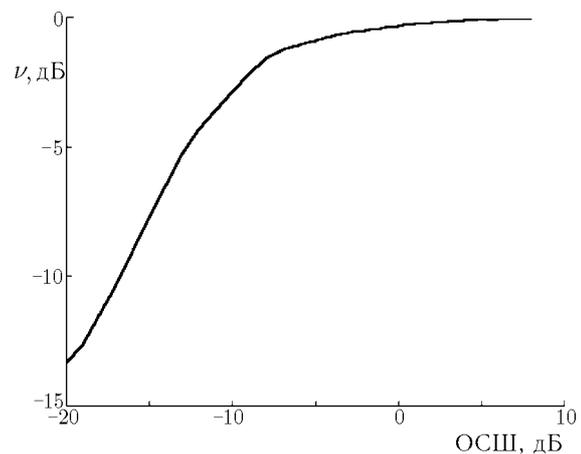


Рис. 5

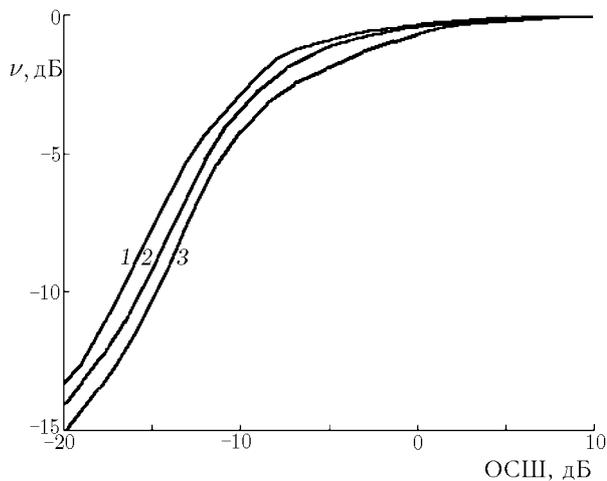


Рис. 6

число, значительно превышающее шумовые собственные числа (при достаточно большой мощности). При неразрешимых источниках им соответствует только одно большое собственное число. Поэтому уменьшение вероятности правильной оценки ранга МКИХ не должно приводить к уменьшению эффективности пространственной обработки. Это видно на рис. 4, на котором показана зависимость параметра ν от ОСШ в приёмных каналах для одного, двух, трёх и четырёх источников (кривые 1, 2, 3 и 4 соответственно), имеющих разные задержки ($m = 0; 1; 2; 3$).

На рис. 5 показана эффективность ν оценки ранга матрицы МКИХ в зависимости от ОСШ в приёмных каналах для разной задержки между

двумя сигналами одинаковой мощности. Полученные результаты для выбранных задержек, равных $m = 1; 2; 3$ импульсам, совпадают между собой, т. е. задержка практически не влияет на эффективность оценки ранга матрицы МКИХ.

Представляет интерес случай сигналов разной мощности, имеющих разные задержки. Такой ситуации с двумя источниками соответствует рис. 6, на котором показана зависимость параметра ν от ОСШ, создаваемого в приёмных каналах более мощным источником. Второй сигнал имеет задержку на три импульса ($m = 3$), а его мощность на 0; 3 и 10 дБ (кривые 1, 2 и 3 соответственно) меньше мощности первого сигнала.

Из приведённых результатов следует, что оценки ранга и элементов матрицы МКИХ на выходе АДОС являются высокоэффективными. Например, из рис. 4 видно, что потери в ОСШ составляют 1 дБ при достаточно слабых источниках, когда ОСШ на входе антенных каналов равно -3 ; $-6,5$; -8 и $-8,5$ дБ для одного, двух, трёх и четырёх источников соответственно.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе показано, что для построения адаптивной пространственной обработки сигналов в антенной решётке в условиях многолучевого распространения сигналов необходимо оценить ранг матрицы МКИХ. Этот параметр определяет минимальное необходимое число адаптивных пространственных каналов для приёма многолучевого сигнала. Если ранг матрицы МКИХ меньше числа приёмных каналов ($r < N$), то входные сигналы N -элементной антенной решётки можно преобразовать с помощью АДОС в сигналы, которые присутствуют в меньшем числе r пространственных каналов. Показано, что временные последовательности смеси сигналов и шумов в различных выходных каналах АДОС являются независимыми. Это даёт возможность значительно упростить их временную обработку за счёт использования в каждом из параллельных каналов АДОС известные для одноканальных систем связи принципы и устройства декодирования и демодуляции.

Для оценки ранга матрицы МКИХ предложен пороговый метод, использующий априорную информацию о статистических свойствах собственного шума в приёмных антенных каналах, а также статистические свойства максимально правдоподобных оценок элементов матрицы МКИХ. Ранг оценивается по числу собственных значений этой матрицы, превышающих некоторый порог. Получены аналитические выражения для порога при произвольных числе антенн, длительности обучающей последовательности и мощности шума в приёмных антенных каналах. Найдены весовые векторы АДОС и эффективная МКИХ, учитывающие распространение сигналов в пространственном канале связи и их преобразование в АДОС. Приведённые результаты математического моделирования показывают высокую эффективность предложенной адаптивной пространственной обработки сигналов в антенных решётках в условиях многолучевого распространения сигналов.

