МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Известия высших учебных заведений

РАДИОФИЗИКА

ежемесячный научно-технический журнал

Издаётся с апреля 1958 г.

Том XLIV №9 **Нижний Новгород** **2001**

Содержание

УДК 523.98

О ПРОИСХОЖДЕНИИ РЕЛИКТОВЫХ МАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ ЗВЁЗД СОЛНЕЧНОГО ТИПА

Л. Л. Кичатинов

Изучается сценарий, согласно которому реликтовое магнитное поле Солнца является следствием гидромагнитного динамо, действовавшего на ранних стадиях эволюции, и было тогда захвачено растущим лучистым ядром. Предложена количественная модель указанного процесса. Согласно модельным расчётам магнитное поле в лучистой зоне имеет амплитуду в десятые доли гаусс и значительно отклоняется от осевой симметрии. Предложено объяснение явления активных долгот существованием неосесимметричного реликтового магнитного поля.

ВВЕДЕНИЕ

Звёзды солнечного типа обладают внешними конвективными оболочками, в которых существуют интенсивные гидродинамические течения. Считается, что именно здесь действует гидромагнитное динамо, определяющее магнитную активность таких звёзд. Глубже располагаются лучистые зоны с устойчивой стратификацией, где не должно быть сколько-нибудь существенных течений, и поэтому динамо там действовать не может. Однако имеются свидетельства о наличии и в лучистой зоне Солнца глобального магнитного поля. Только действием магнитных сил удаётся объяснить близкие скорости вращения лучистого ядра и конвективной оболочки [1], обнаруженные гелиосейсмологическими методами [2]. Наблюдаемое чередование циклов активности с относительно высокими и низкими амплитудами также может быть объяснено слабым внутренним магнитным полем [3].

Считается, что это поле реликтовое, т. е. сохранившееся с ранних стадий эволюции звезды. Микроскопическая магнитная диффузия в лучистой зоне, обладающая коэффициентом порядка 10^3 см^2/с, достаточно мала, чтобы омическая диссипация не успела разрушить глобальное поле за приблизительно 4,6 млрд. лет существования Солнца. И всё же происхождение такого поля представляет собой проблему. Значительный магнитный поток может быть захвачен формирующейся звездой из протозвёздного облака [4]. В последующем, однако, звезда является полностью конвективной на протяжении нескольких миллионов лет, что примерно в 10^4 раз больше характерного времени турбулентной диффузии. Ясно, что к началу формирования лучистой зоны никаких следов первичного поля уже не останется. Во вращающейся полностью конвективной звезде может, однако, действовать гидромагнитное динамо [5, 6]. Наблюдаемая магнитная активность молодых звёзд [7, 8] подтверждает такое предположение. Растущая лучистая зона будет захватывать поле, формируемое динамо, из конвективной оболочки [9, 10].

В данной работе предлагается количественная модель указанного процесса. Согласно модели глобальное магнитное поле в лучистой зоне является неосесимметричным, его амплитуда невелика ($0{,}1\div1$ Гс), но достаточна для обеспечения твердотельного вращения лучистой зоны. На основе предположения о наличии неосесимметричного реликтового поля объясняется явление активных долгот, наблюдаемых на Солнце (см., например, [11–13]) и звёздах [14, 15].

1. МОДЕЛЬ

Вращение звёзд типа T Tau, по всей вероятности, близко к твердотельному [6, 16]. В такой ситуации генерация крупномасштабного магнитного поля осуществляется конвективными движениями посредством так называемого α^2-динамо (см., например, [17, с. 234]).

Уравнение индукции крупномасштабного поля,

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \operatorname{rot}\left(\hat{\boldsymbol{\alpha}}\mathbf{B} - \eta \operatorname{rot}\mathbf{B}\right), \tag{1}$$

учитывает α-эффект циклонической конвекции [17] и магнитную диффузию. Коэффициент диффузии включает микроскопическую η_{c} и турбулентную η_{t} составляющие:

$$\eta = \eta_{\mathrm{c}} + \eta_{\mathrm{t}}. \tag{2}$$

Микроскопическая диффузия считается постоянной. Величина η_{t} также предполагается постоянной в пределах конвективной зоны, но уменьшается до нуля в тонком переходном слое толщины d, центрированном относительно радиуса r_{c} лучистой зоны. Профиль диффузии в переходном слое апроксимируется кубическим сплайном:

$$\eta_{\mathrm{t}} = \begin{cases} 0, & r \le r_{\mathrm{c}} - d/2; \\ \dfrac{\eta_0}{2}\left[1 + \dfrac{x - x_{\mathrm{c}}}{d^3}\left[3d^2 - 4\,(x - x_{\mathrm{c}})^2\right]\right], & |r - r_{\mathrm{c}}| \le d/2; \\ \eta_0, & r \ge r_{\mathrm{c}} + d/2. \end{cases} \tag{3}$$

Здесь $x = r/R$, $x_{\mathrm{c}} = r_{\mathrm{c}}/R$, где R — радиус звезды. Переходный слой моделирует область проникающей конвекции. Конкретный вид функциональной зависимости коэффициента диффузии от глубины в этой области не имеет значения до тех пор, пока динамо-число для переходного слоя остаётся малым по сравнению с его значением для основного объёма конвективной зоны [9]. Наша модель соответствует именно такому случаю, в пользу которого свидетельствуют модели звёздной эволюции.

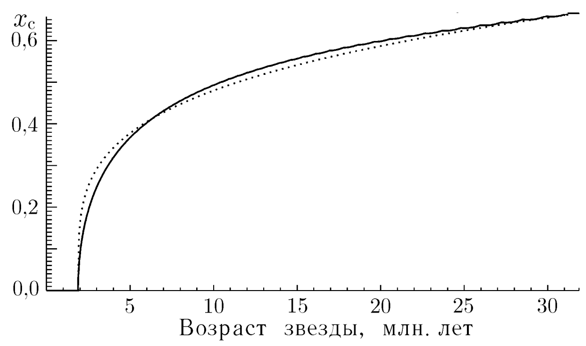


Рис. 1. Зависимость относительного радиуса лучистой зоны $x_{\mathrm{c}} = r_{\mathrm{c}}/R$ от возраста звезды с массой, равной массе Солнца, по модели звёздной эволюции [18, 19]. Возраст отсчитывается от начала стадии Хаяши. Точечная линия показывает аппроксимацию степенной функцией $x_{\mathrm{c}} \sim (t - t_0)^{1/4}$, использованную в нашей модели

Радиус лучистой зоны r_{c} зависит от времени. Он равен нулю до момента t_0 появления в центре звезды конвективно-устойчивой области, а в последующем определяется степенной функцией: $r_{\mathrm{c}} \propto (t - t_0)^{1/4}$ (см. рис. 1). Эта функция аппроксимирует результаты расчётов звёздной эволюции по модели Эглтона [18, 19] для звезды с массой, равной массе Солнца, и химическим составом $X = 0{,}70$; $Z = 0{,}02$, типичном для звёздного населения первого типа.

Характерные времена конвективных движений для звёзд типа T Tau велики по сравнению с периодом вращения. Тензор $\hat{\boldsymbol{\alpha}}$ из (1) для этого случая имеет структуру [20]

$$\alpha_{ij} = A\left(\delta_{ij} - e_i e_j\right)\cos\theta, \tag{4}$$

где $\mathbf{e}$ — единичный вектор вдоль оси вращения, θ — коширота, δ_{ij} — символ Кронекера. Формула (4) учитывает анизотропию α-эффекта, вызванную вращением. Она отражает [21] близость конвективного течения к двумерному состоянию при быстром вращении. Для величины A будем использовать выражение

$$A = \frac{C_\alpha \eta_{\rm t} r}{R^2 \left(1 + \langle B^2 \rangle_{\rm cz} / B_0^2\right)} . \tag{5}$$

Здесь C_α — безразмерный параметр модели, коэффициент диффузии $\eta_{\rm t}$ определён в (3), R — радиус звезды, который для простоты будем считать постоянным вне зависимости от времени, B_0 — так называемое поле равнораспределения, величина которого оценивается из равенства энергии магнитного поля и кинетической энергии конвективных течений; угловые скобки в выражении $\langle B^2 \rangle_{\rm cz}$ означают усреднение по объёму конвективной зоны.

Формула (5) учитывает простейшую нелинейность в виде «глобального» подавления α-эффекта магнитным полем. При этом коэффициенты уравнения индукции (1) сохраняют симметрию относительно экваториальной плоскости и не зависят от азимута. В такой ситуации нелинейное решение вне зависимости от начальных условий в течение нескольких характерных времён диффузии, R^2/η, приобретает определённую глобальную симметрию. В нашем случае это симметрия типа S1 (S означает симметричность относительно экваториальной плоскости, а 1 — азимутальное волновое число; классификацию типов симметрии динамо-поля можно найти в [17]).

Генерация неосесимметричных полей связана с анизотропией тензора $\hat{\boldsymbol{\alpha}}$ (4). Из формулы (4) видно, что α-эффект достигает максимальной интенсивности на оси вращения для полей, нормальных к этой оси. Только неосесимметричное поле может быть ортогональным к оси вращения на высоких широтах. Более детально эти соображения изложены в [6]. Заметим, что существенное отклонение глобального поля от осевой симметрии, по-видимому, согласуется с наблюдениями магнитной активности быстро вращающихся звёзд с глубокими конвективными зонами [22, 23] (см. также обсуждение в [24]).

Динамика магнитного поля определялась путём численного решения уравнения (1) с вакуумными граничными условиями на поверхности. В начальном состоянии имеется слабое ($B \ll B_0$) заданное поле. Модель имеет пять входных параметров: C_α, относительную толщину d/R переходного слоя, отношение коэффициентов диффузии $\eta_0/\eta_{\rm c}$ в конвективной и лучистой зонах, характерное время диффузии $T_{\rm d} = R^2/\eta_0$ и поле равнораспределения B_0. Три последних параметра можно оценить из модели строения звезды, что приближённо даёт $\eta_0/\eta_{\rm c} = 10^7$, $T_{\rm d} = 250$ лет и $B_0 = 2\,000$ Гс. Было также принято, что $d/R = 0{,}1$. Величину C_α оценить сложно. Ясно лишь, что для молодых активных звёзд она должна существенно превышать критическое значение, при котором появляется эффект динамо. Довольно произвольно было принято $C_\alpha = 100$, что приблизительно в пять раз больше критической величины. Заметим, что значение C_α влияет лишь на амплитуду генерируемого поля: при сильно закритическом режиме $B/B_0 \sim \sqrt{C_\alpha}$.

2. РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

На рис. 2 показана расчётная зависимость поля в конвективной зоне, а также поля, захваченного растущим лучистым ядром, от времени. Приведены среднеквадратичные величины с усреднением по объёму.

Слабое начальное поле усиливается до нескольких килогаусс за малое время порядка 100 лет, и его амплитуда быстро выходит на постоянное значение, примерно равное 4,8 кГс. Это, однако, не означает, что поле является стационарным. Как уже отмечалось, глобальное поле не обладает осевой симметрией (см. рис. 3). Его полоидальная составляющая подобна полю диполя с осью, лежащей в экваториальной плоскости. В системе отсчёта, вращающейся вместе с веществом, такое неосесимметричное поле, не меняя амплитуды, дрейфует по азимуту и совершает полный оборот вокруг оси вращения приблизительно за характерное время диффузии.

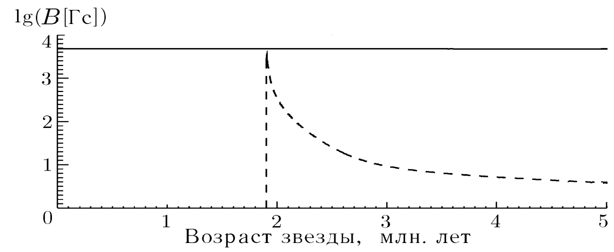


Рис. 2. Среднеквадратичное магнитное поле в конвективной зоне (сплошная линия) и в лучистом ядре (пунктир) в зависимости от возраста звезды. Усреднение проводится по объёму соответствующей области

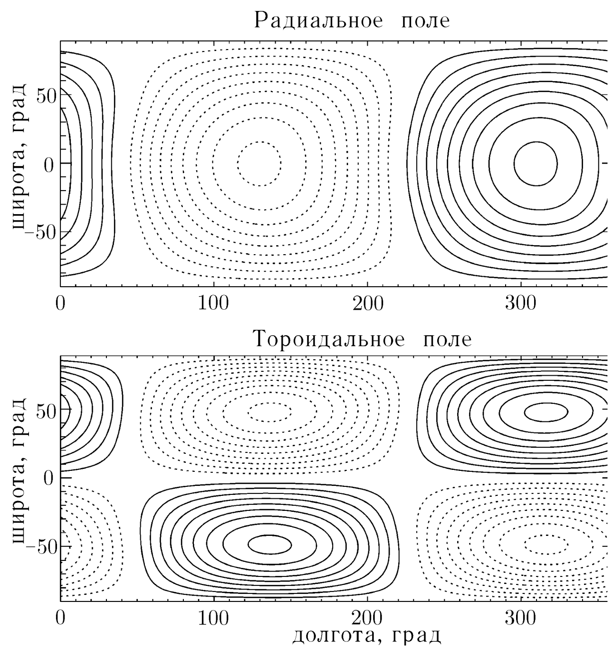


Рис. 3. Изолинии радиальной составляющей поля (вверху) и силовые линии тороидального поля (внизу) на сферической поверхности $r = 0{,}3R$ для возраста звезды 5 млн. лет. Сплошные (пунктирные) линии показывают положительные (отрицательные) уровни радиального поля и циркуляцию по (против) часовой стрелке для тороидального поля

Появление лучистой зоны, когда возраст звезды составляет около 1,9 млн. лет, отмечено острым пиком в амплитуде внутреннего поля на рис. 2. В начале своего роста конвективно-устойчивая область захватывает поле в тысячи гаусс. Затем, однако, амплитуда внутреннего поля уменьшается со временем и составляет несколько гаусс к возрасту 5 млн. лет, когда относительный размер лучистого ядра достигает 0,35. Причина такого поведения заключается в уже отмеченной нестационарности поля. Для фиксированного углового положения на поверхности лучистого ядра магнитное поле является знакопеременным и совершает колебания с периодом азимутального дрейфа поля. Поэтому лучистая зона наиболее эффективно захватывает магнитный поток в период своего наискорейшего роста, т. е. в самом его начале (рис. 1). В конце расчётов, представленных на рис. 2, лучистая зона растёт медленно и практически не захватывает «нового» поля. По мере роста она приобретает лишь то поле, которое уже «заякорено» в конвективно-устойчивой области. Наиболее крупномасштабная составляющая поля характеризуется зависимостью $B \propto r^{-3}$, поэтому на поздних стадиях роста среднеквадратичное поле в лучистой зоне обратно пропорционально третьей степени её радиуса. Ясно, что когда этот радиус достигнет $0{,}7R$, как у современного Солнца, напряжённость внутреннего поля будет составлять десятые доли гаусс.

Наглядно представить неосесимметричное поле довольно сложно. Некоторое представление о его структуре можно получить, используя разложение Чандрасекара [25] для поля в сферической геометрии на полоидальную и тороидальную составляющие:

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_\mathrm{t} + \mathbf{B}_\mathrm{p} = [\mathbf{r}, \nabla T] + \mathrm{rot}\,[\mathbf{r}, \nabla P]. \qquad (6)$$

Силовые линии тороидального поля лежат на сферических поверхностях фиксированного радиуса. Полоидальное поле поддерживается тороидальными токами. На рис. 3 показаны силовые линии тороидального поля и изолинии радиальной составляющей внутреннего поля на малой глубине под поверхностью лучистой зоны. Из рисунка видно, что характерный масштаб поля есть r_c.

Такое глобальное поле с напряжённостью $0{,}1\div1$ Гс достаточно для обеспечения твердотельного вращения конвективно-устойчивой области [26, 27].

Неосесимметричное реликтовое поле, вмороженное в твердотельно вращающуюся лучистую зону, может проникать в конвективную оболочку, где вследствие дифференциального вращения будет генерироваться азимутальное поле. Последнее также будет неосесимметричным. В том интервале долгот, где указанное поле совпадает по знаку с тороидальным полем магнитогидродинамического динамо, магнитная активность будет повышенной. Это может быть причиной явления активных долгот Солнца.

Поле, возникающее вследствие эффекта динамо, близко к осевой симметрии и антисимметрично относительно экваториальной плоскости [28]. Нетрудно представить, что, если полоидальное реликтовое поле имеет структуру, показанную на рис. 3, то возникнут две области повышенной активности, разнесённые на 180° по долготе и асимметричные относительно экватора. Имеются некоторые указания на то, что на Солнце действительно реализуется такая ситуация [12, 29–31].

Активные долготы наблюдаются и на звёздах. Было обнаружено явление чередования активных долгот (flip-flop phenomenon) [14, 15], которое можно описать следующим образом. У звезды имеется цикл активности, подобный солнечному. В течение некоторого полуцикла доминирует одна активная долгота. В следующем полуцикле она изменяет своё положение на 180° и спустя полный цикл возвращается в исходное положение. Такую картину можно интерпретировать как суперпозицию реликтового диполя и колебательного динамо-поля, симметричного относительно экватора.

Автор глубоко благодарен А. К. Камерону (A. Collier Cameron, St. Andrews) за возможность использования результатов его расчётов звёздной эволюции. Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № 99–02–16088).

ЛИТЕРАТУРА

1. Spruit H. // The internal solar angular velocity / Ed. by B. Durney, S. Sofia. Dordrecht: D. Reidel, 1987. P. 185.
2. Schou J. et al. // Astrophys. J. 1998. V. 509. P. 456.
3. Пудовкин М. И., Беневоленская Е. Е. // Письма в АЖ.1982. Т. 8. С. 506.
4. Mestel L. // Quot. J. Roy. Astron. Soc. 1965. V. 6. P. 265.
5. Küker M., Rüdiger G.// Astron. Astrophys. 1999. V. 346. P. 922.
6. Кичатинов Л. Л. // Астрон. журн. 2001. Т. 78 (в печати).
7. Gilliland R. L. // Astrophys. J. 1986. V. 300. P. 339.
8. Basri G., Marcy G. W., Valenti J. A. // Astrophys. J. 1992. V. 390. P. 622.
9. Parker E. N. // Geophys. Astrophys. Fluid Dyn. 1981. V. 18. P. 175.
10. Дудоров А. Е., Криводубский В. Н., Рузмайкина Т. В., Рузмайкин А. А. // Астрон. журн. 1989. Т. 66. С. 809.
11. Витинский Ю. И. // Солн. данные. 1982. № 2. С. 113.
12. Jetsu L., Pohjolainen S., Pelt J., Tuominen I. // Astron. Astrophys. 1997. V. 318. P. 293.
13. Benevolenskaya E. E., Hoeksema J. T., Kosovichev A. G., Scherer P. H. // Astrophys. J. 1999. V. 517. P. 163.
14. Berdyugina S. V., Tuominen I. // Astron. Astrophys. 1998. V. 336. P. 25.
15. Korhonen H. et al. // Astron. Astrophys. 1999. V. 346. P. 101.
16. Rice J. B., Strassmaier K. G. // Astron. Astrophys. 1996. V. 316. P. 164.
17. Краузе Ф., Рэдлер К.-Х. Магнитная гидродинамика средних полей и теория динамо. М.: Мир, 1984.
18. Eggleton P. P. // Mon. Not. Roy. Astron. Soc. 1971. V. 151. P. 351.
19. Eggleton P. P. // Mon. Not. Roy. Astron. Soc. 1972. V. 156. P. 361.

20. Rüdiger G., Kitchatinov L. L. // Astron. Astrophys. 1993. V. 269. P. 581.
21. Kitchatinov L. L., Jardine M., Cameron A. C. // Astron. Astrophys. 2001. V. 374. P. 250.
22. Jetsu L. // Astron. Astrophys. 1993. V. 276. P. 345.
23. Jetsu L., Pelt J., Tuominen I. // Astron. Astrophys. 1993. V. 278. P. 449.
24. Moss D., Tuominen I., Brandenburg A. // Astron. Astrophys. 1991. V. 245. P. 129.
25. Chandrasekhar S. Hydrodynamic and hydromagnetic stability. Oxford: Clarendon Press, 1961. P. 622.
26. Charbonneau P., McGregor K. B. // Astrophys. J. 1993. V. 417. P. 762.
27. Rüdiger G., Kitchatinov L. L. // Astrophys. J. 1996. V. 466. P. 1078.
28. Stenflo J. O. // Astrophys. Space Sci. 1988. V. 144. P. 321.
29. Витинский Ю. И. // Кинемат. и физ. небесн. тел. 1997. Т. 13. С. 76.
30. Витинский Ю. И. // Современные проблемы солнечной цикличности. С.-Петербург: ГАО РАН, 1997. С. 33.
31. Мордвинов А. В., Виллсон Р. К. // Письма в АЖ. 2001. Т. 27. С. 528.

Институт солнечно-земной физики СО РАН,
г. Иркутск, Россия

Поступила в редакцию
2 февраля 2001 г.

ON THE ORIGIN OF RELIC MAGNETIC FIELDS OF SOLAR-TYPE STARS

L. L. Kitchatinov

We study a scenario in which the relic magnetic field of the Sun has been generated by a hydromagnetic dynamo realized during early stage of the solar evolution and then was captured by the growing radiative core at that epoch. A quantitative model for this process is proposed. According to the model calculations, the magnetic field in the radiative core is essentially nonaxisymmetric and has a magnitude of about tenth of gauss. We propose an interpretation for the phenomenon of active longitudes based on the existence of a nonaxisymmetric relic magnetic field.

УДК 523.9

О МЕХАНИЗМЕ ГЕНЕРАЦИИ СОЛНЕЧНОГО МАГНИТНОГО ПОЛЯ

Ю. В. Вандакуров

Разработанный в квантовой механике математический аппарат применяется для изучения процесса генерации солнечного магнитного поля при условиях, когда вязкость не играет существенной роли и скорость вращения среды не зависит от времени. Предполагается, что магнитное поле близко к тороидальному, причём не обладает осевой симметрией и антисимметрично относительно экваториальной плоскости.

Показано, что при наличии осесимметричной полоидальной составляющей гидродинамической скорости и существовании радиального градиента угловой скорости вращения среды существует осциллирующее нарастающее во времени решение для поля с характерной частотой, которая в случае дифференциального вращения среды может превышать частоту вращения. В случае, когда характерное время роста поля составляет 10 лет, радиальная скорость перемещения среды в зоне генерации поля приблизительно равна 10 см/с. Кратко обсуждается также проблема существования двух зон генерации поля.

ВВЕДЕНИЕ

Проблема генерации солнечного магнитного поля детально обсуждалась в работах Паркера [1], Краузе и Рэдлера [2], Зельдовича и др. [3], однако теоретическая модель солнечного цикла, несмотря на многочисленные попытки её построения, до сих пор остаётся неразработанной. Предполагается, что важную роль в генерации магнитного поля играют диссипативные процессы, но эта гипотеза, как было отмечено недавно в работе [4], находится в противоречии с выводом необратимой термодинамики о необходимости минимального производства энтропии в случае близкой к равновесной системы.

В связи с такой неопределённостью нам представляется важным провести исследования указанной проблемы на основе разработанного в квантовой механике математического аппарата, в котором используется представление всех векторных полей в виде разложений по полной системе ортогональных векторных гармоник. Такой подход, рассматривавшийся в работах [5, 6], позволяет провести в нелинейных уравнениях разделение угловых переменных и переменных радиус—время, точно учитывая все взаимодействия полного набора упомянутых гармоник. Этот факт оказывается весьма существенным из-за наличия в исходных уравнениях как линейных, так и нелинейных слагаемых.

В случае, когда упомянутый эффект не учитывается, неправильным зачастую оказывается даже вывод о возможности реализации того или иного равновесного состояния. Дело в том, что анализ бесконечных нелинейных рядов, получающихся после разделения переменных, приводит к неожиданному эффекту (который остаётся незамеченным, если рассматриваются сложные многомерные исходные уравнения): при переходе к приближению более высокого порядка число членов в этих рядах растёт быстрее, чем в линейных рядах, в результате чего может возникнуть ситуация, когда число уравнений растёт быстрее числа переменных, с помощью которых эти уравнения могли бы быть удовлетворены. Впервые обсуждаемое явление «неразрешимости» уравнений было обнаружено при рассмотрении равновесного состояния невращающейся магнитной звезды [7]. Как оказалось, решение такой задачи существует только в том случае, когда упомянутые ряды обрываются на членах низшего порядка. Общие модели такого типа изучаются в работах [6, 8]. Расходимость рядов устраняется в случае дипольного магнитного поля или дипольного поля с вариацией по долготе при условии, что длина волны такой вариации наибольшая. Если речь идёт о вращающихся конфигурациях, то возможно как твердотельное вращение, так и твердотельное вращение с неосесимметричной меридиональной циркуляцией при условии, что скорость последней не зависит от широты.

Преодоление упомянутого выше затруднения, обусловленного необходимостью выполнения условия минимального производства энтропии, возможно, если справедлива гипотеза, что на Солнце реализуется состояние с минимальными затратами энергии на своё поддержание [4]. При этом предполагается, что последнее условие выполняется благодаря переходу как можно бо́льшей части поступающей в конвективную зону энергии в энергию магнитного поля. Иначе говоря, турбулентная диссипация должна возбуждаться таким образом, чтобы осуществлялось подавление всех мод высокого порядка, препятствующих упомянутому переходу энергии, но не должна быть помехой для самой генерации поля. В связи со сказанным возникает фундаментальный вопрос: возможна ли генерация магнитного поля в невязкой среде? Этому вопросу посвящена настоящая работа.

Тот факт, что в случае неосесимметричного тороидального магнитного поля отлична от нуля меридиональная составляющая поля, виден хотя бы из уравнения (13.21) работы Краузе и Рэдлера [2], которые обсуждали общее представление поля в виде рядов по ортогональным гармоникам. Такая составляющая поля сильно взаимодействует с вращающейся средой, поэтому при наличии полоидальной компоненты скорости возможность экспоненциального роста поля нельзя исключить. Важно, однако, при разделении переменных учитывать точное представление для электрического поля, пропорционального векторному произведению гидродинамической скорости $\mathbf{v}$ и поля $\mathbf{B}$. Мы будем проводить соответствующие расчёты в приближении идеальной магнитной гидродинамики (разделы 1 и 2).

Неясным, однако, является вопрос об изменении скорости вращения при генерации магнитного поля. По всей вероятности, пространственное распределение этой скорости организуется таким образом, чтобы не происходили процессы ускорения или замедления вращения среды, поскольку это могло бы затруднить генерацию магнитного поля. В пользу такого заключения свидетельствуют расчёты работ [4, 6], из которых следует, что вращение, близкое к наблюдаемому на Солнце, может быть равновесным для моделей с различными распределениями магнитного поля. Наблюдения также подтверждают тот факт, что циклические вариации вращения Солнца являются малыми величинами [9]. Ниже все распределения скоростей принимаются не зависящими от времени. Обсуждение полученных результатов проводится в заключительном разделе.

1. ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

В приближении идеальной магнитной гидродинамики уравнение для магнитного поля имеет вид

$$\partial\mathbf{B}/\partial t = \mathrm{rot}\,[\mathbf{v},\mathbf{B}], \tag{1}$$

причём в соответствии со сказанным ранее

$$\partial\mathbf{v}/\partial t = 0. \tag{2}$$

Здесь $\mathbf{B}$ и $\mathbf{v}$ обозначают магнитное поле и гидродинамическую скорость соответственно.

Эти векторы, а также их векторное произведение, представим в виде разложений по ортогональным векторным сферическим гармоникам. Такой метод позволяет провести разделение угловых переменных и переменных радиус—время в рамках точных уравнений. Необходимые соотношения для обсуждаемых представлений вытекают из уравнений (2), (5) и (22)–(24) работы [5] (см. также работу [6]). Эти соотношения дают возможность привести уравнение (1) к уравнениям для зависящих от радиуса r и времени t коэффициентов $B_{JM}^{(\lambda)}$ и $v_{JM}^{(\lambda)}$ в упомянутых разложениях. Здесь J — целый неотрицательный индекс, $M = -J, -J+1, \dots, J-1, J$; $\lambda = -1, 0$ или 1. Нулевой (ненулевой) верхний индекс соответствует тороидальным (полоидальным) составляющим. В случае осевой симметрии $M = 0$.

Будем рассматривать модель с зависящим от азимута магнитным полем, для которого эта зависимость определяется только двумя индексами $M = \pm 1$, что соответствует гармоникам с наибольшей длиной волны по долготе. Обсуждаемое магнитное поле не будет связано с полями других типов, если скорость $\mathbf{v}$ является осесимметричной (т. е. для скорости индекс M равен нулю). В результате из уравнения (1) получим

$$\frac{\partial}{\partial t}B^{(0)}_{J\pm1} = -\frac{\zeta_J}{r}\sum_{J_1,J_2} C^{J\pm1}_{J_1\pm1J_20}\Big\{\Theta^J_{J_1J_2}\Big[\frac{\partial}{\partial r}\Big(r\Big[I_{J_1}B^{(-1)}_{J_1\pm1}v^{(+1)}_{J_20} + I_{J_2}B^{(+1)}_{J_1\pm1}v^{(-1)}_{J_20}\Big]\Big) + \\ + J(J+1)\Big(B^{(0)}_{J_1\pm1}v^{(0)}_{J_20} - B^{(+1)}_{J_1\pm1}v^{(+1)}_{J_20}\Big)\Big] + \frac{K^J_{J_1J_2}}{2}\Big[\frac{\partial}{\partial r}\Big[r\Big(I_{J_2}Z^{J_2}_{JJ_1}v^{(-1)}_{J_20}B^{(0)}_{J_1\pm1} - \\ - I_{J_1}Z^{J_1}_{JJ_2}v^{(0)}_{J_20}B^{(-1)}_{J_1\pm1}\Big)\Big] - J(J+1)Z^J_{J_1J_2}\Big(B^{(+1)}_{J_1\pm1}v^{(0)}_{J_20} - v^{(+1)}_{J_20}B^{(0)}_{J_1\pm1}\Big)\Big]\Big\}, \quad (3)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}B^{(-1)}_{J\pm1} = -\frac{\zeta_J I_J}{r}\sum_{J_1,J_2} C^{J\pm1}_{J_1\pm1J_20}\Big[\Theta^J_{J_1J_2}\Big(I_{J_1}B^{(-1)}_{J_1\pm1}v^{(0)}_{J_20} + I_{J_2}B^{(0)}_{J_1\pm1}v^{(-1)}_{J_20}\Big) + \\ + \frac{K^J_{J_1J_2}}{2}\Big(I_{J_2}Z^{J_2}_{JJ_1}B^{(+1)}_{J_1\pm1}v^{(-1)}_{J_20} - I_{J_1}Z^{J_1}_{JJ_2}B^{(-1)}_{J_1\pm1}v^{(+1)}_{J_20}\Big)\Big]. \quad (4)$$

Здесь $Z^c_{ab} = a(a+1) + b(b+1) - c(c+1)$, $\zeta_J = (2J+1)^{-1/2}$, $I_k = [k(k+1)]^{1/2}$, коэффициенты $\Theta^J_{J_1J_2}$ и $K^J_{J_1J_2}$ определяются формулами (10) и (11) работы [5], $C^{JM}_{J_1MJ_20}$ — коэффициент Клебша—Гордана. Заметим, что коэффициент $\Theta^J_{J_1J_2}$ (или $K^J_{J_1J_2}$) отличен от нуля только при нечётной (или чётной) сумме $J + J_1 + J_2$.

Коэффициент $v^{(0)}_{J0}$ в уравнениях (3) и (4) описывает вращение среды. Если же речь идёт о полоидальных составляющих, из уравнений непрерывности при условии постоянства плотности ρ вещества во времени ($\partial\rho/\partial t \approx 0$) и $\operatorname{div}\mathbf{B} = 0$ получим

$$v^{(+1)}_{J0} = \frac{1}{r\rho[J(J+1)]^{1/2}}\frac{\partial}{\partial r}\Big[r^2\rho v^{(-1)}_{J0}\Big], \quad (5)$$

$$B^{(+1)}_{JM} = \frac{1}{r[J(J+1)]^{1/2}}\frac{\partial}{\partial r}\Big[r^2B^{(-1)}_{JM}\Big]. \quad (6)$$

Таким образом, задача нахождения рассматриваемого нестационарного магнитного поля сводится к решению уравнений (3)—(6) при условии известного начального поля и заданных коэффициентов $v^{(0)}_{J0}$ и $v^{(-1)}_{J0}$. Мы будем рассматривать антисимметричное относительно экваториальной плоскости магнитное поле и симметричное относительно той же плоскости поле скорости $\mathbf{v}$. В этом случае коэффициенты $v^{(0)}_{J0}$ и $B^{(0)}_{J\pm1}$ имеют нечётные индексы J, тогда как у коэффициентов $v^{(-1)}_{J0}$ и $B^{(-1)}_{J\pm1}$ индексы J чётные.

Приведём выражения для наиболее важных коэффициентов в уравнениях (3) и (4):

$$C^{J\pm1}_{J_1\pm1\,1\,0}\Theta^J_{J_11} = \mp a\delta_{JJ_1}/[\zeta_J J(J+1)], \quad (7)$$

$$C^{J\pm1}_{J_1\pm1\,1\,0}K^J_{J_11} = 2a(J+J_1+1)^{-1}(2J_1+1)^{-1/2}(\delta_{JJ_1+1} + \delta_{JJ_1-1}), \quad (8)$$

$$C^{J\pm1}_{J_1\pm1\,2\,0}\Theta^J_{J_12} = \mp\sqrt{5}\,C^{J\pm1}_{J_1\pm1\,1\,0}K^J_{J_11}, \quad (9)$$

$$C^{J\pm1}_{J_1\pm1\,2\,0}K^J_{J_12} = a\sqrt{5}\left[\frac{\delta_{JJ_1+2} + \delta_{JJ_1-2}}{2(J+J_1+1)(2J_1+1)^{1/2}} + \frac{[J(J+1)-3](2J+1)^{1/2}}{3J(J+1)(2J-1)(2J+3)}\delta_{JJ_1}\right], \quad (10)$$

$$C^{J\pm1}_{J\pm1\,3\,0}\Theta^{J}_{J3} = \mp\frac{3a\,(J-1)\,(J+2)\,[14\,(2J+1)]^{1/2}}{2J\,(J+1)\,(2J-1)\,(2J+3)}\,, \tag{11}$$

где $a = [3/(8\pi)]^{1/2}$, δ_{ik} — символ Кронекера.

2. РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЯ ГЕНЕРАЦИИ ПОЛЯ

Если в уравнении (3) полоидальные компоненты отсутствуют, его можно записать в виде

$$\frac{\partial}{\partial t}B^{(0)}_{JM} = -\frac{J\,(J+1)}{r\,(2J+1)^{1/2}}\sum_{J_1,J_2}C^{JM}_{J_1MJ_20}\Theta^{J}_{J_1J_2}B^{(0)}_{J_1M}v^{(0)}_{J_20}, \tag{12}$$

где $M = \pm1$. В самом простом случае твердотельного вращения среды с угловой скоростью

$$\Omega_1 = \frac{ia}{r}\,v^{(0)}_{10} = \left(\frac{3}{8\pi}\right)^{1/2}\frac{i}{r}\,v^{(0)}_{10} \tag{13}$$

вместо уравнения (12) получим, учитывая формулу (7),

$$(\partial/\partial t + iM\Omega_1)\,B^{(0)}_{JM} = 0, \tag{14}$$

где $M = \pm1$, $\Omega_1 = \mathrm{const}$. Видно, что в этом случае поле пропорционально $\exp(i\omega t)$, где $\omega = -M\Omega_1$. Вообще говоря, собственная частота не будет кратна частоте вращения, если вращение нетвердотельное.

Мы провели изучение собственных значений ω системы уравнений (12), предполагая, что в разложении скорости вращения по векторным сферическим гармоникам содержатся лишь члены с $v^{(0)}_{10}$ и $v^{(0)}_{30}$.

Таблица 1

N	$\omega/(\mp\Omega_1)$			
2	1,0277	0,9099		
3	1,0365	0,8691	0,9649	
4	1,0404	0,8490	0,9191	0,9934

Например, в приведённых в табл. 1 работы [4] моделях с близким к солнечному распределением скорости вращения эти две гармоники имеют относительные амплитуды 1 и $-0{,}05$ соответственно, тогда как более высокие гармоники почти в 5 раз меньше. В дальнейшем мы рассматриваем такую систему уравнений для ω, в которой присутствует лишь некоторое число N мод $B^{(0)}_{JM}$, где $J = 1, 3, 5, \ldots$, и $M = \pm1$. Соответственно, система имеет N решений. Эти решения для собственных значений ω при $N = 2; 3; 4$ приведены в табл. 1. Видно, что в решение входят как моды с низкими частотами, так и моды, для которых $|\omega/\Omega_1| > 1$. Это обстоятельство следует учитывать при интерпретации наблюдаемого на Солнце более быстрого по сравнению с окружающей средой вращения магнитных особенностей [10]. Заметим, что относительная угловая скорость вращения, соответствующая приведённым в табл. 1 моделям, зависит от угла ϑ как $[1 - (1/20)(7/8)^{1/2}\,(5\cos^2\vartheta - 1)]$, где r, ϑ и φ — сферические координаты.

Коэффициенты $v^{(\pm1)}_{J0}$ в уравнениях (3), (4) являются действительными величинами (в отличие от мнимых коэффициентов $v^{(0)}_{J0}$), поэтому при наличии полоидальных движений среды описанные выше осцилляции поля растут или затухают. Как уже отмечалось выше, поправки, характеризующие широтную дифференциальность солнечного вращения, малы (основная поправка $v^{(0)}_{30}/v^{(0)}_{10}$, как уже говорилось, порядка 1/20), поэтому в первом приближении эффект роста амплитуды осцилляций поля можно изучать на примере случая, когда вращение среды нетвердотельно лишь по радиусу. Предположим также, что полоидальная скорость содержит лишь один член в разложении по упомянутым векторным гармоникам, тогда радиальная и меридиональная скорости будут равны

$$v_r = v_{20}^{(-1)}\,(1/4)\,(5/\pi)^{1/2}\,(3\cos^2\vartheta - 1), \tag{15}$$

$$v_\vartheta = -v_{20}^{(+1)}\,(1/4)\,(15/2\pi)^{1/2}\sin(2\vartheta), \tag{16}$$

где коэффициенты уравнений связаны соотношением (5).

В рассматриваемом случае уравнения (3), (4) записываются в виде

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + iM\Omega_1\right) B_{JM}^{(0)} = \frac{a}{r}\left\{(J^2-1)^{1/2}\,f_J D_{(J-1)M} - [J\,(J+2)]^{1/2} g_J D_{(J+1)M}\right\}, \tag{17}$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + iM\Omega_1\right) B_{JM}^{(-1)} = \frac{Ma}{r}\,(30)^{1/2}\,v_{20}^{(-1)}\left[f_J B_{(J-1)M}^{(0)} + g_J B_{(J+1)M}^{(0)}\right], \tag{18}$$

где $M = \pm 1$,

$$f_J = \left[\frac{J+1}{J\,(2J-1)(2J+1)}\right]^{1/2}, \quad g_J = \left[\frac{J}{(J+1)\,(2J+1)\,(2J+3)}\right]^{1/2}, \tag{19}$$

$$D_{JM} = \frac{\partial}{\partial r}\left(r v_{10}^{(0)} B_{JM}^{(-1)}\right) - [J\,(J+1)]^{1/2}\, v_{10}^{(0)} B_{JM}^{(+1)} = r^2 B_{JM}^{(-1)}\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{v_{10}^{(0)}}{r}\right), \tag{20}$$

причём в уравнении (17) для основной тороидальной составляющей поля опущены члены порядка $v_{20}^{(+1)} B_{JM}^{(0)}/r$.

Полагая

$$B_{JM}^{(\lambda)} = e^{-iM\Omega_1 t} G_{JM}^{(\lambda)}, \tag{21}$$

придём к уравнениям с такими же, как в уравнениях (17) и (18) правыми частями, но для медленно меняющихся переменных. Например, из (15) получаем

$$\frac{\partial}{\partial t} G_{JM}^{(-1)} = \frac{M}{r}\left(\frac{45}{4\pi}\right)^{1/2} v_{20}^{(-1)}\left(f_J G_{(J-1)M}^{(0)} + g_J G_{(J+1)M}^{(0)}\right). \tag{22}$$

Это уравнение можно использовать для исключения переменной $G_{JM}^{(-1)}$. В результате получим

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} G_{JM}^{(0)} = -iM\left(\frac{45}{4\pi}\right)^{1/2} v_{20}^{(-1)}\frac{\mathrm{d}\Omega_1}{\mathrm{d}r}\Big\{(J^2-1)^{1/2}\,f_J\left[f_{J-1} G_{(J-2)M}^{(0)} + g_{J-1} G_{JM}^{(0)}\right] - \\ - [J\,(J+2)]^{1/2}\,g_J\left[f_{J+1} G_{JM}^{(0)} + g_{J+1} G_{(J+2)M}^{(0)}\right]\Big\}, \tag{23}$$

где $M = \pm 1$. Видно, что в рассматриваемом приближении радиальная зависимость скорости $v_{20}^{(-1)}$ определяется соотношением

$$v_{20}^{(-1)}\,\mathrm{d}\Omega_1/\mathrm{d}r = \mathrm{const}. \tag{24}$$

Уравнение (23) определяет поправки к собственным частотам колебаний, причём условие медленного изменения во времени величин $G_{JM}^{(0)}$ удовлетворяется, если

$$\left|v_{20}^{(-1)}\,\mathrm{d}\Omega_1/\mathrm{d}r\right|^{1/2} \ll \Omega_1. \tag{25}$$

Кроме того, опущенные при выводе уравнения (17) малые члены будут много меньше оставленных, если

$$v_{20}^{(+1)} \Big/ \left| v_{20}^{(-1)} r^2 \,\mathrm{d}\Omega_1/\mathrm{d}r \right|^{1/2} \ll 1. \tag{26}$$

Полагая $\partial/\partial t = \sigma$, придём к алгебраической системе уравнений для комплексных собственных значений

$$s = \sigma^2 \Big/ \left[M\,(45/4\pi)^{1/2}\, v_{20}^{(-1)} \,\mathrm{d}\Omega_1/\mathrm{d}r \right], \tag{27}$$

определяющих квадраты обратных времён роста (если $\sigma > 0$) или затухания (при $\sigma < 0$) мод. Мы проводили расчёты, оставляя лишь N коэффициентов $G_{JM}^{(0)}$ в уравнениях (23). Например, при $N = 2$ отличны от нуля только величины $G_{1(\pm 1)}^{(0)}$ и $G_{3M}^{(0)}$. В следующем приближении появляется ещё коэффициент $G_{5M}^{(0)}$ и т. д. В табл. 2 приведены решения для моделей, соответствующих $N = 1; 2; 3; 4$. Верхние и нижние знаки в табл. 2, относящиеся к различным решениям, не имеют отношения к знаку M.

