

Содержание

Васьков В. В., Рябова Н. А. Определение фазы коэффициента отражения плазменной волны от границы мелкомасштабной неоднородности	231
Иванов В. А., Иванов Д. В., Колчев А. А. Исследования особенностей дисперсионных характеристик радиоканалов с помощью ЛЧМ-ионозонда	241
Урядов В. П., Понятов А. А., Розанов С. В., Поддельский Н. П., Поддельский И. Н., Цуканов А. В. Особенности распространения коротких радиоволн на среднеширотной и субавроральной трассах большой протяжённости	255
Сикмашвили З. И., Сикмашвили И. З., Цагарейшвили О. П. Дифракция электромагнитных волн на антенной решётке с ячейками в форме коаксиальных отверстий	264
Арабаджи В. В. Поглощение длинных волн в нерезонансных параметрических микроструктурах	270
Родюшкин К. В. Анализ статистических свойств максимального шумового собственного числа выборочной корреляционной матрицы антенной решётки при наличии сигнала	285
Колданов А. П. Устойчивые методы обработки сигналов, содержащих импульсную компоненту	291

УДК 550.388.2

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ФАЗЫ КОЭФФИЦИЕНТА ОТРАЖЕНИЯ ПЛАЗМЕННОЙ ВОЛНЫ ОТ ГРАНИЦЫ МЕЛКОМАСШТАБНОЙ НЕОДНОРОДНОСТИ

В. В. Васьков, Н. А. Рябова

В работах [1, 2] развита нелинейная теория возбуждения собственных мод плазменных волн внутри вытянутых вдоль магнитного поля неоднородностей малого радиуса в экспериментах по нагреву ионосферы полем мощной радиоволны. Указанная теория учитывает нелинейные эффекты стрикционного выдавливания плазмы вблизи уровня плазменного резонанса, в окрестности которого происходит отражение захваченной волны от границы неоднородности. Результаты теории существенно зависят от фазы коэффициента отражения волны в линейном приближении слабых полей. В настоящей работе этот параметр вычислен для неоднородностей различной формы.

ВВЕДЕНИЕ

Воздействие мощной радиоволны на ионосферу сопровождается генерацией вытянутых вдоль геомагнитного поля \mathbf{B} неоднородностей теплового происхождения, которые образуются в области верхнегибридного резонанса (ВГР) $N_0(z) \simeq N_R$ радиоволны в результате столкновительного поглощения возбуждаемых плазменных волн (здесь $N_0(z)$ — невозмущённая концентрация электронов в слабонеоднородной по высоте z ионосфере, $N_R = m(\omega^2 - \omega_{Be}^2)/(4\pi e^2)$ — резонансное значение концентрации, ω — частота радиоволны, $\omega_{Be} = eB/(mc)$ — гирочастота электронов в магнитном поле \mathbf{B} , m и e — масса и модуль заряда электрона соответственно, c — скорость света). Важную роль играет при этом эффект захвата плазменных волн в тепловых неоднородностях малого радиуса. Эффект захвата возникает в случае, когда уровень электронной концентрации $N = N_0 + \delta N_0$ внутри неоднородности δN_0 с отрицательным возмущением концентрации ($\delta N_0 < 0$) пересекает уровень верхнегибридного резонанса $N = N_R$, в окрестности которого происходит взаимная трансформация коротких плазменных волн и более длинных волн холодной плазмы (Z -моды), непосредственно возбуждаемых мощной радиоволной в результате поляризации неоднородности [3–5] (в области $N < N_R$ распространяются плазменные волны, а в области $N > N_R$ — волны холодной плазмы).

В случае цилиндрических неоднородностей малого радиуса (в сравнении с длиной волны Z -моды) интенсивность высвечивания плазменных волн в волны холодной плазмы существенно уменьшается, что приводит к захвату плазменных волн в области с пониженной концентрацией $N_0 + \delta N_0 < N_R$ и их отражению от уровня ВГР. Вместе с тем с увеличением интенсивности плазменной волны становится существенным эффект деформации регулярного профиля концентрации плазмы в окрестности ВГР внутри неоднородности вследствие стрикционного выдавливания плазмы в пучностях электрического поля образующейся стоячей волны. В работах [1, 2] сформулировано нелинейное уравнение для интенсивности (или потока энергии) захваченной волны с учётом стрикционных возмущений плотности плазмы. Влияние стрикционных эффектов приводит к появлению в этом уравнении поправочных коэффициентов κ и γ и к нелинейному изменению фазы коэффициента отражения плазменной волны от уровня ВГР.¹ Указанные коэффициенты и фазовый сдвиг зависят от интенсивности плазменной волны

¹ Коэффициент κ описывает изменение интенсивности возбуждения и обратного высвечивания плазменных волн в волны холодной плазмы, а коэффициент γ определяет ширину полосы резонансного возбуждения собственных мод захваченного излучения в зависимости от полного набега фазы плазменной волны внутри неоднородности.

и единственного параметра линейной теории, равного фазе $\varphi_{R \text{ lin}}$ коэффициента отражения $R_{p \text{ lin}}$ плазменной волны от уровня ВГР, вычисленного в пределе слабых полей (рассматривается случай сильного отражения плазменной волны от резонансного уровня, $1 - |R_{p \text{ lin}}|^2 \ll 1$). При этом характер нелинейных эффектов существенно зависит от «начальной» фазы $\varphi_{R \text{ lin}}$, точнее от параметра

$$\psi_R = \frac{\pi}{2} + \varphi_{R \text{ lin}}, \quad \psi_R \in [0, 2\pi]. \quad (1)$$

В настоящей работе излагается методика расчёта и результаты вычисления этого параметра в зависимости от формы возмущения электронной концентрации $\delta N_0(r)$ в неоднородности (здесь r — радиальная координата) и положения уровня верхнегибридного плазменного резонанса $N_0 + \delta N = N_R$ в её объёме.²

РАСЧЁТ ФАЗЫ КОЭФФИЦИЕНТА ОТРАЖЕНИЯ ВОЛНЫ

Определение линейного коэффициента отражения плазменной волны от уровня верхнегибридного резонанса в пределе малых длин плазменных волн сводится к решению волнового уравнения для Z -моды с потенциалом Φ_Z , возбуждаемой падающей на резонансный уровень плазменной волной. Аналогично [1, 5] рассмотрим случай сильно вытянутой вдоль магнитного поля \mathbf{B} неоднородности $\delta N_0(r)$ цилиндрической формы, полагая для простоты, что поле \mathbf{B} направлено вдоль вертикали z . Выделим явную зависимость потенциала Φ_Z от координаты z и азимутального угла ψ , связанную с механизмом генерации потенциальных волн полем обыкновенной радиоволны:

$$\Phi_Z = \Phi_{1Z}(r)e^{-i\psi+i\psi_t(z)}, \quad (2)$$

$$d\psi_t/dz = k_0 n_{||}, \quad k_0 = \omega/c, \quad n_{||} = u^{1/4}, \quad u = \omega_{Be}^2/\omega^2,$$

где $\psi_t(z)$ — фаза радиоволны, распространяющейся вдоль оси z , $n_{||}$ — показатель её преломления в окрестности ВГР (здесь и далее используются обозначения работ [1, 2]). При этом однородное уравнение для индукции Z -моды, определяемой как

$$D = -\varepsilon_{10}\Phi'_{1Z}(r), \quad (3)$$

$$\varepsilon_{10} = 1 - (N_0 + \delta N_0)/N_R,$$

записывается в форме (см. [1, 5])³

$$[(rD)'/F]' - D/\varepsilon_{10} = 0, \quad (4)$$

$$F = k_0^2 Gr + \varepsilon_{10}/r - \sqrt{u} \delta N'_0/N_R, \quad G = u(1 + n_{||}^2),$$

где штрихом обозначены производные по координате r . Принято, что концентрация фоновой плазмы близка к уровню ВГР: $\Delta N = N_0 - N_R \ll u$. В соответствии с положениями теории взаимодействия

² В данной работе, как и в [1, 2], предполагается, что возмущение электронной концентрации $\delta N_0(r)$ максимально в центре цилиндрической неоднородности и монотонно убывает с увеличением радиуса r . Немонотонное поведение $\delta N_0(r)$, полученное в работах [6, 7], связано, по-видимому, с пренебрежением процессами переноса вдоль магнитного поля, которые оказывают определяющее влияние на формирование искусственных неоднородностей в условиях ионосферных экспериментов.

³ При описании возбуждения Z -моды полем обыкновенной волны уравнение (4) должно быть дополнено источником

$$q(r) = (E_{t0}/\sqrt{2n_{||}})(1 - \sqrt{u})[r \delta N'_0/(N_R F)]',$$

где E_{t0} — амплитуда падающей на ионосферу радиоволны. В данной работе этот процесс не рассматривается.

крупномасштабных волн холодной плазмы и мелкомасштабных плазменных волн [8] индукция $D(r)$ в (4) может быть представлена в виде разности двух компонент, $D^{(+)}$ и $D^{(-)}$, связанных соответственно с возбуждением и высвечиванием плазменных волн в точке резонанса $r = r_R$, в которой $\varepsilon_{10}(r_R) = 0$. При этом отношение $D^{(\pm)}/\varepsilon_{10}$ в этой точке доопределяется соответствующим правилом обхода полюса $1/\varepsilon_{10}$ в комплексной плоскости:

$$D(r) = D_h^{(-)}(r) - D_h^{(+)}(r), \quad (5)$$

$$\frac{D^{(\pm)}}{\varepsilon_{10}} = \frac{D^{(\pm)}}{\varepsilon_{10} \pm i\nu}, \quad \nu \rightarrow +0. \quad (6)$$

Здесь индексом h по аналогии с [1] помечены волновые функции однородного уравнения (4) (см. примечание 3). Согласно [8] значения $D_h^{(\pm)}(r)$ в точке резонанса $r = r_R$ пропорциональны амплитудам возбуждаемой (уходящей) и высвечиваемой (падающей на резонансный уровень) плазменных волн, а отношение $D_h^{(+)}(r_R)/D_h^{(-)}(r_R)$ с точностью до фазового множителя совпадает с коэффициентом отражения $R_{p \text{ lin}}$ плазменной волны от уровня резонанса (см. [1]):

$$\left. \frac{D_h^{(+)}}{D_h^{(-)}} \right|_{r=r_R} = R_{p \text{ lin}} e^{i\pi/2} \equiv \tilde{R}. \quad (7)$$

При этом волновая функция (5) должна удовлетворять условию ограниченности индукции $D(r)$ в центре неоднородности $r = 0$ и условию излучения Z -моды на больших расстояниях r за пределами неоднородности. Выполнение этих условий позволяет определить искомый коэффициент отражения плазменной волны $R_{p \text{ lin}}$ в линейном приближении слабых полей.

Мелкомасштабная неоднородность

Рассмотрим далее неоднородности малого радиуса в сравнении с длиной волны Z -моды:

$$(ak_Z)^2 \ll 1,$$

$$k_Z^2 = k_0^2 GN_R / \Delta N = (\omega_{Be}/c)^2 (1 + n_{\parallel}^2) N_R / \Delta N, \quad \Delta N = N_0 - N_R, \quad (8)$$

где a — характерный масштаб изменения электронной концентрации внутри неоднородности $\delta N_0(r)$, k_Z — поперечное волновое число Z -моды за пределами неоднородности. В этих условиях плазменная волна эффективно удерживается внутри неоднородности вследствие нарушения приближения геометрической оптики для волн холодной плазмы, образующихся в процессе высвечивания плазменных волн: согласно [5] в оптимальном случае, когда неоднородность имеет цилиндрическую форму, коэффициент $1 - |R_{p \text{ lin}}| \sim (ak_Z)^2$ (см. ниже (29)). Переходя в этом случае к безразмерным переменным

$$x = r/a, \quad f(x) = -\delta N_0 / \Delta N, \quad F_1 = (N_R / \Delta N) aF, \quad (9)$$

перепишем уравнение (4) для функции $y(x) = rD$ в виде

$$y''_{xx} - \frac{F'_{1x}}{F_1} y'_x - \frac{F_1}{x(f-1)} y = 0, \quad (10)$$

$$F_1(x) = (f-1)/x + \sqrt{u} f'_x,$$

где штрихом в сочетании с индексом x обозначены производные по переменной x . Отметим, что в правой части выражения для F_1 опущено малое слагаемое $(ak_Z)^2 x \ll 1$, ответственное за излучение волн холодной плазмы за пределы неоднородности. Поэтому в рассматриваемом приближении плазменные волны не высвечиваются за пределы неоднородности, т. е.

$$|R_{p \text{ lin}}| = 1. \quad (11)$$

Волновую функцию y по-прежнему будем искать в виде разности двух компонент:

$$y(x) = y^{(-)}(x) - y^{(+)}(x), \quad (12)$$

каждая из которых удовлетворяет уравнению (10) при соответствующем правиле обхода полюса $1/(f-1)$ в окрестности точки резонанса $x = x_R \equiv r_R/a$, в которой $f(x_R) = 1$:

$$\frac{y^{(\pm)}}{f-1} = \frac{y^{(\pm)}}{f-1 \pm i\nu}, \quad \nu \rightarrow +0. \quad (13)$$

Отношение амплитуд $y^{(\pm)}(x_R)$ при условии (11) определяет фазу коэффициента отражения, или параметр $\psi_R = \pi/2 + \varphi_{R \text{ lin}}$:

$$\left. \frac{y^{(+)}}{y^{(-)}} \right|_{x=x_R} = e^{i\psi_R}. \quad (14)$$

Граничные условия к уравнению (10) записываются в форме

$$y'_x = y/x, \quad x \ll 1; \quad y'_x = -y/x, \quad x \gg 1. \quad (15)$$

Здесь учтено, что в областях $x \ll 1$ и $x \gg 1$ при $f'_x = 0$ уравнение (10) имеет два линейно независимых решения, $y_1 = x$ и $y_2 = 1/x$ (условие убывания $y(x)$ при $x \gg 1$ в рассматриваемом случае малого параметра $ak_Z \rightarrow 0$ заменяет наложенное ранее условие излучения Z -моды за пределами неоднородности).

Дифференциальное уравнение (10) с граничными условиями (15) допускает численное интегрирование всюду, за исключением точки плазменного резонанса $x = x_R$, в которой $f(x_R) = 1$ (функция $y(x)$ имеет в этой точке логарифмическую особенность, см. ниже (19)), а также точки x_0 , в которой коэффициент $F_1(x)$ обращается в нуль:

$$F_1(x_0) \equiv [f(x_0) - 1]/x_0 + \sqrt{u} f'_x(x_0) = 0. \quad (16)$$

Рассмотрим вначале поведение волновой функции $y(x)$ в окрестности резонанса $x \simeq x_R$. Разлагая коэффициенты уравнения (10) в ряд по малому приращению $\Delta x = x - x_R$, получаем

$$\begin{aligned} \frac{F_1}{x(f-1) \pm i\nu} &\equiv \frac{1}{x^2} + \frac{\sqrt{u}}{x} \frac{f'_x}{f-1 \pm i\nu} = \frac{A}{\Delta x \mp i\nu} + A_0 + A_1 \Delta x + \dots, \\ F'_{1x}/F_1 &= B_0 + B_1 \Delta x + B_2 (\Delta x)^2 + \dots, \end{aligned} \quad (17)$$

где

$$\begin{aligned} A &= \sqrt{u}/x_R, \quad A_0 = \frac{1}{x_R^2} + A \left(\left. \frac{f''_{xx}}{2f'_x} \right|_{x=x_R} - \frac{1}{x_R} \right), \\ B_0 &= \frac{1}{x_R \sqrt{u}} + \left. \frac{f''_{xx}}{f'_x} \right|_{x=x_R}, \quad B_1 = -B_0^2 + \left. \frac{F''_{1xx}}{F_1} \right|_{x=x_R} \end{aligned} \quad (18)$$

и т. д. Учтено, что $f'_x < 0$. Используя (17), нетрудно убедиться, что независимые решения $y_{1,2}^{(\pm)}$ уравнений (10), (13) после выделения логарифмической особенности при $\Delta x = 0$ также разлагаются в ряд по Δx :

$$\begin{aligned} y_1^{(\pm)}(\Delta x) &= y_3(\Delta x) + Ay_2(\Delta x) \ln(-\Delta x \pm i\nu), \\ y_2^{(\pm)}(\Delta x) &\equiv y_2(\Delta x) = \Delta x + b_2(\Delta x)^2 + b_3(\Delta x)^3 + \dots, \\ y_3(\Delta x) &= 1 + a_2(\Delta x)^2 + a_3(\Delta x)^3 + \dots, \end{aligned} \quad (19)$$

где коэффициенты a_i, b_i выражаются через коэффициенты разложения (18). В частности,

$$\begin{aligned} a_2 &= \frac{A_0 + AB_0 - 3Ab_2}{2}, \quad b_2 = \frac{A + B_0}{2}, \\ a_3 &= \frac{B_0(A_0 - A^2) + AB_1}{6} - \frac{5Ab_3}{6}, \quad b_3 = \frac{(A_0 + B_1) + (A + 2B_0)b_2}{6}. \end{aligned} \quad (20)$$

Согласно (19), (14) аналитическое продолжение волновой функции $y(\Delta x)$ из области $\Delta x < 0$ в область $\Delta x > 0$ имеет вид⁴

$$y(\Delta x) = \begin{cases} C_1 y_1(\Delta x) + C_2 y_2(\Delta x), & \Delta x < 0; \\ C_1 y_1(\Delta x) + (C_2 - \pi AL_1 C_1) y_2(\Delta x), & \Delta x > 0, \end{cases} \quad (21)$$

где $y_1(\Delta x) = y_3(\Delta x) + Ay_2(\Delta x) \ln|\Delta x|$, C_1 и C_2 — произвольные постоянные, а коэффициент

$$L_1 = -\operatorname{ctg}(\psi_R/2). \quad (22)$$

Функции $y_{2,3}(\Delta x)$ определены в (19). Выражение (21) использовалось нами при численном интегрировании уравнения (10).

Переходя к описанию поведения $y(x)$ при $x \simeq x_0$ (см. (16)), разложим коэффициенты уравнения (10) по малому приращению $\Delta x_0 = x - x_0$:

$$\frac{F_1}{x(f-1)} = A_1^{(0)} \Delta x_0 + A_2^{(0)} (\Delta x_0)^2 + \dots, \quad \frac{F'}{F_1} = \frac{1}{\Delta x_0} + B_0^{(0)} + B_1^{(0)} \Delta x_0 + \dots, \quad (23)$$

где

$$A_1^{(0)} = \left. \frac{F'_{1x}}{x(f-1)} \right|_{x=x_0}, \quad A_2^{(0)} = A_1^{(0)} \left(B_0^{(0)} + \frac{1-\sqrt{u}}{x_0\sqrt{u}} \right), \quad B_0^{(0)} = \left. \frac{F''_{1xx}}{2F'_{1x}} \right|_{x=x_0} \quad (24)$$

и т. д. Отсюда следует, что независимые решения уравнения (10) не имеют особенностей при $x = x_0$ и в окрестности этой точки могут быть представлены в виде рядов⁵

$$y_1^{(0)}(\Delta x_0) = 1 + a_3^{(0)} (\Delta x_0)^3 + a_4^{(0)} (\Delta x_0)^4 + \dots, \quad y_2^{(0)}(\Delta x_0) = (\Delta x_0)^2 + b_3 (\Delta x_0)^3 + \dots \quad (25)$$

⁴ При выводе (21) следует учитывать, что при $\Delta x < 0$ волновая функция $y(\Delta x) = C_1 y_1(\Delta x) + C_2 y_2(\Delta x)$ в соответствии с (12), (14) может быть представлена в виде

$$y(\Delta x) = \frac{iC_1}{2\sin(\psi_R/2)} \left[e^{-i\psi_R/2} y_1^{(-)}(\Delta x) - e^{i\psi_R/2} y_1^{(+)}(\Delta x) \right] + C_2 y_2(\Delta x),$$

где функции $y_1^{(\pm)}(\Delta x)$ определены в (19) (принято, что $\arg(-\Delta x) = 0$ при $\Delta x < 0$).

⁵ Согласно (25) производные по x от волновых функций $y(x)$ однородного уравнения (10) в точке $x = x_0$ обращаются в нуль. Это позволяет получить решение неоднородного уравнения (10) с правой частью qFa^2 , описывающей возбуждение Z -моды полем электромагнитной волны, несмотря на сингулярность источника q при $x = x_0$, см. примечание 3 (при построении такого решения следует использовать процедуру интегрирования по частям).

с коэффициентами

$$a_3^{(0)} = \frac{A_1^{(0)}}{3}, \quad a_4^{(0)} = \frac{A_2^{(0)} + A_1^{(0)}B_0^{(0)}}{8}, \quad b_3^{(0)} = \frac{2B_0^{(0)}}{3} \tag{26}$$

и т. д. Общее решение уравнения (10) в рассматриваемой области имеет вид

$$y(\Delta x_0) = C_1^{(0)} y_1^{(0)}(\Delta x_0) + C_2^{(0)} y_2^{(0)}(\Delta x_0), \tag{27}$$

где $C_{1,2}^{(0)}$ — произвольные константы.

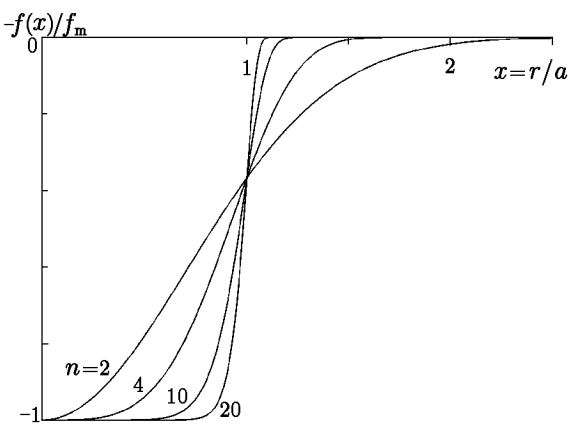


Рис. 1. Нормированный профиль возмущения концентрации в мелкомасштабных неоднородностях $\delta N_0(x)/\delta N_0(0) = f(x)/f_m = \exp(-x^n)$

Используя аналитические выражения (21), (27) в малой окрестности точек x_R, x_0 , при заданном распределении $f(x)$ можно найти численное решение уравнения (10), удовлетворяющее первому граничному условию (15) в центре неоднородности (при $x = 0$), и путём выбора подлежащего определению параметра L_1 удовлетворить второму граничному условию (15), которое обеспечивает убывание волновой функции $y(x)$ при $x \gg 1$. Ниже представлены результаты соответствующих расчётов, проведённых при $\omega/\omega_{Be} \equiv u^{-1/2} = 4,5$ в случае гауссовского распределения электронной концентрации $\delta N_0(x)$ внутри неоднородности (см. рис. 1):

$$-\delta N_0/\Delta N \equiv f(x) = f_m e^{-x^2}, \tag{28}$$

где параметр $f_m = |\delta N_0(0)|/\Delta N > 1$ характеризует положение уровня ВГР внутри неоднородности: при $f_m \rightarrow 1$ координата $x_R = \ln^{1/2} f_m$ приближается к центру неоднородности ($x = 0$), а в случае $f_m \gg 1$ смещается на край неоднородности ($x > 1$).

На рис. 2 приведены результаты расчёта волновой функции $y = rD$ для Z-моды, нормированной согласно условию $y(x) = x$ при $x \rightarrow 0$, в случае различных значений f_m . Кривые $y(x)$ плавно соединяют начало координат с асимптотикой $y(x) \sim 1/x$ в области $x \gg 1$. Максимальное значение $y(x)$ достигается, в соответствии с (25), в точке $x = x_0$, определяемой условием (16). Эта точка находится вблизи уровня ВГР с координатой $x_R > x_0$, положение которого отмечено на каждой из кривых. Видно, что с уменьшением f_m (и $x_R = \ln^{1/2} f_m$) область локализации Z-моды, возбуждаемой падающей на резонансный уровень плазменной волной, прижимается к центру неоднородности. Зависимость фазы $\psi_R = \pi/2 + \varphi_{R \text{ lin}}$ от f_m в рассматриваемом случае показана утолщённой линией на рис. 3. Видно, что изменение этого параметра происходит достаточно плавно, причём в случае $f_m \rightarrow 1$ величина ψ_R остаётся конечной и приближается к своему минимальному значению $\min \psi_R \simeq 1,065$, что соответствует $\min L_1 \simeq -0,554$.

Для сравнения приведём коэффициент отражения плазменной волны $R_{p \text{ lin}}$, найденный в [5] в пределе резкого изменения возмущения концентрации в узком слое $\Delta r \ll r_0$ на границе неоднородности $\delta N_0(r)$ радиуса r_0 . В случае сильного отражения волны $((kzr_0)^2 \ll 1)$ имеем

$$R_{p \text{ lin}} = e^{-i\pi/2} \frac{\Delta N/\Delta N_1 - (1 - \sqrt{u})/(1 + \sqrt{u}) + i(1 - \sqrt{u}) \left[\delta - (\pi/2) (kzr_0)^2 / (1 + \sqrt{u})^2 \right]}{\Delta N/\Delta N_1 - (1 - \sqrt{u})/(1 + \sqrt{u}) - i(1 - \sqrt{u}) \left[\delta + (\pi/2) (kzr_0)^2 / (1 + \sqrt{u})^2 \right]},$$

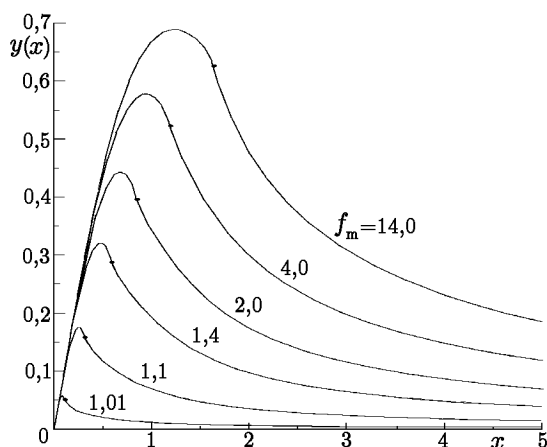


Рис. 2. Нормированная волновая функция $y(x)$ Z -моды холодной плазмы в случае гауссовской неоднородности $\delta N_0(x)$ для различных $f_m = |\delta N_0(0)|/\Delta N$ при $\omega/\omega_{Be} = 4,5$. Точками отмечено положение плазменного резонанса $x_R = \ln^{1/2} f_m$

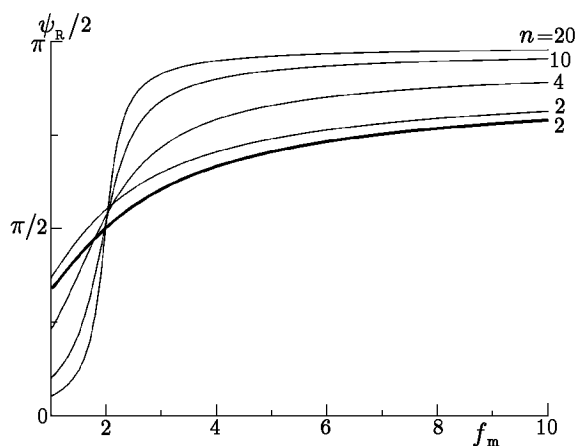


Рис. 3. Зависимость фазы $\psi_R = \pi/2 + \varphi_{Rlin}$ от параметра $f_m = |\delta N_0(0)|/\Delta N$, характеризующего положение плазменного резонанса, для неоднородностей различной формы. Возле каждой кривой приведён показатель степени n для соответствующего профиля $\delta N_0(x)$ на рис. 1. Утолщённая кривая соответствует случаю $\omega/\omega_{Be} = 4,5$; тонкие кривые — пределу $\omega/\omega_{Be} \gg 1$

$$\delta = \frac{\pi \Delta N}{\mu r_0 N_R} \ll 1, \quad \mu = \left. \frac{\delta N'_0}{N_R} \right|_{r=r_R}, \quad \Delta N_1 = |\delta N_0(0)| - \Delta N, \quad (29)$$

где поперечное волновое число k_Z Z -моды определено в (8). В принятых обозначениях при $(k_Z r_0)^2 \rightarrow 0$ выражение (29) записывается в виде

$$e^{i\psi_R} = \frac{(f_m - 1)^{-1} - (1 - \sqrt{u})/(1 + \sqrt{u}) + i\delta_1}{(f_m - 1)^{-1} - (1 - \sqrt{u})/(1 + \sqrt{u}) - i\delta_1}, \quad (30)$$

$$L_1 = -\text{ctg}(\psi_R/2) = -\left[(f_m - 1)^{-1} - (1 - \sqrt{u})/(1 + \sqrt{u}) \right] / \delta_1, \\ \delta_1 = \pi (1 - \sqrt{u}) / (x_R |f'_x(x_R)|) \ll 1.$$

Отсюда следует, что в пределе резкого изменения возмущения концентрации на границе неоднородности фаза ψ_R быстро меняется от $\psi_R \simeq 0$ ($L_1 \rightarrow -\infty$) до $\psi_R \simeq 2\pi$ ($L_1 \rightarrow \infty$) при переходе f_m через значение f_k , равное

$$f_k = 1 + (1 + \sqrt{u}) / (1 - \sqrt{u}). \quad (31)$$

Такое поведение существенно отличается от приведённой на рис. 3 зависимости $\psi_R(f_m)$, соответствующей плавному изменению возмущения концентрации (28).

Предел слабого магнитного поля

Сингулярность коэффициента F'_1/F_1 дифференциального уравнения (10) в точке $x = x_0 < x_R$ (см. (16)) приводит к значительному усложнению изложенной методики его решения. Расстояние между точкой x_0 и точкой резонанса x_R уменьшается с уменьшением отношения ω_{Be}/ω : $x_R - x_0 \sim x_R \sqrt{u}$.

При этом сходимость рядов (19), (25) ухудшается (радиус сходимости рядов (19), (25) ограничивается расстоянием $x_R - x_0$ между особыми точками уравнения (10)). В пределе $\sqrt{u} \ll 1$ особые точки x_0 и x_R сливаются в одну, а характер особенности волновых функций $y(x)$ изменяется. Поэтому рассмотрим решение уравнения (10) при $\sqrt{u} \rightarrow 0$ отдельно. Отметим, что этот случай соответствует описанию захвата плазменных волн в изотропной плазме, хотя даже слабое магнитное поле оказывает существенное влияние на процесс формирования вытянутых неоднородностей δN_0 под действием мощной радиоволны.

В пределе $\sqrt{u} \rightarrow 0$ коэффициенты волнового уравнения (10) принимают вид

$$F_1 = \frac{f-1}{x}, \quad \frac{F_1}{x(f-1)} = \frac{1}{x^2}, \quad \frac{F'_{1x}}{F_1} = -\frac{1}{x} + \frac{f'}{f-1}. \quad (32)$$

Разлагая, как обычно, эти коэффициенты в ряд в окрестности особой точки x_R ($f(x_R) = 1$) по приращению $\Delta x = x - x_R$ с учётом правила обхода полюса $1/(f-1)$ в комплексной плоскости,

$$\frac{F_1}{x(f-1)} = \tilde{A}_0 + \tilde{A}_1 \Delta x + \tilde{A}_2 (\Delta x)^2 + \dots, \quad \frac{F'_{1x}}{F_1} = \frac{1}{\Delta x \mp i\nu} + \tilde{B}_0 + \tilde{B}_1 \Delta x + \dots, \quad (33)$$

$$\tilde{A}_0 = \frac{1}{x_R^2}, \quad \tilde{A}_1 = -\frac{2}{x_R^3}, \quad \tilde{B}_0 = -\frac{1}{x_R} + \frac{f''}{2f'} \Big|_{x=x_R} \quad (34)$$

и т. д., находим линейно независимые решения $\tilde{y}_1^{(\pm)}(\Delta x)$, $\tilde{y}_2(\Delta x)$ уравнения (10) с коэффициентами (32):

$$\tilde{y}_1^{(\pm)}(\Delta x) = \tilde{y}_3(\Delta x) + \frac{\tilde{A}_0 \tilde{y}_2(\Delta x)}{2} \ln(-\Delta x \pm i\nu),$$

$$\tilde{y}_2(\Delta x) = (\Delta x)^2 + \tilde{b}_3 (\Delta x)^3 + \dots, \quad \tilde{y}_3(\Delta x) = 1 + \tilde{a}_3 (\Delta x)^3 + \tilde{a}_4 (\Delta x)^4 + \dots, \quad (35)$$

где коэффициенты \tilde{a}_i , \tilde{b}_i определяются соотношениями

$$\tilde{a}_3 = -\left(2 + 5x_R \tilde{B}_0/6\right)/(3x_R^3), \quad \tilde{b}_3 = 2\tilde{B}_0/3, \quad \tilde{b}_4 = \left(1 + 2x_R^2 \tilde{B}_0^2\right)/(8x_R^2), \quad (36)$$

$$\tilde{a}_4 = -\left[x_R \tilde{B}_0 \left(2 + \frac{5x_R \tilde{B}_0}{4}\right) + \frac{3}{8}\right] / (8x_R^4)$$

и т. д. Видно, что разложение функций $\tilde{y}_{2,3}(\Delta x)$ отличается от соответствующих функций $y_{2,3}(\Delta x)$ (19). Используя (35), нетрудно убедиться, что общее решение (12) волнового уравнения (10) в области $x \approx \approx x_R$ в пределе $\sqrt{u} \rightarrow 0$ описывается прежним выражением (21) при замене в последнем

$$A \rightarrow \tilde{A}_0/2 = 1/(2x_R^2), \quad y_{2,3}(\Delta x) \rightarrow \tilde{y}_{2,3}(\Delta x), \quad C_{1,2} \rightarrow \tilde{C}_{1,2}. \quad (37)$$

Выражение (21) с заменой (37) для волновой функции $y(x)$ в окрестности резонанса позволяет, как и ранее, связать два действительных решения уравнения (10) с коэффициентами (32) при $x < x_R$ и $x > x_R$, удовлетворяющих граничным условиям (15), и тем самым найти как волновую функцию Z -моды, возбуждаемой плазменной волной, так и фазу коэффициента отражения последней от уровня резонанса (т. е. коэффициент $L_1 = -\text{ctg}(\psi_R/2)$).

Результаты расчёта фазы ψ_R в пределе $\sqrt{u} \ll 1$ представлены на рис. 3 для неоднородностей типа

$$-\delta N_0/\Delta N \equiv f(x) = f_m \exp(-x^n) \quad (38)$$

при показателе степени $n = 2; 4; 10$ и 20 (ход нормированного возмущения концентрации $\delta N_0(x)/\delta N_0(0) = f(x)/f_m$ в указанных случаях приведён на рис. 1). Видно, что в случае гауссовского распределения возмущений концентрации ($n = 2$) кривая $\psi_R(f_m)$ при $\omega/\omega_{Be} = u^{-1/2} \gg 1$ мало отличается от соответствующей кривой при $\omega/\omega_{Be} = 4,5$. Это означает, что учёт влияния магнитного поля при $\omega_{Be}/\omega < 1/4$ не приводит к значительному изменению фазы коэффициента отражения захваченной волны от границы неоднородности. Видно также, что с увеличением крутизны профиля концентрации плазмы вблизи границы неоднородности (т. е. с ростом показателя n) крутизна кривой $\psi_R(f_m)$ в области $f_m - 1 \approx 1$ возрастает, а граничное значение ψ_R (и L_1) при $f_m \rightarrow 1$ уменьшается. Такая тенденция соответствует асимптотическому выражению (30), справедливому в случае неоднородностей с достаточно резкой границей. Однако хорошее согласие с асимптотикой наступает лишь при больших показателях степени в (38) ($n = 10; 20$).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассчитана фаза отражения $\varphi_{R \text{ lin}}$ падающей на резонансный уровень плазменной волны малой интенсивности, захваченной внутри вытянутой вдоль магнитного поля неоднородности δN_0 , для различных профилей возмущения $\delta N_0(r)$. Вычисления проведены в приближении малых длин плазменных волн, которое позволяет свести задачу к решению волнового уравнения для колебаний холодной плазмы, образующихся в результате трансформации плазменных волн в окрестности плазменного резонанса, расположенного внутри неоднородности. Рассматривается случай неоднородностей малого радиуса (8), когда интенсивность высвечивания захваченных волн за пределы неоднородности мала. Показано, что в этих условиях фаза $\varphi_{R \text{ lin}}$ не зависит от радиуса неоднородности и максимального возмущения концентрации $\delta N_0(0)$: при заданном профиле $\delta N_0(r)$ она определяется только положением верхнегибридного плазменного резонанса внутри неоднородности (см. рис. 3).