Данная работа выполнена при поддержке Совета по поддержке ведущих научных школ (грант № 00–15–96620) и РФФИ (грант № 00–02–17602).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Tugnait J. K., Tong L., Ding Z. // IEEE Signal Processing Magazine. 2000. May. P. 17.
2. Прокис Дж. Цифровая связь. М.: Радио и связь, 2000.
3. Kaleh G. K., Valtet R. // IEEE Transaction on Communications. 1994. V. 42. P. 2 406.
4. Seshadri N. // Proc. GLOBECOM'90. P. 1 659.
5. Vanderveen M. C., Veen A., Paulraj A. // IEEE Transaction Signal Processing. 1998. V. 46, No. 3. P. 682.
6. Bevan D. D. N., Ermolayev V. T., Flaksman A. G. // IEE Proceedings — Radar, Sonar and Navigation. 1998. V. 145, No. 1. P. 63.
7. Караваев В. В., Сазонов В. В. Статистическая теория пассивной локации. М.: Радио и связь, 1987.

8. Ермолаев В. Т. // Изв. вузов. Радиофизика. 1995. Т. 38, № 8. С. 841.
9. Анурин А. А., Ермолаев В. Т., Флакман А. Г. // Изв. вузов. Радиофизика. 1996. Т. 39, № 9. С. 1144.
10. Воеводин В. В. Линейная алгебра. М.: Наука, 1980.
11. Финк Л. М. Теория передачи дискретных сообщений. М.: Советское радио, 1970.
12. Евсиков Ю. А., Чапурский В. В. Преобразование случайных процессов в радиотехнических устройствах. М.: Высшая школа, 1977.
13. Левин Б. Р. Теоретические основы статистической радиотехники. М.: Радио и связь, 1989.
14. Ермолаев В. Т., Родюшкин К. В. // Изв. вузов. Радиофизика. 1999. Т. 42, № 5. С. 494.

Нижегородский госуниверситет им. Н. И. Лобачевского,
г. Нижний Новгород, Россия

Поступила в редакцию
15 марта 2002 г.

**ADAPTIVE SIGNAL PROCESSING IN ANTENNA ARRAYS
WITH ALLOWANCE FOR THE RANK OF THE IMPULSE-RESPONSE MATRIX
OF A MULTIPATH CHANNEL**

A. G. Flaksman

We consider adaptive spatial signal processing in antenna arrays under the conditions of multipath propagation. It is shown that estimation of elements of the matrix of multichannel impulse response (MCIR) in receiving channels of antenna arrays is insufficient for performing such a processing, and we should also determine the MCIR-matrix rank, which is equal to the minimum number of adaptive spatial channels for reception of a multipath signal. We propose a threshold method for estimating the rank of the MCIR matrix on the basis of statistical properties of maximum-likelihood estimation of the elements of this matrix and a priori information on the properties of internal noise in receiving channels of the system. The weight vectors of the beamformer processor ensuring adaptive spatial signal processing are estimated.

УДК 621.396.67.01

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОРОГОВЫХ ЗНАЧЕНИЙ ОБОБЩЁННОГО ОТНОШЕНИЯ ПРАВДОПОДОБИЯ В ЗАДАЧЕ ОБНАРУЖЕНИЯ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ЧАСТИЧНО КОГЕРЕНТНЫХ СИГНАЛОВ В СЛУЧАЕ КОРОТКИХ ВЫБОРОК

О. В. Болховская, А. А. Мальцев

В настоящей работе решается задача обнаружения многомерных гауссовских комплексных сигналов с априорно неизвестной пространственной ковариационной матрицей на фоне пространственно-неоднородного гауссовского шума неизвестной мощности при фиксированной вероятности ложной тревоги. При произвольном объёме выборки получены точные аналитические выражения для моментов решающей статистики, в качестве которой используется обратная степенная функция обобщённого отношения правдоподобия. Методом моментов найдено разложение в ряд функции плотности вероятности решающей статистики по ортогональным многочленам Якоби. Путём численного моделирования продемонстрирована высокая точность аппроксимации плотности вероятности и нахождения порогового значения решающей статистики. Полученные результаты справедливы и для случая коротких выборок, объём которых сравним с числом элементов приёмной антенны.