Таблица 2

N	s		$\max\left[\mathrm{Re}\left(s^{1/2}\right)\right]$
1	$0{,}0000 + 0{,}1000i$		0,2236
2	$\pm 0{,}0649 + 0{,}0417i$		0,2665
3	$\pm 0{,}0799 + 0{,}0199i$	$0{,}0000 + 0{,}0359i$	0,2847
4	$\pm 0{,}0824 + 0{,}0146i$	$\pm 0{,}0250 + 0{,}0211i$	0,2882

В последнем столбце табл. 2 даны наибольшие значения действительной части величин $s^{1/2}$, которые определяют характерное время роста амплитуды мод, растущих наиболее быстро. Последние всегда существуют в связи с тем, что в решении может быть любой знак главной части комплексной величины s. Мнимые части величин $s^{1/2}$ не выписаны, поскольку они интереса не представляют (поправки к частотам колебаний определяются рассматривавшимися выше уравнениями (12) для среды с дифференциальным вращением по широте).

Полученные результаты позволяют сделать два важных заключения. Во-первых, колебательная неустойчивость существует при любых знаках как коэффициента $v_{20}^{(-1)}$, так и радиального градиента угловой скорости вращения $\mathrm{d}\Omega_1/\mathrm{d}r$. Во-вторых, характерное время роста τ наиболее быстрорастущих мод поля слабо зависит от числа N учитываемых мод. Принимая, что $\max\left[\mathrm{Re}\left(s^{1/2}\right)\right] \approx 0{,}29$, получим

$$\tau \approx 2{,}5 \left| v_{20}^{(-1)} \,\mathrm{d}\Omega_1/\mathrm{d}r \right|^{-1/2}. \tag{28}$$

В нижней части солнечной конвективной зоны градиент $\mathrm{d}\Omega_1/\mathrm{d}r$ можно приближённо заменить на $0{,}1\Omega_1/r$ (см., например, работу [11]), тогда время τ будет порядка 10 лет в случае $v_{20}^{(-1)} \sim 10$ см/с. При этом горизонтальные полоидальные скорости в соответствии с уравнением (5) будут больше радиальных приблизительно в $\left|\mathrm{d}(\ln\rho)/\mathrm{d}(\ln r)\right|$ раз. При таких условиях соотношение (26) будет удовлетворяться, если речь идёт о нижней половине конвективной зоны.

Иная ситуация имеет место в подповерхностных слоях солнечной конвективной зоны, где радиальный градиент угловой скорости вращения отрицателен и по абсолютной величине, возможно, почти на 2 порядка больше величины, указанной в [11]. В таких условиях и при том же коэффициенте $v_{20}^{(-1)}$ обсуждаемая неустойчивость будет развиваться на порядок быстрее рассмотренной выше. Следовательно, наряду с основным 11-летним циклом вполне может существовать квазидвухлетний цикл генерации поля, изучавшийся в работах [6, 12, 13]. В этом случае горизонтальные полоидальные скорости в подповерхностных слоях Солнца могут достигать порядка 10 м/с, а условие (26) будет удовлетворяться, если $|\mathrm{d}\Omega_1/\mathrm{d}r|$ достаточно велико.

Заметим, что движения со скоростями порядка 50 м/с в слое, ограниченном относительными радиусами 0,97 и 0,999, были обнаружены в работе [14] при анализе гелиосейсмических данных. Эти скорости довольно близки к цитированным выше; движение было направлено в сторону полюсов с максимумом горизонтальной скорости на средних широтах, что находится в соответствии с формулой (16), если речь идёт об общем медленном всплывании среды в приэкваториальной области и её погружении на высоких широтах.

Заметим ещё, что из уравнений (17), (18) вытекает следующее соотношение между коэффициентами рассматриваемого магнитного поля:

$$B_{J(-1)}^{(0)} = B_{J1}^{(0)*}, \quad B_{J(-1)}^{(-1)} = -B_{J1}^{(-1)*}, \tag{29}$$

где звёздочка (как и буквы к. с. ниже) обозначают комплексно-сопряжённую величину. Общее выражение для этого поля в соответствии с формулой (2) [5] имеет вид

$$\mathbf{B} = -\sum_J \Big\{ \Big[\mathbf{i}_r U_J B_{J1}^{(-1)} e^{i\varphi} \sin\vartheta + \mathbf{i}_\vartheta \left[J\,(J+1) \right]^{-1/2} \Big(W_J B_{J1}^{(+1)} e^{i\varphi} - U_J B_{J1}^{(0)} e^{i\varphi} \Big) + \\ + \mathbf{i}_\varphi \left[J\,(J+1) \right]^{-1/2} \Big(U_J B_{J1}^{(+1)} i e^{i\varphi} - W_J B_{J1}^{(0)} i e^{i\varphi} \Big) \Big] + \text{к.с.} \Big\}, \tag{30}$$

где $B_{J1}^{(\lambda)} = B_{J1}^{(\lambda)}(r,t)$, $W_J = \mathrm{d}(U_J \sin\vartheta)/\mathrm{d}\vartheta$, $U_J = U_J(\vartheta)$ — функция ϑ, входящая в выражение для сферической функции $Y_{J\pm1} = \mp U_J e^{\pm i\varphi} \sin\vartheta$, $|\lambda| + J$ — нечётное. В частности, $U_1 = (3/8\pi)^{1/2}$, $U_2 = 5^{1/2} U_1 \cos\vartheta$, $U_3 = (7/8)^{1/2} U_1 (5\cos^2\vartheta - 1)$ и т. д.

3. ОБСУЖДЕНИЕ

Проведённые расчёты показывают, что генерация солнечного магнитного поля без учёта вязкости среды вполне осуществима, если сам этот процесс необходим для уменьшения общих затрат энергии на существование Солнца. Мы предполагаем, что такое уменьшение энергозатрат происходит благодаря переходу максимально возможной части поступающей в конвективную зону энергии в энергию магнитного поля. Представляется правдоподобным, что устраняются также процессы, снижающие эффективность генерации поля. Например, дифференциальное по широте вращение среды, по-видимому, организуется таким образом, чтобы изменения магнитного поля не сопровождались перераспределением скорости вращения конвективной зоны. Кроме того, наиболее вероятен процесс генерации поля без учёта вязкости среды.

Результаты наших исследований говорят в пользу того, что генерация магнитного поля действительно легко осуществима, если (а) магнитное поле неосесимметрично и антисимметрично относительно экваториальной плоскости, (б) это поле близко к тороидальному, (в) существует радиальный градиент угловой скорости вращения и (г) в среде возбуждено стационарное осесимметричное полоидальное движение вещества. Например, в приэкваториальной зоне вещество может всплывать, а на высоких широтах тонуть (или наоборот).

Фундаментальное значение имеет тот факт, что направление скорости полоидального движения вещества, а также знак упомянутого выше радиального градиента угловой скорости вращения не являются существенными. В любом случае существует решение для магнитного поля, описывающее экспоненциальный рост его амплитуды. Значит, смена направления полоидального движения вещества может просто означать переход к новому циклу генерации поля. Здесь мы учитываем, что при смене знака полоидальной скорости происходит смена той моды поля, которая является неустойчивой, тогда в уравнениях (17), (18) меняются как знаки правых частей, так и направление генерируемого магнитного поля.

Тип обсуждаемого основного тороидального магнитного поля, пропорционального $\sin\varphi$ или $\cos\varphi$, находится в качественном согласии с типом наблюдаемых на Солнце всплывающих полей. Характерные максимальные величины полей в равновесных условиях оценивались в работах [4, 6] в несколько десятков кГс. Время генерации τ сравнимо с длительностью солнечного цикла, если радиальная скорость вещества порядка 10 см/с. При этом горизонтальные скорости в подповерхностных слоях могут быть на 2 порядка больше, что, по-видимому, находится в согласии с гелиосейсмическими данными [14].

Важно также, что упомянутое тороидальное магнитное поле является осциллирующим с частотой, сравнимой с частотой вращения среды. В рассматриваемом приближении частота осцилляций связана с дифференциальным по широте вращением среды, которое, как уже говорилось, вероятно, необходимо для удовлетворения условия независимости между вариациями поля и скорости вращения. Широтный градиент скорости вращения определяет частоту осцилляций поля. Вопрос о возможной связи обсуждаемого явления со скоростью вращения всплывающего на поверхность Солнца магнитного поля ещё нуждается в более детальном изучении.

В рамках обсуждаемой модели естественное объяснение находит двухзонная конфигурация генерации солнечного магнитного поля. Именно, можно предполагать, что формирование большого отрицательного радиального градиента угловой скорости вращения в подповерхностных слоях Солнца обусловлено существованием 2-й зоны генерации поля, обсуждавшейся в работах [6, 12, 13]. Если полоидальные скорости при этом сравнимы с рассматривавшимися выше и абсолютная величина упомянутого радиального градиента в подповерхностной зоне на 2 порядка больше основного положительного радиального градиента в более глубоких слоях конвективной зоны, становится, по-видимому, возможным существование дополнительного квазидвухлетнего цикла генерации поля. В пользу такой гипотезы свидетельствуют наблюдаемые горизонтальные движения среды в подповерхностных слоях [14] (см. также раздел 2). Неясным в этом случае остаётся только вопрос об удовлетворении условия независимости вариаций поля и скорости вращения среды (см. обсуждение проблемы в работе [6]).

Нерешёнными остаются проблемы выноса магнитного поля из конвективной зоны и смены направления общего поля. В нашей модели реализация 11-летнего циклического изменения знака всплывающего поля могла бы происходить, как уже отмечалось, благодаря возбуждению вариаций угловой скорости вращения в подконвективной зоне Солнца. Недавно подобные вариации с периодом порядка года были обнаружены в гелиосейсмических данных [15]. Вопрос о возможном существовании циклических вариаций нуждается в дальнейшем изучении.

Работа выполнена при финансовой поддержке фонда «Интеграция» (контракт № KO854) и Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 00–02–16939).

ЛИТЕРАТУРА

1. Паркер Е. Космические магнитные поля. М.: Мир, 1982. 1 087 с.
2. Краузе Ф., Рэдлер К.-Х. Магнитная гидродинамика средних полей и теория динамо. М.: Мир, 1984. 314 с.
3. Вайнштейн С. И., Зельдович Я. Б., Рузмайкин А. А. Турбулентное динамо в астрофизике. М.: Наука, 1980. 352 с.
4. Вандакуров Ю. В. // Письма в Астрон. журн. 1999. Т. 25. С. 868.
5. Вандакуров Ю. В. // Астрон. журн. 1999. Т. 76. С. 29.
6. Вандакуров Ю. В. // Астрон. журн. 2001. Т. 78. С. 253.
7. Вандакуров Ю. В. // Письма в Астрон. журн. 1999. Т. 25. С. 143.
8. Вандакуров Ю. В. // ЖТФ. 2001. Т. 71, № 6. С. 1.
9. Howard R. // Ann. Rev. Astron. Astrophys. 1984. V. 22. P. 131.

10. Stenflo J. O. // Astron. Astrophys. 1989. V. 210. P. 403.
11. Schou J., Antia H. M., Basu S. et al. // Astrophys. J. 1998. V. 505. P. 390.
12. Беневоленская Е. Е., Макаров В. И. // Письма в Астрон. журн. 1992. Т. 18. С. 195.
13. Benevolenskaya E. E. // Astrophys. J. Lett. 1998. V. 509. P. 49.
14. González Hernández I., Patrón J., Bogart R. S. et al. // Astrophys. J. Lett. 1999. V. 510. P. 153.
15. Howe R., Christensen-Dalsgaard J., Hill F. et al. // Science. 2000. V. 287. P. 2 456.

Физико-технический институт РАН,
г. Санкт-Петербург, Россия

Поступила в редакцию
18 января 2001 г.

A MECHANISM FOR GENERATION OF THE SOLAR MAGNETIC FIELD

Yu. V. Vandakurov

We apply the mathematical technique of quantum mechanics for studying the process of solar magnetic field generation under conditions where the viscosity is negligible and the rotation velocity of the medium is independent of time. It is assumed that the magnetic field is almost toroidal, axially asymmetric, and antisymmetric with respect to the equatorial plane.

We show that in the presence of an axisymmetric poloidal component of the hydrodynamic velocity and a radial gradient of the angular velocity of the medium, an oscillating solution growing in time exists for the field. The characteristic frequency of the oscillations can exceed the rotation frequency if the medium rotation is nonuniform. In the case where the characteristic time of the field growth amounts to 10 years, the radial velocity of the medium motion in the field-generation zone is approximately equal to 10 cm/s. We also discuss briefly the problem of the existence of two field-generation zones.

УДК 532.517:537.84

КАСКАДНЫЕ МОДЕЛИ МГД ТУРБУЛЕНТНОСТИ И ПРОБЛЕМА СВЕРХРАВНОРАСПРЕДЕЛЕНИЯ

Т. Ю. Антонов [1], *Д. Д. Соколов* [2], *П. Г. Фрик* [1]

В рамках каскадной модели турбулентности рассматривается долговременная эволюция магнитного поля в турбулентном потоке проводящей жидкости. Изначально слабое магнитное поле быстро достигает напряжённости, соответствующей равнораспределению с кинетической энергией турбулентности, после чего начинается этап медленной эволюции. Показано, что в некоторых реализациях на этом этапе магнитная энергия может существенно превосходить кинетическую энергию турбулентности. Обсуждаются возможные наблюдательные проявления подобного сверхравнораспределения магнитного поля. Показано, что реализации со сверхравнораспределением образуются и в том случае, если с самого начала энергия магнитного поля превосходила кинетическую энергию, хотя во многих реализациях и в этом случае достигается равнораспределение.

1. ДИНАМО И РАВНОРАСПРЕДЕЛЕНИЕ

Турбулентное течение хорошо проводящей жидкости за время порядка времени оборота вихрей наибольшего масштаба генерирует случайное магнитное поле (этот процесс называют мелкомасштабным динамо). В результате от малого начального значения магнитное поле вырастает до уровня, при котором на временах, много больших времени оборота вихря, наступает статистическое равновесие. Здравый смысл подсказывает, что напряжённость равновесного магнитного поля можно оценить, приравняв энергию магнитного поля и кинетическую энергию турбулентности. Это называется оценкой равнораспределения. Она играет огромную роль в астрофизике при определении магнитных полей небесных тел, для которых другая информация о магнитном поле зачастую отсутствует. В большинстве случаев идея равнораспределения действительно приводит к разумным результатам, которые в той или иной степени подтверждаются по мере накопления независимой информации.

Физической основой оценки равнораспределения служит закон сохранения энергии, поскольку энергия магнитного поля создаётся за счёт энергии турбулентности. Однако представление о равнораспределении не носит статуса закона природы и должно, по мере возможности, подкрепляться более глубокими аргументами (см., например, [1]). На практике же оценке равнораспределения часто стремятся придать большее значение, неявно полагая, что была бы турбулентность и высокая проводимость, а магнитное поле достигнет равнораспределения вне зависимости от своей начальной амплитуды и конфигурации. Эта наивная точка зрения находится в противоречии с известными фактами. Например, ещё в 1956 г. Зельдович показал, что магнитное поле в двумерной турбулентности не генерируется, а затухает, тогда как оценка равнораспределения никак не связана с трёхмерностью течения [2]. Более того, несмотря на значительные неопределённости в оценке энергии геомагнитного поля и конвекции в жидком ядре Земли общепринято, что энергия геомагнитного поля существенно больше энергии турбулентности, т. е. имеет место сверхравнораспределение. Такая же ситуация характерна и для магнитных полей некоторых звёзд [3]. В этих случаях можно считать, что турбулентность служит не столько источником энергии магнитного поля, сколько «приводным ремнём», а энергия черпается из кинетической энергии вращения космического объекта. В подобных схемах (см., например, [4]) рост магнитного поля может даже приводить к росту турбулентности.

Менее очевидно, насколько детально должна выполняться оценка равнораспределения в том случае, когда резервуар энергии в виде быстрого вращения отсутствует. Однако и в такой ситуации во многих случаях хотелось бы считать, что, по крайней мере, локально магнитное поле может достигать сверхравнораспределения. Наши недавние численные эксперименты с каскадными моделями магнитогидродинамической (МГД) турбулентности дают определённые аргументы в пользу такого представления [5]. В данной работе приведены результаты численных экспериментов, направленных на прояснение этого вопроса.

2. КАСКАДНЫЕ МОДЕЛИ

Основная идея каскадных моделей турбулентности состоит в построении цепочки обыкновенных дифференциальных уравнений, описывающих процесс спектрального переноса энергии в развитой турбулентности. В случае МГД турбулентности задача состоит в том, чтобы сохранить для каждой октавы волновых чисел $k_n < |\mathbf{k}| < k_{n+1}$, где $k_n = 2^n$, $n = 0, 1, 2, \ldots$, только пару комплексных переменных U_n и B_n, характеризующих пульсации скорости и магнитного поля в соответствующих масштабах, и записать для этих переменных систему обыкновенных дифференциальных уравнений, сохраняющих некие базовые свойства исходных уравнений магнитной гидродинамики. Не останавливаясь на обсуждении свойств каскадных моделей (на сегодня о них написаны уже сотни статей), запишем каскадные уравнения для модели МГД турбулентности, введённой в работе [6]:

$$(\mathrm{d}_t + \mathrm{Re}^{-1}k_n^2)\,U_n = ik_n\Big\{(U^*_{n+1}U^*_{n+2} - B^*_{n+1}B^*_{n+2}) - \frac{1}{4}\,(U^*_{n-1}U^*_{n+1} - {} \\ {} - B^*_{n-1}B^*_{n+1}) + \frac{1}{8}\,(U^*_{n-2}U^*_{n-1} - B^*_{n-2}B^*_{n-1})\Big\}, \quad (1)$$

$$(\mathrm{d}_t + \mathrm{Rm}^{-1}k_n^2)\,B_n = \frac{ik_n}{6}\Big\{(U^*_{n+1}B^*_{n+2} - B^*_{n+1}U^*_{n+2}) + (U^*_{n-1}B^*_{n+1} - {} \\ {} - B^*_{n-1}U^*_{n+1}) + (U^*_{n-2}B^*_{n-1} - B^*_{n-2}U^*_{n-1})\Big\}. \quad (2)$$

Уравнения записаны в безразмерном виде; Re — число Рейнольдса, Rm — магнитное число Рейнольдса, d_t — производная по времени. За единицу времени принято характерное время оборота вихря максимального масштаба $T = (k_0U_0)^{-1}$. Структура нелинейных слагаемых в уравнениях (1), (2) такова, что в расчёт принимаются только локальные взаимодействия (обмен энергией происходит только между соседними масштабами), а в пределе $\{\mathrm{Re}, \mathrm{Rm}\} \to \infty$ уравнения сохраняют три квадратичные величины, соответствующие трём известным интегралам движения уравнений магнитной гидродинамики: полной энергии $E = E_U + E_B$, где $E_U = \sum |U_n|^2/2$, $E_B = \sum |B_n|^2/2$, перекрёстной спиральности $H_\mathrm{c} = \sum(U_nB^*_n + B_nU^*_n)$ и магнитной спиральности $H_\mathrm{b} = \sum\,(-1)^n\,|B_n|^2/k_n$.

Система уравнений (1), (2) для 21 пары переменных U_n, D_n $(0 \le n \le 20)$ интегрировалась численно методом Рунге—Кутты 4-го порядка. Описываемый такой системой диапазон волновых чисел $(k_\mathrm{max}/k_\mathrm{min} \approx 10^6)$ позволил рассмотреть случай $\mathrm{Re} = \mathrm{Rm} = 10^9$. В данной работе изучается поведение свободно вырождающейся МГД турбулентности, поэтому уравнения не содержат слагаемых, описывающих приток энергии извне. Граничные условия в области малых и больших волновых чисел имеют вид $U_n = B_n = 0$ для всех $n < 0$ и $n > 21$. Первое условие (для отрицательных n) соответствует наличию в системе наибольшего допустимого масштаба, второе (для больших волновых чисел) является формальным, т. к. реально диссипация становится существенной за несколько октав до границы рассматриваемого диапазона масштабов, и энергия не доходит до самых коротковолновых октав.

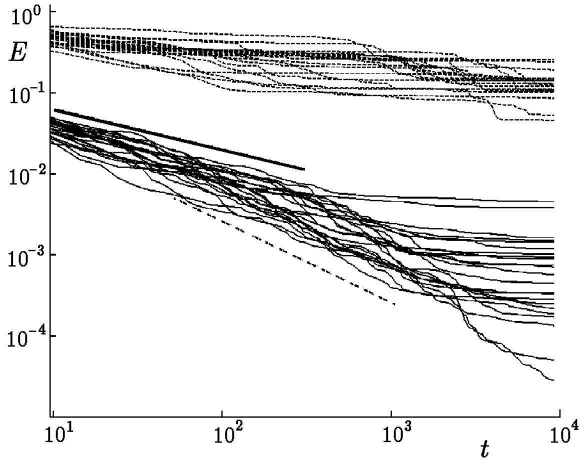


Рис. 1. Временна́я эволюция полной энергии

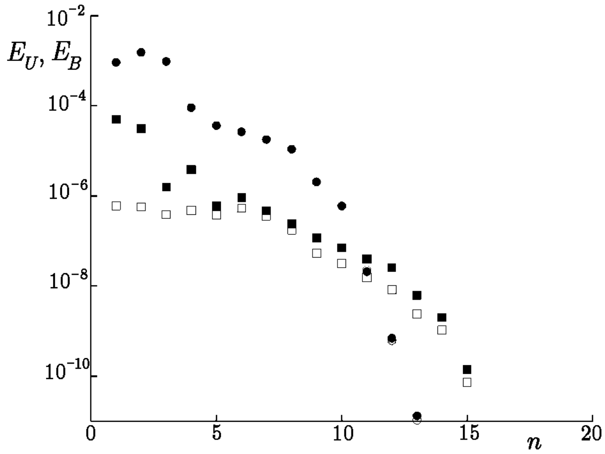


Рис. 2. Спектральное распределение энергии в задаче динамо

3. СОСТОЯНИЯ СО СВЕРХРАВНОРАСПРЕДЕЛЕНИЕМ

Идея описываемых численных экспериментов состояла в изучении поведения семейства реализаций численных решений уравнений (1), (2), имеющих близкие начальные условия при одинаковых спектральных характеристиках (в момент времени $t = 0$ для всего семейства реализаций модули каскадных переменных следовали колмогоровскому закону: $|B_n| = k_n^{-1/3}, |U_n| = k_n^{-1/3}$, при случайных фазах). Вычисления были проведены на кластере параллельных процессоров НИВЦ МГУ, допускающем одновременное интегрирование 24-х реализаций (образующих одно семейство) и проведение вычислений для чрезвычайно больших времён. В качестве начального рассматривалось состояние с хорошо развитым кинетическим спектром и малой энергией магнитного поля ($E_B \ll E_U$). За несколько десятков времён оборота вихря система приходит в состояние равнораспределения кинетической энергии и энергии магнитного поля [6]. В нашем численном эксперименте, охватывающем тысячи времён оборота вихря, было показано, что решения со сходными начальными условиями в ходе долговременной нелинейной эволюции обнаруживают существенно различное поведение.

Важной интегральной характеристикой системы служит коэффициент корреляции магнитного поля и поля скорости, который определяется как отношение перекрёстной спиральности к общей энергии системы: $C = H_c/E$. Считается, что в свободной МГД турбулентности диссипация энергии преобладает над диссипацией спиральности, что должно вести к росту коррелированности полей B и U [7]. Действительно, в большей части реализаций коэффициент корреляции C демонстрирует устойчивый рост (по модулю) и достаточно быстро приближается к одному из предельных значений $C = \pm 1$. Число траекторий со значительным (сравнимым с единицей) C растёт со временем, однако популяция траекторий с малым C остаётся заметной.

На рис. 1 в двойных логарифмических координатах показана временна́я эволюция полной энергии для всех реализаций, принадлежащих к двум семействам. Нижний пучок кривых (сплошные линии) соответствует семейству реализаций с изначально низким уровнем энергии магнитного поля (отметим, что рис. 1 соответствует временам $t > 10$, когда энергия магнитного поля уже вышла на уровень кинетической энергии). Видно, что общий закон затухания на рассматриваемых масштабах отсутствует, хотя большая часть реализаций обнаруживает степенно́е спадание на промежуточном этапе эволюции. Этот этап короче для реализаций с быстро нарастающей корреляцией, и наклон кривой в этом случае близок к $-0{,}5$ (этот наклон имеет толстая сплошная прямая). Для реализаций с низким уровнем корреляции этот этап длиннее, и его наклон близок к -1 (пунктирная прямая). Оба асимптотических закона известны из прямого численного моделирования МГД турбулентности [8]. Степеннóе затухание энергии сменяется режимом с практически постоянной энергией (горизонтальные участки кривых при больших временах на рис. 1). Эти горизонтальные участки соответствуют коррелированному состоянию, в котором почти отсутствует перенос энергии в мелкомасштабную часть спектра и, следовательно, отсутствует и существенная диссипация энергии.

Набор реализаций распадается на три неравные группы. Большинство траекторий за несколько сот времён оборота вихря выходят на сильно коррелированное состояние. Две реализации второй группы медленно движутся к коррелированному состоянию, но на построенном отрезке эволюции ещё не достигли его. Со временем эти реализации, вероятно, тоже достигнут коррелированного состояния. На рассмотренном отрезке эволюции они подобны реализациям первой группы в то время, когда те ещё не достигли предельного состояния. Участки эволюции, на которых происходит быстрое изменение корреляций, соответствуют и быстрому убыванию полной энергии. Наконец, к третьей группе относятся несколько реализаций, которые аномально быстро достигают статистически стационарного состояния, хотя коэффициент корреляции и остаётся при этом относительно небольшим. Это состояние характеризуется аномально высоким уровнем магнитной энергии, который существенно превосходит уровень, следующий из оценки равнораспределения.

На рис. 2 показаны энергетические спектры, соответствующие траекториям первой и третьей групп. Белые символы показывают значения кинетической энергии, а чёрные — энергии магнитного поля. Спектр, отмеченный кружками (белые и чёрные символы сливаются) отвечает коррелированному состоянию; большая часть энергии сконцентрирована в трёх самых больших масштабах, но диссипативному интервалу предшествует сравнительно короткий степенной участок с показателем, близким к $-3/2$. Для состояний третьего типа (квадраты) энергия магнитного поля на первых двух масштабах выше кинетической энергии почти в 100 раз и превосходит её вплоть до завала спектра в мелкомасштабной области. Сам спектр оказывается гораздо более протяжённым, чем для реализаций первого типа.

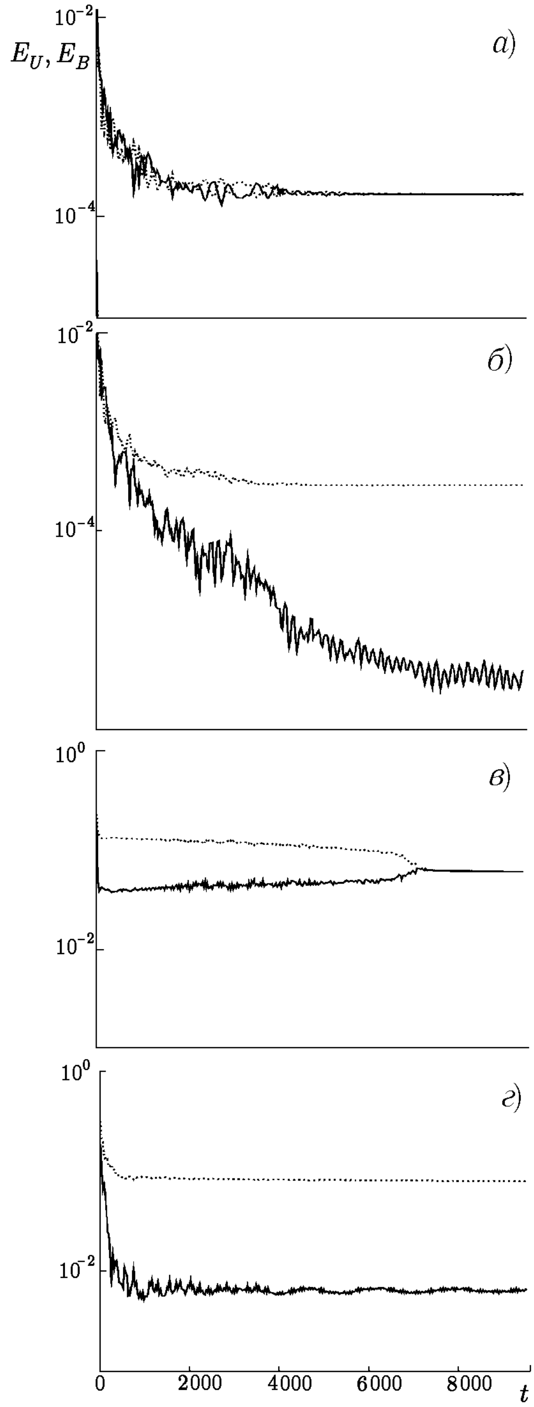


Рис. 3. Временнáя эволюция кинетической энергии и энергии магнитного поля

Временнáя эволюция кинетической энергии и энергии магнитного поля для первого и третьего типов реализаций показана сплошной и пунктирной линиями соответственно на рис. 3*а, б* (для реализаций первого типа, показанных на рис. 3*а*, кривые практически сливаются; рисунок не передаёт начального роста магнитного поля).

Реализации третьего типа дают основания говорить о возможности сверхравнораспределения в задаче динамо. Поскольку эти реализации редки, а каскадные модели не содержат пространственных переменных, то естественно думать, что в реальной МГД турбулентности сверхравнораспределение может возникать лишь в некоторых отдельных пространственных областях. В этих областях по игре случая действие силы Лоренца оказывается аномально маленьким (бессиловая конфигурация) и не препятствует росту магнитного поля выше уровня, соответствующего оценке равнораспределения.

Мы изучили также эволюцию состояний с изначально сильным магнитным полем. В этом случае возможность возникновения равнораспределения не является очевидной, однако на практике примерно в половине случаев энергия магнитного поля падает до уровня кинетической (рис. 3*в*), и её спектральные свойства (чёрные кружки на рис. 4) оказываются сходными со спектральными свойствами реализаций первого типа в задаче динамо (см. рис. 2). Однако в остальных реализациях энергия магнитного поля существенно превосходит кинетическую энергию на протяжении всего исследованного участка эволюции (рис. 3*г*), а её спектральные свойства (чёрные квадраты на рис. 4) оказываются сходными со спектральными свойствами реализаций третьего типа.

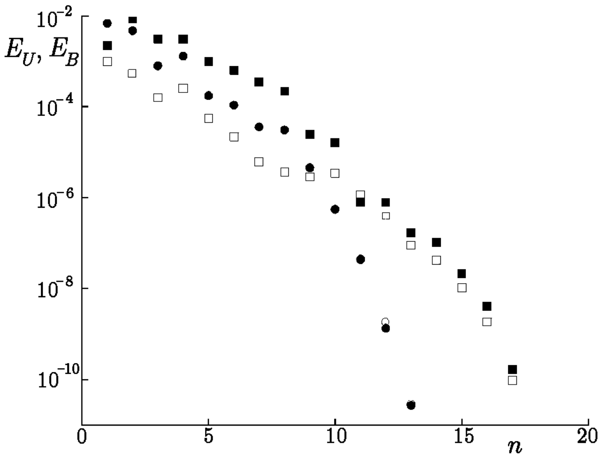


Рис. 4. Спектральное распределение энергии в задаче с первоначально сильным магнитным полем

Временна́я эволюция полной энергии реализаций, в которых энергия магнитного поля изначально превосходила кинетическую энергию, показана пунктирными линиями на рис. 1 (пучок линий в верхней части рисунка). Видно, что полная энергия заметно убывает до тех пор, пока не наступило равновесное состояние с высокой корреляцией или со сверхравнораспределением. После этого турбулентная перекачка энергии по спектру прекращается, и дальнейшее затухание обусловлено в основном действием молекулярной диффузии (о причинах этого явления для реализаций первого типа см. в [5]). Медленное затухание полной энергии в состояниях со сверхравнораспределением можно объяснить следующим образом. Перенос энергии по спектру и турбулентная диссипация энергии в гидродинамике существенно связаны с нелинейностью уравнения Навье—Стокса, а в данном случае главную роль играет уравнение для эволюции магнитного поля, которое является линейным по магнитному полю. Впрочем, быстрое затухание кинетической энергии может продолжиться и при сверхравнораспределении (см. рис. 3*б*), но это практически не влияет на полную энергию.

Авторы благодарны А. В. Тихонравову и В. В. Воеводину за полезные обсуждения. Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект № 01–01–96482).

ЛИТЕРАТУРА

1. Zeldovich Ya. B., Ruzmaikin A. A., Sokoloff D. D. Magnetic fields in astrophysics. New York: Gordon and Breach, 1983.
2. Зельдович Я. Б. // ЖЭТФ. 1956. Т. 31. С. 154.

3. Kochukhov O. P., Piskunov N., Valenti J. A., Johns-Krull C. M. ASP Conf. Series. V. 223. // 11th Cambridge Workshop on Cool Stars, Stellar Systems and the Sun, Tenerife, 1999 / Ed. by R. J. Garcia Lopez, R. Rebolo, M. R. Zapatero Osorio. CD 985.
4. Brandenburg A., Saar S. H., Turpin C. R. // Astrophys. J. Lett. 1998. V. 498. P. 51.
5. Антонов Т. Ю., Фрик П. Г., Соколов Д. Д. // Вычислительные методы и программирование. 2000. T. 1. C. 14.
6. Frick P., Sokoloff D. // Phys. Rev. E. 1998. V. 57. P. 4 155.
7. Dobrowolny M., Mangeney A., Veltri P. // Phys. Rev. Lett. 1980. V. 45. P. 144.
8. Biskamp D., Müller W.-C. // Phys. Rev. Lett. 1999. V. 33. P. 2 195.

[1] Институт механики сплошных сред УРО РАН,
[2] Московский госуниверситет, г. Москва, Россия

Поступила в редакцию
6 февраля 2001 г.

SHELL MODELS OF MHD TURBULENCE AND THE PROBLEM OF SUPEREQUIPARTITION

T. Yu. Antonov, D. D. Sokoloff, and P. G. Frick

Within the framework of the shell model of turbulence, we consider long-time evolution of the magnetic field in a turbulent flow of conducting fluid. A weak initial magnetic field rapidly grows up to magnitudes corresponding to the equipartition with the kinetic energy, and then a stage of slow evolution begins. It is shown that in some cases, the magnetic energy can significantly exceed the kinetic energy of the turbulence during this stage. We discuss possible observational evidences of such a superequipartition of the magnetic field. It is shown that the superequipartition is realized if the initial energy of the magnetic field exceeds the kinetic energy, though even in such cases the equipartition is reached in many realizations.

УДК 524.3

КОЛЕБАНИЯ СОЛНЕЧНОЙ АТМОСФЕРЫ, СВЯЗАННЫЕ С НЕУСТОЙЧИВОСТЬЮ АКУСТИКО-ГРАВИТАЦИОННЫХ ВОЛН

О. Н. Савина

В данной работе исследуется возможность генерации колебаний солнечной атмосферы, связанная с её неизотермичностью. Принципиально новым представляется поиск аналитических решений, описывающих волновые возмущения во всей толще солнечной атмосферы. На основе модельного температурного профиля найдена аналитическая зависимость для низшей моды быстрых акустико-гравитационных волн и сделано заключение о предельной акустической частоте для атмосферы Солнца. С использованием найденного решения исследуется неустойчивость акустико-гравитационных волн, проводятся оценки её параметров, которые сопоставляются с характеристиками пятиминутных колебаний солнечной атмосферы.

ВВЕДЕНИЕ

К настоящему времени накоплен достаточный материал по изучению неоднородности структуры солнечной атмосферы. Для описания её свойств решаются различные модельные задачи, учитывающие характерные особенности солнечного вещества. Несмотря на то, что процессы, ответственные за появление неоднородности, нелинейны по своей природе, существенную роль в их понимании играет линейная теория.

В данной работе предложена модель, с помощью которой можно интерпретировать хорошо известные пятиминутные вертикальные колебания солнечной атмосферы. Существование таких колебаний принято связывать с акустико-гравитационными волнами [1, 2]. Свойства этих волн существенны для понимания процессов в хромосфере и нижней короне, поскольку в этих областях солнечной атмосферы на соответствующих временных и пространственных масштабах силы со стороны магнитного поля могут быть относительно малы, и описание волновых процессов можно проводить с помощью системы гидродинамических уравнений [3]. Однако частоты наблюдаемых колебаний таковы, что на дисперсионной диаграмме акустико-гравитационных волн, полученной для изотермической атмосферы, они попадают в область так называемых исчезающих волн (вертикальное волновое число чисто мнимое). Последнее затрудняет интерпретацию наблюдаемых колебаний, поэтому возникает необходимость в усовершенствовании модели. В монографии [2] отмечалось, что уточнение модели может быть проведено при учёте возможной неадиабатичности колебаний или, что авторам [2] представляется наиболее существенным, при учёте неизотермичности невозмущённой атмосферы.

Хорошо известно, что температура солнечной атмосферы зависит от высоты. Особенно значительно она меняется в переходной области между хромосферой и короной, где наблюдается резкий её перепад. Учёт этой зависимости приводит к интересным особенностям. Так, например, ранее рассматривалась возможность существования на резком скачке температуры различных типов поверхностных атмосферных волн [4]. Авторы работы [5] отмечали, что учёт переходной области в солнечной атмосфере может сказаться на характере поведения акустико-гравитационных волн и дать более полную интерпретацию пятиминутных колебаний в солнечной хромосфере.

В настоящей работе исследуется возможность генерации колебаний солнечной атмосферы, связанная с её неизотермичностью. Принципиально новым в данной работе представляется аналитическое решение, описывающее волновые возмущения во всей толще атмосферы. Задача исследуется на основе модельного температурного профиля в виде отношения полиномов. Анализ решения позволил сделать заключение о предельной акустической частоте $\omega_{\rm A}$. Как будет показано ниже, она однозначно определяется температурой в солнечной короне. Последнее позволило сделать заключение о возможности развития неустойчивости, связанной с неизотермичностью атмосферы.

1. ТОЧНОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ О НИЗШЕЙ МОДЕ АКУСТИКО-ГРАВИТАЦИОННЫХ ВОЛН В СОЛНЕЧНОЙ АТМОСФЕРЕ

Для условий земной атмосферы в цикле работ [6–8] автором было найдено точное аналитическое решение задачи Штурма—Лиувилля для низшей моды быстрых акустико-гравитационных волн. В данной работе внимание будет уделено применению разработанной в этих работах методики исследований при решении подобной задачи в условиях спокойного Солнца.

Решение задачи проводится на основе волнового уравнения для быстрой ветви акустико-гравитационных волн:

$$\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + \gamma g \frac{\partial w}{\partial z} - c^2 \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} = 0, \tag{1}$$

где w — возмущение вертикальной скорости среды, z — вертикальная координата, c — скорость звука, γ — отношение теплоёмкостей среды при постоянном давлении и постоянном объёме, g — ускорение свободного падения. Уравнение (1) записано в пренебрежении вязкостью, теплопроводностью, ветрами, а также нелинейными членами.

Выберем граничные условия для вертикальной компоненты скорости следующим образом. Используя тот факт, что вблизи фотосферы плотность резко уменьшается, возмущения вертикальной скорости на нижней границе ($z = 0$) солнечной атмосферы будем считать отсутствующими. Предположим, что верхняя граница ($z = z_{\rm c}$) находится в области солнечной короны, где температура выходит на постоянное значение на высоте, намного превосходящей высоту однородной атмосферы ($z_{\rm c} \to \infty$). На верхней границе справедливы условия непрерывности вертикального смещения (а следовательно, в данном случае непрерывна вертикальная компонента скорости) и полного давления, т. е.

$$w_1 = w_2, \quad p_1 + \frac{\rho_{01} g w_1}{i\omega} = p_2 + \frac{\rho_{02} g w_2}{i\omega}\,, \tag{2}$$

где w_1 и w_2 — вертикальная компонента скорости под и над границей раздела сред, $p_{1,2} = P_{1,2} \exp(i\omega t)$ — возмущения давления под и над границей раздела, ρ_{01} и ρ_{02} — невозмущённая плотность на границе раздела сред (в дальнейшем будем полагать $\rho_{01} = \rho_{02}$), ω — частота колебаний среды. Считая температуру солнечной короны не зависящей от высоты, можно полагать, что акустико-гравитационные волны в ней описываются дисперсионным соотношением для изотермической атмосферы. Поскольку нас интересует низшая мода колебаний, поле которой не должно обращаться в нуль ни при каких z, в области солнечной короны проекция волнового вектора на вертикальную ось должна равняться нулю, т. е. в нашем приближении

$$k_z^2 = \frac{\omega^2 - \omega_{\rm A}^2}{c^2} = 0, \tag{3}$$

откуда следует, что частота низшей моды колебаний атмосферы равна предельной акустической частоте $\omega_{\rm A}$, определяемой температурой в солнечной короне.

Учитывая соотношение (3) и воспользовавшись зависимостью между возмущениями давления и вертикальной скорости, граничные условия можно записать в виде

$$c^2 \frac{\partial w}{\partial z}\Big|_{z \to z_{\rm c} - 0} = \frac{\gamma g w}{2}\Big|_{z \to z_{\rm c} + 0}. \tag{4}$$

Как показано в работе [6] решение уравнения (1), удовлетворяющее граничным условиям (4), можно найти аналитически, если представить зависимость высоты однородной атмосферы $H(z)$ как отношение полиномов:

$$H(z) = \frac{\sum\limits_{k=0}^{n} B_k z^k}{\sum\limits_{k=0}^{n} C_k z^k}\,. \qquad (5)$$

С учётом (5) решение уравнения (1) следует искать в виде разложения по полиномам:

$$w(z,t) = \left[\sum_{k=0}^{n} A_k z^{k+1}\right] \exp[z/(2H_\mathrm{c}) + i\omega_\mathrm{A} t], \qquad (6)$$

где H_c — высота однородной атмосферы, соответствующая температуре солнечной короны. Значение $w(z,t)$ при $z = 0$ обращается в нуль, а при $z = z_\mathrm{c}$ с учётом того, что H_c существенно меньше z_c, удовлетворяет граничному условию (4). Коэффициенты разложения A_k находятся путём подстановки решения (6) в уравнение (1) с необходимым условием, чтобы амплитуда колебаний не обращалась в нуль в области $z > 0$.

Решая задачу о нахождении коэффициентов A_k, B_k и C_k можно аналитически описать низшую моду колебаний атмосферы для любого высотного профиля её температуры. Результаты таких расчётов для стандартной модели температуры солнечной атмосферы приведены на рис. 1 и 2.