Найденная фаза $\varphi_{R \text{ lin}}$ (или, точнее, $\psi_R = \pi/2 + \varphi_{R \text{ lin}}$) является единственным параметром, определяющим влияние нелинейных эффектов стрикционного выдавливания плазмы на возбуждение и захват плазменных волн в мелкомасштабных неоднородностях, находящихся в поле мощной радиоволны [1, 2]. Проведённые в данной работе расчёты позволяют замкнуть развитую ранее нелинейную теорию и проанализировать влияние стрикционных возмущений в реальных условиях плавного изменения профиля электронной концентрации $\delta N_0(r)$ путём решения полученного в [1, 2] уравнения для интенсивности захваченной волны. Как отмечалось во введении, коэффициенты этого уравнения сами являются известными функциями искомой интенсивности и параметра $\psi_{R \text{ lin}}$, рассчитанного в данной работе.

Используя полученные результаты, нетрудно убедиться, что величина и характер нелинейных эффектов существенно зависят от формы неоднородности. Действительно, согласно рис. 3 «входной» параметр нелинейной теории $|L_1| = |\text{ctg}(\psi_R/2)|$ в случае плавного изменения возмущения концентрации $\delta N_0(r)$, как правило, оказывается значительно меньше, чем в рассмотренном ранее случае резкого изменения электронной концентрации вблизи границы неоднородности (последний случай соответствует пределу $|L_1| \gg 1$). При этом согласно [2] «нелинейные» коэффициенты κ и $1/\gamma$ в уравнении для потока энергии захваченной волны возрастают, причём их зависимость от интенсивности волны становится немонотонной. Изменение этих коэффициентов, в свою очередь, вызывает изменение потока энергии плазменной волны, который пропорционален источнику нагрева неоднородности Q_p . Так, уменьшение γ всегда приводит к росту Q_p , тогда как поведение Q_p с ростом κ зависит от соотношения между столкновительным поглощением плазменной волны в неоднородности κ_p и её высвечиванием за пределы неоднородности $\kappa_R = \kappa(1 - |R_{p \text{ lin}}|)$ (здесь, как и ранее, используются обозначения [1, 2]). В случае сильного поглощения $\kappa_p > \kappa_R$ нагрев Q_p возрастает пропорционально κ . Вместе с тем следует иметь в виду, что с ростом нагрева становится существенным нелинейный эффект проникновения плазменной

волны большой интенсивности за пределы неоднородности, который ограничивает её нагрев. Оценка максимального значения Q_p с учётом этого эффекта приведена в [2].

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 97-02-17809).

ЛИТЕРАТУРА

1. Васьков В. В., Рябова Н. А. // Изв. вузов. Радиофизика. 1998. Т. 41, № 3. С. 270.
2. Васьков В. В., Рябова Н. А. // Изв. вузов. Радиофизика. 1998. Т. 41, № 10. С. 1226.
3. Dysthe К. В., Mjølhus E., Perseli H., Rypdal K. // Physica Scripta. 1982. V. T2/2. P. 548.
4. Васьков В. В., Гуревич А. В. // Геомагнетизм и аэрономия. 1983. Т. 23, № 4. С. 544.
5. Васьков В. В., Гуревич А. В. // Геомагнетизм и аэрономия. 1983. Т. 23, № 6. С. 901.
6. Istomin Ya. N., Leyser T. B. // Phys. Plasmas. 1997. V. 4, No. 3. P. 817.
7. Istomin Ya. N., Leyser T. B. // Phys. Plasmas. 1998. V. 5, No. 4. P. 921.
8. Голант В. Е., Пилия А. Д. // УФН. 1971. Т. 104, вып. 3. С. 413.

Институт земного магнетизма, ионосферы и распространения радиоволн РАН, г. Троицк Московской обл., Россия

Поступила в редакцию
10 января 2000 г.

DETERMINATION OF THE PHASE SHIFT OF A PLASMA WAVE REFLECTED FROM THE BORDER OF A SMALL-SCALE IRREGULARITY

V. V. Vas'kov and N. A. Ryabova

In our papers [1, 2], we developed the nonlinear theory of excitation of plasma-wave eigenmodes inside a small-scale, magnetic-field-aligned irregularity of ionospheric plasma during heating experiments. This theory takes into account the nonlinear striction effects of plasma expulsion in the vicinity of the plasma resonance where the trapped waves are reflected. The results of this theory depend strongly on the wave-reflection phase in the linear limit of small intensity. In the present paper, we calculate this parameter for various form of irregularity.

УДК 621.371.25;550.388.2

ИССЛЕДОВАНИЯ ОСОБЕННОСТЕЙ ДИСПЕРСИОННЫХ ХАРАКТЕРИСТИК РАДИОКАНАЛОВ С ПОМОЩЬЮ ЛЧМ-ИОНОЗОНДА

В. А. Иванов, Д. В. Иванов, А. А. Колчев

Показано, что неоднородности с масштабом $l \sim 2\div 5$ км и относительным изменением электронной концентрации $\Delta N/N \sim 10^{-3}$ могут приводить к образованию стационарных точек на дисперсионных характеристиках ионосферных коротковолновых радиолиний, которые, в свою очередь, обуславливают наличие пиков на импульсных характеристиках широкополосных КВ радиоканалов. Получены аналитические выражения для оценки положения пика, его высоты и длительности. Разработаны и апробированы методики определения импульсных характеристик для ионосферных КВ радиоканалов с различной рабочей частотой и полосой пропускания при использовании сигналов ЛЧМ-ионозондов, а также методики оценки параметров l и $\Delta N/N$ ионосферных неоднородностей.

ВВЕДЕНИЕ

Наиболее важные тенденции развития радиотехнических систем передачи информации декаметрового (ДКМ) диапазона связаны с использованием для связи радиосигналов с расширенным спектром (СРС). Этому способствует появление быстродействующих цифровых процессоров, позволяющих в практике связи использовать такие важные свойства СРС, как высокая разрешающая способность по задержке (что даёт возможность устранить межмодовую интерференцию), высокая помехоустойчивость по отношению к станционным помехам, преобладающим в ДКМ диапазоне, и высокая энергетическая скрытность (из-за низкой спектральной плотности сигнала). Важно отметить, что получение этих преимуществ не приводит к увеличению мощности оборудования, а наоборот, способствует её значительному снижению. Однако известно, что ионосферная плазма обладает частотной дисперсией (показатель преломления зависит от частоты), и расширение полосы частот сигнала будет приводить к рассогласованию СРС [1].

В работе [1] показано, что, если принимаемый сигнал обрабатывается с помощью фильтра, согласованного с излучаемым сигналом, амплитуда принимаемого сигнала на выходе определяется импульсной характеристикой ионосферного радиоканала с полосой пропускания, равной полосе частот сигнала, и не зависит от фазовой структуры самого сигнала. Следовательно, в вопросах радиосвязи на основе СРС актуальной является задача исследования и моделирования импульсных характеристик широкополосных ионосферных радиоканалов с различными законами частотной дисперсии.

Целью данной работы являются экспериментальные исследования и моделирование импульсных характеристик широкополосных ионосферных радиоканалов и изучение их связей с дисперсионными свойствами ионосферных радиолиний.

1. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ФАЗО-ЧАСТОТНОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ РАДИОКАНАЛА НА ОСНОВЕ ИОНОГРАММЫ ЛИНИИ СВЯЗИ

Математической моделью распространения коротких радиоволн на ионосферных линиях связи является волновое уравнение. Решение уравнения для монохроматической волны можно найти в приближении геометрической оптики, которое с точки зрения радиотехники даёт передаточную функцию.

При этом при фиксированном положении передатчика и приёмника амплитуда поля для i -го луча $H_{0i}(f)$ называется амплитудно-частотной характеристикой (АЧХ), а фаза $\varphi_i(f) = 2\pi f\psi_i(f)/c$, где ψ_i — эйконал, фазо-частотной характеристикой (ФЧХ).

Для исследования ФЧХ в точке приёма обычно используются два метода, являющихся полуэмпирическими. В первом задаётся эмпирическая модель профиля электронной концентрации и находится решение для эйконала в точке приёма. Второй метод заключается в следующем. Фазовую характеристику передаточной функции радиолинии можно разложить по формуле Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа. Тогда передаточную функцию (поле) можно записать в следующем виде:

$$H(f) = \sum_{i=1}^m H_{0i}(f) \exp[-j\varphi_{0i}(f_0) + j\varphi'_{\omega_i}(\vartheta_i f)\omega], \quad (1)$$

где $\vartheta_i \in [0, 1]$, f_0 — фиксированная частота, m — число лучей, приходящих в точку приёма, $\omega = 2\pi f$.

Известно [2, 3], что $\varphi'_{\omega} = \tau$ является временем группового запаздывания, а зависимость $\tau(f)$ называется ионограммой линии связи. Из (1) следует, что с точностью до постоянной эйконал можно записать в виде

$$\psi_i(f) = c\varphi'_{\omega_i}(\vartheta_i f) = c\tau_i(\vartheta_i f) \sim \tau_i(\vartheta_i f). \quad (2)$$

Формула (2) показывает, что $\tau_i(f)$, так же как и $\psi_i(f)$, определяет закон частотной дисперсии, и, следовательно функцию, $\tau(f)$ можно назвать дисперсионной характеристикой радиолинии.

В данном методе исследования фазовая функция поля может быть восстановлена с использованием эмпирических ионограмм. Трудности, стоящие на этом пути, состоят в том, что значение ϑ неизвестно. Однако эта проблема легко преодолевается, если для радиолинии выбрать радиоканал на частоте f_p (рабочей), полоса пропускания которого Δf ограничивается каналаобразующими устройствами (передатчиком и приёмником). Обычно

$$\Delta f \ll f_p, \quad (3)$$

в этом случае АЧХ в диапазоне $[f_p - \Delta f/2, f_p + \Delta f/2]$ можно считать постоянной: $H_{i0}(f) \approx H_{i0}(f_p) = \text{const}$, и основное значение приобретает частотная зависимость фазы поля (ФЧХ), которую далее рассмотрим подробно.

Неравенство (3) позволяет разложить дисперсионную характеристику i -го луча (ионограмму) в ряд Тейлора по степеням Δf в окрестности частоты f_p :

$$\tau_i(f) = \tau_i(f_p) + \frac{d\tau_i}{df} \Delta f + \frac{d^2\tau_i}{df^2} \frac{(\Delta f)^2}{2} + \dots = \tau_i(f_p) + s_i \Delta f + \frac{ds_i}{df} \frac{(\Delta f)^2}{2} + \dots, \quad (4)$$

где $s_i = d\tau_i/df$ — угловой коэффициент линии $\tau_i(f)$ в точке f_p .

Известно [4], что в канале без дисперсии ($\tau_i(f) = \tau_i(f_p)$) и с постоянной АЧХ сигнал распространяется без искажений.

По известной на интервале $[f_p - \Delta f/2, f_p + \Delta f/2]$ функции $\tau_i(f)$ можно путём интегрирования восстановить с точностью до постоянной фазу передаточной функции:

$$\varphi_i(f) = 2\pi \int_{f_p}^f \tau_i(f) df + \varphi_i(f_p) = \varphi_i(f_p) + 2\pi\tau_i(f_p) \Delta f + \pi s_i (\Delta f)^2 + \dots \quad (5)$$

В однолучевом канале с дисперсией искажение сигнала определяется нелинейной составляющей ФЧХ (линейной составляющей эйконала или $\tau_i(f)$). Последнюю можно оценить с помощью параметра, называемого полосой когерентности (ПК) канала Δf_k и равного диапазону частот с центром в точке f_p ,

на краях которого набег нелинейной составляющей фазы по абсолютной величине равен некоторому значению ϕ_0 (обычно $\phi_0 = 1$ рад) [5]. В случае линейной дисперсионной характеристики нелинейная составляющая ФЧХ имеет вид

$$\varphi_{i \text{ нел}}(f) = \pi s_i (\Delta f)^2, \quad (6)$$

поэтому для полосы когерентности i -й моды Δf_{ki} нетрудно получить следующее выражение:

$$\Delta f_{ki} = 2 / \sqrt{\pi |s_i|}. \quad (7)$$

Заметим, что во временной области частотную дисперсию можно характеризовать временем установления $\tau_0 = \sqrt{\pi |d^2\varphi/d\omega^2|}$ [2], которое связано с полосой когерентности центральной частоты канала Δf_k простым соотношением $\tau_0 = 0,8/\Delta f_k \approx 1/\Delta f_k$.

В работах [4, 5] на основе анализа экспериментальных ионограмм приведены оценки для величины Δf_k . Показано, что Δf_k лежит в диапазоне $30 \div 500$ кГц, уменьшается в $1,5 \div 2$ раза с ростом номера моды и растёт с увеличением протяжённости радиолинии. Для верхнего луча Δf_k меньше, чем для нижнего.

2. МОДЕЛИРОВАНИЕ ИМПУЛЬСНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ИОНОСФЕРНЫХ РАДИОКАНАЛОВ

Во временной области ионосферный радиоканал можно характеризовать импульсной функцией

$$h_i(t) = \int_{f_p - \Delta f/2}^{f_p + \Delta f/2} H_i(f) \exp(2\pi j f t) df, \quad (8)$$

где $H_i(f) = H_{0i}(f) \exp[-j\varphi_i(f)]$. При отсутствии дисперсии для модуля импульсной характеристики i -й моды легко получить выражение

$$|h_i(t)| = H_{0i} \Delta f \frac{\sin\{\pi \Delta f [t - \tau_i(f_p)]\}}{\pi \Delta f [t - \tau_i(f_p)]}. \quad (9)$$

Зависимость вида $\sin(x)/x$ в (9) получилась в результате предположения о том, что АЧХ канала (приёмника) имеет форму прямоугольника. Обратим внимание на то, что распространение в канале приводит к временному сдвигу функции $|h_i(t)|$ на величину задержки $\tau_i(f_p)$; с ростом полосы канала Δf амплитуда $|h_i(t)|$ увеличивается прямо пропорционально Δf , а её длительность уменьшается как $1/\Delta f$.

Итак, свойства канала без дисперсии определяются тремя ключевыми параметрами: f_p , $\tau_i(f_p)$ и Δf .

В случае линейной дисперсионной характеристики канала (в окрестности частоты f_p) функция $|h_i(t)|$ имеет вид

$$|h_i(t)| = \frac{|H_{0i}| \pi \Delta f_{ki}}{2\sqrt{2}} \{ [C(z_{2i}) + C(z_{1i})]^2 + [S(z_{2i}) + S(z_{1i})]^2 \}^{1/2}, \quad (10)$$

где $C(z)$, $S(z)$ — интегралы Френеля,

$$z_{1i} = \frac{\Delta f_{ki}}{\sqrt{2\pi}} \left\{ \frac{2p_i}{\Delta f_{ki}} - [t - \tau_i(f_p)] \right\}, \quad z_{2i} = \frac{\Delta f_{ki}}{\sqrt{2\pi}} \left\{ \frac{2p_i}{\Delta f_{ki}} + [t - \tau_i(f_p)] \right\},$$

$p_i = \Delta f/\Delta f_{ki}$ — коэффициент дисперсии канала. При этом свойства канала определяются уже четырьмя ключевыми параметрами: f_p , $\tau_i(f_p)$, Δf_k и p_i . Последний учитывает влияние частотной дисперсии. Например, при $p_i \ll 1$ (дисперсия в канале отсутствует) выражение (10) переходит в (9). Если

$p_i \gg 1$ (дисперсия в канале значительная), то $|h_i(t)|$ представляет собой прямоугольник с основанием, равным $2p_i/\Delta f_{ki}$, и высотой $\pi |H_{0i}| \Delta f_{ki}/2$, не зависящей от Δf :

$$|h_i(t)| = \begin{cases} \pi |H_{0i}| \Delta f_{ki}/2, & |t - \tau_i(f_p)| < p_i/\Delta f_{ki}; \\ 0, & |t - \tau_i(f_p)| > p_i/\Delta f_{ki}. \end{cases} \quad (11)$$

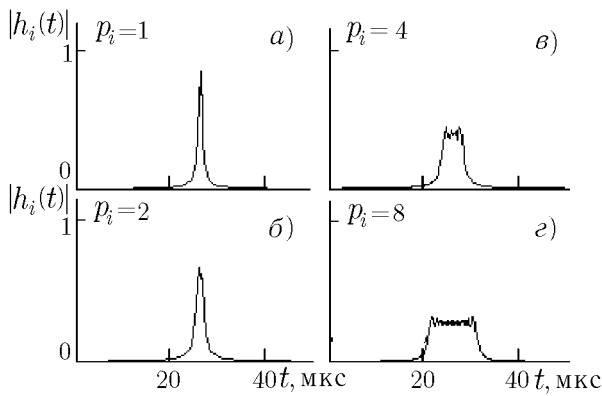


Рис. 1

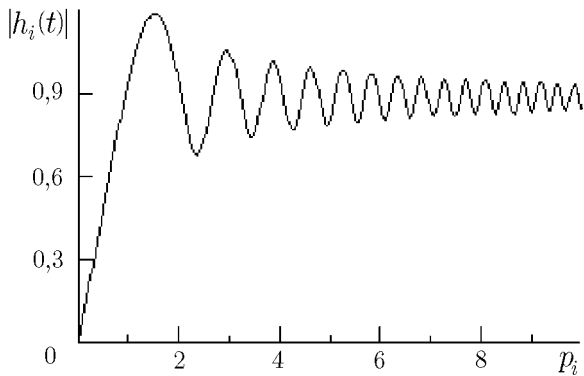


Рис. 2

Таким образом, вид функции $|h_i(t)|$ в зависимости от Δf для $\Delta f < \Delta f_k$ ($p_i < 1$) и $\Delta f > \Delta f_k$ ($p_i > 1$) будет различным. При увеличении Δf до Δf_k коэффициент дисперсии будет меньше единицы, и, как следует из асимптотического выражения (9), длительность функции $|h_i(t)|$ будет уменьшаться как $1/\Delta f$, а её график иметь форму пика (рис. 1а). В случае, когда Δf превышает полосу когерентности ($p_i > 1$), функция $|h_i(t)|$ приобретает форму прямоугольника, основание которого увеличивается пропорционально Δf . Изменение вида функции $|h_i(t)|$ в зависимости от коэффициента дисперсии p_i иллюстрирует рис. 1. Видно, что в канале со значительной дисперсией импульсная характеристика по форме приближается к прямоугольнику (пьедесталу) с основанием и высотой, определяемыми выражением (11).

Отметим, что с ростом p_i максимальное значение $|h_i(t)|$ испытывает затухающие колебания (см. рис. 2). Первый максимум достигается при $p_i \approx 1,5$ и равен 1,2; при $p_i \rightarrow \infty$ функция $|h_i(t)|$ стремится к пределу, равному 0,9 (расчёты выполнены в предположении $|H_{0i}| = 1$).

На ионограммах радиолиний различной протяжённости у дисперсионной характеристики $\tau_i(f)$ можно наблюдать стационарные точки, в которых $d\tau_i/df = 0$ (или $s_i = 0$). Это могут быть точки экстремума или точки перегиба. В этой связи проанализируем вид $|h_i(t)|$ для каналов, содержащих стационарные точки.

В окрестности экстремальной точки дисперсионную характеристику можно представить в виде

$$\tau_i(f) \approx \tau_i(f_p) + \frac{ds_i}{df} \frac{(f - f_p)^2}{2}, \quad (12)$$

а в окрестности точки перегиба как

$$\tau_i(f) \approx \tau_i(f_p) + \frac{d^2s_i}{df^2} \frac{(f - f_p)^3}{6}. \quad (13)$$

В первом случае $s_i = 0$, а во втором, кроме того, и $ds_i/df = 0$.

Используя (12) и (13), для $h_i(t)$ можно получить следующие выражения:

$$h_i(t) = \int_{f_p - \Delta f/2}^{f_p + \Delta f/2} H_{0i}(f) \exp \left[j \left(\varphi_{i0} + 2\pi\tau_i(f_p)(f - f_p) + \frac{\pi}{3} \frac{ds_i}{df} (f - f_p)^3 + 2\pi ft \right) \right] df, \quad (14)$$

$$h_i(t) = \int_{f_p - \Delta f/2}^{f_p + \Delta f/2} H_{0i}(f) \exp \left[j \left(\varphi_{i0} + 2\pi\tau_i(f_p)(f - f_p) + \frac{\pi}{12} \frac{d^2s_i}{df^2} (f - f_p)^4 + 2\pi ft \right) \right] df. \quad (15)$$

В этом случае выражение для $|h_i(t)|$ в элементарных функциях найти не удаётся. Из численного анализа выражений (14), (15) следует, что при изменении коэффициента дисперсии p_i канала до единицы функция $|h_i(t)|$ сохраняет форму пика, амплитуда которого увеличивается, а длительность уменьшается с ростом p_i независимо от наличия и вида стационарной точки. Таким образом, можно говорить, что в этих случаях наличие в полосе частот канала стационарной точки не влияет на $|h_i(t)|$. При дальнейшем увеличении p_i картина меняется. Это иллюстрирует рис. 3, где представлена функция $|h_i(t)|$ при $p_i = 1; 2; 4$ и 8 .

Здесь в левой колонке (а) приведён вид функции $|h_i(t)|$ для стационарной точки с квадратичной, а в правой (б) — с кубической зависимостью $\tau_i(f)$ в её окрестности. Из рисунка видно, что у функции $|h_i(t)|$ кроме пика появляется пьедестал, аналогичный наблюдавшемуся в канале без стационарной точки (см. рис. 1). Для стационарной точки типа экстремума пик находится на краю пьедестала, а для точки перегиба — внутри него.

Качественно и количественно такое поведение $|h_i(t)|$ можно описать, используя кусочно-линейную аппроксимацию зависимости $\tau_i(f)$. В окрестности стационарных точек, равной полосе когерентности канала, частотной дисперсией можно пренебречь и считать $\tau_i(f) = \text{const}$ (т. е. $s_i = 0$). Графики функций (12) и (13) изображены на рис. 4а, б сплошной линией, а аппроксимирующие их прямые — пунктиром. Справа на рисунках приведены импульсные характеристики канала, показывающие, как с помощью дисперсионной кривой частоты f_1 и f_2 отображаются в задержки t_1 и t_2 . При этом полоса частот Δf_2 канала, для которой $\tau_i(f) \approx \tau_1 = \text{const}$, отображается в точку t_1 и, в соответствии с выражением (8), образует у функции $|h_i(t)|$ пик в момент времени t_1 с амплитудой $A_1 = H_{0i} \Delta f_1$ и длительностью $1/\Delta f_1$. Полосы частот Δf_1 и Δf_3 отображаются на диапазоны задержек $\Delta \tau_1$ и $\Delta \tau_3$ и образуют пьедестал. При линейной аппроксимации $\tau_i(f)$

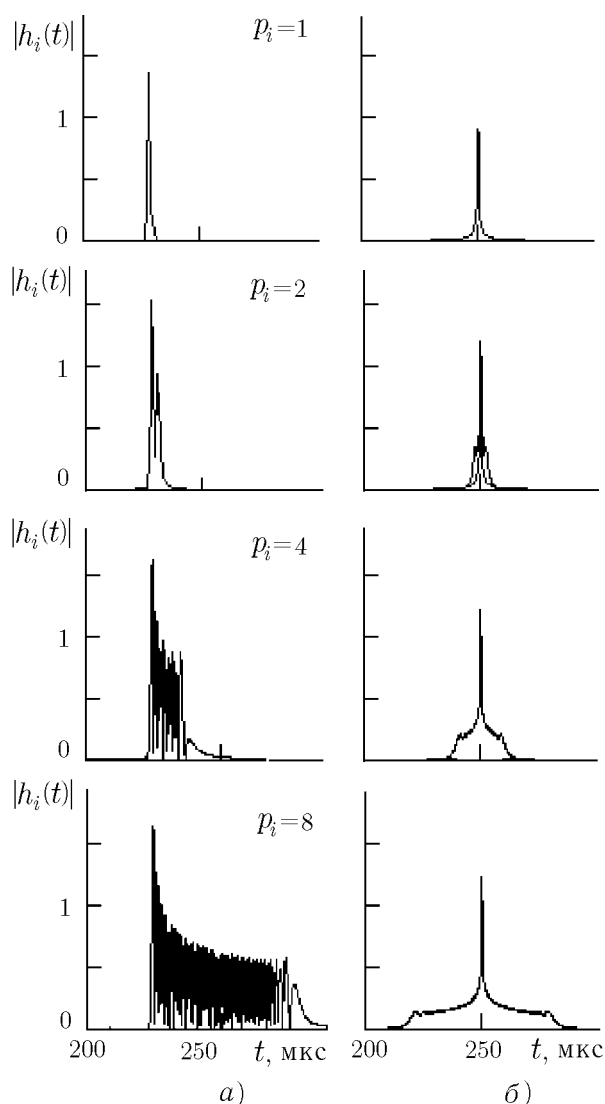


Рис. 3

для высоты пьедестала согласно (10) можно получить следующие оценки: $A_2 = H_{0i} \sqrt{\pi \Delta f_1 / \Delta \tau_1}$ и $A_3 = H_{0i} \sqrt{\pi \Delta f_3 / \Delta \tau_3}$, где $\Delta \tau_1$ и $\Delta \tau_3$ — разность времён группового запаздывания на краях частотных интервалов Δf_1 и Δf_3 соответственно, взятая по абсолютной величине. Видно, что для экстремальной точки (формула (12)) пик будет находиться в крайней левой точке пьедестала, если $ds/df > 0$ или правой, если $ds/df < 0$. Для точки перегиба пик будет находиться во внутренней точке пьедестала и соответствовать положению стационарной точки на интервале Δf_2 . В случае экстремальной точки интервалы частот Δf_1 и Δf_3 отображаются на один и тот же диапазон задержек. Если $\Delta \tau_1$ и $\Delta \tau_3$ для рис. 4а и б совпадают, то отображение на один и тот же интервал приведёт к увеличению высоты пьедестала приблизительно в два раза по сравнению с высотой в случае точки перегиба и к интерференции внутри пьедестала.

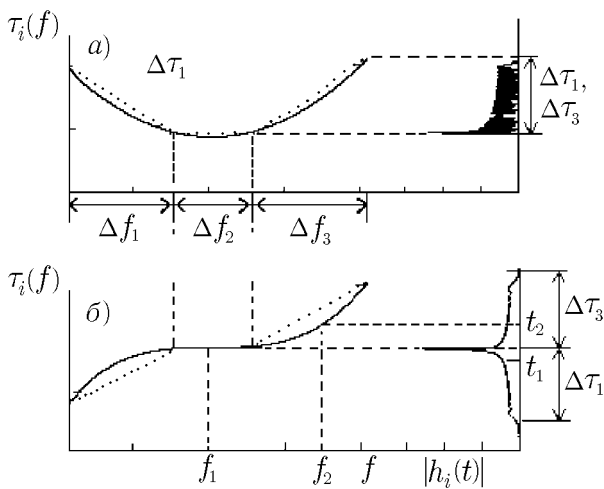


Рис. 4

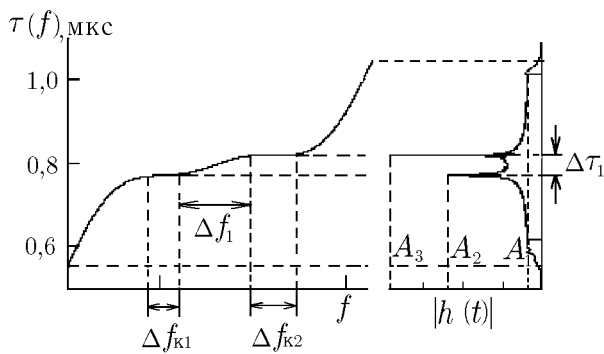


Рис. 5

положение на временной оси, амплитуда и длительность зависят от поведения дисперсионной кривой в окрестности стационарной точки и не зависят от полосы частот канала.

На рис. 5 в качестве примера приведены дисперсионная кривая и импульсная реакция широкополосного канала ($\Delta f = 16 \Delta f_k$, где Δf_k — полоса когерентности для центральной частоты канала). Видно, что импульсная характеристика канала имеет два пика, положение которых на пьедестале определяется положением стационарных точек на полосе частот Δf , а амплитуда — шириной примыкающей к ней полосы когерентности. Такое соответствие между стационарными точками дисперсионной характеристики и пиками импульсной реакции широкополосного канала позволяет решать обратную задачу: по виду $|h_i(t)|$ определять параметры дисперсионной кривой (положение стационарных точек и примыкающих к ним полос когерентности).

Следует отметить, что кусочно-линейная аппроксимация функции $\tau(f)$ даёт достаточно точное описание импульсных характеристик, заданных формулами (14), (15) (на приведённых выше рисунках ошибка определения $|h_i(t)|$ в пиковом значении не превосходит 0,5 дБ, а для прямоугольного пьедестала 1,5 дБ). Это говорит о том, что и при более сложных законах частотной дисперсии можно пользоваться кусочно-линейной аппроксимацией функции $\tau(f)$. При этом каждому k -му интервалу частот Δf_k , для которого $\tau'_k(f) \approx 0$ (или $s_k \approx 0$), в импульсной функции будет соответствовать пик в момент времени t_k с амплитудой $H_0 \Delta f_k$ и длительностью $1/\Delta f_k$, а каждому n -му интервалу частот Δf_n , примыкающему к частотному интервалу Δf_k и имеющему закон частотной дисперсии $\tau(f)$, близкий к виду

$$\tau(f) \approx \tau_k + \frac{\Delta \tau_n}{\Delta f_n} (f - f_p),$$

где $\Delta \tau_n$ — разность времени группового запаздывания на концах частотного интервала Δf_n , будет соответствовать пьедестал (прямоугольник) с длительностью $\Delta \tau_n$ и амплитудой $H_0 \sqrt{\pi \Delta f_n / \Delta \tau_n}$.

Следовательно, при наличии в диспергирующем канале ($\Delta f \gg \Delta f_k$) нескольких стационарных точек дисперсионной характеристики его импульсная реакция будет содержать столько же пиков. Их положение на временной оси, амплитуда и длительность зависят от поведения дисперсионной кривой в окрестности стационарной точки и не зависят от полосы частот канала.

Действительно, из (9) и (11) следует, что отношение амплитуды пика A_3 к амплитуде пьедестала A_1 равно

$$\frac{A_3}{A_1} = \frac{2 \Delta f_{k1}}{\pi \Delta f_k} = \frac{\Delta f_{k1} \sqrt{\Delta \tau_1}}{\sqrt{\pi} \Delta f_1}.$$

Отсюда следует, что

$$\Delta f_{k1} = \frac{A_3 \sqrt{\pi} \Delta f_1}{A_1 \sqrt{\Delta \tau_1}}, \quad \Delta f_{k2} = \frac{A_2 \sqrt{\pi} \Delta f_1}{A_1 \sqrt{\Delta \tau_1}}. \quad (16)$$

Необходимо отметить, что равенство (11) асимптотическое ($p_i \rightarrow \infty$), поэтому выражение (16) имеет различную точность в зависимости от значения коэффициента дисперсии канала p_i . В результате численного моделирования установлено, что при $p_i = 2$ ошибка в определении Δf_{k1} составляет 50 %. С ростом p_i эта ошибка уменьшается. Для рис. 5 ($p_i = 16$) ошибка в определении Δf_{k1} и Δf_{k2} не превышает 10 %.

3. МЕТОДИКА ОПРЕДЕЛЕНИЯ $|h(t)|$ ДЛЯ РАДИОКАНАЛОВ С РАЗЛИЧНЫМИ РАБОЧЕЙ ЧАСТОТОЙ И ПОЛОСОЙ ПРОПУСКАНИЯ

Непрерывный сигнал с линейной частотной модуляцией (ЛЧМ), излучаемый ионозондом, можно описать следующим математическим выражением:

$$a(t) = a_0 \exp \left[j (2\pi f_0 t + \pi \dot{f} t^2) \right], \quad (17)$$

где $t \in [0, T]$, f_0 — начальная частота сигнала, $\dot{f} = df/dt$ — скорость изменения частоты, a_0 — амплитуда сигнала, T — время излучения. Так как база сигнала $T^2 \dot{f} \gg 1$, его спектр можно представить в виде [6]

$$S_0(f) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{\dot{f}}} \exp \left(-j\pi \frac{(f - f_0)^2}{\dot{f}} + \frac{\pi}{4} \right), & f \in [f_0; f_0 + \dot{f}T]; \\ 0, & f \notin [f_0; f_0 + \dot{f}T]. \end{cases} \quad (18)$$

Сигнал распространяется по радиолинии и поступает на вход приёмника в виде $a_{\text{вых}}(t)$. В приёмнике происходит сжатие сигнала в частотной области, для чего он домножается на сигнал гетеродина [7]:

$$A(t) = a_{\text{вых}}(t)a^*(t), \quad (19)$$

где $a^*(t)$ — сигнал гетеродина, комплексно-сопряжённый излучаемому сигналу, $A(t)$ — сигнал разностной частоты. Далее $A(t)$ разбивается на элементы длительностью T_3 , над которыми производится операция вычисления выборочного спектра. Для выборки с центром в точке $t = t_n$, где t_n — время наблюдения, спектр разностного сигнала $S(F)$ можно записать в виде

$$S(F) = \int_{t_n - T_3/2}^{t_n + T_3/2} a_{\text{вых}}(t)a^*(t) \exp(-2\pi jFt) dt, \quad (20)$$

где F — разностная частота.

Заметим, что времени t_n соответствует частота $f_p = f_0 + \dot{f}t_n/2$, а длительности выборки T_3 полоса частот канала $\Delta f = \dot{f}T_3$. Скользящее изменение t_n позволяет менять рабочую частоту канала f_p , а изменение времени анализа T_3 — полосу частот канала Δf .

Учитывая, что произведению сигналов во временной области соответствует их свёртка в частотной области, выражение (20) можно переписать следующим образом:

$$S(F) = 2\pi \int_{-\infty}^{+\infty} S_0(f)S_0^*(f-F)H(f)df, \quad (21)$$

где $S_0(f)H(f) = S_{\text{вых}}(f)$ — спектр сигнала на выходе ионосферной линии связи. Тогда для сигнала $a(t)$ со спектром $S_0(f)$ верно соотношение

$$\sum_{i=1}^m S_i(F) = \frac{2\pi}{f} \exp\left(\frac{j\pi F^2}{f}\right) \int_{-\infty}^{+\infty} \sum_{i=1}^m H_i(F) \exp\left(\frac{jFf}{f}\right) df, \quad (22)$$

где $S_i(F)$ — спектр разностного сигнала i -й моды.

Принимая во внимание, что для сигнала $f(t)$ со спектром $S(\omega)$ верно соотношение

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(\alpha t) \exp(-j\omega t) dt = \frac{1}{\alpha} S\left(\frac{\omega}{\alpha}\right),$$

для функции $|h_i(t)|$ канала находим выражение

$$|h_i(F/f)| = f |S_i(F)|. \quad (23)$$

Из (23) следует, что частотным отсчётам спектра разностного сигнала $|S_i(F)|$ i -й моды соответствуют отсчёты для импульсной реакции канала $|h_i(t)|$ с полосой $\Delta f = fT_s$ на шкале времени с масштабом $t = F/f$. Поэтому все рассуждения о поведении $|h_i(t)|$ при различных законах частотной дисперсии в радиоканале справедливы (с учётом изменения масштаба) и для спектра разностного сигнала $|S_i(F)|$.

