МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Известия высших учебных заведений

# РАДИОФИЗИКА

ежемесячный научно-технический журнал

Издаётся с апреля 1958 г.

Том XLIV № 12 Нижний Новгород 2001

## Содержание

**Бархатов Н. А., Н. С. Беллюстин, Ж. -Л. Бужере, С. Ю. Сахаров, Ю. В. Токарев** Влияние магнитного поля солнечного ветра на турбулентность переходной области за отошедшей ударной волной ..... 993

**Бахметьева Н. В., Беликович В. В., Бенедиктов Е. А., Толмачёва А. В.** Исследование неоднородной структуры ионосферы с помощью рассеяния радиоволн на искусственных периодических неоднородностях ..... 1003

**Троицкий А. В., Ошарин А. М., Королёв А. В., Страпп В., Айзик Ж.** Исследование поляризационных характеристик теплового микроволнового излучения облачной атмосферы ..... 1016

**Белоброва М. В., Иванов В. К., Калмыков А. И., Матвеев А. Я., Разсказовский В. Б., Цымбал В. Н.** Экспериментальное изучение пространственных неоднородностей рассеяния радиоволн в зоне течения Гольфстрим ..... 1031

**Резник А. Н., Юрасова Н. В.** Эффекты квазистационарного теплового поля в контактной радиометрии ..... 1039

**Усанов Д. А., Горбатов С. С.** Резонансы в системе диафрагма — короткозамыкающий поршень ..... 1046

**Беван Д. Д. Н., Ермолаев В. Т., Маврычев Е. А., Флаксман А. Г.** Сравнительная эффективность сотовых систем связи, использующих адаптивную модуляцию и кодирование, и систем с управлением мощностью ..... 1050

**Ермолаев В. Т., Мальцев А. А., Родюшкин К. В.** Статистические характеристики критериев AIC и MDL в задаче оценки числа источников многомерных сигналов в случае короткой выборки ..... 1062

**Польдин О. В., Силаев А. М.** Исследование алгоритмов оценивания сигналов при потоке импульсных возмущений ..... 1070

Содержание т. 44 журнала "Известия высших учебных заведений. Радиофизика" за 2001 год ..... 1077

Именной указатель т. 44 журнала "Известия высших учебных заведений. Радиофизика" за 2001 год ..... 1083

УДК 537.87:523

# ВЛИЯНИЕ МАГНИТНОГО ПОЛЯ СОЛНЕЧНОГО ВЕТРА НА ТУРБУЛЕНТНОСТЬ ПЕРЕХОДНОЙ ОБЛАСТИ ЗА ОТОШЕДШЕЙ УДАРНОЙ ВОЛНОЙ

*Н. А. Бархатов* [1], *Н. С. Беллюстин* [2], *Ж. -Л. Бужере* [3], *С. Ю. Сахаров* [1], *Ю. В.Токарев* [2]

Представлена интерпретация результата эксперимента СУРА—WIND по радиопросвечиванию геовозмущённой области солнечного ветра (1996–1997 гг.) в рамках современных представлений о взаимодействии замагниченного солнечного ветра с магнитосферой Земли. Проведено статистическое сопоставление характеристик рассеянного сигнала на частоте 9 МГц, определяемого уровнем плазменной турбулентности с масштабами порядка 100 км, с данными локальных измерений параметров солнечного ветра (плотность плазмы, ориентация и величина межпланетного магнитного поля) на космическом аппарате WIND. Выявлена зависимость индекса мерцаний наблюдаемого рассеянного сигнала, характеризующего средний уровень турбулентности переходной области за отошедшей ударной волной, от ориентации и величины ММП. Для подтверждения достоверности обнаруженной зависимости использованы современные нелинейные корреляционные методы теории искусственных нейронных сетей (ИНС). Результаты, полученные в модели трёхслойной ИНС обратного распространения ошибки, подтверждают существенное влияние ММП на плазменную турбулентность в переходной области.

## ВВЕДЕНИЕ

Известно, что сверхальвеновское обтекание магнитосферы Земли замагниченным солнечным ветром (СВ) формирует отошедшую ударную волну с толщиной фронта $\Delta \sim 10^6$ см и находящуюся за ней переходную область (ПО) толщиной $L \sim 10^9$ см. Из равенства динамического давления солнечного ветра и давления земного магнитного поля можно грубо оценить размеры магнитосферы и качественно описать перестройку картины её обтекания при медленном изменении параметров СВ. Другим простым соображением, полезным для качественных рассуждений, являются граничные условия на ударной волне, связывающие плотность $\rho$, температуру, скорость $\mathbf{V}$ плазмы СВ и магнитное поле $\mathbf{H}$. Из граничных условий следует, что за ударной волной скорость плазмы резко падает, а поперечная к скорости $\mathbf{V}$ составляющая магнитного поля существенно возрастает [1, 2]. Это приводит к тому, что, хотя энергия межпланетного магнитного поля (ММП) в СВ на 1–2 порядка меньше динамической энергии потока плазмы, оно может существенно влиять на такую характеристику процесса обтекания магнитосферы солнечным ветром, как уровень турбулентности плазмы за ударной волной в подсолнечной части ПО магнитосферы.

Накопленные к настоящему времени результаты измерений (как наземных, так и выполненных непосредственно на космических аппаратах (КА)) в целом свидетельствуют о снижении уровня турбулентности плазмы в те периоды, когда ММП перпендикулярно нормали к фронту ударной волны (так называемая квазиперпендикулярная ударная волна), и о росте уровня турбулентности в периоды квазипродольной ударной волны, когда ММП параллельно нормали к фронту [3].

Имеются два основных механизма, определяющих уровень турбулентности в области за ударной волной. Первый из них связан с тем, что вмороженное в плазму магнитное поле играет стабилизирующую роль и подавляет развитие плазменной турбулентности. Поскольку поперечное магнитное поле за ударной волной усиливается, оно сможет обеспечить ламинарное движение плазмы за ударным фронтом, когда в ПО плотности энергии магнитного поля и кинетической энергии плазмы сравняются по порядку величины. Этот механизм должен обеспечить зависимость уровня турбулентности в ПО

от величины поперечного магнитного поля СВ. Экспериментально подтвердить существование такой зависимости и является основной целью настоящей работы. Грубые оценки показывают, что характерные времена соответствующих переходных процессов могут при этом составлять от единиц до десятков минут.

Вторым фактором, влияющим на уровень турбулентности за ударной волной, является прямое проникновение низкочастотных магнитогидродинамических (МГД) возмущений плазмы СВ через ударную волну. Предполагается, что это явление может обеспечить заметный вклад в общий фон турбулентности в ПО. В пользу этого говорят экспериментальные данные [4], а также теоретические соображения о механизме усиления волн на ударной волне [5] и их затухании в ПО [6, 7]. Однако пока ещё не поставлены надёжные эксперименты, необходимые для установления корреляционной связи между быстрыми, с характерными временами порядка нескольких секунд, вариациями параметров СВ и параметрами мелкомасштабной турбулентности в переходной области. Обнаружение такой связи будет свидетельствовать о прохождении волн из СВ через ударную волну в ПО и далее в земную магнитосферу.

В настоящем исследовании мы ограничимся рассмотрением влияния первого фактора (магнитного поля солнечного ветра) на уровень турбулентности в ПО. Недавние эксперименты по радиопросвечиванию магнитосферной плазмы наземно-космическим декаметровым радаром СУРА—WIND [8] дают достаточный экспериментальный материал для подтверждения связи параметров СВ с уровнем турбулентности за ударной волной. В этих экспериментах была обнаружена тонкая структура спектра радиомерцаний, вызванная рассеянием радиоволн с частотой 9 МГц на плазменной турбулентности с масштабами порядка 100 км. Согласно работе [8] основной вклад в наблюдаемый индекс межпланетных мерцаний $m^2$ даёт именно турбулентная область ПО за головной ударной волной. Существенно, что в ходе эксперимента одновременно с радиопросвечиванием околоземной плазмы с КА WIND регистрировались локальные характеристики ММП и другие параметры солнечного ветра в месте нахождения КА.

Известно, что для выявления неоднозначных и немонотонных связей между несколькими переменными и параметрами при большом объёме данных полезно использовать искусственные нейронные сети (ИНС), автоматически обучающиеся по данным путём подстраивания внутренних весов (связей) между нейронными элементами. ИНС оказываются эффективнее других математических приёмов в физических приложениях, когда точные уравнения неизвестны или необозримо сложны. В настоящем исследовании для выявления связей между параметрами СВ, ММП и свойствами турбулентности в ПО используется достаточно известный нейросетевой алгоритм, обучающийся методом обратного распространения ошибки (backpropagation technique).

## 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ПРЕДПОСЫЛКИ ИССЛЕДОВАНИЯ

Плазму ПО на интересующих нас низких частотах можно рассматривать в рамках МГД описания и применять к ней базовые принципы теории МГД турбулентности [9]. Когда магнитное поле не слишком велико, и его энергия много меньше кинетической энергии движения плазмы, турбулентное течение жидкости в нулевом приближении можно рассматривать как гидродинамическое, а влияние магнитного поля учитывать как поправку. Известно, что в жидкости на стадии развитой турбулентности устанавливается стационарное универсальное распределения энергии по масштабам. Соответствующий спектр был в своё время получен Колмогоровым [10, 11] из соображений размерности и автомодельности процесса каскада энергии — перекачки энергии от больших пространственных масштабов турбулентности к меньшим. Минимальный (внутренний) масштаб турбулентности в рамках гидродинамического приближения определяется вязкостью среды. Однако вязкость проводящей космической плазмы слишком мала, и внутренний масштаб турбулентности определяется из условия равенства скорости плазмы в вихре и альвеновской скорости, зависящей от магнитного поля. Таким образом, величина магнитного

поля будет определять эффективное число Рейнольдса $\mathrm{Re} = U^4/V_\mathrm{A}^4$, где $U$ — изменение скорости на внешнем масштабе турбулентности, $V_\mathrm{A} = H/\sqrt{4\pi\rho}$ — альвеновская скорость. При этом внутренний масштаб турбулентности будет определяться привычной гидродинамической формулой $l = L/\mathrm{Re}^{3/4}$, где $L$ — внешний масштаб турбулентности (в данном случае толщина ПО). Оценки при типичных параметрах ПО ($L = 10^9$ см; $U = 2 \cdot 10^7$ см/с; $H = 10$ нТл; $\rho = 2 \cdot 10^{-23}$ г/см$^3$; $\mathrm{Re} = 100$) дают значение $l = 3 \cdot 10^7$ см, которое удовлетворительно согласуется с данными наблюдений [12].

В случае сильного магнитного поля в ПО давление магнитного поля превысит гидродинамическое, число Рейнольдса может стать меньше единицы, и магнитное поле погасит развитие турбулентности, а течение среды станет ламинарным. С учётом граничных условий на отошедшей ударной волне указанный сценарий реализуется при выполнении одного из неравенств

$$\left(\frac{[\mathbf{H}_1, \mathbf{V}_1]}{V_1 V_2}\right)^2 \gg 4\pi\rho_2 \frac{V_2^2}{V_1^2}; \quad \left(\frac{\mathbf{H}_1 \mathbf{V}_1}{\mathbf{V}_1}\right)^2 \gg 4\pi\rho_2 V_2^2. \tag{1}$$

Здесь индексы 1 обозначают характеристики в области солнечного ветра, 2 — в переходной области за ударной волной.

Необходимо отметить, что реальная картина турбулентности в ПО за отошедшей ударной волной сложна и не исчерпывается приведёнными оценками, которые лишь задают ограничения для теоретических подходов. Например, приближение несжимаемой жидкости, в рамках которого получается стационарный колмогоровский спектр турбулентности, слабо применимо к космической плазме, обтекающей магнитосферу. Выполненные оценки не учитывают также нестационарность турбулентности в ПО и влияние магнитного поля на перераспределение энергии по пространственным масштабам турбулентности. Нестационарность солнечного ветра, т. е. изменение параметров обтекающего магнитосферу потока плазмы, вызывает перестройку всех турбулентных движений каскада энергии с масштабами от внешнего $L$ до внутреннего $l$. В случае гидродинамической турбулентности с колмогоровским спектром перенос энергии между вихрями обусловлен деформацией вихря под влиянием его собственного движения. В результате характерное время переноса энергии по каскаду равно времени оборота вихря $a/v$, где $a$ — масштаб вихря, $v$ — характерный разброс скоростей внутри вихря. Для МГД процессов в крупномасштабном магнитном поле согласно положениям теории Ирошникова [13] роль собственной деформации вихря играют взаимодействия между распространяющимися альвеновскими волнами. Характерное время переноса энергии между вихрями в этом случае падает в $V_\mathrm{A}/v$ раз. В результате скорость переноса энергии между масштабами может уменьшиться. Внешнее магнитное поле существенно влияет на перераспределение энергии по пространственным масштабам и, кроме того, ведёт к неизотропности энергетического каскада в пространстве волновых векторов.