2. ОСОБЕННОСТИ НЕУСТОЙЧИВОСТИ АКУСТИКО-ГРАВИТАЦИОННЫХ ВОЛН, СВЯЗАННОЙ С НЕИЗОТЕРМИЧНОСТЬЮ АТМОСФЕРЫ

Из анализа решения уравнения (1) следует важный вывод о том, что частота собственных колебаний атмосферы

$$\omega = \omega_\mathrm{A} = c/(2H_\mathrm{c}) \qquad (7)$$

и определяется высотой однородной атмосферы H_c, соответствующей температуре короны. Другой характерной частотой колебаний в атмосфере является частота Вяйсяля—Бранта

$$\omega_\mathrm{B}^2 = -\left(\frac{g}{c^2} + \frac{\partial \rho_0}{\partial z}\rho_0^{-1}\right) g, \qquad (8)$$

которая зависит от высоты и характеризует колебания выделенного объёма в окрестности положения равновесия.

В связи с тем, что температура короны намного превышает температуру хромосферы, частота Вяйсяля—Бранта ω_B больше предельной акустической частоты ω_A во всей солнечной атмосфере. Согласно известным к настоящему времени данным, температура короны больше температуры хромосферы почти в пятьдесят раз, благодаря чему ω_A меньше ω_B почти в пять раз. Ниже будет показано, что в этом случае возможна неустойчивость акустико-гравитационных волн [9].

Для оценки инкремента неустойчивости будем рассматривать задачу в локальном приближении, т. е. полагать, что для каждой высотной области частота ω_B имеет определённое постоянное значение, а амплитуда волны изменяется по тем же законам, что и в изотермической атмосфере. Решение дисперсионного уравнения для акустико-гравитационных волн в этом случае имеет вид

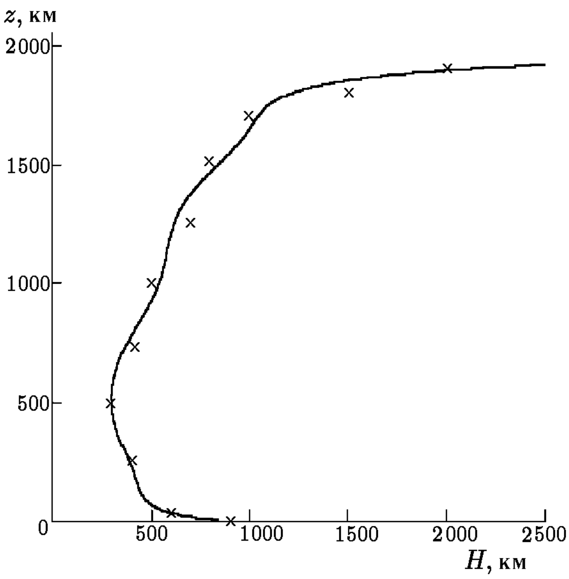


Рис. 1. Расчётный профиль высоты однородной атмосферы (крестики на кривой соответствуют стандартной модели [1])

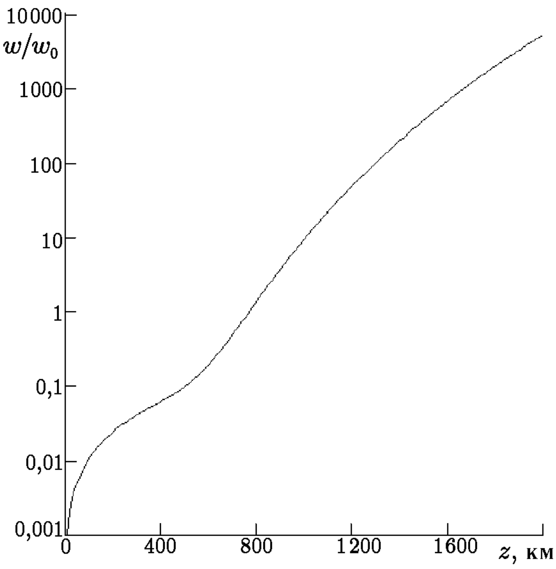


Рис. 2. Зависимость относительной вертикальной компоненты w/w_0 скорости волнового возмущения от высоты

$$\omega_{1,2}^2 = \frac{\omega_{\rm A}^2 + c^2k^2}{2} \left(1 \pm \sqrt{1 - \frac{4\omega_{\rm B}^2 c^2 k^2}{(\omega_{\rm A}^2 + c^2k^2)^2}}\right), \tag{9}$$

и при $\omega_{\rm B} > \omega_{\rm A}$ частота волны будет комплексной, если горизонтальное волновое число k удовлетворяет неравенству

$$2\omega_{\rm B}^2 - \omega_{\rm A}^2 - 2\,[\omega_{\rm B}^2\,(\omega_{\rm B}^2 - \omega_{\rm A}^2)]^{1/2} < c^2k^2 < 2\omega_{\rm B}^2 - \omega_{\rm A}^2 + 2\,[\omega_{\rm B}^2\,(\omega_{\rm B}^2 - \omega_{\rm A}^2)]^{1/2}. \tag{10}$$

Оценки показывают, что инкремент Γ неустойчивости максимален при горизонтальном масштабе, соответствующем $k = \omega_{\rm B}/c$, когда $\omega = \omega_{\rm B}$, и равен $[\omega_{\rm B}^2\,(\omega_{\rm B}^2 - \omega_{\rm A}^2)]^{1/4}$. Зависимость действительной (сплошная линия) и мнимой (пунктир) частей частоты для параметров, свойственных солнечной атмосфере, приведена на рис. 3 и 4. При расчётах температура Солнца полагалась равной 5 000 K.

3. ПАРАМЕТРЫ КОЛЕБАНИЙ СОЛНЕЧНОЙ АТМОСФЕРЫ, СВЯЗАННЫХ С РАССМАТРИВАЕМОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТЬЮ

Акустико-гравитационные волны в солнечной атмосфере могут являться причиной наблюдаемых на Солнце пятиминутных колебаний. Наиболее распространённые модели интерпретации указанного явления основаны на предположении о захвате акустико-гравитационных волн областью температурного минимума [2].

Перечислим некоторые свойства пятиминутных колебаний, следуя работам [1, 2]. Вертикальные колебания наблюдаются почти всегда. Наиболее сильные колебания не начинаются внезапно и представляют собой нестационарные цуги волн с плавно меняющейся амплитудой. Фазовая скорость волн порядка 100 км/с, амплитуды линейной скорости около 0,5 км/с, средний период колебаний близок к 294 секундам, хотя в более высоких слоях наблюдаются и более короткие периоды. Обычно колебания представляют собой цуги длительностью в несколько периодов, причём горизонтальный размер цуга может быть сравним с размерами супергранул. Изучение спектральной плотности мощности атмосферных колебаний позволило исследователям выделить ряд важных факторов. Во-первых, наблюдается чёткое различие между плотностью мощности колебаний и плотностью мощности конвективных движений. Во-вторых, горизонтальные длины волн составляют несколько тысяч километров. В то же

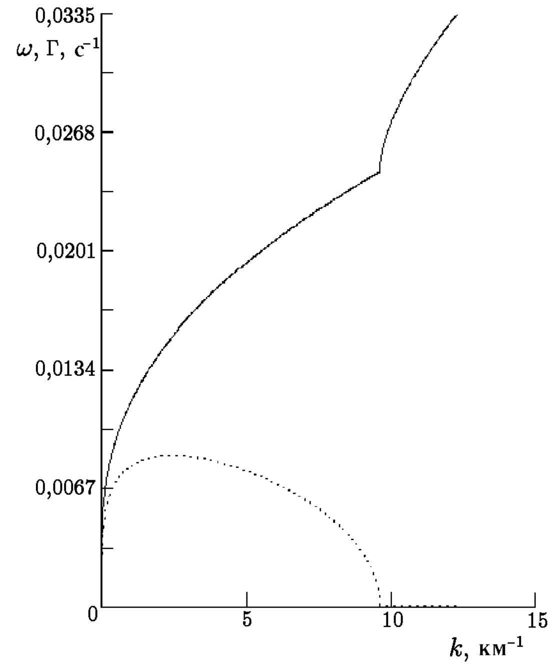


Рис. 3

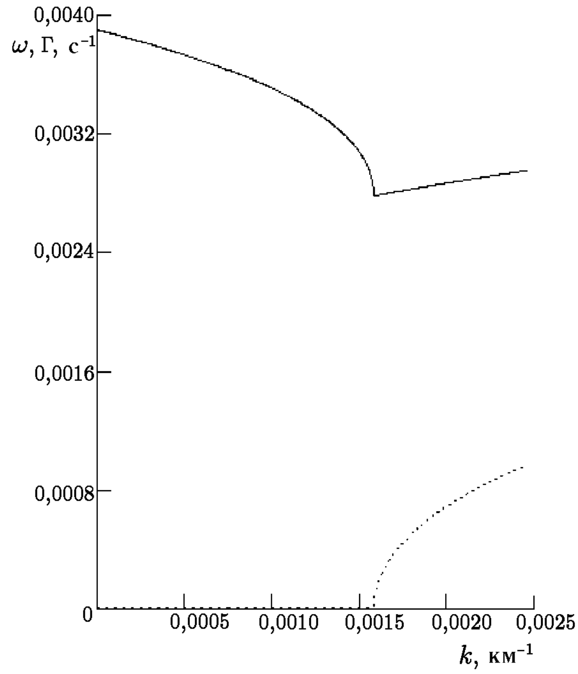


Рис. 4

время данные наблюдений говорят о том, что периодичность во времени выражена более определённо, чем периодичность в пространстве. На рис. 5 показан один из наблюдаемых спектров мощности вертикальных колебаний [1].

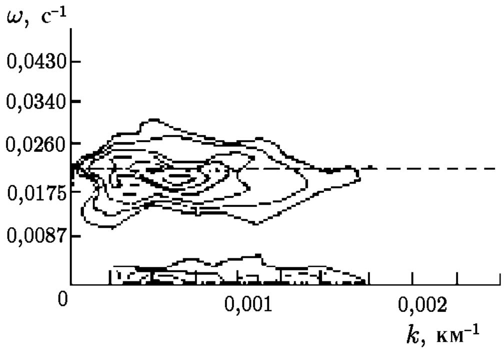


Рис. 5. Один из наблюдаемых спектров мощности вертикальных колебаний [1]

Высказанное в данной работе предположение о неустойчивости акустико-гравитационных волн, несмотря на приближённость проведённых оценок, позволяет интерпретировать некоторые из перечисленных выше экспериментальных фактов. Высотный профиль температуры солнечной атмосферы на фоне пятиминутных колебаний является стационарным. Наличие горячей короны приводит к тому, что в рассматриваемом приближении солнечная атмосфера всегда неустойчива. Развитие неустойчивости могут остановить нелинейные эффекты при достижении определённой амплитуды, в связи с этим изучение влияния нелинейности, безусловно, важно. Однако оценки показывают, что инкремент неустойчивости максимален на частоте, близкой к частоте Вяйсяля—Бранта, которая соответствует пятиминутному периоду колебаний. Горизонтальный масштаб колебаний при максимальном инкременте составляет порядка 2 000 км. В условиях солнечной атмосферы мы, по-видимому, имеем дело с апериодической неустойчивостью, т. е. амплитуда колебаний становится существенной уже за один период. Фазовая скорость таких колебаний более 50 км/с. Ясно, что поскольку частота Вяйсяля—Бранта зависит от высоты, то и параметры неустойчивости должны зависеть от высоты. Как видно из рис. 3, частоты, на которых возможна неустойчивость, лежат в интервале, близком к $\omega_{\rm B}$, в ограниченном диапазоне горизонтальных масштабов (см. также рис. 4). Очень похожие свойства наблюдаются при исследовании спектра пятиминутных колебаний (см. рис. 5).

При реализации рассмотренного механизма неустойчивости акустико-гравитационных волн в солнечной атмосфере частоты колебаний близки к частоте Вяйсяля—Бранта, а горизонтальные масштабы колебаний порядка нескольких тысяч километров. Причём эти колебания должны наблюдаться в условиях спокойного Солнца практически во всей толще атмосферы. В то же время для возникновения такого типа колебаний не требуется дополнительных источников, кроме тех, которые поддерживают заданный температурный профиль. Ясно, что для детального сравнения возможных проявлений рассматриваемого типа неустойчивости в солнечной атмосфере с наблюдаемыми данными необходимо более строгое решение задачи с учётом реальной неоднородности атмосферы, возможных потерь, а также роли нелинейных эффектов.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, проведённое исследование с помощью приближённого локального метода показало принципиальную возможность существования неустойчивости акустико-гравитационных волн в неизотермической атмосфере. Развитие такой неустойчивости происходит на частотах и пространственных масштабах, характерных для вертикальных колебаний солнечной атмосферы.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № 00–05–65051).

ЛИТЕРАТУРА

1. Гиббсон Э. Спокойное Солнце. М.: Мир, 1977. 408 с.
2. Каплан С. А., Пикельнер С. Б., Цытович В. Н. Физика плазмы солнечной атмосферы. М.: Наука, 1977. 255 с.
3. Stein R. F., Leibacher Y. // Ann. Rev. Astron. Astrophys. 1974. V. 12. P. 407.
4. Савина О. Н., Беспалов П. А. // Письма в Астрон. журн. 1998. Т. 24. С. 58.
5. Hindman B. W., Zweibel E. G. // Astrophys. J. 1994. V. 436. P. 929.
6. Савина О. Н. // Геомагнетизм и аэрономия. 1996. Т. 36. С. 104.
7. Савина О. Н. // Изв. РАН. ФАО. 1997. Т. 33. С. 48.
8. Савина О. Н. // Геомагнетизм и аэрономия. 1997. Т. 37. С. 156.
9. Jhonston T. W. // J. Geophys. Res. 1969. V. 72. P. 2972.

Нижегородский государственный технический университет,
г. Нижний Новгород, Россия

Поступила в редакцию
6 апреля 2001 г.

SOLAR-ATMOSPHERE OSCILLATIONS DUE TO THE INSTABILITY OF ACOUSTIC-GRAVITY WAVES

O. N. Savina

In this paper, we study the possibility for generating oscillations of the nonisothermal solar atmosphere. Analytical solutions describing wave perturbations in the entire solar atmosphere are sought for the first time. Based on the model temperature profile, we find an analytical dependence for the fundamental mode of fast acoustic-gravity waves and draw a conclusion on the limiting acoustic frequency in the solar atmosphere. Using this solution, we study the instability of acoustic-gravity waves, estimate the instability parameters, and compare them with the characteristics of the five-minute oscillations of the solar atmosphere.

УДК 523.9

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ СВИДЕТЕЛЬСТВА НАКОПЛЕНИЯ И ДИССИПАЦИИ ЭНЕРГИИ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ТОКА В КОРОНАЛЬНЫХ МАГНИТНЫХ ПЕТЛЯХ

В. В. Зайцев [1], *А. Г. Кисляков* [1,2], *С. Урпо* [3], *Е. И. Шкелёв* [2]

Проведено исследование динамических спектров низкочастотной модуляции интенсивности микроволнового излучения нескольких солнечных вспышек с помощью преобразования Вигнера—Виля. Обнаружены микроволновые всплески, промодулированные ЛЧМ сигналами (т. е. сигналами, частота которых $\omega = \omega_0 \pm kt$, где k — некоторая константа, t — время) с положительным частотным дрейфом, что соответствует процессу накопления энергии электрического тока в корональной магнитной петле (КМП). Обнаружена также линейная частотная модуляция с отрицательным частотным дрейфом, соответствующим мощной диссипации электрического тока в КМП во время солнечной вспышки. Линейная частотная модуляция интенсивности микроволнового излучения КМП возникает в результате возбуждения собственных колебаний петли как эквивалентного электрического контура. Частота модуляции при этом оказывается пропорциональной силе электрического тока, протекающего в петле, и изменяется при изменении тока. Найденные из динамических спектров ЛЧМ сигналов значения электрического тока для нескольких событий находятся в пределах $10^{11}\div10^{12}$ А; запасённая энергия составляет $10^{30}\div10^{32}$ эрг; скорость нарастания (диссипации) энергии оценивается в $1{,}4\cdot10^{26}\div\div3\cdot10^{29}$ эрг/с при характерном времени нарастания (диссипации) $\tau \simeq 10^3\div4\cdot10^4$ с. Исследованные события свидетельствуют о возможности реализации в условиях солнечной короны «контурной» модели вспышки.

ВВЕДЕНИЕ

Природа солнечных и звёздных вспышек может быть, по-видимому, достаточно разнообразной [1]. В частности, данные рентгеновских и микроволновых наблюдений, полученные на космических аппаратах SkyLab, SMM, Yohkoh, TRACE, а также с помощью наземных систем VLA и Nobeyama, свидетельствуют о том, что во многих случаях вспышки могут происходить в одиночных корональных магнитных петлях (КМП) [2—10].

Было предложено несколько механизмов происхождения вспышек в одиночных КМП. Их условно можно разделить на две группы: механизмы, в основе которых лежат эффекты пересоединения магнитного поля [3, 10—12], и механизмы, основанные на представлении магнитной петли как эквивалентного электрического контура [13—15]. В последнем случае предполагается, что вдоль магнитной петли течёт электрический ток от одного основания петли через её корональную часть к другому основанию, при этом замыкание тока происходит в фотосфере, в тех её слоях, где проводимость становится изотропной и ток начинает течь по кратчайшему пути между основаниями магнитной петли. Источником ЭДС являются сходящиеся конвективные потоки фотосферной плазмы, взаимодействующие с собственным магнитным полем корональной петли [16—18]. Взрывное энерговыделение возникает в результате резкого увеличения сопротивления электрического контура. Одной из вероятных причин размыкания цепи может быть желобковая неустойчивость [15]. Косвенным экспериментальным подтверждением существования сильных электрических токов в КМП является практически неизменный радиус петли на всём её протяжении [19], что невозможно при потенциальном магнитном поле.

В работах [20, 21] было обращено внимание на то обстоятельство, что КМП с током как эквивалентный электрический контур имеет собственную частоту колебаний, пропорциональную силе тока в петле. Эта зависимость обусловлена тем, что ёмкость контура определяется альфвеновской скоростью внутри петли, т. е. магнитным полем, напряжённость которого, в свою очередь, зависит от силы тока. Собственные колебания магнитной петли (LCR-колебания) модулируют интенсивность её микроволнового излучения. Эта модуляция может быть обнаружена методами спектрального анализа и использована для оценки электрического тока [20, 21]. Если солнечная вспышка сопровождается диссипацией тока в магнитной петле, то частота LCR-колебаний будет уменьшаться по мере развития вспышки. Напротив, если происходит нарастание тока в петле в результате действия фотосферной ЭДС, частота LCR-колебаний будет со временем нарастать.

В настоящей работе предпринята попытка поиска ЛЧМ сигналов с положительным и отрицательным частотными дрейфами в спектре низкочастотной модуляции микроволнового излучения солнечных вспышек. Для этого мы применили преобразование Вигнера—Виля к интенсивности микроволнового излучения солнечных вспышек (см. в связи с этим работу [22]). Мы обнаружили несколько микроволновых всплесков, интенсивность которых обладает линейной частотной модуляцией, соответствующей мощной диссипации электрического тока в КМП во время солнечных вспышек. Мы обнаружили также случаи модуляции интенсивности ЛЧМ сигналами с увеличивающейся частотой, что соответствует процессу накопления энергии электрического тока в петле. Эти события свидетельствуют о возможности реализации в условиях солнечной короны модели вспышки, основанной на аналогии КМП с эквивалентным электрическим контуром [14, 15].

План статьи следующий. В разделе 1 кратко изложены основные данные о КМП как об эквивалентном электрическом контуре. В разделе 2 проанализированы временны́е профили микроволнового излучения нескольких солнечных вспышек и с помощью метода Вигнера—Виля получены динамические спектры низкочастотных пульсаций, модулирующих это излучение. В разделе 3 обсуждены полученные результаты, проведены оценки электрического тока и мощности энерговыделения в магнитных петлях, а также сделаны краткие выводы.

1. ЭКВИВАЛЕНТНЫЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ КОНТУР

В настоящем разделе выводится уравнение колебаний в эквивалентном электрическом контуре с ёмкостью и сопротивлением, зависящими от силы тока, протекающего через поперечное сечение петли. Аналогичное уравнение рассматривалось ранее в работах [20, 21] для случая, когда амплитуда колебаний тока в петле во время низкочастотных пульсаций мала по сравнению со средним значением тока. Кроме того, в [20, 21] не учитывалась внешняя ЭДС, приводящая к возбуждению собственных колебаний в контуре. В настоящей работе обобщаются результаты [20, 21] на случай произвольной амплитуды пульсаций тока и самосогласованным образом учитывается ЭДС, что позволяет выяснить условия самовозбуждения колебаний в КМП.

Рассмотрим тонкую магнитную петлю, радиус r которой много меньше её длины ℓ. Выделим в магнитной петле три области. Область I — динамо-область, расположенная в фотосферных основаниях петли в узлах нескольких ячеек супергрануляции, где существуют сходящиеся потоки фотосферной плазмы. Введём радиус и длину этой части петли: r_1 и ℓ_1 соответственно. В результате взаимодействия радиальной компоненты скорости конвективного движения V_r с азимутальной компонентой B_φ магнитного поля петли здесь возникает ЭДС, пропорциональная $V_r B_\varphi/c$ (здесь c — скорость света), которая обеспечивает ток I_z вдоль оси трубки (мы ввели локальную цилиндрическую систему координат (r,φ,z), в которой ось z в каждой точке петли параллельна её оси). Область II — корональная часть петли длины ℓ_2 и радиуса r_2. Здесь ЭДС отсутствует. Область III — область замыкания тока, её длина ℓ_3 и радиус r_3. Это область соединения фотосферных оснований петли, находящаяся в фотосфере на глубине нескольких сотен километров, где проводимость становится изотропной.

Будем исходить из обобщённого закона Ома для плотности тока $\mathbf{j}$ и электрического поля $\mathbf{E}$:

$$\mathbf{E}+\frac{1}{c}\left[\mathbf{V},\mathbf{B}\right]=\frac{\mathbf{j}}{\sigma}+\frac{[\mathbf{j},\mathbf{B}]}{enc}-\frac{\nabla p_{\rm e}}{en}-\frac{F}{cnm_{\rm i}\nu_{\rm ia}}\left[\nabla p_{\rm a}+F\rho\frac{\mathrm{d}\mathbf{V}}{\mathrm{d}t},\mathbf{B}\right], \tag{1}$$

где $\mathbf{B}$ — магнитное поле петли, $\mathbf{V} = \sum_k n_k m_k \mathbf{V}_k / \sum_k n_k m_k$ — средняя скорость плазмы (индексы $k = \mathrm{e}, \mathrm{i}, \mathrm{a}$ относятся к электронам, ионам и атомам соответственно), $\mathbf{V}_k$ — скорость k-й компоненты, $\sigma = ne^2/[m_\mathrm{e}\,(\nu_\mathrm{ei} + \nu_\mathrm{ea})]$ — проводимость плазмы, n — концентрация электронов (ионов), ∇p_e, ∇p_a — градиенты давления электронов и атомов соответственно, $F = \rho_\mathrm{a}/\rho$ — относительная плотность нейтралов, а $\rho = n\,(m_\mathrm{e} + m_\mathrm{i}) + n_\mathrm{a} m_\mathrm{a}$ — полная плотность плазмы, ν_ei и ν_ea — эффективные частоты столкновений электронов с ионами и атомами соответственно, ν_ia — эффективная частота столкновений ионов с атомами.

Уравнение (1) необходимо дополнить уравнением движения для средней скорости плазмы:

$$\rho\,\frac{\mathrm{d}\mathbf{V}}{\mathrm{d}t} = -\nabla p + \frac{1}{c}\,[\mathbf{j}, \mathbf{B}], \tag{2}$$

где $\nabla p = \nabla p_\mathrm{e} + \nabla p_\mathrm{i} + \nabla p_\mathrm{a}$ — градиент полного давления.

Поскольку толщина трубки считается одинаковой в пределах каждой области, то в каждом её сечении будут отличны от нуля только две компоненты магнитного поля, B_φ и B_z, связанные с соответствующими компонентами плотности тока соотношениями

$$j_\varphi = -\frac{c}{4\pi}\frac{\partial B_z}{\partial r}\,, \quad j_z = \frac{c}{4\pi r}\,\frac{\partial (r B_\varphi)}{\partial r}\,. \tag{3}$$

В стационарной трубке для компонент магнитного поля B_φ и B_z выполняется соотношение [15]

$$B_z(r) = \frac{r}{b r_0}\,B_\varphi(r), \tag{4}$$

где r_0 — радиус трубки, $b = B_\varphi(r_0)/B_z(r_0)$ — параметр, характеризующий скрученность магнитного поля в трубке. Соотношение (4) является интегралом нелинейной системы уравнений для B_φ и B_z, описывающей структуру магнитной трубки, формируемой сходящимся конвективным потоком плазмы с полем скоростей $(V_r, 0, V_z)$ [16]. По аналогии с [20] мы будем считать, что соотношение (4) сохраняется в случае достаточно медленных осцилляций трубки (с периодами, превышающими альфвеновское время r_0/V_A, где V_A — альфвеновская скорость внутри петли). Кроме того, мы рассматриваем осцилляции, не связанные с возмущениями давления и плотности (см. [20]).

С учётом сделанных предположений возьмём проекцию уравнения (1) на ось z и проекцию уравнения (2) на ось r, исключим из полученных уравнений компоненту скорости V_r и проинтегрируем результирующее уравнение для E_z вначале по поперечному сечению петли, а затем по всей её длине.

Введём среднее по сечению трубки значение z-компоненты электрического поля E_z и полный ток I_z вдоль петли:

$$\overline{E}_z = \frac{2}{r_0^2}\int\limits_0^{r_0} E_z(r) r\,\mathrm{d}r, \quad I_z = 2\pi \int\limits_0^{r_0} j_z(r) r\,\mathrm{d}r. \tag{5}$$

Принимая во внимание, что

$$\frac{\partial}{\partial t}\oint \overline{E}_z\,\mathrm{d}z = -\frac{1}{c^2}\,\frac{\partial^2 (L I_z)}{\partial t^2}\,, \tag{6}$$

где L — индуктивность КМП, получим следующее уравнение для колебаний продольного тока в эквивалентном электрическом контуре магнитной петли:

$$\frac{1}{c^2}\,\frac{\partial^2 (Ly)}{\partial t^2} + \left[R_0 + R(I_{z0})\,(1+y)^2\right]\frac{\partial y}{\partial t} + \frac{1}{C(I_{z0})}\left(1 + \frac{3y}{2} + \frac{y^2}{2}\right) y = \frac{|V_{r1}|\,\ell_1}{r_1 c^2}\,\frac{\partial y}{\partial t}\,. \tag{7}$$

Уравнение (7) получено при скоростях конвекции $|V_{r1}| \ll \{V_\mathrm{A}, C_\mathrm{s}\}$, где C_s — скорость звука [16]. В уравнении (7) $y = (I_z - I_{z0})/I_{z0}$ — относительное отклонение продольного электрического тока от его стационарного значения I_{z0}, соответствующего обращению в нуль правой части уравнения (2);

$$R_0 = \frac{\ell_1}{\pi r_1^2 \sigma_1} + \frac{\ell_2}{\pi r_2^2 \sigma_2} + \frac{\ell_3}{\pi r_3^2 \sigma_3} \tag{8}$$

— сопротивление цепи, обусловленное классической кулоновской проводимостью, $\sigma_{1,2,3}$ — проводимость σ в областях I, II и III соответственно,

$$R(I_{z0}) = \frac{3\xi_1 F^2\,(1 - b_1^{-2})\,\ell_1 I_{z0}^2}{c^4 n m_\mathrm{i} \nu_\mathrm{ia} \pi r_1^4} \tag{9}$$

— сопротивление контура, обусловленное ионно-атомными столкновениями в частично ионизованной замагниченной плазме фотосферных оснований КМП, где реализуется так называемая проводимость Каулинга,

$$\frac{1}{C(I_{z0})} = \frac{2\xi_1\,(1 + b_1^{-2})\,I_{z0}^2}{c^4 \pi r_1^4} \left(\frac{\ell_1}{\rho_1}\right) + \frac{2\xi_2\,(1 + b_2^{-2})\,I_{z0}^2}{c^4 \pi r_2^2} \left(\frac{\ell_2}{\rho_2}\right) \tag{10}$$

— эффективная обратная ёмкость петли, $\rho_{1,2}$ — плотность плазмы в областях I и II соответственно, V_{r1} — радиальная составляющая фотосферной конвекции в области I. Индуктивность L КМП связана с её длиной ℓ и площадью поперечного сечения $s = \pi r_0^2$ следующей формулой [14]:

$$L \simeq 4\ell \left(\ln \frac{8\ell}{\sqrt{\pi s}} - \frac{7}{4}\right) \tag{11}$$

при $r_0 \ll \ell$. Правая часть уравнения (7) возникает в результате учёта влияния колебаний тока в петле на ЭДС, которое пропорционально $[\mathbf{V}, \mathbf{B}]/c$ (обратная связь). Форм-фактор ξ определяется соотношением

$$\xi = 2\pi \left[\pi r_0^2\,(1 + b^{-2})\,\overline{\jmath}_z \overline{B}_\varphi^2\right]^{-1} \int\limits_0^{r_0} \left(1 + \frac{r^2}{b^2 r_0^2}\right) j_z B_\varphi^2 r\,\mathrm{d}r, \tag{12}$$

где $\overline{\jmath}_z$ и $\overline{B}_\varphi$ — средние по сечению трубки компоненты плотности тока и напряжённости магнитного поля. Величину ξ можно найти с учётом того, что в стационарном состоянии параметры j_z, B_φ и r_0 определены известными выражениями [16]. Это приводит к следующему результату:

$$\xi_1 = \left[3\,(1 + b_1^2)\,F \left(1 - b_1^2 \ln \frac{1 + b_1^2}{b_1}\right)\right]^{-1}. \tag{13}$$

В основаниях магнитной петли $F \approx 1$, поэтому при $b_1^2 = B_\varphi^2(r_1)/B_z^2(r_1) \approx 1$ из (13) получаем $\xi_1 \simeq 0{,}5$. Величина ξ слабо зависит от параметра b и в дальнейшем считается, что $\xi_2 \approx \xi_1 \approx 0{,}5$.

Уравнение (7) отличается от аналогичного уравнения в работах [20, 21], во-первых, учётом обратной связи и, во-вторых, учётом зависимости нелинейной ёмкости и сопротивления от амплитуды колебаний тока в магнитной петле.

В условиях солнечной атмосферы, при токах $I_{z0} = 10^{10}{\div}10^{12}$ А, характерных для КМП, выполняется неравенство $R_0 \ll R(I_{z0})$, т. е. основной вклад в сопротивление цепи дают основания петли (область I), где реализуется проводимость Каулинга, обусловленная ионно-атомными столкновениями в частично ионизованной замагниченной плазме. Напротив, основной вклад в эффективную ёмкость цепи (выражение (10)) даёт корональная часть LCR-контура, поскольку $\ell_1/\rho_1 \ll \ell_2/\rho_2$.

Если амплитуда колебаний тока в петле мала ($|y| \ll 1$), уравнение (7) сводится к уравнению линейного осциллятора:

$$\frac{L}{c^2}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + \left[R(I_{z0}) - \frac{|V_{r1}|\,\ell_1}{r_1 c^2}\right]\frac{\partial y}{\partial t} + \frac{y}{C(I_{z0})} = 0. \tag{14}$$

Период линейных колебаний $P = (2\pi/c)\sqrt{LC(I_{z0})}$ зависит от тока I_{z0}, протекающего через поперечное сечение магнитной петли. Полагая $b_1 \simeq 1$, $\ell_2 = 5\cdot 10^9$ см; $n \simeq 10^{10}$ см$^{-3}$; $L \simeq 10\ell_2$, оценим период собственных колебаний КМП:

$$P = 10\, S_{17}\, I_{11}^{-1}\ \text{с}, \tag{15}$$

где $S_{17} = 10^{-17}\pi r_2^2$ [см^2] — площадь поперечного сечения корональной части петли, выраженная в единицах 10^{17} см^2, а $I_{11} = 10^{-11} I_{z0}[A]$. Колебания возбуждаются при условии $R(I_{z0}) < |V_{r1}|\,\ell_1/(r_1 c^2)$, которое означает, что ток в петле меньше установившегося значения, определяемого из условия $R(I) = |V_{r1}|\,\ell_1/(r_1 c^2)$. Отсюда следует, что LCR-пульсации должны возбуждаться на стадии нарастания тока в период предвспышечного накопления энергии. Однако они сохраняются длительное время и в случае исчезновения фотосферной ЭДС (например при мощной вспышке, когда происходит прогрев оснований петли, и радиальная скорость $|V_{r1}|$ уменьшается вследствие возникновения большого внутреннего давления в петле), поскольку добротность LCR-пульсаций $Q = P/[2\pi LR(I_z)]$ весьма высока (порядка $10^4 \div 10^5$ для характерных параметров петли [20]).

Другим важным свойством LCR-пульсаций является частотный дрейф, сопровождающий изменения тока в петле (см. формулу (15)). При этом увеличение тока в петле, соответствующее накоплению непотенциальной энергии магнитного поля, сопровождается положительным частотным дрейфом, а уменьшение тока, связанное, например, с его диссипацией, сопровождается отрицательным частотным дрейфом ЛЧМ сигнала.

КМП является обычно источником микроволнового излучения. Интенсивность этого излучения может быть промодулирована LCR-колебаниями петли. При этом динамический спектр модуляции должен иметь вид узкополосного ЛЧМ сигнала с положительным, отрицательным или нулевым частотным дрейфом. Положительный частотный дрейф соответствует стадии накопления магнитной энергии в петле, отрицательный — стадии её диссипации. Стационарная петля даёт частотную модуляцию с нулевым частотным дрейфом.

Необходимо отметить, что модель корональной петли как эквивалентного электрического контура справедлива в условиях квазистационарного приближения, когда длина петли $\ell \approx \ell_2$ удовлетворяет условию $\ell_2/c \ll P$. При типичных значениях $\ell_2 \simeq 5\cdot 10^9$ см и периода $P \geq 1$ с это условие достаточно хорошо выполняется.

2. НИЗКОЧАСТОТНАЯ МОДУЛЯЦИЯ МИКРОВОЛНОВЫХ ВСПЛЕСКОВ

Мы применили преобразование Вигнера—Виля [22] для анализа низкочастотной модуляции интенсивности 4-х микроволновых всплесков, наблюдавшихся в 1991 г. в обсерватории Метсахови (Финляндия) на частоте 37 ГГц. Ширина диаграммы направленности радиотелескопа на частоте 37 ГГц составляла приблизительно 2,4′ дуги, чувствительность — не хуже 0,1 SFU (1 SFU = 10^{-22} Вт·м$^{-2}$·Гц$^{-1}$), временно́е разрешение — 0,05 с. Во всех исследованных событиях мы обнаружили модуляцию потока радиоизлучения ЛЧМ сигналами с характерными частотами от 0,075 до 0,9 Гц как с положительным, так и с отрицательным частотным дрейфом, свидетельствующим о накоплении или диссипации энергии электрического тока в КМП.

На рис. 1*a* представлен временной профиль всплеска, зафиксированного 23.03.91 в 12:32 UT, который произошёл в активной области с координатами S25E05. Максимальный поток радиоизлучения

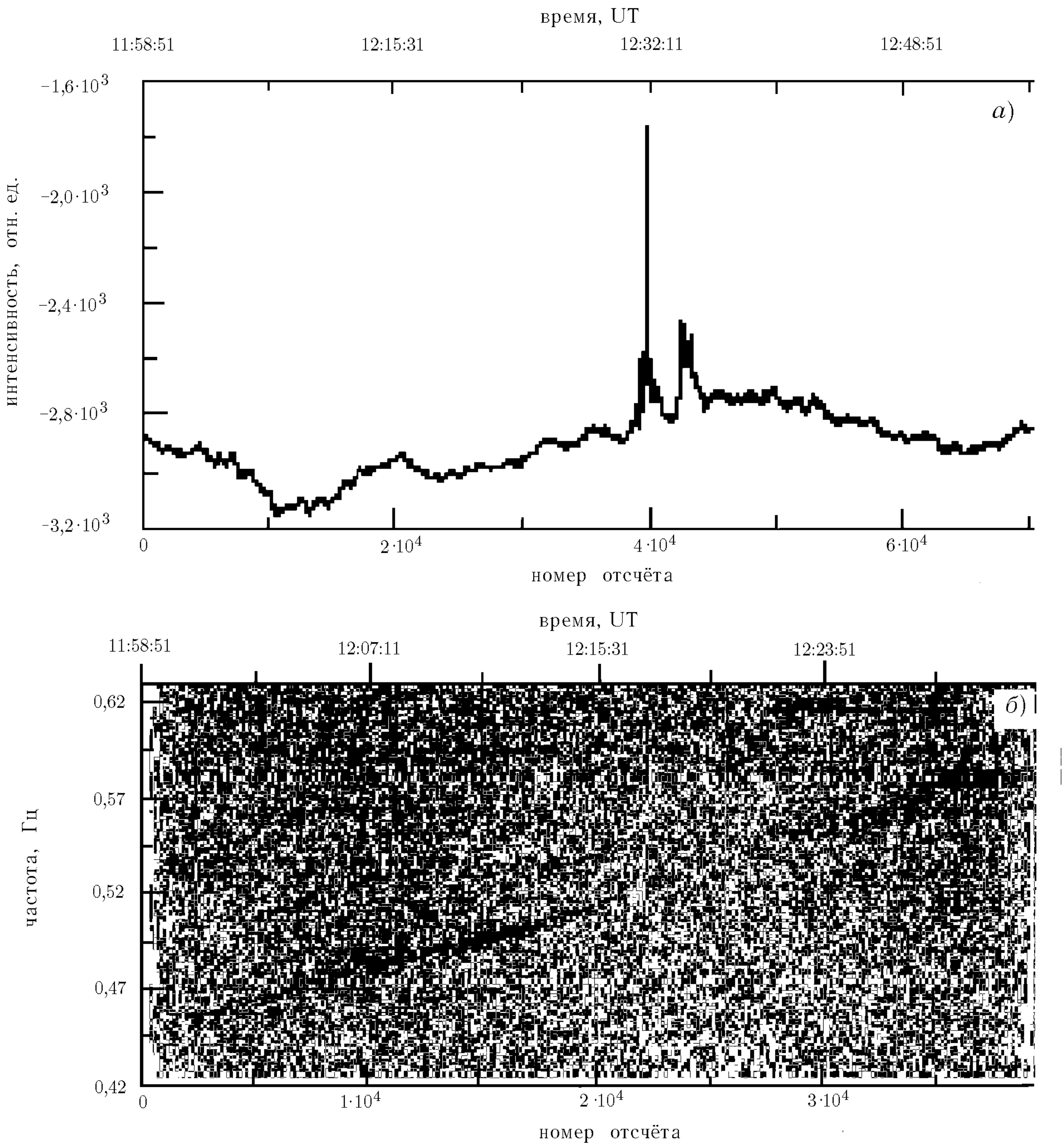


Рис. 1. Всплеск микроволнового излучения 23 марта 1991 г. на частоте 37 ГГц (*а*). Динамический спектр низкочастотных пульсаций, модулирующих поток микроволнового излучения (*б*). Виден ЛЧМ сигнал, имеющий положительный частотный дрейф в диапазоне частот 0,45÷0,6 Гц

в импульсной фазе всплеска составлял около 10 SFU. На рис. 1*б* приведён динамический спектр низкочастотной модуляции потока радиоизлучения из указанной активной области, включающий интервал времени до всплеска общей длительностью около 30 мин. На динамическом спектре виден ЛЧМ сигнал на частотах 0,45÷0,6 Гц с положительным частотным дрейфом, величина которого составляет $f^{-1}\,\mathrm{d}f/\mathrm{d}t = 1{,}7\cdot 10^{-4}$ с$^{-1}$ на начальной стадии события и $1{,}3\cdot 10^{-4}$ с$^{-1}$ на конечной.