Таким образом, использование в качестве пробного непрерывного ЛЧМ сигнала позволяет определять импульсную реакцию отдельных мод ионосферного канала распространения с полосой частот Δf , с центром на рабочей частоте $f_p = f_0 + ft_n$ и исследовать поведение импульсной реакции радиоканала при различных законах частотной дисперсии.

Поскольку за время зондирования сигнал разностной частоты представляет собой выборку длительностью T , то, выделяя из неё элементы длительностью T_s с центром в заданной точке t_n , можно анализировать $|h_i(t)|$ для каналов на произвольной рабочей частоте $f_p = f_0 + ft_n$ (определяемой выбором t_n) с различной полосой $\Delta f = fT_s$, которую можно менять, изменяя T_s .

Разработанная методика позволяет на основе данных зондирования ионосферы непрерывными ЛЧМ сигналами исследовать импульсные характеристики радиоканалов с произвольными рабочей частотой и полосой пропускания для линий связи различной протяжённости и географической ориентации, а также решать обратные задачи диагностики дисперсионных свойств ионосферных радиоканалов, определяя параметры среды распространения (ионосферной плазмы).

4. ПОСТРОЕНИЕ ГИПОТЕТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ДИСПЕРСИОННОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ СО СТАЦИОНАРНЫМИ ТОЧКАМИ

Для объяснения стационарных точек дисперсионной кривой была высказана гипотеза о том, что они вызваны неоднородностью ионосферы, обусловленной как регулярными слоями, так и случайными неоднородностями.

Дисперсионную характеристику $\tau(f)$ для вертикальных радиолиний можно найти путём вычисления несобственного интеграла

$$\tau(f) = \frac{2}{c} \int_0^{h_r} \frac{dh}{n(h, f)}, \quad (24)$$

где h_r — высота отражения, $n^2 = 1 - 80,8N(h)/f^2$. Профиль концентрации задавался в виде

$$N(h) = N_p(h) [1 + N_n(h)], \quad (25)$$

где $N_p(h)$ — регулярная и $N_n(h)$ — нерегулярная составляющие профиля.

Регулярная составляющая задавалась в виде двух парабол для слоёв E и F и межслоевой долины с постоянной концентрацией, равной концентрации электронов в максимуме E -слоя. Параболическая зависимость концентрации имела вид

$$N_p(h) = N_0 [1 - (h - h_0)^2 / y_m^2], \quad (26)$$

где N_0 — максимум электронной концентрации в слое, h_0 — высота максимума слоя, y_m — полутолщина слоя.

Нерегулярная составляющая задавалась следующей формулой:

$$N_n(h) = \frac{\Delta N}{N} \exp \left[-\frac{(h - h_c)^2}{z_m^2} \right] \sin \frac{2\pi h}{l}, \quad (27)$$

где $\Delta N/N$ — относительная вариация электронной концентрации, h_c — высота стратификации неоднородностей, z_m — характерный вертикальный размер области стратификации неоднородностей, l — масштаб неоднородностей.

На рис. 6а изображён фрагмент ионограммы вертикального распространения коротких радиоволн, синтезированной с помощью формулы (24), для следующих параметров: $N_{0E} = 2,2 \cdot 10^5 \text{ см}^{-3}$; $h_{0E} = 180 \text{ км}$; $y_{mE} = 20 \text{ км}$; $N_{0F} = 4,4 \cdot 10^5 \text{ см}^{-3}$; $h_{0F} = 350 \text{ км}$; $y_{mF} = 150 \text{ км}$; $h_c = 270 \text{ км}$; $z_m = 30 \text{ км}$; $l = 2,5 \text{ км}$; $\Delta N/N = 3 \cdot 10^{-4}$. Видно, что неоднородности приводят к ступенчатому характеру изменения функции $\tau(f)$ и образованию стационарных точек. При выбранных параметрах неоднородностей длина ступени составляет около 150 кГц, а высота примерно — 13 мкс. Этот результат будет использован нами далее при интерпретации данных натурального эксперимента.

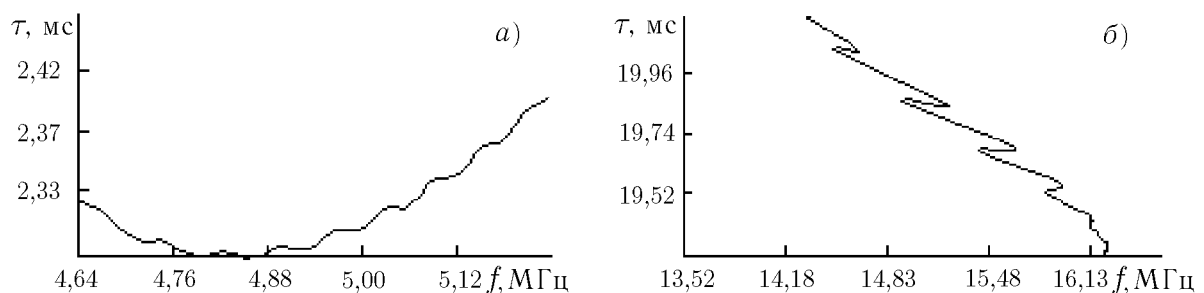


Рис. 6

Для синтеза дисперсионных характеристик наклонных радиолиний использовались теоремы эквивалентности [8], согласно которым f и τ при наклонном и вертикальном распространении радиоволн связаны между собой следующими соотношениями:

$$f_{\text{н}} = f_{\text{в}} \sqrt{1 + (D/c\tau_{\text{в}})^2}, \quad (28)$$

$$\tau_{\text{н}} = \tau_{\text{в}} \sqrt{1 + D/(c\tau_{\text{в}})^2}, \quad (29)$$

где $f_{\text{в}}$ — частота при вертикальном распространении, $\tau_{\text{в}}$ — задержка при вертикальном распространении, D — протяжённость трассы, $f_{\text{н}}$ — частота при эквивалентном наклонном распространении, $\tau_{\text{н}}$ — задержка при эквивалентном наклонном распространении. С учётом кривизны Земли формулы (28) и (29) будут иметь вид

$$f_{\text{н}} = f_{\text{в}} \sqrt{1 + \left[\frac{2R_{\text{s}} \sin[D/(2R_{\text{s}})]}{c\tau_{\text{в}} + 2R_{\text{s}} [1 - \cos[D/(2R_{\text{s}})]]} \right]^2}, \quad (30)$$

$$\tau_{\text{н}} = \left[\tau_{\text{в}} + \frac{2R_{\text{s}}}{c} [1 - \cos[D/(2R_{\text{s}})]] \right] \sqrt{1 + \left[\frac{2R_{\text{s}} \sin[D/(2R_{\text{s}})]}{c\tau_{\text{в}} + 2R_{\text{s}} [1 - \cos[D/(2R_{\text{s}})]]} \right]^2}, \quad (31)$$

где R_{s} — радиус Земли.

На рис. 6 б изображён фрагмент ионограммы наклонного распространения коротких радиоволн, соответствующий верхнему лучу при двухскачковом распространении и следующих параметрах модели: $N_{0E} = 0$; $h_{0E} = 0$; $y_{mE} = 0$; $N_{0F} = 1,1 \cdot 10^5 \text{ см}^{-3}$; $h_{0F} = 350 \text{ км}$; $y_{mF} = 200 \text{ км}$; $h_c = 270 \text{ км}$; $z_{\text{m}} = 25 \text{ км}$; $l = 12 \text{ км}$; $\Delta N/N = 4 \cdot 10^{-3}$. Стационарные точки расположены на квазигоризонтальных участках зависимости $\tau(f)$ длиной примерно 200 кГц и задержкой между ними $\tau \sim 50 \text{ мкс}$. Такая дисперсионная характеристика будет приводить к появлению пиков у импульсной характеристики радиоканала с полосой $\Delta f > \Delta f_{\text{к}}$ с отношением высоты пика к высоте пьедестала, приблизительно равным 2.

5. НАТУРНЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ. МЕТОДИКИ ОБРАБОТКИ ДАННЫХ И АНАЛИЗА ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ

Пробные эксперименты по исследованию дисперсионных характеристик радиолиний проводились с помощью ионозонда, излучающего непрерывный ЛЧМ сигнал [7] в диапазоне $2 \div 30 \text{ МГц}$ и скоростью изменения частоты $150 \div 400 \text{ кГц/с}$.

С выхода приёмника сигнал разностной частоты $A(t)$ поступал в ЭВМ для преобразования в цифровую форму с частотой дискретизации $f_{\text{д}}$. Из полученных цифровых данных формировались выборки длительностью $T_{\text{в}} = N_0/f_{\text{д}}$, где N_0 — объём выборки, соответствующий некоторому фрагменту дисперсионной кривой (ионограммы) с исследуемым законом частотной дисперсии. Затем выборка длительностью $T_{\text{в}}$ делилась на элементы длительностью $T_{\text{э}}$, над которыми производилась операция вычисления выборочного спектра с помощью быстрого преобразования Фурье. Таким образом, времени наблюдения $t_{\text{н}}$ соответствовала частота $f_{\text{р}} = f_0 + ft_{\text{н}}$, а времени анализа $T_{\text{э}}$ — полоса частот $\Delta f_{\text{э}} = fT_{\text{э}}$.

На рис. 7 в качестве примера приведён фрагмент ионограммы вертикального зондирования ионосферы, полученной в г. Йошкар-Оле при следующих параметрах: $\Delta f_{\text{э}} = 100 \text{ кГц}$; $f_{\text{д}} = 6800 \text{ Гц}$; $T_{\text{э}} = 0,7 \text{ Гц}$, число точек быстрого преобразования Фурье составляло 16384 (производилось дополнение нулями). Эти параметры обеспечивали инструментальную разрешающую способность по времени группового запаздывания, равную 10 мкс. На рис. 7 выделена полоса частот $\Delta f_1 = 800 \text{ кГц}$, для которой закон частотной дисперсии близок к линейному с $\Delta f_{\text{к}} = 90 \text{ кГц}$. Из выборки длительностью $T_{\text{в}}$

для выделенного участка последовательно отбирались элементы длительностью $T_1 = N_1/f_d$, $T_2 = N_2/f_d$, $T_3 = N_3/f_d$ и T_b таким образом, чтобы полосы частот сигнала, соответствующего этим элементам, были равны $T_1 \dot{f} = \Delta f_k = 90$ кГц, $T_2 \dot{f} = 2 \Delta f_k = 180$ кГц, $T_3 \dot{f} = 4 \Delta f_k = 360$ кГц, $T_b \dot{f} = 8 \Delta f_k = 720$ кГц.

Результаты спектрального анализа выборок изображены на рис. 8а–г соответственно. Так как закон изменения $\tau(f)$ на выделенном фрагменте ионограммы близок к линейному и не имеет выделенных стационарных точек, то вариации спектра сигнала на выходе системы сжатия не превосходят средней высоты пьедестала.

На рис. 9а–г изображены спектры разностного сигнала при полосе частот $\Delta f = 330$; 550; 770 и 1000 кГц, отсчитываемой от частоты f_0 (см. рис. 7). При этом инструментальная разрешающая способность по времени группового запаздывания составляла 3; 2; 1,3 и 1 мкс соответственно.

Так как в полосе частот $\Delta f = 330$ кГц содержится одна стационарная точка, то спектр сигнала на рис. 9а содержит один пик. С расширением полосы сигнала в неё попадают другие стационарные точки, и в спектре сигнала на рис. 9б, в появляются два, а на рис. 9г — три пика, соответствующие трём стационарным точкам. Разность групповых задержек, соответствующих этим стационарным точкам, составляет 13 мкс. Отношение амплитуд пиков A_1, A_2, A_3 (см. рис. 9г) к амплитуде пьедестала равно $A_1/A_p = 2,6$; $A_2/A_p = 1,8$; $A_3/A_p = 1,6$. Из данных соотношений с помощью формулы $A_i/A_p = 2 \Delta f_{ki} / (\pi \Delta f_{k2})$ ($i = 1, 2, 3$; Δf_{ki} — полоса когерентности в окрестности i -й стационарной точки, Δf_{k2} — полоса когерентности для выделенного фрагмента ионограммы) нетрудно получить следующие полосы когерентности в окрестности стационарных точек: $f_1 = 360$ кГц; $f_2 = 250$ кГц; $f_3 = 225$ кГц.

Как видно из рис. 8, из-за вариаций амплитуды трудно точно определить A_p . В нашем случае точность измерения амплитуды пьедестала была около 50 %. Такой же величины были и ошибки при определении Δf_k .

Из ионограммы на рис. 7 видно, что полосы когерентности в окрестности стационарных точек равны $\Delta f_{k1} = 220$ кГц; $\Delta f_{k2} = 180$ кГц; $\Delta f_{k3} = 150$ кГц (следовательно, ошибки определения Δf_{ki} из от-

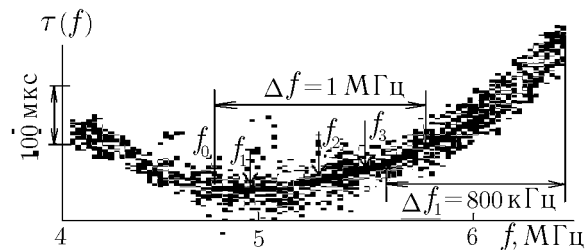


Рис. 7

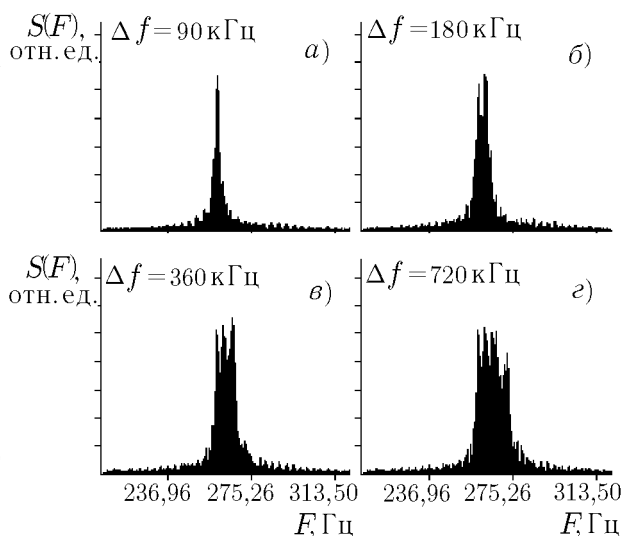


Рис. 8

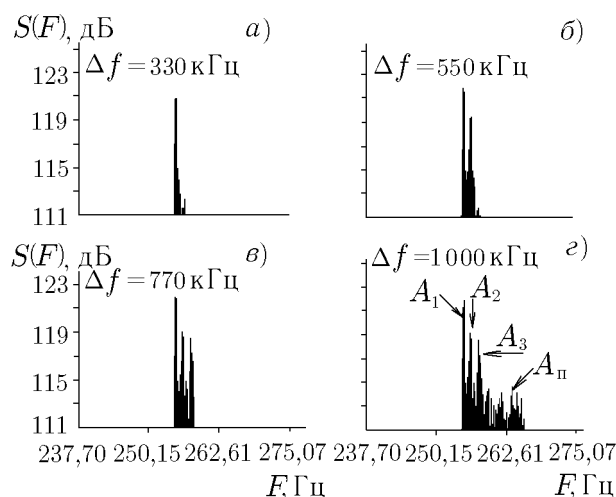


Рис. 9

ношения амплитуд составляют 65, 40 и 50 % соответственно). Рассмотренные на рис. 6 а модели дисперсионных кривых хорошо описывают приведённые на рис. 7 экспериментальные данные. Это подтверждает гипотезу о том, что ионосферные неоднородности с параметрами $h_c = 270$ км; $z_m = 30$ км; $l = 2,5$ км; $\Delta N/N = 3 \cdot 10^{-4}$ приводят к образованию стационарных точек, обнаруженных при высоком разрешении на экспериментальных дисперсионных характеристиках вертикальных радиолиний. Таким образом, построенная нами гипотетическая модель $\tau(f)$ позволяет решать и обратные задачи определения по экспериментальным кривым $\tau(f)$ параметров ионосферных неоднородностей. При этом ошибки определения l и $\Delta N/N$ будут составлять 50÷100 %.

На ионограммах, построенных для случаев, когда полоса зондирующего сигнала намного превосходит полосу когерентности канала и шаге частотных отсчётов много меньше полосы когерентности, частотная дисперсия проявляется в уширении ионограмм и появлении горизонтальных линий $\tau(f) = \text{const}$, соответствующих стационарным точкам.

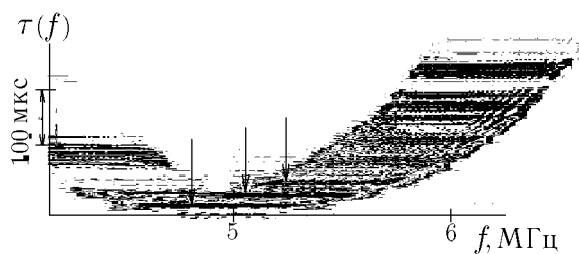


Рис. 10

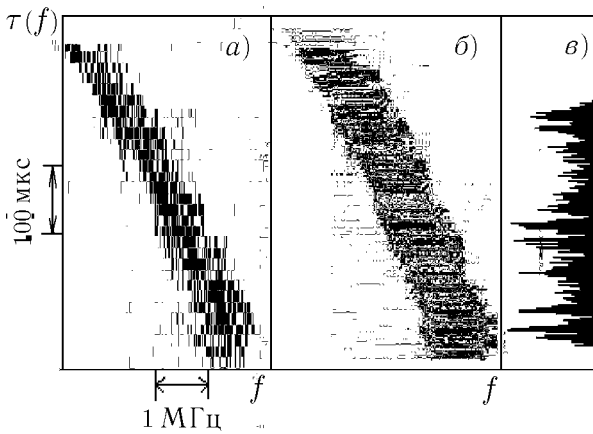


Рис. 11

На рис. 10 изображён фрагмент ионограммы вертикального зондирования, соответствующий рис. 7. Для получения ионограммы исходная выборка разбивалась на K перекрывающихся элементов с длительностью $T_s = N_1/f_d$ и временным сдвигом между элементами $T_c = N_2/f_d$. Значение N_1 выбиралось из условия $\Delta f_s \gg \Delta f_k$, а значение N_2 так, чтобы $T_c df/dt \ll \Delta f_k$. Далее каждый элемент T_s разностного сигнала подвергался быстрому преобразованию Фурье и строилась ионограмма. Для исследуемого фрагмента ионограммы $\Delta f_s = 500$ кГц, а шаг между частотными отсчётами составляет $T_c df/dt = 7$ кГц. На рис. 10 стрелками указаны горизонтальные линии, соответствующие стационарным точкам функции $\tau(f)$. Нижняя линия на этом рисунке соответствует стационарной точке на частоте f_1 (см. рис. 7), средняя линия соответствует двум стационарным точкам на частотах f_0 и f_2 , имеющих одинаковое значение τ , верхняя линия — стационарной точке на частоте f_3 .

На рис. 11 изображены фрагменты ионограммы для моды Педерсена, полученной на радиотрассе Хабаровск—Йошкар—Ола (рис. 11а, б) при следующих параметрах сигнала: $\Delta f_s = 100$ кГц (инструментальная разрешающая способность по времени запаздывания 10 мкс) и $T_c df/dt = 100$ кГц для рис. 11а и $\Delta f_s = 500$ кГц (инструментальная разрешающая способность по времени запаздывания 2 мкс) и $T_c df/dt = 7$ кГц для рис. 11б. На рис. 11в изображена импульсная характеристика радиоканала с полосой $\Delta f = 1$ МГц, соответствующая приведённому фрагменту ионограммы. Горизонтальные линии на ионограмме 11б и пики импульсной характеристики на рис. 11в обусловлены наличием стационарных точек у дисперсионной характеристики моды Педерсена.

Полоса когерентности для выделенного фрагмента ионограммы равна $\Delta f_k = 70$ кГц, а отношение средней высоты пиков к средней высоте пьедестала равно 2. В этом случае среднее значение полосы когерентности в окрестности стационарной точки равно 200 кГц. Приведённый случай может быть описан с помощью модели $\tau(f)$, представленной на рис. 6 б. Это означает, что в рамках данной моде-

ли пики у импульсной реакции широкополосного канала, образованного лучом Педерсена, вероятнее всего, обусловлены неоднородностями с $l \sim 10$ км, $\Delta N/N \sim 4 \cdot 10^{-3}$. Следует заметить, что для многоскачковых радиотрасс картина формирования принимаемого сигнала является более сложной, чем на односкачковых радиолиниях.

Таким образом, предложенные в работе методы моделирования позволяют не только исследовать тонкую структуру дисперсионных характеристик радиолиний различной протяжённости и определять импульсные характеристики широкополосных ионосферных радиоканалов, но также дают возможность оценивать параметры ионосферных неоднородностей (l и $\Delta N/N$).

ВЫВОДЫ

1. Впервые показано, что наличие у дисперсионной кривой стационарных точек приводит к появлению пиков у функции $|h_i(t)|$ для каналов с коэффициентом дисперсии больше единицы. Количество пиков равно числу стационарных точек в полосе пропускания канала, а амплитуда и длительность определяются поведением дисперсионной кривой в окрестностях этих точек.

2. Проведён детальный анализ $|h_i(t)|$ для стационарных точек типа экстремум и перегиб. При кусочно-линейной аппроксимации дисперсионной кривой получены формулы для оценки положения пика, его высоты и длительности, а также высоты пьедестала. Оценены ошибки кусочно-линейного приближения.

3. Разработаны методики определения $|h_i(t)|$ для радиоканалов с различной рабочей частотой и полосой пропускания на основе использования непрерывных сигналов ЛЧМ-ионозондов. Показано, что частотным отсчётам спектра разностного сигнала соответствуют отсчёты функции $|h_i(t)|$ на шкале времени с масштабом $t = F/f$ для канала с полосой $\Delta f = fT_3$.

4. Построена модель среды распространения, объясняющая появление стационарных точек у дисперсионных характеристик радиолиний влиянием ионосферных неоднородностей на распространение радиоволн.

5. Разработаны методики оценки параметров (l , $\Delta N/N$) ионосферных неоднородностей по импульсным характеристикам широкополосных ионосферных каналов. На основе экспериментальных данных показано, что стационарные точки дисперсионных кривых создаются ионосферными неоднородностями с $l \sim 2 \div 5$ км, $\Delta N/N \sim 10^{-3}$.

Работа выполнялась при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (гранты № 99-02-17309, 00-02-31009).

ЛИТЕРАТУРА

1. Иванов В. А., Рябова Н. В., Шумаев В. В. Основы радиотехнических систем ДКМ диапазона: Учеб. пособие для студентов вузов. Йошкар-Ола: МарГТУ, 1999.
2. Гинзбург В. Л. Распространение электромагнитных волн в плазме. М.: Наука, 1967.
3. Гершман Б. Н., Ерухимов Л. М., Яшин Ю. Я. Волновые явления в ионосфере и космической плазме. М.: Наука, 1984.
4. Иванов В. А., Колчев А. А., Рябова Н. В., Шумаев В. В. // Проблемы дифракции и распространения волн: Межвуз. сб. М.: МФТИ, 1994. С. 62.
5. Иванов В. А., Колчев А. А., Морозов Н. К., Рябова Н. В., Шумаев В. В. Влияние дисперсионных искажений в ионосферном КВ-канале на оптимальную обработку широкополосных сигналов. Препринт № 64/1 МарПИ. Йошкар-Ола, 1993. 53 с.
6. Вакман Д. Е. Сложные сигналы и принципы неопределённости в радиолокации. М.: Сов. радио, 1965. 304 с.

7. Филипп Н. Д., Блаунштейн Н. Ш., Ерухимов Л. М., Иванов В. А., Урядов В. П. Современные методы исследования динамических процессов в ионосфере. Кишинёв.: Штиинца, 1991.
8. Дэвис К. Радиоволны в ионосфере. М.: Мир, 1973.

Марийский государственный технический университет,
г. Йошкар—Ола, Россия

Поступила в редакцию
30 августа 2000 г.

**ANALYZING THE FEATURES OF DISPERSION CHARACTERISTICS OF RADIO CHANNELS USING A CHIRP
IONOSONDE**

V. A. Ivanov, D. V. Ivanov, and A. A. Kolchev

It is shown that stationary points in dispersion characteristics of ionospheric HF radio channels can appear due to the effect of irregularities with scales $l \sim 2 - 5$ km and relative variations $\Delta N/N \sim 10^{-3}$ of the electron number density. These stationary points can give rise to peaks at impulse characteristics of wideband HF radio channels. The analytical formulas for estimation of the peak position, height, and duration are obtained. We develop and test experimentally the methods of determination of impulse characteristics of ionospheric HF radio channels with various operational frequencies and passbands using chirp-ionosonde signals, as well as the methods of estimation of the parameters l and $\Delta N/N$ of ionospheric irregularities.

УДК 550.388.2

ОСОБЕННОСТИ РАСПРОСТРАНЕНИЯ КОРОТКИХ РАДИОВОЛН НА СРЕДНЕШИРОТНОЙ И СУБАВРОРАЛЬНОЙ ТРАССАХ БОЛЬШОЙ ПРОТЯЖЁННОСТИ

В. П. Урядов¹, А. А. Понятов¹, С. В. Розанов², Н. П. Поддельский²,
И. Н. Поддельский², А. В. Цуканов²

Представлены результаты экспериментальных исследований особенностей распространения КВ сигналов при ЛЧМ-зондировании ионосферы на среднеширотной трассе Хабаровск—Нижний Новгород и субавроральной трассе Магадан—Нижний Новгород. Проведены измерения пространственной корреляции максимальной наблюдаемой частоты (МНЧ). Установлено, что в дневные часы (07:00—14:00 MSK) в спокойные дни с индексом магнитной активности $K_p \leq 2$ коэффициент корреляции составляет приблизительно $0,75 \div 0,95$. С ростом возмущённости при $K_p \geq 3$ коэффициент корреляции уменьшается до примерно $0,65 \div 0,8$. В вечерние и ночные часы (20:00—02:00 MSK) пространственная корреляция МНЧ заметно падает, а в ряде случаев меняет знак, что может указывать на различные механизмы формирования поля КВ сигнала на исследуемых трассах. Проведён анализ характеристик сигналов в зависимости от ориентации трасс относительно ионосферного провала. Показано, что в 20:00—02:00 MSK трасса Магадан—Нижний Новгород проходит вблизи северной стенки провала, а трасса Хабаровск—Нижний Новгород — вблизи южной стенки. В это время на среднеширотной трассе распространение радиоволн осуществлялось стандартным скачковым способом, а на субавроральной трассе — посредством верхней (педерсеновской) моды. Диффузность сигнала на трассе Магадан—Нижний Новгород примерно в 2—3 раза превышает диффузность сигнала на трассе Хабаровск—Нижний Новгород. Проведено сопоставление экспериментальных данных с результатами численного моделирования диффузности сигнала, обусловленной рассеянием радиоволн на ориентированных вдоль магнитного поля ионосферных неоднородностях, расположенных вблизи южной границы аврорального овала.

ВВЕДЕНИЕ

Развитая неоднородная структура высокоширотной ионосферы оказывает существенное влияние на характеристики КВ сигналов [1, 2]. Сочетание интенсивных крупно- и мелкомасштабных неоднородностей приводит к сложной картине распространения радиоволн, вызывая фокусировку (дефокусировку) сигналов, вариации углов прихода, рассеяние радиоволн, смену механизмов распространения и другие эффекты. Важную роль в формировании поля КВ сигналов на протяжённых субавроральных трассах играет рассеяние радиоволн на ионосферных неоднородностях. С одной стороны, рассеяние приводит к многолучёвости и, как следствие, к замиранию, диффузности и ослаблению сигналов. С другой стороны, во время геомагнитных возмущений возрастает интенсивность неоднородностей и увеличивается вероятность реализации волноводных мод, возбуждаемых за счёт рассеяния на мелкомасштабных неоднородностях. Например, такой эффект наблюдался на трансэкваториальной трассе Алис Спрингс (Австралия)—Йошкар-Ола, когда радиоволны, захваченные в ионосферный волновод в результате рефракции в области с отрицательным градиентом электронной концентрации, выводились из канала посредством рассеяния на мелкомасштабных неоднородностях субавроральной ионосферы [3].

В период магнитных бурь, сопровождающихся генерацией перемещающихся ионосферных возмущений, может происходить деформация и расслоение ионосферных слоёв [4]. Это способствует образованию флуктуационного волновода в окрестности максимума слоя и созданию благоприятных условий для дальнего распространения моды Педерсена. Экспериментальные и теоретические исследования подтверждают возможность стабилизации моды Педерсена при наличии ионосферных возмущений естественного и искусственного происхождения [5, 6].

Широкие возможности для изучения влияния неоднородностей различного масштаба на механизм формирования поля КВ сигналов на трассах большой протяжённости открылись благодаря российской сети ЛЧМ-ионозондов. Геометрия расположения ЛЧМ-ионозондов позволяет исследовать влияние неоднородностей высокоширотной ионосферы на характеристики КВ сигналов на радиолиниях в азиатском долготном секторе. Согласно многочисленным измерениям (см., например, [7] и цитируемую там литературу) граница интенсивных неоднородностей, отделяющая ионосферу высоких широт от более регулярной среднеширотной ионосферы, в среднем совпадает с экваториальной границей аврорального овала и проходит вблизи северной стенки главного ионосферного провала. Северная стенка провала характеризуется большим градиентом электронной концентрации (распределение последней имеет вид «утёса»). Градиенты и дрейфы, связанные с провалом, обуславливают образование источников энергии для роста неоднородностей через процессы плазменных неустойчивостей. Одновременные наблюдения на субавроральной (Магадан—Нижний Новгород) и среднеширотной (Хабаровск—Нижний Новгород) трассах ЛЧМ-зондирования, проходящих соответственно вблизи северной и южной стенок провала, позволяют исследовать динамику границ провала в различных геофизических условиях и оценить влияние градиентов ионизации и мелкомасштабной турбулентности на характеристики КВ сигнала. Следует отметить также практический аспект данной проблемы с точки зрения пространственной экстраполяции параметров ионосферного КВ канала на соседние радиолинии. Это особенно актуально для высокоширотных каналов КВ радиосвязи, слабо оснащённых средствами диагностики.

В настоящей работе представлены экспериментальные данные по сравнению характеристик КВ сигналов на трассах Хабаровск—Нижний Новгород и Магадан—Нижний Новгород и проведено сопоставление с результатами моделирования.

ЭКСПЕРИМЕНТ И МОДЕЛИРОВАНИЕ

Наблюдения проводились в ноябре и декабре 1998 г., феврале, марте и мае 1999 г. на трассах ЛЧМ-зондирования Магадан—Нижний Новгород и Хабаровск—Нижний Новгород. Данные периоды характеризовались средним уровнем солнечной активности (среднемесячный индекс $F_{10,7}$ менялся в пределах от 137 до 148). ЛЧМ-зондирование осуществлялось в диапазоне частот 4÷30 МГц. Скорость перестройки частоты составляла 100 кГц/с. Передатчики работали круглосуточно в 15-минутном режиме. По данным зондирования определялись максимальные (МНЧ) и наименьшие (ННЧ) наблюдаемые частоты различных мод сигнала, диффузность сигналов, диапазон частот моды Педерсена, амплитудные характеристики и другие параметры. В статье основное внимание будет уделено результатам исследования влияния главного ионосферного провала на характеристики КВ сигналов на данных трассах. Трассы Магадан—Нижний Новгород и Хабаровск—Нижний Новгород имеют близкую протяжённость (около 5 900 км), но по-разному ориентированы относительно провала. Расстояние между передающими пунктами около 1 700 км. Положение трасс относительно провала для различного времени суток при разных индексах магнитной активности K_p схематически показано на рис. 1. Положение провала рассчитано по модели [8]. Двойной штриховкой отмечено дно провала. Как видно из рис. 1, в вечерние и ночные часы трасса Магадан—Нижний Новгород проходит вблизи северной стенки провала, а трасса Хабаровск—Нижний Новгород — вблизи южной стенки.

На рис. 2 представлены графики суточного хода МНЧ на трассах Магадан—Нижний Новгород и Хабаровск—Нижний Новгород для различных сезонов. Как видно из рисунка, с ноября по март наблюдается чёткий суточный ход МНЧ с максимумом в предполуденные часы (09:00—13:00 MSK) и широким минимумом в вечерние и ночные часы (17:00—03:00 MSK). Для мая характерно выравнивание МНЧ, когда в дневные часы МНЧ уменьшается, а в вечерние и ночные часы увеличивается. В это время года, близкое к летнему солнцестоянию, обе трассы освещены практически полное время суток,

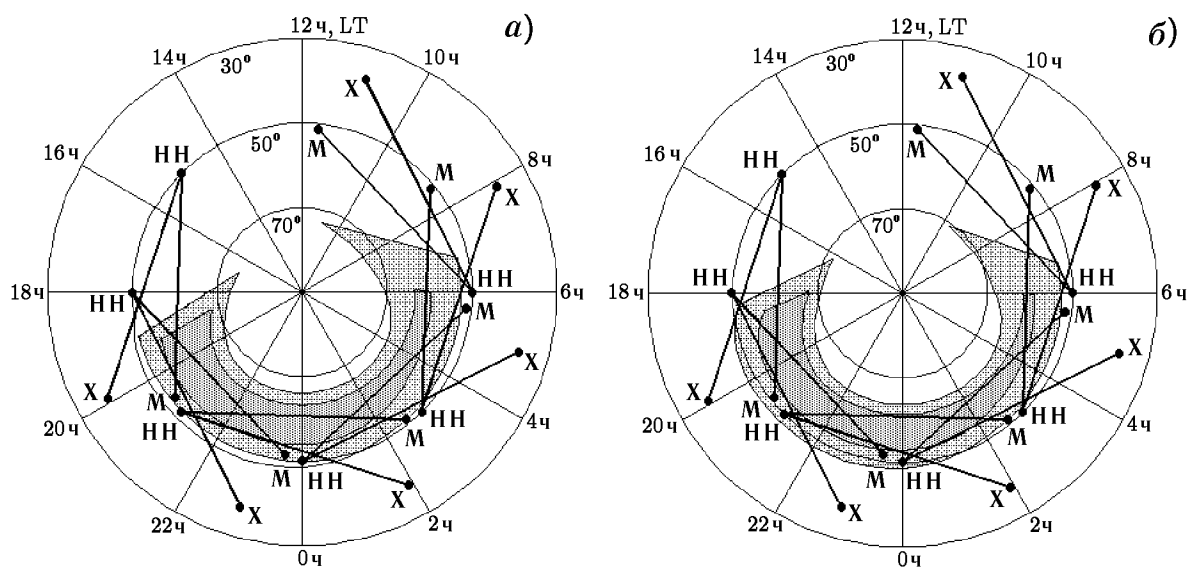


Рис. 1. Геометрия трасс Хабаровск—Нижний Новгород и Магадан—Нижний Новгород относительно главного ионосферного провала, представленного в геомагнитных координатах (*a* — $K_p = 1$, *b* — $K_p = 3$). М, НН и X обозначают соответственно Магадан, Нижний Новгород и Хабаровск

и определяющее влияние на распределение электронной концентрации оказывают процессы фотоионизации.

Важную информацию о динамике ионосферных процессов дают измерения пространственно-временных корреляционных связей параметров регистрируемого КВ сигнала в различных геофизических условиях. Согласно полученным данным в дневные часы (07:00–14:00 MSK) поведение МНЧ на двух трассах хорошо коррелирует. Во многих случаях корреляцию можно считать линейной. В спокойные дни (с $K_p \leq 2$) для всех сезонов пространственный коэффициент корреляции МНЧ достаточно высок и составляет приблизительно $0,75 \div 0,95$. С ростом магнитной возмущённости наблюдается тенденция к отклонению корреляции от линейной и к уменьшению коэффициента корреляции до значений $0,82 \div 0,65$. В переходное время суток (15:00–19:00 MSK), а также в вечерние и ночные часы (20:00–02:00 MSK) увеличивается число случаев, когда корреляция МНЧ заметно отличается от линейной; коэффициент корреляции в отдельные дни падает до $0,2 \div 0,3$, а в некоторых случаях даже меняет знак. В это время субавроральная трасса Магадан—Нижний Новгород пересекает провал, и на характеристики сигнала существенное влияние оказывают градиенты ионизации и турбулентность на стенках провала. Поэтому уменьшение корреляции и смена её знака могут указывать на различные механизмы формирования поля КВ сигналов на субавроральной и среднеширотной трассах. Заметим, что измерения пространственной корреляции МНЧ на протяжённых среднеширотных трассах также указывает на уменьшение корреляции с ростом магнитной возмущённости [9]. Однако минимальный коэффициент корреляции ρ не опускался ниже $0,5 \div 0,7$ и случаи смены знака ρ не были зарегистрированы.