ВВЕДЕНИЕ

Метод обобщённого отношения правдоподобия широко применяется для решения многих задач обнаружения сигналов с неизвестными статистическими характеристиками на фоне шума, параметры которого также неизвестны. Этот метод основан на использовании в качестве решающей статистики отношения правдоподобия, в котором все неизвестные параметры сигнала и шума заменены их максимально правдоподобными оценками, найденными из полученной выборки [1–7]. Такую решающую статистику мы будем для краткости называть GLR (Generalized Likelihood Ratio)–статистикой. Однако в общем случае (для выборки любого объёма) GLR–статистика имеет сложную функцию плотности вероятности и интегральную функцию распределения. Это не позволяет аналитически найти пороговые значения тест–статистики для заданного постоянного уровня ложной тревоги $P_{\text{ФА}}$ в соответствии с критерием Неймана—Пирсона. Поэтому для вычисления пороговых значений используются, как правило, различные асимптотические аналитические методы, справедливые только для выборок большого объёма. В предыдущей работе авторов [8] метод обобщённого отношения правдоподобия был успешно применён для решения задачи обнаружения полезного сигнала с неизвестным волновым фронтом и/или неполной пространственной когерентностью на фоне пространственно–однородного аддитивного шума с неизвестной интенсивностью [9]. В настоящей работе рассматривается метод аналитического нахождения пороговых значений GLR–статистики для задачи обнаружения многомерных гауссовских сигналов с неизвестной пространственной ковариационной матрицей на фоне пространственно–неоднородного гауссовского аддитивного шума. При произвольных объёмах выборки получены точные аналитические выражения для моментов решающей статистики, в качестве которой используется обратная степенная функция обобщённого отношения правдоподобия. Методом моментов найдено разложение в ряд функции плотности вероятности решающей статистики по ортогональным многочленам Якоби. Путём численного моделирования продемонстрирована высокая точность аппроксимации и точность нахождения порогового значения решающей статистики в случае коротких выборок, объём которых сравним с числом элементов приёмной антенны.

Полученные результаты могут быть использованы при построении гидроакустических и радиосистем обнаружения многомерных сигналов в каналах со сложным характером распространения волн.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим p -элементную антенную решётку с произвольным расположением датчиков. Будем считать, что p -мерный входной сигнал \mathbf{z} является комплексным случайным гауссовским вектором. Мы предполагаем, что N выборок сигнала $\mathbf{z}^{(1)}, \mathbf{z}^{(2)}, \dots, \mathbf{z}^{(N)}$ являются статистически независимыми и одинаково распределёнными случайными векторами с нулевым средним и пространственной ковариационной матрицей Σ . Будем рассматривать невырожденный случай, предполагая, что объём выборки N больше числа антенных элементов ($N \geq p$). Задача обнаружения некоторого пространственно-коррелированного полезного сигнала антенной решёткой формулируется как классическая двухальтернативная задача различения двух гипотез:

$$\begin{aligned} &\text{нулевой гипотезы (только шум) } H_0 : \Sigma = \Sigma_0, \\ &\text{и альтернативной гипотезы (сигнал и шум) } H_1 : \Sigma \neq \Sigma_0, \end{aligned} \quad (1)$$

где

$$\Sigma_0 = \begin{pmatrix} \sigma_{11} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sigma_{22} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \sigma_{pp} \end{pmatrix}. \quad (2)$$

Обобщённое отношение правдоподобия для такой задачи (GLR-статистика) записывается в виде

$$\Lambda = \max_{\Sigma \in \omega} L(\mathbf{0}, \Sigma) / \max_{\Sigma \in \Omega} L(\mathbf{0}, \Sigma), \quad (3)$$

где

$$L(\mathbf{0}, \Sigma) = \frac{1}{|\Sigma|^{N} \pi^{pN}} \exp \left[- \sum_{\alpha=1}^N \mathbf{z}^{(\alpha)\dagger} \Sigma^{-1} \mathbf{z}^{(\alpha)} \right] \quad (4)$$

— функция правдоподобия для комплексного гауссовского распределения [9], ω — подобласть, соответствующая нулевой гипотезе H_0 в полном пространстве параметров Ω , $|\Sigma|$ — детерминант матрицы Σ , индекс \dagger означает эрмитовское сопряжение. Заметим, что тест-статистика, полученная в соответствии с (3), принимает значения, лежащие в интервале $[0, 1]$.

Можно показать (см., например, [1]), что максимальное значение знаменателя выражения (3) достигается при использовании оценки максимального правдоподобия $\hat{\Sigma}_\Omega$ ковариационной матрицы Σ :

$$\hat{\Sigma}_\Omega = \frac{1}{N} \sum_{\alpha=1}^N \mathbf{z}^{(\alpha)} \mathbf{z}^{(\alpha)\dagger}, \quad (5)$$

и равно

$$\max_{\Sigma \in \Omega} L(\mathbf{0}, \Sigma) = \frac{1}{|\hat{\Sigma}_\Omega|^N \pi^{pN}} \exp(-pN). \quad (6)$$

Максимум числителя выражения (3) должен находиться для подобласти параметров ω ($\Sigma \in \omega$), соответствующей нулевой гипотезе (1). Если гипотеза H_0 о статистической независимости аддитивного шума на различных элементах антенной решётки справедлива, то функция правдоподобия находится как произведение:

$$L(\mathbf{0}, \Sigma_0) = \prod_{i=1}^p L_i(0, \sigma_{ii}), \quad (7)$$

где $L_i(0, \sigma_{ii}) = \prod_{\alpha=1}^N (\pi \sigma_{ii})^{-1} \exp[-z_i^{(\alpha)\dagger} \sigma_{ii}^{-1} z_i^{(\alpha)}]$ — функция правдоподобия сигнала от i -го датчика. Учитывая (7), можно показать, что максимальное значение числителя выражения (3) равно

$$\max_{\Sigma \in \omega} L(\mathbf{0}, \Sigma_0) = \prod_{i=1}^p \max_{\sigma_{ii}} L_i(0, \sigma_{ii}) = \frac{\exp(-pN)}{\pi^{pN} \prod_{i=1}^p (\hat{\sigma}_{ii\omega})^N}. \quad (8)$$