На рис. 2*а* показан временной профиль микроволнового всплеска, произошедшего на следующий день, 24 марта 1991 г., в 14:05 UT в этой же активной области (с координатами S25W03). Максималь-

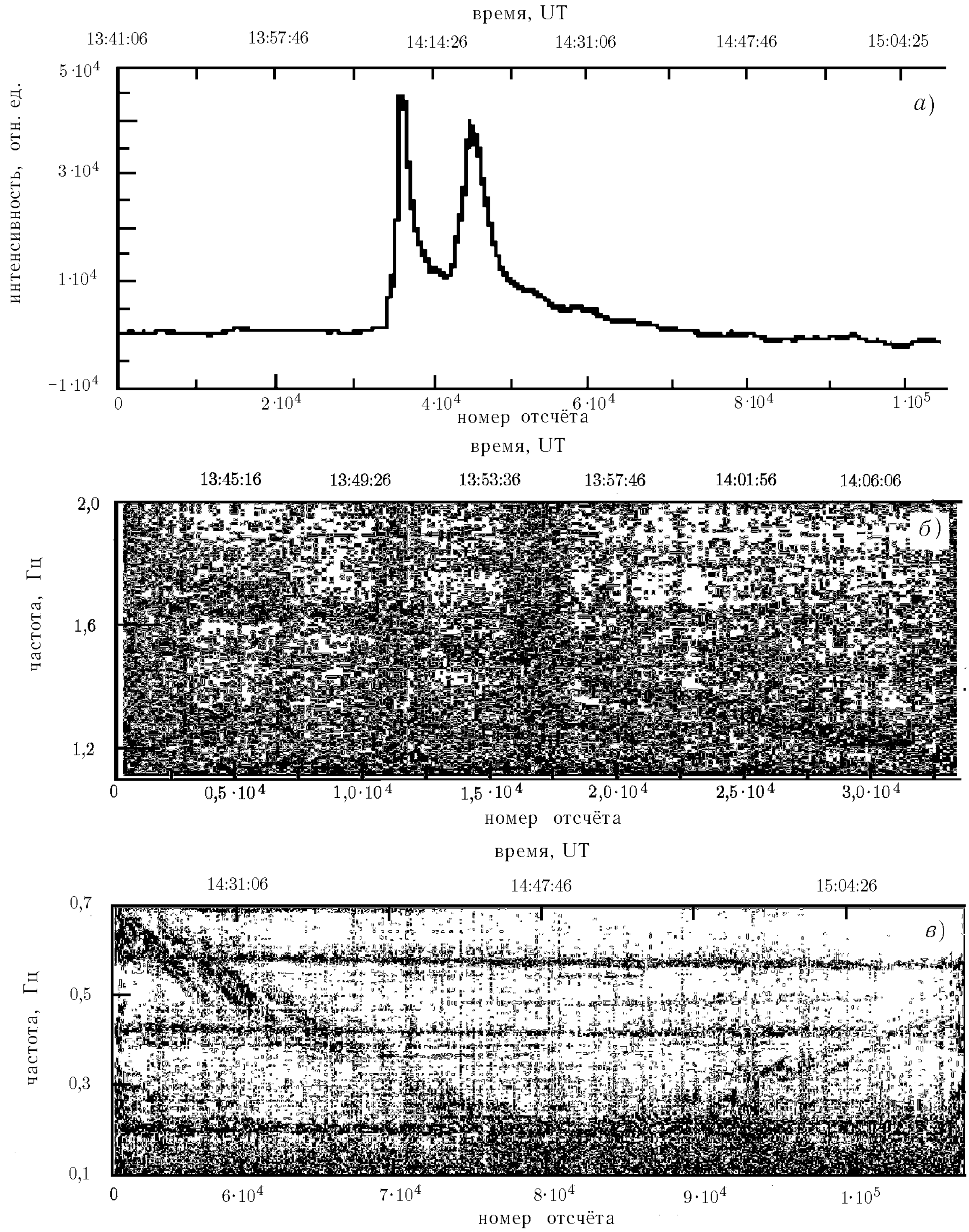


Рис. 2. Всплеск микроволнового излучения 24 марта 1991 г. на частоте 37 ГГц (*а*). Динамический спектр низкочастотных пульсаций в виде ЛЧМ сигнала с отрицательной скоростью дрейфа $f^{-1}\,\mathrm{d}f/\mathrm{d}t \simeq \simeq -2\cdot 10^{-4}$ с$^{-1}$ в диапазоне частот 0,1÷1,8 Гц, которая затем становится положительной, достигая значения $f^{-1}\,\mathrm{d}f/\mathrm{d}t \simeq 1{,}4\cdot 10^{-3}$ с$^{-1}$ (*б*, *в*). Смена знака у скорости частотного дрейфа происходит приблизительно в 14:47 UT, когда всплеск микроволнового излучения практически затухает

ный поток радиоизлучения в импульсной фазе составлял около 70 SFU при общей длительности радиовсплеска приблизительно 30 мин. На рис. 2*б*, *в* представлены динамические спектры низкочастот-

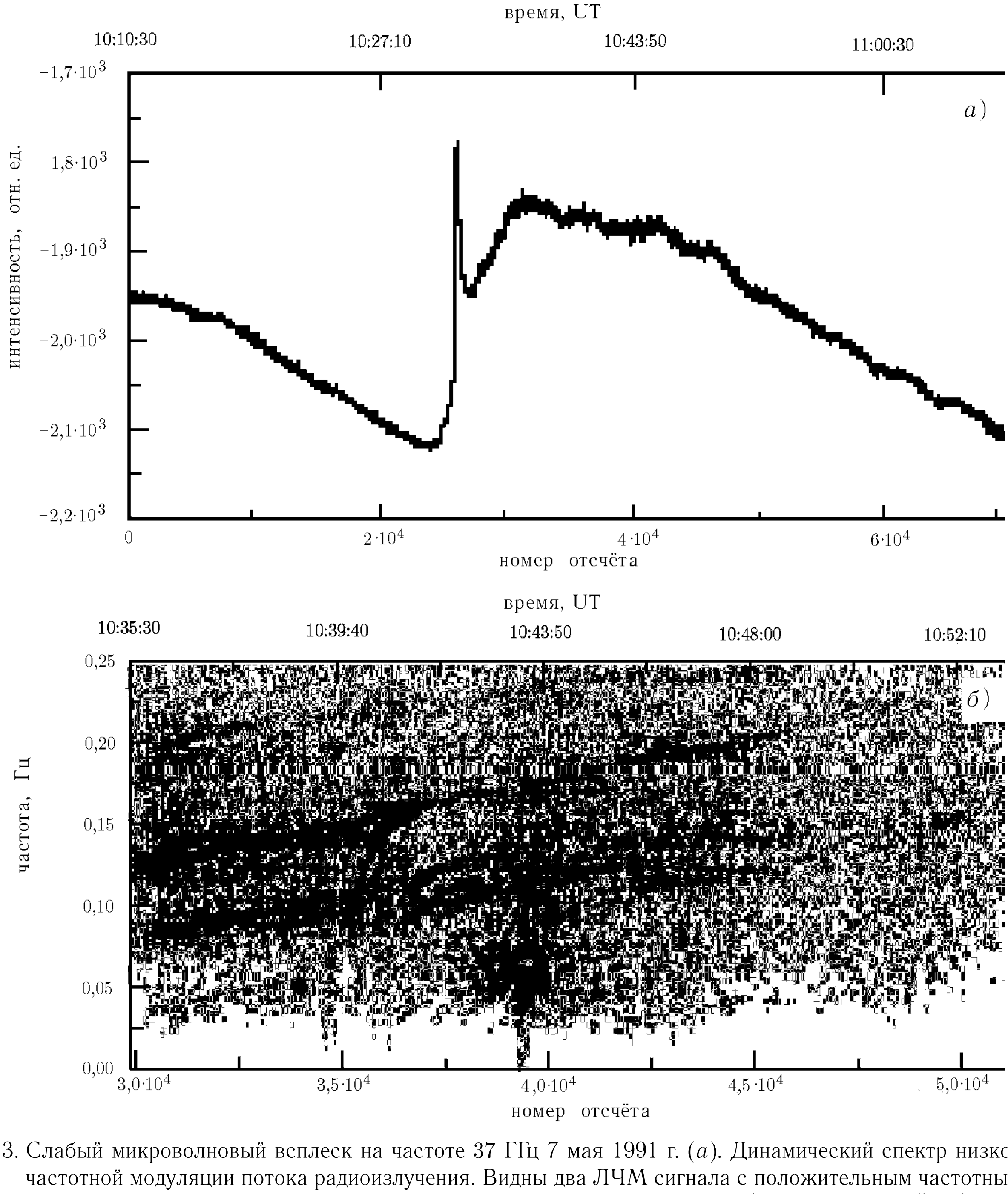
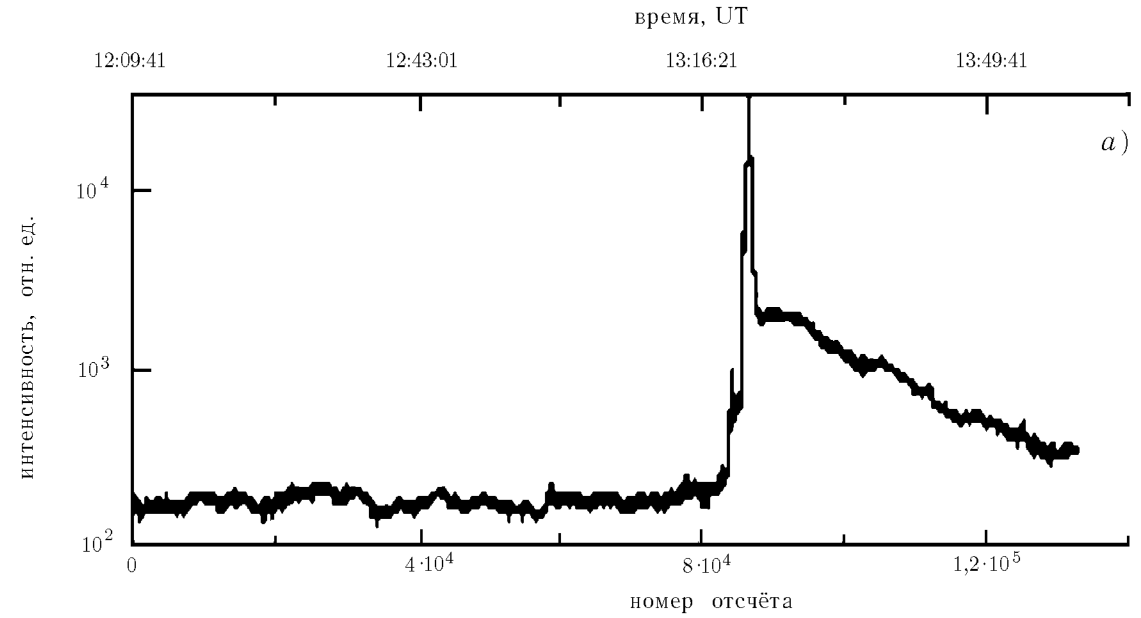


Рис. 3. Слабый микроволновый всплеск на частоте 37 ГГц 7 мая 1991 г. (*а*). Динамический спектр низкочастотной модуляции потока радиоизлучения. Видны два ЛЧМ сигнала с положительным частотным дрейфом: один в диапазоне частот 0,075÷0,15 Гц со скоростью дрейфа $f^{-1}\,\mathrm{d}f/\mathrm{d}t \simeq 5\cdot10^{-5}$ с$^{-1}$, другой, существенно более узкополосный, в диапазоне 0,12÷0,2 Гц со скоростью дрейфа $f^{-1}\,\mathrm{d}f/\mathrm{d}t \simeq\simeq 10^{-3}$ с$^{-1}$ (*б*)

ной модуляции потока радиоизлучения, включающие интервалы времени до и после всплеска. Динамический спектр представляет собой ЛЧМ сигнал, частота которого дрейфует приблизительно от 1,8 до 0,1 Гц с характерной скоростью $f^{-1}\,\mathrm{d}f/\mathrm{d}t = -2\cdot10^{-4}$ с$^{-1}$ на начальной стадии события. На конечной стадии всплеска (рис. 2*в*) скорость дрейфа, видимо, обращается в нуль, а затем меняет знак, достигая $f^{-1}\mathrm{d}f/\mathrm{d}t = 1{,}4\cdot10^{-3}$ с$^{-1}$. Смена знака у скорости частотного дрейфа ЛЧМ сигнала происходит при-



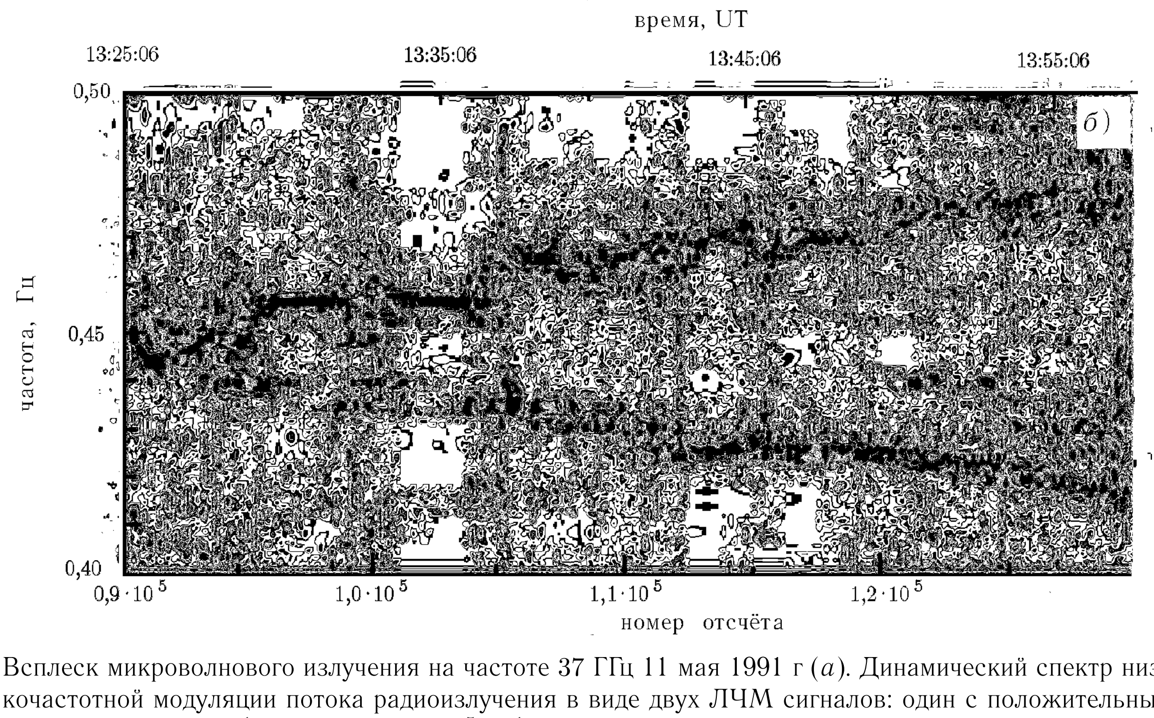


Рис. 4. Всплеск микроволнового излучения на частоте 37 ГГц 11 мая 1991 г (*а*). Динамический спектр низкочастотной модуляции потока радиоизлучения в виде двух ЛЧМ сигналов: один с положительным дрейфом частоты $f^{-1}\,\mathrm{d}f/\mathrm{d}t \simeq 4{,}6 \cdot 10^{-5}$ с$^{-1}$ в интервале частот 0,44÷0,48 Гц, а второй — с отрицательным дрейфом $f^{-1}\,\mathrm{d}f/\mathrm{d}t \simeq -2{,}5 \cdot 10^{-5}$ с$^{-1}$ в диапазоне частот 0,415÷0,44 Гц (*б*)

близительно в 14:47 UT, когда всплеск радиоизлучения практически затухает.

На рис. 3*а* представлен слабый микроволновый всплеск с потоком около 18 SFU, произошедший 7 мая 1991 г. приблизительно в 10:31 UT в активной области с координатами S10W25. На рис. 3*б* приведён динамический спектр низкочастотной модуляции потока радиоизлучения, имеющий вид ЛЧМ сигнала с положительным частотным дрейфом $f^{-1}\,\mathrm{d}f/\mathrm{d}t = 5 \cdot 10^{-5}$ с$^{-1}$ и диапазоном изменения частоты модуляции 0,075÷0,15 Гц. Другой, более узкополосный ЛЧМ сигнал наблюдается в это же время в диапазоне частот 0,12÷0,21 Гц и имеет скорость частотного дрейфа $f^{-1}\,\mathrm{d}f/\mathrm{d}t = 10^{-3}$ с$^{-1}$.

На рис. 4*а* показан микроволновый всплеск, произошедший 11 мая 1991 г. в 13:19 UT в той же активной области Солнца, что и всплеск 07.05.91. Центр этой активной области к 11.05.91 имел координаты S09W63. Всплеск характеризовался потоком порядка 600 SFU и длительностью около 30 мин. На рис. 4*б* представлен динамический спектр низкочастотной модуляции потока радиоизлучения указанного всплеска в его заключительной стадии. Спектр имеет вид двух ЛЧМ сигналов: один с положительным частотным дрейфом $f^{-1}\,\mathrm{d}f/\mathrm{d}t = 4{,}6\cdot 10^{-5}$ с$^{-1}$ в диапазоне частот 0,44÷0,48 Гц, а другой с отрицательным частотным дрейфом $f^{-1}\,\mathrm{d}f/\mathrm{d}t = -2{,}5\cdot 10^{-5}$ с$^{-1}$ в диапазоне частот 0,415÷0,44 Гц.

Все наблюдавшиеся ЛЧМ сигналы являются узкополосными (относительная вариация частоты $\delta f/f \le 10^{-2}$), что свидетельствует о высокой добротности эквивалентного электрического контура КМП.

3. ОБСУЖДЕНИЕ

Как отмечалось во введении, солнечные вспышки и связанное с ними микроволновое излучение часто возникают в КМП. В этом случае, как было впервые указано в [20, 21], должна возникать модуляция потока микроволнового излучения собственными колебаниями магнитной петли как эквивалентного электрического контура. При этом частота такой модуляции пропорциональна силе протекающего по петле электрического тока. Если ток в петле нарастает вследствие действия фотосферной ЭДС, т. е. происходит накопление энергии в петле, динамический спектр низкочастотной модуляции должен иметь вид ЛЧМ сигнала с положительным частотным дрейфом. Если происходит диссипация электрического тока в петле и ток уменьшается, динамический спектр низкочастотной модуляции имеет вид ЛЧМ сигнала с отрицательным частотным дрейфом. В исследованных нами событиях, представленных на рис. 1–4, мы обнаружили как случаи накопления энергии электрического тока, так и случаи её диссипации в КМП.

Медленное изменение силы электрического тока в КМП (за время, много большее периода LCR-осцилляций) описывается следующим уравнением:

$$\frac{L}{c^2}\,\frac{\partial I_z}{\partial t} + R(I_z) I_z = \mathcal{E}(I_z), \tag{16}$$

где $R(I_z)$ даётся формулой (9), если $R_0 \ll R(I_z)$, а зависящая от тока ЭДС определяется выражением

$$\mathcal{E}(I_z) = \frac{|V_{r1}|\,\ell_1}{r_1 c^2}\, I_z. \tag{17}$$

Стационарное значение I_{z0} электрического тока в магнитной петле, определяется из условия $R(I_z)I_z = \mathcal{E}(I_z)$, которое даёт

$$I_{z0} = \left[\frac{\pi c^2 n m_{\mathrm{i}} \nu_{\mathrm{ia}}\, |V_{r1}|\, r_1^3}{3\xi_1 F^2\,(1 + b_1^{-2})}\right]^{1/2}. \tag{18}$$

Если ток в петле меньше стационарного значения (18), т. е. происходит накопление энергии электрического тока, уравнение (16) имеет нарастающее во времени решение

$$I_z(t) = I_{z0}\frac{\sqrt{A}\,\exp{(\text{æ} t)}}{[1 + A^2 \exp{(2\,\text{æ} t)}]^{1/2}}\,, \tag{19}$$

где

$$\text{æ} = \frac{|V_{r1}|\,\ell_1}{r_1 L}\,; \quad A = \frac{I_z^2(0)}{I_{z0}^2 - I_z^2(0)}\,,$$

соответствующее модуляции микроволнового излучения петли ЛЧМ сигналом с нарастающей частотой (с положительным частотным дрейфом). Здесь $I_z(0) \ll I_{z0}$ — ток в момент времени $t = 0$.

Если в силу каких-либо причин ЭДС $\mathcal{E}(I_z)$ в основании магнитной петли уменьшается (или вовсе исчезает), уравнение (16) имеет затухающее во времени решение, соответствующее ЛЧМ сигналу с уменьшающейся частотой (с отрицательным частотным дрейфом). Подобная ситуация может возникнуть, например, в случае сильного прогрева оснований петли при развитии мощного вспышечного процесса, когда внутреннее давление в петле останавливает фотосферную конвекцию и V_{r1} резко уменьшается. При $\mathcal{E}(I_z) = 0$ из (16) следует

$$I_z(t) = \frac{I_z(0)}{(1 + 2\alpha I_z^2(0)t)^{1/2}}\,, \tag{20}$$

где

$$\alpha = \frac{3\xi_1^2 F^2\,(1 + b_1^{-2})\,\ell_1}{c^2 n m_{\rm i} \nu_{\rm ia} \pi r_1^2 L}\,.$$

Динамические спектры низкочастотной модуляции микроволнового излучения, имеющие характер спектров ЛЧМ сигналов, позволяют оценить электрические токи в КМП, а также скорость накопления и диссипации энергии в эквивалентном электрическом контуре. Из формулы (15) имеем $I_z[A] = 10^{12} f[\text{Гц}]\, S_{17}$. Кроме того, из выражения $W = LI_z^2/(2c^2)$ для энергии электрического тока, запасённой в КМП, следует соотношение $\dot W = 5\cdot 10^{32} f[\text{Гц}]\, {\rm d}f/{\rm d}t[\text{Гц/с}]\, S_{17}^2$ эрг/с. Таким образом, данные о частоте и скорости частотного дрейфа ЛЧМ сигналов, полученные из динамических спектров, позволяют получить искомые значения I_z и $\dot W$. В табл. 1 даны значения I_z, W и $\dot W$ для исследованных всплесков.

Таблица 1

Физические параметры КМП по данным радионаблюдений

Дата	Ток в петле I_z, А	Запасённая энергия W, эрг	Скорость изменения энергии $\dot W$, эрг/с
23.03.91, 12:32 UT	$4{,}6\cdot 10^{11}$	$5{,}2\cdot 10^{31}$	$1{,}76\cdot 10^{28}$
24.03.91, 14:05 UT	$1{,}8\cdot 10^{12}$	$8{,}0\cdot 10^{32}$	$-3{,}2\cdot 10^{29}$
24.03.91, 14:56 UT	$2{,}0\cdot 10^{11}$	$1{,}0\cdot 10^{30}$	$2{,}8\cdot 10^{28}$
07.05.91, 10:31 UT	$0{,}75\cdot 10^{11}$	$1{,}4\cdot 10^{30}$	$1{,}4\cdot 10^{26}$
	$1{,}2\cdot 10^{11}$	$3{,}6\cdot 10^{30}$	$7{,}2\cdot 10^{27}$
11.05.91, 13:19 UT	$4{,}4\cdot 10^{11}$	$4{,}8\cdot 10^{31}$	$4{,}4\cdot 10^{27}$
	$4{,}4\cdot 10^{11}$	$4{,}8\cdot 10^{31}$	$-2{,}4\cdot 10^{27}$

Из анализа данных мы получили ток в КМП в пределах $7{,}5\cdot 10^{10}\div 1{,}8\cdot 10^{12}$ А и запасённую энергию электрического тока в пределах $1{,}4\cdot 10^{30}\div 8\cdot 10^{32}$ эрг, что согласуется с результатами работ [20, 21], в которых для определения периода низкочастотной модуляции микроволновых всплесков использовался фурье-анализ. Авторы [20, 21] исследовали 16 всплесков микроволнового излучения Солнца, получая усреднённый за время всплеска фурье-спектр, который затем использовался для оценки токов по периоду квазигармонических составляющих.

Сравним результаты нашего анализа с результатами [20, 21] для всплесков 24.03.91 и 07.05.91. В первом событии фурье-анализ уверенно выделил квазигармоническую составляющую с периодом 10 с, которая присутствует и в полученном нами спектре (см. рис. 2*б*, *в*), но лишь на заключительной стадии всплеска. В начале события период ЛЧМ сигнала составлял около 1,1 с и, по-видимому, вследствие слабости модуляции не был обнаружен путём усреднённого фурье-анализа. По этой причине полученные в [20, 21] оценки тока $I_z \sim 10^{11}$ А и запасённой в контуре энергии $W \sim 2{,}5 \cdot 10^{30}$ эрг согласуются с данными настоящей работы лишь для конечной стадии всплеска (см. табл. 1). В начале события 24 марта эти величины оказываются больше на один и два порядка соответственно. В случае микроволнового всплеска 7 мая 1991 г. фурье-анализ [20, 21] позволил выделить квазигармоническую модуляцию с частотой примерно 0,12 Гц, совпадающей с начальной частотой одного из двух обнаруженных в данной работе ЛЧМ сигналов (см. рис. 3*б*). В этом случае полученные в [20, 21] значения тока и запасённой энергии ($I_z = 1{,}2 \cdot 10^{11}$ А; $W = 3{,}6 \cdot 10^{30}$ эрг) близки к нашим результатам (см. табл. 1).

В настоящей работе впервые осуществлено «наблюдение» процесса накопления энергии электрического тока в КМП, сопровождающегося низкочастотной модуляцией микроволнового излучения в виде ЛЧМ сигналов с положительным частотным дрейфом. Скорость накопления энергии для различных событий меняется в пределах $\dot{W} = 1{,}4 \cdot 10^{26} \div 2{,}8 \cdot 10^{28}$ эрг/с при характерном времени накопления $10^3 \div 4 \cdot 10^4$ с.

Заметим, что вспышки во время микроволновых всплесков 24.03.91, 07.05.91 и 11.05.91 не нарушали процесс накопления энергии в КМП. Это может быть связано с тем, что энергия, выделяющаяся во время вспышек, часто составляет лишь несколько процентов от энергии электрического тока, запасённой в КМП, как это имело, например, место для события 07.05.91, когда полная тепловая энергия вспышки составила лишь около 5 % от энергии, запасённой в петле [20]. В этом случае, по-видимому, не происходит прогрева оснований магнитной петли, и фотосферная ЭДС обеспечивает ток в петле даже во время вспышки.

Как следует из уравнений (16) и (17), характерное время накопления энергии в контуре $\tau \approx r_1 L/(\ell_1 |V_{r1}|)$ зависит от индуктивности цепи, а также от параметров, характеризующих эффективность ЭДС в основаниях магнитной петли. Для характерных тока $I_z \simeq 10^{11}$ А и магнитного поля на оси трубки $B_z(0) = 2 \cdot 10^3$ Гс радиус трубки в её основании $r_1 \approx 5 \cdot 10^6$ см. Принимая типичные значения параметров $L \approx 5 \cdot 10^{10}$ см; $\ell_1 \approx 10^8$ см; $|V_{r1}| \approx 10^5$ см/с, получим время накопления энергии $\tau \approx 2{,}5 \cdot 10^4$ с, что совпадает по порядку величины с оценками по данным о линейной частотной модуляции микроволнового излучения.

Кроме накопления энергии возможна также мощная диссипация электрического тока в КМП, сопровождающаяся появлением в спектре низкочастотной модуляции микроволнового излучения ЛЧМ сигнала с отрицательным частотным дрейфом. Ярким примером может служить событие 24.03.91, когда ток в петле уменьшился от $9 \cdot 10^{11}$ А в начале всплеска до почти 10^{11} А на конечной его стадии. Скорость энерговыделения составляла при этом $\dot{W} \simeq 8 \cdot 10^{28}$ эрг/с, сопротивление цепи достигало $R \approx Lc^{-2} |f^{-1}\,\mathrm{d}f/\mathrm{d}t| = 10^{-2}$ Ом. После вспышки скорость частотного дрейфа ЛЧМ сигнала стала вновь положительной, и процесс накопления энергии в КМП возобновился.

Несомненный интерес представляет событие 11.05.91, когда низкочастотная модуляция представляла собой два ЛЧМ сигнала, один из которых имел положительный частотный дрейф, а другой — отрицательный. Это может означать, что вклад в микроволновое излучение в данном случае давали две петли с близкими параметрами. Между такими петлями должна существовать сильная индуктивная связь, поэтому нарастание тока в одной их них может сопровождаться уменьшением тока в другой. Аналогичное явление было исследовано в работе [16], где рассматривался ансамбль случайно ориентированных токонесущих магнитных петель с учётом индуктивной связи между ними.

ВЫВОДЫ

В данной работе получены экспериментальные свидетельства накопления и диссипации энергии электрического тока в КМП. Мы исследовали динамические спектры низкочастотной модуляции микроволнового излучения солнечных вспышек, возникающих в КМП, и обнаружили узкополосные

ЛЧМ сигналы с различным знаком частотного дрейфа и характерным временем изменения частоты порядка времени развития вспышки ($10^3 \div 10^4$ с). Появление ЛЧМ сигналов интерпретируется нами как следствие модуляции микроволнового излучения собственными колебаниями КМП как эквивалентного электрического LCR-контура. При этом резонансная частота контура пропорциональна силе протекающего в петле электрического тока, что объясняет появление положительного или отрицательного частотного дрейфа ЛЧМ сигнала в соответствии с изменением тока.

Оценки электрического тока, запасённой энергии и скорости её диссипации удовлетворительно согласуются с соответствующими величинами, характерными для вспышечных процессов на Солнце и полученными из других данных.

Приведённые результаты и их интерпретация свидетельствуют о реализуемости так называемых контурных моделей вспышек, основанных на аналогии вспышки с электрическим контуром с большой индуктивностью, в котором энергия запасается в виде электрического тока и в некоторый момент происходит резкое возрастание сопротивления, приводящее к значительному энерговыделению [14, 15]. В данном случае таким контуром является токонесущая корональная магнитная петля, в которой ЭДС, генерирующая электрический ток, сосредоточена в фотосферных основаниях петли и связана с фотосферной конвекцией.

При частотном анализе временны́х профилей радиоизлучения Солнца во время вспышек широко использовались различные методы, в том числе метод Вигнера-Виля (методика частично описана в [22]) с применением предварительной частотной и временно́й фильтрации сигналов. Подробное описание этих методов будет сделано в другой работе.

Данная работа поддержана РФФИ (гранты № 99–02–18244 (ВВЗ), 01–02–16435 (АГК и ЕИШ)), а также CRDF (грант No. RPO–841 (АГК)).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Sakai J.-L., de Jager C. // Space Sci. Rev. 1996. V. 77. P. 1.
2. Marsh K. A., Hurford G. J. // Astrophys. J. Lett. 1980. V. 240. P. L111.
3. Masuda S. Hard X-Ray Sources and the Primary Release Site in Solar Flares: Dissertation. Yohkoh HXT Group, NAO, Mitaka, Tokio.
4. Doshek G. A., Strong K. T., Tsuneta S. // Astrophys. J. 1995. V. 440. P. 470.
5. Sakao T., Kosugi T. // Magnetodynamic Phenomena in the Solar Atmosphere. / Ed. by Yu. Uchida et al. Kluwer, 1996. P. 169.
6. Enome S. // Magnetodynamic Phenomena in the Solar Atmosphere. / Ed. by Yu. Uchida et al. Kluwer, 1996. P. 195.
7. Kucera T. A., Love P. J., Dennis B. R. et al. // Astrophys. J. 1996. V. 466. P. 1 067.
8. Sato J., Sawa M., Masuda S. et al. // The Yohkoh HXT Image Catalogue, Oct. 1991–Aug. 1998. NRO/NAO.
9. Chiuderi Drago F., Alissandrakis C., Bentley R. D., Philips A. T. // Solar Physics. 1998. V. 182. P. 454.
10. Schrijver C. J., Title A. M., Berger T. E. et al. // Solar Physics. 1999. V. 187. P. 261.
11. Heyvaerts J., Priest E. R., Rust D. M. // Astrophys. J. 1977. V. 216. P. 123.
12. Spicer D. F. // Solar Physics. 1977. V. 53. P. 305.
13. Colgate S. A. // Astrophys. J. 1978. V. 221. P. 1 068.
14. Alfven H., Carlquist P. // Solar Physics. 1967. V. 1. P. 220.
15. Zaitsev V. V., Stepanov A. V. // Solar Physics. 1992. V. 199. P. 343.
16. Зайцев В. В., Ходаченко М. Л. // Изв. вузов. Радиофизика. 1997. Т. 40. С. 176.
17. Sen H. K., White M. L. // Solar Physics. 1972. V. 23. P. 146.
18. Henoux J. C., Somov B. V. // Astron. Astrophys. 1991. V. 241. P. 613.

19. Klimchuk J. A., Lemen J. R., Feldman V. et al. // Publ. Astron. Soc. Japan. 1992. V. 44. P. 181.
20. Zaitsev V. V., Stepanov A. V., Urpo S., Pohjolainen S. // Astron. Astrophys. 1998. V. 337. P. 887.
21. Зайцев В. В., Степанов А. В., Урпо С., Похьялайнен С. // Астрон. журн. 1998. Т. 75. С. 455.
22. Зайцев В. В., Кисляков А. Г., Степанов А. В., Урпо С., Шкелёв Е. И. // Изв. вузов. Радиофизика. 2001. Т. 44, № 1–2. С. 38.

[1] Институт прикладной физики РАН, г. Нижний Новгород, Россия
[2] Нижегородский госуниверситет им. Н. И. Лобачевского, г. Нижний Новгород, Россия
[3] Радиоастрономическая обсерватория Метсахови, Финляндия

Поступила в редакцию 17 апреля 2001 г.

OBSERVATIONAL EVIDENCES FOR ENERGY ACCUMULATION AND DISSIPATION IN CORONAL MAGNETIC LOOPS

V. V. Zaitsev, A. G. Kislyakov, S. Urpo, and E. I. Shkelev

Using the Wigner–Ville transform, we study dynamical spectra of the low-frequency modulation of the intensity of microwave emission from several solar flares and discover microwave bursts modulated by chirp signals (i.e., signals whose frequencies $\omega = \omega_0 \pm kt$, where k is a constant and t is the time) with positive chirp rates. Such a modulation corresponds to the process of energy accumulation in the corresponding coronal magnetic loop (CML). We also discover chirp modulation with a negative chirp rate corresponding to powerful dissipation of the electric current in a CML during a solar flare. The chirp modulation of the intensity of microwave emission from a CML is formed due to the excitation of eigenoscillations of the loop as an equivalent electric circuit. In this case, the modulation frequency proportional to the loop electric current varies with the latter quantity. The electric-current values found for a few events using the dynamical spectra of the chirp signals fall in the range 10^{11}–10^{12} A, and the rate of energy increase (decrease) is estimated to be $1.4 \cdot 10^{26}$–$3 \cdot 10^{29}$ erg/s for characteristic time scale $\tau \simeq 10^3$–$4 \cdot 10^4$ s. The events studied justify the possibility for realization of the «circuit» model of solar flares under solar-corona conditions.

УДК 523.98

О СПЕКТРЕ ИЗЛУЧЕНИЯ ЭЛЕКТРОННОГО ЦИКЛОТРОННОГО МАЗЕРА

Е. А. Зверев, В. Г. Леденёв

Рассмотрена генерация электромагнитного излучения на электронных циклотронных гармониках пучками энергичных электронов с характерным импульсом вдоль, поперёк и под углом к внешнему магнитному полю. Наиболее эффективная генерация излучения обеспечивается при наличии достаточно большой поперечной компоненты характерного импульса. В то же время спектр излучения пучка, движущегося строго вдоль магнитного поля, максимально приближен к гармоническому (отношение частот излучения близко к отношению целых чисел). Угол между направлением максимума излучения и магнитным полем меняется от 70° для пучка, движущегося вдоль поля, до 90° для пучка с характерным импульсом поперёк поля. В достаточно сильных магнитных полях ($\omega_{B\mathrm{e}} > \omega_{\mathrm{pe}}$, где $\omega_{B\mathrm{e}}$ — электронная циклотронная частота, ω_{pe} — электронная плазменная частота) излучаются в основном низкие циклотронные гармоники (преимущественно вторая). В более слабых полях ($\omega_{B\mathrm{e}} < \omega_{\mathrm{pe}}$) генерируются более высокие гармоники (вплоть до пятой–шестой). Генерируются волны обоих типов, однако при равных условиях эффективность генерации обыкновенных волн существенно ниже, чем эффективность генерации необыкновенных волн.

ВВЕДЕНИЕ

Генерация электромагнитного излучения на электронных циклотронных гармониках пучками энергичных электронов применительно к источникам радиоизлучения на Солнце и других космических объектах исследовалась во множестве работ [1–5]. Поскольку такое излучение генерируется за счёт энергии движения электронов поперёк магнитного поля, то при этом рассматривались функции распределения электронов, смещённые по импульсу от равновесного состояния именно в этом направлении. Однако в работе [6] было показано, что излучение может генерироваться электронами, функция распределения которых смещена по импульсу от равновесия в направлении вдоль поля, а именно пучком, движущимся вдоль поля. Поскольку именно такие пучки проще всего реализуются в космических условиях, то исследование характеристик излучения, генерируемого продольными пучками, представляет самостоятельный интерес. В работе [7] было показано, что пучки, движущиеся вдоль поля, достаточно эффективно генерируют излучение на частотах, близких к частотам электронных циклотронных гармоник (от второй до пятой–шестой). Однако в [7] был сделан некорректный вывод о том, что генерируются только необыкновенные волны и излучение должно быть полностью поляризовано. Кроме того, в [7] линейные инкременты электромагнитных волн рассчитывались в предположении большой длины волны по сравнению с гирорадиусом. В данной работе проведено сравнительное исследование спектральных характеристик излучения, генерируемого электронными пучками с различным соотношением компонент импульса вдоль и поперёк магнитного поля без каких-либо ограничений на длину волны.

1. РАСЧЁТ ИНКРЕМЕНТА ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН

Рассмотрим генерацию электромагнитного излучения на электронных циклотронных гармониках пучками энергичных электронов с характерными импульсами вдоль, поперёк и под углом к внешнему магнитному полю $\mathbf{B}$. В случае циклотронного излучения слаборелятивистских электронов отдельные гармоники не слишком высокого порядка перекрываются незначительно или не перекрываются совсем.

Плазма и магнитное поле считаются однородными. Окружающая плазма предполагается холодной. Дисперсионное уравнение в этом случае имеет вид [6]

$$Q(\omega,k) = \left(1-u-v+uv\cos^2\alpha\right)n^4 - \left[2\,(1-v)^2 - u\,(2-v-v\cos^2\alpha)\right]n^2 - \\ -(1-v)\left[u-(1-v)^2\right] = 0. \qquad (1)$$

Здесь $u = \omega_{Be}^2/\omega^2$, $v = \omega_{\mathrm{pe}}^2/\omega^2$, $n = kc/\omega$, α — угол между направлением волнового вектора $\mathbf{k}$ и магнитным полем, ω — частота излучения, c — скорость света в вакууме.

Распределение электронов пучка по импульсам моделировалось максвелловской функцией с разными значениями характерных импульсов $p_{\perp 0}$, p_{z0}:

$$f(p_\perp,p_z) = G\exp\left[-\frac{(p_\perp-p_{\perp 0})^2}{a_\perp^2} - \frac{(p_z-p_{z0})^2}{a_z^2}\right]. \qquad (2)$$

где

$$G = \left\{2\pi\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\mathrm{d}p_z\int\limits_{0}^{+\infty}p_\perp\mathrm{d}p_\perp\exp\left[-\frac{(p_\perp-p_{\perp 0})^2}{a_\perp^2} - \frac{(p_z-p_{z0})^2}{a_z^2}\right]\right\}^{-1}.$$

Инкремент амплитуды электромагнитных волн в линейном приближении имеет вид [6]

$$\gamma = \int\mathrm{d}p_\perp\,p_\perp^2 W_s[p_z(p_\perp)]L(p_\perp)\left[n_z\,\frac{p_\perp}{m_\mathrm{e}c}\,\frac{p_z-p_{z0}}{a_z^2} + s\sqrt{u}\,\frac{p_\perp-p_{\perp 0}}{a_\perp^2}\right]. \qquad (3)$$

Здесь

$$W_s[p_z(p_\perp)] = \frac{m_\mathrm{e}c\,\pi^2\,GN_\mathrm{p}v\,(1-u)}{N_0\,\partial Q/\partial\omega}\,K_s,$$

где N_0 и N_p — концентрация электронов окружающей плазмы и пучка соответственно, m_e — масса покоя электрона, s — номер циклотронной гармоники,

$$L(p_\perp) = \left\{\exp\left[-\frac{(p_\perp-p_{\perp 0})^2}{a_\perp^2} - \frac{(p_z-p_{z0})^2}{a_z^2}\right]\Big/\Big|n_z - p_z/(mc)\Big|\right\}_{p_z=p_z(p_\perp)},$$

$m = \sqrt{m_\mathrm{e}^2 + p^2/c^2}$ — релятивистская масса электрона, $K_s = K_{s0}J_{s-1}^2 + K_{s1}J_{s+1}^2 + K_{s2}J_{s-1}J_{s+1}$, где $J_s = J_s(\chi)$ — функция Бесселя первого рода порядка s, $\chi = k_x p_\perp/(m_\mathrm{e}\omega_{Be})$,

$$K_{s0} = (n^2-1)\,(2-n_x^2) + v\,(2-n^2-n_z^2) + \frac{2v\,(1-n_x^2-v)}{1+\sqrt{u}} - \frac{2p_z(p_\perp)}{m_\mathrm{e}cs\sqrt{u}}\,n_z n_x^2\left(n^2-1+\frac{v}{1+\sqrt{u}}\right) + \\ + \left[\frac{p_z(p_\perp)}{m_\mathrm{e}cs\sqrt{u}}\right]^2 n_x^2\left[(n^2-1)\,(1-n_z^2) + \frac{v\,(2-n^2-n_z^2-v)}{1-u}\right],$$

$$K_{s1} = (n^2-1)\,(2-n_x^2) + v\,(2-n^2-n_z^2) + \frac{2v\,(1-n_x^2-v)}{1-\sqrt{u}} - \frac{2p_z(p_\perp)}{m_\mathrm{e}cs\sqrt{u}}\,n_z n_x^2\left[n^2-1+\frac{v}{1-\sqrt{u}}\right] + \\ + \left[\frac{p_z(p_\perp)}{m_\mathrm{e}cs\sqrt{u}}\right]^2 n_x^2\left[(n^2-1)\,(1-n_z^2) + \frac{v\,(2-n^2-n_z^2-v)}{1-u}\right],$$

$$K_{s2} = -2\,(n^2 - 1 + v) n_x^2 - \frac{4 p_z(p_\perp)}{m_\mathrm{e} c s \sqrt{u}}\, n_z n_x^2 \left[n^2 - 1 + \frac{v}{1-u} \right] + \\ + 2 \left[\frac{p_z(p_\perp)}{m_\mathrm{e} c s \sqrt{u}} \right]^2 n_x^2 \left[(n^2 - 1)\,(1 - n_z^2) + \frac{v\,(2 - n^2 - n_z^2 - v)}{1-u} \right].$$

Здесь $n = kc/\omega$, $n_z = k_z c/\omega$; магнитное поле направлено вдоль оси z, а волновой вектор $\mathbf{k}$ лежит в плоскости xz. Интеграл (3) является инкрементом амплитуды поля на частоте ω для отдельной гармоники с номером s. Здесь выражение под интегралом вычисляется точно, в отличие от [7], где аргумент функции Бесселя χ считался малым по сравнению с единицей. Интегрирование производится на полуплоскости $p_\perp > 0$, $-\infty < p_z < +\infty$ по импульсам, удовлетворяющим условию резонанса

$$m\omega = s m_\mathrm{e} \omega_{B\mathrm{e}} + k_z p_z. \tag{4}$$

Выражая p_z из (4), получим

$$\frac{p_z(p_\perp)}{m_\mathrm{e} c} = \frac{s\sqrt{u}\, n_z \pm \sqrt{s^2 u - (1 - n_z^2)\,[1 + p_\perp^2/(m_\mathrm{e}^2 c^2)]}}{1 - n_z^2}\,. \tag{5}$$

Дефицит частиц с малыми питч-углами моделировался функцией с ненулевым $p_{\perp 0}$, наличие продольной скорости пучка соответствовало $p_{z0} \neq 0$. Чтобы оценить относительный вклад различных компонент импульса электронов в излучение, расчёты проводились для трёх разных функций распределения:

$$1) p_{\perp 0} = 0{,}3 m_\mathrm{e} c, \quad p_{z0} = 0{,}3 m_\mathrm{e} c; \qquad 2) p_{\perp 0} = 0{,}3 m_\mathrm{e} c, \quad p_{z0} = 0; \qquad 3) p_{\perp 0} = 0, \quad p_{z0} = 0{,}3 m_\mathrm{e} c. \tag{6}$$

В дальнейшем будем называть их распределениями *1*, *2* и *3*. Величины $a_\perp$ и a_z характеризуют дисперсию электронов по импульсам вдоль и поперёк направления магнитного поля. Их значения были выбраны одинаковыми для всех трёх случаев: $a_\perp = a_z = 0{,}3 m_e c$. Заметный инкремент для гармоники $s = 1$ получался только при больших отношениях $\omega_{B\mathrm{e}}/\omega_\mathrm{pe} \sim 5{\div}6$, т. е. для магнитного поля, существенно превосходящего обычные значения для солнечной короны и хромосферы. При $\omega_{B\mathrm{e}}/\omega_\mathrm{pe} \leq 1$ генерация первой гармоники практически отсутствует для обоих типов волн, поэтому случай $s = 1$ мы здесь рассматривать не будем.