Подтверждением предположения о различных механизмах формирования поля сигнала на субавроральной и среднеширотной трассах могут служить результаты наблюдений модовой структуры сигналов. На трассе Магадан—Нижний Новгород структура сигнала заметно изменяется при прохождении области провала. В дневные часы (07:00–14:00 MSK), когда трасса Магадан—Нижний Новгород лежит вне провала (см. рис. 1), распространение коротких радиоволн осуществляется стандартным скачковым способом. С попаданием трассы в зону провала (примерно с 14:00–15:00 MSK) происходит резкое уменьшение МНЧ (за счёт уменьшения концентрации электронов в области провала). В то же время на среднеширотной трассе Хабаровск—Нижний Новгород такого резкого перепада нет, хотя

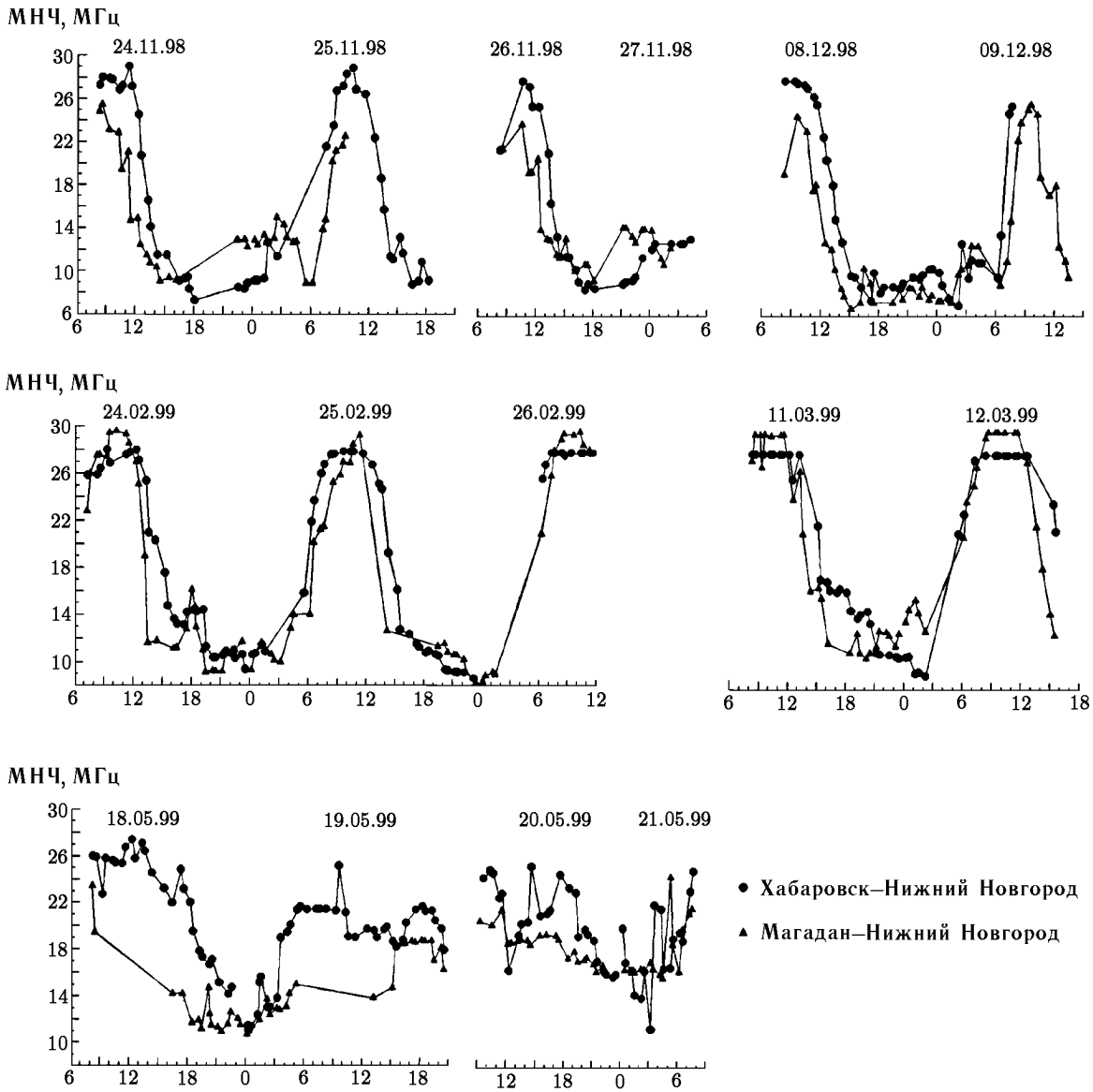


Рис. 2. Суточный ход МНЧ на трассах Хабаровск—Нижний Новгород и Магадан—Нижний Новгород для различных сезонов. По горизонтальной оси отложено местное время в точке приёма (MSK) в часах

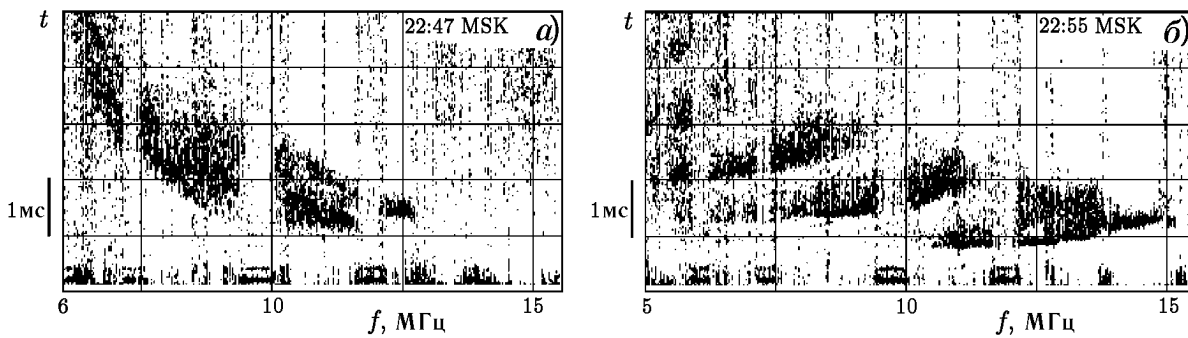


Рис. 3. Ионограммы наклонного зондирования, полученные 18.05.99 на двух трассах одинаковой протяжённости и различной ориентации относительно ионосферного провала (*a* — Магадан—Нижний Новгород; *б* — Хабаровск—Нижний Новгород)

также имеет место уменьшение МНЧ, связанное с общим суточным ходом критических частот. С переходом к вечерним часам, начиная приблизительно с 19:00–20:00 MSK и до примерно 02:00 MSK характер сигнала на трассе Магадан—Нижний Новгород заметно изменяется. Растёт вероятность появления педерсеновской моды распространения, сигнал становится диффузным. Пример такого сигнала показан на рис. 3. Видно, что на трассе Хабаровск—Нижний Новгород распространение осуществлялось скачковым способом (см. рис. 3б), а на трассе Магадан—Нижний Новгород — посредством верхнего (педерсеновского) луча с сильно выраженной диффузностью (см. рис. 3а). Следует заметить, что такой вид ионограмм в вечерние часы на субавроральной трассе Магадан—Нижний Новгород был типичен для всех сезонов (см. рис. 4). Из рис. 4 видно, что на данной трассе превалирует распространение верхним лучом, для которого характерно уменьшение времени группового запаздывания с ростом частоты.

Известно, что диффузность сигнала определяется многолучевостью, вызванной рассеянием радиоволн, и может служить индикатором интенсивности неоднородностей. Мы провели анализ степени диффузности принимаемого сигнала (уширения Δt времени групповой задержки) для моды с наименьшей кратностью. Суточный ход данных по диффузности сигнала для обеих трасс показан на рис. 5. Здесь объединены все данные, полученные в различные сезоны. Из рисунка видно, что диффузность сигнала минимальна в предполуденные и полуденные часы (07:00–14:00 MSK) и составляет в среднем примерно 0,18 мс. В вечерние, ночные и утренние часы диффузность возрастает на обеих трассах. Эффект более сильно выражен на трассе Магадан—Нижний Новгород, где уширение групповой задержки достигает $0,5 \div 0,7$ мс. Заметим, что измеренные значения уширения сигнала совпадают с данными, полученными на трансавроральной трассе между Гренландией и Исландией [10]. Чтобы оценить влияние возмущённости ионосферы на диффузность сигнала данные были разделены на две группы, полученные в спокойных условиях ($K_p \leq 2$) и во время магнитных возмущений ($K_p \geq 3$). Эти данные для дневных (07:00–14:00 MSK) и вечерних, ночных, утренних (14:00–07:00 MSK) интервалов времени приведены в виде гистограмм на рис. 6. Как можно видеть из рисунка, в дневные часы зависимость диффузности сигнала от индекса K_p выражена слабо как на среднеширотной, так и на субавроральной трассах. В вечерние и ночные часы имеется довольно чёткая зависимость: с ростом K_p диффузность увеличивается. На субавроральной трассе Магадан—Нижний Новгород эффект более сильный, что свидетельствует о более развитой турбулентности в окрестности провала.

Согласно современным представлениям [7, 11], вблизи экваториального края аврорального овала

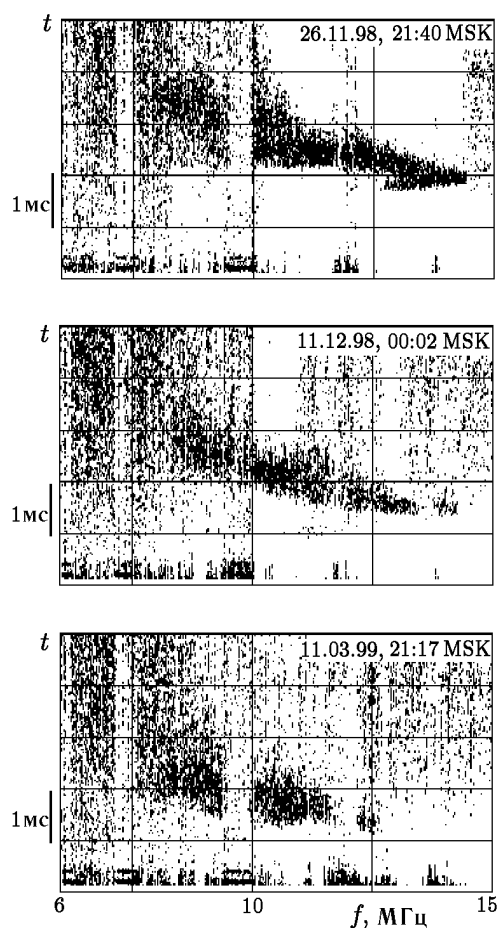


Рис. 4. Типичные примеры ионограмм наклонного зондирования, зарегистрированные в вечерние и ночные часы на трассе Магадан—Нижний Новгород в различные сезоны наблюдений

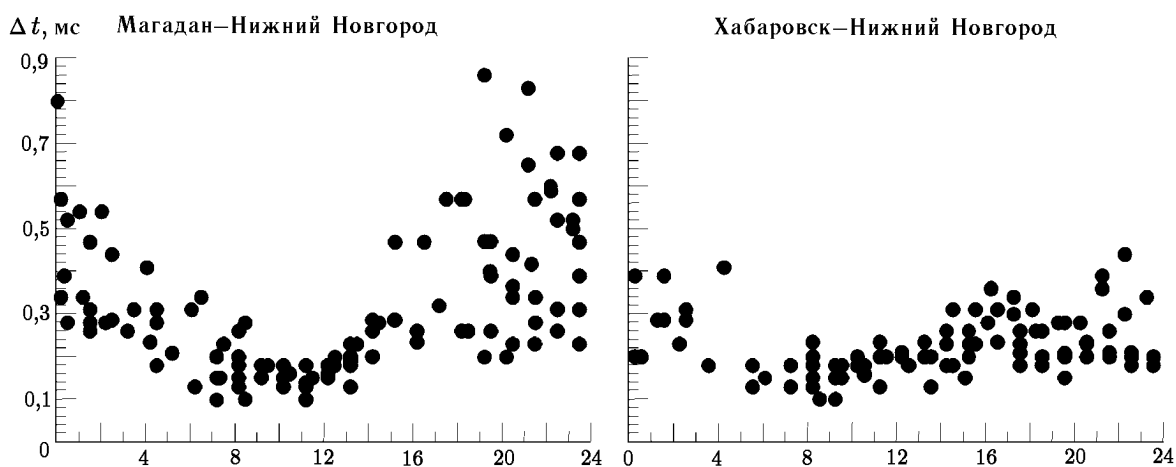


Рис. 5. Суточный ход диффузности сигналов на двух трассах наклонного зондирования. По горизонтальной оси отложено местное время в точке приёма (MSK) в часах

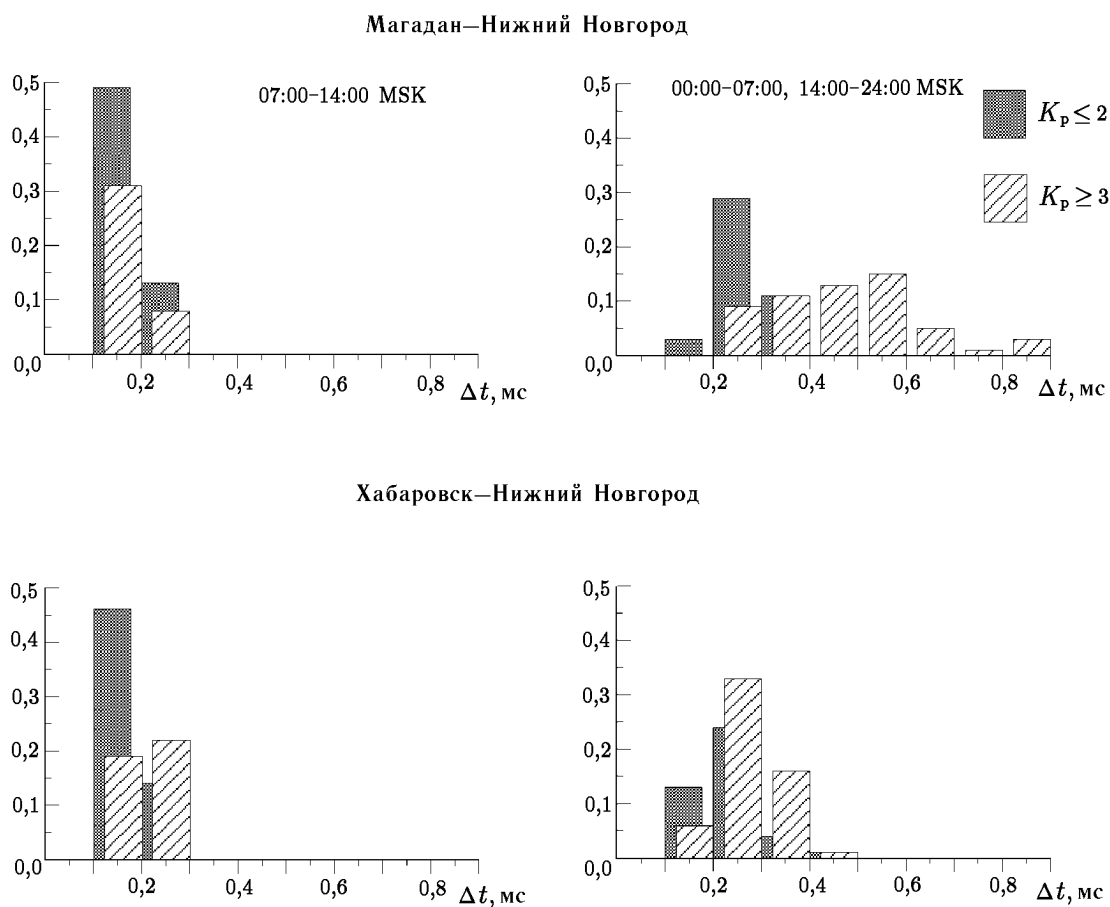


Рис. 6. Гистограммы распределения диффузности для спокойных ($K_p \leq 2$) и возмущённых ($K_p \geq 3$) условий на среднширотной и субавральной трассах

на границе с северной стенкой провала существуют структурированные области ионосферы с размерами около 100 км с резким горизонтальным градиентом электронной концентрации (так называемые глобулы), являющиеся источником широкого спектра неоднородностей, ответственных за мерцания и обратное рассеяние сигналов высокоширотных КВ радаров. Мы полагаем, что диффузность сигнала может быть обусловлена рассеянием радиоволн на интенсивных ориентированных вдоль магнитного поля неоднородностях, существующих внутри таких структур. В пользу этого предположения свидетельствует уменьшение диффузности сигнала в дневные часы, что согласуется с ослаблением эффекта рассеяния КВ сигналов на таких неоднородностях в дневные часы в высокоширотной ионосфере [12].

Мы провели численное моделирование влияния рассеяния радиоволн на ориентированных вдоль магнитного поля неоднородностях на диффузность сигнала на трассе Магадан—Нижний Новгород. Моделировалось распространение радиоволн на участке трассы протяжённостью 2 000 км, прилегающем к северной границе провала (второй скачок моды $3F_2$, наиболее типичной для данной трассы). Область с неоднородностями задавалась на южной границе аврорального овала в виде диска радиуса 75 км на высотах F -слоя ионосферы, заполненного ориентированными вдоль магнитного поля неоднородностями с поперечным размером l_{\perp} , определяемым из брэгговского условия $l_{\perp} = \lambda/[2 \sin(\theta/2)]$, где λ — длина волны, θ — угол рассеяния. Проекция центра диска на поверхность Земли имеет следующие географические координаты: долгота $\Lambda = 110^\circ$, широта $\varphi = 70^\circ$ ($\varphi_{\text{магн}} = 65^\circ$). Для условий эксперимента ($f \sim 8 \div 10$ МГц, $\theta \sim 10 \div 15^\circ$) получаем $l_{\perp} \sim 100 \div 150$ м. Результаты моделирования для ночных условий (04:00 MSK) представлены на рис. 7. Здесь показана синтезированная ионограмма для спокойной ионосферы (точки) и ионограмма, рассчитанная с учётом рассеяния радиоволн на ориентированных вдоль магнитного поля неоднородностях аврорального овала (крестики). Видно, что рассеяние приводит к уширению следа во всей полосе частот, что в большинстве случаев наблюдается в эксперименте. При этом рассчитанная диффузность сигнала (примерно $0,35 \div 0,5$ мс) хорошо согласуется с экспериментальными данными (см. рис. 5, 6). Таким образом, рассеяние радиоволн на ориентированных вдоль магнитного поля неоднородностях авроральной зоны, по всей вероятности, является одним из основных факторов, ответственных за диффузность КВ сигналов на трансполярных трассах.

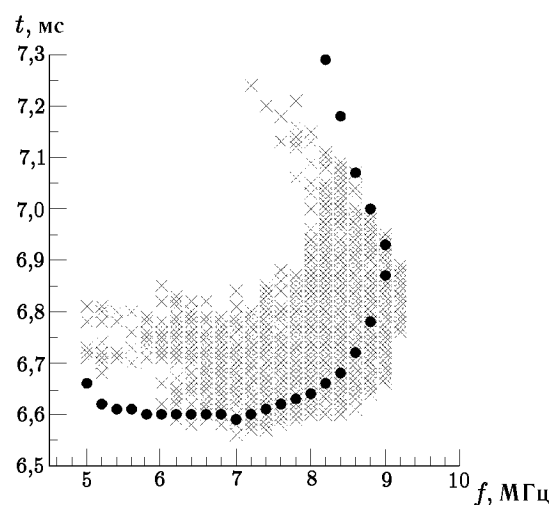


Рис. 7. Синтезированные ионограммы для участка субавроральной трассы Магадан—Нижний Новгород, прилегающего к северной границе провала, в спокойной ионосфере (точки) и с учётом рассеяния на ориентированных вдоль магнитного поля неоднородностях авроральной зоны (крестики)

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Одновременные наблюдения характеристик КВ сигналов в широкой полосе частот зондирования на субавроральной и среднеширотной трассах, проходящих вблизи северной и южной стенок ионосферного провала, позволяют исследовать динамику границ провала, степень его турбулизации в различных геофизических условиях. Кроме того, такие наблюдения дают возможность измерять пространственную корреляцию основных параметров ионосферного КВ канала, являющуюся критерием устойчивости ионосферы. Результаты измерений пространственной корреляции, например, МНЧ, как

наиболее важного параметра канала, могут быть использованы для экстраполяции МНЧ с контрольной трассы на соседние высокоширотные радиополосы, не оснащённые средствами диагностики.

Согласно полученным данным о характеристиках КВ сигнала на субавроральной трассе северная стенка провала заметно более турбулизована по сравнению с ионосферной плазмой в окрестности южной границы провала. Эти результаты согласуются с радарными измерениями в высокоширотной ионосфере [11, 13]. Наблюдаемая величина диффузности сигнала хорошо объясняется, если учесть рассеяние радиоволн на ориентированных вдоль магнитного поля неоднородностях, расположенных на южной границе аврорального овала, где согласно современным представлениям ионосферная плазма сильно структурирована и существуют глобулы с резкими границами, содержащие неоднородности широкого спектра масштабов (от долей метра до единиц и десятков километров [7]). Кроме того, следует иметь в виду, что наличие в авроральной области глобул с сильным горизонтальным градиентом с размерами больше зоны Френеля может приводить к многолучёвости и уширению сигнала за счёт бокового отражения на таких крупномасштабных структурах. Развитая неоднородная структура высокоширотной ионосферы оказывает существенное влияние на формирование поля КВ сигналов. В частности, в вечерние и ночные часы на субавроральной трассе большой протяжённости Магадан—Нижний Новгород, проходящей вдоль северной стенки провала, превалирует распространение посредством моды Педерсена, что подтверждает полученные ранее экспериментальные и теоретические результаты о стабилизации моды Педерсена при распространении коротких радиоволн в возмущённой ионосфере [5].

В заключение заметим, что исследования распространения КВ сигналов в азиатском долготном секторе на базе российской сети ЛЧМ-иозондов планируется продолжить в период высокой солнечной активности, что позволит получить полный набор репрезентативных данных для построения прогностической модели тонкой структуры ионосферного провала, оказывающего существенное влияние на работу радиотехнических систем различного назначения.

Авторы благодарят В. И. Куркина и В. Е. Носова за помощь в проведении эксперимента. Работа выполнялась при поддержке РФФИ (проект № 98–02–16023).

ЛИТЕРАТУРА

1. Hunsucker R. D., Bates H. F. // *Radio Sci.* 1969. V. 4, No. 4. P. 347.
2. Благовещенский Д. В., Жеребцов Г. А. Высокоширотные геофизические явления и прогнозирование коротковолновых радиоканалов. М.: Наука, 1987. 272 с.
3. Понятов А. А., Урядов В. П. и др. // *Изв. вузов. Радиофизика.* 1999. Т. 42, № 12. С. 1136.
4. Bowman G. G., Clarke R. H., Meehan D. H. // *J. Atm. Terr. Phys.* 1988. V. 50, No. 9. P. 797.
5. Erukhimov L. M., Uryadov V. P. et al. // *Waves in random media.* 1997. V. 7, No. 4. P. 531.
6. Егоров И. Б., Ерёмченко В. А. и др. // *Геомагнетизм и аэрономия.* 2000. Т. 40, № 2. С. 34.
7. Tsunoda R. T. // *Rev. Geophys.* 1988. V. 26, No. 4. P. 719.
8. Halcrow B. W., Nisbet J. S. // *Radio Sci.* 1977. V. 12, No. 5. P. 815.
9. Ivanov A. V., Ryabova N. V., Shumaev V. V., Uryadov V. P. // *Radio Sci.* 1997. V. 32, No. 3. P. 983.
10. Wagner L. S., Goldstein J. A., Rupar M. A., Kennedy E. J. // *Radio Sci.* 1995. V. 30, No. 3. P. 659.
11. Ruohoniemi J. M., Greenwald R. A. // *Radio Sci.* 1997. V. 32. P. 1051.
12. Bates H. F. // *J. Geophys. Res.* 1960. V. 65, No. 7. P. 1993.
13. Moller H. G., Tauriainen A. // *J. Atm. Terr. Phys.* 1975. V. 37. P. 161.

¹ Научно-исследовательский радиофизический институт,
г. Нижний Новгород, Россия

Поступила в редакцию
3 августа 2000 г.

² Институт космических исследований и распространения
радиоволн ДВО РАН,
пос. Паратунка Камчатской обл., Россия

FEATURES HF-RADIOWAVE PROPAGATION ON MIDLATITUDE AND SUBAURORAL LONG-DISTANCE PATHS

V. P. Uryadov, A. A. Ponyatov, S. V. Rozanov, N. P. Poddel'ski, I. N. Poddel'ski, and A. V. Tsukanov

We present experimental results on HF-radiowave propagation features for the midlatitude Khabarovsk–Nizhny Novgorod and subauroral Magadan–Nizhny Novgorod paths using chirp ionospheric sounding. The spatial correlation of the maximum observed frequency (MOF) is measured. It is found that at 07:00–14:00 MT in quiet days with a magnetic activity index $K_p \leq 2$ the correlation coefficient is about 0.75–0.95. With increase in disturbance for $K_p \geq 3$, the correlation coefficient decreases to about 0.65–0.8. In the evening and night hours (20:00–02:00 MT), the MOF spatial correlation decreases considerably, and reverses sign in some cases, which can be an indication of the different mechanisms of HF-signal field formation on the paths considered. Signal characteristics as functions of the path orientation relative to the ionospheric trough are analyzed. It is shown that at 20:00–02:00 MT, the Magadan–Nizhny Novgorod path passes near the northern wall and the Khabarovsk–Nizhny Novgorod path passes near the southern wall of the trough. At that time, the HF propagation was implemented through standard hop modes on the midlatitude path and through the high-angle ray (Pedersen mode) on the subauroral path. The signal diffusivity on the Magadan–Nizhny Novgorod path exceeds by about two or three times the signal diffusivity on the Khabarovsk–Nizhny Novgorod path. The experimental data are compared with the results of simulation of the signal diffusivity due to radiowave scattering by the magnetic field-aligned ionospheric irregularities located in the vicinity of the southern boundary of the auroral oval.

УДК 537.874.6

ДИФРАКЦИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН НА АНТЕННОЙ РЕШЁТКЕ С ЯЧЕЙКАМИ В ФОРМЕ КОАКСИАЛЬНЫХ ОТВЕРСТИЙ

З. И. Сикмашвили, И. З. Сикмашвили, О. П. Цагарейшвили

Получено точное решение задачи дифракции плоской электромагнитной волны на антенной решётке, состоящей из металлического экрана с ячейками в форме коаксиальных волноводов конечной длины. Исследуется зависимость модуля коэффициента прохождения и отражения от параметров решётки.

В антенной и других областях техники СВЧ значительный интерес представляет исследование плоских антенных решёток с различными видами ячеек [1]. В данной работе предложен метод решения задачи дифракции плоской электромагнитной волны на антенной решётке, основанный на адекватном представлении поля в различных физически однородных областях, что позволяет рассматривать задачу без каких-либо ограничений на параметры решётки.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим перфорированный металлический экран конечной толщины с коаксиальными отверстиями (см. рис. 1). Здесь d и l — периоды решётки вдоль осей x и y , s — толщина экрана, a и b — внешний и внутренний радиусы коаксиала.

Предположим, что со стороны положительных значений z на систему под произвольным углом падает плоская электромагнитная волна с компонентами

$$\begin{aligned} H_{0x} &= -\frac{\alpha_1 \alpha_2}{\sqrt{1 - \alpha_2^2}} e^{i\beta(x,y,z)}, & E_{0x} &= -\frac{\alpha_3 W}{\sqrt{1 - \alpha_2^2}} e^{i\beta(x,y,z)}, \\ H_{0y} &= \sqrt{1 - \alpha_2^2} e^{i\beta(x,y,z)}, & E_{0y} &= 0, \\ H_{0z} &= -\frac{\alpha_2 \alpha_3}{\sqrt{1 - \alpha_2^2}} e^{i\beta(x,y,z)}, & E_{0z} &= -\frac{\alpha_1 W}{\sqrt{1 - \alpha_2^2}} e^{i\beta(x,y,z)}, \end{aligned} \quad (1)$$

где $\beta(x, y, z) = k(\alpha_1 x + \alpha_2 y + \alpha_3 z)$; α_1 , α_2 и α_3 — направляющие косинусы ($\alpha_1^2 + \alpha_2^2 + \alpha_3^2 = 1$), определяемые с помощью угла падения φ и угла наклона ψ вектора магнитного поля \mathbf{H} к плоскости xz : $\alpha_1 = \sin \varphi \sin \psi$, $\alpha_2 = \cos \psi$, $\alpha_3 = -\cos \varphi \sin \psi$ ($0 < \psi \leq 90^\circ$; $0 \leq \varphi < 90^\circ$); $W = \sqrt{\mu/\varepsilon}$; $k = \omega \sqrt{\varepsilon\mu}$; ω — круговая частота падающего излучения; ε и μ — электрическая и магнитная проницаемости свободного пространства, $\mathbf{\Pi}$ — вектор Пойнтинга падающей волны (см. рис. 1).

Для анализа рассматриваемой структуры, в соответствии с методом частичных областей [2–4] разобьём исследуемое пространство на подобласти, представляющие собой отрезки регулярных линий передачи. Границами подобластей являются плоскости $z = 0$ и $z = -s$, перпендикулярные оси z . Исходя из геометрии решётки в каждой из выделенных подобластей, поля представляются в виде суперпозиции падающих и отражённых волн конкретного отрезка линии передачи, в виде двойных рядов Фурье с соответствующими неизвестными коэффициентами [5–9]:

$$\begin{aligned} H_{1x} &= H_{0x} + \sum_{m,n} B_{mn} e^{\psi_{mn}}, & H_{1y} &= H_{0y} + \sum_{m,n} A_{mn} e^{\psi_{mn}}, & H_{1z} &= H_{0z} + \sum_{m,n} C_{mn} e^{\psi_{mn}}, & z &\geq 0; \\ H_{3x} &= \sum_{m,n} \tilde{B}_{mn} e^{\varphi_{mn}}, & H_{3y} &= \sum_{m,n} \tilde{A}_{mn} e^{\varphi_{mn}}, & H_{3z} &= \sum_{m,n} \tilde{C}_{mn} e^{\varphi_{mn}}, & z &\leq -s; \end{aligned} \quad (2)$$

$$\mathbf{H}_2 = \sum_{j=1}^2 \sum_{p,q=0}^{\infty} \left[X_{pq}^{(j)} \exp(\gamma^{(j)} z) + Y_{pq}^{(j)} \exp(-\gamma^{(j)} z) \right] \Phi_{pq}^{(j)}(\alpha, \beta), \quad 0 \leq z \leq -s. \quad (3)$$

Здесь $m, n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$;

$$\begin{aligned} \psi_{mn} &= i(h_m x + h_n y + h_{mn} z), \\ \varphi_{mn} &= i(h_m x + h_n y - h_{mn}(z + s)); \\ h_m &= k\alpha_1 + 2\pi m/d, \\ h_n &= k\alpha_2 + 2\pi n/l, \\ h_{mn} &= \sqrt{k^2 - h_m^2 - h_n^2}, \end{aligned}$$

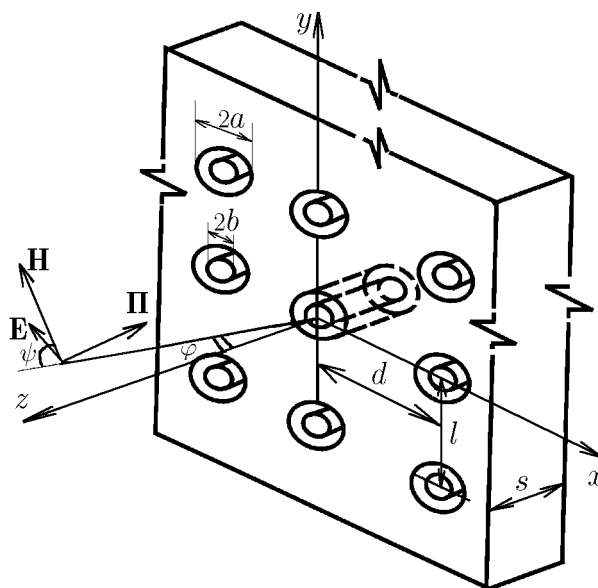


Рис. 1

($\text{Re } h_{mn} > 0$; если же $\text{Re } h_{mn} = 0$, то $\text{Im } h_{mn} = 0$); $\gamma^j = \sqrt{k_{j pq}^2 - \epsilon_r k^2}$, ϵ_r — относительная диэлектрическая проницаемость среды внутри отверстий, $k_{j pq}^2$ — собственные значения, а $\Phi_{pq}^{(j)}(\alpha, \beta)$ — собственные функции волноводов рассматриваемой конфигурации (индекс $j = 1$ соответствует волнам E -типа, а $j = 2$ — волнам H -типа).