Этот максимум достигается при использовании оценок наибольшего правдоподобия $\hat{\sigma}_{ii}^2$ для дисперсий σ^2 сигналов отдельных элементов антенной решётки:

$$\hat{\sigma}_{ii\omega} = \hat{\sigma}_{ii} = \frac{a_{ii}}{N} = \frac{1}{N} \sum_{\alpha=1}^N z_i^{(\alpha)} z_i^{(\alpha)\dagger}. \quad (9)$$

Таким образом, принимая во внимание выражения (6) и (8), GLR-статистика (3) для задачи (1) может быть представлена в следующем виде:

$$\Lambda = \frac{\max_{\Sigma_0} L(\mathbf{0}, \Sigma)}{\max_{\Sigma} L(\mathbf{0}, \Sigma)} = \frac{|\hat{\Sigma}_{\Omega}|^N}{\prod_{i=1}^p (\hat{\sigma}_{ii\omega})^N} = \frac{|\mathbf{A}|^N}{\prod_{i=1}^p (a_{ii})^N}, \quad (10)$$

где $\mathbf{A} = N\hat{\Sigma}_{\Omega}$. Область отклонения гипотезы H_0 определяется неравенством $\Lambda \leq \Lambda_{th}$, где Λ_{th} — пороговое значение тест-статистики, зависящее только от заданной вероятности ложной тревоги P_{FA} .

2. ТОЧНОЕ АНАЛИТИЧЕСКОЕ ВЫРАЖЕНИЕ ДЛЯ МОМЕНТОВ РЕШАЮЩЕЙ СТАТИСТИКИ

Для нахождения порогового значения Λ_{th} тест-статистики Λ при заданной вероятности ложной тревоги P_{FA} необходимо знать плотность вероятности (или интегральную функцию распределения) статистики Λ при выполнении нулевой гипотезы. Несмотря на то, что аналитический вид плотности вероятности случайной величины Λ (3) неизвестен, можно найти точные аналитические выражения для статистических моментов любого порядка для её монотонной функции $V = \Lambda^{1/N}$. Воспользуемся тем, что случайная матрица $\mathbf{A} = N\hat{\Sigma}_{\Omega}$, полученная на основании обработки N независимых выборок многомерного комплексного гауссовского процесса с ковариационной матрицей Σ и нулевым средним значением, имеет известное распределение Уишарта [9–12]

$$W(\mathbf{A}, \Sigma, N) = \frac{|\mathbf{A}|^{N-p}}{I(\Sigma)} \exp[-\text{Sp}(\Sigma^{-1} \mathbf{A})], \quad (11)$$

где $I(\Sigma) = [K(\Sigma, N)]^{-1} = \pi^{p(p-1)/2} \Gamma(n) \dots \Gamma(N-p+1) |\Sigma|^N$, $\Gamma(n)$ — гамма-функция.

Если нулевая гипотеза H_0 справедлива, то матрица \mathbf{A} имеет многомерную плотность вероятности $W(\mathbf{A}, \Sigma_0, N)$. Момент h -го порядка случайной величины

$$V = \Lambda^{1/N} = \frac{|\mathbf{A}|}{\prod_{i=1}^p a_{ii}} \quad (12)$$

может быть найден путём вычисления многомерного интеграла

$$M[V^h] = \int \dots \int |\mathbf{A}|^h \prod_{i=1}^p a_{ii}^{-h} K(\Sigma_0, N) |\mathbf{A}|^{N-p} \exp[-\text{Sp}(\Sigma_0^{-1} \mathbf{A})] d\mathbf{A}. \quad (13)$$

Интегрирование в (13) проводится по всем элементам матрицы \mathbf{A} :

$$d\mathbf{A} = da_{11} da_{12} \dots da_{(p-1)p} da_{pp},$$

где \mathbf{A} — все неотрицательно определённые эрмитовы матрицы размерности $p \times p$. Интеграл (13) может быть элементарно преобразован к следующему виду:

$$M[V^h] = \frac{K(\boldsymbol{\Sigma}_0, N)}{K(\boldsymbol{\Sigma}_0, N + h)} \int \dots \int \prod_{i=1}^p a_{ii}^{-h} \left\{ K(\boldsymbol{\Sigma}_0, N + h) |\mathbf{A}|^{N-p+h} \exp[-\text{Sp}(\boldsymbol{\Sigma}_0^{-1} \mathbf{A})] \right\} d\mathbf{A}. \quad (14)$$