2. ОБСУЖДЕНИЕ

Далее исследовалась зависимость инкремента γ электромагнитных волн от параметров плазмы на гармониках $s = 2{\div}6$ циклотронной частоты $\omega_{B\mathrm{e}}$. Расчёты показали, что излучение в основном генерируется под большими углами к магнитному полю: угол между направлением максимума излучения и магнитным полем меняется от примерно 70° для пучка, движущегося (вдоль) поля, до 90° для пучка с характерным импульсом поперёк поля. При строго поперечных пучках ($p_{z0} = 0$) угловая диаграмма симметрична относительно $\alpha = 90^\circ$. Для пучков с одинаковой продольной компонентой p_{z0} угловые зависимости инкремента волн при изменении $p_{\perp 0}$ менялись несущественно, что показали и дополнительные расчёты. Однако абсолютные значения инкрементов в большей мере зависели от поперечной компонентой импульса $p_{\perp 0}$ (в особенности для необыкновенных волн).

Результаты расчётов для $s = 2$ приведены на рис. 1, 2. Здесь и далее на графиках приводится безразмерный нормированный инкремент $g = (\gamma/\omega)\,(N_0/N_\mathrm{p})$, графики *а*), *б*) и *в*) соответствуют расчётам для функций распределения *1*, *2* и *3* согласно выражениям (1) и (6). На рис. 1 приведены зависимости инкремента g от угла α для второй гармоники обыкновенных волн, на рис. 2 — необыкновенных. Параметр $v = (\omega_\mathrm{pe}/\omega)^2 = 0{,}1$, числа возле каждой кривой соответствуют различным значениям параметра $u = (\omega_{B\mathrm{e}}/\omega)^2$.

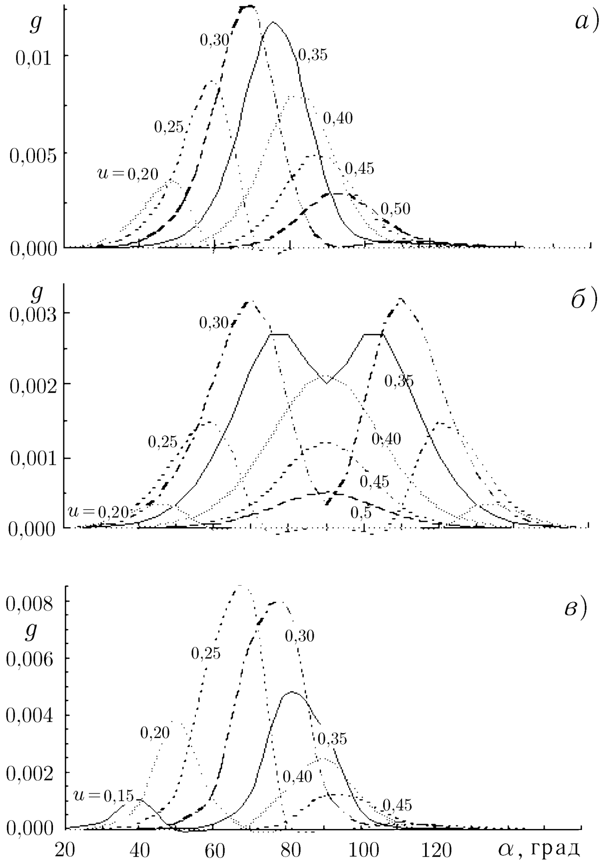


Рис. 1

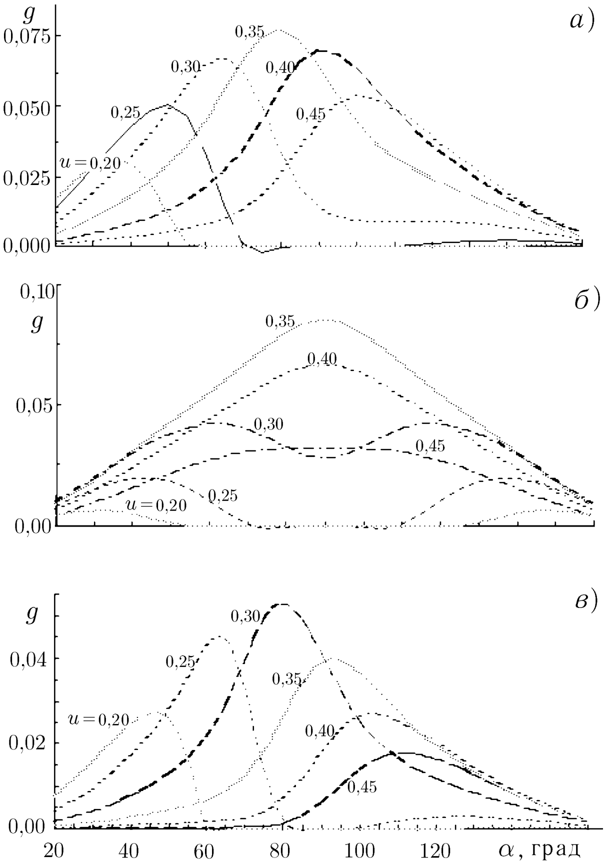


Рис. 2

Угловые распределения инкремента на других гармониках аналогичны, но абсолютное значение γ падает с ростом номера гармоники. Генерация максимальна на частотах, несколько меньших частоты соответствующей циклотронной гармоники, и это отличие более существенно для распределений с ненулевой поперечной компонентой импульса. Излучение на этих частотах в основном генерируется в направлении, близком к поперечному по отношению к магнитному полю. При удалении частоты от значения $s\omega_{B\mathrm{e}}$ угловой максимум смещается в сторону бо́льших или меньших углов, и величина его резко падает (при $p_{z0} = 0$ с ростом $\omega_{B\mathrm{e}}$ образуются два расходящихся максимума с провалом между ними). Перемещение максимума связано с тем, что резонансное условие (4) для неравновесных электронов при относительном изменении ω и $\omega_{B\mathrm{e}}$ выполняется при разных углах между $\mathbf{k}$ и $\mathbf{B}$.

Поскольку излучение (при максимальных инкрементах) генерируется преимущественно поперёк магнитного поля, то более детальные расчёты проводились для $\alpha = 75\div80^\circ$, что примерно соответствует угловым максимумам как для пучков с конечной продольной компонентой характерного импульса, так и для пучков с характерным импульсом поперёк поля.

На следующих графиках (рис. 3–6) приведены зависимости безразмерного инкремента $g = g(v)$ для различных значений параметра $u_0 = u/v = (\omega_{B\mathrm{e}}/\omega_{\mathrm{pe}})^2$ — отношения квадратов циклотронной и плазменной частот электронов. Они представляют собой частотные зависимости инкремента при данных плотности плазмы и напряжённости магнитного поля, и из них можно получить представление о спектре излучения. На рис. 3 и 4 представлены зависимости $g = g(v)$ для обыкновенных и необыкновенных волн соответственно при $\alpha = 75^\circ$ и $u_0 = u/v = (\omega_{B\mathrm{e}}/\omega_{\mathrm{pe}})^2 = 0{,}25$. Числа возле кривых обозначают номера гармоник. На рис. 5 и 6 представлены зависимости $g = g(v)$ при $u_0 = u/v = 0{,}75$ для обыкновенных (рис. 5) и необыкновенных (рис. 6) волн. Остальные параметры и обозначения те же,

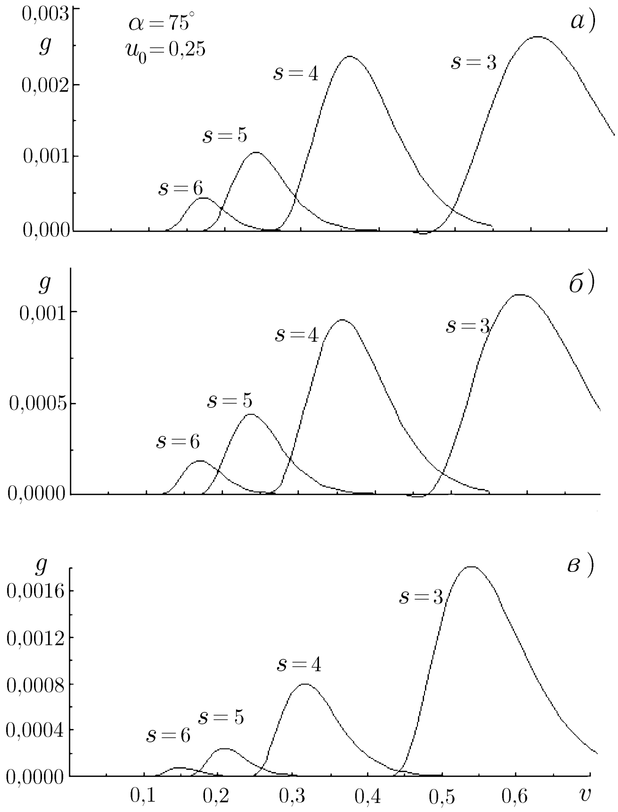


Рис. 3

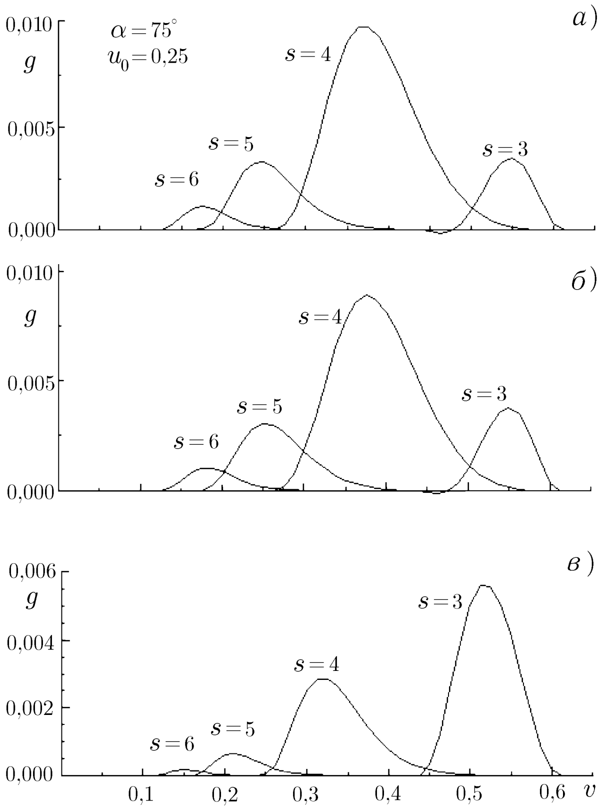


Рис. 4

что и на рис. 3, 4.

Как было отмечено, отношения частот, на которых инкременты соответствующих гармоник максимальны, не совпадают с отношением целых чисел (номеров гармоник). Отличие ω от $s\omega_{B\mathrm{e}}$ меньше для обыкновенных волн, т. е. спектр в этом случае ближе к гармоническому. Из сравнения расчётов для функций распределения *1*, *2* и *3* следует, что меньше всего отличается от гармонического спектр в случае распределения *3* (продольный пучок, $p_{\perp 0} = 0$, $p_{z0} = 0{,}3m_{\mathrm{e}}c$). Для функций распределения *1* и *2* отклонения частот от соответствующих гармоник более заметны и близки по величине. Это говорит о том, что основную роль здесь играет поперечная компонента импульса пучка электронов. Например, отношения частот третьей, четвёртой и пятой гармоник к циклотронной частоте при $\omega_{B\mathrm{e}}/\omega_{\mathrm{pe}} = 0{,}5$ для необыкновенных волн равны приблизительно $2{,}69$; $3{,}27$ и $4{,}0$ для распределений *1* и *2*, спектры которых здесь близки (рис. 4*а* и *б*), и приблизительно $2{,}76$; $3{,}53$ и $4{,}36$ для распределения *3* (рис. 4*в*). Поскольку частоты систематически сдвинуты относительно гармоник циклотронной частоты, их отношения друг к другу более близки к отношениям целых чисел $4/3$ и $5/4$: $1{,}21$ и $1{,}22$ для распределений *1* и *2* $1{,}27$ и $1{,}23$ для распределения *3* (см. рис.4). Для обыкновенных волн при $\omega_{B\mathrm{e}}/\omega_{\mathrm{pe}} = 0{,}5$ (см. рис. 3) отношения частот гармоник к циклотронной частоте составляют $2{,}53$; $3{,}27$ и $4{,}05$ для распределения *1*, $2{,}58$; $3{,}33$ и $4{,}08$ для распределения *2* и $2{,}72$; $3{,}59$ и $4{,}42$ для распределения *3*. Отношения частот четвёртой и третьей гармоник и пятой и четвёртой гармоник равны $1{,}3$ и $1{,}22$, $1{,}29$ и $1{,}21$ и $1{,}3$ и $1{,}22$ для распределений *1*, *2* и *3* соответственно.

Отношения частот второй, третьей и четвёртой гармоник к циклотронной частоте для необыкновенных волн при $\omega_{B\mathrm{e}}/\omega_{\mathrm{pe}} \approx 0{,}87$ (см. рис. 6) равны $1{,}83$; $2{,}49$ и $2{,}98$; $1{,}83$; $2{,}46$ и $3{,}2$ и $1{,}89$; $2{,}72$ и $3{,}48$ для распределений *1*, *2* и *3* соответственно. Отношения соседних частот друг к другу равны $1{,}14$ и $1{,}20$; $1{,}34$ и $1{,}30$ и $1{,}44$ и $1{,}28$ для распределений *1*, *2* и *3* соответственно (отношения соответствующих целых чисел — $3/2$ и $4/3$).

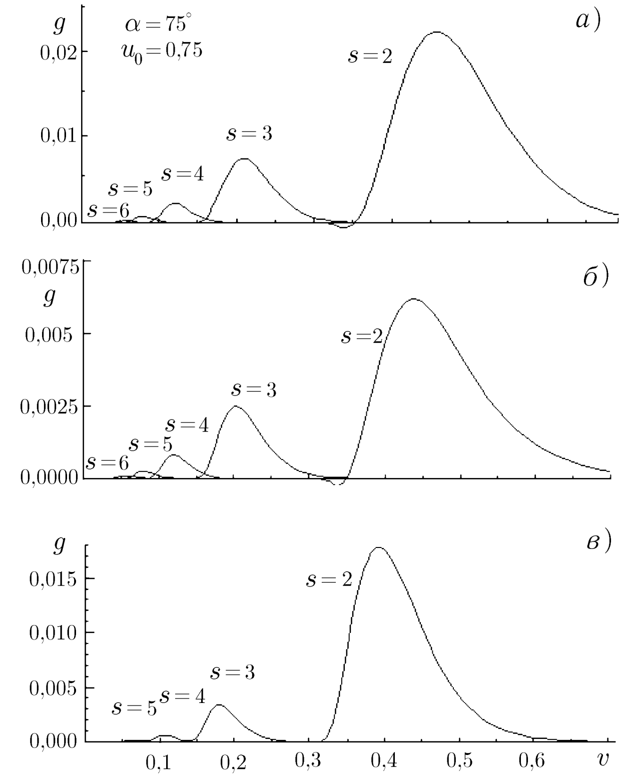


Рис. 5

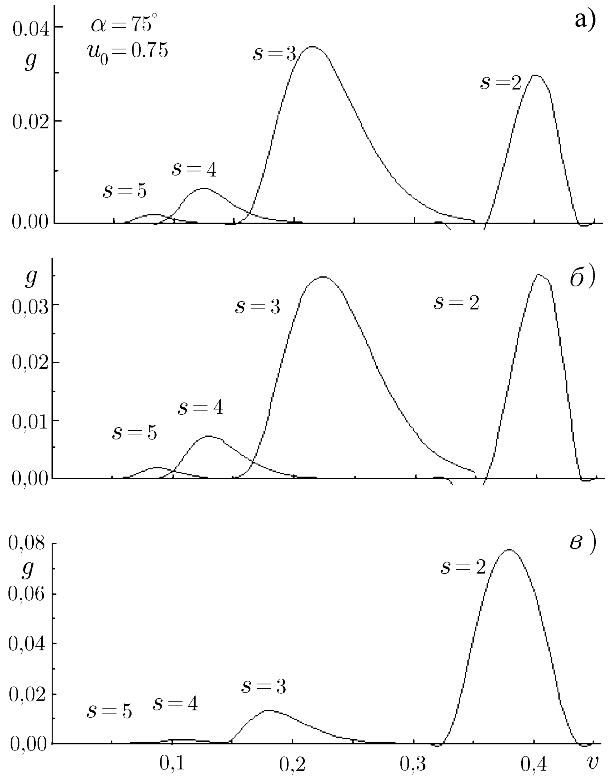


Рис. 6

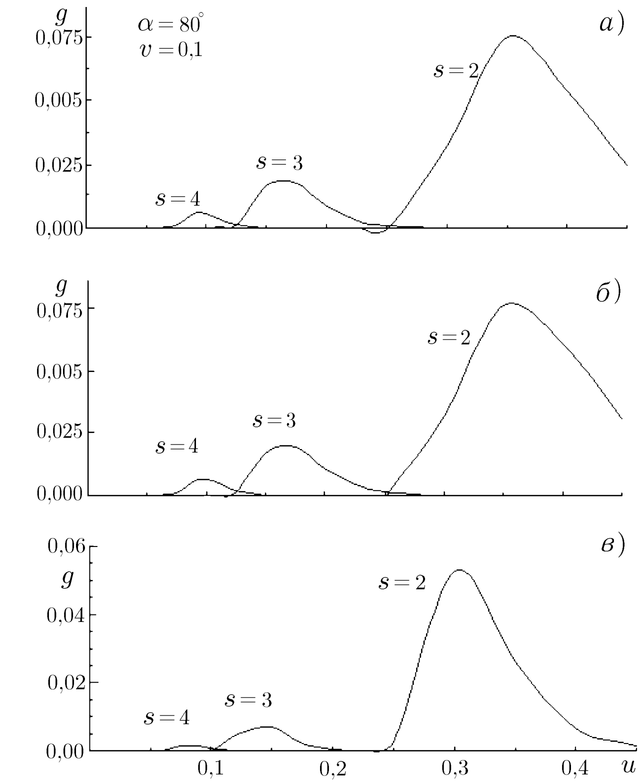


Рис. 7

Как видно, в случае распределения *3* отношения частот гармоник наиболее близки к целым числам. В расчётах мы ограничились частотами, не слишком близкими к $\omega_{\rm pe}$, ($v < 0{,}5 \div 0{,}7$), когда показатель преломления ведёт себя не слишком сложно с изменением частоты. На более низких частотах спектр отдельных гармоник может иметь более сложный вид, например иметь два максимума.

Как видно из рис. 4 и 6, для необыкновенных волн при $\omega_{Be}/\omega_{\rm pe} \approx 0{,}87$ эффективно генерируется вторая гармоника, при $\omega_{Be}/\omega_{\rm pe} \approx 0{,}5$ — третья. При уменьшении отношения циклотронной частоты к плазменной тенденция сохраняется, т. е. максимум генерации смещается в сторону более высоких гармоник, низшие гармоники при этом подавляются (отсутствуют условия генерации). При уменьшении отношения $\omega_{Be}/\omega_{\rm pe}$ относительная роль высоких гармоник возрастает, хотя эффективность генерации в целом уменьшается. При некоторых условиях могут генерироваться одновременно несколько соседних гармоник. Для распределения *3* инкремент намного быстрее падает с ростом номера гармоники, чем для первых двух распределений.

На рис. 7 показана зависимость безразмерного инкремента от напряжённости магнитного поля $g = g(v)$ для необыкновенных волн. Показаны только первые гармоники ($s = 2, 3, 4$). Здесь $v = \mathrm{const} = 0{,}1$; $\alpha = 80°$. Числа возле кривых обозначают номера гармоник. Как и на предыдущих рисунках, графики *а*), *б*) и *в*) соответствуют трём различным функциям распределения электронов (6).

Необыкновенные волны генерируются существенно эффективнее обыкновенных (γ различается примерно на порядок для второй гармоники и в $2{\div}2{,}5$ раза для пятой–шестой гармоник). Поляризация волн в этом случае должна быть близка к 100 %. Однако наблюдаемая степень поляризации, например, в группах спайков не столь высока (как правило, от нескольких процентов до десятков процентов) [8].

Возможные причины уменьшения степени поляризации следующие:

1) Эффекты линейного взаимодействия волн [9]. В области генерации излучение распространяется в основном поперёк магнитного поля (линейная поляризация), и если при выходе необыкновенных волн в области квазирадиального поля возникают условия для линейного взаимодействия волн, то поляризация останется линейной и будет соответствовать уже двум типам волн.

2) Эффекты рассеяния излучения ленгмюровской турбулентностью в плазме с магнитным полем [10]. Как показали расчёты [10], рассеяние электромагнитного излучения на плазменных волнах приводит к изменению степени и даже знака поляризации. Обыкновенные волны рассеиваются менее эффективно, и полная поляризация выходящего излучения приближается к поляризации волн этого типа.

3. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведённые расчёты показали, что в результате развития неустойчивости электромагнитных волн на циклотронном резонансе излучение генерируется пучками, движущимися как под углом к магнитному полю, так и строго вдоль поля. В последнем случае эффективность генерации заметно меньше, но спектр излучения для продольных пучков максимально близок к гармоническому. Излучение направлено в основном поперёк магнитного поля (угол между полем и направлением максимума излучения для поперечных пучков равен $90°$, для пучков с компонентой импульса вдоль поля этот угол равен $70{\div}80°$).

В сильном магнитном поле ($\omega_{B\mathrm{e}} > \omega_{\mathrm{pe}}$) в основном генерируется вторая гармоника. При уменьшении поля ($\omega_{B\mathrm{e}} < \omega_{\mathrm{pe}}$) максимум генерации смещается в сторону высоких гармоник.

Необыкновенные волны генерируются в несколько раз эффективнее обыкновенных (инкремент отличается примерно в 10 раз для второй гармоники и в $2{\div}2{,}5$ раза для пятой–шестой гармоник). Следовательно, степень поляризации излучения в источнике излучения близка к 100 % и соответствует необыкновенным волнам. Однако наблюдаемая степень поляризации может быть существенно ниже. Понижение степени поляризации может, по-видимому, происходить за счёт эффектов линейного взаимодействия волн и рассеяния на плазменных неоднородностях. Последний эффект может приводить и к изменению знака поляризации [10].

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № 98–02–17727).

ЛИТЕРАТУРА

1. Melrose D. B., Dulk G. A. // Astrophys. J. 1982. V. 259. P. 844.
2. Sharma R.R., Vlahos L., Papadopoulos K. // Astron. Astrophys. 1982. V. 112. P. 377.
3. Winglee R. // J. Geophys. Res. 1985. V. 90. P. 9 663.
4. Robinson P. A. // Solar Physics. 1991. V. 134. P. 299.
5. Fleishman G. D., Yastrebov S. G. // Solar Physics. 1994. V. 154. P. 361.
6. Андронов А. А., Железняков В. В., Петелин М. И. // Изв. вузов. Радиофизика. 1964. Т. 7, № 2. С. 251.

7. Ledenev V. G. // Solar Physics. 1998. V. 179. P. 405.
8. Isliker H., Benz A. O. // Astron. Astrophys. Suppl. Ser. 1994. V. 104. P. 145.
9. Железняков В. В. Электромагнитные волны в космической плазме. М.: Наука, 1977.
10. Tirsky V. V., Ledenev V. G., Tomozov V. M. // Physica Scripta. 2000. V. 62. P. 196.

Институт солнечно-земной физики
СО РАН,
г. Иркутск, Россия

Поступила в редакцию
25 января 2001 г.

RADIATION SPECTRUM OF ELECTRON CYCLOTRON MASER

E. A. Zverev and V. G. Ledenev

We consider the generation of electromagnetic radiation at the electron cyclotron harmonics by energetic-electron beams having the mean momentum parallel, transverse, or oblique to an external magnetic field. The generation is the most efficient if the characteristic transverse momentum is sufficiently large. The radiation spectrum of a beam moving exactly along to the magnetic field is the closest to an equidistant one. The angle between the direction of maximum emission and the magnetic field varies from 70° for a field-aligned beam to 90° for the beam whose characteristic momentum is transverse to the magnetic field. In sufficiently strong magnetic fields, i.e., at $\omega_{B\mathrm{e}} > \omega_{\mathrm{pe}}$, where $\omega_{B\mathrm{e}}$ and ω_{pe} are the electron cyclotron and plasma frequencies, respectively, the radiation is maximum at low cyclotron harmonics, the second harmonic being dominant. In weaker fields ($\omega_{B\mathrm{e}} < \omega_{\mathrm{pe}}$), higher harmonics up to the fifth or sixth are generated. Both wave modes are generated, but the ordinary-mode generation is far less efficient under the same conditions than that of the extraordinary waves.

УДК 525.23

ГЕНЕРАЦИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ И ТОКОВ В ИОНОСФЕРЕ ЗЕМЛИ В МОДЕЛИ ПЛАНЕТАРНОГО ГЕНЕРАТОРА

А. О. Солдаткин, Ю. В. Чугунов

Представлено решение задачи о генерации электрических полей и токов, обусловленной дифференциальным вращением неоднородно проводящей плазменной оболочки и намагниченной планеты (модель планетарного генератора), в нижних слоях земной ионосферы. Угловая скорость вращения $\omega_{\mathrm{p}}(r,\Theta)$ и профиль проводимости $\sigma(r)$ оболочки задавались с учётом экспериментальных данных. Показано, что токовая система планетарного генератора в этих условиях представляет собой одиночную токовую петлю, которая локализована преимущественно в области высокой проводимости на высоте $h_1 \sim 100$ км в узком слое толщиной порядка масштаба неоднородности проводимости. В рамках рассматриваемой модели сделаны оценки полного тока, циркулирующего в ионосфере, и тока, протекающего через планету. Вычислена характерная напряжённость генерируемых электрических полей. Произведённое сопоставление результатов расчёта с экспериментальными данными позволяет сделать вывод, что рассматриваемый механизм генерации тока может оказаться существенным при анализе токовых систем в нижних слоях ионосферы Земли.

ВВЕДЕНИЕ

В работах [1–4] было обосновано существование источника стационарного электрического поля и токов проводимости, обусловленного нетвердотельным характером вращения плазменной оболочки планеты при наличии магнитного поля. Генерация электрического поля в такой системе, названной планетарным электрическим генератором, возникает благодаря эффекту униполярной индукции, который состоит в следующем. Известно, что при вращении намагниченного шара в вакууме в окружающем пространстве генерируется электрическое поле, при этом напряжение между полюсом и экватором

$$U = \frac{M^{\mathrm{S}}\omega_0^{\mathrm{S}}}{cR^{\mathrm{S}}}$$

называют униполярной разностью потенциалов. Здесь M^{S}, ω_0^{S} и R^{S} — соответственно магнитный момент, угловая скорость вращения и радиус шара, c — скорость света. Если намагниченный шар окружён плазменной оболочкой, вращающейся твердотельно совместно с ним, то электрическое поле модифицируется и становится равным униполярному полю

$$\mathbf{E}_B = -[\mathbf{V},\mathbf{B}]/c, \tag{1}$$

где $\mathbf{V}$ — локальная скорость оболочки, которое всюду перпендикулярно магнитному полю. При этом ток проводимости равен нулю. Можно сказать (если проводить аналогию с сосредоточенной электрической цепью), что в этом случае цепь, в которую включён планетарный генератор, разомкнута. В случае же, когда плазменная оболочка вращается дифференциально, т. е. вращение происходит с проскальзыванием слоёв, нулевой ток проводимости, вообще говоря, обеспечить нельзя, и электрическое поле становится отличным от униполярного. В рамках вышеприведённой аналогии проскальзывание слоёв оболочки эквивалентно замыканию глобальной цепи, что приводит к генерации тока проводимости. Понятно, что распределение тока сильно зависит от пространственного профиля проводимости. Ясно, например, что выходное напряжение планетарного генератора (которое может быть порядка U) при наличии тока оказывается приложенным в основном к участкам с низкой проводимостью.

Таким образом, существует дополнительный механизм генерации тока в плазмосферах планет, обладающих магнитным полем, и, вообще говоря, в атмосферах звёзд. Можно указать характерные величины униполярного потенциала: $U \sim 9 \cdot 10^4$ В для Земли, $U \sim 4 \cdot 10^8$ В для Юпитера, $U \sim 10^8$ В для Солнца [1].

Действие указанной распределённой ЭДС рассматривалось при анализе системы осесимметричных стационарных токов, возникающих при вращении планеты, обладающей дипольным магнитным полем, совместно с дифференциально вращающейся неоднородно проводящей плазменной оболочкой [5, 6]. В данной работе проанализировано действие планетарного генератора в условиях, соответствующих земным, подразумевая под этим, что при расчётах выбирались соответствующие угловая скорость вращения и проводимость плазменной оболочки на различных высотах, а также магнитный момент планеты. Используемое приближение резкого изменения проводимости на ионосферных высотах, по нашему мнению, качественно описывает влияние анизотропии проводимости верхних слоёв ионосферы на топологию токовой системы в рассматриваемой симметрии.

1. ИСХОДНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Для анализа токовой структуры плазмосферы рассматривается электродинамическая задача о твердотельном вращении проводящей планеты совместно с дифференциально вращающейся плазменной оболочкой. Магнитное поле планеты считается дипольным, причём ось диполя полагается параллельной оси вращения планеты. Большим преимуществом при этом является симметрия исходной структуры; кроме того, для большинства планет Солнечной системы угол между осью магнитного диполя и осью вращения достаточно мал [7]. Плазменная оболочка, вращающаяся совместно с планетой, характеризуется угловой скоростью вращения $\omega_{\rm p}(r,\Theta)$, где r — расстояние от центра планеты, Θ — полярный угол, отсчитываемый от оси вращения.

Поиск стационарных решений соответствующей осесимметричной электродинамической задачи осуществляется следующим образом. Электростатический потенциал $\varphi_{\rm un}$ вокруг планеты записывают в виде [1]

$$\varphi_{\rm un}(r,\Theta) = \frac{M\omega_{\rm p}(r,\Theta)\sin^2\Theta}{cr} + \Psi(r,\Theta), \tag{2}$$

где M — дипольный магнитный момент планеты. Первое слагаемое в (2) отражает потенциал униполярной индукции тела, вращающегося в магнитном поле с угловой скоростью $\omega_{\rm p}(r,\Theta)$, $\Psi(r,\Theta)$ — пока произвольная функция.

Закон Ома и уравнение непрерывности определяют плотность тока $\mathbf{J}$ [8]:

$$\mathbf{J} = \mathbf{\Sigma}(r,\Theta)\,(\mathbf{E} + [\mathbf{V},\mathbf{B}]/c) + \rho\mathbf{V}, \qquad \operatorname{div}\mathbf{J} = 0.$$

Здесь $\mathbf{\Sigma}(r,\Theta)$ — тензор проводимости среды, ρ — плотность объёмного заряда ($\Delta\varphi_{\rm un} = -4\pi\rho$). Скорость $\mathbf{V}$ задаётся локальной угловой скоростью вращения $\omega_{\rm p}$.

Для простоты будем считать тензор $\mathbf{\Sigma}$ изотропным и однородным по полярному углу Θ:

$$\Sigma(r,\Theta) = \sigma(r).$$

Представим функцию $\omega_{\rm p}(r,\Theta)$ в виде $\omega_{\rm p} = \omega_1 + \hat\omega$ так, чтобы $\hat\omega$ и Ψ были связаны условиями униполярности [1]. Решение для униполярного течения есть

$$\hat\omega = \hat\omega(L), \qquad L = \frac{r}{\sin^2\Theta}\,, \tag{3}$$

[1] Если не принимать во внимание сложную структуру магнитного поля Солнца.

где $\hat{\omega}$ — произвольная функция.

Представив функцию ω_1, которую называют «вынужденным» течением, в виде $\omega_1 = \hat{H}(r)\Phi(\Theta)$, можно разделить переменные. Соответствующие решения $\Phi(\Theta)$ для случая однородной по полярному углу Θ проводимости приведены в работе [1]. Из всех функций $\Phi(\Theta)$ представляют интерес только не имеющие особенностей решения

$$\Phi(\cos\Theta) = C_1 \frac{\mathrm{d}P_l(\cos\Theta)}{\mathrm{d}(\cos\Theta)} + C_2 \frac{\mathrm{d}Q_l(\cos\Theta)}{\mathrm{d}(\cos\Theta)}, \tag{4}$$

где $l > 2$ — целое число, P_l и Q_l — полиномы Лежандра первого и второго рода соответственно. Для функции $\hat{H}(r)$ получается уравнение

$$r^2 \frac{\mathrm{d}^2\hat{H}}{\mathrm{d}r^2} + \left(r + r^2 \frac{\mathrm{d}\sigma(r)}{\sigma(r)\,\mathrm{d}r}\right) \frac{\mathrm{d}\hat{H}}{\mathrm{d}r} - \alpha\hat{H} = 0, \qquad \alpha = (l-1)\,(l+2). \tag{5}$$

Для случая плазмосферы с неоднородной проводимостью вида

$$\sigma(r) = \sigma_0 \exp\left(\frac{r-R}{H}\right) \tag{6}$$

в предположении, что приведённая высота H много меньше радиуса планеты R и ширины интервала, в котором проводимость неоднородна, в [4, 6] были получены приближённые решения для функций $\hat{H}(r)$, соответствующих $\alpha = 10$:

$$\begin{aligned} \hat{H}_1(r) &\approx \exp\left(\frac{R-r}{H}\right)\left[\frac{H}{r} + 9\left(\frac{H}{r}\right)^2 + 27\left(\frac{H}{r}\right)^3 + 9\left(\frac{H}{r}\right)^4\right], \\ \hat{H}_2(r) &\approx 1 - 10\left(\frac{H}{r}\right) + 45\left(\frac{H}{r}\right)^2 - 90\left(\frac{H}{r}\right)^3 + 22{,}5\left(\frac{H}{r}\right)^4. \end{aligned} \tag{7}$$

Окончательно для униполярной части потенциала имеем [1]

$$\varphi_{\mathrm{un}}(r,\Theta) = \frac{M\omega_1(r,\Theta)}{cRL} - \frac{M}{cR}\int \frac{\hat{\omega}}{L^2}\,\mathrm{d}L. \tag{8}$$

При рассмотрении плазмосферы, состоящей из набора сферических слоёв с существенно различными свойствами, рассмотренное выше униполярное решение необходимо дополнить электрическим потенциалом, связанным с накоплением заряда на границах раздела. Этот дополнительный потенциал называется «свободным» решением и определяется из уравнения

$$\mathrm{div}[\sigma(r)\nabla\varphi] = 0. \tag{9}$$

Разделяя в (9) переменные, можно убедиться, что угловые зависимости решений уравнения (9) в случае однородной по полярному углу Θ проводимости представляют собой полиномы Лежандра P_l, где $l = 0, 1, \ldots$, для радиальных частей решений получается уравнение

$$r^2 \frac{\mathrm{d}^2\hat{V}}{\mathrm{d}r^2} + \left\{2r + r^2 \frac{\mathrm{d}\sigma(r)}{\sigma(r)\,\mathrm{d}r}\right\} \frac{\mathrm{d}\hat{V}}{\mathrm{d}r} - \beta\hat{V} = 0, \qquad \beta = l\,(l+1). \tag{10}$$

В случае экспоненциальной зависимости проводимости от r при $\beta = 0; 6; 20$, соответствующих полиномам P_0, P_2, P_4, уравнение (10) решается точно [6], каждому β соответствуют быстро растущее и слабо зависящее от r решения:

$$\hat{V}_1^{(0)}(r) = \int \exp\left(\frac{r-R}{H}\right)\left(\frac{H}{r}\right)^2 \mathrm{d}\left(\frac{r}{H}\right), \quad \hat{V}_2^{(0)}(r) = 1;$$
$$\hat{V}_1^{(6)}(r) = \exp\left(\frac{R-r}{H}\right)\left[\left(\frac{H}{r}\right)^2 + 4\left(\frac{H}{r}\right)^3\right], \quad \hat{V}_2^{(6)}(r) = 1 - 6\left(\frac{H}{r}\right) + 18\left(\frac{H}{r}\right)^2 - 24\left(\frac{H}{r}\right)^3;$$
$$\hat{V}_1^{(20)}(r) = \exp\left(\frac{R-r}{H}\right)\left[\left(\frac{H}{r}\right)^2 + 18\left(\frac{H}{r}\right)^3 + 126\left(\frac{H}{r}\right)^4 + 336\left(\frac{H}{r}\right)^5\right],$$
$$\hat{V}_2^{(20)}(r) = 1 - 20\left(\frac{H}{r}\right) + 200\left(\frac{H}{r}\right)^2 - 1\,200\left(\frac{H}{r}\right)^3 + 4\,200\left(\frac{H}{r}\right)^4 - 6\,720\left(\frac{H}{r}\right)^5. \qquad (11)$$

Конкретный вид «свободного» решения находят методами электростатики [9], сшивая решения на границах раздела с использованием условий непрерывности потенциала и нормальной компоненты плотности тока.

Таким образом, определена процедура нахождения электростатического потенциала, соответствующего заданному течению $\omega_\mathrm{p}(r,\Theta)$.

2. ТОКОВАЯ СИСТЕМА ПЛАНЕТАРНОГО ГЕНЕРАТОРА

В качестве исходных данных для построения модели возьмём результаты измерений скорости вращения и проводимости плазменной оболочки Земли. По измерениям торможения спутников установлено [10], что в достаточно широком интервале широтных углов скорость вращения плазмосферы совпадает с угловой скоростью Земли W_E в приповерхностном слое толщиной до 150 км, а на высотах от 150 до 350 км линейно растёт, достигая в максимуме $1{,}4W_\mathrm{E}$. Проводимость плазмосферы [2], оставаясь изотропной, экспоненциально растёт до высот порядка 100 км, а затем становится анизотропной, причём продольная проводимость $\sigma_\parallel$ меняется незначительно вплоть до высот порядка 400 км, а поперечная проводимость $\sigma_\perp$ и проводимость Холла σ_H экспоненциально убывают [8, 11].

Генерация тока в плазмосфере в рассматриваемой модели обусловлена распределённой ЭДС, возникающей вследствие дифференциальности вращения плазменной оболочки, причём вклад в ток вносит только $\omega_1(r,\Theta)$ — «вынужденная» часть течения [5]. При этом распределение плотности тока зависит от профиля проводимости в плазмосфере.

В земной плазмосфере на высотах $h > 100$ км продольная проводимость $\sigma_\parallel$ много больше поперечной проводимости $\sigma_\perp$ и проводимости Холла σ_H [8], однако в данной системе протекание тока вдоль магнитного поля невозможно в силу симметрии задачи: токовая петля, выходящая из верхней полусферы, должна замкнуться в экваториальной области. Замыкание петли должно осуществляться за счёт холловской и поперечной проводимостей. В соответствии с этим можно предположить, что модель ионосферы с изотропной проводимостью, экспоненциально спадающей с высотой подобно $\sigma_\perp$ и σ_H, должна качественно отражать основные закономерности генерации полей и токов в реальной анизотропной системе.

Реализовать плазмосферное течение, в какой-то степени соответствующее экспериментальным данным, удаётся в рамках следующей трёхслойной модели.

Рассмотрим планету с постоянной проводимостью σ_0 и радиусом R, которая вращается твердотельно с угловой скоростью $\boldsymbol{\omega}_0$. Магнитное поле планеты дипольное, $\mathbf{M} \parallel \boldsymbol{\omega}_0$. Плазменную оболочку

[2] Здесь и далее речь идёт об усреднённой по широте и долготе проводимости.

будем предполагать состоящей из трёх слоёв. Сферические границы раздела слоёв проходят на высотах h_1 и h_2, $h_1 < h_2$. Проводимость плазмосферы будем считать изотропной. Профиль проводимости зададим в соответствии с высказанными выше соображениями:

$$\sigma(r) = \begin{cases} \sigma_{\rm A} \exp\left(\dfrac{r-R}{H_1}\right), & r \in [R, R+h_1]; \\ \sigma_{\rm A} \exp\left(\dfrac{h_1}{H_1}\right) \left(\dfrac{R+h_1-r}{H_2}\right), & r \in [R+h_1, R+h_2]. \end{cases}$$

В первом слое проводимость экспоненциально нарастает, во втором — экспоненциально убывает, что соответствует эффективной анизотропной проводимости на больших высотах.

Будем считать, что выполняются условия тонкости первого и второго слоёв:

$$\{h_1, h_2\} \ll R, \tag{12}$$

и малости приведённых высот H_1 и H_2:

$$H_1 \ll h_1, \qquad H_2 \ll h_2 - h_1. \tag{13}$$

Исходя из характеристик земной ионосферы, положим

$$R \approx 6\,400 \text{ км}, \quad h_1 \approx 150 \text{ км}, \quad h_2 \approx 350 \text{ км}, \quad H_1 \approx 6 \text{ км}, \quad H_2 \approx 12 \text{ км},$$
$$\sigma_0 \sim 10^{-3} \text{ См/м}, \quad \sigma_{\rm A} \sim 5 \cdot 10^{-14} \text{ См/м}. \tag{14}$$

Из (14) видно, что условия (12) и (13) хорошо выполняются.

Легко видеть, что $\sigma(R+h_2) \ll \sigma(R+h_1)$, поэтому в третьем слое можно считать проводимость равной нулю. Отметим, что нулевая проводимость означает, помимо отсутствия тока проводимости, что плазмосферное течение в третьем слое не оказывает никакого влияния на процесс генерации тока в системе [3]. В этом смысле конкретный вид течения в третьем слое не играет большой роли [4].

В реальности распределение поля скоростей вблизи поверхности планеты в значительной степени должно определяться силами вязкости [1], поэтому положим, что первый слой плазменной оболочки — атмосфера — твердотельно вращается вместе с планетой (вращается униполярно):

$$\omega_{\rm p}(r, \Theta) = \omega_0, \quad r \in [R, R+h_1].$$

Во втором слое, в области $r \in [R+h_1, R+h_2]$, где степень ионизации уже значительна, а вязкость менее существенна, течение необходимо задавать, исходя, насколько это возможно, из экспериментальных данных. При этом для построения поля скоростей можно использовать собственные функции $\omega_1(r, \Theta)$, соответствующие распределению проводимости (6), и униполярное течение (3). Из набора решений (4) ограничимся для дальнейшего анализа функцией, отвечающей $l = 3$. Решения уравнения (5) при $l = 3$ для профиля проводимости (6) имеют вид (7) при $H = -H_2$. Решения $\hat{H}_1(r)$ и $\hat{H}_2(r)$ мы будем рассматривать при $r \in [R+h_1, R+h_2]$, поэтому, учитывая условия (12) и (13), использование приближённых выражений для $\hat{H}_1(r)$ и $\hat{H}_2(r)$ оправдано.