2. КЛЮЧЕВАЯ СИСТЕМА АЛГЕБРАИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ

Неизвестные коэффициенты в выражениях (2) и (3) определяются путём сшивания решений в плоскостях $z = 0$ и $z = -s$ и из граничных условий на поверхности металла. Выполняя эти условия, приходим к функциональным уравнениям, которые методом моментов трансформируются в бесконечные системы линейных алгебраических уравнений фредгольмовского типа:

$$\begin{aligned} \lambda_{\nu\mu} Z_{\nu\mu}^{\pm} + G_{\nu\mu} t_{\nu\mu}^{\pm} - r_{\nu\mu} \sum_{m,n=-\infty}^{+\infty} \left(D_{mn}^{(3)} t_{mn}^{\pm} + D_{mn}^{(4)} Z_{mn}^{\pm} \right) &= 0, \\ P_{\nu\mu} Z_{\nu\mu}^{\pm} + \lambda_{\nu\mu} t_{\nu\mu}^{\pm} - r_{\nu\mu} \sum_{m,n=-\infty}^{+\infty} \left(D_{mn}^{(1)} t_{mn}^{\pm} + D_{mn}^{(2)} Z_{mn}^{\pm} \right) &= V_{\nu\mu}, \end{aligned} \quad (4)$$

где $\nu, \mu = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$,

$$P_{\nu\mu} = H_{\nu\mu}^2 + H_{\mu}^2, \quad G_{\nu\mu} = H_{\nu\mu}^2 + H_{\nu}^2, \quad \lambda_{\nu\mu} = H_{\nu} H_{\mu}, \quad r_{\nu\mu} = \frac{\pi i H_{\nu\mu} \theta_1 \theta_2}{\epsilon_r},$$

$$\begin{aligned} D_{mn}^{(1,2)} = \pm \sum_{p,q=0}^{\infty} \left\{ \left(U_{pq\nu\mu}^{(1)} - \sigma_{\nu\mu} \widehat{U}_{pq\nu\mu}^{(1)} \right) \left(U_{pqmn}^{(1,2)} - \sigma_{mn} \widehat{U}_{pqmn}^{(1,2)} \right) L_{\nu\mu mn}^{(p,q)} + \right. \\ \left. + \left(W_{pq\nu\mu}^{(1)} - p\sigma_{\nu\mu} \widehat{W}_{pq\nu\mu}^{(1)} \right) \left(W_{pqmn}^{(1,2)} - p\sigma_{mn} \widehat{W}_{pqmn}^{(1,2)} \right) L_{\nu\mu mn}^{pq} \right\}, \end{aligned}$$

$$L_{\nu\mu mn}^{pq} = \frac{\Gamma_{pq} \left(\begin{matrix} \text{th}(\pi\delta\Gamma_{pq}) \\ \text{cth}(\pi\delta\Gamma_{pq}) \end{matrix} \right)}{\left(\sigma_{\nu\mu}^2 - \rho_{1pq}^2 \right) \left(\sigma_{mn}^2 - \rho_{1pq}^2 \right) \left[Z_{p+1}^2(\rho_{1pq}) - \tau^2 \widehat{Z}_{p+1}^2(\tau\rho_{1pq}) \right]},$$

$$\widehat{L}_{\nu\mu mn}^{pq} = \frac{\varepsilon_r \left(\begin{matrix} \text{th}(\pi\delta\widetilde{\Gamma}_{pq}) \\ \text{cth}(\pi\delta\widetilde{\Gamma}_{pq}) \end{matrix} \right)}{\widetilde{\Gamma}_{pq} \left(\sigma_{\nu\mu}^2 - \rho_{2pq}^2 \right) \left(\sigma_{mn}^2 - \rho_{2pq}^2 \right) \left[\left(p^2 - \rho_{2pq}^2 \right) Z_p^2(\rho_{2pq}) - \left(p^2 - \tau^2 \rho_{2pq}^2 \right) \widehat{Z}_p^2(\tau\rho_{2pq}) \right]},$$

$$U_{pqmn}^{(1,2)} = (p-1) \left\{ \begin{matrix} Q_E \\ Q'_E \end{matrix} [(p-1) \alpha_{mn}] [J_{p-1}(\sigma_{mn})Z_{p+1}(\rho_{1pq}) - J_{p-1}(\tau\sigma_{mn})Z_{p+1}(\tau\rho_{1pq})] \right\} \pm \\ \pm (p+1) \left\{ \begin{matrix} Q_E \\ Q'_E \end{matrix} [(p+1) \alpha_{mn}] [J_{p+1}(\sigma_{mn})Z_{p+1}(\rho_{1pq}) - J_{p+1}(\tau\sigma_{mn})Z_{p+1}(\tau\rho_{1pq})] \right\},$$

$$\widehat{U}_{pqmn}^{(1,2)} = (p-1) \left\{ \begin{matrix} Q_E \\ Q'_E \end{matrix} [(p-1) \alpha_{mn}] [J'_{p-1}(\sigma_{mn})Z_{p+1}(\rho_{1pq}) - J'_{p-1}(\tau\sigma_{mn})Z_{p+1}(\tau\rho_{1pq})] \right\} \pm \\ \pm (p+1) \left\{ \begin{matrix} Q_E \\ Q'_E \end{matrix} [(p+1) \alpha_{mn}] [J'_{p+1}(\sigma_{mn})Z_{p+1}(\rho_{1pq}) - J'_{p+1}(\tau\sigma_{mn})Z_{p+1}(\tau\rho_{1pq})] \right\},$$

$$W_{pqmn}^{(1,2)} = \left\{ \begin{matrix} Q'_H \\ Q_H \end{matrix} [(p-1) \alpha_{mn}] [\xi_{pq}^{(1)} J_{p-1}(\sigma_{mn}) \widehat{Z}_p(\rho_{2pq}) - \zeta_{pq}^{(1)} J_{p-1}(\tau\sigma_{mn}) \widehat{Z}_p(\tau\rho_{2pq})] \right\} \pm \\ \pm \left\{ \begin{matrix} Q'_H \\ Q_H \end{matrix} [(p+1) \alpha_{mn}] [\xi_{pq}^{(2)} J_{p+1}(\sigma_{mn}) \widehat{Z}_p(\rho_{2pq}) - \zeta_{pq}^{(2)} J_{p+1}(\tau\sigma_{mn}) \widehat{Z}_p(\tau\rho_{2pq})] \right\},$$

$$\widehat{W}_{pqmn}^{(1,2)} = \left\{ \begin{matrix} Q'_H \\ Q_H \end{matrix} [(p-1) \alpha_{mn}] [\xi_{pq}^{(1)} J'_{p-1}(\sigma_{mn}) \widehat{Z}_p(\rho_{2pq}) - \zeta_{pq}^{(1)} J'_{p-1}(\tau\sigma_{mn}) \widehat{Z}_p(\tau\rho_{2pq})] \right\} \pm \\ \pm \left\{ \begin{matrix} Q'_H \\ Q_H \end{matrix} [(p+1) \alpha_{mn}] [\xi_{pq}^{(2)} J'_{p+1}(\sigma_{mn}) \widehat{Z}_p(\rho_{2pq}) - \zeta_{pq}^{(2)} J'_{p+1}(\tau\sigma_{mn}) \widehat{Z}_p(\tau\rho_{2pq})] \right\},$$

$D_{mn}^{(3,4)}$ можно получить из выражения для $D_{mn}^{(1,2)}$ заменой

$$Q_{E,H}[(p-1) \alpha_{\nu\mu}] \rightarrow \mp Q'_{E,H}[(p-1) \alpha_{\nu\mu}], \quad Q_{E,H}[(p+1) \alpha_{\nu\mu}] \rightarrow \pm Q'_{E,H}[(p+1) \alpha_{\nu\mu}];$$

$$V_{\nu\mu} = \frac{2\alpha_3}{\sqrt{1-\alpha_2^2}} \delta_{\nu 0} \delta_{\mu 0}; \quad H_\nu = \alpha_1 + \frac{\nu}{\chi_1}, \quad H_\mu = \alpha_2 + \frac{\mu}{\chi_2}, \quad H_{\nu\mu} = \sqrt{1 - H_\nu^2 - H_\mu^2};$$

$$\Gamma_{pq} = \sqrt{\frac{\rho_{1pq}}{\pi\theta_1\chi_1} - \varepsilon_r}, \quad \widehat{\Gamma}_{pq} = \sqrt{\frac{\rho_{2pq}}{\pi\theta_1\chi_1} - \varepsilon_r}; \quad Z_p(x) = J_p(x) - N_p(x) \frac{J_p(\tau\rho_{1pq})}{N_p(\tau\rho_{1pq})},$$

$$\widehat{Z}_p(x) = J_p(x) - N_p(x) \frac{J'_p(\tau\rho_{2pq})}{N'_p(\tau\rho_{2pq})}; \quad \xi_{pq}^{(1,2)} = p(p \mp 1) - \rho_{2pq}^2, \quad \zeta_{pq}^{(1,2)} = \frac{p(p \mp 1) - \tau\rho_{2pq}^2}{\tau^2};$$

$Q_{E,H}(p\alpha) = \frac{\cos(p\alpha)}{\sin(p\alpha)} = \frac{e^{-ip\alpha}}{e^{ip\alpha}}$ — угловая зависимость волноводных волн E - и H -типа, где подразумевается любая линейная комбинация функций, расположенных в столбце; $J_p(x)$ и $N_p(x)$ — функции Бесселя и Неймана; $\tau = b/a$; ρ_{1pq} и ρ_{2pq} — корни уравнений $Z_p = (k_{1pq}r) = 0$, $Z'_p = (k_{2pq}r) = 0$ при $r = a$ и $r = b$; $\sigma_{mn} = \pi\theta_1\chi_1 j_{mn}$, $j_{mn} = \sqrt{H_m^2 + H_n^2}$, $\alpha_{mn} = \arctg(H_n/H_m)$, $\theta_1 = 2a/d$, $\theta_2 = 2a/l$, $\chi_1 = d/\lambda$, $\chi_2 = l/\lambda$, $\delta = s/\lambda$; $\delta_{\nu 0}$ — символ Кронекера; штрихом обозначены производные по аргументу. Индексу 1 соответствует верхняя строка выражений и верхний знак, индексу 2 — нижняя строка и нижний знак.

Неизвестные коэффициенты Z_{mn}^+ и t_{mn}^+ , входящие в (4), дают решение задачи о возбуждении плоской волной отражательной решётки с идеально проводящим экраном, который расположен в плоскости $z = -s/2$, а коэффициентами Z_{mn}^- , t_{mn}^- определяется электромагнитное поле для отражательной решётки с экраном из идеального магнетика [3]. Указанные коэффициенты выражаются через амплитуды периодического спектра отражённых и прошедших волн, соответствующих поставленной задаче:

$$Z_{mn}^{\pm} = A_{mn} \pm B_{mn} + \sqrt{1 - \alpha_2^2} \delta_{m0} \delta_{n0}, \quad t_{mn}^{\pm} = \tilde{A}_{mn} \pm \tilde{B}_{mn} - \frac{\alpha_1 \alpha_2}{\sqrt{1 - \alpha_2^2}} \delta_{m0} \delta_{n0}.$$

3. ЧИСЛЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Проведя исследование матричных элементов и свободных членов системы уравнений (4) и убедившись в их квадратичной сходимости в пространстве Гильберта l^2 , решим её методом редукции.

Определяя неизвестные величины задачи, можно вычислить коэффициенты отражения R_{mn} и прохождения T_{mn} пространственных гармоник по формулам

$$|R_{mn}| = \sqrt{|A_{mn}|^2 + |B_{mn}|^2 + |C_{mn}|^2}, \quad |T_{mn}| = \sqrt{|\tilde{A}_{mn}|^2 + |\tilde{B}_{mn}|^2 + |\tilde{C}_{mn}|^2}.$$

Как видно из зависимости коэффициентов прохождения $|T_{00}|$ и отражения $|R_{00}|$ от частотного параметра $\chi = \chi_1 = \chi_2$ (см. рис. 2, 3) при малых частотах ($\chi < 1$) падающая волна почти полностью отражается от исследуемой структуры. Данный эффект наблюдается до тех пор, пока частота колебаний не достигнет значений, соответствующих критической частоте для основного типа волны рассма-

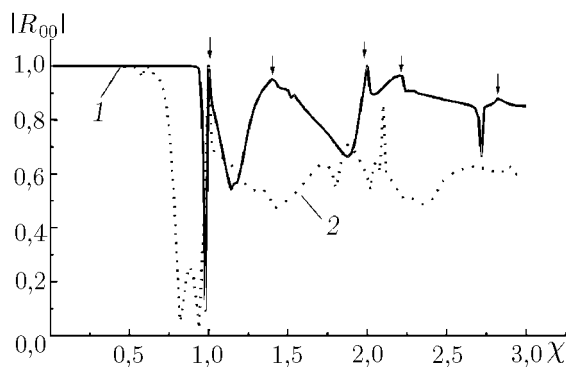


Рис. 2. Зависимость коэффициента отражения от частоты при $\delta = 0,5\chi$; $\varepsilon_r = 1$; кривая 1 соответствует $\theta_1 = \theta_2 = 0,5$; кривая 2 — $\theta_1 = \theta_2 = 0,9$

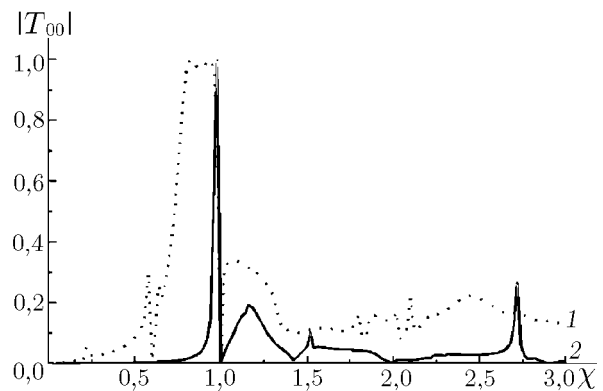


Рис. 3. Зависимость коэффициента прохождения от частоты при $\tau = 0,1$; $\delta = 0,5\chi$; $\varepsilon_r = 1$; кривая 1 соответствует $\theta_1 = \theta_2 = 0,5$; кривая 2 — $\theta_1 = \theta_2 = 0,9$

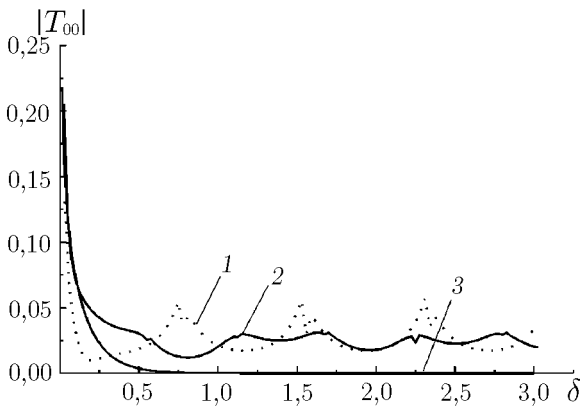


Рис. 4. Зависимость коэффициента прохождения от толщины экрана при $\tau = 0,1; \theta_1 = \theta_2 = 0,5; \epsilon_r = 1$; кривая 1 соответствует $\chi = 0,75$; кривая 2 — $\chi = 1,5$; кривая 3 — $\chi = 2,5$

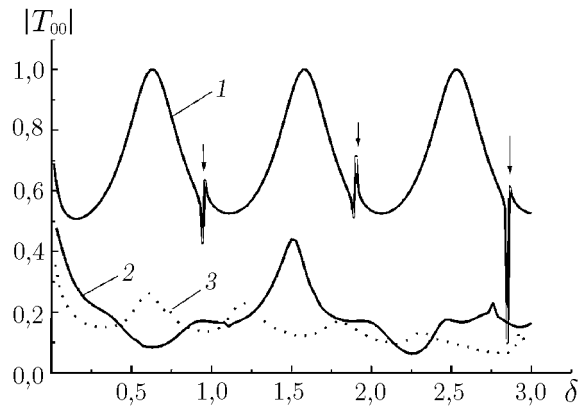


Рис. 5. Зависимость коэффициента прохождения от толщины экрана при $\tau = 0,1; \theta_1 = \theta_2 = 0,9; \epsilon_r = 1$; кривая 1 соответствует $\chi = 0,75$; кривая 2 — $\chi = 1,5$; кривая 3 — $\chi = 2,5$

триваемой конфигурации волновода. При этих значениях происходит резкое увеличение коэффициента прохождения. Наблюдаемые осцилляции связаны с интерференцией волн, излучаемых из раскрытов отрезков волноводов (взаимодействие периодов).

Показано, что кроме известных аномалий Вуда, наблюдаются аномалии более высокого порядка, которые обусловлены геометрией решётки и волноводным характером щелей (точки скольжения обозначены стрелками).

В длинноволновом диапазоне ($\{\chi_1, \chi_2\} \ll 1$), для тонких экранов (см. рис. 4), поле полностью просачивается в теньевую область. Кроме того, при некоторых параметрах решётки, происходит поворот фазы прошедшей волны на 180° . При возрастании толщины экрана с интенсивность прошедшего поля спадает в связи с проявлением волноводного характера щелей. При дальнейшем росте s поле в волноводах становится затухающим, и волна не проходит сквозь экран.

Зависимость коэффициента прохождения от толщины экрана (см. рис. 5) имеет квазипериодический характер с резко выраженными резонансами (на рисунке обозначены стрелками), которые лучше наблюдаются при малом количестве распространяющихся волноводных мод. Данный эффект можно объяснить следующими соображениями: волноводные отрезки, по сути, представляют собой открытые резонаторы, которые при некоторых «собственных» частотах проявляют свои резонансные свойства. С увеличением числа распространяющихся мод резонансные кривые перекрываются, происходит уширение линии и затрудняется её обнаружение.

При заполнении волноводов диэлектриками $\epsilon_r > 1$ (рис. 6), как и ожидалось, наблюдаемые эффекты обнаруживаются в более длинноволновой области. Интересно отметить, что в одноволновой области ($\{\chi_1, \chi_2\} < 1$, когда в дифракционном спектре присутствует только одна распространяющаяся волна) при некоторых значениях ϵ_r решётка превращается в абсолютно радиопрозрачную систему.

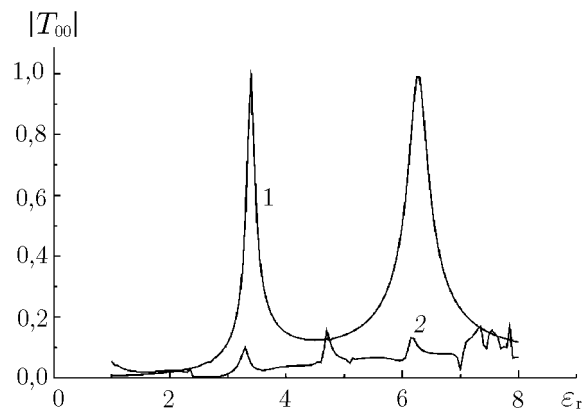


Рис. 6. Зависимость коэффициента прохождения от диэлектрической проницаемости заполнения коаксиальных отверстий при $\tau = 0,1; \theta_1 = \theta_2 = 0,5; \delta = 0,5\chi$; кривая 1 соответствует $\chi = 0,7$; кривая 2 — $\chi = 1,5$

На основе вышеупомянутых свойств заключаем, что рассматриваемая система может быть использована в СВЧ технике как частотный фильтр и фазовращатель, а также применена для разработок антенн целевого назначения и экранирования специальных объектов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Amitay N., Galindo V., Chen Pang Wu. Theory and analysis of phased array antennas. New-York, London, Sidney, Toronto, 1972.
2. Никольский В. В. // Изв. вузов. Радиофизика. 1977. Т. 20. С. 163.
3. Никольский В. В. Электродинамика и распространение радиоволн. М.: Наука, 1978.
4. Шестопалов В. П., Литвиненко Л. Н., Масалов С. А., Сологуб В. Г. Дифракция волн на решётках. Харьков: Изд-во Харьковского ун-та, 1973.
5. Кеванишвили Г. Ш., Сикмашвили З. И., Цагарейшвили О. П. // Теория дифракции и распространения волн: Краткие тексты докладов Всесоюзного симпозиума, г. Ростов-на-Дону, 1977 г. Москва, 1977. Т. 3.
6. Цагарейшвили О. П., Баджадзе Л. И., Мирианшвили М. Р., Сикмашвили З. И. // Теория и применение электромагнитных волн миллиметрового диапазона, Всесоюзная научно-техническая конференция, Тбилиси, 1991.
7. Sikmashvili Z., Sikmashvili I., Tsagareishvili O. // Bulletin of the Georgian academy of sciences. V. 156, № 3. P. 403.
8. Сикмашвили З. И., Сикмашвили И. З., Цагарейшвили О. П. // Georgian Engineering News. 1998. No. 1(5). P. 5.
9. Sikmashvili I., Sikmashvili Z., Tsagareishvili O. // Proceedings of III International Seminar-Workshop on Direct and Inverse Problems of Electromagnetic and Acoustic Wave Theory DIPED'98, Tbilisi, Georgia, November 2–5, 1998. P. 105.

Тбилисский государственный университет
им. Ив. Джавахишвили,
г. Тбилиси, Грузия

Поступила в редакцию
17 марта 1999 г.

DIFFRACTION OF ELECTROMAGNETIC WAVES BY AN ANTENNA ARRAY WITH COAXIAL-OPENING-SHAPED ELEMENTS

I. Z. Sikmashvili, Z. I. Sikmashvili, and O. P. Tsagareishvili

We obtain an exact solution of the problem of diffraction of a plane electromagnetic wave from an antenna array consisting of a metal screen with elements in the form of coaxial finite-length waveguides. The dependence of the absolute value of the transmission and reflection coefficients on the array parameters is studied.

УДК 584.28

ПОГЛОЩЕНИЕ ДЛИННЫХ ВОЛН В НЕРЕЗОНАНСНЫХ ПАРАМЕТРИЧЕСКИХ МИКРОСТРУКТУРАХ

В. В. Арабаджи

На простых механико-акустических моделях рассмотрена принципиальная возможность создания активного поглощающего (неотражающего) покрытия в виде тонкого слоя с мелкомасштабной стратификацией и быстрой временной модуляцией параметров. Для одномерной краевой задачи подробно исследованы алгоритмы пространственно-временной модуляции структуры управляемого слоя. Эти алгоритмы не требуют каких-либо измерений волнового поля, что означает устранение традиционной для активных систем проблемы самовозбуждения. Большинство из рассмотренных алгоритмов параметрического управления преобразуют низкочастотную падающую волну в высокочастотные волны технологического диапазона, для которых волноведущая среда внутри слоя предполагается непрозрачной (поглощающей). Для всех алгоритмов установлены условия их эффективного применения. Показано, что поглощающий слой может быть сколь угодно тонким по отношению к минимальному пространственному масштабу падающей волны и при этом будет обеспечивать эффективное поглощение в широкой полосе частот (начиная с нулевой частоты), ограниченной сверху лишь конечным пространственно-временным разрешением операций управления параметрами. На основе исследованных одномерных задач разработана структура трёхмерного параметрического «чёрного» покрытия, эффективность которого не зависит от угла падения набегающей волны. Найдено общее решение задачи дифракции падающих волн на таком покрытии; данное решение подробно проанализировано в случае объекта в форме диска.

ВВЕДЕНИЕ

Данная работа посвящена проблеме минимизации отражения (обратного рассеяния) широкополосной падающей звуковой волны от некоторой гладкой замкнутой защищаемой поверхности. Для решения проблемы здесь предлагается покрыть защищаемую поверхность некоторым материалом, слоем или конструкцией с толщиной L , много меньшей минимального пространственного масштаба r_{iw} падающей волны ($L \ll r_{iw}$). В этом покрытии используются функциональные связи элементов только по нормали к поверхности, что допускает «разрезание» и «склеивку» частей поверхности по нормали. Естественно, такой слой должен обеспечивать поглощение падающей волны или преобразование её энергии в неволновую энергию, например в тепловую.

Традиционный подход [1] к разработке поглощающего покрытия предполагает постоянство во времени параметров краевой задачи и имеет следующие качественно различные направления (хотя возможны и гибридные решения):

а) толстый ($L \gg r_{iw}$, т. е. с толщиной несколько длин волн для эффективного нерезонансного поглощения внутри) слой слабопоглощающего (для малости отражения на границе) материала. Оптимизация плавного распределения параметров слоя по нормали к поверхности позволяет дополнительно снизить коэффициент отражения в 2÷3 раза или сделать слой тоньше, но за счёт сужения частотного диапазона и пространственной диаграммы эффективного поглощения;

б) поглощение какими-либо дискретными элементами как альтернатива поглощению в объёме сплошной среды. При этом теоретически слой может быть и сколь угодно тонким, если его сформировать из дискретных малогабаритных резонансных поглотителей (осцилляторов). Однако для системы из N осцилляторов на одной частоте необходимы не менее $N(N-1)/2$ корректирующих динамических цепей для компенсации сильной реактивной связи (особенно между соседними осцилляторами),

а также для фазирования осцилляторов с целью поглощения волны, падающей в заданном направлении. Корректирующие цепи не допускают разрезания такого поглощающего слоя на части (по нормали к его поверхности), поскольку при этом у отдельных частей снижается эффективность поглощения.

Постоянство параметров краевой задачи во времени приводит к принципиально неустранимым недостаткам конструкции поглощающего покрытия: в случае а) — к большой толщине покрытия, а в случае б) — к необходимости глобальных тангенциальных связей между элементами. Далее в качестве альтернативы подходов а), б) будут рассмотрены решения, использующие пространственно-временную модуляцию распределения параметров краевой задачи в направлении нормали к слою (покрытию). С технической точки зрения предлагаемые в данной работе методы уменьшения обратного рассеяния длинных низкочастотных волн основаны на применении устойчивой современной тенденции развития технологий управления параметрами краевой задачи с высоким пространственным и временным разрешением. Коэффициент отражения во всех полученных решениях стремится к нулю при неограниченном развитии упомянутой выше технологической тенденции к росту быстродействия и миниатюризации средств управления параметрами краевой задачи.

1. ОПИСАНИЕ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ

Рассмотрим одномерную краевую задачу для скалярных волн без дисперсии, а именно для поля продольных смещений $\phi(x, t)$ частиц бесконечного $(-\infty < x < +\infty)$ упругого стержня (для волн в жидкости и газе постановка краевой задачи аналогична). При $t \geq 0$ волновое поле описывается уравнением

$$c^2 \phi''_{xx} - \phi''_{tt} = (\rho\sigma)^{-1} f_{\text{visc}}, \quad (1)$$

где $c = \sqrt{E/\rho}$ — скорость волны, ρ и σ — массовая плотность и площадь поперечного сечения стержня, E — модуль Юнга материала стержня, $f_{\text{visc}} = 2\tilde{\gamma}[\phi'_t]$ — линейная плотность силы вязкого сопротивления как некоторый линейный функционал $2\tilde{\gamma}$ от скорости $\phi'_t(x, t)$. В большинстве интересных случаев фурье-спектры $\bar{f}_{\text{visc}}(x, \omega)$, $\bar{\phi}(x, \omega)$ силы $f_{\text{visc}}(x, t)$ и волнового поля $\phi(x, t)$ соответственно связаны соотношением $\bar{f}_{\text{visc}}(x, \omega) \approx i\omega\gamma\sigma\rho\bar{\phi}(x, \omega)$, где

$$\gamma = \alpha |\omega|^\beta, \quad (2)$$

$\alpha = \text{const} \geq 0$, $\beta = \text{const} > 0$.

Пусть справа на слой $x \in [0, L]$ падает бегущая волна $\varphi(x + ct)$ с амплитудой A_{iw} продольного смещения частиц и минимальными временным τ_{iw} и пространственным масштабами $r_{\text{iw}} = c\tau_{\text{iw}}$. Для определённости положим, что при $t \leq 0$ в слое $x \in [0, L]$ $\varphi = 0$. Предполагая, что $\alpha (2\pi/\tau_{\text{iw}})^\beta L/c \ll 1$, т. е. что для такой волны вязкие силы много меньше инерционных и упругих сил, будем пренебрегать затуханием падающей волны в пределах слоя (считать его прозрачным).

Управление параметрами осуществляется в диапазоне высоких, так называемых технологических, частот:

$$\omega \sim m\omega_{\text{tech}} \gg 2\pi/\tau_{\text{iw}},$$

где $m = 1, 2, \dots$, с масштабами разрешения во времени и пространстве порядка $\tau_c \ll 2\pi/(m\omega_{\text{tech}})$ и $r_c = c\tau_c$ соответственно. Для этого диапазона частот при условии $\alpha |\omega_{\text{tech}}|^\beta L/c \gg 1$, т. е. при $\exp[-\alpha |\omega_{\text{tech}}|^\beta L/c] \ll 1$, предполагаемом ниже, волноведущую среду на трассе длиной L можно считать непрозрачной (поглощающей).

Искомое пространственно-временное распределение параметров в тонком активном слое $x \in [0, L]$ ($L \ll r_{\text{iw}}$) должно обеспечивать безотражательное поглощение, т. е. нулевое полное поле при $x < 0$ (за активным слоем) и нулевое отражённое поле при $x > L$ (перед активным слоем).

2. ПАРАМЕТРИЧЕСКИЕ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ВОЛНОГАШЕНИЯ

Рассматриваемые далее решения задачи, поставленной в разделе 1, не могут быть сведены к комбинации электрических цепей с постоянными параметрами, как это принято делать в теории активного волногашения. В отличие от традиционного управления медленными амплитудами волновых полей на частоте $\omega \approx 2\pi/\tau_{iw}$ падающей волны предлагаемый подход требует учёта динамики волновой системы на частотах ω как много меньше частоты падающей волны ($\omega \ll 2\pi/\tau_{iw}$, включая нулевую частоту), так и много выше неё ($\omega \sim 2\pi/\tau_c \gg 2\pi/\tau_{iw}$).

Решения, изложенные в разделах 3–5, представляют собой алгоритмы управления пространственно-временными распределениями параметров волноведущей среды в тонком слое $x \in [0, L]$ по заранее заданной программе, т. е. не основываясь на каких-либо измерениях волнового поля. Это обстоятельство вместе с непрозрачностью волноведущей среды на технологических частотах и с отсутствием каких-либо резонансных соотношений между частотой падающей волны и частотами параметрического управления устраняют традиционную для активных систем проблему устойчивости (самовозбуждения).

Тонкость параметрической структуры поглощающего слоя означает: а) дробление краевой задачи во времени (в отличие от традиционного управления медленными амплитудами источников), или управление с разрешением $\tau_c \ll \tau_{iw}$ (разделы 3–5); б) дробление краевой задачи в пространстве, или управление с высоким пространственным разрешением

$$r_c \sim c\tau_c \ll L \ll r_{iw} = c\tau_{iw}$$

в направлении нормали к слою (разделы 4, 5). В данном случае принципиально важной является конечная скорость c распространения волн, обычно используемая в активном волногашении лишь для оценки волновых размеров каких-либо объектов. Заметим также, что использование в предлагаемых решениях высокого пространственно-временного разрешения никак не связано с известными проблемами экстраполяции данных или сверхнаправленности антенн.

Рассматриваемые ниже параметрические решения используют управление, сосредоточенное во времени, а в пространстве — как сосредоточенное (разделы 3, 4), так и распределённое (раздел 5).

Процесс поглощения падающей волны в представленных решениях имеет как распределённую во времени форму (осцилляторный процесс затухания, разделы 3–5), так и сосредоточенную (неупругий удар, раздел 5.2).

Заметим, что все рассматриваемые волногасящие системы воспринимают волновое поле как квазистационарное поле параметров и не нуждаются в какой-либо информации о гасимой волне или о краевой задаче вне поглощающего слоя. Кроме того, рассматриваемые алгоритмы действуют одинаково эффективно как при их включении до прихода падающей волны, так и при включении после установления отражённой волны. Управление предполагается бинарным, т. е. сводится к быстрому (за время порядка $\tau_c \ll L/c$) переключению (коммутации) параметров краевой задачи между двумя возможными значениями в заданный момент времени в заданной точке слоя. На рис. 1а изображена дискретная модель волноведущей среды в слое $x \in [0, L]$, где \bar{m} — элемент массы, $k_n(t)$ и $\bar{k}_n(t)$ — элементы управляемой упругости, $\delta_n(t)$ и $\bar{\delta}_n(t)$ — элементы управляемой вязкости, G — неподвижная опора (вибростат), \bar{L} — пространственный период дискретной модели. На частотах порядка $2\pi/\tau_{iw}$ согласованию с наружной ($x \notin [0, L]$) средой соответствуют следующие параметры $\bar{\delta}_n(t) = 0$; $\delta_n(t) = 0$; $\bar{k}_n(t) = 0$; $k_n(t) = (c/\bar{L})^2 \bar{m}/4$; $\bar{L} \ll c\tau_{iw}$. В некоторых случаях дискретная модель обеспечивает более точное соответствие краевой задаче, поэтому в дальнейшем описания алгоритмов параметрического управления будем сопровождать интерпретациями в терминах этой модели. Для каждого алгоритма бинарного управления параметрами $\delta_n(t)$, $\bar{\delta}_n(t)$, $k_n(t)$, $\bar{k}_n(t)$ рассматриваются процессы излучения волн и накопления энергии, сопутствующие коммутации параметров краевой задачи, а также оценивается эффективность решений и условия их технической реализуемости.

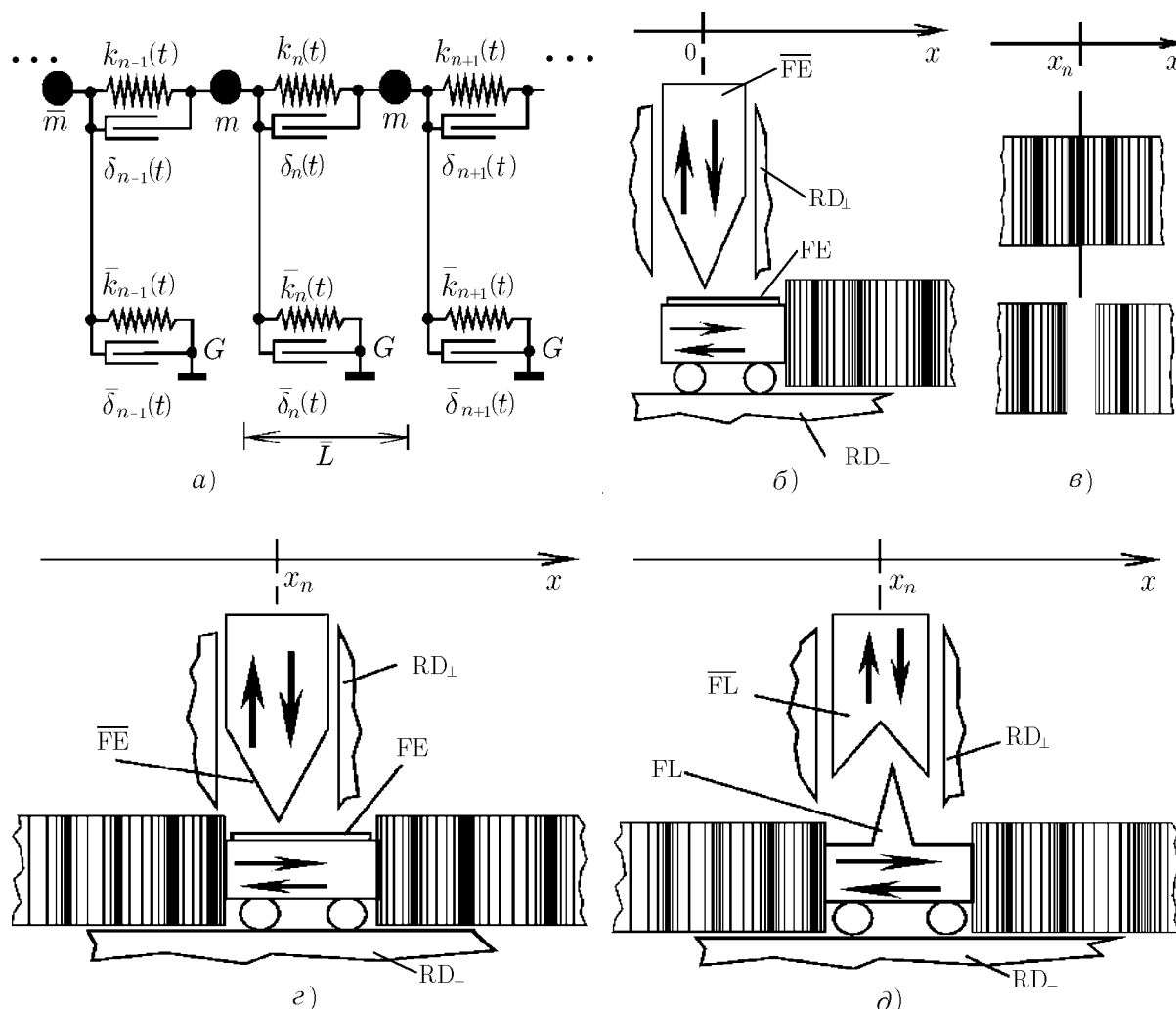


Рис. 1. Средства управления параметрами краевой задачи

3. МОДУЛЯЦИЯ КОЭФФИЦИЕНТА ОТРАЖЕНИЯ

Начнём с простейшего варианта применения высокоразрешающих (в данном случае имеется в виду высокое разрешение во времени) инструментов управления — бинарной балансной коммутации с периодом T_B между значениями $+1$ и -1 коэффициента отражения Γ падающей волны от границы $x = 0$ бесконечного стержня, что соответствует граничному условию $a(t)\phi'_t(0, t) + b(t)\phi'_x(0, t) = 0$, где $a = 1 + \text{sgn} \cos(\omega_{\text{tech}}t)$, $b = 1 - \text{sgn} \cos(\omega_{\text{tech}}t)$, $\omega_{\text{tech}} = 2\pi/T_B$. Это эквивалентно преобразованию падающей волны $\varphi = \varphi(x + ct)$ со спектральной плотностью мощности (СПМ) $S_\varphi(\omega)$ в отражённую волну $\psi(x - ct) = \varphi(ct) \text{sgn} \cos(\omega_{\text{tech}}t - \omega_{\text{tech}}x/c)$ с СПМ вида $S_\psi(\omega) = \sum_{n \neq 0} (\pi n)^{-2} S_\varphi(\omega - 2n\omega_{\text{tech}})$. Если предположить, что СПМ $S_\varphi(\omega)$ падающей волны (с шириной порядка $2\pi/\tau_{\text{iw}}$) сосредоточена вблизи нулевой частоты, то на частотах $\omega \sim 2\pi/\tau_{\text{iw}}$ получим $S_\psi(\omega) \approx 0$ вследствие практически нулевого среднего значения $\langle \psi(0, t) \rangle_{\text{iw}}$. При достаточно высокой эффективности гашения коэффициент $|\Gamma| \ll 1$ отражения на низкой частоте падающей волны можно представить как сумму двух качественно различных факторов $|\Gamma| \leq |\Gamma_1| + |\Gamma_2|$. Здесь $|\Gamma_1| \approx 2\pi\alpha\omega_{\text{tech}}^{\beta-1}$ соответствует влиянию частотно-зависимой вязкости (2) на динамику границы (отношение средних на периоде T_B модулей вязких напряжений к ди-

намическим на технологической частоте), $|\Gamma_2| \approx \sum_{n \neq 0} (\pi n)^{-2} S_\varphi(2n\omega_{\text{tech}})/(S_\varphi)_{\text{max}}$ описывает влияние конечного уменьшения СПМ падающей волны на высоких частотах. Так, например, для финитной СПМ $S_\varphi(\omega)$ шириной $\Delta\omega_\varphi$ получим $|\Gamma_2| = 0$ при $\omega_{\text{tech}} > \Delta\omega_\varphi$. Балансная модуляция с частотой порядка ω_{tech} коэффициента отражения управляемой границы $x = 0$ преобразует длинную падающую волну (с длиной примерно $r_{\text{iw}} = c\tau_{\text{iw}}$) в короткие отражённые волны (с длиной порядка $2\pi c/\omega_{\text{tech}} \ll r_{\text{iw}}$) технологических частот. Для отражённых волн на технологических частотах волноведущая среда является слабо поглощающей на трассе длиной порядка $2\pi c/\omega_{\text{tech}}$, что означает малое влияние вязкости среды на динамику границы $x = 0$. Однако на трассе длиной порядка L среда непрозрачна для волн технологических частот. В то же время слой $x \in [0, L]$ остаётся прозрачным и тонким по отношению к низкочастотной падающей волне ($L \ll r_{\text{iw}}$).