В столь сложных условиях лучше всего исходить из простейших временны́х оценок для гидродинамической турбулентности. Из них можно получить грубую оценку времени установления турбулентного каскада энергии в подсолнечной части ПО, равную нескольким минутам. Данные о параметрах СВ и ММП, полученные на КА WIND, дают также основания считать, что длительность перестройки турбулентного движения в ПО происходит меньше каждого из проведённых сеансов радиопросвечивания.

Важным вопросом является пространственная локализация плазменной турбулентности, обнаруженной в экспериментах по декаметровому радиопросвечиванию на трассе Земля—КА. Одним из методов, позволяющим получить информацию о местоположении области турбулентности, является анализ спектров радиоизлучения, рассеянного на турбулентных вихрях. Если из полученного спектра вычесть степенной спектр радиоизлучения, рассеянного на неоднородностях ионосферы [8], то оставшаяся часть должна иметь спектр с отсечкой на критической частоте $F_\mathrm{cr}$, определяемой внутренним масштабом турбулентности $l = V/F_\mathrm{cr}$, где $V$ — скорость среды в ПО. К сожалению, по данным экспериментов СУРА—WIND не удаётся надёжно определить частоту $F_\mathrm{cr}$. Это обусловлено тем, что метод

радиомерцаний даёт информацию только о быстрых процессах, характерные частоты которых больше частоты Френеля

$$F = \frac{V_{\rm tr}}{\sqrt{\lambda Z}}\,, \tag{2}$$

где $V_{\rm tr}$ — перпендикулярная лучу зрения компонента скорости среды, $\lambda = 33$ м — длина волны зондирующего излучения, $Z = r_1 r_2/(r_1 + r_2)$, $r_1$ и $r_2$ — расстояния от эффективного рассеивающего экрана до Земли и КА соответственно. Даже при расположении КА на максимальном удалении от Земли (порядка $240R_{\rm E}$, где $R_{\rm E}$ — радиус Земли) на линии Земля—Солнце, когда частота $F$ минимальна, она остаётся больше $F_{\rm cr}$ из-за наличия хаотической компоненты скорости СВ. Практически для всех сеансов френелевский масштаб $\sqrt{\lambda Z} \le 10^7$ см и находится в диссипационном интервале турбулентности.

Зная координаты КА во время сеансов просвечивания, параметры скорости СВ и установленную после обработки спектров частоту Френеля $F$, с помощью (2) можно было бы вычислить значение $r_1$ и определить положение области максимальной турбулентности. Сделать это с требуемой точностью не удаётся из-за погрешности определения частоты $F$.

Тем не менее информацию о местоположении области максимальной турбулентности можно получить, основываясь на приведённых выше теоретических соображениях, касающихся природы взаимодействия СВ с магнитосферой Земли. Поскольку поперечная компонента ММП, усиливаясь на ударной волне, может гасить развитие турбулентности в ПО за ударной волной, то обнаружение зависимости наблюдаемых параметров рассеянного сигнала от ориентации и величины ММП в экспериментах с КА WIND будет означать, что рассеивающая радиосигнал область турбулентности находится в ПО за отошедшей ударной волной. Основанные на соотношениях (1) оценки средних плотности и скорости солнечного ветра дают критическое значение поперечного ММП $H_\tau > 6$ нТл, при превышении которого течение в ПО становится ламинарным.

Ниже будет рассмотрена процедура, устанавливающая корреляцию параметров крупномасштабных вариаций ММП с наблюдаемыми характеристиками рассеянного сигнала и, в первую очередь, с индексом мерцаний $m^2$, связанным с уровнем плазменной турбулентности.

В случае подтверждения высказанной выше гипотезы о расположении области максимальной турбулентности в ПО за ударной волной с помощью формулы (2) можно рассчитать частоту Френеля $F$. Если $F < F_{\rm cr}$, то полученные спектры можно использовать для нахождения минимального масштаба $l$ турбулентности в переходной области и сравнить его с измеренным значением [12] и приведёнными выше оценками.

## 2. РЕЗУЛЬТАТЫ НАБЛЮДЕНИЙ

Для проверки предположения о влиянии ориентации и величины ММП на характеристики сигнала, рассеянного турбулентностью в ПО, обратимся к результатам наблюдений.

В качестве исходных данных были взяты параметры спектров мелкомасштабной околоземной турбулентности, включая ионосферную, построенных по результатам 41 сеанса радиопросвечивания, которые были проведены с декабря 1996 г. по октябрь 1997 г. Каждый сеанс имел продолжительность порядка часа, причём параметры СВ и ММП в течение любого сеанса оставались практически неизменными.

Анализируемые спектры предварительно были подвергнуты специальной обработке, устраняющей вклад ионосферной турбулентности. Пример типичного спектра мерцаний, полученный в эксперименте СУРА—WIND 7 июля 1997 г., приведён на рис. 1. Процедура разделения спектра на ионосферную и межпланетную составляющие изложена в работе [8]. После вычитания вклада ионосферной колмогоровской турбулентности остаётся спектр $G(f)$ межпланетной турбулентности. Последний состоит из почти горизонтального участка на низких частотах (до частоты $F$), переходящего на высоких частотах в степенной спектр ($G(f) \propto f^{-\alpha}$, где $\alpha = 3{,}9$ — спектральный индекс)

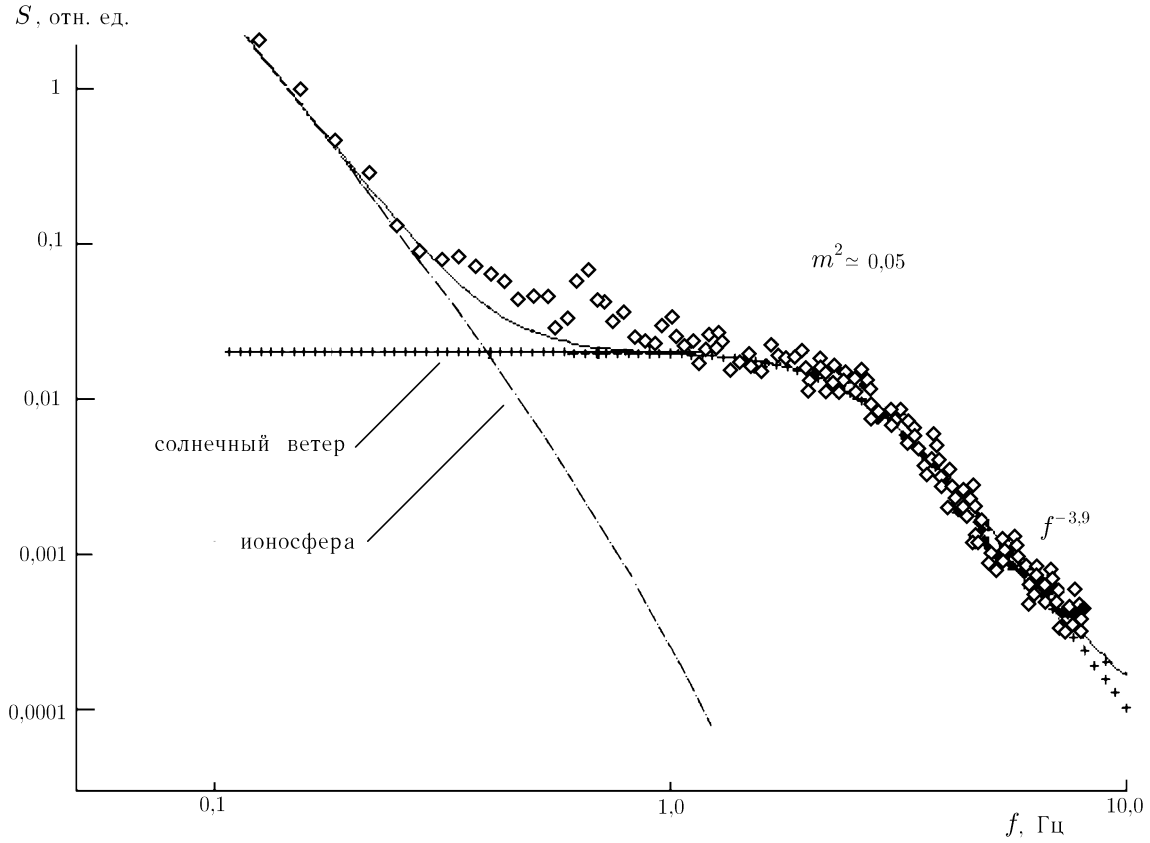


Рис. 1. Наблюдаемый спектр $S$ мерцаний сигнала стенда СУРА (сеанс 07.07.97, 05:45–06:40 UT). Ромбики — экспериментальные данные; спектр межпланетных мерцаний (крестики) получен вычитанием модельного спектра ионосферных мерцаний (штрихпунктирная линия) из суммарного (сплошная линия). Расстояние от Земли до КА WIND $53{,}5R_{\rm E}$, расстояние от Земли до ударной волны $13{,}8R_{\rm E}$

Оценка индекса мерцаний $m^2$ проводилась из соотношения $m^2 = G_F F$, где $G_F$ — спектральная плотность в окрестности перегиба спектра. Параметры солнечного ветра и ММП определялись из результатов измерений, которые выполнялись непосредственно на КА WIND в течение сеанса. Для этого использовались ежеминутные средние (указанная информация доступна в сети Интернет по адресу http: //nssdc.gsfc.nasa.gov/space/), которые затем усреднялись на длительности сеанса (обычно 30÷50 мин).

По данным 41 сеанса радиопросвечивания средний спектральный индекс рассеянного сигнала составил 3,6, что больше значения, отвечающего колмогоровскому закону распределения энергии по масштабам турбулентности (наблюдаемый спектральный индекс на единицу меньше показателя спектра рассеивающих неоднородностей [11]). Это свидетельствует о том, что на масштабах менее 100 км начинаются процессы диссипации — перехода кинетической энергии солнечного ветра в тепловую. Этот процесс согласно имеющимся представлениям практически не зависит от геометрии ММП.

Иначе дело обстоит с индексом мерцаний $m^2$, характеризующим средний уровень турбулентности на трассе радиопросвечивания. Для проверки возможной зависимости уровня турбулентности от ориентации и величины межпланетного магнитного поля были отобраны сеансы, в течение которых просвечиваемое пространство включало в себя подсолнечную часть переходной области. Из них для анализа несколько условно были выбраны 14 сеансов (апрель, август 1997 г.), когда КА WIND находился под малыми (меньше 30°) углами элонгации.

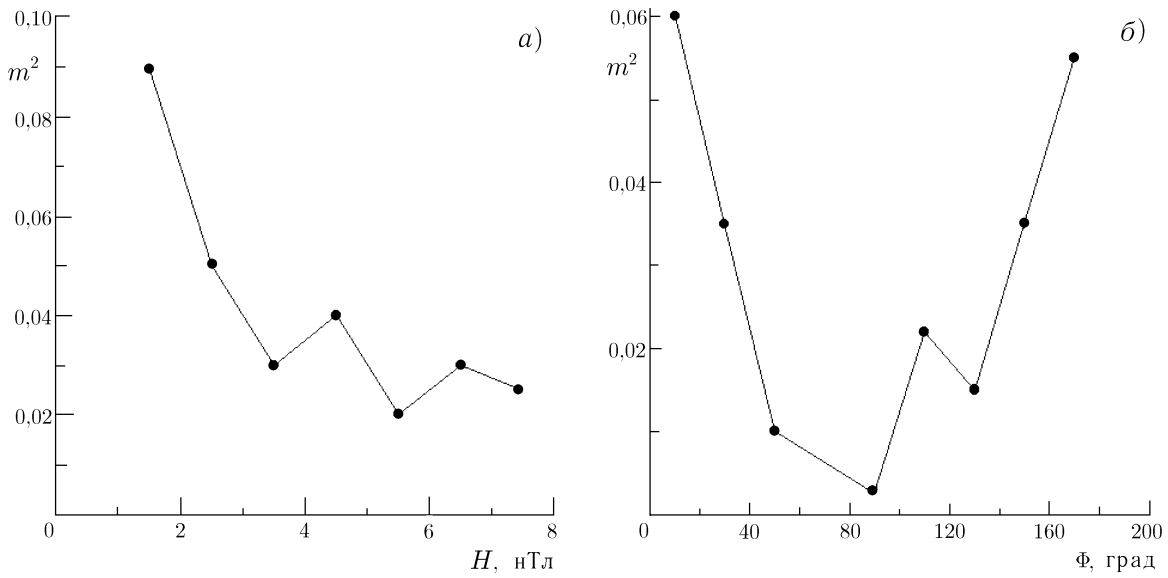


Рис. 2. Зависимость среднего индекса мерцаний $m^2$ от величины $H$ ($а$) и ориентации ($б$) ММП

На рис. 2$а$ найденный средний для каждого сеанса индекс мерцаний $m^2$ сопоставлен с величиной межпланетного магнитного поля. При построении зависимости значения $m^2$, полученные в разных сеансах, усреднялись на интервалах 1 нТл. Видно, что индекс мерцаний в целом антикоррелирован с величиной ММП, причём различие $m^2$ в областях слабого (2 нТл) и сильного (7 нТл) поля составляет 6 дБ, что существенно превосходит ошибку определения $m^2$. Это согласуется с рассматриваемой моделью, в рамках которой межпланетное магнитное поле оказывает стабилизирующее действие на турбулентность в переходной области.