Под интегралом (14) в фигурных скобках получилось также распределение Уишарта (11), но с $N + h$ степенями свободы: $W(\mathbf{A}, \boldsymbol{\Sigma}_0, N + h)$. Проинтегрируем выражение (14) сначала по всем недиагональным элементам a_{ij} ($i \neq j$) распределения $W(\mathbf{A}, \boldsymbol{\Sigma}_0, N + h)$. Тогда получится распределение диагональных элементов a'_{11}, \dots, a'_{pp} матрицы \mathbf{A} . Для нулевой гипотезы H_0 диагональные элементы выборочной матрицы \mathbf{A} статистически независимы, поэтому их распределение представляется в виде произведения одномерных распределений $W(a_{ii}, \sigma_{ii}^2, N + h)$. Одномерное комплексное распределение Уишарта $W(a_{ii}, \sigma_{ii}^2, N + h)$ является распределением i -го диагонального элемента матрицы \mathbf{A} . Очевидно, что распределение $W(a_{ii}, \sigma_{ii}^2, N + h)$ соответствует χ^2 -распределению с $2(N + h)$ степенями свободы:

$$W(a_{ii}, \sigma_{ii}^2, N + h) = \frac{a_{ii}^{N+h-1}}{\Gamma(N + h) \sigma_{ii}^{2(N+h)}} \exp\left(-\frac{a_{ii}}{\sigma_{ii}^2}\right). \quad (15)$$

Таким образом, выражение для момента h -го порядка тест-статистики V может быть сведено к произведению однократных интегралов:

$$M[V^h] = \frac{K(\boldsymbol{\Sigma}_0, N)}{K(\boldsymbol{\Sigma}_0, N + h)} \prod_{i=1}^p \int \dots \int K(\sigma_{ii}, N + h) a_{ii}^{n-1} \exp(-a_{ii}/\sigma_{ii}) da_{ii}. \quad (16)$$

Однократные интегралы, входящие в (16), легко вычисляются. Используя свойства гамма-функции и равенство $|\boldsymbol{\Sigma}_0| = \prod_{i=1}^p \sigma_{ii}$, выражение (16) можно записать в виде

$$M[V^h] = \prod_{i=1}^p \frac{\Gamma(N - i + h + 1) \Gamma(N)}{\Gamma(N - i + 1) \Gamma(N + h)}. \quad (17)$$

Используя представление гамма-функций в виде произведений, в итоге получим точное аналитическое выражение для момента h -го порядка тест-статистики V :

$$M[V^h] = \prod_{i=1}^p \prod_{j=1}^h \frac{N + j - i}{N + j - 1}. \quad (18)$$

Легко показать, что распределение случайной величины V лежит в ограниченной области $[0, 1]$. Поэтому существуют моменты (18) любого порядка, и они полностью определяют плотность вероятности тест-статистики V [13]. При этом характеристическая функция случайной величины V будет выражаться через моменты (18) в виде сходящегося ряда Маклорена.

3. АППРОКСИМАЦИЯ ПЛОТНОСТИ ВЕРОЯТНОСТИ РЕШАЮЩЕЙ СТАТИСТИКИ V ПУТЁМ РАЗЛОЖЕНИЯ ПО ОРТОГОНАЛЬНЫМ ПОЛИНОМАМ

Точные аналитические выражения для моментов (18) статистики V могут быть использованы и для нахождения её вероятностного распределения. Для этого представим плотность вероятности $W_V(x)$ случайной величины V в виде разложения в ряд по полной системе ортогональных многочленов $Q_n(x)$ [3, 5, 12]:

$$W_V(x) = \sum_{n=0}^{\infty} c_n f(x) Q_n(x), \quad (19)$$

где c_n — коэффициенты разложения, $f(x)$ — весовая функция, которая определяет множество ортогональных многочленов $Q_n(x)$. Основная проблема, которая возникает при использовании разложения (19), состоит в выборе весовой функции $f(x)$, при которой этот ряд сходится наиболее быстро [13]. Для рассматриваемой задачи в качестве весовой функции $f(x)$ было выбрано β -распределение:

$$f(x) = \frac{\Gamma(p' + q')}{\Gamma(p')\Gamma(q')} x^{p'-1} (1-x)^{q'-1}, \quad (20)$$

где

$$0 < x < 1, \quad p' > 0, \quad q' > 0. \quad (21)$$

Как показало проведённое исследование, функция (20) является очень удачным нулевым приближением неизвестной функции плотности вероятности случайной величины V . При таком выборе весовой функции ортогональные многочлены $Q_n(x)$ представляют собой систему смещённых ортогональных многочленов Якоби, определённых на интервале $[0, 1]$ [12]. В явном виде они записываются следующим образом:

$$Q_n(x) = \frac{\Gamma(q' + n)}{\Gamma(p' + 2n)} \sum_{k=0}^n (-1)^k \frac{n!}{k!(n-k)!} \frac{\Gamma(p' + 2n - k)}{\Gamma(q' + n - k)} x^{n-k}. \quad (22)$$

Параметры p' и q' распределения (20) найдём из условия равенства первых двух моментов аппроксимируемой статистики V (18) и β -распределения [3]. Учитывая, что моменты β -распределения равны

$$M[\beta^k] = \frac{\Gamma(p' + q')\Gamma(p' + k)}{\Gamma(p')\Gamma(p' + q' + k)}, \quad (23)$$