Описанный вариант управления можно технически реализовать, убрав левую часть ($-\infty < x \leq 0$) стержня и прикрепив к свободному концу $x = 0$ полубесконечного стержня ($0 \leq x < +\infty$) фиксирующий узел FE&FЕ, изображённый на рис. 1б. Узел состоит из жёсткой невесомой тележки FE и тормоза FЕ, которые могут двигаться без трения вдоль жёстких горизонтальных RD₋ и вертикальных RD_⊥ направляющих соответственно. Прижатие тормоза FЕ обеспечивает быструю фиксацию тележки FE в текущей точке сухим трением покоя и коэффициент отражения (по продольному смещению) $\Gamma = -1$, а подъём тормоза — быстрое отпускане тележки и $\Gamma = +1$. Обе операции занимают время порядка τ_c ($\tau_c \ll T_B \ll \tau_{\text{iw}}$), не связаны с совершением работы в горизонтальном направлении и поэтому не вызывают излучения или поглощения волн. Накопление энергии вблизи границы $x = 0$ после переключений также отсутствует. Назовём точку $x = 0$ с описанной выше фиксацией по эйлеровой координате стенкой типа T⇔E. В терминах дискретной модели, изображённой на рис. 1а, стенка типа T⇔E означает коммутацию элемента вязкости $\bar{\delta}_n(t)$ между значениями $\bar{\delta}_n = 0$ и $\bar{\delta}_n = \infty$.

Принципиальным недостатком алгоритма модуляции коэффициента отражения является его неприменимость к двум- и трёхмерным краевым задачам для тел конечных и малых волновых размеров. Дело в том, что для таких тел амплитуды волн, рассеянных их поверхностью с нулевым давлением (податливой поверхностью) и той же поверхностью, но с нулевой скоростью (жёсткой поверхностью), не являются антисимметричными. Поэтому модуляция рассеянного поля уже не может быть балансной, а это означает конечное поле рассеяния на низкой частоте падающей волны. Модуляционный алгоритм предполагает наличие вибростата (RD_⊥ на рис. 1б или G на рис. 1а), способного обеспечить пиковую силу реакции опоры порядка $A_{\text{iw}} \sqrt{\rho E} \sigma / \tau_{\text{iw}}$. При $\tau_{\text{iw}} \sim 2\pi/\omega_{\text{tech}}$ модуляционный алгоритм допускает гетеродинное преобразование падающей волны в волны более низкой частоты, что нейтрализует механизм высокочастотного поглощения. Эффективность гасящей системы на базе алгоритма модуляции коэффициента отражения была подтверждена экспериментально для поверхностных гравитационных волн в жидкости [2].

4. ЦИКЛИЧЕСКИЙ ВОЛНОВОЙ ЗАТВОР-1 (ЦВЗ-1)

В разделе 3 был описан алгоритм преобразования отражённой волны, подавляющего отражения на низкой частоте, но сохраняющего их на высокой частоте. Однако возможна постановка задачи, когда отражённая волна вообще не возникает, например, если защищаемая граница убегает от падающей волны со сверхзвуковой скоростью $V > c$. При реализации такого подхода необходим технологический посредник, позволяющий совместить два противоречивых на первый взгляд требования: а) падающая волна, распространяющаяся со скоростью звука c , должна воспринимать защищаемую поверхность как убегающую со скоростью $V > c$, т. е. «не чувствовать» её; б) реальная физическая поверхность неподвижна. Мы покажем, что такой посредник возможен и что он должен оперировать на высоких технологических частотах $\omega \sim m\omega_{\text{tech}} \gg 2\pi/\tau_{\text{iw}}$, где $m = 1, 2, \dots$, в слое толщиной $L \ll c\tau_{\text{iw}}$. При этом, как и в разделе 3, будем предполагать волноведущую среду непрозрачной (поглощающей) на

технологических частотах и имеющей тот же вид (2) фактора высокочастотного затухания.

Рассмотрим эшелон стенок управляемой прозрачности (множество $Y_B(t)$), расположенных в N точках $x_n = nD$ слоя $x \in [0, L]$ ($D = L/N$, $n = 1, 2, \dots, N$) волноведущей среды. Множество $Y(t)$ прозрачных (или свободных) стенок на интервале $x_B(t) \leq x \leq L$ и множество $\bar{Y}(t)$ непрозрачных (или фиксированных) стенок на интервале $0 \leq x \leq x_B(t)$ ($Y_B = Y(t) \cup \bar{Y}(t)$, $Y(t) \cap \bar{Y}(t) = \emptyset$) разделены подвижной границей $x_B(t) = L - D \text{ent}(N_T/T_B) + L \text{ent}(t/T_B)$, где $\text{ent}(\xi)$ означает целую часть числа ξ . В начале каждого m -го цикла $mT_B \leq t \leq (m+1)T_B$ длительностью T_B все стенки непрозрачны ($Y = \emptyset$, $x_B(mT_B) = L$, $m = 0, 1, 2, \dots$). В тот же момент граница $x_B(t)$ (фронт «волны просветления») начинает ступенчатое движение справа налево со средней скоростью $V > c$, пока не достигнет левого края ЦВЗ. В этот момент все стенки одновременно и мгновенно (за время порядка $\tau_c \ll T_B/N$) снова становятся непрозрачными; далее все операции повторяются с периодом $T_B = L/V \ll \tau_{iw}$. Правый край множества $\bar{Y}(t)$ бежит влево в течение каждого m -го цикла $mT_B < t < (m+1)T_B$ и успевает столкнуться с падающей волной лишь в начале каждого цикла в течение интервала времени длительностью $\tau_{\#} = D/V$. Каждая пара ближайших друг к другу непрозрачных стенок и интервал D между ними образуют виртуальный резонатор (ВР) с собственными частотами $\omega_{\text{tech}} = j\pi c/D$, где $j = 1, 2, \dots$. ВР занимают следующие пространственно-временные области $\{x \in [(n-1)D, nD]\} \cup \{t \in [mT_B, mT_B + \tau_n]\}$, где $\tau_n = (N-n)D/V$ — время жизни n -го ВР или интервал времени, когда $(n-1)$ -ая и n -ая стенки одновременно непрозрачны, $n = 0, 1, 2, \dots, N$, $m = 0, 1, 2, \dots$. Данную пространственно-временную структуру будем называть в дальнейшем циклическим волновым затвором-1 (ЦВЗ-1).

Ближние к падающей волне N_E стенок управляются по типу $T \Leftrightarrow E$, описанному в разделе 3 (рис. 1б), с той лишь разницей, что теперь управляющий узел $FE \& \overline{FE}$ вставлен в разрыв x_n (рис. 1в) волноведущей среды (рис. 1з). Тележка FE , как и в разделе 3, предполагается идеально жёсткой и невесомой, что делает её горизонтальные размеры несущественными для распространения волн. Поэтому в фиксированном состоянии узла $FE \& \overline{FE}$ стенка характеризуется коэффициентом отражения по продольному смещению $\Gamma = -1$, а в свободном состоянии узла её движение согласовано с частицами волноведущей среды и, следовательно, стенка прозрачна, т. е. $\Gamma = 0$. Две такие фиксированные соседние стенки образуют ВР типа $T \Leftrightarrow E$.

На остальные $N_L = N - N_E$ стенок распространяется бинарное управление типа $T \Leftrightarrow E$ в точках x_n с фиксацией по лагранжевой координате, включающее: а) движение, согласованное с полем $\phi(x, t)$ смещений волноведущей среды ($\Gamma = 0$, как и при управлении типа $T \Leftrightarrow E$), и б) фиксацию стенки в момент времени t^* с установлением коэффициента отражения $\Gamma = -1$ одновременно со смещением на расстояние $\phi(x_n, t^*)$ в координату x_n , соответствующую состоянию покоя частиц на всей оси $-\infty < x < +\infty$, т. е. отсутствию напряжений ($\phi'_x(x, t) = 0$), скоростей ($\phi'_t(x, t) = 0$) и падающих волн ($\varphi(x + ct) = 0$). Переключение из состояния б) в состояние а) означает отпускание стенки и не связано с производством какой-либо механической работы или излучения. Обратное переключение (т. е. фиксация) за время порядка τ_c из состояния а) в б) сопровождается излучением коммутационной ступенчатой волны смещения амплитудой $\phi(x_n, t^*)$ и энергией порядка $\phi^2(x_n, t^*)\rho c\sigma/\tau_c$ по обе стороны от стенки. Рис. 1д иллюстрирует управление типа $T \Leftrightarrow L$, когда в разрыв x_n волноведущей среды (рис. 1в) вставлен узел фиксации $FL \& \overline{FL}$, состоящий из невесомой жёсткой тележки FL и жёсткого фиксатора \overline{FL} . Последний в верхнем положении обеспечивает $\Gamma = 0$, а при опускании возвращает тележку в заранее заданную координату. В терминах дискретной модели волноведущей среды управление $T \Leftrightarrow L$ означает коммутацию элемента упругости $k_n(t)$ между значениями нуль и бесконечность (рис. 1а). Каждая пара фиксированных соседних стенок типа $T \Leftrightarrow L$ образуют виртуальный резонатор типа $T \Leftrightarrow L$.

При образовании виртуального резонатора текущие значения волнового поля становятся начальными условиями для колебаний внутри ВР. Оба типа резонаторов не имеют собственных частот ниже

$\omega_{\text{tech}} = \pi c/D$, поэтому колебания в ВР, вызванные начальными условиями, происходят на технологических частотах с фактором вязкого затухания (2) $\gamma = \alpha |\omega_{\text{tech}}|^\beta$. При этом для эффективного поглощения процесс релаксации должен иметь осцилляторный характер, чтобы волна совершала работу против вязких напряжений в среде. Фактор вязкого затухания должен быть достаточно мал, чтобы для большинства ВР время жизни составляло несколько периодов колебаний на низшей технологической частоте, т. е. ВР должен иметь достаточно большую добротность. В противном случае неограниченная вязкость привела бы к «замораживанию» колебаний. С другой стороны, для эффективного поглощения фактор γ должен быть достаточно велик, чтобы внутри большинства ВР с большим временем жизни, расположенных в глубоких слоях ЦВЗ-1, поле в конце каждого цикла становилось пренебрежимо малым. Оба условия совместимы лишь при $N \gg 1$.

Как уже отмечалось выше, стенки ВР типа $T \leftrightarrow L$ фиксируются в точках с координатами, соответствующими покою всей волновой системы. Поэтому чем дольше существует такой резонатор, тем ближе к нулю запасённая в нём энергия и, соответственно, энергия волн, выходящих из него при отпуске стенок. При отсутствии ВР типа $T \leftrightarrow E$ в наружных слоях ЦВЗ-1 резонаторы типа $T \leftrightarrow L$ обеспечили бы коэффициент отражения $|\Gamma_B| = 1$ на частоте падающей волны при любом $N_L > 0$ благодаря генерации коммутационных волн. Однако наличие ВР типа $T \leftrightarrow E$ блокирует выход коммутационного излучения из ВР типа $T \leftrightarrow L$ на время $\Delta t = N_E D/V$. За это время механизм вязкого высокочастотного затухания успевает ослабить поле в $T \leftrightarrow L$ резонаторах до относительного уровня, не превосходящего $\exp[-\gamma(\omega_{\text{tech}}) \Delta t]$. Таким образом, вклад $|\Gamma_A|$ полей, не успевших затухнуть в $T \leftrightarrow L$ резонаторах, в коэффициент отражения ЦВЗ-1 можно приближённо оценить как сумму геометрической прогрессии: $|\Gamma_A| \leq \sum_{n=1}^{N_L} \exp[-\chi(N_E + n)]$, где $\chi = \gamma(\omega_{\text{tech}})D/c$; $\omega_{\text{tech}} \geq \pi c/D$.

Если в момент фиксации стенок виртуального резонатора типа $T \leftrightarrow E$ существовало пространственно однородное напряжение (что неизбежно в интересующем нас случае $L \ll r_{iw}$), то в отличие от резонатора типа $T \leftrightarrow L$ соответствующая этому напряжению потенциальная энергия будет сохраняться сколь угодно долго. При отпуске стенок эта запасённая потенциальная энергия выходит наружу в виде волны, и такой резонатор неэффективен в качестве поглотителя. Пренебрегая поглощением энергии в $T \leftrightarrow E$ резонаторах, оценим их вклад в коэффициент отражения как $|\Gamma_{\#}| \leq N_E D/L$. Конечная величина $0 < |\Gamma_{\#}| \ll 1$ является неизбежной платой за воспроизводимость (периодичность) операций ЦВЗ-1 как технологического посредника между падающей волной и защищаемой поверхностью.

Модуль $|\Gamma_B|$ коэффициента отражения в случае $|\Gamma_B| \ll 1$, представляющем практический интерес, можно представить как сумму двух качественно различных факторов $|\Gamma_{\#}| \ll 1$ и $|\Gamma_A| \ll 1$

$$|\Gamma_B| \approx |\Gamma_{\#}| + |\Gamma_A|. \quad (3)$$

Заметим, что с ростом N_E коэффициент $|\Gamma_{\#}|$ линейно растёт, а $|\Gamma_A| \leq \exp(-\gamma N_E)/[1 - \exp(-\chi)]$ экспоненциально убывает. Это означает, что минимум коэффициента отражения ЦВЗ-1

$$|\Gamma_B| = |\Gamma_B|_{\min} \approx \left[1 + \ln \frac{N\chi}{1 - \exp(-\chi)} \right] / (N\chi) \quad (4)$$

достигается при $N_E = (N_E)_{\text{opt}} = \chi^{-1} \ln \{ \chi^N / [1 - \exp(-\chi)] \}$ и может быть сколь угодно мал при миниатюризации структуры ЦВЗ-1 (т. е. $N \rightarrow \infty$) и без увеличения $L \ll \tau_{iw}$. Предполагая $\beta = 2$ для звуковых волн [3] на границе осцилляторного и экспоненциального затухания, т. е. при наименьшей допустимой добротности ВР, получим

$$|\Gamma_B|_{\min} \approx \left[1 + \ln \frac{N\pi}{1 - \exp(-\pi)} \right] / (N\pi),$$

а вдали от этой границы, т. е. при большом числе высокочастотных ВР, получаем

$$|\Gamma_B|_{\min} \approx \frac{L}{\pi^2 c \alpha} \frac{1 + \ln N}{N^2}.$$

В этом выражении α и c — параметры среды, N и L — свободные параметры для конструирования.

ЦВЗ-1 требует гораздо большей пиковой силы реакции вибростата (порядка $A_{\text{iv}} \sqrt{\rho E} \sigma N_L T_B / \tau_c^2$), чем алгоритм модуляции, описанный в разделе 3. В ЦВЗ-1 может быть использовано также и предельное соотношение скоростей $V = c$, но в этом случае необходим обгон уже не по скорости, а по координате. Следуя этой предельной траектории, в начале каждого m -го цикла ЦВЗ-1 $mT_B \leq t \leq (m+1)T_B$ на интервале $mT_B \leq t \leq mT_B + N_E D/c$ все N_E резонаторов типа $T \leftrightarrow E$ остаются закрытыми. Затем в момент $t = mT_B + N_E D/c$ все они одновременно и мгновенно становятся прозрачными, и далее волна «просветления» со средней скоростью $V = c$ проходит по N_L резонаторам типа $T \leftrightarrow L$. ВР типа $T \leftrightarrow E$ практически не участвуют в процессе поглощения, а лишь блокируют коммутационное излучение глубинных резонаторов типа $T \leftrightarrow L$ и задерживают их открывание. Поэтому вместо N_E стенок можно оставить лишь одну стенку типа $T \leftrightarrow E$ в точке $x = L - N_e D$ и открывать её через интервал времени $N_e D/V$ после начала каждого цикла. В отличие от модуляционного алгоритма ЦВЗ в принципе не может преобразовывать падающую волну в волны более низких частот, а также допускает применение не только в одномерных, но и в двух- и трёхмерных краевых задачах в виде параметрического покрытия (см. раздел 6). Эффективность гасящей системы на базе ЦВЗ-1 была подтверждена экспериментально для поверхностных гравитационных волн в жидкости [2, 4].

5. ЦИКЛИЧЕСКИЙ ВОЛНОВОЙ ЗАТВОР С РАЗДЕЛЕНИЕМ ПЕРЕМЕННЫХ

Подробно описанная выше «бегущая» версия ЦВЗ-1 с неразделяемыми пространственными и временными операциями управления позволяет достичь максимального времени жизни ВР в глубоких слоях ЦВЗ-1 и, соответственно, наибольшего затухания поля в этих резонаторах за один цикл. Однако при наличии достаточного быстродействия и миниатюрности управления могут быть эффективны также и упрощённые версии ЦВЗ, состоящего из одной или нескольких структурно однородных зон, включаемых и выключаемых одновременно на всём отрезке $x \in [0, L]$. В течение интервалов времени $\hat{T}_m = \{mT_B \leq t < (m+1)T_B - \tau_{\#}\}$, где $m = 1, 2, \dots$, структура ЦВЗ прозрачна и пропускает без отражений падающую волну. В течение интервалов времени $\hat{A}_m = \{(m+1)T_B - \tau_{\#} \leq t < (m+1)T_B\}$ структура непрозрачна, т. е. обладает коэффициентом отражения $|\Gamma_{\#}| \approx \tau_{\#}/T_B \ll 1$ на низкой частоте падающей волны. При этом в течение интервалов времени \hat{A}_m волновой затвор на масштабе времени порядка $\tau_{\#}$ должен обеспечить эффективное поглощение проникшей в него падающей волны, в результате чего при последующем просветлении ЦВЗ (на интервале времени \hat{T}_m) волны, не успевшие затухнуть, обеспечат достаточно малый коэффициент отражения $|\Gamma_A| \ll 1$ на низкой частоте падающей волны (прежде всего это означает, что период ЦВЗ T_B не может быть больше, чем L/c). При этом суммарный коэффициент отражения на низкой частоте также определяется выражением (3). В частности, для алгоритма ЦВЗ-1 при таком упрощении структуры вместо $|\Gamma_A| \leq \exp(-\gamma N_E) / [1 - \exp(-\chi)]$ получим оценку $|\Gamma_A| \leq (N - N_E) \exp(-\gamma N_E)$. Нетрудно убедиться, что этот вариант также приводит к $|\Gamma_B| \rightarrow 0$ при неограниченном увеличении пространственно-временного разрешения структуры ЦВЗ. Далее кратко рассмотрим ещё две качественно отличные от ЦВЗ-1 версии структур такого типа.

5.1. Циклический волновой затвор-2 (ЦВЗ-2)

Преобразовать низкочастотную падающую волну в волны технологических частот можно не только уменьшая размеры виртуальных резонаторов ($N \gg 1$), но также и управляя скоростью $\mu(x, t)$ распространения волн ($\mu(x, t)$ вместо c в (1)) в единственном ВР с длиной порядка L . В таком ЦВЗ-2 на отрезке $x \in [D_0, L - D_0]$, где $D_0 \ll L$, с периодом T_B на короткое время $\tau_{\#} \geq \tau_c$ обеспечивается высокая скорость распространения волн $\bar{c} \gg c$ и появляются стенки типа $T \leftrightarrow E$ в точках $x = 0$, $x = L$. Эти стенки блокируют коммутационное излучение, возникающее при переключении параметра $\mu(x, t)$ от значения c к значению \bar{c} . Энергия коммутационного излучения при переключении к $\bar{c} \gg c$ та же, что и при

фиксации одной стенки типа $T \Leftrightarrow L$ (см. раздел. 4). Границы ВР $x = D_0$ и $x = L - D_0$ в ЦВЗ-2 имеют малый коэффициент прохождения волн (порядка $c/\bar{c} \ll 1$), а колебания внутри ВР происходят на частотах гораздо более высоких, чем у падающей волны. Поэтому прозрачностью границ в течение интервалов \hat{A}_m можно пренебречь. Колебания внутри такого ВР аналогичны колебаниям стержня, у которого один конец закреплён, а другой свободен; минимальная собственная частота колебаний такого стержня равна $(\omega_{\text{tech}})_{\min} \approx \pi\bar{c}/[2(L - D_0)]$. В терминах дискретной модели среды (рис. 1а) управлению скоростью распространения волн соответствует коммутация параметра упругости $k_n(t)$, а структура ЦВЗ-2 полностью определяется следующими соотношениями внутри m -го цикла $t \in [mT_B, (m + 1)T_B]$: а) во временных интервалах прозрачности \hat{T}_m : $\bar{\delta}_n = 0$ для $n = n(x = 0)$ и $n = n(x = L)$, $k_n(t) = (c/\bar{L})^2 \bar{m}/4$ для $n(x = D_0) \leq n < n(x = L - D_0)$; б) в интервалах поглощения \hat{A}_m : $\bar{\delta}_n = \infty$ для $n = n(x = D_0)$ и $n = n(x = L - D_0)$, $k_n(t) = (\bar{c}/\bar{L})^2 \bar{m}/4$ для $n(x = D_0) \leq n < n(x = L - D_0)$, где $n(x)$ — номер элемента дискретной модели, ближайшего к точке x . Здесь и далее предполагается, что неупомянутые элементы дискретной модели волноведущей среды на отрезке $x \in [0, L]$ согласованы с параметрами наружной среды ($x \notin [0, L]$) как при $t \in \hat{T}_m$, так и при $t \in \hat{A}_m$ для любых m . Для эффективной блокировки коммутационного излучения желательное выполнение соотношения $D_0/c \ll (L - 2D_0)/\bar{c}$.

Выполнив условие осцилляторного затухания колебаний внутри ВР $\alpha |(\omega_{\text{tech}})_{\min}|^\beta < (\omega_{\text{tech}})_{\min}$, а также условие эффективного затухания за время $\tau_{\#}$ (т. е. $\exp(-\gamma\tau_{\#}) = \exp(\alpha |(\omega_{\text{tech}})_{\min}|^\beta \tau_{\#}) \ll 1$), получим оценки $|\Gamma_A| \leq \exp(-\gamma\tau_{\#})$ и $|\Gamma_{\#}| \leq \tau_{\#}/T_B$. Согласно (3) минимум коэффициента отражения $|\Gamma_B|_{\min} \approx [1 + \ln(\gamma T_B)]/(\gamma T_B) \ll 1$ от ЦВЗ-2 на частоте падающей волны достигается при $\tau_{\#} = \gamma^{-1} \ln(\gamma T_B)$, где $\gamma = \gamma[(\omega_{\text{tech}})_{\min}]$. Как и ЦВЗ-1, данный алгоритм может быть применён в двух- и трёхмерных задачах, но от вибростата он требует в N_L раз меньшей пиковой силы реакции (порядка $A_{iw} \sqrt{\rho E} \sigma T_B/\tau_c^2$).

5.2. Циклический волновой затвор-3 (ЦВЗ-3)

В разделах 3, 4 отмечалось, что стенка типа $T \Leftrightarrow E$ не излучает и не поглощает энергию как при отпуске, так и при фиксации. Однако фиксация только типа E (рис. 1е), применённая одновременно ко всем частицам слоя $x \in [0, L]$ волноведущей среды, приводит к поглощению конечной энергии. В терминах дискретной модели среды (рис. 1а) эта операция соответствует переключению за время порядка τ_c элементов вязкости $\bar{\delta}_n(t)$ от нуля к $\bar{\delta}_n = \bar{\delta}_{\max} \rightarrow \infty$ для любых $n = n(x)$, где $0 \leq x \leq L$. Такое поглощение энергии происходит при абсолютно неупругом быстром взаимодействии (ударе) волны с вибростатом G или быстрым занулении кинетической составляющей $\sigma\rho \int_0^L (\phi'_t)^2 dx/2$ энергии волнового поля в слое $x \in [0, L]$ без предварительного преобразования этого поля в высокочастотные волны технологического диапазона. Ударное взаимодействие волны с вибростатом предполагает пиковую силу реакции (порядка $2\pi A_{iw} \rho\sigma L/(\tau_{iw}\tau_c)$). Одновременное отпусание всех частиц слоя $x \in [0, L]$ преобразует запасённую в нём энергию $\sigma\rho c^2 \int_0^L (\phi'_x)^2 dx/2$ упругих напряжений в волны, убегающие в обе стороны.

Далее рассмотрим ЦВЗ-3, пространственно-временная структура [5] которого полностью определяется параметром $\bar{\delta}_n$ вязкой связи частиц среды с вибростатом G (рис. 1а):

- а) в интервалах прозрачности \hat{T}_m : $\bar{\delta}_n = 0$ при $n(x = 0) \leq n < n(x = L)$;
- б) в интервалах поглощения \hat{A}_m : $\bar{\delta}_n = \infty$ при $n(x = 0) \leq n < n(x = L)$.

Реальное значение параметра $\bar{\delta}_n(t)$ вязкости в интервалах \hat{A}_m должно быть достаточно велико, чтобы тормозной путь Δx частицы за время τ_c «замораживания» среды не превосходил длины пробега звуковой волны, т. е. $\Delta x < c\tau_{\#}$, или $[\bar{\delta}(t)]_{\max} > \sigma\rho (A_{iw}/\tau_{iw}) (T_B/\tau_{\#})$. Длительность интервалов \hat{T}_m прозрачности слоя равна $T_B - \tau_{\#}$, а интервалов \hat{A}_m поглощения (фиксации) $\tau_{\#} \geq \tau_c$. Для упрощения анализа импульс падающей волны (рис. 2а) представим целым числом \tilde{N} эквидистантных

элементарных импульсов (рис. 2б), период размещения которых $2h$ связан с размерами активной зоны и периодом T_B включения вязкости соотношениями $L = 2h(\tilde{N} + 1/2)$ и $2h = cT_B$. В нашем рассмотрении момент полного вхождения такого (см. рис. 2а) импульса падающей волны в прозрачный слой $0 \leq x \leq L$ совпадает с начальным моментом первого интервала \hat{A}_1 . После первого удара и зануления кинетической компоненты энергии поля внутри слоя задача становится симметричной относительно точки $x = L/2$, и начальное смещение, оставшееся в каждом элементарном импульсе после отключения вязкости, генерирует два симметрично разбегающихся импульса половинной амплитуды. За время T_B между импульсами включения вязкости каждый импульс успеет сдвинуться на расстояние $2h$ и попадёт под очередной удар, находясь точно на месте соседнего импульса. При этом сохраняется форма элементарных импульсов, что существенно упрощает анализ. Останутся лишь искажения импульсов на края активной зоны, но вклад этих краевых эффектов в коэффициент отражения пропорционален $1/\tilde{N}$, где число \tilde{N} можно выбрать достаточно большим. Оно ограничено только конечной длительностью $\tau_{\#} \geq \tau_c$ включения вязкости и соотношением $\tau_{\#} \ll T_B/\tilde{N}$. Согласно (3) приближённо оценим $|\Gamma_{\#}| \approx \tau_{\#}/T_B \ll 1$ и $|\Gamma_A| \approx cT_B/L \ll 1$, где $|\Gamma_A|$ определяется отношением суммарной площади выходящих импульсов (рис. 2в), амплитуды которых представляют собой убывающую геометрическую прогрессию с показателем $1/2$, к площади импульса падающей волны (рис. 2а). При $(T_B)_{\text{opt}} = (\tau_{\#}L/c)^{1/2}$ получим минимальный коэффициент отражения $|\Gamma_B|_{\text{min}} \approx 2(c\tau_{\#}/L)^{1/2} \ll 1$. ЦВЗ-3, как и предыдущие две версии волновых затворов, допускает применение в трёхмерных краевых задачах.

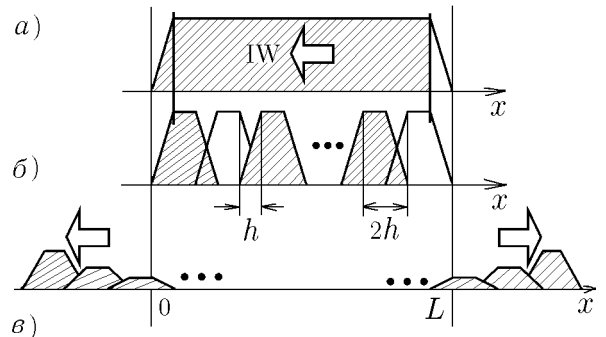


Рис. 2. Представление волнового поля смещения частиц в слое с управляемой вязкостью

6. ПАРАМЕТРИЧЕСКОЕ ПОКРЫТИЕ

В одномерном случае ЦВЗ представлял собой эшелон тонких, плоских и бесконечно протяжённых управляемых стенок, параллельных фронту плоской падающей волны, а виртуальные резонаторы (ВР) — пространство между соседними стенками (см., например, ЦВЗ-1). Однако при наклонном падении плоской гасимой волны такая система неэффективна. В этом случае для волн, бегущих вдоль стенок, задача не имеет границ, и возможны любые собственные частоты ВР, включая нулевую. Далее, используя двух- и трёхмерные ВР, модифицируем алгоритм ЦВЗ-1 для параметрического покрытия соответственно двух- или трёхмерного защищаемого объекта, занимающего область $\mathbf{r} \in \hat{\Theta}$ пространства, ограниченную поверхностью S_{Θ} . Такое покрытие занимает область \hat{L} между внешней \bar{S}_B и внутренней \underline{S}_B поверхностями с минимальной толщиной $L = \min[\hat{D}(\bar{S}_B, \underline{S}_B)]$, где $\hat{D}(\bar{S}_B, \underline{S}_B)$ — расстояние между поверхностями \bar{S}_B и \underline{S}_B , причём внутренняя поверхность \underline{S}_B совпадает с поверхностью защищаемого объекта: $\underline{S}_B = S_{\Theta}$. Покрытие на основе ЦВЗ-1 [5], например, представляет собой объёмную пенообразную структуру, изображённую на рис. 3 в последовательные моменты времени $0 < t_1 < t_2 < t_3 < t_4 < T_B$. Полости (или виртуальные резонаторы) этой структуры имеют характерный пространственный масштаб $Q \ll L$ и разделены стенками с управляемой прозрачностью. При этом поверхность $S_B(t) \subset \hat{L}$, разделяющая области Y прозрачных ($Y \subset \hat{L}$, наружная сторона) и \bar{Y} непрозрачных ($\bar{Y} \subset \hat{L}$, внутренняя сторона) стенок, движется со скоростью $V > c$ от наружного края

покрытия к внутреннему ($Y \cup \bar{Y} = \hat{L}, Y \cap \bar{Y} = \emptyset$). В момент достижения поверхностью $S_B(t)$ внутреннего края покрытия область непрозрачных стенок мгновенно восстанавливается во всём покрытии, и все операции повторяются снова. Для параметрического покрытия важна сквозная синхронизация отдельных блоков (частей покрытия, которые можно «склеивать» на защищаемой поверхности) по нормали к поверхности, но сами блоки могут исполнять операции ЦВЗ автономно.

Заметим, что наружный слой виртуальных резонаторов должен иметь стенки типа $T \Leftrightarrow E$, блокирующие коммутационное излучение, а более глубокие слои — стенки типа $T \Leftrightarrow L$. Как видно из описания, данное покрытие не содержит элементов или связей, чувствительных к структуре фронта падающей волны или определяющих какую-либо пространственную анизотропию поглощения в отличие от подхода б), упомянутого во введении. В этом смысле безразлично, под каким углом падающая волна входит в прозрачную в данный момент активную зону ЦВЗ и, соответственно, эффективность поглощения таким параметрическим покрытием не зависит от угла падения гасимых волн. Однако это не отменяет проблему дифракции падающих волн на параметрическом покрытии.

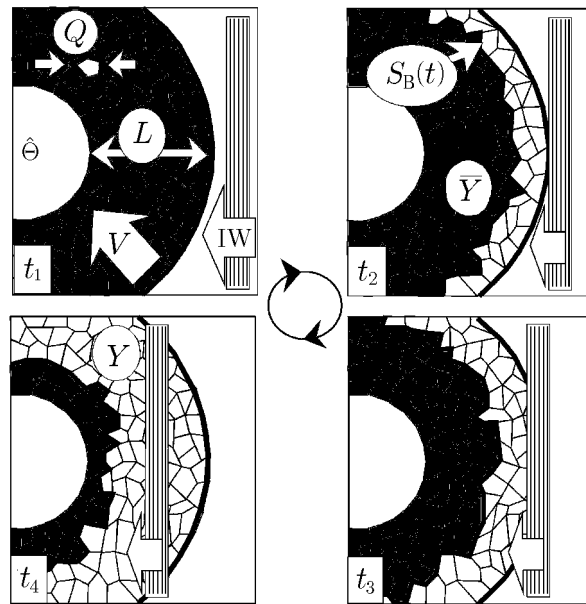


Рис. 3. Пенообразная структура параметрического покрытия

7. ОБЩЕЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ДИФРАКЦИИ

Вначале предположим, что в момент включения ЦВЗ начальные условия в его активной зоне нулевые, и падающая волна ещё не достигла области \hat{L} . Согласно формуле Пуассона для свободного пространства волновое поле $\phi(\mathbf{r}, t_N)$, удовлетворяющее уравнению $\phi''_{xx} + \phi''_{yy} + \phi''_{zz} = c^{-2}\phi''_{tt}$ (например поле звукового давления в газе или жидкости), определяется значениями $\phi(\mathbf{r}_0, t_0)$ и $\phi'_t(\mathbf{r}_0, t_0)$ в момент $t_0 < t_N$ на конусе $|\mathbf{r} - \mathbf{r}_0| = c(t_N - t_0)$: $\phi(\mathbf{r}, t_N) = \hat{P}[t_0, t_N; \Phi_0, \Psi_0]$, где $\hat{P}[t_0, t_N; \Phi_0, \Psi_0] = \partial \hat{U}[\Phi_0] / \partial t + \hat{U}[\Psi_0]$, $\Phi_0 = \phi(\mathbf{r}, t_0)$, $\Psi_0 = \phi'_t(\mathbf{r}, t_0)$,

$$\hat{U}[u] = [4\pi c^2 (t_N - t_0)]^{-1} \iint_{|\mathbf{r}-\mathbf{r}_0|=c(t_N-t_0)} u(\mathbf{r}_0) dS(\mathbf{r}_0).$$

С другой стороны, можно получить тождественный результат пересчёта поля от t_0 к t_N путём последовательности N вычислительных шагов, аналогичных описанному выше, но с узловыми моментами $t_0 < t_1 < \dots < t_n < t_{n+1} < \dots < t_{N-1} < t_N$: 1-й шаг, $\phi(\mathbf{r}, t_1) = \hat{P}[t_0, t_1; \Phi_0, \Psi_0]$, даёт новые начальные условия $\Phi_1 = \phi(\mathbf{r}, t_1)$, $\Psi_1 = \phi'_t(\mathbf{r}, t_1)$; ...; n -й шаг, $\phi(\mathbf{r}, t_n) = \hat{P}[t_{n-1}, t_n; \Phi_{n-1}, \Psi_{n-1}]$, даёт новые начальные условия $\Phi_n = \phi(\mathbf{r}, t_n)$, $\Psi_n = \phi'_t(\mathbf{r}, t_n)$; $(n + 1)$ -й шаг, $\phi(\mathbf{r}, t_{n+1}) = \hat{P}[t_n, t_{n+1}; \Phi_n, \Psi_n]$, даёт новые начальные условия $\Phi_{n+1} = \phi(\mathbf{r}, t_{n+1})$, $\Psi_{n+1} = \phi'_t(\mathbf{r}, t_{n+1})$; ...; N -й шаг, $\phi(\mathbf{r}, t_N) = \hat{P}[t_{N-1}, t_N; \Phi_{N-1}, \Psi_{N-1}]$.