Зависимость среднего по сеансу индекса мерцаний $m^2$ от угла $\Phi$ между направлением ММП и осью $x$ в солнечно-эклиптической системе координат представлена на рис. 2$б$. Здесь значения $m^2$ усреднялись на интервалах 20°. Согласно рис. 2$б$ индекс $m^2$ минимален при $\Phi \sim 90°$. Это означает, что средний уровень турбулентности в подсолнечной части переходной области возрастает в тех случаях, когда направление вектора ММП близко к нормали к фронту отошедшей ударной волны.

В совокупности обе отмеченные закономерности свидетельствуют о контроле уровня турбулентности в ПО величиной и направлением межпланетного магнитного поля, точнее величиной тангенциальной к фронту земной ударной волны компоненты ММП. Таким образом, приведённые на рис. 2 результаты согласуются с развитыми выше представлениями о расположении района максимальной турбулентности в подсолнечной части ПО.

### 3. МЕТОД ИСКУССТВЕННЫХ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ

Полная картина обтекания земной магнитосферы нестационарным солнечным ветром достаточно сложна, поэтому турбулентность в ПО за отошедшей ударной волной является сложным многофакторным процессом, зависящим от параметров солнечного ветра и ряда других обстоятельств. Представляется важным осуществить комплексный поиск управляющих параметров (или их комбинаций) для рассматриваемого процесса. В данном случае для выявления связей характеристик турбулентности в ПО с параметрами солнечного ветра полезно использовать искусственные нейронные сети (ИНС), которые сочетают корреляционную обработку с нелинейным преобразованием сигнала [14]. Такие системы обучаются по экспериментальным данным и могут прогнозировать поведение систем

без прямого построения физических моделей. Они особенно полезны, когда физическая модель отсутствует или слишком сложна. В применении к нашей задаче ИНС после обучения сможет выявить связь между параметрами солнечного ветра и свойствами турбулентности в ПО, которая неочевидна при использовании линейных корреляционных методов.

В работе была использована трёхслойная ИНС обратного распространения ошибки (backpropagation technique), структура которой представлена на рис. 3. В качестве функции активации в скрытом слое используется гиперболический тангенс, а в выходном слое — линейная функция. В качестве входных величин были выбраны полярный и азимутальный углы вектора ММП в солнечно-эклиптической системе координат, тангенциальная к земной ударной волне составляющая ММП, концентрация и скорость плазмы солнечного ветра. Выходными величинами являлись индекс мерцаний $m^2$ и спектральный индекс $\alpha$ межпланетных мерцаний.

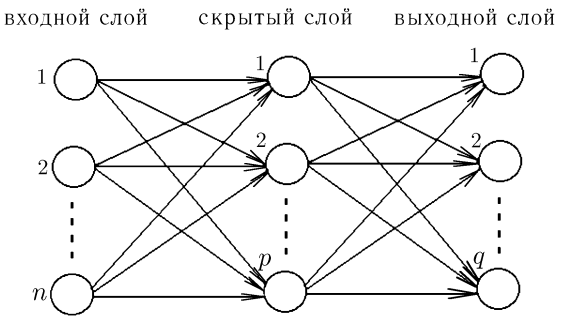


Рис. 3. Структура трёхслойной ИНС обратного распространения ошибки

Отбор анализируемых временных интервалов проводился следующим образом. Каждый из отобранных выше 14 сеансов радиопросвечивания, в течение которых КА WIND находился под малыми углами элонгации, разбивался на подсеансы. Подсеансы выбирались на интервалах, в течение которых изменение рассматриваемых входных параметров составляло не более 25 %. При этом быстрые вариации с характерным временем менее 5 мин не рассматривались, чтобы длительность подсеанса была больше характерного времени установления турбулентности в ПО и достаточна для нахождения усреднённого спектра мерцаний. Число отобранных таким образом подсеансов оказалось равным 29.

Обучение ИНС проводилось на 24 подсеансах. Это количество случаев достаточно для получения удовлетворительного результата. Вывод о достаточности обучения делался из сопоставления результатов на выходе обученной сети с реальными данными о спектрах турбулентности.

Для адекватного обучения ИНС обратного распространения ошибки необходимо иметь обучающую последовательность, количество примеров в которой превышает количество всех связей в ИНС не менее чем в 5÷10 раз. Это условие вынуждает использовать ИНС с минимальным количеством нейронов в скрытом слое. Исходя из имеющегося экспериментального материала, минимальная ошибка предсказания получена для ИНС с одним нейроном. При увеличении числа нейронов в скрытом слое ошибка обучения снижается почти до нуля, однако ошибка предсказания резко возрастает. Это говорит о том, что нейронная сеть в этом случае обучается не физической связи между входными и выходными параметрами, а запоминает всю обучающую последовательность. Такое поведение нейронной сети даёт основание полагать, что наличие достаточно большого количества экспериментальных данных позволит в дальнейшем получать с помощью ИНС практически значимый результат.

На рис. 4*а*, *б* представлены результаты обучения ИНС (пунктирные линии): индекс мерцаний $m^2$ и спектральный индекс $\alpha$ соответственно. Здесь сплошными линиями показаны значения индексов, полученные в эксперименте, $n$ — номер события (подсеанса). Сопоставление пунктирных и сплошных линий демонстрирует удовлетворительную эффективность работы ИНС по обучающему ряду.

На рис. 5*а*, *б* представлены результаты определения индексов $m^2$ и $\alpha$ на основе выбранных входных параметров. Сплошными линиями на рис. 5 показаны значения (всего 5), полученные в экспериментах. Сопоставление рассчитанных и реальных индексов свидетельствует о том, что после обучения ИНС можно использовать для оценки характеристик спектров мелкомасштабной турбулентности в ПО за земной ударной волной по данным о параметрах СВ и ММП.

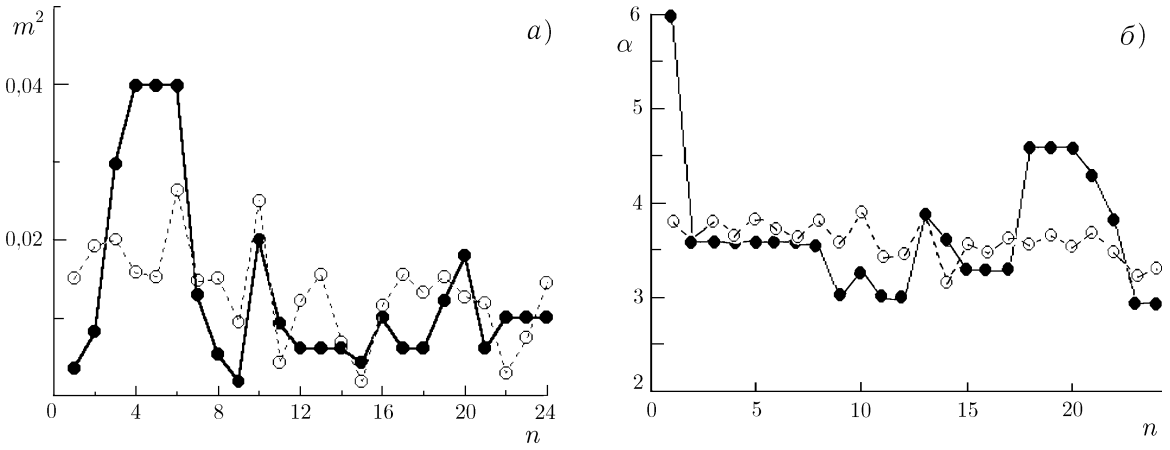


Рис. 4. Последовательности значений индекса межпланетных мерцаний $m^2$ (*а*) и их спектрального индекса $\alpha$ (*б*), полученные в результате обучения ИНС (пунктирные линии). Сплошными линиями показаны значения $m^2$ и $\alpha$, определённые в эксперименте; $n$ — номер события

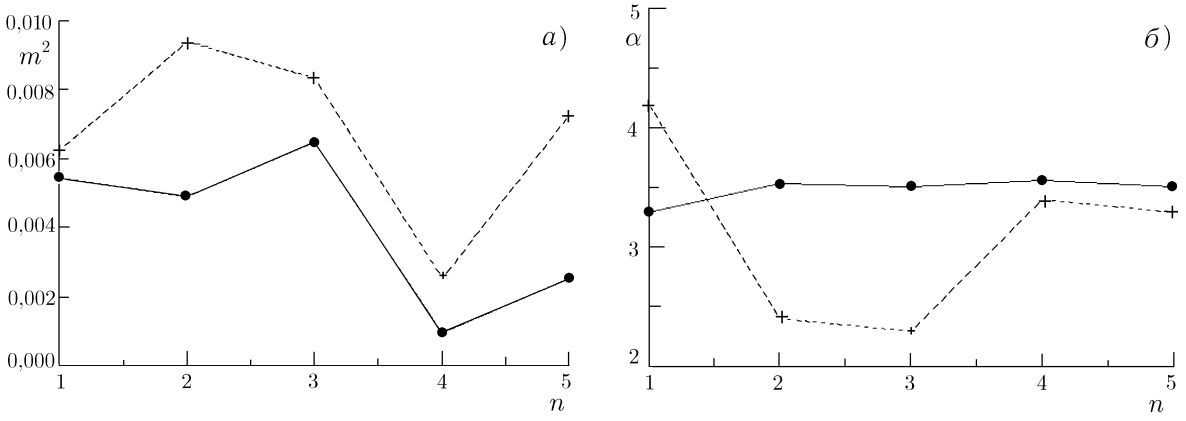


Рис. 5. Пунктирными линиями показаны результаты прогноза индексов $m^2$ (*а*) и $\alpha$ (*б*). Сплошной линией показаны последовательности соответствующих индексов, полученные в эксперименте; $n$ — номер события

## 4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Анализ результатов экспериментов по радиопросвечиванию околоземной плазмы наземно-космическим комплексом СУРА—WIND на частоте 9 МГц позволил проверить теоретические соображения, касающиеся особенностей обтекания солнечным ветром земной магнитосферы.

1) В работе получены теоретические оценки характеристик солнечного ветра и поперечного межпланетного магнитного поля, определяющих возникновение турбулентных движений в переходной области за отошедшей от земной магнитосферы ударной волной. Показано, что средний уровень турбулентности в переходной области должен возрастать в тех случаях, когда вектор ММП близок к нормали к фронту ударной волны при незначительных тангенциальных компонентах ММП (поперечных к скорости солнечного ветра).

2) На основе данных о спектрах излучаемого с Земли и принимаемого на КА WIND радиосигнала, рассеянного мелкомасштабной турбулентностью, статистическим исследованием установлена кор-

реляция параметров турбулентности в переходной области с величиной и ориентацией межпланетного магнитного поля, вмороженного в солнечный ветер. Индекс мерцаний, характеризующий уровень турбулентности, антикоррелирован с величиной ММП и возрастает в тех случаях, когда направление ММП близко к нормали к фронту отошедшей ударной волны.

3) Для выявления связи параметров солнечного ветра и ММП с параметрами турбулентности в переходной области были использованы нелинейные корреляционные алгоритмы теории искусственных нейронных сетей (использовалась трёхслойная ИНС обратного распространения ошибки). ИНС обучалась прогнозировать индекс мерцаний рассеянного радиосигнала и угол наклона высокочастотной части спектра мерцаний по параметрам солнечного ветра и ММП. Положительный результат такого обучения по большому массиву экспериментальных данных подтверждает наличие такой связи. Проведённое исследование обосновывает теоретическое положение о влиянии величины и направления межпланетного магнитного поля на характеристики турбулентности за отошедшей ударной волной и говорит о возможности установления с помощью методики ИНС параметров мелкомасштабной турбулентности в переходной области по прямым измерениям на КА крупномасштабных параметров околоземного солнечного ветра.