а первые два момента статистики V легко определяются из выражения (18) при $h = 1$ и $h = 2$, для неизвестных параметров p' и q' получим систему уравнений

$$\frac{\Gamma(p' + q')\Gamma(p' + 1)}{\Gamma(p')\Gamma(p' + q' + 1)} = \langle V \rangle, \quad \frac{\Gamma(p' + q')\Gamma(p' + 2)}{\Gamma(p')\Gamma(p' + q' + 2)} = \langle V^2 \rangle, \quad (24)$$

которую можно привести к более простому виду:

$$\frac{p'}{p' + q'} = \langle V \rangle, \quad \frac{p'(p' + 1)}{(p' + q')(p' + q' + 1)} = \langle V^2 \rangle. \quad (25)$$

Поскольку искомые параметры β -распределения p' и q' являются положительными величинами, а значения всех моментов $M[V^h]$ принадлежат интервалу $[0, 1]$, то можно показать, что для любых значений первых двух моментов V и для любых p и N существует следующее единственное решение системы уравнений (25):

$$p' = \frac{\langle V \rangle (\langle V \rangle - \langle V^2 \rangle)}{\langle V^2 \rangle - \langle V \rangle^2}, \quad q' = \frac{(\langle V \rangle - \langle V^2 \rangle) (\langle V \rangle - 1)}{\langle V \rangle^2 - \langle V^2 \rangle}. \quad (26)$$

Подставляя найденные значения параметров (26) в (20), получаем нулевое приближение $W_V(x)$ (первое слагаемое ряда (19)) для плотности вероятности статистики V . Несложно показать [3], что при таком выборе параметров p' и q' следующие два коэффициента в разложении (19) будут тождественно равны нулю ($c_1 = 0$; $c_2 = 0$) для любых N и p . Коэффициенты c_n более высоких порядков ($n \geq 3$) в разложении (19) могут быть найдены стандартным образом с использованием условий ортогональности многочленов $Q_n(x)$. Общее выражение для коэффициентов c_n через известные моменты (18) статистики V порядка не выше n имеет вид

$$c_n = \frac{(2n+p')\Gamma^2(2n+p')}{n!\Gamma(n+q')\Gamma(n+p')\Gamma(n+p'-q'+1)} \frac{\Gamma(q'+n)}{\Gamma(p'+2n)} \times \\ \times \sum_{k=0}^n (-1)^k \frac{n!\Gamma(p'+2n-k)}{k!(n-k)!\Gamma(q'+n-k)} M[V^{n-k}]. \quad (27)$$

В следующем разделе путём численного моделирования будет показано, что ряд (19) с коэффициентами (27) имеет очень высокую скорость сходимости на всём интервале изменения аргумента $x \in [0, 1]$.

4. РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Для исследования точности предложенного метода аппроксимации функции распределения решающей статистики V проводилось численное моделирование задачи обнаружения полезного сигнала (1) с помощью 5-элементной антенной решётки при коротких выборках: $N = 5; 10; 15$. На рис. 1 пунктирными кривыми показаны интегральные функции распределения $F_V^{(0)}(x)$ статистики V , рассчитанные на основе нулевого приближения — первого слагаемого ряда (19). Сплошными кривыми на рис. 1 показаны экспериментальные функции распределения $F_V^{\text{exp}}(x)$, найденные на основе 10^6 случайных реализаций.

Как видно из рис. 1а, в линейном масштабе кривые практически неразличимы. Представление данных в логарифмическом масштабе (см. рис. 1б) позволяет оценить высокую точность нулевой аппроксимации функций распределения.

Детальное исследование точности аппроксимации функций распределения статистики V было выполнено для различных порядков приближения ($n = 3; 4; 5; 6; 7$) в разложении (19). На рис. 2а и б приведены абсолютные погрешности аппроксимации интегральной функции распределения $\Delta F_V(x) = F_V^{\text{exp}}(x) - F_V^{(n)}(x)$ для 5-элементной антенной решётки при объёмах выборки $N = 10$ и $N = 15$ соответственно.

Из рис. 2 можно заметить, что нулевая аппроксимация позволяет оценить интегральную функцию распределения с абсолютной точностью $\Delta F_V(x) < 0,004$ на всём интервале $x \in [0, 1]$.

Для предложенного метода аппроксимации функции распределения статистики V была также исследована точность вычисления порогового значения V_{th} для решения задачи обнаружения по критерию Неймана—Пирсона. Для этого при заданной вероятности ложной тревоги $P_{\text{FA}} = 0,01; 0,05; 0,1$ по экспериментальным интегральным функциям распределения $F_V^{\text{exp}}(x)$ находились пороговые значения V_{th} тест-статистики V . Затем по этим пороговым значениям аналитически, с помощью аппроксимирующего ряда (19) различной длины ($n = 0; 3; 4; 5; 6; 7$), находились новые вероятности ложной тревоги $P_{\text{FA}}^{(n)}$. Ошибки определения вероятности ложной тревоги аналитическим методом для различных порядков аппроксимации приведены в табл. 1 и 2 для $N = 10$ и $N = 15$ соответственно. Можно заметить, что с ростом порядка приближения ошибка нахождения вероятности ложной тревоги аналитическим