Нетрудно понять, что в этом приближении можно задать профиль угловой скорости для $r \in [R + h_1, R+h_2]$ в виде

$$\omega_{\rm p}(r, \Theta) = \omega_0 \left[\left(W_1 \hat{H}_1 + W_2 \hat{H}_2 \right) \left(1 - \frac{5}{4} \sin^2 \Theta \right) + W_3 + W_4 \frac{R}{r} \sin^2 \Theta \right].$$

[3] Поправки к выражениям для потенциала и тока во всех слоях, обусловленные учётом конечной проводимости третьего слоя, оказываются порядка $\sigma(R+h_2)/[\sigma(R+h_1)]$.

[4] Вид течения в третьем слое определяет потенциал при $r > R + h_2$.

Коэффициенты W_1, W_2, W_3 и W_4 при этом определяются из условия твердотельности вращения оболочки при $r = R + h_1$: $\omega_\mathrm{p}(R + h_1, \Theta) = \omega_0$, и граничного условия при $r = R + h_2$, которое мы выберем в следующем виде:

$$\omega_\mathrm{p}(R + h_2 - 0, \Theta) = (1 + \gamma_2 \sin^2 \Theta)\, \omega_0, \qquad \gamma_2 > 0. \tag{15}$$

Заметим, что условие (15) соответствует нашим представлениям о возможной структуре течений: оно обеспечивает рост скорости вращения оболочки при увеличении угла Θ. В земных условиях $\gamma_2 \approx \approx 0{,}4$ [10].

Характерный вид модельного течения при условиях (12) и (13) представлен на рис. 1. Заметим, что профиль $\omega_\mathrm{p}(r, \Theta)$ при варьировании параметров меняется незначительно и в основном определяется условием (15), т. е. задаётся параметром γ_2. То же можно сказать и о «вынужденной» составляющей $\omega_1(r, \Theta)$ течения.

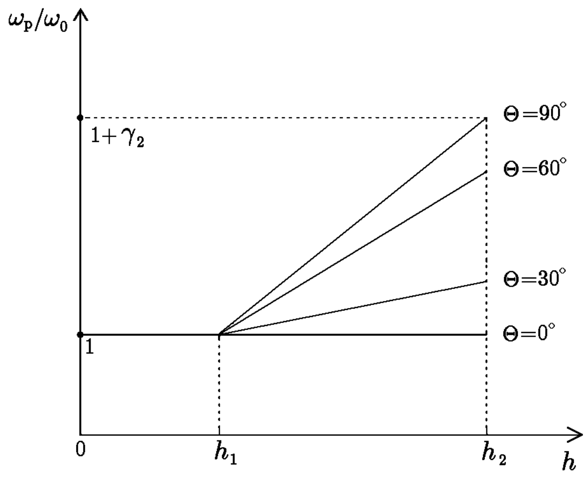


Рис. 1. Угловая скорость вращения $\omega_\mathrm{p}(r, \Theta)$ рассматриваемого течения; $h = r - R$

Рассматриваемая структура оболочки содержит три границы раздела, на которых, вообще говоря, происходит накопление заряда. В силу того, что зависимость $\omega_1(r, \Theta)$ от Θ была выбрана в виде $\mathrm{d}P_3(\cos\Theta)/\mathrm{d}(\cos\Theta)$, в разложении униполярного потенциала по полиномам Лежандра будут присутствовать слагаемые, пропорциональные P_0, P_2 и P_4. В случае стационарной задачи ясно, что для построения «свободного» решения нужно выбрать следующие решения уравнения (9): $P_0, r^2 P_2, r^4 P_4$ — для области планеты (т. к. проводимость планеты однородна), $\hat V^{(0)} P_0$, $\hat V^{(6)} P_2$, $\hat V^{(20)} P_4$ при $H = H_1$ — для первого слоя, $\hat V^{(0)} P_0$, $\hat V^{(6)} P_2$, $\hat V^{(20)} P_4$ при $H = -H_2$ — для второго слоя (здесь $\hat V^{(0)}$, $\hat V^{(6)}$, $\hat V^{(20)}$ — решения уравнения (10) при $\beta = 0; 6; 20$ соответственно).

С учётом вышесказанного можно построить общий вид потенциала в каждом слое [5]:

$$\varphi = \begin{cases} \dfrac{M\omega_0}{cr} \sin^2\Theta + A_0 + A_2 r^2 P_2 + A_4 r^4 P_4, \qquad r < R; \\ \dfrac{M\omega_0}{cr} \sin^2\Theta + B_0 \hat V_1^{(0)}(H_1/r) + C_0 + \left[B_2 \hat V_1^{(6)}(H_1/r) + C_2 \hat V_2^{(6)}(H_1/r)\right] P_2 + \\ \quad + \left[B_4 \hat V_1^{(20)}(H_1/r) + C_4 \hat V_2^{(20)}(H_1/r)\right] P_4, \qquad R < r < R + h_1; \\ \dfrac{M\omega_0}{cr} \sin^2\Theta \left\{ \left[W_1 \hat H_1(r) + W_2 \hat H_2(r)\right] \left(1 - \dfrac{5\sin^2\Theta}{4}\right) + W_3 + W_4 \dfrac{R}{r} \sin^2\Theta \right\} - \\ \quad - \dfrac{M\omega_0 W_4 R}{2cr^2} \sin^4\Theta + E_0 + \left[D_2 \hat V_1^{(6)}(-H_2/r) + E_2 \hat V_2^{(6)}(-H_2/r)\right] P_2 + \\ \quad + \left[D_4 \hat V_1^{(20)}(-H_2/r) + E_4 \hat V_2^{(20)}(-H_2/r)\right] P_4, \qquad R + h_1 < r < R + h_2. \end{cases}$$

[5] При $\mathbf{M} \uparrow\downarrow \boldsymbol{\omega}_0$ считаем $M < 0$.

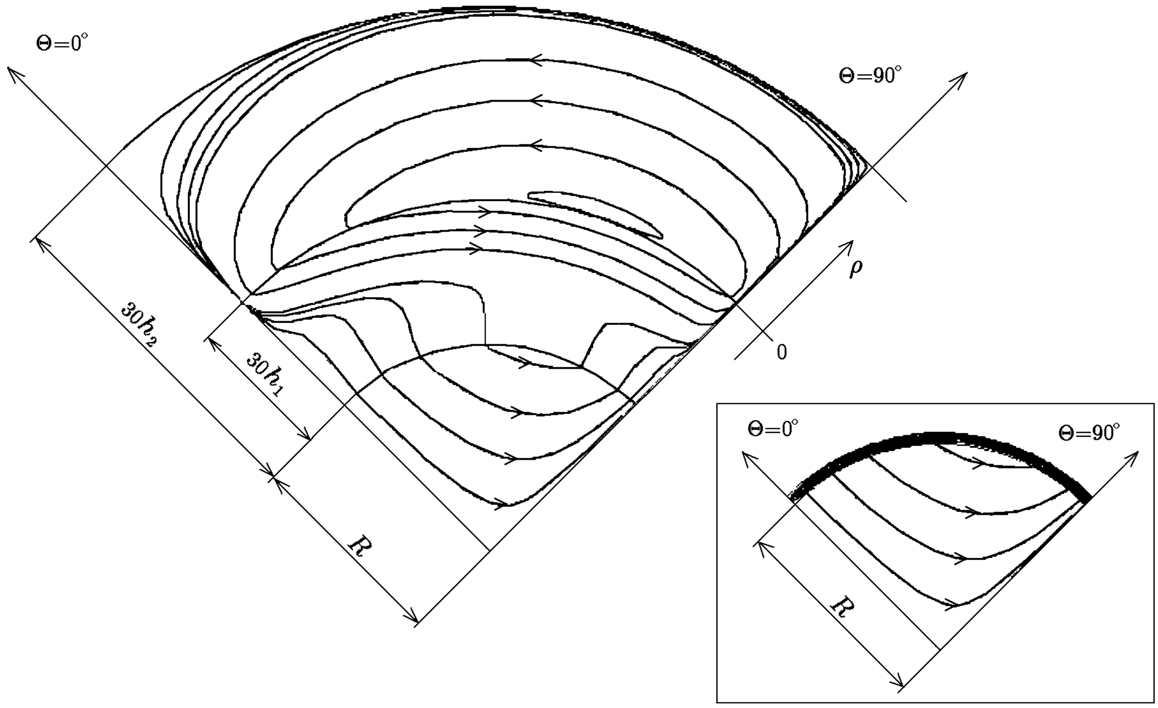


Рис. 2. Токовая структура при близких к земным условиям параметрах модели. Направление протекания тока соответствует случаю $\mathbf{M} \uparrow\downarrow \boldsymbol{\omega}_0$

Неопределённые коэффициенты находятся из условий непрерывности потенциала и нормальной составляющей тока на границах $r = R$, $r = R + h_1$ и равенства нулю J_r при $r = R + h_2$.

На основе полученных аналитических выражений вид токовой структуры был получен путём численного моделирования [6]. На рис. 2 представлена токовая структура при $h_1/R = 0{,}023$; $h_2/R = 0{,}055$; $H_1/R = 0{,}000\,94$; $H_2/R = 0{,}001\,87$; $\sigma_\mathrm{A}/\sigma_0 = 5 \cdot 10^{-11}$, что соответствует земным условиям. Область плазмосферы на рис. 2 для наглядности растянута вдоль r в 30 раз, так что при $r > R$ радиальное расстояние определяется соотношением $R + 30\,(r - R)$. В нижнем правом углу рисунка показана та же токовая структура с сохранением пропорций.

Токовая система при всех возможных значениях параметров представляет собой одиночную токовую петлю, которая локализована преимущественно в слое толщиной порядка нескольких приведённых высот H_2 вблизи границы $r = R + h_1$, т. е. в области высокой проводимости. Выраженная локализация обусловлена резким спадом проводимости при удалении от границы $r = R + h_1$, причём в данном случае (см. рис. 2) в силу того, что $H_2 > H_1$, густота линий тока ниже границы раздела слоёв оказывается выше. Неизменность топологии токовой системы связана с тем, что профиль «вынужденной» составляющей $\omega_1(r, \Theta)$ течения не меняется при изменении параметров. Отметим, что градиент угловой скорости дифференциального течения и, соответственно, плотность тока пропорциональны $\gamma_2/(h_2 - h_1)$.

Для удобства введём новую координату

$$\rho = r - (R + h_1). \tag{16}$$

[6] Аналитическое рассмотрение точного решения задачи затруднено из-за сложного вида собственных функций и выражений для коэффициентов.

Тогда при выполнении условий (12), (13) в интервале высот

$$-\rho \ll h_1, \quad \rho < 0; \qquad \rho \ll h_2 - h_1, \quad \rho > 0 \tag{17}$$

можно получить приближённые выражения для плотности тока вблизи границы $r = R + h_1$:

$$\begin{aligned}
&J_r(\rho) = 8\sigma(\rho)\gamma_2 \frac{M\omega_0}{cR^2}\frac{H_2}{h_2-h_1}\frac{H_1}{R}\left(\frac{H_2}{H_1+H_2}+\frac{\rho}{H_1}\right)\sin^2\Theta\left(1-\frac{5}{4}\sin^2\Theta\right), \quad \rho>0;\\
&J_\Theta(\rho) = -2\sigma(\rho)\gamma_2 \frac{M\omega_0}{cR^2}\frac{H_2}{h_2-h_1}\left[\left(\frac{H_2}{H_1+H_2}-\frac{\rho}{H_2}\right)\sin^2\Theta-\frac{8\rho}{R}\right]\sin\Theta\cos\Theta, \quad \rho>0;\\
&J_r(\rho) = 8\sigma(\rho)\gamma_2 \frac{M\omega_0}{cR^2}\frac{H_2}{h_2-h_1}\frac{H_1}{R}\frac{H_2}{H_1+H_2}\sin^2\Theta\left(1-\frac{5}{4}\sin^2\Theta\right), \quad \rho<0;\\
&J_\Theta(\rho) = -2\sigma(\rho)\gamma_2 \frac{M\omega_0}{cR^2}\frac{H_2}{h_2-h_1}\frac{H_2}{H_1+H_2}\sin^3\Theta\cos\Theta, \quad \rho<0.
\end{aligned} \tag{18}$$

Выражения (18) позволяют исследовать структуру токовой петли. Центр петли может лежать только в области «вынужденной» дифференциальности течения, в соответствии с этим из первого и второго выражений (18) получаем координаты центра петли Θ_c и ρ_c:

$$\Theta_\mathrm{c} = \Theta_1^* = \arcsin\sqrt{4/5} \approx 63{,}4^\circ; \qquad \rho_\mathrm{c} = \frac{H_2^2}{H_1+H_2}\,. \tag{19}$$

Угол Θ_1^* соответствует обращению в нуль «вынужденной» составляющей $\omega_1(r,\Theta)$ течения. Отметим, что при выполнении условий (12), (13) и (17) угол, при котором J_r обращается в нуль, не зависит от ρ и значений параметров и совпадает с Θ_1^*.

Легко видеть, что при условии (17)

$$\frac{J_r}{J_\Theta} \sim \frac{4H_1}{R} \ll 1, \tag{20}$$

т. е. токовая петля, за исключением экваториальной и полярных областей, вытянута вдоль границы $r = R + h_1$.

Оценить ток, циркулирующий в системе, можно, вычислив интеграл от J_r по поверхности $r = R + h_1$, $0 < \Theta < \Theta_1^*$:

$$I_1 = 3{,}6\sigma(R+h_1)\gamma_2 \frac{M\omega_0}{c}\frac{H_2}{h_2-h_1}\frac{H_1}{R}\frac{H_2}{H_1+H_2}\,. \tag{21}$$

Заметим, что ток I_1 зависит от профиля проводимости в виде интеграла от $\sigma(r)$ с некоторым весом. Отсюда ясно, что оценка (21) циркулирующего в системе тока не сильно зависит от выбора вида модельного профиля проводимости, аппроксимирующего экспериментальные данные, и от выбора положения границы h_1.

Вследствие низкой проводимости приповерхностного слоя атмосферного промежутка лишь малая часть тока ответвляется внутрь планеты; существует характерный угол Θ_2^*, не зависящий в принятых приближениях от параметров задачи, при котором токовая петля касается поверхности планеты: $\Theta_2^* = \arcsin[(8/15)^{1/4}] \approx 58{,}7^\circ$. Ток в атмосфере вне области $\Theta \approx \Theta_2^*$ является практически радиальным.

Полный ток, ответвляющийся в северное полушарие планеты, определяется выражением

$$I_0 = 1{,}96\sigma_\mathrm{A}\gamma_2 \frac{M\omega_0}{c}\frac{H_2}{h_2-h_1}\frac{R}{H_1}\frac{H_2}{H_1+H_2}\,. \tag{22}$$

Суммарный ток, протекающий через поверхность планеты, определяется проводимостью приповерхностного слоя атмосферы вследствие того, что выходное напряжение планетарного генератора приложено в основном к этому промежутку как к участку глобального электрического контура с наибольшим сопротивлением.

В условиях, соответствующих земным, $M = 8{,}1 \cdot 10^{25}$ Гс $\cdot$ см^3, $\omega_0 = W_{\mathrm{E}} = 7{,}3 \cdot 10^{-5}$ с$^{-1}$, откуда, используя (14), из выражений (21) и (22) можно получить оценки тока:

$$I_0 \sim 1\ \text{А}; \qquad I_1 \sim 10^5\ \text{А}. \tag{23}$$

3. ЭЛЕКТРИЧЕСКОЕ ПОЛЕ ПРИ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОМ ВРАЩЕНИИ ПЛАЗМОСФЕРЫ

Полное электрическое поле в рассматриваемом случае можно разложить на две составляющие: $\mathbf{E} = \mathbf{E}_B + \mathbf{E}^{\mathrm{cur}}$, где $\mathbf{E}_B$ — униполярное поле (1), соответствующее обращению в нуль тока проводимости, а $\mathbf{E}^{\mathrm{cur}}$ — поле, возникающее вследствие «вынужденной» дифференциальности течения, обуславливающее ток проводимости [7]

$$\mathbf{J} = \sigma(\mathbf{r})\,(\mathbf{E} + [\mathbf{V},\mathbf{B}]/c) = \sigma(\mathbf{r})\mathbf{E}^{\mathrm{cur}}.$$

Вычислим поля $\mathbf{E}_B$ и $\mathbf{E}^{\mathrm{cur}}$ в области локализации токовой петли на средних широтах. В рассматриваемых условиях получим

$$E_{Br} \sim E_{B\Theta} \sim 1{,}44 \cdot 10^{-4}\ \text{В/см}. \tag{24}$$

Результаты ракетных измерений позволяют сделать вывод о существовании в ионосфере Земли на средних широтах полей $E_\perp$ и $E_\parallel$ в среднем порядка 10^{-3} и 10^{-5} В/см соответственно [8]. Можно считать, не претендуя на детальное соответствие расчётов эксперименту, что результат (24) не противоречит этим экспериментальным данным.

Поле $\mathbf{E}^{\mathrm{cur}}$ при $r = R + h_1$ можно определить из выражений (18) при $\rho = 0$:

$$E_r^{\mathrm{cur}} \sim 1{,}7 \cdot 10^{-8}\ \text{В/см}, \qquad E_\Theta^{\mathrm{cur}} \sim 4{,}6 \cdot 10^{-6}\ \text{В/см}. \tag{25}$$

Таким образом, справедливо неравенство $E_r^{\mathrm{cur}} \ll E_\Theta^{\mathrm{cur}}$, что соответствует локализации петли вблизи границы $r = R + h_1$. С другой стороны, $E_r^{\mathrm{cur}} \ll E_\Theta^{\mathrm{cur}} \ll E_B$, т. е. возмущение униполярного поля вследствие дифференциальности течения оказывается слабым. В то же время $\mathbf{E}^{\mathrm{cur}}$ обеспечивает значительный ток проводимости (23).

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Представленное решение модельной задачи о генерации электрических полей и токов в нижних слоях ионосферы Земли при дифференциальном вращении неоднородно проводящей плазменной оболочки совместно с намагниченной планетой показывает достаточную эффективность генерации токов вследствие эффекта униполярной индукции. Угловая скорость вращения $\omega_{\mathrm{p}}(r,\Theta)$ и профиль проводимости $\sigma(r)$ в оболочке задавались с учётом экспериментальных данных об ионосфере Земли. Показано, что токовая система планетарного генератора в этих условиях представляет собой одиночную токовую петлю, которая локализована преимущественно в области высокой проводимости на высоте

[7] Конвективные токи $\mathbf{J} = \rho\mathbf{V}$ релятивистски слабы, поэтому мы исключаем их из рассмотрения. Кроме того, эти токи азимутальные, и, значит, проявляют себя лишь в виде дополнительного полоидального магнитного поля, которое незначительно ввиду слабости конвективных токов по сравнению с токами проводимости.

$h_1 \sim 100$ км в узком слое толщиной порядка масштаба неоднородности проводимости. Возмущение униполярного поля $\mathbf{E}_B = -[\mathbf{V},\mathbf{B}]/c$, возникающее вследствие дифференциальности течения, оказывается слабым. В то же время оно обеспечивает значительный ток проводимости (порядка 10^5 А), циркулирующий в системе. Величина этого тока соответствует обсуждающимся в литературе оценкам ионосферного тока, обусловленного действием ионосферного динамо [8, 11]. Произведённое сопоставление результатов расчёта с экспериментальными данными позволяет заключить, что рассматриваемый механизм генерации тока может оказаться важным при анализе токовых систем в нижних слоях ионосферы Земли. Ещё раз подчеркнём, что рассмотренная модельная задача не ставит своей целью детально объяснить процессы генерации токов в земной ионосфере. Аналогичные процессы генерации полей и токов могут происходить в магнитосферах других планет и атмосферах звёзд.

Работа поддержана Российским фондом фундаментальных исследований (проекты № 99–02–17745, 01–02–06079).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Малов Д. Е., Чугунов Ю. В. // Изв. вузов. Радиофизика. 1997. Т. 40, № 1–2. С. 232.
2. Беспалов П. А., Чугунов Ю. В. // Изв. вузов. Радиофизика. 1997. Т. 40, № 1–2. С. 138.
3. Bespalov P. A., Chugunov Yu. V., Davydenko S. S. // J. Atm. Terr. Phys. 1996. V. 16, No. 2. P. 69.
4. Bespalov P. A., Chugunov Yu. V., Davydenko S. S. // J. Atm. Terr. Phys. 1996. V. 58, No. 5. P. 605.
5. Солдаткин А. О., Чугунов Ю. В. // Изв. вузов. Радиофизика. 2000. Т. 43, № 6. С. 483.
6. Солдаткин А. О., Чугунов Ю. В. // Изв. вузов. Радиофизика. 2000. Т. 43, № 7. С. 595.
7. Акасофу С. И., Чепмен С. Солнечно-земная физика. М.: Мир, 1975.
8. Гершман Б. Н. Динамика ионосферной плазмы. М.: Наука, 1974.
9. Тамм И. Е. Основы теории электричества. М.: Наука, 1989.
10. Аллен К. У. Астрофизические величины. М.: Изд-во иностр. лит., 1960.
11. Volland H. // Physica Spictra. 1987. V. 58, No. T18. P. 289.

Институт прикладной физики РАН, г. Нижний Новгород, Россия

Поступила в редакцию 2 февраля 2001 г.

GENERATION OF ELECTRIC FIELDS AND CURRENTS IN THE EARTH IONOSPHERE WITHIN THE FRAMEWORK OF THE PLANETARY-GENERATOR MODEL

A. O. Soldatkin and Yu. V. Chugunov

We present a solution for the problem on the generation of electric fields and currents in the lower ionosphere of the Earth due to nonuniform rotation of the magnetized planet and its plasma envelope having the inhomogeneous confuctivity (the planetary generator model). The angular velocity $\omega_{\rm p}(r,\Theta)$ and the conductivity profile $\sigma(r)$ of the plasma envelope are specified taking into account the experimental data. It is shown that under these conditions, the current system of the planetary generator is a single current loop localized mainly in a narrow layer corresponding to the high-conductivity region near the height $h_1 \sim 100$ km. The thickness of this layer is about the conductivity scale length. Within the framework of this model, we estimate the total current circulating in the ionosphere and the current flowing in the planet and is calculate the characteristic values of the generated electric fields. The comparison of the calculation results with experimental data allows us to conclude that the considered mechanism of current generation can be significant for analyzing current systems in the lower ionosphere of the Earth.

УДК 524.316;523.947;524.3–78

О ВЫСОКОНАПРАВЛЕННОМ ПОЛЯРИЗОВАННОМ РАДИОИЗЛУЧЕНИИ CU VIRGINIS

Е. Г. Куприянова, А. В. Степанов

Предложен плазменный механизм генерации высоконаправленного полностью поляризованного радиоизлучения MCP-звезды CU Vir, наблюдавшегося 2, 6 и 11 июня 1998 года на VLA на частоте 1,4 ГГц. Радиоизлучение вызвано рэлеевским рассеянием потенциальных волн верхнего гибридного резонанса, возбуждаемых конусной неустойчивостью на сверхтепловых электронах в магнитосфере CU Vir. Показано, что основными факторами, формирующими диаграмму направленности излучения, являются нелинейное индуцированное рассеяние потенциальных волн и регулярная рефракция радиоволн в короне звезды. В результате диаграмма излучения CU Vir сужается до 3÷10°.

ВВЕДЕНИЕ

CU Virginis (HD 124224) является магнитной химически пекулярной (MCP) звездой спектрального класса B9p Si. Радиус звезды $R \simeq 2,2R_\odot$, где $R_\odot$ — радиус Солнца, период вращения составляет приблизительно 0,52 дня, расстояние до звезды $d \simeq 80$ пк. MCP-звёзды характеризуются аномальным химическим составом в приповерхностных слоях и сильными магнитными полями в фотосфере (1 000÷3 500 Гс). Значительные аномалии химического состава объясняются диффузным разделением элементов, при котором элементы, формирующие спектр поглощения звезды, выталкиваются наружу давлением излучения. Процессу диффузного разделения элементов способствует сильное магнитное поле, которое тормозит конвективные движения. Другой характерной особенностью MCP-звёзд является одинаковый период вариаций магнитного поля, спектральных линий и фотометрической светимости. Это явление объясняется на основе модели наклонного ротатора. Магнитное поле звезды имеет вид диполя, ось которого не совпадает с осью вращения звезды. Таким образом, вышеупомянутые вариации являются следствием твердотельного вращения звезды.

MCP-звёзды известны как источники радиоизлучения. Леоне и Умана [1] впервые обнаружили, что потоки радиоизлучения MCP-звёзд меняются с периодом вращения. 2, 6 и 11 июня 1998 года Тригилио и др. [2] зарегистрировали на VLA всплески радиоизлучения MCP-звезды CU Vir на частоте $\nu = 1{,}4$ ГГц. Максимальная плотность потока радиоизлучения F достигла 15 мЯн, что в несколько раз превышает плотность потока излучения MCP-звёзд на данной частоте ($F \leq 2\div4$ мЯн) [3–5]. Всплески характеризовались высокой степенью правой круговой поляризации (до 100 %) и высокой направленностью радиоизлучения: ширина диаграммы направленности на половине мощности составила менее 5°. Если положить площадь источника излучения равной $A = \pi R^2$, то яркостная температура такого излучения $T_{\rm b} = Fc^2d^2/(\kappa\nu^2A) \approx 4\cdot10^{11}$ K, где c — скорость света, κ — постоянная Больцмана.

Сопоставление радионаблюдений [2] с измерениями магнитного поля CU Vir [6, 7] показало, что радиоизлучение выходило почти перпендикулярно оси магнитного диполя, т. е. наблюдаемое излучение обладало сильной зависимостью от угла между лучом зрения и осью диполя. Радиоизлучение CU Vir с такими характеристиками может быть объяснено в рамках модели электронного циклотронного мазера (ЭЦМ) и плазменным механизмом генерации радиоизлучения в короне звезды. В [2] интенсивные высоконаправленные всплески поляризованного радиоизлучения CU Vir объясняются на основе излучения ЭЦМ. Плазменный механизм, по мнению авторов работы [2], не обеспечивает высокую направленность излучения. Мы предлагаем интерпретацию наблюдаемого необычного радиоизлучения

CU Vir [2] на основе плазменного механизма, поскольку в модели ЭЦМ имеются проблемы выхода излучения из короны и объяснения его сравнительно высокой широкополосности (много больше 80 МГц). В то же время плазменное радиоизлучение, кроме 100% поляризации, может иметь узкую диаграмму направленности.

1. МОДЕЛЬ ЭЛЕКТРОННОГО ЦИКЛОТРОННОГО МАЗЕРА

На основе наблюдений 34 химически пекулярных звёзд на VLA Дрейк и др. [3] выделили пять звёзд с сильным магнитным полем в новый класс радиозвёзд — источников переменного нетеплового радиоизлучения. Феноменологически радиоизлучение таких звёзд более походит на радиоизлучение радиационных поясов Юпитера, чем на излучение звёздного ветра OB-звёзд или вспыхивающих звёзд поздних спектральных классов. Детальный анализ радионаблюдений химически пекулярных звёзд, проведённый Лински и др. [8], показал плодотворность гипотезы «радиационных поясов» [3], в рамках которой в дипольном магнитном поле звезды под действием звёздного ветра формируется магнитосфера с токовым слоем — «хвостом» магнитосферы (рис. 1). Ускоренные в хвосте энергичные электроны движутся вдоль магнитных силовых линий к поверхности звезды и генерируют гиросинхротронное излучение во внутренних областях магнитосферы [8]. Согласно Тригилио и др. [2], пики радиоизлучения CU Vir 2, 6 и 11 июня 1998 г. наблюдались в фазах $0{,}35\div0{,}45$ и $0{,}75\div0{,}85$, т. е. соответствовали моментам, когда ось магнитного диполя почти перпендикулярна направлению наблюдения (наблюдался минимум среднего по поверхности магнитного поля). В [2] предложена следующая модель радиоизлучения CU Vir. Распространяющиеся от области ускорения к поверхности звезды энергичные электроны отражаются от сгущений силовых линий магнитного поля и формируют распределение с конусом потерь, в том числе и вблизи оси магнитного диполя CU Vir, что приводит к генерации электромагнитных волн электронным циклотронным мазером. Наблюдаемая ширина диаграммы направленности излучения (около 5°), распространяющегося под углом $\Theta \approx 85^\circ$ к оси магнитного диполя, соответствует диаграмме излучения ЭЦМ $\Delta\Theta \approx v/c$, где v — продольная скорость электронов. Отсюда следует, что $v/c \approx 0{,}09$ (энергия электронов порядка 10 кэВ). Правая круговая поляризация излучаемых ЭЦМ необыкновенных волн предполагает локализацию источника над северным полюсом дипольного магнитного поля CU Vir (см. рис. 1). Источник излучения с частотой 1,4 ГГц на гармониках $s \leq 4$ гирочастоты электронов должен находиться в дипольном магнитном поле $B = B_* \,(R/z)^3$ с полем на уровне фотосферы $B_* = 3\,000$ Гс на высоте $z \approx 1{,}8 R s^{1/3}$ [2].

По поводу модели ЭЦМ сделаем следующие замечания. Во-первых, если подставить найденное в [2] значение $v/c \approx 0{,}09$ в спектральную полосу излучения ЭЦМ [9] $\Delta\nu/\nu \approx v^2/(2c^2)\cos^2\alpha_0$, где α_0 — питч-угол конуса потерь, то ширина спектра излучения с частотой 1,4 ГГц составит $\Delta\nu \approx 6$ МГц даже при малом конусе потерь. Наблюдения всплесков CU Vir на VLA [2] проводились в двух частотных полосах по 50 МГц, разделённых интервалом 80 МГц. При этом различия в потоках излучения в указанных полосах не было обнаружено. Тригилио и др. [2] считают, что предполагаемую полосу излучения (много больше 80 МГц) можно объяснить большой протяжённостью источника по высоте в дипольном магнитном поле. Тем не менее точная ширина спектра излучения не была определена, и в [2] отмечается, что необходимы дополнительные наблюдения CU Vir на частотах ниже 1,4 ГГц. Во-вторых, как следует из наблюдений звёзд в рентгеновском диапазоне, корона CU Vir на высотах $z \geq 2R$ может быть достаточно горячей (больше 10^7 К), поэтому возникает известная проблема выхода радиоизлучения ЭЦМ из короны вследствие сильного гиропоглощения [10]. В самом деле, в работе [11] показано, что необыкновенная волна испытывает сильное поглощение на гироуровнях $s = 2, 3, 4$ особенно в поперечном по отношению к магнитному полю направлении, в котором как раз и генерируется излучение ЭЦМ. Поглощение обыкновенной моды на два—четыре порядка ниже, более того, имеются достаточ-

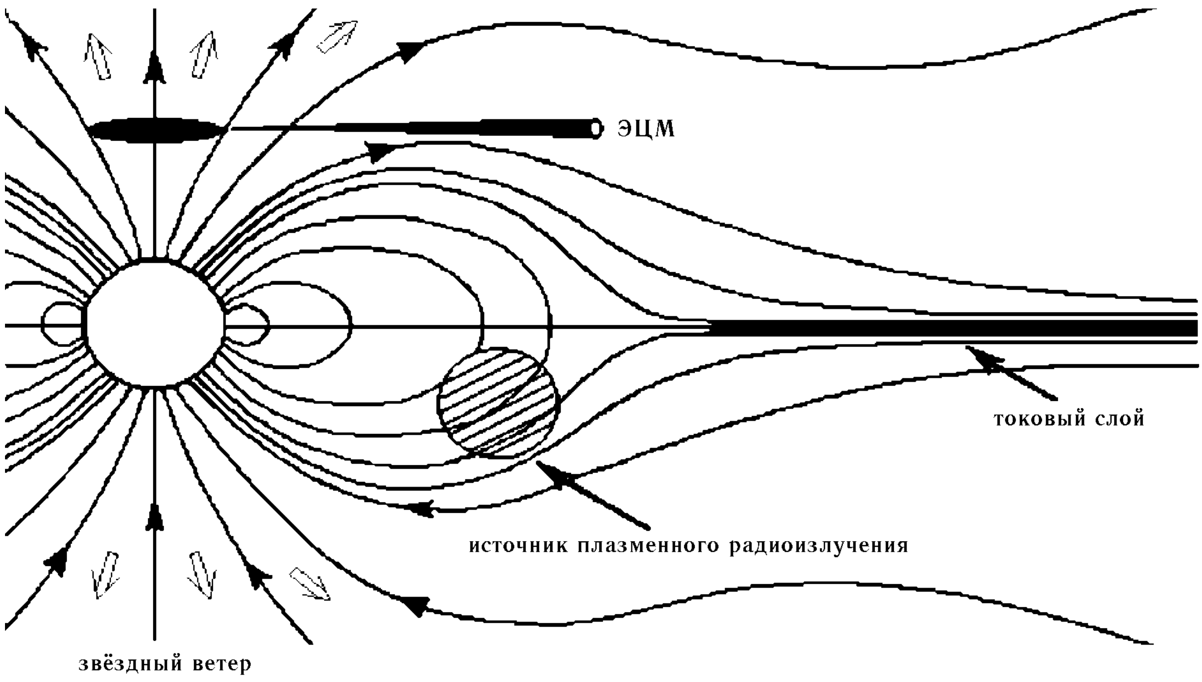


Рис. 1

но большие (шире 30°) «окна» выхода излучения вдоль магнитного поля. Мы воспользуемся этим важным обстоятельством в модели плазменного механизма радиоизлучения. Кроме того, ЭЦМ эффективен в достаточно сильном магнитном поле, когда плазменная частота электронов меньше гирочастоты ($\omega_{\rm p} < \omega_{\rm c}$). Последнее условие может не выполняться в короне CU Vir.

2. ПЛАЗМЕННЫЙ МЕХАНИЗМ РАДИОИЗЛУЧЕНИЯ

В [11] показано, что в условиях звёздных корональных арок с достаточно горячей (с температурой выше 10^7 K) и плотной ($\omega_{\rm p} > \omega_{\rm c}$) плазмой наибольшим инкрементом обладают потенциальные волны верхнего гибридного резонанса с частотой $\omega_{\rm l} = \omega_{\rm UH} = \sqrt{\omega_{\rm p}^2 + \omega_{\rm c}^2}$, которые возбуждаются вследствие конусной неустойчивости и распространяются почти поперёк магнитного поля. Рассеиваясь на тепловых ионах, плазменные волны трансформируются в электромагнитные. Закон сохранения энергии при рэлеевском рассеянии имеет вид

$$\omega - \omega_{\rm l} = (\mathbf{k} - \mathbf{k}_{\rm l})\mathbf{v},$$

где ω, $\mathbf{k}$ и $\omega_{\rm l}$, $\mathbf{k}_{\rm l}$ — частоты и волновые векторы электромагнитной и плазменной волн соответственно, $\mathbf{v}$ — скорость рассеивающих частиц. Диаграмма рэлеевского рассеяния для случая падения плазменной волны на рассеивающий объём поперёк магнитного поля имеет вид [12]

$$\Gamma(\theta) = n^3 \frac{\left(\varepsilon_1 - 1 + \dfrac{\varepsilon_2^2}{n^2 - \varepsilon_1}\right)^2 + \varepsilon_2^2 \left(\dfrac{n^2 - 1}{n^2 - \varepsilon_1}\right)^2}{\varepsilon_1 + \dfrac{\varepsilon_1 \varepsilon_2^2}{(n^2 - \varepsilon_1)^2} + \dfrac{2\varepsilon_2^2}{n^2 - \varepsilon_1} + \varepsilon_3 \left(\dfrac{n^2 \sin\theta \cos\theta}{n^2 \sin^2\theta - \varepsilon_3}\right)^2}\,.$$

Здесь θ — угол между волновым вектором $\mathbf{k}$ рассеянной электромагнитной волны и внешним магнитным полем $\mathbf{B}_0$ в рассеивающем объёме, n — показатель преломления электромагнитных волн [13]:

$$n_{\mathrm{x,o}}^2 = 1 - \frac{2v\,(1-v)}{2\,(1-v) - u\sin^2\theta \mp \sqrt{u^2\sin^4\theta + 4u\,(1-v)^2\cos^2\theta}}\,,$$

где индекс x (и верхний знак) соответствует необыкновенной волне, o (и нижний знак) — обыкновенной, $v = \omega_{\mathrm{p}}^2/\omega^2$, $u = \omega_{\mathrm{c}}^2/\omega^2$; ε_1, ε_2 и ε_3 — компоненты тензора диэлектрической проницаемости: $\varepsilon_1 = 1 - v/(1-u)$, $\varepsilon_2 = \sqrt{u}\,v/(1-u)$, $\varepsilon_3 = 1 - v$. Если наблюдаемое радиоизлучение с частотой $\nu = \omega/(2\pi) = 1{,}4$ ГГц соответствует основному тону ν_{UH}, то, например, при $\omega_{\mathrm{p}}^2/\omega_{\mathrm{c}}^2 = 3$ концентрация плазмы и магнитное поле в источнике равны $N \approx 2\cdot 10^{10}$ см$^{-3}$; $B_0 \approx 250$ Гс. Зависимость $\Gamma(\theta)$ представлена на рис. 2 [14]. Пунктирная линия соответствует случаю $\omega_{\mathrm{p}}^2/\omega_{\mathrm{c}}^2 = 3$; сплошная линия соответствует случаю изотропной плазмы, т. е. дипольному излучению с диаграммой $\Gamma(\theta) \propto \cos^2\theta$. Из рис. 2 следует, что максимум диаграммы излучения электромагнитных волн направлен вдоль магнитного поля, что способствует выходу излучения основного тона без заметного гиропоглощения. Кроме того, в магнитном поле диаграмма излучения более узкая по сравнению со случаем изотропной плазмы.

Сужению диаграммы излучения способствует и высокий уровень турбулентности плазменных волн, когда индуцированное рассеяние преобладает над спонтанным (мазерный эффект). На это обратили внимание Гинзбург и др. [15] при интерпретации излучения пульсаров. Проиллюстрируем это обстоятельство, воспользовавшись для простоты решением уравнения переноса излучения для яркостной температуры в изотропной плазме:

$$T_{\mathrm{b}} = \frac{\alpha}{\mu_{\mathrm{c}} + \mu_{\mathrm{nl}}}\left[1 - \exp\left(-\int\limits_0^L (\mu_{\mathrm{c}} + \mu_{\mathrm{nl}})\,\mathrm{d}l\right)\right],$$

где α — коэффициент излучения, μ_{c} — коэффициент столкновительного поглощения, μ_{nl} — коэффициент поглощения (усиления) за счёт нелинейного взаимодействия, $L \simeq 3L_N v_T^2/v^2$, $L_N = N/|\nabla N|$ — масштаб неоднородности плазмы в источнике (корональной арке), v_T и v — скорость частиц фоновой плазмы и энергичных частиц. Для радиоизлучения основного тона коэффициенты излучения и поглощения можно представить в виде [16]

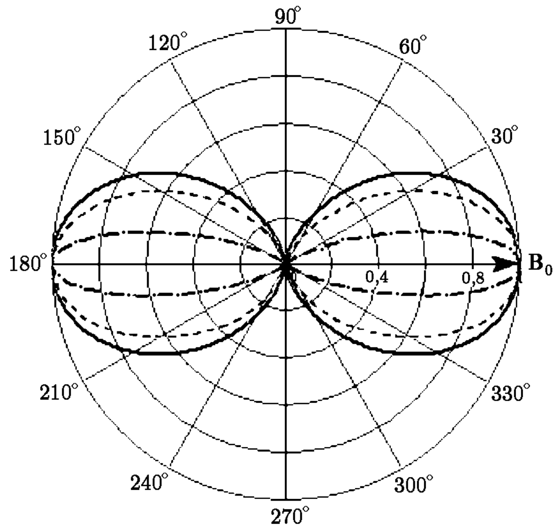


Рис. 2

$$\alpha \simeq \frac{\pi\omega_{\mathrm{p}}}{36v_{\mathrm{g}}}m_{\mathrm{e}}v^2 w, \quad \mu_{\mathrm{c}} = \frac{{\omega_{\mathrm{p}}}^2\nu_{\mathrm{ei}}}{\omega^2 v_{\mathrm{g}}} \simeq \frac{\nu_{\mathrm{ei}}}{v_{\mathrm{g}}}\,, \quad \mu_{\mathrm{nl}} \simeq -\frac{\pi m_{\mathrm{e}}\omega_{\mathrm{p}}v^2}{108 m_{\mathrm{i}}v_{\mathrm{g}}v_T^2}w,$$

где v_{g} — групповая скорость электромагнитных волн, $w = W/(N\kappa T)$, $W = \int W_k\,\mathrm{d}k$ — плотность энергии плазменных волн, ν_{ei} — частота электрон-ионных столкновений, N и T — концентрация частиц и температура фоновой плазмы, $m_{\mathrm{e,i}}$ — масса электрона и иона соответственно. Зависимость яркостной температуры T_{b} от уровня плазменной турбулентности w подробно исследована в [17] для различных параметров звёздных корон. На рис. 3 сплошной линией представлена зависимость T_{b} от w для радиоизлучения основного тона из короны CU Vir ($N = 2\cdot 10^{10}$ см$^{-3}$; $T = 10^7$ К; $T_1 = 3\cdot 10^8$ К —

температура, соответствующая кинетической энергии быстрых частиц, $L_N = 10^9$ см). Яркостная температура второй гармоники (частота 2,8 ГГц) показана штриховой линией.

Из рис. 3 следует, что при уровне плазменной турбулентности $w \geq 10^{-5}$ нелинейные эффекты преобладают над спонтанными и происходит экспоненциальный рост T_b (мазерный эффект). Уровень $w \approx \approx 10^{-5}$ соответствует яркостной температуре $T_\text{b} \approx 10^{11}$ К. Наша предварительная оценка яркостной температуры излучения CU Vir даёт $T_\text{b} \approx 4 \cdot 10^{11}$ К, что соответствует оптической толщине процесса индуцированного рассеяния $\tau > 1$. Диаграмма индуцированного излучения для $\tau = 10$ представлена на рис. 2 штрих-пунктирной линией. Диаграмма спонтанного рассеяния (сплошная линия) для $\tau \ll 1$ пропорциональна $\cos^2\theta$. Видно, что диаграмма индуцированного излучения значительно уже, чем при спонтанном процессе, вследствие зависимости интенсивности излучения от угла в показателе экспоненты (интенсивность пропорциональна $\exp(\tau\cos^2\theta)$).