4) Полученное в настоящей работе подтверждение общей теоретической схемы возникновения управляемой ММП турбулентности плазмы в ПО за отошедшей ударной волной дополнительно обосновывает сформулированный и частично объяснённый в работе [8] вывод о том, что турбулентность, определяющая внеионосферный вклад в радиомерцания, пространственно локализована в ПО.

В заключение заметим, что возможность формирования МГД турбулентности в ПО прямым проникновением волновых возмущений из СВ через ударную волну может быть также проверена методом радиопросвечивания. Однако для этого необходимо сопоставить данные радиопросвечивания с данными спектров волновых возмущений в СВ в более широком интервале частот. В этом случае понадобятся согласованные измерения параметров плазмы СВ и характеристик ММП с разрешением, по крайней мере, 3 секунды.

Авторы выражают благодарность за финансовую поддержку Российскому фонду фундаментальных исследований (гранты № 99–02–17285, 00–05–64689) и фонду INTAS-CNES (грант № 97–1450).

**ЛИТЕРАТУРА**

1. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Электродинамика сплошных сред. М.: Наука, 1986. 733 с.
2. Куликовский Ф. Г., Любимов Г. А. Магнитная гидродинамика. М.: Наука, 1962. 246 с.
3. Lin R. P. // J. Geophys. Res. A. 1996. V. 101, No. 12. P. 27 251.
4. Chisham G., Schwartz S. J., Balikhin M. A. et. al. // J. Geophys. Res. A. 1998. V. 104, No. 1. P. 437.
5. Бархатов Н. А., Пронин Н. Н. // Геомагнетизм и аэрономия. 1998. Т. 38. С. 146.
6. Бархатов Н. А., Беллюстин Н. С. // Геомагнетизм и аэрономия. 1998. Т. 38. С. 29.
7. Бархатов Н. А. // Геомагнетизм и аэрономия. 1982. Т. 22. С. 819.
8. Токарев Ю. В., Кайзер М. Л., Белов Ю. И., Бойко Г. Н., Муравьёва Н. В. // Астрономический Вестник. 2000. Т. 34, No. 2. С. 143.
9. Batchelor G. K. The theory of homogeneous turbulence. Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1960.
10. Колмогоров А. Н. // ДАН. 1965. Т. 30. С. 1 385.
11. Рытов С. М., Кравцов Ю. А., Татарский В. И. Введение в статистическую радиофизику. Случайные поля. М.: Наука, 1978. 464 с.
12. Denton R. E. // Int. J. Geomag. Aeronom. 2000. V. 2, No. 1.
13. Ирошников Р. С. // Астрон. журн. 1963. Т. 40. С. 742.
14. Wassermen Ph. P. Neural computing. Theory and Practice. New York: van Nostrand, 1990.

[1] Нижегородский государственный
педагогический университет,
[2] Научно-исследовательский
радиофизический институт,
г. Нижний Новгород, Россия,
[3] DESPA, Observatoire de Meudon,
France

Поступила в редакцию
14 декабря 2000 г.

**INFLUENCE OF THE SOLAR-WIND MAGNETIC FIELD ON THE EARTH'S MAGNETOSHEATH TURBULENCE BEHIND THE BOW SHOCK**

*N. A. Barkhatov, N. S. Belliustin, J.-L. Bougeret, S. Yu. Sakharov, and Yu. V. Tokarev*

Based on recent ideas on the interaction of the magnetized solar wind with the Earth magnetosphere, we present an interpretation of the results of the SURA—WIND experiment on radio-raying of a geodisturbed solar-wind region performed in 1996–1997. The characteristics of 9-MHz scattered signal determined by the level of plasma turbulence with scales about 100 km are compared statistically to the WIND data of local measurements of the solar-wind plasma density and the orientation and magnitude of the interplanetary magnetic field (IMF). The dependence of the scintillation index of the scattered signal, which characterizes the average turbulence level in the Earth's magnetosheath behind the bow shock, on the IMF orientation and magnitude is found. To check the validity of this dependence, we apply modern computer correlation techniques based on the theory of artificial neural networks (ANNs). The results obtained using a model three-layer ANN with the back propagation of error confirm the significant influence of the IMF magnitude and orientation on the plasma turbulence behind the bow shock.

УДК 551.510.535

# ИССЛЕДОВАНИЕ НЕОДНОРОДНОЙ СТРУКТУРЫ ИОНОСФЕРЫ С ПОМОЩЬЮ РАССЕЯНИЯ РАДИОВОЛН НА ИСКУССТВЕННЫХ ПЕРИОДИЧЕСКИХ НЕОДНОРОДНОСТЯХ

*Н. В. Бахметьева, В. В. Беликович, Е. А. Бенедиктов, А. В. Толмачёва*

Приведены новые результаты исследования неоднородной структуры нижней ионосферы с помощью искусственных периодических неоднородностей плазмы. Наблюдения проводились 10–12 августа 1999 года с 9 до 17 часов с высотным шагом 0,7 км и цифровой регистрацией квадратурных компонент сигнала с обработкой в реальном времени. Показано, что амплитуда рассеянного сигнала во многих случаях определяется интерференцией волн от искусственных периодических неоднородностей и ионосферных образований, включая спорадические слои и крупномасштабные естественные неоднородности. Это позволяет изучать неоднородную структуру нижней ионосферы на основе анализа высотно-временной зависимости амплитуды и фазы рассеянного сигнала.

## ВВЕДЕНИЕ

Метод исследования ионосферы с помощью искусственных периодических неоднородностей плазмы (ИПН), созданных полем мощной стоячей радиоволны, является в настоящее время одним из наиболее перспективных.

С 1986 г. в НИРФИ ведутся целенаправленные исследования по диагностике ионосферной плазмы с помощью ИПН. За это время разработаны способы определения важнейших ионосферных параметров: профиля электронной концентрации, температуры и плотности атмосферы на высотах $E$-области, скорости вертикального движения в нижней ионосфере, вертикальной компоненты турбулентной скорости, времени рекомбинации электронов с ионами в $D$-области [1]. Исследования показали, что использование ИПН позволяет эффективно изучать и волновые процессы в ионосфере. Напомним, что в основе всех способов диагностики ионосферы с помощью ИПН лежит воздействие на ионосферную плазму мощной стоячей радиоволной, приводящее к возникновению периодических неоднородностей, их зондирование пробными радиоволнами, приём и регистрация сигналов, рассеянных ИПН, измерение амплитуды и фазы рассеянного излучения и их изменений с высотой и во времени и, наконец, расчёт параметров атмосферы и ионосферной плазмы.

В последние несколько лет исследования ионосферы с помощью ИПН были проведены на высокоширотных нагревных стендах EISCAT в Тромсё (Норвегия) [2] и HIPAS на Аляске (США) [3].

Высотное разрешение, или шаг регистрации, рассеянного сигнала по высоте, составлявший в экспериментах 80-х–90-х годов $3 \div 5$ км, был явно недостаточен для исследования тонкой структуры ионосферы. Результаты исследований на EISCAT и HIPAS, где высотное разрешение было доведено до 1,5 км, а также наши измерения 1996 г. с шагом регистрации 1,2 км [4] показали, что кроме сигналов, рассеянных ИПН, почти постоянно регистрируются сигналы от других ионосферных образований — спорадических слоёв и естественных крупномасштабных неоднородностей, образующие сложную картину рассеяния. Как показали эксперименты [3, 4], хорошее высотное разрешение позволяет получить новые сведения о неоднородной структуре ионосферы и даёт более подробную картину рассеяния.

С целью дальнейшего развития метода в НИРФИ была осуществлена значительная модернизация приёмно-регистрирующего комплекса, и в августе 1999 г. проведены измерения с высотным шагом регистрации 0,7 км.

### 1. МЕТОДИКА ЭКСПЕРИМЕНТА

Методика измерений во многом была аналогична использованной авторами в августе 1996 г. [4]. Измерения проводились 10–12 августа 1999 г. с 9 до 17 часов, включая день солнечного затмения 11 августа. В качестве нагревного передатчика использовался стенд «Сура» (56,13° с. ш., 46,1° в. д.). В течение указанного времени измерения проводились по возможности непрерывно. Схема эксперимента была такова. Каждый сеанс продолжался 20 секунд, из них в течение первых 3 секунд осуществлялся нагрев ионосферы необыкновенной радиоволной на частоте $f = 5{,}67$ МГц с эффективной мощностью приблизительно 130 МВт 10 августа и 60 МВт 11 и 12 августа. После нагрева следовала пауза длительностью 17 секунд, в первые 4 секунды которой излучались пробные импульсы той же частоты с длительностью $25 \div 50$ мкс и частотой повторения 100 Гц. Рассеянные сигналы принимались антенной, состоящей из 12 синфазных диполей для каждой линейной поляризации и выделяющей необыкновенную компоненту излучения. Усиление сигналов осуществлялось приёмником с полосой пропускания 40 кГц. Квадратурные компоненты рассеянного сигнала регистрировались в цифровом виде с шагом по высоте $\Delta h = 0{,}7$ км, кодировались 12-разрядным АЦП. Далее на каждой высоте рассчитывались амплитуда $A$ и фаза $\phi$ сигнала, временны́е зависимости которых затем аппроксимировались линейными функциями вида $\ln A(t) = \ln A_0 - t/\tau$ и $\phi(t) = \phi_0 + 4\pi Vt/\lambda$. В этих выражениях $\lambda$ — длина волны зондирующего сигнала в плазме, $\tau$ — время релаксации, которое характеризует время жизни искусственных неоднородностей после прекращения нагрева, $V$ — скорость их вертикального движения [1]. Параметры аппроксимации определялись методом простой линейной регрессии с весовой функцией $F = \exp(-2t/\tau_0)$, которая согласно [5] позволяет минимизировать дисперсию определяемых параметров (здесь $\tau_0$ — значение параметра в первом приближении). Статистическая погрешность результата оценивалась из сопоставления дисперсии амплитуды сигнала со средним значением в каждый момент времени. Уровень шума в разное время составлял 10÷15 дБ. При дальнейшей обработке по зависимости $\tau(h)$ согласно [6] определялись температура $T$ и плотность $\rho$ атмосферы на высотах $95 \div 110$ км, вертикальная компонента скорости турбулентных движений [7, 8] в окрестности турбопаузы, а по зависимости $\phi(t)$ — вертикальная скорость $V$ на каждой высоте [9, 10].

Для контроля общего состояния ионосферы каждые 5 минут с помощью автоматической ионосферной станции (АИС) снимались ионограммы вертикального зондирования.

### 2. АНАЛИЗ ЯРКОСТНЫХ ЗАПИСЕЙ АМПЛИТУДЫ РАССЕЯННОГО СИГНАЛА

Цифровой способ регистрации данных позволил получить большой объём записей амплитуды $A(t)$ и фазы $\phi(t)$ рассеянного сигнала в интервале высот от 50 км до высоты максимума $F$-слоя (высóты действующие). Регистрация сигнала в яркостном виде в координатах действующая высота—время—амплитуда (или фаза) позволяет идентифицировать сигналы, рассеянные как ИПН, так и естественными ионосферными образованиями.

Пример такой записи в «классическом» случае рассеяния сигнала искусственными периодическими неоднородностями, сделанной 12.08.99 во время сеанса, начавшегося в 16:53:34 (часы, минуты, секунды; здесь и далее время московское), в интервале высот $50 \div 400$ км, показан на рис. 1*а*. Хорошо видно уменьшение амплитуды сигнала со временем на действующих высотах $50 \div 130$ км (рассеяние от ИПН в $D$- и $E$-областях), быстро затухающие периодические колебания вблизи высоты $h \sim 330$ км зеркально отражённого от области $F$ сигнала, обусловленные распространением ионно-звуковых волн, которые возбуждаются в верхней ионосфере при развитии и релаксации ИПН [11]. Сигналы выше уровня зеркального отражения объясняются М-распространением.