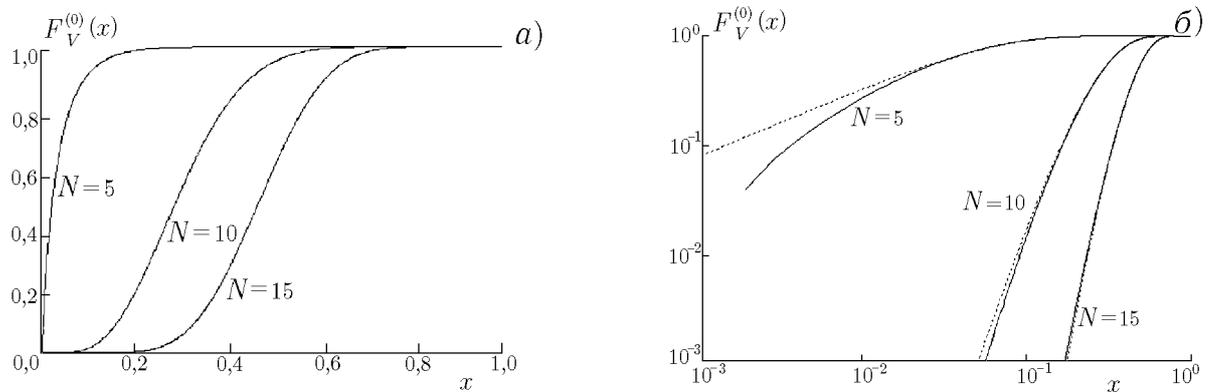


Рис. 1. Экспериментальные и теоретические (нулевое приближение) интегральные функции распределения статистики V в линейном (а) и логарифмическом (б) масштабах

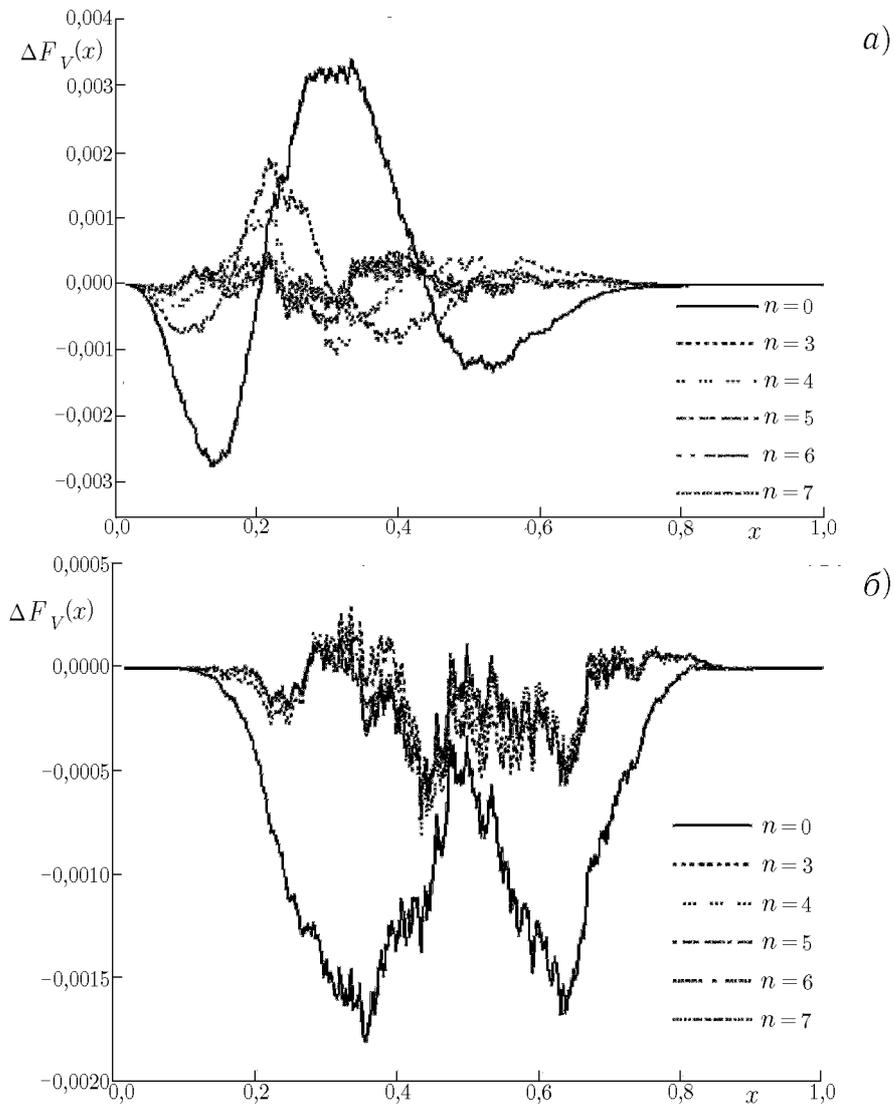


Рис. 2. Абсолютные ошибки аппроксимации интегральной функции распределения статистики V для различных порядков приближения ($n = 0; 3; 4; 5; 6; 7$) при $p = 5$

методом резко уменьшается. Например, из табл. 1 видно, что самая большая ошибка определения вероятности ложной тревоги (около 21 %) получается в нулевом приближении при $P_{\text{ФА}} = 0,01$. Использование в аппроксимирующем ряде (19) четырех членов (с учетом четырех моментов статистики V) или шести членов (с учетом шести моментов статистики V) позволяет вычислять вероятность ложной тревоги $P_{\text{ФА}}$ с точностью, превышающей 3 % или 0,5 % соответственно.