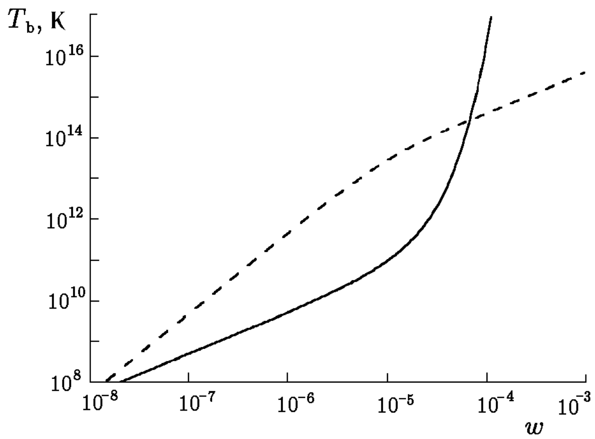


Рис. 3

Известно, что регулярная рефракция радиоволн в среде с убывающей плотностью приводит к сужению диаграммы направленности излучения. Железняков и Зайцев [18] показали, что радиоизлучение основного тона всплесков III типа выходит из короны в «вакуум» в телесном угле $\Delta\Omega \approx 3\pi v_T^2/v^2 \approx 0{,}03$. Такой малый угол обусловлен расположением источника вблизи уровня, где показатель преломления радиоволн $n = 0$. Вторая гармоника при выходе из короны имеет диаграмму излучения с шириной порядка π. В работе [14] исследовано влияние регулярной рефракции в короне звезды на радиоизлучение основного тона от источника в вершине магнитной арки и показано, что излучение выходит из короны в достаточно узком конусе (с шириной менее 10°), ось которого направлена от центра звезды. В нашем случае над вершинами корональных арок CU Vir, т. е. вдоль линии наблюдения всплесков, расположен неоднородный хвост магнитосферы с электрическими токами и, возможно, развитой турбулентностью. Эти факторы могут вызывать сильное рассеяние излучения и, следовательно, расширение диаграммы излучения. Поэтому мы рассмотрим регулярную рефракцию излучения от источника, смещённого относительно вершины арки на некоторый угол γ между направлением магнитного поля в источнике и осью магнитного диполя (рис. 1).

Зададим распределение концентрации частиц в короне в виде

$$N(R) = N_0 \exp\left(-\frac{R - R_0}{h_0}\right).$$

Здесь h_0 — высота приведённой атмосферы, R_0 — расстояние от центра звезды до источника, $N_0 = = N(R_0)$ — концентрация частиц в источнике. Используя, как и в работе [14], закон Декарта—Снеллиуса для сферически симметричной короны:

$$n(R_0) R_0 \sin\phi_0 = R_\infty \sin\phi_\infty,$$

и уравнение траектории луча в полярных координатах:

$$\mathrm{d}\psi = \operatorname{tg}\phi \, \mathrm{d}R/R,$$

получаем диаграмму излучения на выходе из короны $\Gamma(\theta_\infty)$ для $R_0 \simeq 5h_0$ (рис. 4*а*—*г*) для следующих параметров: (*а*) $N_0 = 2{,}43 \cdot 10^{10}$ см$^{-3}$, $\gamma = 30°$; (*б*) $N_0 = 2{,}4 \cdot 10^{10}$ см$^{-3}$, $\gamma = 30°$; (*в*) $N_0 = 2{,}4 \cdot 10^{10}$ см$^{-3}$, $\gamma = 60°$; (*г*) $N_0 = 2 \cdot 10^{10}$ см$^{-3}$, $\gamma = 60°$. Здесь ϕ_0, ϕ_∞ — углы между лучом и

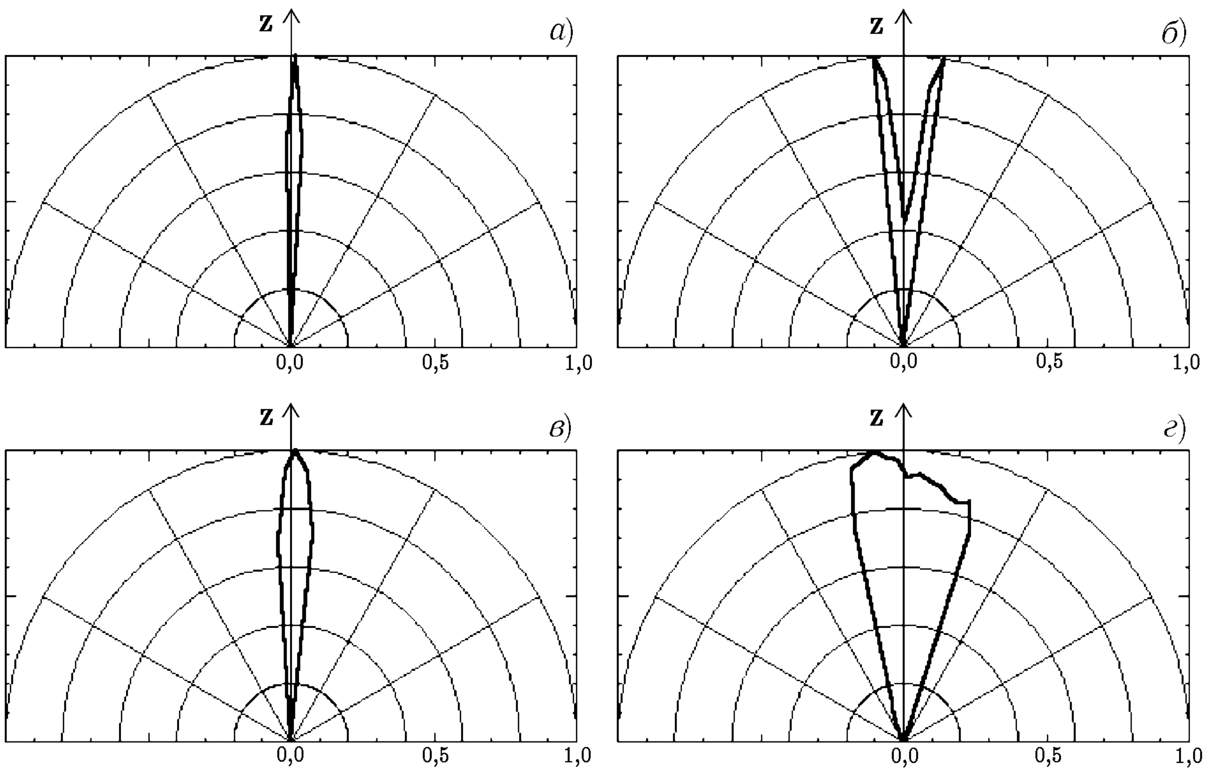


Рис. 4

нормалью к сферической поверхности в источнике и на выходе луча из короны, $\theta_\infty = 90^\circ - \phi_\infty - \psi_\infty$, ψ_∞ определяется интегрированием уравнения траектории луча. Вектор **Z** направлен от центра звезды.

Из рис. 4 видно, что ширина диаграммы направленности излучения сильно зависит от N_0, что означает зависимость от расположения источника над уровнем, где показатель преломления соответствующего типа волн обращается в нуль. Чем ближе источник к этому уровню, тем более узконаправленным будет излучение. Так, на рис. 4*г* ширина диаграммы излучения составляет примерно 35°. При $N_0 = 2{,}43 \cdot 10^{10}$ см$^{-3}$, когда источник радиоизлучения располагается непосредственно над уровнем $n = 0$, ширина диаграммы уменьшится до менее чем 4° (рис. 4*а*). Два лепестка диаграммы излучения в источнике при выходе из короны сближаются (рис. 4*б*) и практически сливаются при увеличении концентрации плазмы в источнике и росте γ (рис. 4*а*, *в*). Минимум между лепестками сглаживается за счёт смещения источника относительно вершины арки (поворота диаграммы относительно оси диполя).

Легко убедиться, что источник радиоизлучения основного тона с частотой $\omega \approx \omega_{\mathrm{UH}} = \sqrt{\omega_{\mathrm{p}}^2 + \omega_{\mathrm{c}}^2}$ расположен в короне между уровнями $n_{\mathrm{o}} = 0$ и $n_{\mathrm{x}} = 0$. Поэтому необыкновенная волна из короны не выходит, и всё излучение обладает поляризацией обыкновенной волны.

Ширина частотного спектра плазменного радиоизлучения обусловлена как протяжённостью источника, так и тепловой добавкой в дисперсионном уравнении плазменных волн $\Delta\nu/\nu \sim T/T_1$, что позволяет из наблюдений оценить отношение T_1/T в источнике излучения. При $T_1/T = 30$, например, для частоты 1,4 ГГц уширение спектра составляет примерно 70 МГц даже при компактном источнике. Если положить, как в [2], $T_1 = 10^8$ K (кинетическая энергия быстрых частиц примерно равна 10 кэВ), то $\Delta\nu \approx 210$ МГц. Плазменный механизм, следовательно, более естественно, чем механизм ЭЦМ, объясняет ширину спектра радиоизлучения CU Vir.

3. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Наблюдения [2] на VLA высоконаправленного полностью поляризованного радиоизлучения CU Vir на частоте 1,4 ГГц были интерпретированы авторами работы [2] как излучение ЭЦМ. Мы показали, что в модели ЭЦМ имеются проблемы выхода излучения из источника и объяснения ширины наблюдаемого спектра. Кроме того, модель [2] предполагает, что ускоритель поставляет электроны с энергией не более 10 кэВ в северную полярную область CU Vir в течение нескольких суток. Нами предложен плазменный механизм генерации такого радиоизлучения, который в значительной мере свободен от указанных трудностей. Плазменный механизм обсуждался в [2], но был отвергнут по причине широкой диаграммы излучения. Мы исследовали три фактора, способствующие сужению диаграммы плазменного радиоизлучения, вызванного рэлеевским рассеянием возбуждаемых в корональной арке волн верхней гибридной частоты. Во-первых, в магнитном поле диаграмма излучения уже, чем в изотропной плазме. Во-вторых, сужение диаграммы направленности происходит при существенности нелинейного индуцированного рассеяния волн. Наконец, основным фактором является регулярная рефракция радиоволн в короне звезды. В результате ширина диаграммы излучения может достигать $3\div10^\circ$. Во время радиовсплесков CU Vir наблюдалось полностью поляризованное по правому кругу излучение. В рамках плазменного механизма это означает, что излучение (обыкновенная волна) выходит из областей, где магнитное поле направлено от наблюдателя, т. е. из южной полусферы магнитного диполя. Таким образом, плазменный механизм излучения объясняет не только высокую яркостную температуру всплесков и 100% поляризацию, но и узкую диаграмму направленности радиоизлучения CU Virginis.

Работа поддержана РФФИ (гранты № 00–02–16356, 00–02–16184) и ГНТП «Астрономия» (1.4.3.4).

Авторы благодарны Ю. Н. Гнедину и Н. А. Соколову, обратившим наше внимание на проблему активности CU Vir.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Leone F., Umana G. // Astron. Astrophys. 1993. V. 268. P. 667.
2. Trigilio C., Leto P., Leone F., Umana G., Buemi C. // Astron. Astrophys. 2000. V. 362. P. 281.
3. Drake S. A., Abbott D. C., Bastian T. S., Bieging J. H., Churchwell E., Dulk G., Linsky J. L. // Astrophys. J. 1987. V. 322. P. 902.
4. Leone F., Trigilio C., Umana G. // Astron. Astrophys. 1994. V. 283. P. 908.
5. Leone F., Umana G., Trigilio C. // Astron. Astrophys. 1996. V. 310. P. 271.
6. Borra E. F., Landstreet J. D. // Astrophys. J. Suppl. Ser. 1980. V. 42. P. 421.
7. Pyper D. M., Ryabchinova T., Malanushenko V., Kuschihg R., Plachinda S., Savanov I. // Astron. Astrophys. 1998. V. 339. P. 822.
8. Linsky J. L. et al. // Astrophys. J. 1992. V. 393. P. 341.
9. Melrose D., Dulk G. // Astrophys. J. 1982. V. 259. P. 844.
10. Melrose D. B. // Space Sci. Rev. 1999. V. 264. P. 391.
11. Stepanov A. V., Furst E., Kruger A., Hildebrandt J., Garaimov V. I. // Astrophys. J. 1999. V. 524. P. 961.
12. Степанов А. В. // Изв. вузов. Радиофизика. 1970. Т. 13. С. 1 342.
13. Железняков В. В. Излучение в астрофизической плазме. М.: Янус-К, 1997.
14. Куприянова Е. Г., Степанов А. В. // Известия ГАО. 1998. № 212. С. 18.
15. Ginzburg V. L., Zheleznyakov V. V., Zaitsev V. V. // Nature. 1968. V. 222. P. 230.
16. Zaitsev V. V., Stepanov A. V. // Solar. Phys. 1983. V. 88. P. 297.

17. Зайцев В. В., Куприянова Е. Г., Степанов А. В. // Письма в АЖ. 2000. Т. 26, № 11. С. 855.
18. Железняков В. В., Зайцев В. В. // Астрон. журн. 1970. Т. 47. С. 308.

Главная астрономическая обсерватория РАН,
г. Санкт-Петербург, Россия

Поступила в редакцию
28 февраля 2001 г.

STRONGLY BEAMED, POLARIZED RADIO EMISSION FROM CU VIRGINIS

E. H. Koupriyanova and A. V. Stepanov

We propose the plasma mechanism to explain generation of strongly beamed, fully polarized radio emission from the chemically peculiar star CU Vir observed with VLA at 1.4 GHz on 2, 6, and 9 June 1998. The radio emission arises due to the Rayleigh scattering of longitudinal waves excited near the upper-hybrid resonance due to the loss-cone instability on suprathermal electrons in the magnetosphere of CU Vir. It is shown that the nonlinear stimulated scattering of upper-hybrid waves and the regular refraction of radiowaves in the stellar corona are the main factors forming the angular pattern of the radio emission. As the result, the angular pattern of the radiation of CU Vir narrows to $3°-10°$.

УДК 524.3-16; 524.3-86; 523.98

МАГНИТНОЕ ПЕРЕСОЕДИНЕНИЕ В КОРОНЕ АККРЕЦИОННОГО ДИСКА КОМПАКТНОЙ ЗВЕЗДЫ

Б. В. Сомов, А. В. Орешина, И. В. Орешина

Предложена новая модель магнитосферы компактной звезды с аккреционным диском для случая, когда магнитная ось звезды не совпадает с осью вращения. Делаются количественные оценки величины магнитного поля и его градиента в короне диска. Далее, используя полученные оценки характеристик поля в качестве исходных данных, рассчитана аналитическая модель пересоединяющего токового слоя, оценены его параметры и мощность энерговыделения аккреционного диска в короне. Показано, что магнитное пересоединение вносит существенный вклад в наблюдаемое рентгеновское излучение компактных звёзд.

ВВЕДЕНИЕ

В последние годы появились публикации, обобщающие наблюдательные и теоретические данные о том, что система диск—корона в окрестности компактных звёзд (белых карликов или нейтронных звёзд) имеет много общего с системой фотосфера—корона на Солнце [1—5]. Действительно, в аккреционных дисках магнитное поле может возникать под действием динамо или быть привнесено в диск вследствие частичной вмороженности силовых линий. Тогда оно пронизывает и некоторую область по обе стороны диска. На эту внешнюю область действуют напряжения, которые порождаются мелкомасштабными возмущениями, связанными с турбулентностью в диске и с крупномасштабным сдвиговым течением, подобно тому, как на солнечную корону действуют мелко- и крупномасштабные движения в фотосфере. Эти напряжения являются мощным источником нагрева, создавая корону диска, существование которой впервые было отмечено в [1] (корона на рис. 1 отмечена буквой C).

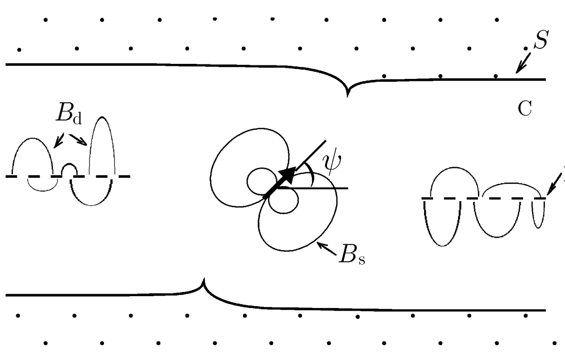


Рис. 1

Значительная часть магнитного потока может быть в форме петель (B_d на рис. 1), пронизывающих диск (Г) и распространяющихся в дисковую корону, где в результате слияния и пересоединения более мелких петель могут образовываться большие магнитные петли. Такие корональные петли подробно изучались (см., например, обзор в [3]).

В данной работе делается попытка дополнить эти представления объяснением вспышек жёсткого рентгеновского излучения звёзд процессами, аналогичными солнечным, в частности пересоединением магнитных силовых линий. Предполагается, что взаимодействие в короне магнитного поля, всплывающего из диска, с магнитным полем звезды (B_s на рис. 1) и приводит к пересоединению, т. е. к вспышке. Согласно теории Сыроватского [6, 7] в области взаимодействия потоков формируются тонкие токовые слои, в которых энергия поля преобразуется в тепловую и кинетическую энергию плазмы и ускоряемых частиц.

Отметим, что целью настоящей работы была проверка того, что пересоединение магнитных силовых линий может обеспечить наблюдаемое рентгеновское излучение компактных звёзд, т. е. оценка эффекта по порядку величины. Для этого мы выбираем простую двумерную модель магнитосферы и простую аналитическую модель токового слоя. Обе эти модели, не претендуя на детальность описания тонких процессов рассматриваемого явления, позволяют оценить по порядку величины мощность энерговыделения в короне диска в результате пересоединения. Предлагаемая двумерная модель является традиционной в исследованиях магнитосфер звёзд и планет [8–12], где с её помощью получено много интересных результатов. В свою очередь, аналитическая модель пересоединяющего токового слоя проверена при изучении солнечных вспышек [13].

В первой части работы с помощью метода конформных отображений рассчитана форма магнитосферы и конфигурация магнитного поля внутри неё, оценены величина поля и его градиент в короне диска. Во второй части рассчитывается аналитическая модель пересоединяющего высокотемпературного турбулентного токового слоя [4], оцениваются его параметры (толщина и ширина, температура и концентрация плазмы в нём), а также мощность энерговыделения системы таких слоёв в короне аккреционного диска. Предлагаемая модель имеет отношение, например, к нейтронным звёздам и белым карликам.

1. МАГНИТОСФЕРА ЗВЕЗДЫ С АККРЕЦИОННЫМ ДИСКОМ

Исследуется строение магнитосферы объекта, обладающего дипольным магнитным моментом $\mathbf{m}$, в случае, когда имеет место дисковая аккреция на этот объект. Плазма за пределами магнитосферы характеризуется давлением $p = p_0 = \mathrm{const}$ и большим магнитным числом Рейнольдса. Постановка и метод решения плоских задач об обтекании тел, имеющих магнитное поле, потоком проводящего газа даны в [8, 9], где решена задача о форме магнитосферы Земли. В [10] рассмотрена задача о конфигурации поля вблизи аккрецирующей компактной звезды, обладающей мультипольным магнитным моментом, без учёта внешней границы магнитосферы. В [11, 12] исследовалась магнитосфера звезды в случае сферически-симметричной аккреции, т. е. без образования аккреционного диска.

1.1. Постановка задачи

В окрестности компактных объектов обычно существует сильное магнитное поле и сравнительно разреженная плазма. В таких условиях сила со стороны магнитного поля доминирует над остальными: градиентом давления, силой инерции, гравитационной силой и т. д., поэтому при рассмотрении конфигурации магнитосферы применимо приближение сильного поля [4]. Хорошо проводящая плазма обтекает некоторую пустую область пространства, в которой заключено магнитное поле; поверхность раздела S определяется равенством магнитного и газокинетического давлений [8, 9, 11, 12]. Эту пустую область и будем называть магнитосферой, а её внешнюю границу S — магнитопаузой (см. рис. 1).

Тогда реальная картина может быть описана следующей математической моделью. Компактная звезда моделируется точечным диполем с моментом $\mathbf{m} = (m_x, m_y, 0)$:

$$m_x + i m_y = m e^{i\psi}, \tag{1}$$

где ψ — угол между направлением оси диполя и плоскостью аккреционного диска. Это приближение справедливо для описания магнитного поля звезды на достаточном удалении от её центра и применимо в нашем случае, т. к. нас интересуют процессы, происходящие не в непосредственной близости от звезды, а над аккреционным диском. Заметим также, что в этой постановке первичным считается магнитное поле звезды, тогда как поле диска не вносит существенных изменений в общую конфигурацию магнитосферы. Однако магнитные петли, всплывающие из диска, являются причиной процесса пересоединения, который будет рассмотрен во втором разделе статьи.

Внутри магнитосферы магнитное поле описывается уравнениями

$$\operatorname{div}\mathbf{B} = 0, \quad \operatorname{rot}\mathbf{B} = 0. \tag{2}$$

Вдоль магнитопаузы S магнитное давление уравновешено газовым:

$$\left.\frac{B^2}{8\pi}\right|_S = p. \tag{3}$$

Вне магнитосферы $\mathbf{B} = 0$, и применимы уравнения обычной газодинамики. Предполагаем, что поле звезды не проникает ни сквозь границу S, ни сквозь аккреционный диск Γ:

$$(\mathbf{B}, \mathbf{n})\Big|_{S,\Gamma} = 0. \tag{4}$$

Считаем, что магнитный момент $m = m_0$, угол наклона диполя ψ и газовое давление $p = p_0$ заданы. Нужно найти форму магнитопаузы S, а также магнитное поле $\mathbf{B}$ в магнитосфере.

1.2. Решение задачи

Суть предложенного в [8, 14] метода решения подобных задач состоит в следующем. Рассмотрим случай, когда магнитное поле имеет две компоненты:

$$\mathbf{B} = (B_x(x,y), B_y(x,y), 0).$$

Оси x и y суть вещественная и мнимая оси комплексной плоскости $z = x + iy$. Тогда поле удобно описывать с помощью потенциала $F(z)$ — аналитической функции, связанной с вектором $\mathbf{B}$ соотношением [4]

$$B_x + iB_y = -i\left(\frac{\mathrm{d}F}{\mathrm{d}z}\right)^*, \tag{5}$$

где звёздочка означает комплексное сопряжение. Силовые линии поля при этом являются линиями уровня действительной части потенциала, т. е. определяются из условия

$$\mathrm{Re}[F(z)] = \mathrm{const}. \tag{6}$$

С помощью условия (3) строится конформное отображение области, занятой магнитосферой с неизвестной границей S в плоскости z, в некоторую известную простую область с заданной границей S' (например, в единичный круг) во вспомогательной плоскости $w = u + iv$. При этом требуется, чтобы отображение $w(z)$ переводило начало координат $z = 0$ в начало координат $w = 0$ и сохраняло угол наклона диполя. Тогда, построив потенциал $F(w)$, создаваемый диполем $\mathbf{m}$ в w, так, чтобы S' была линией поля, и зная зависимость $w = w(z)$, можно найти магнитное поле $\mathbf{B}$ и, следовательно, распределение линий поля в плоскости z по формулам (5) и (6). Таким образом, для решения задачи (1)–(4) нужно построить $F(w)$ и найти отображение $w(z)$.

Покажем, что поставленная таким образом задача действительно имеет единственное решение. Во вспомогательной плоскости w уравнения (2) с условиями (3) и (4) на границе единичного круга легко сводятся к классической задаче Неймана для уравнения Лапласа путём введения потенциала Φ: $\mathbf{B} = -\nabla\Phi$. Такая задача имеет единственное решение. Переход из круга в плоскости w в магнитосферу в плоскости z осуществляется с помощью конформного отображения, которое устанавливает взаимно однозначное соответствие между внутренними точками единичного круга S' и всеми точками открытой области S. Такое отображение при заданных $z(0) = 0$ и $z(\psi) = \psi$ также определено единственным образом теоремой Римана об отображении.

В нашем случае удобнее решать задачу не с помощью потенциала Φ, а через комплексный потенциал F, что и будет сделано ниже.

Введём безразмерные переменные, которые получим делением размерных величин: магнитного момента m, давления p, магнитного поля B и расстояний x, y — на m_0, p_0, $B_0 = p_0^{1/2}$ и $L_0 = m_0^{1/3} p_0^{-1/6}$ соответственно.

Искомый потенциал $F(w)$ магнитного диполя, расположенного в центре единичного круга, имеет вид

$$F(w) = iQ \left(\ln \frac{w - e^{i\alpha}}{we^{i\alpha} - 1} + \ln \frac{w - e^{i(\pi-\alpha)}}{-we^{i(\pi-\alpha)} + 1} \right) + ie^{-i\psi} w + \frac{ie^{i\psi}}{w} \,. \tag{7}$$

Здесь Q — так называемая «магнитная масса» [14], т. е. величина, пропорциональная магнитному потоку, уходящему в хвосты магнитосферы, α — свободный параметр задачи, такой, что дуга $(-\alpha,\, \alpha)$ на единичной окружности в плоскости w соответствует аккреционному диску в плоскости z. При возврате к размерным переменным Q нужно домножить на размерную величину $Q_0 = p_0^{1/3} m_0^{1/3}$.

На рис. 2 представлена одна из возможных конфигураций магнитного поля, соответствующая потенциалу (7) с коэффициентами $\psi = \pi/4$; $\alpha = \pi/6$; $Q = 1/2$. Здесь участки дуг $(-\alpha,\, \alpha)$ и $(\pi - \alpha, \pi + \alpha)$ соответствуют правой и левой ветвям аккреционного диска, а участки $(\alpha,\, \pi - \alpha)$ и $(\pi + \alpha,\, -\alpha)$ — верхней и нижней частям магнитопаузы.

Условие (3) даёт дифференциальное уравнение для нахождения вещественной части $x(\varphi)$ функции отображения для магнитопаузы (здесь φ — аргумент точки в плоскости w). Уравнение решается численно, например, с помощью метода Рунге—Кутты. Чтобы определить форму магнитопаузы, нужно найти мнимую часть отображения — функцию $y(\varphi)$. Воспользуемся тем, что отображение конформно, т. е. функция $z(w)$ аналитическая. Следовательно, её вещественная и мнимая части являются гармонически сопряжёнными функциями. С помощью разложения $x(\varphi)$ в ряд Фурье и взятия гармонически сопряжённого ряда находим $y(\varphi)$ для магнитопаузы. Таким образом, внешняя граница магнитосферы построена.

Определим теперь положение аккреционного диска, т. е. найдём функцию $y(\varphi)$ на той части окружности $|w| = 1$, которая отвечает аккреционному диску. В простейшей постановке задачи [10] аккреционный диск заменяется бесконечно тонким слоем, разделяющим области с противоположно направленными силовыми линиями поля. Если слой неподвижен и силы, действующие по обе его стороны, уравновешены, то в каждой точке слоя имеет место равенство

$$B^+ = B^-,$$

где значки + и − соответствуют верхнему и нижнему берегам разрезов комплексной плоскости.

Рассмотрим во вспомогательной плоскости w дугу $(-\alpha, \alpha)$, отвечающую правой ветви аккреционного диска. Аргумент точки дуги, соответствующей внутреннему краю диска, будем обозначать через δ_r.

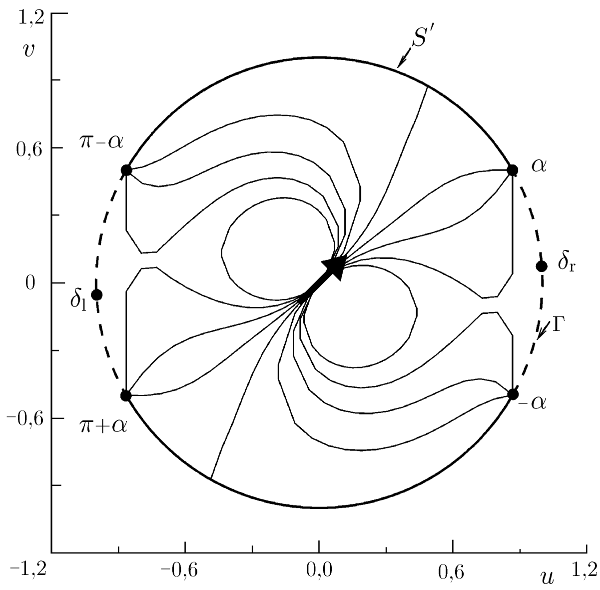


Рис. 2

Из сказанного следует, что модуль поля B как функция угла φ в плоскости w имеет в точке $\delta_{\rm r}$ экстремум. Построив с помощью потенциала (7) и соотношений (5) зависимость $B = B(e^{i\varphi})$, где $\varphi \in (-\alpha, \alpha)$, находим точку $\delta_{\rm r}$.

Дуга $(\delta_{\rm r}, \alpha)$ отображается на верхнюю сторону аккреционного диска, а дуга $(\delta_{\rm r}, -\alpha)$ — на нижнюю сторону. Следовательно, должна существовать такая функция $g(\varphi)$, переводящая промежуток $(\delta_{\rm r}, \alpha)$ в промежуток $(\delta_{\rm r}, -\alpha)$, что

$$z(e^{i\varphi}) = z(e^{ig(\varphi)}), \tag{8}$$

т. е.

$$|B(e^{i\varphi})| = |B(e^{ig(\varphi)})|.$$

Последнее равенство, записанное с помощью (5) и (7) как функция w, даёт для точек дуги $(-\alpha, \alpha)$ зависимость $g(\varphi)$. Аналогично находим $\delta_{\rm l}$ — аргумент точки, отвечающей краю левой ветви аккреционного диска.

Заметим, что из условия (8) следует

$$x(\varphi_0) = x(g(\varphi_0)), \tag{9}$$

где φ_0 — точка дуги $(-\alpha, \alpha)$.

Выражения для $x(\varphi_0)$ и $x(g(\varphi_0))$ найдём с помощью формулы Шварца

$$z(w) = -\frac{1}{2\pi i} \int\limits_0^{2\pi} y(\varphi)\, \frac{e^{i\varphi} + w}{e^{i\varphi} - w}\, {\rm d}\varphi. \tag{10}$$

Точнее говоря, запишем её для точек единичной окружности $w = e^{i\varphi_0}$ и выделим вещественную часть, после чего получим

$$x(\varphi_0) = \frac{1}{2\pi} \int\limits_0^{2\pi} y(\varphi)\, {\rm ctg}\frac{\varphi - \varphi_0}{2}\, {\rm d}\varphi. \tag{11}$$

Обозначим через $y_{\rm r}(\varphi)$ и $y_{\rm l}(\varphi)$ мнимые части функции $z(w)$, отвечающие за правую и левую ветви аккреционного диска соответственно, а через $y_{\rm t}(\varphi)$ и $y_{\rm b}(\varphi)$ — мнимые части функции отображения $z(\varphi)$, отвечающие за верхнюю и нижнюю границы магнитосферы. Тогда (11) можно представить в виде

$$x(\varphi_0) = \frac{1}{2\pi} \Bigg[\int\limits_{-\alpha}^{\alpha} y_{\rm r}(\varphi)\, {\rm ctg}\frac{\varphi - \varphi_0}{2}\, {\rm d}\varphi + \int\limits_{\alpha}^{\pi-\alpha} y_{\rm t}(\varphi)\, {\rm ctg}\frac{\varphi - \varphi_0}{2}\, {\rm d}\varphi + \\ + \int\limits_{\pi-\alpha}^{\pi+\alpha} y_{\rm l}(\varphi)\, {\rm ctg}\frac{\varphi - \varphi_0}{2}\, {\rm d}\varphi + \int\limits_{\pi+\alpha}^{2\pi-\alpha} y_{\rm b}(\varphi)\, {\rm ctg}\frac{\varphi - \varphi_0}{2}\, {\rm d}\varphi \Bigg].$$

Соответственно,

$$x(g(\varphi_0)) = \frac{1}{2\pi} \Bigg[\int\limits_{-\alpha}^{\alpha} y_{\rm r}(\varphi)\, {\rm ctg}\frac{\varphi - g(\varphi_0)}{2}\, {\rm d}\varphi + \int\limits_{\alpha}^{\pi-\alpha} y_{\rm t}(\varphi)\, {\rm ctg}\frac{\varphi - g(\varphi_0)}{2}\, {\rm d}\varphi + \\ + \int\limits_{\pi-\alpha}^{\pi+\alpha} y_{\rm l}(\varphi)\, {\rm ctg}\frac{\varphi - g(\varphi_0)}{2}\, {\rm d}\varphi + \int\limits_{\pi+\alpha}^{2\pi-\alpha} y_{\rm b}(\varphi)\, {\rm ctg}\frac{\varphi - g(\varphi_0)}{2}\, {\rm d}\varphi \Bigg].$$

Предположим, что аккреционный диск плоский, т. е. $y_{\rm r}(\varphi_0) = \text{const} = C_{\rm r}$ для $\varphi_0 \in (-\alpha, \alpha)$ и $y_{\rm l}(\varphi_0) = \text{const} = C_{\rm l}$ для $\varphi_0 \in (\pi - \alpha, \pi + \alpha)$. Такое предположение позволит вынести эти функции из-под интеграла. Тогда, приравнивая $x(\varphi_0)$ и $x(g(\varphi_0))$ на основании (9), получаем уравнение относительно постоянных $C_{\rm r}$ и $C_{\rm l}$. Т. к. задача симметрична относительно начала координат, имеем

$$C_{\rm l} = -C_{\rm r},$$

что сводит условие (9) к уравнению относительно неизвестной $C_{\rm r}$. Решение этого уравнения даёт положение аккреционного диска в плоскости z.

Таким образом, полностью определена система функций $y(\varphi)$ для всех $\varphi \in (0, 2\pi)$. Теперь, воспользовавшись формулой Шварца (10), найдём функцию $z(w)$ во всём круге $|w| \le 1$. Зная потенциал $F(w)$ и отображение $z(w)$, переводящее единичный круг плоскости w в магнитосферу в плоскости z, получаем конфигурацию магнитного поля в плоскости z.

Чтобы вернуться к размерным переменным, нужно задать магнитный момент m_0 и давление p_0 межзвёздного газа на границе магнитосферы. Для этого воспользуемся данными работы [15] и выберем $m_0 = 10^{30}$ Гс $\cdot$ см^3 и $p_0 = 1{,}38 \cdot 10^6$ дин/см^2, что соответствует параметрам типичной нейтронной звезды.

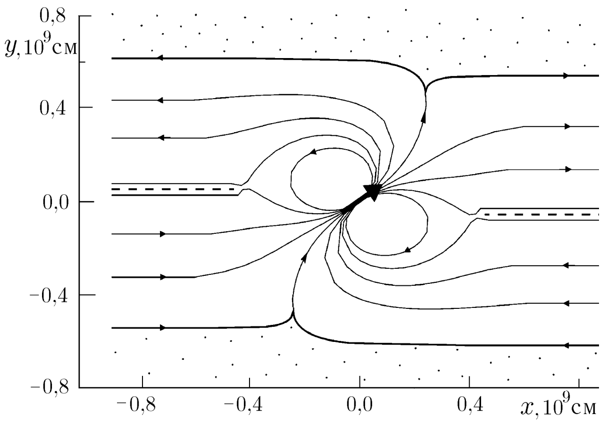


Рис. 3

Картина линий поля для $\alpha = \pi/6$; $Q = 1/2$; $\psi = \pi/4$ представлена на рис. 3. Оценки поля дают $B \approx 10^4$ Гс на расстоянии порядка $5 \cdot 10^8$ см.

Заметим, что внутренняя часть аккреционного диска удалена от звезды на расстояние порядка $04 \cdot 10^8$ см, что более чем на два порядка превышает диаметр типичной нейтронной звезды, равный примерно 10^6 см. Этот факт оправдывает используемое приближение точечного диполя для описания магнитосферы звезды над диском.

2. ПЕРЕСОЕДИНЕНИЕ В КОРОНЕ ДИСКА

Рассмотрим аналитическую модель пересоединяющего токового слоя в короне аккреционного диска. Такие слои образуются в окрестности поверхности соприкосновения областей с противоположно направленными магнитными полями. В короне пересоединение может возникать в результате взаимодействия поля звезды с полем петель, всплывающих над поверхностью диска. Т. к. петли в диске генерируются постоянно [1, 3], то в короне всё время образуются новые пересоединяющие токовые слои. Оценим сначала параметры одного слоя, а затем мощность энерговыделения системы таких слоёв в короне диска. Обратимся к рис. 4, на котором схематически изображён пересоединяющий токовый слой (обозначен штриховкой). Линии магнитного поля вносятся с малой скоростью $\mathbf{v}$ вместе с плазмой вдоль оси y, пересоединяются и выносятся затем на большой скорости $\mathbf{V}$ вдоль оси x; a — полутолщина слоя, b — его полуширина. Математическая постановка задачи подробно изложена в [13].

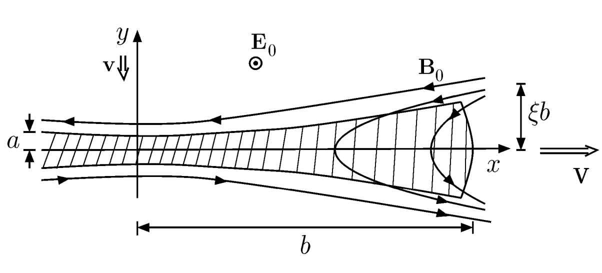


Рис. 4

В её основе лежит система уравнений, состоящая из законов сохранения массы и импульса, закона Ома и закона сохранения энергии:

$$n_0 v b = n V \xi b, \tag{12}$$

$$\frac{B_0^2}{8\pi} = n k_{\mathrm{B}} T, \tag{13}$$

$$n k_{\mathrm{B}} T = \frac{1}{2}\, M n V^2, \tag{14}$$

$$\frac{c B_0}{4\pi a} = \sigma E_0, \tag{15}$$

$$\frac{B_0^2}{4\pi} v b = \frac{1}{2}\left(M n V^2 + 5 n k_{\mathrm{B}} T\right) V \xi b + C_{\parallel}. \tag{16}$$

Здесь c — скорость света, k_{B} — постоянная Больцмана, M — масса протона. Концентрация плазмы вне слоя n_0, градиент h_0 магнитного поля в окрестности линии $y = 0$, напряжённость электрического поля E_0, а также относительная величина поперечной компоненты магнитного поля $\xi \equiv B_y/B_0$, где B_0 — поле вне слоя, считаются заданными.

Чтобы система уравнений была замкнутой, задаются следующие функции: скорость дрейфа плазмы в слой $v = cE_0/B_0$, магнитное поле вблизи слоя $B_0 = h_0 b$, аномальная проводимость плазмы $\sigma = \sigma_1 T^{1/2}\, n/E_0$ с$^{-1}$, где $\sigma_1 = 2{,}98 \cdot 10^{-5}$ [16], аномальный тепловой поток вдоль линий магнитного поля $C_{\parallel} = [n\,(k_{\mathrm{B}}\, T)^{3/2}/M^{1/2}]\,\xi b$ [17].

Уравнения (12)–(16) определяют пять неизвестных величин (полутолщину a и полуширину b слоя, температуру T и концентрацию n плазмы в нём, а также скорость V вытекания плазмы из слоя) через параметры внешней среды (n_0, E_0, h_0) и безразмерный параметр ξ. Результат может быть представлен в виде (см. [13])

$$T = 2^{-2}\left(\frac{7}{4} + 2^{-3/2}\right)^{-3/2} \pi^{-1/2} k_{\mathrm{B}}^{-1} M^{1/2} c \left[n_0^{-1/2} E_0\, \xi^{-1}\right], \tag{17}$$

$$a = \left(\frac{7}{2} + 2^{-1/2}\right)^{-1/2} \pi^{-1/2} k_{\mathrm{B}}^{1/2} c \sigma_1^{-1} \left[n_0^{-1/2}\right], \tag{18}$$

$$b = 2^{1/2}\left(\frac{7}{4} + 2^{-3/2}\right)^{-1/4} \pi^{1/4} M^{1/4} c^{1/2} \left[n_0^{1/4} E_0^{1/2} h_0^{-1} \xi^{-1/2}\right], \tag{19}$$

$$n = \left(\frac{7}{4} + 2^{-3/2}\right) n_0, \tag{20}$$

$$V = 2^{-1/2}\left(\frac{7}{4} + 2^{-3/2}\right)^{-3/4} \pi^{-1/4} M^{-1/4} c^{1/2} \left[n_0^{-1/4} E_0^{1/2} \xi^{-1/2}\right]. \tag{21}$$

Численные оценки параметров токового слоя, полученные с помощью решения (17)–(21), представлены в табл. 1. Дополнительно рассчитана мощность, выделяемая на единице длины токового слоя:

$$\frac{P_{\mathrm{s}}}{l} = \frac{B_0^2 v b}{\pi} = \frac{c E_0 h_0 b^2}{\pi}\,. \tag{22}$$

Вычисления проводились для трёх наборов входных параметров, которые отличаются друг от друга значением градиента магнитного поля.

Как и следовало ожидать, эффективная температура и концентрация плазмы в слое, его толщина и скорость вытекания плазмы одинаковы во всех трёх вариантах. Важно, что они не зависят

Таблица 1. Параметры пересоединяющего токового слоя в короне аккреционного диска

Номер набора	Входные параметры				Вычисляемые величины					p_s/l
	n_0, см$^{-3}$	E_0, ед. СГСЕ	h_0, Гс/см	ζ	T, К	n, см$^{-3}$	a, см	b, см	V, см/с	эрг/(см·с)
1	10^{13}	$2\cdot10^2$	10^{-6}	0,05	$2\cdot10^{10}$	$2\cdot10^{13}$	1	$3\cdot10^{10}$	$2\cdot10^9$	$2\cdot10^{27}$
2	10^{13}	$2\cdot10^2$	10^{-4}	0,05	$2\cdot10^{10}$	$2\cdot10^{13}$	1	$3\cdot10^{8}$	$2\cdot10^9$	$2\cdot10^{25}$
3	10^{13}	$2\cdot10^2$	10^{-2}	0,05	$2\cdot10^{10}$	$2\cdot10^{13}$	1	$3\cdot10^{6}$	$2\cdot10^9$	$2\cdot10^{23}$

Данные по n_0 взяты из [15]; приведённое значение E_0 представляет собой оценку по порядку величины (см. приложение); оценки h_0 и ζ получены из численных расчётов (см. раздел 1);

от предположений о геометрии аккреционных сечений. Напротив, ширина b слоя изменяется пропорционально h_0^{-1}, уменьшаясь от $3\cdot10^{10}$ см в первом варианте до $3\cdot10^8$ см во втором и $3\cdot10^6$ см в третьем. Заметим, что последняя оценка ширины токового слоя совпадает с характерным размером магнитных петель, предсказанным в [1]. Насколько реальны первые две оценки, пока судить трудно. Мощность энерговыделения на единице длины слоя также пропорциональна h_0^{-1} и изменяется от $2\cdot10^{27}$эрг/(см·с) в первом случае до $2\cdot10^{23}$эрг/(см · с) в третьем.

3. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Рассмотрим подробнее оценки, полученные для третьего набора входных параметров, чтобы оценить нижний предел возможной мощности энерговыделения в короне над аккреционным диском. Предположим, что длина токового слоя l имеет тот же порядок величины, что и его ширина b, т. е. $l \sim 2b = 6\cdot10^6$ см. Тогда мощность энерговыделения одного токового слоя

$$P_{\mathrm{s}} \sim (2\cdot10^{23})\,(6\cdot10^6) \simeq 2\cdot10^{30} \text{ эрг/с}.$$

В короне диска подобные слои образуются непрерывно вследствие всплывания всё новых и новых магнитных петель. Рассмотрим внутреннюю часть аккреционного диска — кольцо, внутренний и внешний радиусы которого равны $R_1 \sim 4\cdot10^8$ см и $R_2 \sim 8\cdot10^8$ см соответственно (см. рис. 3). Площадь такого кольца равна $S_{\mathrm{r}} = \pi\,(R_2^2 - R_1^2) \sim 2\cdot10^{18}$ см^2, в то время как площадь одного токового слоя $S_{\mathrm{s}} = 2bl \sim 4\cdot10^{13}$ см^2. Значит, во внутренней части короны над диском одновременно могут существовать $N \sim 2S_{\mathrm{r}}/S_{\mathrm{s}} \sim 10^5$ токовых слоёв. Вместе они выделяют энергию

$$P \sim NP_{\mathrm{s}} \sim 10^{35} \text{ эрг/с}.$$

Эта оценка по порядку величины совпадает с мощностью излучения, приведённой в классической работе [1].