В данном эксперименте акцент был сделан на исследовании нижней ионосферы. На рис. 1*б–е* показаны результаты обработки одного из сеансов 10.08.99, когда принимались рассеянные сигналы от ИПН, образовавшихся в $D$- и $E$-областях ионосферы: пример яркостной записи амплитуды рассеян-

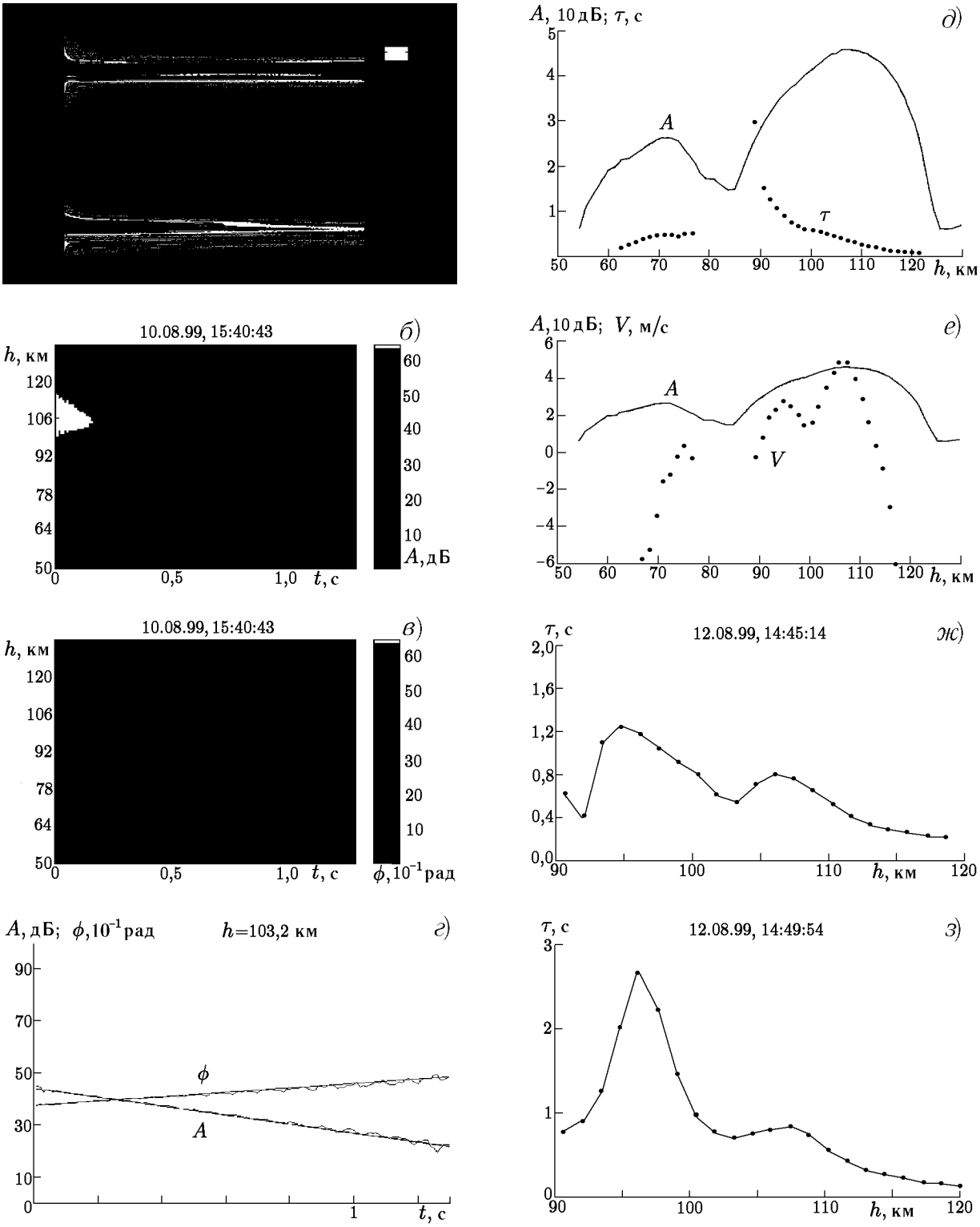


Рис. 1. Примеры регистрации рассеянного сигнала в яркостном виде и его дальнейшей обработки: случай «классического» рассеяния от ИПН (*а*); рассеяние на ИПН в нижней ионосфере: амплитуда (*б*) и фаза (*в*) сигнала и их линейная аппроксимация (*г*); примеры высотных зависимостей амплитуды, времени релаксации (*д*) и скорости вертикального движения $V$ неоднородностей (*е*). Примеры высотных зависимостей времени релаксации с особенностями (*ж, з*)

ного сигнала для интервала действующих высот $h = 50 \div 134$ км (рис. 1*б*) и его фазы (рис. 1*в*), примеры линейной аппроксимации временны́х зависимостей $A(t)$ и $\phi(t)$ (рис. 1*г*), а также высотные зависимости $A(h)$ и $\tau(h)$ (рис. 1*д*) и скорости вертикального движения $V(h)$ (рис. 1*е*).

В большинстве случаев картина рассеяния выглядит иначе. На рис. 2 приведены характерные примеры сеансов измерений, в которых наблюдались рассеянные сигналы различного происхождения. На рис. 2*а* в интервале высот $h = 50 \div 80$ км видны сигналы, рассеянные ИПН в $D$-области; на высотах $h \approx 85 \div 100$ км — сигналы, обусловленные рассеянием от полупрозрачного спорадического слоя $E$; сигналы от ИПН в $E$-области наблюдались в интервале высот $h = 90 \div 120$ км; видны также отражения от ионосферных неоднородностей естественного происхождения на высотах $D$- и $E$-областей и эхо от «облачных» структур на высотах $h = 130 \div 140$ км. На высотах, непосредственно примыкающих к верхней границе $E$-области (см. рис. 1*а*), примерно в трети случаев наблюдались быстро релаксирующие сигналы с $\tau$ до 0,05 с и амплитудой до 30 дБ. Иногда наряду с ними на этой же высоте видны отражения от «облаков» с такой же или меньшей интенсивностью.

В данном эксперименте довольно часто принимались интенсивные отражения от сравнительно высокого спорадического слоя $E$ толщиной 5÷15 км, наблюдавшегося в интервале высот $h = 125 \div 140$ км, так что «облака» на высотах $h = 132 \div 140$ км представляют собой не что иное, как не очень интенсивный полупрозрачный слой $E_s$.

При наблюдениях 12 августа 1999 г. на яркостных записях сигнала во многих сеансах замечены отражения от метеоров, иногда по 2–3 отражения на разных высотах.

Отметим, что в работе [3], где сообщается о наблюдении ИПН с помощью нагревного стенда лаборатории HIPAS на Аляске, приведены похожие картины яркостных записей амплитуды рассеянного сигнала. На них, в частности, вблизи высоты 150 км тоже отмечаются быстро релаксирующие сигналы («пэтчи») с $\tau \simeq 0{,}01$ с, которые авторы [3] не интерпретируют.

По нашему мнению эти «пэтчи» представляют собой сигналы, отражённые дополнительными слоями в долине — межслоевой $E$–$F$ впадине. Такие слои были обнаружены нами на профилях электронной концентрации $N(h)$, измеренных методом резонансного рассеяния на ИПН в декабре 1991–январе 1992 гг., и названы дополнительными слоями [12]. Они присутствовали примерно в половине измеренных профилей $N(h)$ с долиной и находились, как правило, на высотах $120 \div 130$ км (нижние слои) и $135 \div 140$ км (верхние слои), имели толщину $5 \div 30$ км (в среднем около 13 км) и существовали обычно в течение $15 \div 60$ мин.

В данном эксперименте наблюдавшиеся «пэтчи» имели приблизительно такие же характеристики. В [12] было показано, что верхние слои являются обычными спорадическими слоями $E$, а нижние слои, хотя и появляются спорадически, но обладают некоторыми свойствами регулярного $E$-слоя. По-видимому, они являются результатом расслоения регулярного $E$-слоя под воздействием атмосферной волновой активности. Возможно, в высотном интервале 120÷130 км это воздействие осуществляется в первую очередь через процессы диссоциативной рекомбинации, зависящие от температуры среды [13].

Напомним, что измерения проводились в течение трёх дней, включая день солнечного затмения 11.08.99. Ионосфера в этот день оказалась наиболее возмущённой с точки зрения множественности отражений от различных ионосферных образований. В большинстве записей хорошо видны расслоения $E$- и верхней части $D$-области (см. рис. 2*б, в*), которые вызывали глубокие вариации амплитуды сигнала по высоте с уменьшением $A$ на 15÷20 дБ. По-видимому, эти расслоения обусловлены интерференцией сигналов, рассеянных ИПН, спорадическими слоями и крупномасштабными ионосферными неоднородностями. На рис. 2*б, в* в нижней части $D$-области видно эхо от таких неоднородностей. Возможно, есть и другие факторы, влияющие на формирование подобной картины рассеяния. Одним из них может быть изменение состояния ионосферы в период затмения и, соответственно, условий образования ИПН. Как видно из рис. 2*б, в*, на высотах $E$-области ($h \approx 85 \div 110$ км) образовался аномально широкий слой $E_s$ с толщиной $\Delta h \approx 25 \div 30$ км, отражения от которого, интерферируя с сигналом от

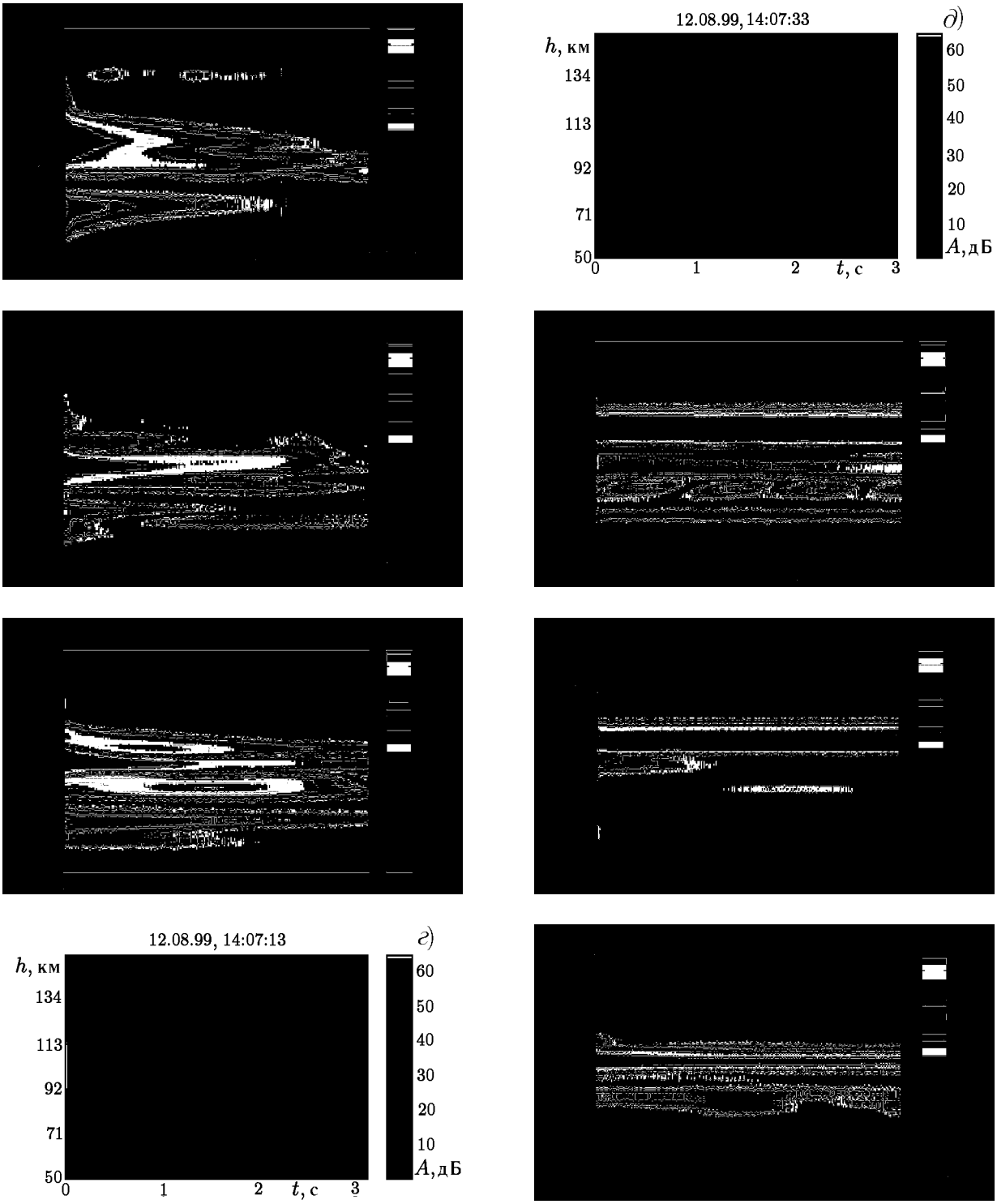


Рис. 2. Примеры яркостных записей рассеянных сигналов: часто встречающийся случай с рассеянием на ИПН и естественных ионосферных образованиях (*а*), расслоение $E$-области (*б, в*); снижающийся слой $E_s$ (*г–з*)

ИПН, образовали «слоёный пирог» в области $E$.

Отметим также усиление амплитуды рассеянного сигнала от ИПН в $D$-области до 45÷55 дБ (обычный уровень составлял 15÷30 дБ), что наблюдалось в день затмения во многих сеансах, начиная приблизительно с 15 часов. Более подробно особенности наблюдений ИПН во время затмения и высотно-временные характеристики рассеянного сигнала и определяемых на их основе параметров ионосферы будут обсуждаться в отдельной работе.