Таблица 1

Ошибки определения вероятности ложной тревоги
для $N = 10$ (в процентах)

$P_{\text{ФА}}$	V_{th}	Ошибка для порядка аппроксимации					
		$n = 0$	$n = 3$	$n = 4$	$n = 5$	$n = 6$	$n = 7$
0,10	0,164	4,08	-0,11	-0,40	-0,15	0,05	0,16
0,05	0,136	7,79	1,03	-0,07	-0,28	-0,13	0,05
0,01	0,092	20,48	6,59	2,77	0,30	0,43	-0,62

Таблица 2

Ошибки определения вероятности ложной тревоги
для $N = 15$ (в процентах)

$P_{\text{ФА}}$	V_{th}	Ошибка для порядка аппроксимации					
		$n = 0$	$n = 3$	$n = 4$	$n = 5$	$n = 6$	$n = 7$
0,10	0,333	1,43	-0,34	-0,27	-0,17	-0,16	-0,17
0,05	0,297	2,89	-0,18	0,23	-0,10	-0,09	-0,08
0,01	0,235	8,47	1,91	1,31	1,07	1,08	1,14

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе предложен высокоэффективный метод аппроксимации функции распределения решающей GLR-статистики в случае коротких выборок. Используя данный подход для вычисления пороговых значений статистики, решена задача обнаружения многомерных сигналов с априорно неизвестной пространственной когерентностью на фоне пространственно-неоднородного аддитивного шума. Точность и эффективность предложенного метода для выборок произвольного объема подтверждена численным моделированием.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (гранты № 00-02-17602, 00-15-96620) и NATO PST.CLG.977419.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Anderson T. W. An introduction to multivariate statistical analysis. New York: John Wiley and Sons, 1960.
2. Вайнштейн Л. А., Зубаков В. Д. Выделение сигналов на фоне случайных помех. М.: Советское радио, 1960.
3. Тихонов В. И. Статистическая радиотехника. М.: Советское радио, 1966.

4. Шестов Н. С. Выделение оптических сигналов на фоне случайных помех. М.: Советское радио, 1967.
5. Левин Б. Р. Теоретические основы статистической радиотехники. М.: Советское радио, 1974.
6. Теория обнаружения сигналов / Под ред. П. А. Бакута. М.: Радио и связь, 1984.
7. Трифонов А. П., Шинаков Ю. С. Совместное различение сигналов и оценка их параметров на фоне помех. М.: Радио и связь, 1986.
8. Bolkhovskaya O. V., Maltsev A. A., Presti L. Lo, Sellone F. // International Conference on Electromagnetics in Advanced Applications (ICEAA 01), September 2001, Torino, Italy. P. 655.
9. Goodman N. R. // Ann. Math. Stat. 1963. V. 34. P. 152.
10. Гирко В. Л. Спектральная теория случайных матриц. М.: Наука, 1988.
11. Пугачев В. С. Теория вероятностей и математическая статистика. М.: Наука, 1979.
12. Справочник по специальным функциям с формулами, графиками и математическими таблицами. М.: Наука, 1979.
13. Luke Y. L. Mathematical functions and their approximations. New York: Academic Press Inc., 1975.

Нижегородский госуниверситет им. Н. И. Лобачевского,
г. Нижний Новгород, Россия

Поступила в редакцию
24 сентября 2002 г.

**DETERMINATION OF THRESHOLD VALUES OF THE GENERALIZED
LIKELIHOOD RATIO IN THE PROBLEM OF DETECTING PARTIALLY
COHERENT SPATIAL SIGNALS IN THE CASE OF SHORT SAMPLES**

O. V. Bolkhovskaya and A. A. Mal'tsev

In this paper, we solve the problem of detecting multidimensional Gaussian complex signals with an a priori unknown spatial covariance matrix against a background of spatially nonuniform Gaussian noise with unknown power in the case of a fixed false-alarm probability. For an arbitrary sample size, exact analytical expressions are obtained for the moments of a decision statistic represented in the form of the generalized likelihood ratio raised to the power which is the reciprocal of a positive integer. The series expansion of the probability density function of the decision statistic in terms of orthogonal Jacobi polynomials is obtained by the method of moments. We use numerical simulation to demonstrate the high accuracy of approximating the probability density and finding the threshold value of the decision statistic. The obtained results hold for the case of short samples whose sizes are comparable with the number of elements of a receiving antenna.