При неограниченной миниатюризации структуры покрытия действие идеального ЦВЗ можно представить как наложение в конце каждого n -го цикла объёмной маски, описываемой линейным оператором $\hat{Z} = \hat{Z}(\hat{L}, t^*)$, где $t^* = nT_B$, $n = 1, 2, \dots$. Этот оператор мгновенно (для ЦВЗ-1, например, за

время $T_B \ll \tau_{iw}$) с точностью до порядка $|\Gamma_B| \ll 1$ (см. (4)) зануляет поле $\Phi(\mathbf{r}) = \hat{Z}[\phi(\mathbf{r}, t^*)]$ и его производную $\Psi(\mathbf{r}) = \hat{Z}[\phi'_t(\mathbf{r}, t^*)]$ в некоторый момент t^* в области \hat{L} и оставляет без изменения $\phi(\mathbf{r}, t^*)$ и $\phi'_t(\mathbf{r}, t^*)$ вне этой области, т. е. $\hat{Z} = \{1, \mathbf{r} \notin \hat{L}; 0, \mathbf{r} \in \hat{L}\}$.

Теперь модифицируем описанную выше вычислительную схему. Подействуем оператором $\hat{Z}(\hat{L}, t^*)$ на начальные условия в узловых моментах $t_0 < t_1 < \dots < t_n < t_{n+1} < \dots < t_{N-1} < t_N$, совпадающих с моментами $t^* = t_n = nT_B$ окончания циклов ЦВЗ. Таким образом, получим адекватное описание дифракции произвольной падающей волны на параметрическом покрытии произвольных размеров и формы [5]:

$$\begin{aligned} \phi(\mathbf{r}, t_1) &= \hat{P}[t_0, t_1; \Phi_0, \Psi_0], \quad \Phi_1 = \hat{Z}\phi(\mathbf{r}, t_1), \quad \Psi_1 = \hat{Z}\phi'_t(\mathbf{r}, t_1); \quad \dots; \\ \phi(\mathbf{r}, t_n) &= \hat{P}[t_{n-1}, t_n; \Phi_{n-1}, \Psi_{n-1}], \quad \Phi_n = \hat{Z}\phi(\mathbf{r}, t_n), \quad \Psi_n = \hat{Z}\phi'_t(\mathbf{r}, t_n); \\ \phi(\mathbf{r}, t_{n+1}) &= \hat{P}[t_n, t_{n+1}; \Phi_n, \Psi_n], \quad \Phi_{n+1} = \hat{Z}\phi(\mathbf{r}, t_{n+1}), \quad \Psi_{n+1} = \hat{Z}\phi'_t(\mathbf{r}, t_{n+1}); \quad \dots; \\ \phi(\mathbf{r}, t_N) &= \hat{P}[t_{N-1}, t_N; \Phi_{N-1}, \Psi_{N-1}]. \end{aligned}$$

Заметим, что согласно принципу ЦВЗ с «бегущей» границей (например ЦВЗ-1) падающая волна никогда не достигает внутренней поверхности \underline{S}_B параметрического покрытия \hat{L} . Поэтому применение формулы Пуассона для свободного пространства корректно, и произвольное распределение параметров среды в области $\mathbf{r} \in \hat{\Theta}$ никак не влияет на поле рассеяния. Последнее означает, что маску \hat{Z} можно модифицировать: $\hat{Z} = \{1, \mathbf{r} \notin \hat{L} \cup \hat{\Theta}; 0, \mathbf{r} \in \hat{L} \cup \hat{\Theta}\}$. Такая маска \hat{Z} может рассматриваться как вариант «чёрного тела», альтернативный рассмотренным в [6, 7].

8. ДИФРАКЦИЯ НА ДИСКЕ

Для оценки эффективности поглощающего покрытия в трёхмерной задаче вместо коэффициента отражения $|\Gamma_B| \ll 1$ (см. выше) далее будем рассматривать коэффициент Γ_{back} обратного рассеяния (по мощности) поля падающей волны на некоторой замкнутой поверхности \overline{S}_B (см. раздел 6) конечных размеров:

$$\Gamma_{\text{back}} = \left(\iint_{S_B} (\mathbf{W}_S, \mathbf{n}) dS_B \right) / \left(\iint_{S_g} (\mathbf{W}_{iw}, \mathbf{n}) dS_g \right). \quad (5)$$

Коэффициент Γ_{back} функционально связан с Γ_B и представляет отношение потока энергии $\iint_{S_B} (\mathbf{W}_S, \mathbf{n}) dS_B$ через полусферу S_B радиуса $R_B \rightarrow \infty$ (см. рис. 4) к потоку энергии $\iint_{S_g} (\mathbf{W}_{iw}, \mathbf{n}) dS_g$ падающей плоской волны через геометрическую проекцию S_g на её фронт области $\hat{L} \cup \hat{\Theta}$. Здесь \mathbf{W}_S , \mathbf{W}_{iw} — плотность потока энергии в рассеянном поле и в падающей волне соответственно, \mathbf{n} — нормаль к S_B , $|\mathbf{n}| = 1$.

Наиболее простым конкретным примером дифракции падающих волн на трёхмерном параметрическом покрытии является поле рассеяния плоской волны $\phi_{iw} = A \cos(\omega t + kx)$, где A — амплитуда давления в падающей волне, $k = \omega/c$, $\omega = 2\pi/\tau_{iw} \ll 2\pi/T_B$, нормально падающей на тонкий диск с покрытием на основе ЦВЗ-1 [5]. Диск имеет толщину $h_d = cT_B$, радиус $r_d \gg h_d$ и занимает в пространстве область $\hat{\Theta} = \hat{L}$.

Предположим вначале, что $\Gamma_B = 0$. Периодическое (с периодом T_B) зануление поля, производимое ЦВЗ-1, эквивалентно наложению в моменты $t_n = nT_B$ на текущее волновое поле и его производную дополнительного (компенсирующего падающую волну) распределения начальных условий $\bar{\phi} = -(1 - \hat{Z})\phi_{iw}$, $(\bar{\phi})'_t = -(1 - \hat{Z})(\phi_{iw})'_t$. В среднем на периоде $2\pi/\omega$ падающей волны такие начальные условия создают (см. раздел 7) наружное ($\mathbf{r} \notin \hat{L} \cup \hat{\Theta}$) поле с амплитудной диаграммой направленности $f(\theta) \approx [J_1(kr_d \sin \theta)/(kr_d \sin \theta)] \cos^2(\theta/2)$, эквивалентное полю диска, вырезанного из плоской

поверхности Гойгенса. Здесь J_1 — функция Бесселя 1-го порядка, θ — угол между осью диска и направлением наблюдения в дальней зоне, т. е. при $R_B > r_d^2 k / (2\pi)$ (см. рис. 4). Аналогично получим, что рассеянное назад поле ϕ_{back} , обусловленное конечной величиной $|\Gamma_B| > 0$, имеет амплитудную диаграмму направленности $f(\theta - \pi)$. В данной линейной задаче полное рассеянное поле $\phi_S(\mathbf{r}, t)$ в дальней зоне можно представить как сумму ($\phi_S = \bar{\phi} + \phi_{\text{back}}$) взаимно когерентных полей $\bar{\phi} \sim A(1 - \Gamma_B) f(\theta)$ (диаграмма 1 на рис. 4) и $\phi_{\text{back}} \sim A\Gamma_B f(\theta - \pi)$ (диаграмма 2 на рис. 4), созданных соответственно двумя дисками, вырезанными из плоских поверхностей Гойгенса и излучающими в противоположные стороны. Таким образом, получим выражение для коэффициента обратного рассеяния Γ_{back} на параметрическом покрытии диска:

$$\Gamma_{\text{back}} \approx \int_0^{\pi/2} |\Gamma_B f(\theta - \pi) + (1 - \Gamma_B) f(\theta)|^2 \sin \theta d\theta. \tag{6}$$

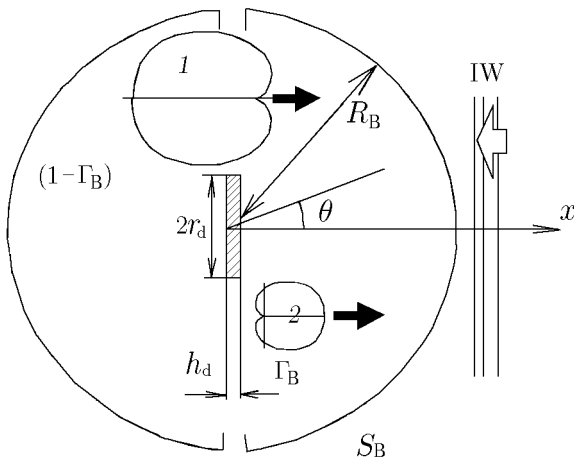


Рис. 4. Рассеяние плоской волны, нормально падающей на диск

Формула (6) предполагает, что начальные условия внутри области $\mathbf{r} \in \hat{\Theta} \cup \hat{L}$ определяются только текущими значениями поля падающей волны; это справедливо, если радиус диска r_d бесконечен, т. е. когда область \hat{L} — пространство между двумя бесконечными плоскостями, параллельными фронту плоской падающей волны. Последнее означает, что за время h_d/c все возмущения успевают покинуть эту область, и новый цикл ЦВЗ имеет дело только с новой порцией падающей волны.

Для диска конечного радиуса нужно оценить порядок краевых эффектов. Информация о мгновенном отсечении от диска его дополнения до бесконечной плоскости Гойгенса в течение периода ЦВЗ $T_B = h_d/c$ успевает дойти до точек внутри диска, удалённых от краёв на расстояние, не превосходящее h_d . Соответственно, область начальных условий

для следующего цикла ЦВЗ внутри \hat{L} , где поле падающей волны искажено, имеет площадь приблизительно в $r_d/(2h_d) \gg 1$ раз меньшую, чем площадь диска. Максимальные краевые искажения не могут быть выше, чем максимальное значение неискажённого поля, а поле падающей волны внутри \hat{L} однородно. Поэтому можно утверждать, что относительное отклонение дальнего дифракционного поля от модели, использованной в (6), по порядку величины не превышает $2h_d/r_d \ll 1$.

Таким образом, предполагая $r_d \gg h_d$ и $\Gamma_B = 0$, из (6) при $kr_d \ll 1$ получаем $\Gamma_{\text{back}} = 1/2$, а при $kr_d \gg 1$, соответственно, $\Gamma_{\text{back}} \approx (kr_d)^{-4}/2 \ll 1$. Заметим, что рассмотренное поглощающее покрытие представляет собой нерезонансную параметрическую структуру. Именно поэтому для него при $kr_d \ll 1$ всегда $\Gamma_{\text{back}} < 1$. С другой стороны, известно, что для резонансно рассеивающих (и резонансно поглощающих) объектов $\Gamma_{\text{back}} \gg 1$.

В разделах 6–8 было описано параметрическое покрытие на основе ЦВЗ-1. Однако могут быть применены и остальные версии ЦВЗ с учётом их специфики. В частности, для поглощающего покрытия на основе ЦВЗ-3 последовательность узловых моментов пересчёта поля (см. раздел 7) имеет вид $t_n = nT$, где $T \leq L/c$ и $T \gg T_B$.

9. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе показано, что развитие наблюдающейся технологической тенденции к росту миниатюризации и быстродействия средств управления параметрами краевой задачи позволяет разрабатывать широкополосно поглощающие покрытия с толщиной много меньше длины падающей волны. Все предложенные решения предполагают быстрое управление тонким бинарным распределением параметров по нормали к покрытию по заранее заданной программе. Отсутствие измерений (датчиков) волнового поля устраняет проблему самовозбуждения, традиционную для активных систем. В одномерном представлении для продольных упругих волн в стержне рассмотрены алгоритм модуляции коэффициента отражения и три варианта алгоритма циклического волнового затвора (ЦВЗ), основанные на бинарном управлении соответственно точечными граничными условиями, скоростью распространения волн в среде и вязкостью среды. Все три алгоритма предполагают наличие вибростата, т. е. достаточно жёсткой и неподвижной опоры для управления параметрами поглощающего слоя. Алгоритмы на основе ЦВЗ допускают применение также и в трёхмерных задачах конструирования параметрических поглощающих покрытий. Найдено общее решение задачи рассеяния падающей волны на таком параметрическом покрытии во временном представлении. Получены оценки коэффициента обратного рассеяния плоской волны, нормально падающей на тонкий диск, оборудованный параметрическим покрытием.

Автор признателен Вл. В. Кочаровскому, а также G. G. Grall, H. G. Leventhall, M. M. Sevik за содействие в выполнении этой работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Активные методы гашения звуковых полей (на основе поверхностей Гюйгенса). ЦНИИ «Румб», 1982.
2. Arabadzhi V. V. // J. of Low Frequency Noise, Vibration and Active Control. 1997. V. 16, No. 2. P. 89.
3. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теоретическая физика. Т. 4. Гидродинамика. М.: Наука, 1986. С. 336.
4. Арабаджи В. В. // Изв. вузов. Радиофизика. 2000. Т. 43, № 7. С. 657.
5. Arabadzhi V. V. // Proceedings of 25th the ISMA-25 Noise and Vibration Engineering Conference, Leuven, Belgium, September 13–15, 2000. V. 1. P. 1.
6. Скучик Е. Основы акустики. Т. 2. М.: Мир, 1976. С. 274, 315.
7. Захарьев Л. Н., Леманский А. А. Рассеяние волн чёрными телами. М.: Советское радио, 1972.

Институт прикладной физики РАН, г. Нижний Новгород,
Россия

Поступила в редакцию
3 ноября 2000 г.

ABSORPTION OF LONG WAVES BY NON-RESONANT PARAMETRIC MICROSTRUCTURES*V. V. Arabadzhi*

Using simple acoustical and mechanical models, we consider a conceptual possibility of designing an active absorbing (nonreflecting) coating in the form of a thin layer with small-scale stratification and fast time modulation of parameters. Algorithms for spacio-temporal modulation of the controlled-layer structure are studied in detail for one-dimensional boundary-value problem. These algorithms do not require wave-field measurements, which eliminates the self-excitation problem that is characteristic of active systems. The majority of the considered algorithms of parametric control transform the low-frequency incident wave to high-frequency waves of the working band for which the waveguiding medium inside the layer is assumed opaque (absorbing). The efficient-use conditions are found for all algorithms. It is shown that the absorbing layer can be as thin as desired with respect to minimum space scale of the incident wave and ensures efficient absorption in a wide frequency interval (including the zero frequency) that is bounded from above only by finite spacio-temporal resolution of the parameter-control operations. The structure of a three-dimensional parametric “black” coating whose efficiency is independent of the incident angle of an incoming wave is developed on the basis of the studied one-dimensional problems. The general solution of the problem of diffraction of incident waves from such a coating is obtained. This solution is analyzed in detail for the case of a disk-shaped element.

УДК 621.396.67.01

АНАЛИЗ СТАТИСТИЧЕСКИХ СВОЙСТВ МАКСИМАЛЬНОГО ШУМОВОГО СОБСТВЕННОГО ЧИСЛА ВЫБОРОЧНОЙ КОРРЕЛЯЦИОННОЙ МАТРИЦЫ АНТЕННОЙ РЕШЁТКИ ПРИ НАЛИЧИИ СИГНАЛА

К. В. Родюшкин

Свойства оценок числа и угловых координат внешних источников сигналов, принятых антенной решёткой, зависят от статистических свойств собственного шума. При ограниченном объёме выборки оценка корреляционной матрицы сигналов антенной решётки имеет спектр случайных собственных чисел. В ряде практически важных задач обнаружения и оценки числа сигналов необходимо знать статистические свойства максимального шумового собственного числа, чтобы корректно выбрать пороговое значение для принятия решения. В данной работе получена асимптотическая формула для интегрального распределения максимального шумового собственного числа выборочной корреляционной матрицы при наличии источника сигнала большой мощности. С помощью численного моделирования показано, что полученное асимптотическое распределение практически совпадает с точным распределением при мощности сигнала, превышающей мощность собственного шума антенной решётки на $6 \div 10$ дБ.

ВВЕДЕНИЕ

Оценка числа внешних источников может быть произведена на основе анализа собственных чисел выборочной корреляционной матрицы (КМ) сигналов антенной решётки (АР) [1, 2]. Далее будем считать, что собственные числа КМ упорядочены по убыванию. Процедура оценки числа внешних сигналов можно представить как пошаговый процесс, на k -м шаге которого производится сравнение k -го собственного числа $\hat{\lambda}_k$ с некоторым порогом. При этом порог от шага к шагу может изменяться. Если собственное число $\hat{\lambda}_k$ больше порога, то принимается решение о том, что число сигналов больше $k - 1$, и с порогом сравнивается следующее собственное число. В противном случае цепочка сравнений обрывается и принимается решение о том, что число источников сигналов равно $k - 1$. Для такого последовательного метода оценки числа сигналов представляют интерес статистические характеристики k -го собственного числа при наличии $k - 1$ источников сигналов (т. е. максимального «шумового» собственного числа). Функция распределения максимального шумового собственного числа позволяет найти на k -м шаге вероятность переоценки числа источников сигналов. Распределение максимального шумового собственного числа отличается от гауссовского [2, 3], и его нахождение представляется сложной задачей [4]. В работах [5, 6] было получено точное выражение для функции распределения максимального собственного числа при отсутствии внешних источников и продемонстрирована эффективность его использования для решения задачи обнаружения внешних сигналов с неизвестным волновым фронтом. В данной работе получено асимптотическое выражение для функции распределения максимального шумового собственного числа при наличии мощного источника сигнала, справедливое как для длинных, так и для коротких выборок, и проведено численное исследование пределов его применимости.

1. ИНТЕГРАЛЬНАЯ ФУНКЦИЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ МАКСИМАЛЬНОГО ШУМОВОГО СОБСТВЕННОГО ЧИСЛА ПРИ НАЛИЧИИ МОЩНОГО ИСТОЧНИКА СИГНАЛА

Рассмотрим узкополосную N -элементную АР. Собственный шум элементов АР будем считать гауссовским некоррелированным шумом с нулевым средним и единичной дисперсией. Вектор \mathbf{x} сигналов

АР запишем следующим образом:

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{n}(t) + a(t)\mathbf{s}. \quad (1)$$

Здесь \mathbf{n} — вектор-столбец длины N собственного шума элементов АР, $a(t)$ — гауссовский сигнал с нулевым средним и дисперсией ν , \mathbf{s} — вектор-фазор длины N , зависящий от направления прихода сигнала и геометрии АР (будем считать, что данный вектор нормирован следующим образом: $\mathbf{s}^H \mathbf{s} = N$). Тогда корреляционная матрица \mathbf{M} вектора $\mathbf{x}(t)$ сигналов АР запишется следующим образом:

$$\mathbf{M} = \mathbf{E} + \nu \mathbf{s} \mathbf{s}^H, \quad (2)$$

где знак H обозначает эрмитово сопряжение, \mathbf{E} — единичная матрица.

Легко показать, что у такой матрицы всего два различных собственных числа. Первое собственное число $\lambda_1 = 1 + \nu N$. Этому собственному числу соответствует нормированный собственный вектор $\varphi_1 = \mathbf{s}/\sqrt{N}$. Второе собственное число λ_2 кратности $N - 1$ равно единице, и ему соответствуют $N - 1$ собственных векторов, ортогональных вектору φ_1 . Используя собственные числа и собственные векторы, корреляционную матрицу \mathbf{M} можно представить в виде суммы двух слагаемых, соответствующих двум ортогональным подпространствам (любые два вектора из данных подпространств ортогональны друг другу):

$$\mathbf{M} = (1 + \nu N) \varphi_1 \varphi_1^H + (\mathbf{E} - \varphi_1 \varphi_1^H). \quad (3)$$

Аналогичным образом можно представить и обратную матрицу \mathbf{M}^{-1} :

$$\mathbf{M}^{-1} = (1 + \nu N)^{-1} \varphi_1 \varphi_1^H + (\mathbf{E} - \varphi_1 \varphi_1^H). \quad (4)$$

Первые слагаемые в этих выражениях соответствуют проекциям матриц на сигнальное подпространство (пространство векторов внешнего сигнала), определяемое собственным вектором φ_1 , а вторые слагаемые соответствуют проекциям матриц на шумовое подпространство (подпространство векторов, ортогональное сигнальному подпространству и в сумме с ним образующее полное пространство векторов $\mathbf{x}(t)$).

Точно корреляционная матрица неизвестна, и используется её оценка, построенная по выборкам вектора $\mathbf{x}(t)$. Пусть имеется L независимых выборок \mathbf{x}_i сигналов АР:

$$\mathbf{x}_i = \mathbf{n}_i + a_i \mathbf{s}, \quad i = 1, 2, \dots, L. \quad (5)$$

Тогда максимально правдоподобная оценка корреляционной матрицы \mathbf{M} записывается следующим образом:

$$\hat{\mathbf{M}} = \mathbf{A}/L, \quad \mathbf{A} = \sum_{i=1}^L \mathbf{x}_i \mathbf{x}_i^H. \quad (6)$$

Запишем случайную матрицу \mathbf{A} в виде разложения по собственным векторам \mathbf{v}_i и собственным числам ρ_i , $i = 1, 2, \dots, N$, упорядоченным по убыванию:

$$\mathbf{A} = \sum_{i=1}^N \rho_i \mathbf{v}_i \mathbf{v}_i^H. \quad (7)$$

Покажем, что при увеличении мощности ν внешнего сигнала собственный вектор \mathbf{v}_1 , соответствующий максимальному собственному числу ρ_1 матрицы \mathbf{A} , стремится к собственному вектору $\boldsymbol{\varphi}_1$ матрицы \mathbf{M} . Для этого, используя выражения (5) и (6), запишем матрицу \mathbf{A} в следующем виде:

$$\mathbf{A} = \sum_{i=1}^L (\mathbf{n}_i \mathbf{n}_i^H + |a_i|^2 \mathbf{s} \mathbf{s}^H + a_i \mathbf{s} \mathbf{n}_i^H + a_i^* \mathbf{n}_i \mathbf{s}^H). \quad (8)$$

На основе этого выражения и условия нормировки для \mathbf{s} найдём произведение

$$\mathbf{A} \mathbf{s} = \sum_{i=1}^L (\mathbf{n}_i \mathbf{n}_i^H \mathbf{s} + |a_i|^2 \mathbf{s} N + a_i \mathbf{s} \mathbf{n}_i^H \mathbf{s} + a_i^* \mathbf{n}_i N). \quad (9)$$

Данный вектор можно записать как сумму двух случайных векторов:

$$\mathbf{A} \mathbf{s} = \mathbf{b}_s + \mathbf{b}_n, \quad (10)$$

где

$$\mathbf{b}_s = \sum_{i=1}^L (|a_i|^2 N + a_i \mathbf{n}_i^H \mathbf{s}) \mathbf{s}, \quad (11)$$

$$\mathbf{b}_n = \sum_{i=1}^L (\mathbf{n}_i^H \mathbf{s} + a_i^* N) \mathbf{n}_i. \quad (12)$$

Рассмотрим средние значения $\langle |\mathbf{b}_s|^2 \rangle$ и $\langle |\mathbf{b}_n|^2 \rangle$ квадратов длин векторов \mathbf{b}_s и \mathbf{b}_n . Поскольку a_i является гауссовской случайной величиной с нулевым средним и дисперсией ν , то очевидно, что для больших значений ν справедливо $\langle |\mathbf{b}_s|^2 \rangle \sim \nu^2$, $\langle |\mathbf{b}_n|^2 \rangle \sim \nu$. Следовательно, при $\nu \rightarrow \infty$, $\mathbf{A} \mathbf{s} \rightarrow \mathbf{b}_s = r \mathbf{s}$, т. е. вектор $\mathbf{A} \mathbf{s}$ стремится к $r \mathbf{s}$, где r — случайная величина, пропорциональная оценке мощности источника сигнала. Таким образом, можно утверждать, что при увеличении мощности источника собственный вектор \mathbf{v}_1 , соответствующий максимальному собственному числу ρ_1 матрицы \mathbf{A} , стремится к собственному вектору $\boldsymbol{\varphi}_1$, соответствующему максимальному собственному числу матрицы \mathbf{M} .

Рассмотрим теперь распределение случайной эрмитовой матрицы \mathbf{A} . Известно, что при $L \geq N$ матрица \mathbf{A} подчиняется распределению Уишарта [7]:

$$P(\mathbf{A}) = C(\mathbf{M}) [\det(\mathbf{A})]^{L-N} e^{-\text{Sp}(\mathbf{M}^{-1} \mathbf{A})}, \quad (13)$$

где

$$C^{-1}(\mathbf{M}) = \pi^{N(N-1)/2} [\det(\mathbf{M})]^L \prod_{i=1}^N (L-i)!.$$

Используя выражение (4) для обратной матрицы \mathbf{M}^{-1} и разложение (7) матрицы \mathbf{A} , распределение (13) можно записать следующим образом:

$$\begin{aligned} P(\mathbf{A}) &= \frac{\left[\det \left(\sum_{i=1}^N \rho_i \mathbf{v}_i \mathbf{v}_i^H \right) \right]^{L-N}}{\pi^{N(N-1)/2} \prod_{i=1}^N (L-i)! (1+\nu N)^L} \exp \left\{ -\text{Sp} \left[\left(\mathbf{E} - \boldsymbol{\varphi}_1 \boldsymbol{\varphi}_1^H + \frac{\boldsymbol{\varphi}_1 \boldsymbol{\varphi}_1^H}{1+\nu N} \right) \sum_{i=1}^N \rho_i \mathbf{v}_i \mathbf{v}_i^H \right] \right\} = \\ &= \frac{\prod_{i=1}^N \rho_i^{L-N}}{\pi^{N(N-1)/2} \prod_{i=1}^N (L-i)! (1+\nu N)^L} \exp \left\{ -\sum_{i=1}^N \rho_i \left(1 - \frac{\nu N}{1+\nu N} |\boldsymbol{\varphi}_1^H \mathbf{v}_i|^2 \right) \right\}. \quad (14) \end{aligned}$$

Выше было показано, что при увеличении мощности сигнала $\mathbf{v}_1 \rightarrow \boldsymbol{\varphi}_1$. Следовательно, для $i > 1$

$$|\boldsymbol{\varphi}_1^H \mathbf{v}_i|^2 \rightarrow 0, \quad 1 - \frac{\nu N}{1 + \nu N} |\boldsymbol{\varphi}_1^H \mathbf{v}_i|^2 \rightarrow 1,$$

а функция распределения (14) матрицы \mathbf{A} стремится к следующему выражению:

$$P(\mathbf{A}) = \frac{1}{\pi^{N(N-1)/2} \prod_{i=1}^N (L-i)!} \prod_{i=2}^N \left\{ \rho_i^{L-N} \exp \left[-\sum_{i=2}^N \rho_i \right] \times \right. \\ \left. \times \frac{\rho_1^{L-N}}{(1 + \nu N)^L} \exp \left[-\rho_1 \frac{1 + \nu N (1 - |\boldsymbol{\varphi}_1^H \mathbf{v}_1|^2)}{1 + \nu N} \right] \right\}. \quad (15)$$

Используя данное распределение и теорему о собственных числах и собственных векторах случайной эрмитовой матрицы [8], а также тот факт, что при $\nu \gg 1$ максимальное собственное число $\rho_1 \gg 1$ и не зависит от остальных собственных чисел, можно получить следующее приближённое выражение для функции совместного распределения собственных шумовых чисел ρ_i , где $i = 2, 3, \dots, N$:

$$P(N, L, \rho_2, \rho_3, \dots, \rho_N) = C_1 \prod_{i=2}^N \rho_i^{L-N} e^{-\rho_i} \prod_{i>j>1}^N (\rho_i - \rho_j)^2, \quad (16)$$

где C_1 — нормировочная константа.

Для сравнения рассмотрим распределение $P_0(\mathbf{A})$ матрицы \mathbf{A} при отсутствии внешних источников ($\nu = 0$). В этом случае корреляционная матрица сигналов становится единичной ($\mathbf{M} = \mathbf{E}$), и в соответствии с (13) распределение матрицы \mathbf{A} будет иметь вид

$$P_0(\mathbf{A}) = C_2 [\det(\mathbf{A})]^{L-N} e^{-\text{Sp}(\mathbf{A})}, \quad (17)$$

где

$$C_2^{-1} = \pi^{N(N-1)/2} \prod_{i=1}^N (L-i)!.$$

Используя данное распределение и теорему о собственных числах и собственных векторах случайной эрмитовой матрицы [8], совместное распределение собственных чисел матрицы \mathbf{A} при $\nu = 0$ записывается следующим образом:

$$P_0(N, L, \rho_1, \rho_2, \dots, \rho_N) = C_3 \prod_{i=1}^N \rho_i^{L-N} e^{-\rho_i} \prod_{i>j}^N (\rho_i - \rho_j)^2. \quad (18)$$

Здесь C_3 — нормировочная константа, ρ_i — собственные числа матрицы \mathbf{A} , упорядоченные по убыванию. Сравнивая функции совместного распределения собственных чисел матрицы \mathbf{A} при отсутствии внешних сигналов (18) с распределением (16) $N - 1$ шумовых собственных чисел при наличии одного мощного сигнала, несложно установить следующее соотношение между ними:

$$P(N, L, \rho_2, \rho_3, \dots, \rho_N) = P_0(N - 1, L - 1, \rho_2, \rho_3, \dots, \rho_N). \quad (19)$$

Используя это выражение и соотношение (6), можно получить связь между асимптотическим выражением $F_2(N, L, \lambda)$ для интегрального распределения максимального шумового собственного числа $\hat{\lambda}_2$ выборочной корреляционной матрицы $\hat{\mathbf{M}}$ при наличии одного мощного источника и интегральной функцией распределения $F_1(N, L, \lambda)$ максимального шумового собственного числа $\hat{\lambda}_1$ выборочной

корреляционной матрицы $\hat{\mathbf{M}}$ при наличии только собственного шума:

$$F_2(N, L, \lambda) = F_1\left(N - 1, L - 1, \frac{L\lambda}{L - 1}\right). \quad (20)$$

Точное выражение для распределения $F_1(N, L, \lambda)$ максимального собственного числа при наличии только собственного гауссовского шума было найдено в [5] и может быть представлено в виде детерминанта матрицы, элементы которой представляют собой отношение гамма-функций:

$$F_1(N, L, \lambda) = \det \left[\frac{\gamma(L - N + i + j - 1, L\lambda)}{\Gamma(L - N + i)\Gamma(j)} \right]; \quad i, j = 1, 2, \dots, N. \quad (21)$$

Здесь $\Gamma(z)$ — гамма-функция, $\gamma(z, p)$ — неполная гамма-функция.

Используя (20) и (21), получим асимптотическое выражение для интегральной функции распределения максимального шумового собственного числа (второе собственное число выборочной корреляционной матрицы $\hat{\mathbf{M}}$) при наличии одного мощного источника:

$$F_2(N, L, \lambda) = \det \left[\frac{\gamma(L - N + i + j - 1, L\lambda)}{\Gamma(L - N + i)\Gamma(j)} \right]; \quad i, j = 1, 2, \dots, N - 1. \quad (22)$$

Заметим, что эта формула является асимптотической для мощного сигнала и справедлива для произвольного размера выборки $L > N$.

2. ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ТОЧНОСТИ АСИМПТОТИЧЕСКОЙ ФОРМУЛЫ ДЛЯ ИНТЕГРАЛЬНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ МАКСИМАЛЬНОГО ШУМОВОГО СОБСТВЕННОГО ЧИСЛА ВЫБОРОЧНОЙ КОРРЕЛЯЦИОННОЙ МАТРИЦЫ

Для исследования влияния мощности источника на интегральную функцию распределения максимального шумового собственного числа выборочной корреляционной матрицы $\hat{\mathbf{M}}$ было проведено численное моделирование АР. Моделирование проводилось для случая одного внешнего источника сигнала и линейной эквидистантной АР. Источник располагался на нормали АР. Расстояние между элементами АР равнялось половине длины волны. В результате моделирования по 100 000 экспериментам были получены распределения $F_2(\nu, N, L, \lambda)$ максимального шумового собственного числа (второе собственное число выборочной корреляционной матрицы $\hat{\mathbf{M}}$) для различных мощностей источника сигнала ν , размерности антенной решётки N и числа выборок L . На основе полученных экспериментальных распределений были построены кривые максимальной ошибки $E(N, L, \nu) = \max_{\lambda} (|F_2(N, L, \lambda) - F_2(\nu, N, L, \lambda)|)$ между асимптотическим (22) и экспериментальным распределениями в зависимости от мощности ν источника внешнего сигнала (рис. 1).

Из приведённых графиков хорошо видно, что уже при мощности источника порядка $6 \div 10$ дБ отклонение асимптотического распределения от истинного значения (экспериментального распределения) не превышает 0,02. Интересно также отметить, что при мощности источника больше мощности

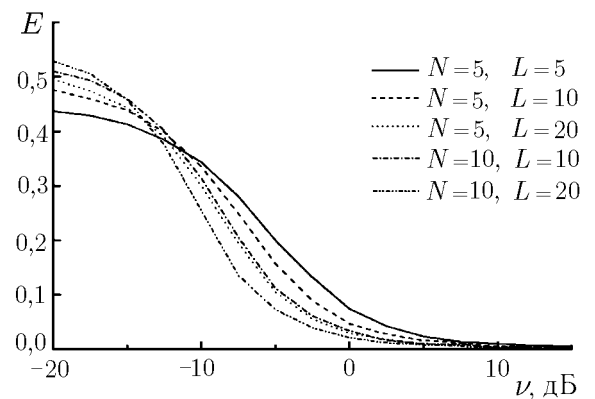


Рис. 1. Зависимость максимальной разности между экспериментальным и асимптотическим интегральными распределениями максимального шумового собственного числа от мощности сигнала

собственного шума (больше 0 дБ) максимальная ошибка монотонно уменьшается с ростом числа выборок L и числа элементов антенной решётки N .

Автор выражает благодарность за внимание к работе и полезные замечания В. Т. Ермолаеву и А. А. Мальцеву. Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (гранты № 00–15–96620, 00–02–17602) и гранта NATO PST. CLG. 977419.

ЛИТЕРАТУРА

1. Марпл-мл. С. Л. Цифровой спектральный анализ и его приложения. М.: Мир, 1990.
2. Караваев В. В., Сазонов В. В. Статистическая теория пассивной локации. М.: Радио и связь, 1987.
3. Мороз А. В., Есакова Н. Г. // Радиоэлектроника. 1990. Т. 35, № 5. С. 1014.
4. Черемисин О. П. // Радиоэлектроника. 1992. Т. 37, № 7. С. 1236.
5. Ермолаев В. Т., Родюшкин К. В. // Изв. вузов. Радиофизика. 1999. Т. 42, № 5. С. 494.
6. Ermolayev V. T., Maltsev A. A., Rodyushkin K. V. // Proceedings of International Conference JINA-98, Nice, France, 17–19 November 1998.
7. Кейпон Дж., Гудман Н. Р. // ТИИЭР. Т. 58, № 11. С. 82.
8. Гирко В. Л. Спектральная теория случайных матриц. М.: Наука, 1988.