Регистрация амплитуды рассеянного сигнала в яркостном виде позволяет наблюдать и динамические процессы в ионосфере. Примером этому служит явление, которое наблюдалось 12.08.99 с 14:07:13 до 14:17:54 (см. рис. 2*г*–*з*). По данным АИС в эти часы наблюдался слой $E_s$ с критической частотой более 7 МГц, действующая высота которого со временем уменьшалась. В 14:07:13 в интервале высот $h \approx 130 \div 140$ км появился рассеянный сигнал с амплитудой около 50 дБ (рис. 2*г*) и временем релаксации, превышающим 3 с. По характерному виду яркостной записи его можно идентифицировать как отражение от спорадического слоя $E$. Более слабый слой $E_s$ виден вблизи $h \approx 95 \div 100$ км.

В следующем сеансе верхний слой раздвоился (рис. 2*д*), начал постепенно снижаться (рис. 2*е*–*з*) и за приблизительно 10,5 мин достиг высоты $h \approx 102$ км. При этом кажущаяся вертикальная скорость слоя $E_s$ составила $\langle V \rangle \sim 40$ м/с. По мере снижения слоя амплитуда сигнала от него выросла до 70 дБ, отражения от ИПН в $E$-области пропали, т. к. слой $E_s$ стал практически экранирующим (рис. 2*е*). Нижний слой также усилился, появились отражения подобного типа и на высоте 72,5 км. Между слоями (см. рис. 2*е*) видны «облака» рассеянного сигнала на высотах $h \approx 80 \div 90$ км. Обычно так выглядят сигналы от полупрозрачного спорадического слоя $E$.

Такое же явление наблюдалось в этот же день с 16:05:34 до 16:12:34. За 7 минут полупрозрачный слой $E_s$ спустился с высоты 132 км до 115 км, так что скорость перемещения составила около 40 м/с. Одновременно слой $E_s$ наблюдался и на высотах 85÷95 км. При снижении верхний слой постепенно ослабевал, нижний — усиливался, стабильно занимая указанную область высот.

К сожалению, в этих сеансах не удалось определить вертикальную скорость по фазе рассеянного сигнала из-за плохого качества регистрации фазы.

Временная протяжённость «облаков» в полупрозрачных спорадических слоях в разных сеансах составила $\tau \approx 1 \div 2{,}5$ с на высотах 80÷100 км и $\tau \approx 0{,}25 \div 0{,}75$ с на высотах 125÷140 км. Если положить скорость горизонтального дрейфа порядка 100 м/с, то масштабы наблюдаемых неоднородностей в слое $E_s$ составят 100÷250 м в нижних слоях и 25÷70 м в верхних. Неоднородности таких масштабов типичны для среднеширотных спорадических слоёв [14].

Подобные перемещения слоя $E_s$ могут вызываться распространением внутренних гравитационных волн (ВГВ), что отмечалось разными исследователями [15–18]. Так, например, в Аресибо радар некогерентного рассеяния зарегистрировал слой $E_s$, снизившийся с высоты 140 км до высоты 110 км со скоростью 16 м/с [18]. Такие слои называют развивающимися (sequencial) или промежуточными (intermediate) спорадическими слоями $E$. Обычно скорости снижения слоёв составляют несколько метров в секунду. Мы, в свою очередь, впервые заметили такие слои в экспериментах по диагностике ионосферы методом ИПН в 1990–1992 гг. [12]. Последовательное измерение профилей электронной концентрации в течение длительного времени позволило наблюдать динамику спорадических слоёв, а измерения скорости вертикального движения плазмы дали возможность оценить скорость их смещения по высоте. Так, например, 07.12.92 наблюдалось снижение высоты слоя $E_s$, сформировавшегося перед заходом Солнца, со 112 до 105 км со скоростью $V \approx 1{,}1$ м/с. Эта скорость оказалась близкой к измеренной скорости вертикального движения плазмы.

Другим вероятным объяснением явления, показанного на рис. 2*г*–*з*, может быть следующее. Так как в рассматриваемом примере скорость снижения слоя $E_s$ достаточно велика, и по мере уменьшения его высоты амплитуда сигнала растёт, можно предположить, что в диаграмму направленности приёмной антенны попал спорадический слой $E$, который образовался где-то в стороне и переносится

горизонтальным ветром. Так как высота образовавшегося слоя $E_s$ обычно постоянна, то из геометрии легко оценить горизонтальную скорость такого движения, которая составит порядка 130 м/с. Такая горизонтальная скорость на этих высотах вполне реальна.

### 3. АМПЛИТУДА И ВРЕМЯ РЕЛАКСАЦИИ РАССЕЯННОГО СИГНАЛА

Анализ высотно-временных зависимостей амплитуды $A$ и времени релаксации $\tau$ рассеянного сигнала важен с точки зрения определения параметров атмосферы.

Рассеянные сигналы наибольшей интенсивности приходили от ИПН в $F$-области; их амплитуда значительно превышала 70 дБ, они быстро релаксировали с характерным временем $\tau \approx 0{,}1 \div 0{,}2$ с. Сигналы, обусловленные рассеянием на ИПН в $E$-области, имели амплитуду $A \approx 40 \div 70$ дБ и время релаксации $\tau \approx 0{,}3 \div 2$ с. Сигналы, обусловленные рассеянием в области $D$, регистрировались не всегда, их амплитуда и время релаксации изменялись, как правило, в интервалах $A \approx 15 \div 30$ дБ (в отдельных сеансах до $40 \div 45$ дБ) и $\tau \simeq 0{,}2 \div 1$ с соответственно.

Остановимся вначале на временны́х вариациях параметров сигнала. В предыдущих работах отмечалось, что $A$ и $\tau$ характеризуются как быстрыми, так и медленными изменениями во времени [4, 10, 19]. Как и прежде, амплитуда $A$ и время релаксации $\tau$ флуктуировали с характерным временем около 40 с. На рис. 3*а, б* приведены зависимости $A(t)$ и $\tau(t)$ на высоте $h \approx 100$ км для часового интервала в измерениях 12.08.99. Каждая точка получена усреднением измеренных величин за одну минуту. Из графика $\tau(t)$ в окрестности 14:15 исключены две точки с аномально большими значениями $\tau$, относящиеся к отражениям от слоя $E_s$ (этому времени соответствуют значения $A \approx 58 \div 68$ дБ). На высоте 100 км среднее за час время релаксации составило $\langle\tau\rangle = (1{,}12 \pm 0{,}09)$ с, а выбросы $\tau(t) > 2$ с обусловлены отражениями от слоя $E_s$. Средняя за час амплитуда сигнала составила $\langle A\rangle = (44{,}4 \pm 0{,}67)$ дБ. В тех сеансах, когда существовал слой $E_s$, амплитуда сигнала увеличивалась на $20 \div 25$ дБ и, как правило, превышала 50 дБ. Это легко понять, если обратиться к яркостным записям амплитуды сигнала.

Особенностью временны́х вариаций $A(t)$ является их большая изменчивость по сравнению с $\tau(t)$. Так, если сравнить коэффициент вариации параметров сигнала $v$ для интервалов времени, когда нет большого разброса $\tau$ вследствие отражений от слоя $E_s$ (на рис. 3*б*, в частности, это соответствует интервалам времени 14:00–14:10 и 14:30–14:40), то получим, что $v_A/v_\tau \approx 1{,}5 \div 2$, где коэффициент вариации равен среднеквадратичному отклонению, нормированному на среднее значение измеряемой величины.

Рассмотрим далее высотные профили $\tau(h)$ и $A(h)$, примеры которых приведены на рис. 1*д*. Зависимость $\tau(h)$ приведена для высотных интервалов $60 \div 80$ км и $90 \div 120$ км, т. к. для этих интервалов дисперсия сигнала была мала. В области высот $80 \div 90$ км дисперсия сигнала увеличивается с одновременным уменьшением амплитуды, поэтому $\tau$ определяется менее достоверно. В $D$-области имеет место нарастание $\tau(h)$ с высотой, что характерно для механизма образования и релаксации ИПН на этих высотах — изменения коэффициента прилипания электронов к молекулам кислорода [1, 20]. На высотах более 78÷80 км наблюдается уменьшение $\tau$ и уменьшение амплитуды сигнала вплоть до уровня шумов. В [21] такое поведение $\tau(h)$ и $A(h)$ в $D$-области объясняется ростом скорости отлипания электронов от отрицательных ионов, обусловленной увеличением концентрации атомарного кислорода вблизи высоты 80 км, что приводит к соответствующему уменьшению $\tau$ и амплитуды ИПН. Максимум $A(h)$ приходится на высоты $73 \div 75$ км.

В данной работе мы не будем подробно анализировать параметры сигнала в $D$-области и делать соответствующие оценки. Отметим только, что накопленный материал позволяет провести корректное моделирование высотных профилей $\tau(h)$ и $A(h)$ на основе модели $D$-области с одним или двумя отри-

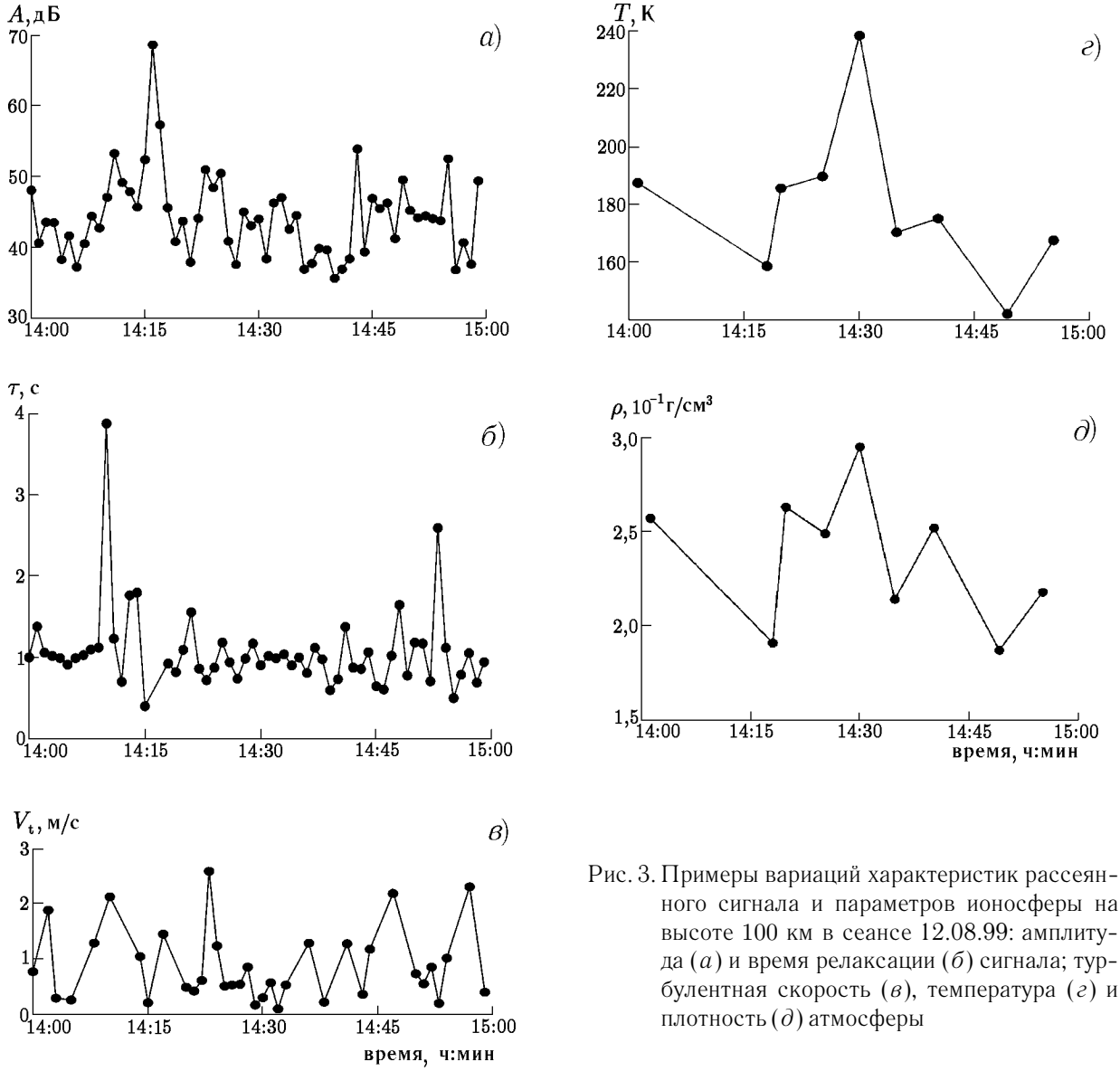


Рис. 3. Примеры вариаций характеристик рассеянного сигнала и параметров ионосферы на высоте 100 км в сеансе 12.08.99: амплитуда (*а*) и время релаксации (*б*) сигнала; турбулентная скорость (*в*), температура (*г*) и плотность (*д*) атмосферы

цательными ионами [22], получить высотные профили плотности атмосферы и определить высоту нижней границы области, обогащённой кислородом.