Таким образом, можно сделать вывод, что магнитное пересоединение в короне аккреционного диска может рассматриваться как важный механизм, объясняющий наблюдаемое рентгеновское излучение компактных звёзд.

Работа поддержана РФФИ (грант № 99–02–16344).

ПРИЛОЖЕНИЕ

ОЦЕНКА ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ В КОРОНЕ ДИСКА

В настоящее время в научной литературе нет чёткого ответа на вопрос о природе, структуре и величине электрического поля в коронах аккреционных дисков компактных объектов. В рамках нашей упрощённой модели будем пользоваться следующими рассуждениями. В процессе аккреции на компактный объект плазма закручивается вокруг звезды, образуя диск и корону над ним. Здесь вещество движется по спиральным, почти круговым орбитам согласно закону Кеплера:

$$m\omega^2 r = \gamma\,\frac{m_* m}{r^2}\,, \tag{23}$$

где m — масса пробной частицы, ω — её угловая скорость, $\gamma = 6{,}67\cdot 10^{-8}\text{см}^3/(\text{г}\cdot\text{с}^2)$ — гравитационная постоянная, m_* — масса звезды, r — расстояние от звезды до пробной частицы.

Линейная скорость v связана с угловой скоростью ω соотношением $v = \omega r$. Следовательно, из (23) получаем

$$v = \sqrt{\gamma m_*/r}\,. \tag{24}$$

Пусть, для определённости, масса звезды равна $m_* = 1{,}5\,m_\odot = 3\cdot 10^{33}$ г, где $m_\odot$ — масса Солнца. Это значение примерно совпадает с пределом Чандрасекара, т. е. лежит на границе, разделяющей белые карлики и нейтронные звёзды [15]. Расстояние до звезды положим $r = 5\cdot 10^8$ см, что соответствует короне над внутренней частью аккреционного диска (см. рис. 3). Тогда формула (24) даёт оценку скорости вещества

$$v = 6\cdot 10^8\ \text{см/с}.$$

Электрическое поле описывается законом Ома

$$\mathbf{j} = \sigma\,\{\mathbf{E} + [\mathbf{v},\mathbf{B}]/c\}, \tag{25}$$

где $\mathbf{j}$ удовлетворяет уравнению Максвелла

$$\operatorname{rot}\mathbf{B} = \frac{1}{c}\,\frac{\partial\mathbf{E}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c}\,\mathbf{j}. \tag{26}$$

В короне первичным является магнитное поле звезды, т. е. потенциальное поле диполя. Следовательно, левая часть (26) равна нулю. Изменением электрического поля во времени пренебрегаем, т. к. рассматриваемая задача стационарна. Отсюда следует, что электрический ток $j = 0$. Тогда из закона Ома (25) получаем оценку электрического поля

$$E \sim \frac{vB}{c} = 2\cdot 10^2\ \text{ед. СГСЕ},$$

которую и используем при расчёте параметров пересоединяющего токового слоя.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Galeev A., Rosner R., Vaiana G. // Astrophys. J. 1979. V. 229. P. 318.
2. Dove J., Wilms J., Begelman M. // Astrophys. J. 1997. V. 487. P. 747.
3. Romanova M. et al. // Astrophys. J. 1998. V. 500. P. 703.
4. Somov B. V. Cosmic Plasma Physics. Dortrecht: Kluwer Academic Publ., 2000.

5. Хейвартс Ж. // Космическая магнитная гидродинамика. М.: Мир, 1995. С. 411.
6. Сыроватский С. И. // ЖЭТФ. 1971. Т. 60, № 5. С. 1 727.
7. Сыроватский С. И. // Труды Физ. института им. П. Н. Лебедева АН СССР. 1974. Т. 74. С. 3.
8. Жигулёв В. Н. // ДАН СССР. 1959. Т. 126, № 3. С. 521.
9. Жигулёв В. Н., Ромишевский Е. А. // ДАН СССР. 1959. Т. 127, № 5. С. 1 001.
10. Липунов В. М. // Астрон. журн. 1978. Т. 55, № 6. С. 1 233.
11. Cole J. D., Huth J. H. // Physics of Fluids. 1959. V. 2, No. 6. P. 624.
12. Орешина И. В., Сомов Б. В. // Изв. АН. Сер. физ. 1999. Т. 63, № 8. С. 1 543.
13. Орешина А. В., Сомов Б. В. // Письма в АЖ. 2000. Т. 26, № 11. С. 1.
14. Оберц П. // Геомагнетизм и аэрономия. 1973. Т. 13, № 5. С. 896.
15. Липунов В. М. Астрофизика нейтронных звёзд. М.: Наука, 1987.
16. de Kluiver H., Perepelkin N. F., Hirose A. // Phys. Rep. 1991. V. 199, No. 6. P. 281.
17. Somov B. V. Physical Processes in Solar Flares. Dordrecht: Kluwer Academic Publю, 1992.

Государственный астрономический
институт им. П. К. Штернберга,
г. Москва, Россия

Поступила в редакцию
15 февраля 2001 г.

MAGNETIC RECONNECTION IN THE ACCRETION-DISC CORONA OF A COMPACT STAR

B. V. Somov, A. V. Oreshina, and I. V. Oreshina

We propose a new model for the magnetosphere of a rotating compact star with an accretion disc in the case where the magnetic axis of the star is not perpendicular to the rotation axis. We estimate the values of magnetic field and its gradient in the accretion-disc corona. Then these estimates are used as the initial data for developing an analytical model of the reconnecting current sheet and evaluating its parameters and the energy release in the accretion disc corona, are evaluated. It is shown that the magnetic reconnection can contribute essentially to X-ray radiation observed from compact stars.

УДК 523.98

ДОЛГОСРОЧНОЕ ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ИНДЕКСОВ СОЛНЕЧНОЙ АКТИВНОСТИ МЕТОДОМ ИСКУССТВЕННЫХ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ

Н. А. Бархатов, А. В. Королёв, С. М. Пономарев, С. Ю. Сахаров

Методом искусственных нейронных сетей (ИНС) исследована возможность долгосрочного прогнозирования среднегодовых чисел Вольфа и среднемесячного потока излучения Солнца на частоте 2800 МГц. Для этого было проведено построение и программирование ИНС обратного распространения ошибки с обратной связью. Созданная программа предусматривает возможность изменения количества входных параметров и нейронов, изменение обучающих параметров, вычисление ошибки прогноза, графическое сопоставление реальных данных и прогнозируемого результата. Выполнено прямое прогнозирование среднегодового числа Вольфа на год вперёд с дополнительным «прогревом» ИНС на предыдущих 18 значениях среднегодовых чисел Вольфа, входивших в обучающую последовательность. Эффективность прогноза при этом составила 92 %. Добавление во входные параметры коронального индекса и среднегодового потока излучения Солнца (индекса SF) ведёт к относительному улучшению эффективности прогноза. Итерационное долгосрочное прогнозирование среднегодового числа солнечных пятен в период с 1986 г. по 2000 г. дало эффективность прогнозирования 71 %. Прямым и итерационным методами выполнен прогноз среднегодовых чисел Вольфа на оставшуюся часть 23-го и начало 24-го циклов (2000–2010 гг).

ВВЕДЕНИЕ

Необходимость прогнозирования индексов солнечной активности представляется важной в свете существенности её проявлений в магнитосфере Земли. В настоящее время основными индексами, принятыми для описания солнечной активности, являются: число Вольфа $W = k\,(10g + f)$, где k — приборный коэффициент, g — число групп пятен, f — общее число пятен; поток излучения Солнца на частоте 2800 МГц; корональный индекс — излучение в линии FeXIV (длина волны 530,3 нм); вспышечный индекс $Q = IT$, где I — коэффициент балльности солнечной вспышки, T — продолжительность события в минутах, усреднённые на соответствующем интервале. Перечисленные индексы имеют различные периоды регистрации. Числа Вольфа рассчитываются с 1700 г., корональный индекс регистрируется с января 1939 г., поток излучения на частоте 2800 МГц — с февраля 1947 г., вспышечный индекс — с 1976 г. Эти данные представлены в сети Интернет с суточным, месячным и годовым усреднением.

В настоящее время существует ряд методов долгосрочного (свыше месяца) прогнозирования индексов солнечной активности, ставших классическими [1]. Среди методов, используемых для прогнозирования среднегодового числа Вольфа W, отметим следующие [2]: метод суперпозиции, согласно которому изменение со временем относительного числа солнечных пятен определяется несколькими основными периодами; метод Эйгенсона, основанный на особенностях закона Шперера; метод Глайсберга, использующий существование 80–90-летнего цикла солнечной активности; метод Вальдмайера, позволяющий рассчитать по начальной части кривой чисел Вольфа её дальнейший ход; эффективный метод автокорреляции Макниша—Линкольна [3]. Однако самым результативным является метод Оля и связанное с ним правило Гневышева—Оля [4], которые опираются на внутренние закономерности 22-летнего цикла солнечной активности, в частности, на связь между чётным и нечётным 11-летними циклами. Этот метод основан не только на установлении закономерностей в непрерывной последовательности данных индексов солнечной активности, но и на изучении влияния солнечной активности на геомагнитную.

Одним из новых эффективных методов прогнозирования является получивший распространение в последние годы метод искусственной нейронной сети (ИНС). Указанный метод успешно использовался в ряде недавних работ. В работе [5] использовались три вида ИНС для прогнозирования индекса IR5: перцептрон, нейронная сеть, составленная из нескольких перцептронов, и ИНС Элмана. В [5] сделан вывод о более высокой точности прогноза, полученного с помощью ИНС Элмана. В целях прогнозирования среднегодового числа Вольфа на 23-й цикл в [6] была использована ИНС с прямыми связями [7]. К сожалению, в этой работе не приводятся данные об эффективности выбранного метода прогноза на всей анализируемой тестовой последовательности. Авторы [6] утверждали, что максимальное число Вольфа в течение 23-го цикла ($W = 130$) будет достигнуто в 2001 году. Это, как сейчас можно сказать определённо, не подтверждается.

В настоящей работе анализируется применение рекуррентной ИНС с обратным распространением ошибки и включённой петлёй обратной связи, исходящей из скрытого слоя, для прямого и итерационного прогнозирования временного ряда индекса W и среднемесячного потока излучения на частоте 2 800 МГц (SFm). При обучении ИНС и прогнозировании W принимается во внимание предыстория изменения индекса, а также среднегодовые значения потока излучения на частоте 2 800 МГц (индекс SF) и коронального индекса (CI). Прогнозирование SFm выполняется на основе предыстории его изменения и с учётом последовательности среднемесячного коронального индекса (CIm). Методика прогнозирования включает оригинальный подход, связанный с предварительным «прогревом» ИНС.

1. АРХИТЕКТУРА ИНС, ОТБОР И ОБРАБОТКА ДАННЫХ

ИНС обратного распространения ошибки с петлёй обратной связи Элмана является эффективным инструментом для предсказания временных рядов. Об этом говорит её успешное использование в различных приложениях, например при прогнозировании индекса геомагнитной активности [8]. Такая ИНС обладает нелинейной внутренней памятью, заключённой в петле обратной связи, что позволяет накапливать и использовать информацию о предыстории процесса. Временные ряды индексов солнечной активности, как правило, представляют из себя квазипериодические процессы, и, следовательно, для их прогнозирования необходима внутренняя память. Для повышения эффективности работы ИНС в неё вводится и внешняя память в виде линии временно́й задержки. Она представляет собой дополнительный набор входных нейронов, на которые подаются значения входного параметра (параметров) за несколько предыдущих моментов времени. Архитектура выбранной ИНС представлена на рис. 1. При работе с ИНС под входными и выходными величинами понимались отмеченные выше индексы, под контекстными величинами — нейроны входного слоя, генерируемые петлёй Элмана из скрытого слоя. Использование данных ограничивалось доступными и надёжными интервалами определения прогнозируемых индексов.

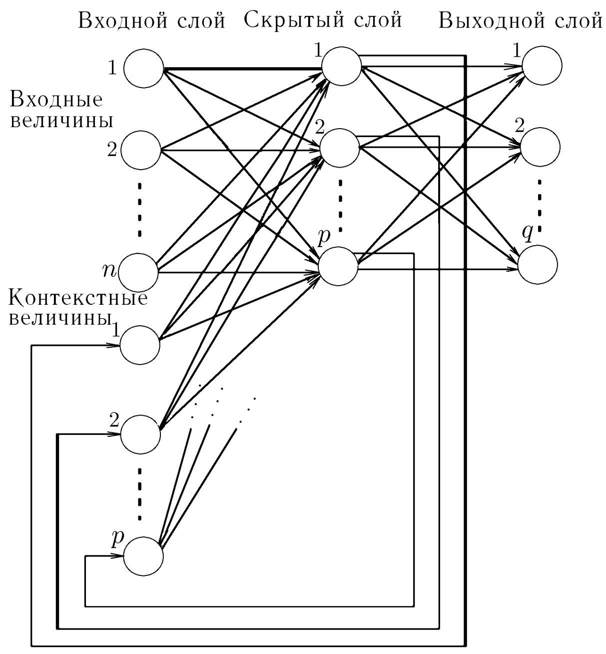


Рис. 1. Архитектура ИНС обратного распространения ошибки с обратной связью

Для выполнения работы была создана специальная компьютерная программа моделирования ИНС с интерфейсом, позволяющим менять её параметры и проводить визуальный контроль за изменением коэффициентов связи между нейронами и ошибками обучения. В программе имеется возможность варьировать количество скрытых величин, включать и отключать обратную связь, моделировать воздействие предыстории изучаемого процесса, подавая на входные нейроны рядов индексов за предыдущие временные интервалы (т. е. создавая линию задержки).

Данные по среднегодовым числам Вольфа W, потоку SF и корональному индексу CI нормировались на максимальное значение за рассматриваемый интервал, поскольку при такой нормировке ИНС даёт лучший прогноз. Данные по индексам SFm и CIm (X) нормировались ($X_{\rm norm}$) на максимальное отклонение от среднего, т. е. по другой схеме:

1) для каждого параметра было вычислено среднее $X_{\rm av}$ для всего временного интервала в 427 месяцев;

2) получены последовательности разности каждого значения и среднего $X_{\rm av}$;

3) найдено максимальное по модулю значение разности $X - X_{\rm av}$;

4) каждое из полученных в п. 2 значений относилось к максимуму, найденному в п. 3:

$$X_{\rm norm} = \frac{X - X_{\rm av}}{\max|X - X_{\rm av}|}\,.$$

Такая процедура нормировки также обусловлена получением более точного прогноза.

В процессе выполнения работы ставились численные эксперименты по обучению ИНС и прогнозированию поведения индексов солнечной активности. Объективной оценкой качества прогноза служила эффективность прогнозирования:

$$PE = \left[1 - \frac{\sum\limits_{\mu=1}^{N} (T^\mu - O^\mu)^2}{\sum\limits_{\mu=1}^{N} (T^\mu - \langle T\rangle)^2}\right] 100\%,$$

где T^μ — целевое (реально зарегистрированное) значение для сопоставления с выходом для μ-го примера во входной последовательности, O^μ — значение выхода ИНС для μ-го примера входной последовательности, $\langle T\rangle$ — среднее по всем целевым значениям выхода ИНС, N — число точек целевого процесса.

2. МЕТОДИКА ПОСТАНОВКИ ЧИСЛЕННЫХ ЭКСПЕРИМЕНТОВ И ПРЯМОЕ ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ИНДЕКСОВ

Задача долгосрочного прогнозирования индексов решалась с помощью численных экспериментов по моделированию сначала прямого, а затем итерационного прогнозирования. Изменение архитектуры ИНС и последовательное увеличение числа входных величин в этих экспериментах проводились с целью достижения наилучшего результата.

Вначале была исследована возможность прямого прогнозирования числа Вольфа по данным за предыдущий период. Под таким прогнозированием понимается получение последовательностей индекса за определённые интервалы времени путём последовательного обучения ИНС прогнозированию на 1 год вперёд, на 2 года, на 3 года и т. д. При этом каждый раз сеть обучается заново, а входные индексы для прогнозируемого периода берутся на одном и том же временнóм интервале.

В первой серии численных экспериментов осуществлялось предварительное обучение ИНС с помощью данных, полученных с 1700 по 1985 год, и прямое прогнозирование среднегодовых чисел Вольфа (на один год вперёд) в интервале с 1987 по 1999 год. Имеющаяся последовательность данных была разделена на обучающую (286 лет) и тестовую (14 лет). Обучение ИНС проводилось методом, изложенным в [8].

Результаты численных экспериментов представлены на рис. 2. Здесь количество скрытых величин равнялось 10, задержка составляла 6 лет, обратная связь была включена. Такая архитектура была экспериментально определена для этой серии как оптимальная. Сопоставление поведения среднегодовых чисел Вольфа, полученных с помощью ИНС на год вперёд, и реальных значений даёт для прогнозирования чисел Вольфа эффективность $PE = 86$ %. Введение в число проверяемых величин уже использованных ранее при обучении ИНС чисел Вольфа за 18 лет, предшествующих началу прогнозирования, ведёт к заметному улучшению эффективности прогнозирования ($PE = 92$ %) на выбранном выше интервале (см. рис. 2). Такая операция способствует предварительному «прогреву», т. е. загрузке нелинейной памяти ИНС, которая реализуется в виде петли обратной связи. Величина дополнительного интервала для «прогрева» ИНС выбиралась экспериментально.

Во второй серии экспериментов анализировались последствия использования в качестве входных величин, кроме W, значений индекса SF. Для этого использовались данные, полученные с 1947 г. Имеющаяся последовательность данных за 52 года была разделена на обучающую (32 года), оценочную (11 лет) и тестовую (9 лет) последовательности. В связи с этим проводился новый поиск оптимальной архитектуры ИНС. В данном случае обучение ИНС проводилось следующим образом. На каждом шаге обучения приращения весов (коэффициентов связи между нейронами) вычислялись, исходя из минимальности интегральной квадратичной ошибки обучения. Затем эта ошибка сравнивалась с аналогичной оценивающей последовательности. В процессе обучения эти две ошибки уменьшаются одновременно. Обучение прекращается, когда ошибка обучения перестаёт уменьшаться, или когда ошибка обучения продолжает уменьшаться, а ошибка на оценочной последовательности увеличивается. Такая остановка обучения означает, что ИНС далее не обучается искомым закономерностям, а начинает запоминать обучающую последовательность.

В ходе численных экспериментов также выяснялась зависимость эффективности предсказания от количества нейронов скрытого слоя. Было установлено, что в данных экспериментах оптимальное количество нейронов равно шести. В дальнейшем, при постановке последующих экспериментов, использовалось именно такое число нейронов. Ухудшение эффективности прогноза с увеличением числа нейронов свыше 6 объясняется слишком короткой обучающей последовательностью. В этом случае большое число скрытых нейронов приводит лишь к росту числа связей и в конечном счёте к запоминанию обучающей последовательности, а не к выделению необходимых закономерностей процесса.

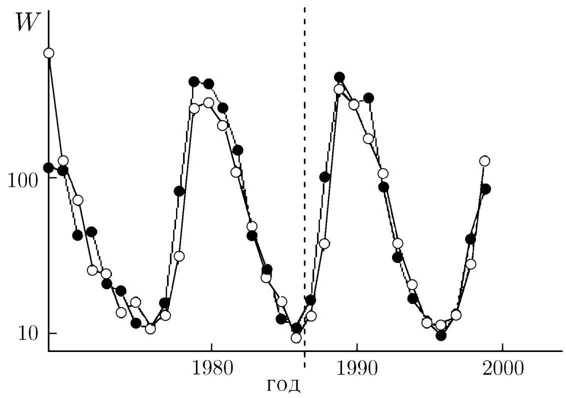


Рис. 2. Прямое прогнозирование числа Вольфа на год вперёд с использованием «прогрева» ИНС. Участок «прогрева» отделён от проверочного ряда пунктиром. По вертикальной оси отложено среднегодовое число Вольфа W, по горизонтальной — время в годах; белые кружки — значения, полученные ИНС, чёрные — реальные значения

На рис. 3 представлен прогноз чисел Вольфа W на год вперёд по данным измерения чисел W и индекса SF, полученным с 1947 г. Результат сравнения прогноза, полученного в аналогичных условиях только по числам W, с представленным свидетельствует об улучшении эффективности прогноза с 87 % до 88 %.

В третьей серии экспериментов в качестве входных данных были использованы числа W, допол-

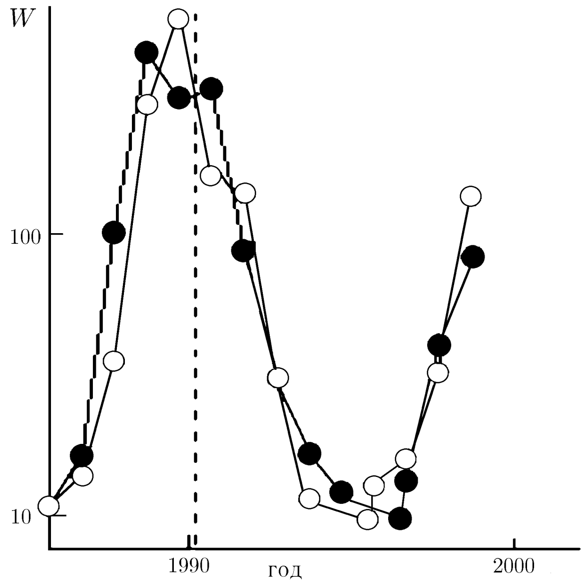


Рис. 3. Прогноз по числам W и индексу SF. По вертикальной оси отложены среднегодовые числа Вольфа W, по горизонтальной — время в годах; белые кружки — значения, полученные ИНС, чёрные — реальные значения

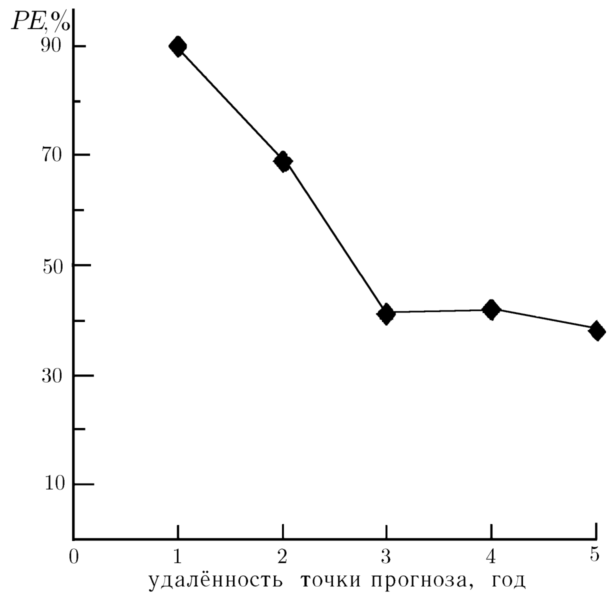


Рис. 4. Зависимость эффективности PE прямого прогнозирования различных ИНС от удалённости точки прогноза

ненные корональным индексом CI. Это даёт результат, аналогичный полученному во второй серии экспериментов, т. е. улучшение эффективности прогноза с 87 % до 88 %.

Результаты четвёртой серии свидетельствуют о том, что совместное использование в качестве входных величин индексов W, SF и CI даёт дальнейшее улучшение эффективности прогнозирования (с 87 % до 90 %).

На основе проведённых экспериментов можно сделать вывод о целесообразности введения дополнительных индексов в процесс прогнозирования. Ввиду отсутствия необходимого объёма данных по одновременному измерению этих индексов наилучший результат, однако, был получен на основе большого массива данных, который имеется только по числам Вольфа.

В заключительной серии экспериментов проводился долгосрочный прямой прогноз (на 1, 2, 3 года и более) только по числам Вольфа. На рис. 4 представлена зависимость эффективности прогнозирования числа Вольфа для различных ИНС, вычисленная на тестовой последовательности, от удалённости точки прогноза. Приведённые на рис. 4 значения PE соответствуют разным ИНС, обученным прогнозировать на 1, 2 и т. д. лет вперёд на протяжении всей тестовой последовательности в 14 лет. Первая точка графика соответствует ИНС, обученной прогнозировать на 1 год вперёд, вторая — одной ИНС, обученной прогнозировать на 2 года вперёд, и т. д. При этом при продвижении по тестовой последовательности в интервал линии задержки (6 лет) включалось предыдущее реальное значение прогнозируемой величины. Чтобы сохранить неизменной длину проверяемого ряда, равную длине тестовой последовательности, начальная точка прогноза для рассматриваемых сетей должна смещаться назад на один год при увеличении удалённости точки прогноза на один год. Таким образом, PE вычисляется каждый раз на основании последовательности данных длиной 14 лет. Из рис. 4 видно, что точность прогноза снижается для ИНС, обученных прогнозировать на срок более двух лет.

На рис. 5*а* представлен результат прямого прогноза по тестовой последовательности длиной 12 лет. Здесь PE вычислялось для всей спрогнозированной последовательности, полученной от 12-ти раз-

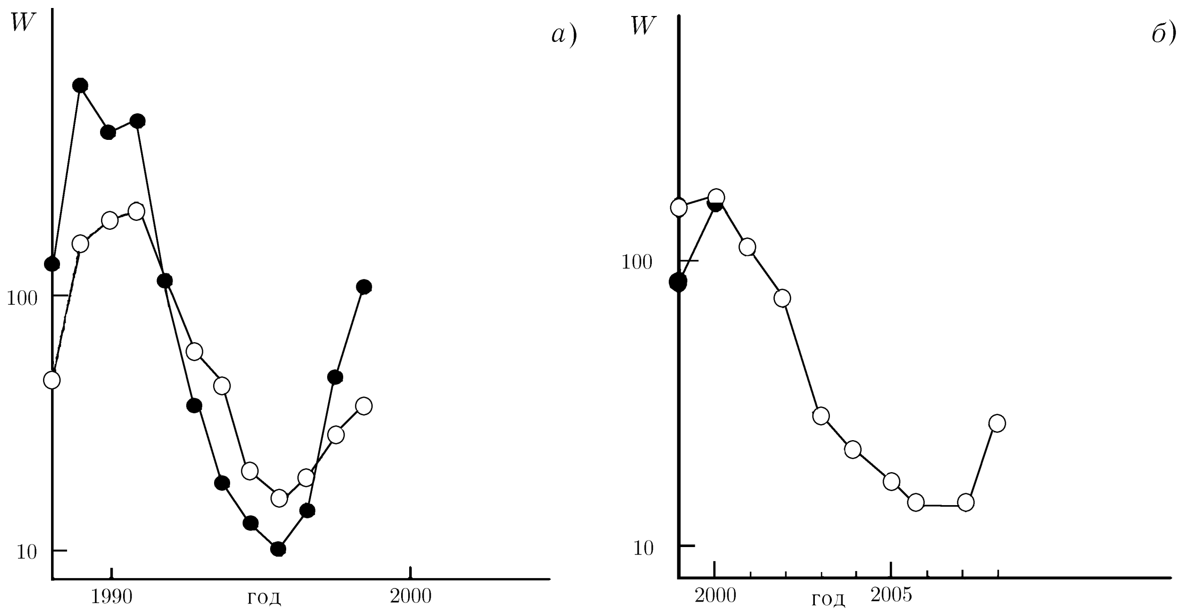


Рис. 5. Проверка прямого прогнозирования на срок от 1 года до 12 лет (*а*). Прямое прогнозирование с 2000 по 2008 год (*б*). По вертикальной оси отложены среднегодовые числа Вольфа W, по горизонтальной — время в годах; белые кружки — значения, полученные ИНС, чёрные — реальные значения

личных ИНС. При этом на вход каждый раз подавались данные с одного и того же интервала, содержащие оптимальную линию задержки и «прогрев»; от каждой ИНС было получено по одной точке графика. Эффективность прогнозирования всей последовательности в целом в этом случае составила 51 %. Проверка прямого прогнозирования последовательности по трём индексам (W, SF, CI) за период с 1986 г. по 1997 г. показала высокую эффективность прогноза $PE = 77$ %. К сожалению, индекс CI представлен в сети Интернет только за период до 1998 г., и реальное прогнозирование второй половины 23-го цикла по всем трём индексам будет менее эффективно. Прямое прогнозирование на период с 2000 по 2008 год, представленное на рис. 5*б* даёт прогноз максимума числа Вольфа $W = 122$ на 2000 год при реальном числе W, равном 120.

Было проведено сравнение предлагаемой методики прогнозирования с эффективным методом Макниша—Линкольна [3] на интервале 1978–1986 гг. Эффективность прогноза PE числа Вольфа для метода [3] составила 93 %, в нашем случае на указанном интервале $PE = 78$ %. Однако при более низкой эффективности прогнозирования на всей последовательности рассмотренный выше метод даёт более точный прогноз максимального значения. Так, при реальном максимуме $W = 155{,}4$ метод Макниша—Линкольна даёт 130,3, а наша методика — 145,3. Это свидетельствует о высокой эффективности предлагаемой методики. Другой признанный эффективным метод Гневышева—Оля [9] предсказывает, что максимум числа Вольфа в течение 23-го цикла солнечной активности придётся на 2001 год и составит $W = 208$. Сопоставление этого результата с нашим прогнозом (см. выше) также свидетельствует о предпочтительности предлагаемого метода.

3. ИТЕРАЦИОННОЕ ПРОГНОЗИРОВАНИЕ

Метод итерационного прогнозирования заключается в использовании ИНС, обученной прогнозированию индекса (в нашем случае числа W) на один год вперёд, для долгосрочного прогноза на несколько лет. Для построения долгосрочного прогноза используется один раз обученная сеть, а в качестве входного параметра на каждом последующем шаге используется значение, полученное ИНС на предыдущем шаге. Ясно, что лучший итерационный прогноз даст использование только одного индек-

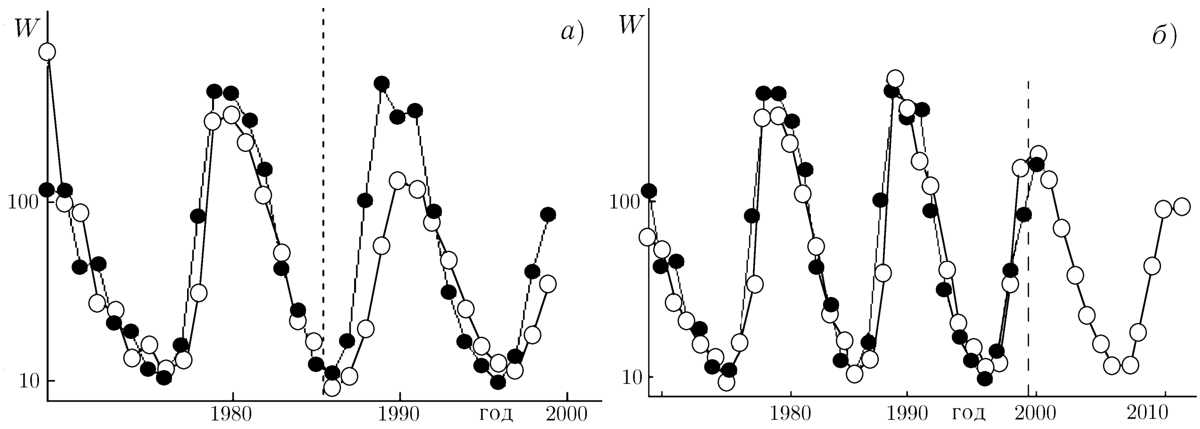


Рис. 6. Проверка эффективности итерационного прогнозирования на 14 лет вперёд с использованием прогрева (*а*). Итерационное прогнозирование на 11 лет с 2000 г. с использованием прогрева (*б*). Участки, данные с которых использовались для «прогрева», отделены от проверочного ряда вертикальным пунктиром. По вертикальной оси отложены среднегодовые числа Вольфа W, по горизонтальной — время в годах; белые кружки — значения, полученные ИНС, чёрные — реальные значения

са, иначе для последующего шага требуется прогноз и остальных индексов. В качестве прогнозируемого индекса используется число W, поскольку число Вольфа имеет наибольший период регистрации. На рис. 6*а* представлены результаты проверки качества прогнозирования ($PE = 66$ %) на 14 лет с 1986 г., т. е. на прошедшие годы. На рис. 6*б* показано реальное прогнозирование среднегодового числа Вольфа на 11 лет вперёд с 2000 г. В обоих случаях осуществлялся «прогрев» ИНС по вышеупомянутой схеме.

В ходе данного эксперимента по итерационному прогнозированию индексов в течение 23-го цикла максимальное число солнечных пятен, как и при прямом прогнозировании (см. рис. 5*б*), оказалось меньшим, чем полученное на основе классического правила Гневышева—Оля. Эффект снижения величины максимума в прогнозируемом итерационным методом цикле может быть обусловлен и внутренней особенностью архитектуры ИНС. Дело в том, что для уверенной работы ИНС она должна обладать устойчивостью, что при итерационном прогнозировании обеспечивается наличием обратной связи. Такая устойчивость приобретается ИНС во время обучения. Она приводит к возникновению некоторой «внутренней диссипации», которая не позволяет ИНС входить в режим самовозбуждения. Последнее может привести к неограниченному росту выходного значения нейронной сети. Это предположение было экспериментально проверено путём использования в качестве прогнозируемой величины периодической функции — квадрата синуса. ИНС обучалась прогнозированию последующего значения выбранной периодической функции по нескольким предыдущим значениям. Затем проводилось итерационное предсказание нескольких десятков значений функции. В результате отмечено уменьшение амплитуды моделируемой функции, что подтверждает высказанное выше предположение. Так же был проведён эксперимент по прогнозированию значения вышеуказанной функции ИНС с отключенной обратной связью. Отсутствие обратной связи привело к неустойчивости итерационного предсказания, т. е. к неограниченному росту выходного значения. Это говорит о существенной роли обратной связи в устойчивости работы ИНС. Однако в данном случае ввиду сходного поведения последовательностей чисел Вольфа, полученных разными методами, можно говорить о действительном нарушении правила Гневышева—Оля.

Заключительный эксперимент касался прогнозирования потока излучения на частоте 2 800 МГц с месячным усреднением (SFm). Имеющаяся последовательность данных за 427 месяцев была разделена на обучающую (227 месяцев), оценочную (100 месяцев) и тестовую (100 месяцев) последовательности. В этом случае эффективность прогнозирования на месяц вперёд оказалась равной $PE = 90$ %.

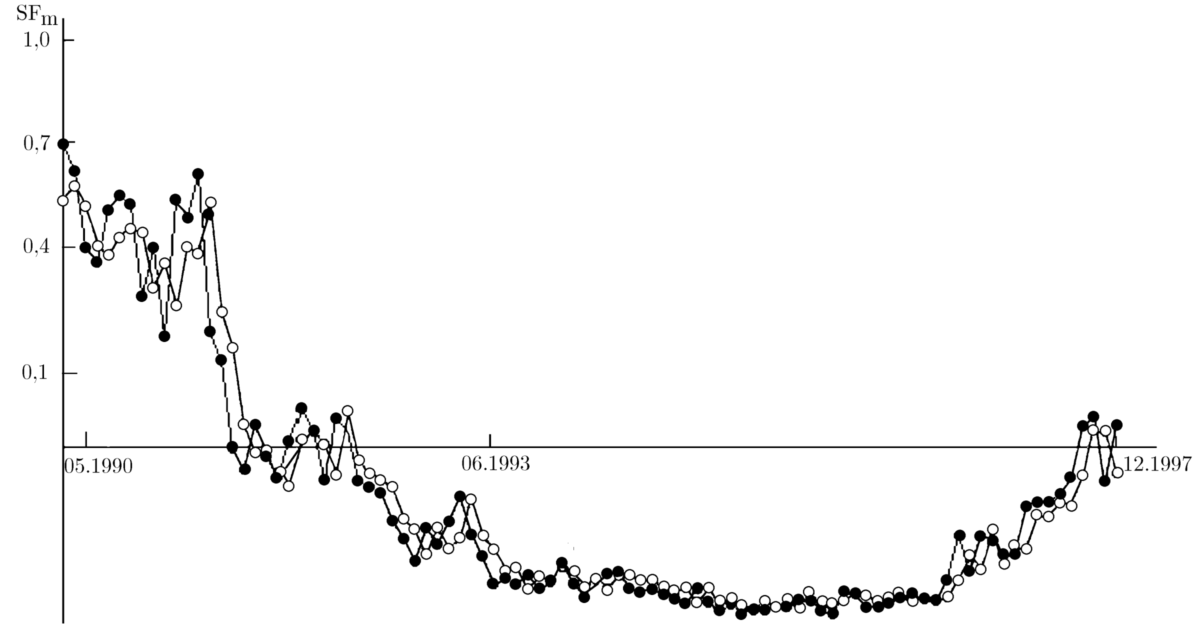


Рис. 7. Проверка прямого прогноза отклонения индекса SFm от среднего значения на месяц вперёд. По вертикальной оси отложен индекс SFm, по горизонтальной — время в месяцах; белые кружки — значения, полученные ИНС, чёрные — реальные значения

Добавление во входные данные индекса CI позволяет улучшить PE до 93 %. Результат прогноза по тестовой последовательности представлен на рис. 7.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе методом ИНС рассмотрен вопрос о возможности прогнозирования среднегодовых чисел Вольфа и среднемесячных значений потока излучения Солнца на частоте 2 800 МГц. Для этого была построена и запрограммирована ИНС обратного распространения ошибки с обратной связью. Созданная программа предусматривает возможность изменения количества входных параметров и нейронов и изменения обучающих параметров, в ней возможно вычисление ошибки прогноза и проведение графического сопоставления экспериментальных и прогнозируемых данных.

Основные результаты работы следующие.

1) Проведён поиск оптимальной архитектуры ИНС, исходя из минимальной ошибки прямого прогнозирования среднегодовых чисел Вольфа по числам Вольфа за предыдущий период. Наилучший результат был получен при 10 нейронах скрытого слоя, задержке 6 лет и включённой обратной связи.

2) Выполнен прямой прогноз среднегодового числа Вольфа на год вперёд с эффективностью $PE = 86$ %. «Прогрев» ИНС с использованием предыдущих 18-ти значений среднегодовых чисел Вольфа, входивших в обучающую последовательность, повышает эффективность прогнозирования до 92 %.

3) Относительное повышение эффективности прогноза чисел Вольфа на год вперёд достигнуто добавлением во входные параметры к числам Вольфа коронального индекса и значений потока излучения на частоте 2 800 МГц. Оптимальная архитектура ИНС в этом случае должна содержать 6 скрытых нейронов для сохранения числа связей.

4) Проведена проверка точности долгосрочного прямого прогнозирования на период с 1986 по 2000 год по предыстории среднегодового числа солнечных пятен. В этом случае эффективность прогнозирования $PE = 51$ %. Прогноз по трём индексам поднимает эффективность до 77 %. Аналогичная проверка точности итерационного прогнозирования показывает эффективность 66 %. Отсутствие к настоящему моменту полного ряда данных об индексах солнечной активности ограничивает использование более эффективного метода.

5) Прямое и итерационное прогнозирование среднегодовых чисел Вольфа на конец 23-го и часть 24-го цикла согласуется с реальным изменением уровня солнечной активности: максимум числа Вольфа $W = 122$ приходится на 2000 г. Получено, что максимум W имеет меньшее значение, чем на предыдущем цикле. Это свидетельствует о нарушении правила Гневышева—Оля.

Таким образом, в работе проиллюстрирована возможность применения ИНС обратного распространения ошибки с обратной связью и предварительным «прогревом» для успешного долгосрочного прогнозирования чисел Вольфа. Эффективность созданной программы продемонстрирована сопоставлением результатов её работы с результатами, полученными с помощью хорошо известных методов.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 00–05–64689) и программы «Университеты России, 2000». В работе использовались данные об индексах солнечной активности, взятые с сервера ftp.ngdc.noaa.gov.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Obridko V. N. // Solar Physics. 1995. V. 156. P. 179.
2. Витинский Ю. И. Цикличность и прогнозы солнечной активности. Л.: Наука, 1973. 258 с.
3. Eddy J. A. // Science. 1976. V. 192. P. 1 189.
4. Гневышев М. Н., Оль А. И. // Астрон. журн. 1948. Т. 38. С. 18.
5. Fessant F., Bengio S., Collobert D. // Ann. Geophys. 1996. V. 14. P. 20.
6. Conway J., Macpherson K. P., Blacklaw G., Brown J. C. // J. Geophys. Res. A. 1998. V. 98, No. 12. P. 29 733.
7. Macpherson K. P., Conway A. J., Brown J. C. // J. Geophys. Res. A. 1995. V. 100, No. 11. P. 21 735.
8. Бархатов Н. А., Беллюстин Н. С, Левитин А. Е., Сахаров С. Ю. // Изв. вузов. Радиофизика. 2000. Т. 43, № 5. С. 385.
9. Нусинов А. А. // Тезисы конференции «Новый цикл активности Солнца: наблюдательный и теоретический аспекты», Пулково, 1998. 24–29 июня 1998 г. СПб: ГАО РАН. С. 63.

Нижегородский педагогический университет, г. Нижний Новгород, Россия

Поступила в редакцию 2 марта 2001 г.

LONG-TERM PROGNOSIS OF THE SOLAR-ACTIVITY INDICES USING THE NEURAL NETWORK TECHNIQUE

N. A. Barkhatov, A. V. Korolev, S. M. Ponomarev, and S. Yu. Sakharov

Using the technique of artificial neural networks (ANNs), we study the possibility of the long-term prognosis of the values of yearly averaged Wolf number and monthly averaged flux of the solar radio emission at a frequency of 2800 MHz (SF). We designed and programmed a backpropagation recurrent ANN. The created numerical code makes it possible to vary the numbers of input values and neurons, and the learning parameters, to calculate the prognosis error, and to compare graphically the real data and the prognosis. Additional «warming-up» of the ANN by including the last 18 values of the yearly averaged Wolf number into the learning sequence, allows us to perform a one-year prediction of this solar-activity index with a prognosis efficiency of 92%. The adding to Wolf number input values If the coronal index and the SF index are also included into the input parameters, the prognosis efficiency is relatively improved. The iterative long-term prognosis of the yearly averaged Wolf number for a period from 1986 to 2000 has an efficiently of 71%. The yearly averaged Wolf number during the remainder of the 23th and the beginning of the 24th solar cycles (2000–2010) is predicted using the direct and iterative methods.