Нижегородский госуниверситет им. Н. И. Лобачевского,
г. Нижний Новгород, Россия

Поступила в редакцию
9 февраля 2000 г.

ANALYSIS OF STATISTICAL PROPERTIES OF THE MAXIMUM NOISE EIGENVALUE OF SAMPLE CORRELATION MATRIX OF AN ANTENNA ARRAY IN THE PRESENCE OF SIGNALS

K. V. Rodyushkin

Characteristics of estimated number and angle coordinates of external sources of signals received by an antenna array depend on the statistical properties of internal noise. In the case of limited sample, the estimate of the correlation matrix of signals of the antenna array has a spectrum of random eigenvalues. When solving some important problems of detecting and estimating the number of signals, we must know the statistical properties of the maximum noise eigenvalue to choose correctly the threshold value for decision making. In this paper, we obtain an asymptotic formula for integral distribution of the maximum noise eigenvalue of the sample correlation matrix in the presence of a high-power signal source. Using numerical simulation, we show that the obtained asymptotic distribution is almost identical to the exact distribution if the signal power is 6 to 10 dB greater than the power of internal noise of the antenna array.

УСТОЙЧИВЫЕ МЕТОДЫ ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ, СОДЕРЖАЩИХ ИМПУЛЬСНУЮ КОМПОНЕНТУ

А. П. Колданов

Рассматриваются задачи обработки результатов радиофизических наблюдений, для описания которых может быть использована обобщённая модель Лихтера. Найдены состоятельные оценки параметров сигнала и помех. Приведены алгоритмы обнаружения импульсных процессов, а также обнаружитель гармонического сигнала на фоне помехи, содержащей хаотическую импульсную составляющую.

ВВЕДЕНИЕ

Во многих задачах статистической теории приёма радиосигналы представляются в виде различных комбинаций трёх основных компонент: непрерывного шумового процесса, узкополосных, в частности квазимонохроматических, процессов и импульсных процессов [1, 2]. Распространённость явлений, адекватно описываемых указанными составляющими, приводит к неоднозначности их роли при определении целей и методов статистического анализа результатов наблюдений. Так, в задачах радионавигации и радиолокации непрерывный шумовой процесс обычно выступает как помеха, вместе с тем в задачах обработки результатов радиофизических, в частности радиоастрономических измерений такой процесс является полезным сигналом. Квазимонохроматические колебания часто являются полезными сигналами в радиосвязи, однако в ряде задач, например, нелинейной радиолокации могут выступать и как помехи [3]. В задачах классической радиолокации импульсные процессы обычно являются полезными сигналами. С другой стороны, многие импульсные процессы естественного [4, 5] и искусственного [6] происхождения часто бывают помехами.

В настоящей работе предполагается, что в принимаемой реализации случайного процесса присутствует (или может присутствовать) импульсная компонента, которая представляет собой стохастически возникающие неперекрывающиеся импульсы со случайной амплитудой и квазимонохроматическим или шумовым заполнением. Кроме того, считается, что анализу подлежит совокупность отсчётов $x_i = x(t_i)$, где $i = 1, \dots, n$, огибающей принятого процесса. Причём моменты t_i выбраны так, что случайные величины x_i можно считать независимыми и одинаково распределёнными.

В качестве математической модели плотности распределения случайной величины x_i при сделанных предположениях можно использовать следующее обобщение известной модели Лихтера:

$$f(x; \sigma_1, \sigma_2, A, B, \gamma) = (1 - \gamma) \frac{x}{\sigma_1^2} \exp\left(-\frac{x^2 + B^2}{2\sigma_1^2}\right) I_0\left(\frac{xB}{\sigma_1^2}\right) + \gamma \frac{x}{\sigma_2^2} \exp\left(-\frac{x^2 + A^2}{2\sigma_2^2}\right) I_0\left(\frac{xA}{\sigma_2^2}\right), \quad (1)$$

где $I_0(z)$ — модифицированная функция Бесселя, $A, B, \sigma_{1,2}, \gamma$ — параметры.

При $\gamma = 0, B = 0$ получаем хорошо известное семейство распределений Релея, описывающее огибающую гауссового процесса.

Случай $\gamma = 1, A > 0$ соответствует распределению Райса, описывающего огибающую аддитивной смеси гауссового шума и гармонического сигнала амплитуды A . Вместе с тем такая модель активно используется и для описания более широкого класса процессов в теории систем радиосвязи [7].

При $0 < \gamma < 1, B = 0, A = 0, \sigma_1 < \sigma_2$ из (1) как частный случай получаем модель Лихтера [8] (смесь распределений Релея), которая может быть применена для описания как атмосферных

радиопомех, так и, в ряде случаев, искусственных импульсных помех [9] и некоторых видов помех индустриального происхождения [10]. При этом под импульсными понимаются хаотические импульсные помехи (ХИП) с шумовым заполнением интенсивности σ_3^2 ($\sigma_3^2 = \sigma_1^2 + \sigma_2^2$) и коэффициентом заполнения γ (вероятностью возникновения импульса в момент t_i , $x_i = x(t_i)$) на фоне непрерывного шума интенсивности σ_1^2 .

При $0 < \gamma < 1$, $\sigma_1 = \sigma_2$, $B = 0$, $A > 0$ семейство распределений (1) (смесь распределений Релея и Райса) описывает огибающую непрерывного шума и прямоугольных неперекрывающихся импульсов с гармоническим заполнением (A — амплитуда гармоники). Следует заметить, что, например, в задачах радиопротиводействия такая модель является достаточно хорошим приближением. С другой стороны, акцент делается на поиске таких методов обработки, для которых информация о форме импульсов не существенна, в отличие, например, от [11].

При $0 < \gamma < 1$, $\sigma_1 < \sigma_2$, $A = B > 0$ распределение (1) представляет собой смесь распределений Райса, которую можно использовать для описания огибающей аддитивной смеси гауссового шума, ХИП (с интенсивностью шумового заполнения импульсов σ_3^2) и гармонического сигнала амплитуды A .

Основной целью настоящей работы является краткое изложение результатов поиска методов статистического анализа наблюдений над случайной величиной, распределение которой принадлежит семейству (1). Сложность работы с таким семейством, очевидно, определяется его неэкспоненциальностью и наличием неэнергетического параметра γ , что существенно затрудняет возможность использования оптимальных и асимптотически оптимальных методов (впрочем, метод максимального правдоподобия при некоторых дополнительных ограничениях рассматривается в настоящей работе). Наибольшее внимание уделяется осмыслению роли и места нетрадиционных методов, которые позволяют решать рассматриваемые здесь задачи [12–18]. К таким методам относятся: непараметрический метод, лежащий в основе построения одного класса критериев согласия, известных как статистики λ Пирсона, метод разделяющих разбиений и метод, основанный на статистике экстремальных значений.

В настоящей работе приводятся результаты решения следующих задач:

- 1) оценивание параметров семейства распределений (1);
- 2) обнаружение импульсных сигналов (помех) с шумовым и гармоническим заполнением на фоне гауссового шума, которая формулируется как задача проверки гипотезы H_0 (сигнала нет): $\gamma = 0$, $B = 0$, против альтернатив H_1 (есть импульсы с шумовым заполнением): $0 < \gamma < 1$, $B = A = 0$, $\sigma_2 > \sigma_1$, H_2 (есть импульсы с гармоническим заполнением): $0 < \gamma < 1$, $B = 0$, $\sigma_1 = \sigma_2$, $A > 0$;
- 3) обнаружение гармонического сигнала (помехи) на фоне гауссового шума с ХИП, которая формулируется как задача проверки гипотезы H_3 (сигнала нет): $0 < \gamma < 1$, $B = A = 0$, $\sigma_2 > \sigma_1$, против альтернативы H_4 (сигнал есть): $0 < \gamma < 1$, $\sigma_2 > \sigma_1$, $A = B > 0$.

Существенно, что при решении задач обнаружения все параметры сигналов и помех предполагаются неизвестными. При этом основное внимание сосредоточено на поиске алгоритмов обнаружения с фиксированной вероятностью ложной тревоги при конечном объеме наблюдений, что имеет значение для многих приложений.

1. ОЦЕНИВАНИЕ ПАРАМЕТРОВ

Задачу построения состоятельных оценок параметров распределения Лихтера можно довольно просто решить, если воспользоваться методом разделяющих разбиений. В основе метода построения таких оценок лежит факт эквивалентности параметров $\theta_1, \dots, \theta_s$ семейства плотностей $f(x; \theta_1, \dots, \theta_s)$ совокупности вероятностей P_1, \dots, P_r , где $P_j = \int_{A_j} f(x; \theta_1, \dots, \theta_s) dx$, A_j — заранее выбранная система интервалов, образующая разделяющее разбиение [19], $j = 1, \dots, r$. Указанная эквивалентность обеспечивает существование функций

$$\theta_i = \Psi_i(P_1, \dots, P_r), \quad i = 1, \dots, s. \quad (2)$$

Смысл перехода к новым параметрам P_1, \dots, P_r заключается в том, что для их оценивания можно использовать обычные частоты t_j/n попадания x_1, \dots, x_n в интервалы A_j . Если при этом функции Ψ_i непрерывны, то состоятельность оценок $\hat{\theta}_i = \Psi_i(t_1/n_1, \dots, t_r/n)$, где $i = 1, \dots, s$, является следствием закона больших чисел. Применительно к модели Лихтера система (2) (без выражения для γ , которое аналогично приведённому ниже (6)) имеет вид [13]

$$\sigma_{1,2}^2 = -\frac{1}{2} \left\{ \ln \left[\frac{1}{2} \left(\frac{P_3 - P_1 P_2}{P_2 - P_1^2} \mp \sqrt{\frac{4(P_3 - P_2 P_3)}{P_3 - P_1 P_2} - \frac{3(P_3 - P_1 P_2)^2}{(P_2 - P_1^2)^2}} \right) \right] \right\}^{-1}. \quad (3)$$

Построить состоятельные оценки параметров распределения Райса можно с помощью метода моментов, при этом оценка A имеет вид

$$\hat{A} = \sqrt[4]{2m_2^2 - m_4}, \quad (4)$$

где m_2 и m_4 — второй и четвёртый выборочные моменты соответственно.

Вместе с тем в [17] была замечена и устранена определённая некорректность подобных оценок, связанная с тем, что область значений оценок шире области значений оцениваемых параметров. Так, в (4) с ненулевой вероятностью подкоренное выражение может быть отрицательным, причём, если $A = 0$, то $P\{\hat{A}^4 < 0\} \rightarrow 1/2$ при $n \rightarrow \infty$. Из результатов, подробно изложенных в [17], следует довольно простой способ устранения подобных неточностей. В частности, оценка параметра σ^2 распределения Райса имеет вид

$$\sigma^2 = \begin{cases} (m_2 - \sqrt{2m_2^2 - m_4})/2, & 2m_2^2 > m_4; \\ m_2/2, & 2m_2^2 \leq m_4. \end{cases} \quad (5)$$

Соответствующие коррективы при оценивании параметров распределения Лихтера приведены в [17], где также использован метод моментов. Так как соответствующие выражения достаточно громоздки, приведём здесь только состоятельную оценку параметра γ :

$$\gamma = \begin{cases} \frac{t_1 - C_1/2 + (C_2 - 3C_1^2/4)}{\sqrt{C_2 - 3C_1^2/4}}, & (x_1, \dots, x_n) \in D; \\ 0, & (x_1, \dots, x_n) \notin D, \end{cases} \quad (6)$$

где

$$C_1 = C_1(x_1, \dots, x_n) = \frac{t_3 - t_1 t_2}{t_2 - t_1^2}, \quad C_2 = C_2(x_1, \dots, x_n) = \frac{t_5 - t_2 t_3}{t_3 - t_1 t_2},$$

$$t_i = t_i(x_1, \dots, x_n) = \frac{1}{i!n} \sum_{j=1}^n x_j^{2i} = \{1, 2, 3, 4, 5\}, \quad D = \{(x_1, \dots, x_n) : C_2 > C_1^2 - t_1 C_1 + t_1^2\}.$$

Интересно отметить, что статистика m_4/m_2^2 , которая управляет выбором оценки в (5), лежит в основе локально оптимального теста обнаружения гармонического сигнала в гауссовом шуме ($A/\sigma \ll \ll 1$) [20]. Это позволяет допустить следующую интерпретацию (5): если принимается решение, что в реализации нет гармонического сигнала, то для оценивания интенсивности гауссового шума используется обычная оптимальная оценка; в противном случае используется состоятельная оценка σ^2 при наличии квазимонохроматического сигнала. Хорошо известно, что в классической постановке задачи совместного обнаружения и оценивания соответствующие процедуры объединяются специальным способом задания функции потерь [1]. В данном случае качественно похожий результат получается только из соображений корректного построения состоятельных оценок.

При оценивании параметров распределения Лихтера методы моментов и разделяющих разбиений приводят к очень похожим системам уравнений. Однако метод разделяющих разбиений в отличие от

метода моментов приводит к неразрешимой в элементарных функциях системе уравнений при оценивании параметров распределения Райса, а при оценивании параметров распределения Вейбулла ситуация меняется на противоположную [19].

Для оценивания параметров семейства распределений (1) в общем виде можно использовать метод моментов, т. к. чётные моменты распределения Райса имеют относительно простой вид. Соответствующие коррективы могут быть введены по методике, изложенной в [17].

2. ОБНАРУЖЕНИЕ ИМПУЛЬСНЫХ ПОМЕХ

Сформулированная выше задача проверки гипотезы H_0 против H_1 , вероятно, больше соответствует задаче обнаружения импульсной помехи, что определяется моделью Лихтера.

2.1. Тест максимального правдоподобия

Такой тест основан на статистике

$$T_{МП}(x_1, \dots, x_n) = \left(\max_{\sigma_1, \sigma_3, \gamma} \prod_{i=1}^n f_1(x_i; \sigma_1, \sigma_3, \gamma) \right) / \left(\max_{\sigma_1} \prod_{i=1}^n f_0(x_i; \sigma_1) \right), \quad (7)$$

где f_1 и f_0 — плотности распределения при альтернативе и гипотезе соответственно. Как известно, основная сложность при синтезе тестов максимального правдоподобия заключается в нахождении явного вида выражения (7). Так как решение соответствующей системы уравнений не представляется возможным, воспользуемся основным приёмом синтеза асимптотически оптимальных процедур [1], разложим $\prod_{i=1}^n f_1(x_i; \sigma_1, \sigma_3, \gamma)$ в ряд по степеням γ и (предполагая γ малым) ограничимся линейным членом разложения. Кроме того, установим следующую связь между γ и объёмом наблюдений n : $\gamma = 1/n$. Тогда соответствующая система уравнений для нахождения оценок максимального правдоподобия параметров σ_1, σ_3 имеет вид

$$\sum_{i=1}^n \exp \left\{ x_i^2 \left(\frac{1}{2\sigma_1^2} - \frac{1}{2\sigma_3^2} \right) \right\} (x_i^2 - 2\sigma_3^2) = 0, \quad \sigma_1^2 = \frac{1}{2(N-1)} \left(\sum_{i=1}^n x_i^2 - 2\sigma_3^2 \right). \quad (8)$$

Тем не менее явное представление (7) по-прежнему получить не удаётся, поэтому, в частности, для оценивания эффективности теста максимального правдоподобия был применён метод статистического моделирования его работы на ЭВМ, при котором использовалась система (8).

2.2. Тесты λ Пирсона

Класс тестов согласия, известный под этим названием, был предложен ещё в работе [21], но в настоящее время применяется довольно редко. Вместе с тем использование основной идеи построения этого класса тестов целесообразно в задачах, в которых параметрический вид семейства распределений при справедливости альтернативы предполагается известным (что нетипично для задач согласия). В то же время указанное параметрическое распределение достаточно сложно, что препятствует применению оптимальных и асимптотически оптимальных методов. Более точно, хорошо известно, что если случайная величина X имеет функцию распределения $F_0(x)$ (с плотностью $f_0(x)$), то случайная величина $Y = F_0(X)$ имеет равномерное распределение на интервале $[0, 1]$. Если же случайная величина Y

имеет плотность распределения $f_1(x)$, то случайная величина $Y = F_0(X)$ имеет плотность распределения

$$g_1(y) = \frac{f_1(F_0^{-1}(y))}{f_0(F_0^{-1}(y))}. \quad (9)$$

Следовательно, анализируя выражение (9), можно выяснить, какого типа отклонения от равномерного распределения следует ожидать при истинности альтернативы, и построить алгоритм, реагирующий именно на эти отклонения. Класс такого типа тестов и предложен в [21]. Разумеется, этот класс может быть расширен. Выражение (9) есть не что иное, как отношение правдоподобия (при объеме наблюдений $n = 1$), лежащее в основе оптимальных тестов. Следовательно, на этот подход можно смотреть как на некий регулярный метод поиска приближений к оптимальным решениям.

Применительно к рассматриваемой здесь задаче получаем, что при справедливости гипотезы H_0 преобразование

$$y_i = 1 - \exp\left[-\frac{x_i^2}{2M^2}\right], \quad M = \frac{\sqrt{2}}{n\sqrt{\pi}} \sum_{i=1}^n x_i, \quad (10)$$

приводит y_i к равномерному распределению¹, а при справедливости гипотезы H_1 распределение y_i имеет вид

$$\rho(y|H_1) = (1-y)(1+\lambda\beta)^2 \exp\left[-\frac{x^2\gamma\beta(1+\beta)}{2\sigma_1^2(1+\gamma\beta)^2}\right] + \gamma \left(\frac{1+\gamma\beta}{1+\beta}\right)^2 \exp\left[\frac{x^2(1-\gamma)\beta[2+(1+\gamma)\beta]}{2\sigma_1^2(1+\beta)^2(1+\gamma\beta)^2}\right] \Big|_{x=F_0^{-1}(y)}, \quad (11)$$

где $F_0^{-1}(y)$ — функция, обратная (10), $\beta = (\sigma_3 - \sigma_1)/\sigma_1$.

Анализ выражения (11), выполненный в [15], показывает, что можно предложить следующие решающие правила:

$$\delta_{4\lambda}(x_1, \dots, x_n) = \begin{cases} d_1, & T_{4\lambda}(x_1, \dots, x_n) = \sum_{i=1}^n \ln\left[1 - \exp\left(-\frac{x_i^2}{2M^2}\right)\right] < C, \\ d_0, & T_{4\lambda} > C, \end{cases} \quad (12)$$

$$\delta_{5\lambda}(x_1, \dots, x_n) = \begin{cases} d_1, & T_{5\lambda} = \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i\right)^2 / \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2\right) > C; \\ d_0, & T_{5\lambda} < C, \end{cases} \quad (13)$$

$$\delta_{j\lambda}(x_1, \dots, x_n) = \begin{cases} d_1, & T_{j\lambda} = 2k \ln \frac{b_j}{1-b_j} - 2 \sum_{x_i < z_j} \ln\left[1 - \exp\left(-\frac{x_i^2}{2M^2}\right)\right] + \sum_{x_i > z_j} \frac{x_i^2}{2M^2} < C; \\ d_0, & T_{j\lambda}(x_1, \dots, x_n) > C, \end{cases} \quad (14)$$

где d_1 и d_2 — решение принять гипотезу H_1 и H_2 соответственно; k — число членов выборки x_1, \dots, x_n , для которых выполняется условие $x_i < z_j$, $j = 1, 2, 3$; z_j находится из уравнения $b_j = 1 - \exp[-z_j/(2M^2)]$; $\sum_{x_i < z_j}$ означает суммирование по тем i , для которых выполняется условие $x_i < z_j$; порог C определяется из условия $P\{d_1|H_0\} = \alpha$, α — заданная вероятность ложных тревог.

Заметим, что в основе построения теста (13) лежит статистика $\prod_{i=1}^n (1 - y_i)$, чувствительная к группировке наблюдений у правого края распределения при справедливости гипотезы H_1 .

¹ Отклонениями от равномерного распределения, связанными с использованием оценки неизвестного параметра, можно пренебречь уже при $n > 20$ [22].

2.3. Метод разделяющих разбиений

Обобщение понятия разделяющего разбиения, использованного выше для построения состоятельных оценок, может быть положено в основу метода построения тестов проверки сложных гипотез с мешающими параметрами [23]. Такой метод приводит к нетрадиционной цифровой обработке группированных наблюдений. Основные соображения при этом заключаются в следующем:

1) При определённых условиях [23] семейство плотностей распределения вероятностей $P_i = \{f_i(x; \theta) : \theta \in \Omega\}$ порождает функциональную зависимость между вероятностями попадания случайной величины в заданную систему интервалов

$$\varphi(P_1, \dots, P_r) = 0, \quad \sum_{i=1}^{r+1} P_i = 1. \quad (15)$$

2) Если разбиение разделяет семейства между собой (способ нахождения числа таких интервалов приведён в [24]), то функции φ различны для различных семейств, что позволяет перейти от исходной задачи проверки гипотез к задаче анализа характера связи (или нарушения такой связи) вероятностей P_1, \dots, P_r .

3) Если функция φ в (15) является линейной или полиномиальной, то для проверки соответствующих гипотез могут быть предложены тесты, обладающие инвариантными свойствами функции мощности [18, 25]. Для произвольных функций можно использовать асимптотически несмещённые тесты [23].

Отметим, что при линейной функции φ для обнаружения импульсных помех разумно воспользоваться результатами анализа выражения (11). Соответствующие алгоритмы имеют вид

$$\delta_{ip}(x_1, \dots, x_n) = \begin{cases} d_1, & T_{ip}(x_1, \dots, x_n) > C(k_i); \\ d_0, & T_{ip}(x_1, \dots, x_n) < C(k_i), \end{cases} \quad (16)$$

где $T_{ip}(x_1, \dots, x_n)$ — число наблюдений, попавших в интервал $(a_{1i}M, a_{2i}M)$; M определяется из (10). Для точек a_{1i}, a_{2i} рассматривались следующие варианты: $a_{11} = 0,662$; $a_{21} = 1$; $a_{12} = 1$; $a_{22} = 1,79$; $a_{13} = 1,064$; $a_{23} = 2$; $a_{14} = 1,168$; $a_{24} = 3$. Порог $C(k_i)$ определяется из уравнения

$$\left(\frac{1}{2k_i}\right) \sum_{j=0}^{C(k_i)} \binom{k_i}{j} = \alpha,$$

где k_i — число наблюдений, попавших в интервал $(0, a_{2i}M)$, $\binom{k}{m}$ — число сочетаний из k по m .

Заметим, что тесты (16) имеют условный характер: пороги $C(k_i)$ находятся только после наблюдения величины k_i .

2.4. «Экстремальные» тесты

Статистика таких тестов представляет собой функцию от экстремумов наблюдаемой реализации. Обоснование возможности применения данного подхода к задачам различения сложных гипотез и численное исследование характеристик экстремальных алгоритмов приведено в [14]. Такие алгоритмы имеют вид

$$\delta_{ie}(x_1, \dots, x_n) = \begin{cases} d_1, & T_{ie}(x_1, \dots, x_n) > C; \\ d_0, & T_{ie}(x_1, \dots, x_n) < C, \end{cases} \quad (17)$$

где $i = 1, 2, 3, 4$,

$$T_{1e} = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i}{\frac{1}{k} \sum_{i=1}^k x'_i}, \quad T_{2e} = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2}{\frac{1}{k} \sum_{i=1}^k (x'_i)^2}, \quad T_{3e} = \frac{\sum_{i=1}^n x''_i}{\sum_{i=1}^k x'_i}, \quad T_{4e} = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^n x_i^2}}{\sum_{i=1}^k x'_i},$$

k — число интервалов, на которые так делится выборка x_1, \dots, x_n , что (в предположении, что n кратно k) в каждом интервале находится одинаковое число наблюдений; x'_i и x''_i — минимальное и максимальное значения на i -м интервале соответственно.

Независимость вероятности ложной тревоги от параметра σ_1 для всех приведённых выше алгоритмов следует из того, что он является параметром масштаба, и все статистики соответствующим образом нормированы.

Сравнительный анализ рассмотренных тестов проводился методом статистического моделирования при $0,02 \leq \gamma \leq 0,5$; $\sigma_1 = 1$; $1 \leq \sigma_2 \leq 4$; $200 \leq n \leq 800$. В целом можно заключить, что лучшим является тест, построенный методом максимального правдоподобия. Затем следуют значительно более простые (особенно $\delta_{5\lambda}$) тесты λ Пирсона. Следует заметить, что уступающий им обнаружитель δ_{3e} , вообще говоря, может быть улучшен за счёт выбора максимума и минимума из реализаций разной длительности.

3. ОБНАРУЖЕНИЕ ИМПУЛЬСОВ С ГАРМОНИЧЕСКИМ ЗАПОЛНЕНИЕМ

Рассмотрим задачу проверки гипотезы H_0 против H_2 . Для применения теста максимального правдоподобия, кроме предположения о малости параметра γ , необходимо ещё предположение о малости параметра A/σ . Получаемая при этом система уравнений правдоподобия отличается от (8), что говорит о неустойчивости теста по отношению к изменению характера заполнения импульсов.

С другой стороны, статистики типа λ Пирсона и метод разделяющих разбиений оказываются устойчивыми [26, 27], а именно характер отклонений от равномерного распределения после преобразования (10), очевидно, отличается от функции (11), но анализ поведения $P(y|H_2)$ в окрестности точек $y = 0$ и $y = 1$ показывает возможность использования алгоритмов (12) и (13). Аналогичное исследование приводит к состоятельности тестов (16). Сравнительный анализ этих алгоритмов, проведённый в [27], показывает, что несколько более эффективным оказывается тест (13). Однако в этом случае эффективности тестов метода разделяющих разбиений (даже при линейности (15)) и статистик типа λ Пирсона незначительно отличаются между собой. Аналитическое обоснование возможности использования в этой задаче «экстремальных» алгоритмов наталкивается на значительные трудности. Поэтому в [14] было приведено статистическое моделирование тестов (17) как при истинности гипотезы H_1 , так и при истинности гипотезы H_2 . Полученные результаты подтверждают устойчивость этих алгоритмов по отношению к характеру заполнения импульсов, что хорошо согласуется с рассуждениями, на основе которых они построены.

В заключение этой части работы подчеркнём эффективность и простоту обнаружителя (13). Интересно отметить, что при изменении знака неравенства в правой части (13) на противоположный получаем локально оптимальный ($A/\sigma \gg 1$) алгоритм обнаружения гармонического сигнала в гауссовом шуме [20]. В [16] проведено сравнение обнаружителя (13) с классическим энергетическим приёмником. При построении последнего предполагалось, что спектр непрерывного гауссового шума более широкий, чем спектр импульсного процесса, что позволяет выделить две области частот, в одной из которых

присутствует только шум, а во второй может присутствовать импульсный процесс, описываемый моделью Лихтера. В предположении равенства ширины полос основного и вспомогательного частотных каналов показано, что существует такое значение γ^* , меньше которого алгоритм (13) оказывается более эффективен, чем классический энергетический приёмник. В [12] проведено исследование характеристик обнаружителя (13) в том числе на лабораторном макете в соответствии с аналоговым вариантом статистики $T_{5\lambda}$. Это исследование, в частности, показывает устойчивость алгоритма к появлению амплитудной модуляции гармонического сигнала.

4. ОБНАРУЖЕНИЕ ГАРМОНИЧЕСКОГО СИГНАЛА НА ФОНЕ ХАОТИЧЕСКОЙ ИМПУЛЬСНОЙ ПОМЕХИ

Автору настоящей работы неизвестен тест проверки гипотезы H_3 против альтернативы H_4 , вероятность ложной тревоги которого не зависела бы от неизвестных параметров $\sigma_1, \sigma_2, \gamma$, кроме предложенного в [18] теста, основанного на методе разделяющих разбиений. Непосредственной проверкой можно убедиться, что при выборе точек деления положительной полуоси $c_0 = 0, c_i = c\sqrt{i}$, где $i = 1, \dots, 5$, выражение (15) для вероятностей $p_i = P(x \in [c_{i-1}, c_i])$ при справедливости модели Лихтера имеет вид

$$p_3^3 + p_1p_4^2 + p_5p_2^2 = p_1p_3p_5 + 2p_2p_3p_4. \quad (18)$$

При наличии гармонического сигнала левая часть (18) становится меньше правой. Тест проверки гипотезы H_3 против гипотезы H_4 имеет вид

$$\delta(x_1, \dots, x_n) = \begin{cases} d_4, & t_1 < c_\alpha(t); \\ d_3, & t_1 \geq c_\alpha(t). \end{cases} \quad (19)$$

Здесь порог $c_\alpha(t) = c_\alpha(t_1 + t_2)$ находится из условия

$$\sum_{i=0}^{c_\alpha(t)} \frac{\binom{n}{t-i} \binom{n}{i}}{\binom{2n}{i}} = \alpha, \quad (20)$$

где α — вероятность ложной тревоги, n — объём наблюдений,

$$t_1 = \sum_{i=1}^k [I(A_1^i) + I(A_2^i) + I(A_3^i)], \quad t_2 = \sum_{i=1}^k [I(A_4^i) + I(A_5^i) + I(A_6^i)], \quad (21)$$

$I(B)$ — характеристическая функция события B ,

$$A_1^i = \{c_1 \leq x_{1i} < c_2, c_2 \leq x_{2i} < c_3, c_3 \leq x_{3i} < c_4\}; \quad A_4^i = \{c_0 \leq x_{4i} < c_1, c_3 \leq x_{5i} < c_4, c_3 \leq x_{6i} < c_4\};$$

$$A_2^i = \{c_2 \leq x_{1i} < c_3, c_1 \leq x_{2i} < c_2, c_3 \leq x_{3i} < c_4\}; \quad A_5^i = \{c_4 \leq x_{4i} < c_5, c_1 \leq x_{5i} < c_2, c_1 \leq x_{6i} < c_2\};$$

$$A_3^i = \{c_0 \leq x_{1i} < c_1, c_2 \leq x_{2i} < c_3, c_4 \leq x_{3i} < c_5\}; \quad A_6^i = \{c_2 \leq x_{4i} < c_3, c_2 \leq x_{5i} < c_3, c_2 \leq x_{6i} < c_3\}.$$

При этом для удобства изложения предполагается, что $n = 6k$, и исходная выборка x_1, \dots, x_n перенумерована в виде $x_{11}, \dots, x_{1k}, x_{21}, \dots, x_{2k}, x_{61}, \dots, x_{6k}$.

Численные исследования эффективности алгоритма (19) показывают, что при $\alpha = 0,1; \sigma_1 = 1; \sigma_2 = 5; A = 4; \gamma = 0,5$ вероятность правильного обнаружения гармонического сигнала на фоне ХИП $\beta = 0,95$ достигается при $n = 40\,000$, а для $\beta = 0,98$ необходимо $n = 60\,000$.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Полученные результаты показывают, что рассмотренные в работе нетрадиционные методы позволяют решать актуальные задачи оценивания параметров и обнаружения сигналов или помех, содержащих импульсную компоненту. При этом:

1) Удаётся получить явный вид оценок и исследовать их характеристики.

2) Алгоритмы обнаружения импульсных сигналов или помех, основанные на методе Пирсона, разделяющих разбиений и экстремальных статистик, уступают (в разной степени) приёмнику максимального правдоподобия по эффективности, однако все они обладают определённой устойчивостью по отношению к изменению модели одномерной плотности распределения принимаемого процесса и её параметров. Вместе с тем для лучших из этих алгоритмов проигрыш в эффективности незначителен.

3) Развитие метода разделяющих разбиений приводит к возможности аналитического решения достаточно сложной задачи обнаружения гармонического сигнала на фоне помехи, содержащей ХИП. Существенно, что вероятность ложной тревоги полученного алгоритма не зависит от параметров хаотичной импульсной и непрерывной помех. Такой алгоритм предполагает достаточно детальный анализ результатов наблюдений, что вполне реально при использовании современной цифровой техники. Вместе с тем получить подобное решение другими методами не удаётся.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 99-02-16916).

ЛИТЕРАТУРА

1. Левин Б. Р. Теоретические основы статистической радиотехники. М.: Сов. радио, 1976. Кн. 3.
2. Тихонов В. И. Статистическая радиотехника. М.: Сов. радио, 1966.
3. Горбачёв А. Л., Ларцов С. В., Тараканков С. П., Чигин Е. П. // Радиотехника и электроника. 1998. Т. 43, № 1. С. 71.
4. Ремизов Л. Т. // Радиотехника и электроника. 1981. Т. 26, № 2. С. 211.
5. Венскаускас К. К., Малахов Л. М. // Зарубежная радиоэлектроника. 1978. № 1. С. 95.
6. Защита от радиопомех / Под ред. М. В. Максимова. М.: Сов. радио, 1976.
7. Миддлтон Д. Введение в статистическую теорию связи. М.: Сов. радио, 1961.
8. Лихтер Я. И. // Радиотехника и электроника. 1956. Т. 1, № 10. С. 1295.
9. Атражов М. П., Ильин В. А., Марьин Н. П. Борьба с радиоэлектронными средствами. М.: Воениздат, 1972.
10. Клементенко А. Я., Панов Б. А., Свешников В. Ф. Контактные помехи радиоприёму. М.: Воениздат, 1979.
11. Трифонов А. П., Парфёнов В. И. // Радиотехника и электроника. 2000. Т. 45, № 8. С. 937.
12. Горбачёв А. А., Колданов А. П., Красильников В. Д., Линёв А. Б. // Радиотехника. 1982. Т. 37, № 5.
13. Горбачёв А. А., Колданов А. П., Линёв А. Б. // Изв. вузов. Радиофизика. 1982. Т. 25, № 11.
14. Горбачёв А. А., Исаева О. М., Колданов А. П. // Радиотехника. 1983. № 7.
15. Горбачёв А. А., Колданов А. П., Цветков В. Е. // Радиотехника и электроника. 1983. Т. 28, вып. 10.
16. Горбачёв А. А., Горев П. В., Колданов А. П. // Радиотехника. 1984. № 8.
17. Анисимова Л. Н., Горев П. В., Колданов А. П. // Радиотехника и электроника. 1986. Т. 31, вып. 12.
18. Анисимова Л. Н., Колданов А. П. // Радиотехника. 1989. № 10.
19. Каган А. М. // Доклады АН СССР. 1963. Т. 153, № 3. С. 522.
20. Рухин А. Л., Самсоненко С. В. // Радиотехника и электроника. 1972. Т. 17, № 1. С. 170.
21. Pearson E. S. // Biometrika. 1938. V. 30. P. 134.

22. David T. N., Johnson W. L. // *Biometrika*. 1948. V. 35. P. 182.
23. Колданов А. П. // *Радиотехника и электроника*. 1981. № 9.
24. Горбачёв А. А., Колданов А. П. // *Радиотехника и электроника*. 1979. Т. 24, № 6.
25. Колданов А. П., Репин О. Н., Токмаков И. Л. // *Радиотехника и электроника*. 1985. Т. 30, № 5.
26. Горбачёв А. А., Колданов А. П. // *Изв. вузов. Радиофизика*. 1975. Т. 18, № 6.
27. Горбачёв А. А., Колданов А. П. // *Радиотехника*. 1979. Т. 34, № 11.

Нижегородский госуниверситет им. Н. И. Лобачевского,
г. Нижний Новгород, Россия

Поступила в редакцию
8 декабря 2000 г.

STABLE PROCESSING METHODS FOR SIGNALS WITH A PULSED COMPONENT

A. P. Koldanov

We analyze problems of processing the results of radiophysical observations, which can be described using the generalized Likhter model. Consistent estimates of the signal parameters and noise are found. We show the algorithms for detecting the pulsed processes as well as a detector of harmonic signal against an interference comprising a chaotic pulsed component.