В $E$-области зависимость $\tau(h)$, как правило, экспоненциально убывает с высотой в интервале $h \approx 95 \div 120$ км, что свидетельствует о диффузионном механизме релаксации неоднородностей. Ниже 95 км атмосферная турбулентность препятствует образованию ИПН, что приводит к уменьшению их амплитуды и разрушает периодическую структуру в период релаксации, а значит, уменьшает $\tau$ по сравнению с характерным временем диффузионного расплывания ИПН [7]. На рис. 1*ж* приведён график высотной зависимости $\tau(h)$, полученной 12.08.99 в сеансе, начавшемся в 14:45:14, на котором видно резкое уменьшение $\tau$ при $h < 95$ км (излом), обусловленное турбулентностью. По отклонению экспериментальной высотной зависимости $\tau(h)$ от экспоненты рассчитывается вертикальная компонента скорости турбулентных движений $V_t$ [7]. Высота излома соответствует высоте турбопаузы $h_t$, которая в данном эксперименте лежала в интервале высот $96 \div 100$ км.

На рис. 3*в* приведена зависимость $V_t(t)$ на высоте $h \approx 100$ км для часового интервала измерений 12.08.99. Каждая точка получена усреднением измеренных величин за одну минуту. Среднее значение

$V_t$ составило 1,2 м/с, что несколько ниже результатов аналогичных измерений, проведённых в августе 1996 г. [4].

Другая особенность высотной зависимости $\tau(h)$ связана с отражением зондирующего сигнала от слоя $E_s$. В [4] отмечалось, что влияние спорадического слоя $E$ приводит к немонотонности высотного профиля $\tau(h)$ и образованию локальных максимумов $\tau$ на высотах слоя $E_s$. В данном эксперименте слой $E_s$ наблюдался в трёх интервалах высот: нижнем — 85÷95 км, между $D$- и $E$-областями, среднем — 100÷110 км, в $E$-области, и верхнем — 117÷140 км, в межслоевой долине. На рис. 1*з* приведён пример профиля $\tau(h)$, полученный в этот же день в сеансе с началом в 14:49:54, когда наблюдались два слоя $E_s$ — на высотах 90÷95 км и 105÷110 км. В нижнем интервале видно резкое увеличение, а в верхнем — локальный максимум $\tau$. Таким образом, нижние спорадические слои находятся в зоне атмосферной турбулентности, поэтому характер зависимости $\tau(h)$ ниже 100 км определяется сразу тремя факторами: рассеянием на ИПН, турбулентностью и отражением от слоя $E_s$. Судя по яркостным записям сигнала, верхние спускающиеся слои были обычно менее интенсивными (за исключением нескольких случаев, которые обсуждались выше), имели, как правило, облачную структуру и вызывали небольшое (до 5÷10 %) увеличение $\tau$. Наиболее значительное возмущение $\tau(h)$ дают средние слои — от 8÷10 до 40÷50 % (см., например, сеансы измерений 12.08.99 в 14:45–14:50 на рис. 1*ж, з*).

Понятно, что увеличение электронной концентрации в слое $E_s$ по сравнению с фоновой приводит к уменьшению показателя преломления, увеличению длины волны в слое и увеличению времени диффузионного расплывания неоднородностей. Легко получить [4], что изменение плазменной частоты в слое $E_s$ относительно фоновой $E$-области определяется выражением

$$\delta f_{0s} = \frac{f_{0s} - f_0}{f_0} = \frac{\Delta\tau}{2\tau}\left[\frac{f\,(f - f_L)}{f_0^2} - 1\right],$$

где $f_{0s}$, $f_0$ — плазменные частоты в $E_s$- и $E$-областях, $f_L$ — продольная компонента гирочастоты. Подставив в эту формулу значения рабочей частоты $f = 5{,}67$ МГц, $f_0 = 3{,}5 \div 4$ МГц, $f_L = 1{,}3$ МГц и $\Delta\tau/\tau = 0{,}1 \div 0{,}5$, получим $\delta f_{0s} = 0{,}03 \div 0{,}25$. Таким образом, даже не слишком интенсивные слои заметно увеличивают время релаксации ИПН.

В [4] отмечалось, что причиной увеличения $\tau$ могут быть металлические ионы, которые, как давно доказано, преобладают на высотах слоя $E_s$ [14]. Диффузионное время релаксации ИПН пропорционально массе ионов $M_i$:

$$\tau_d = \frac{1}{K^2 D} = \frac{M_i \nu_{im}}{\kappa\,(T_{e0} + T_i)\,K^2},$$

где $\kappa$ — постоянная Больцмана, $K = 4\pi/\lambda$ — волновое число стоячей волны, $\lambda$ — длина волны в среде, $\nu_{im}$ — частота столкновений ионов с молекулами, $T_i$ и $T_{e0}$ — температура ионов и электронов соответственно. Очевидно, что наибольшее влияние на $\tau(h)$ могли бы оказать ионы железа с атомной массой $M = 56$, которая почти в 2 раза больше средней молекулярной массы атмосферных ионов ($M \approx 29$), или кальция ($M = 40$). Измерения [23] показали, что тяжёлые ионы могут составлять от 30 до 80 % ионного состава слоя $E_s$. В таких случаях можно ожидать заметного увеличения $\tau$ на высотах спорадического слоя $E_s$.

### 4. ТЕМПЕРАТУРА И ПЛОТНОСТЬ АТМОСФЕРЫ

Приведём некоторые результаты определения атмосферных параметров в $E$-области. Релаксация ИПН на этих высотах происходит в процессе амбиполярной диффузии, а $\tau$ определяется пространственным периодом неоднородностей и коэффициентом амбиполярной диффузии, который, в свою очередь, зависит от температуры и частоты соударений ионов с нейтралами. Последняя пропорциональна

плотности атмосферы, поэтому время релаксации ИПН связано с температурой $T$ и плотностью $\rho$ атмосферы, что позволяет определять эти параметры по высотной зависимости $\tau(h)$ (подробно см. [1, 6]). Этот способ определения $T$ и $\rho$ требует знания профиля электронной концентрации $N(h)$. В данном эксперименте измерение профилей $N(h)$ не проводилось, поэтому использовалась эмпирическая модель распределения электронной концентрации [24].

Кроме того, на высотах $95 \div 100$ км важно исключить влияние турбулентности, которая приводит к кажущемуся увеличению температуры $T$. Поэтому выбирались лишь те сеансы, в которых имело место экспоненциальное уменьшение $\tau(h)$, проверявшееся методом линейной регрессии для $\ln\tau$. В случаях, подобных изображённому на рис. 1*ж*, на высотах с турбулентностью ($h < 95$ км) $T$ и $\rho$ не определялись. Также исключались сеансы с локальными максимумами на высотной зависимости $\tau$, обусловленными спорадическими слоями. Для уменьшения погрешности определения температуры и плотности проводилось усреднение $\tau(h)$ по временному интервалу приблизительно 5 минут.

На рис. 3*г, д* приведены вариации $T$ и $\rho$ для часового интервала измерений 12.08.99 на высоте 100 км. Десятиминутный интервал, в течение которого наблюдался спускающийся слой $E_s$ (рис. 2*г–з*), из рассмотрения исключён.

Максимумы температуры и плотности в течение этого часа приходятся на 14:30. Видны также нерегулярные изменения $T$ и $\rho$ во времени, обусловленные, возможно, распространением ВГВ. На эту причину как наиболее вероятную указывает и рис. 4, на котором показаны изменения высотного профиля температуры $T(h)$ со временем в интервале высот $96 \div 108$ км (высоты истинные). Известно [25], что подобное возмущение обычно гладкого на этих высотах профиля $T(h)$ имеет место при распространении через эту область атмосферных волн.

Так, на профилях температуры видны максимумы, которые со временем снижаются с высоты приблизительно 105 км до 100 км (штрих-пунктир на рис. 4). Если такой профиль температуры обусловлен волновыми движениями, то это могут быть ВГВ с вертикальной длиной волны около 10 км и вертикальной скоростью $30 \div 35$ м/с (близкие значения получены в разделе 2).

## 5. СКОРОСТИ ВЕРТИКАЛЬНЫХ ДВИЖЕНИЙ

Скорость вертикального движения плазмы $V$, которая вплоть до высоты приблизительно 120 км совпадает со скоростью нейтральной компоненты, определяется по изменению фазы рассеянного сигнала [9]. Пригодные для этой цели записи $\phi(t)$ были получены лишь 10.08.99. В этот день наблюдались относительно слабые рассеянные сигналы с амплитудой $A \approx 20 \div 30$ дБ от ИПН в $E$-области и менее интенсивные (до 35 дБ) спорадические слои. ИПН в $D$-области почти не наблюдались.

После 14:30 амплитуда рассеянного сигнала выросла до $40 \div 50$ дБ, а в период с 15:30 до 17:00 удалось получить хорошие записи фазы сигнала и определить $V$. Пример высотного профиля $V(h)$ приведён на рис. 1*е*.

По предварительным данным мгновенные (измеряемые каждые 20 с) значения $V$ на высотах $D$-области изменялись в основном в интервале $V \approx -5 \div 5$ м/с (отрицательные значения скорости соответствуют движению вверх), а в $E$-области интервал изменений достигал $V \approx -10 \div 8$ м/с. Большие колебания мгновенных значений $V$ наблюдались в интервале высот $90 \div 110$ км, во многих сеансах на высотах $90 \div 100$ км происходила смена знака $V$, т. е. направления движения плазмы.

По оценкам высотный градиент мгновенных значений вертикальной скорости $\mathrm{d}V/\mathrm{d}h$ на этих высотах составлял порядка $10^{-4} \div 8 \cdot 10^{-3}$ с$^{-1}$. Для сгонки плазмы и образования слоя $E_s$ за счёт перераспределения ионизации под действием атмосферных ветров достаточно градиента скорости $5 \cdot 10^{-4}$ с$^{-1}$ [14, 26]. Совместный анализ профилей $\mathrm{d}V/\mathrm{d}h$ и частотно-высотных характеристик слоя $E_s$ позволяет по предложенной в [26] методике определить эффективный коэффициент рекомбинации и относительную

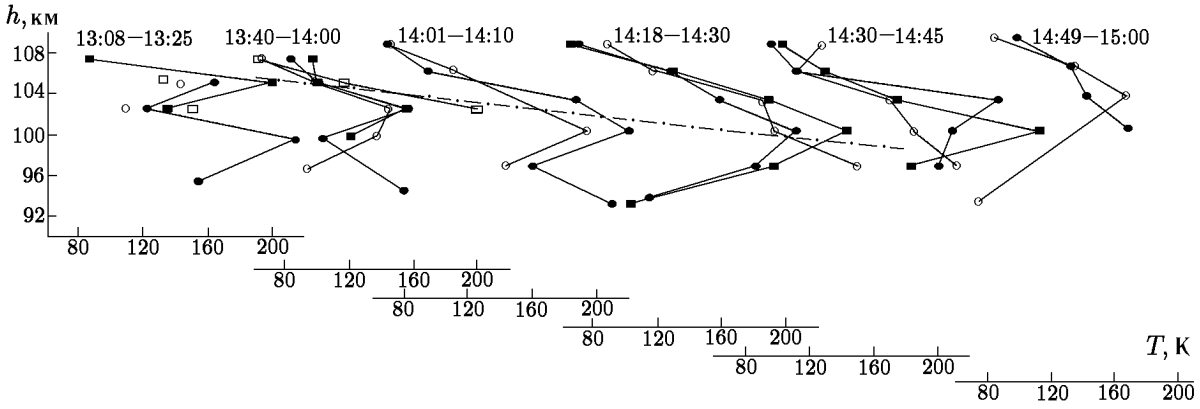


Рис. 4. Временны́е вариации высотного профиля температуры 12.08.99 с 13:08 до 15:00

концентрацию металлических ионов в спорадическом слое $E$. Однако обсуждение этого вопроса выходит за рамки статьи. Отметим только, что по данным АИС с 10.08.99 по 12.08.99 слои $E_s$ наблюдались преимущественно на действующих высотах $h = 90 \div 100$ км, имели критическую частоту $f_0 = 4 \div 5$ МГц и интервал полупрозрачности $2 \div 4$ МГц. В отдельных сеансах наблюдались более интенсивные слои с $f_0 = 7 \div 9$ МГц.

## ВЫВОДЫ

Проведены исследования неоднородной структуры нижней ионосферы методом обратного рассеяния радиоволн на искусственных периодических неоднородностях ионосферной плазмы. По результатам измерений ИПН в дневные часы в августе 1999 г. получены и проанализированы яркостные записи рассеянного сигнала, высотные профили и временны́е зависимости его амплитуды и времени релаксации, исследованы высотно-временны́е вариации температуры и плотности атмосферы, скорости вертикального движения плазмы и вертикальной компоненты турбулентной скорости. Хорошее временно́е разрешение и применение цифровой регистрации сигнала с шагом по высоте 0,7 км позволили получить новые сведения об особенностях рассеяния радиоволн на ИПН, идентифицировать различные ионосферные образования, включая спорадические слои и крупномасштабные ионосферные неоднородности, проанализировать их динамику, оценить интенсивность, протяжённость по высоте и временны́е характеристики.

Показано, что амплитуда рассеянного сигнала во многих случаях определяется интерференцией волн от ИПН и естественных ионосферных образований, что вызывает быстрые вариации и особенности высотных зависимостей амплитуды и времени релаксации сигнала.

Авторы выражают благодарность Виталию Витольдовичу Беликовичу за помощь в проведении эксперимента и составление программ обработки экспериментальных данных. Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 00–05–64695).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Беликович В. В., Бенедиктов Е. А., Бахметьева Н. В., Толмачёва А. В. Исследование ионосферы с помощью искусственных периодических неоднородностей // Н. Новгород: ИПФ РАН, 1999. 155 с.

2. Rietveld M. T., Turunen E., Matveinen H., Goncharov N. P., Pollari P. // Ann. Geophys. 1996. V. 14. P. 1 437.
3. Djuth F. T., Groves K. M., Elder J. H., Shinn E. R., Quinn J. M., Villasenor J., Wong A. Y. // J. Geophys. Res. A. 1997. V. 102, No. 11. P. 24 023.
4. Беликович В. В., Бахметьева Н. В., Бубукина В. Н., Караштин А. А., Толмачёва А. В. // Изв. вузов. Радиофизика. 1998. Т. 41, № 9. С. 1 077.
5. Беликович В. В. // Изв. вузов. Радиофизика. 1993. Т. 36, № 12. С. 1 105.
6. Бенедиктов Е. А., Беликович В. В., Гребнев Ю. Н., Толмачёва А. В. // Геомагнетизм и аэрономия. 1993. Т. 33, № 5. С. 170.
7. Беликович В. В., Бенедиктов Е. А. // Геомагнетизм и аэрономия. 1995. Т. 35, № 2. С. 91.
8. Бахметьева Н. В., Беликович В. В., Коротина Г. С. // Геомагнетизм и аэрономия. 1996. Т. 36, № 5. С. 180.
9. Беликович В. В., Бенедиктов Е. А., Гончаров Н. П. // Геомагнетизм и аэрономия. 1991. Т. 31, № 2. С. 381.
10. Бахметьева Н. В., Беликович В. В., Бенедиктов Е. А., Бубукина В. Н., Гончаров Н. П., Игнатьев Ю. А. // Геомагнетизм и аэрономия. 1996. Т. 36, № 5. С. 120.
11. Борисов Н. Д., Варшавский И. И. // Геомагнетизм и аэрономия. 1979. Т. 19, № 5. С. 806.
12. Бенедиктов Е. А., Беликович В. В., Бахметьева Н. В., Толмачёва А. В. // Геомагнетизм и аэрономия. 1997. Т. 37, № 5. С. 88.
13. Данилов А. Д., Власов М. Н. Фотохимия ионизованных и возбужденных частиц в нижней ионосфере. Л.: Гидрометеоиздат, 1973. 190 с.
14. Гершман Б. Н., Игнатьев Ю. А., Каменецкая Г. Х. Механизмы образования ионосферного спорадического слоя на различных широтах. М.: Наука, 1976. 108 с.
15. Гершман Б. Н., Григорьев Г. И. // Ионосферные исследования. 1978. № 25. С. 5.
16. Квавадзе Д. С., Шарадзе З. С. // Ионосферные исследования. 1972. № 20. С. 166.
17. Riggin D., Swartz W. E., Providakes J., Farley D. E. T. // J. Geophys. Res. 1986. V. 91. P. 8 011.
18. Rowe J. F. // J. Geophys. Res. 1974. V. 36. P. 225.
19. Бахметьева Н. В., Беликович В. В., Бенедиктов Е. А., Бубукина В. Н., Игнатьев Ю. А. // Изв. вузов. Радиофизика. 1997. Т. 40, № 3. С. 308.
20. Беликович В. В., Бенедиктов Е. А. // Изв. вузов. Радиофизика. 1986. Т. 29, № 11. С. 1 283.
21. Беликович В. В., Бенедиктов Е. А., Бубукина В. Н., Вяхирев В. Д. // Изв. вузов. Радиофизика. 1999. Т. 42, № 5. С. 431.
22. Беликович В. В., Бенедиктов Е. А., Трунов Д. В. // Геомагнетизм и аэрономия. 2000. Т. 40, № 6. С. 55.
23. Huuskonen A., Nygren T., Jalonen L., Bjorma N., Hansen T. L., Brekke A., Turunen T. // J. Geophys. Res. 1988. V. 93. P. 14 603.
24. ГОСТ 25645.146–89. Модель глобального распределения концентрации, температуры и эффективной частоты соударений.
25. Neuber R., von der Gathen P., von Zahn U. // J. Geophys. Res. A. 1988. V. 93, No. 11. P. 11 093.
26. Бахметьева Н. В., Беликович В. В., Игнатьев Ю. А., Понятов А. А. // Изв. вузов. Радиофизика. 1999. Т. 42, № 1. С. 26.

Научно-исследовательский радиофизический институт,
г. Нижний Новгород, Россия

Поступила в редакцию
14 февраля 2001 г.

**STUDIES OF THE IRREGULAR STRUCTURE OF THE IONOSPHERE USING SCATTERING OF RADIO WAVES ON ARTIFICIAL PERIODIC INHOMOGENEITIES**

*N. V. Bakhmet'eva, V. V. Belikovich, E. A. Benediktov, and A. V. Tolmacheva*

We present new results of studies of the irregular structure of the ionosphere using artificial periodic inhomogeneities (APIs) of the ionospheric plasma. The observations were carried out from 9:00 to 17:00 in August 10–12, 1999 with a height step of 0.7 km and digital registration and real-time processing of the signal quadratures. It is shown that in many cases, the amplitude of the scattered signal is determined by interference of the radio waves scattered on APIs and on natural ionospheric formations including sporadic layers and large-scale natural irregularities. This allows one to study the irregular structure of the lower ionosphere on the basis of the analysis of height-time dependences of the amplitude and phase of the scattered signal.

УДК 621.371.24

# ИССЛЕДОВАНИЕ ПОЛЯРИЗАЦИОННЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ТЕПЛОВОГО МИКРОВОЛНОВОГО ИЗЛУЧЕНИЯ ОБЛАЧНОЙ АТМОСФЕРЫ

*А. В. Троицкий* [1], *А. М. Ошарин* [1], *А. В. Королёв* [2], *В. Страпп* [2], *Ж. Айзик* [2]

Приведены результаты спектральных исследований поляризации теплового микроволнового излучения облачной атмосферы на частотах 37 и 85 ГГц. Дана интерпретация наблюдательных данных на основе модели переноса излучения в облаках смешанного типа, содержащих кристаллические частицы различной формы и жидкокапельную переохлаждённую воду, с учётом всех кратностей рассеяния. Отмечено, что поляризационные радиометрические измерения позволяют определять интегральную лёдность и интегральную водность облаков, а также диагностировать микроструктуру облака (форму кристаллов и их характерные размеры).

## ВВЕДЕНИЕ

Исследования собственного теплового микроволнового излучения атмосферы ведутся с 50-х годов и связаны в первую очередь с развитием радиометрии. На протяжении десятилетий излучение как ясной, так и облачной атмосферы считалось неполяризованным [1–3]. На этом положении основывалась интерпретация всех микроволновых измерений собственного излучения атмосферы и излучения космических источников. В работе [4] экспериментально обнаружена поляризация нисходящего излучения атмосферы на длине волны 2,25 см при наличии осадков в виде дождя. Поляризационный эффект в дождях подробно исследовался в работах [5, 6], авторы которых связывали его с несферичностью и наличием преимущественной ориентации дождевых капель. Экспериментальные исследования поляризации восходящего микроволнового излучения атмосферы с осадками проводились также радиометрическими комплексами космического базирования [7–9]. В работах [10–12] обнаружена поляризация теплового микроволнового излучения облачной атмосферы без осадков на длине волны 3,2 мм, обусловленная эффектами рассеяния излучения на ориентированных ледяных облачных кристаллах различной формы, и показано, что такая поляризация является не уникальным, а характерным явлением, по крайней мере, для зимне-весенней атмосферы. Средний наблюдаемый поляризационный контраст (т. е. разность яркостных температур на вертикальной и горизонтальной поляризациях) составляет около 3 К при зенитном угле наблюдения 70°.

Важность поляризационных микроволновых исследований обусловлена двумя аспектами. Первый — фундаментальный — заключается в том, что микроволновое излучение атмосферы состоит из собственного теплового неполяризованного излучения, а также рассеянной, частично поляризованной компоненты. Обе эти составляющие при обычных измерениях неотделимы. Только поляризационные измерения позволяют выделить рассеянную компоненту излучения в виде поляризационного контраста, или второго параметра Стокса. Поляризационные характеристики излучения, таким образом, могут служить критерием адекватности тех или иных моделей переноса микроволнового излучения в облачной атмосфере. Второй, прикладной аспект состоит в том, что поляризационные измерения позволяют дистанционно определять фазовый состав облаков. Абсолютные измерения интенсивности микроволнового излучения (или первого параметра Стокса) несут информацию об интегральном содержании жидкокапельной воды в облаках, а поляризационные измерения — о содержании кристаллической фракции и параметрах ледяных частиц.

В настоящей работе выполнены спектральные исследования поляризации теплового микроволнового излучения облачной атмосферы на частотах 37 и 85 ГГц в рамках международного проекта Alliance

Icing Research Study (AIRS). Дана интерпретация наблюдательных данных на основе модели переноса излучения в облаках смешанного типа и данных о микроструктуре облаков, полученных самолётом-лабораторией Национального исследовательского совета (National Research Council (NRC), Канада).

## 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ РАССЕЯНИЯ ТЕПЛОВОГО МИКРОВОЛНОВОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В ОБЛАЧНОЙ АТМОСФЕРЕ

Под тепловым микроволновым излучением атмосферы понимается собственное излучение атмосферных газов (кислорода и водяного пара) и жидкокапельной фракции облаков, которое имеет тепловую природу. Ледяные кристаллы в микроволновом диапазоне практически не излучают, однако хорошо рассеивают излучение окружающей среды.

Поляризацию теплового микроволнового излучения атмосферы вследствие эффектов рассеяния могут обеспечить как сферические частицы (из-за угломестной анизотропии излучения атмосферы), так и ориентированные плоские (дендриты, пластинки и т. п.) или продолговатые (столбики, иглы и т. д.) ледяные облачные кристаллы [11]. Ориентация плоских кристаллов и игл в горизонтальной плоскости может происходить под действием гравитации и конвективных движений воздуха [13, 14]. Кристаллы продолговатой формы также, по-видимому, могут ориентироваться вдоль направления электрического поля [14], вертикальная и горизонтальная составляющие которого в облаках сравнимы по величине [13].

Поляризация электромагнитного излучения полностью определяется четырьмя параметрами Стокса, образующими вектор-столбец $\mathbf{I} = (I, Q, U, V)^{\mathrm{T}}$, где $I$ — интенсивность излучения, $Q$ — разность интенсивностей излучения ортогональных (вертикальной и горизонтальной) поляризаций, $U$ — та же разность в системе координат, повёрнутой относительно направления распространения излучения на 45°, $V$ — разность интенсивностей излучения с левой и правой круговой поляризацией. В теории переноса микроволнового излучения для расчётов чаще используют так называемые модифицированные параметры Стокса [15, 16] $\mathbf{I} = (I_{\mathrm{v}}, I_{\mathrm{h}}, U, V)^{\mathrm{T}}$, где $I_{\mathrm{v}}$ — интенсивность излучения на вертикальной поляризации, $I_{\mathrm{h}}$ — интенсивность излучения горизонтальной поляризации, а компоненты $U$ и $V$ имеют тот же смысл, что и при традиционном определении. В микроволновом диапазоне под интенсивностью $I_\alpha$ теплового излучения некоторой поляризации $\alpha$ обычно понимают величину яркостной температуры излучения $T_{\mathrm{b}\alpha}$, которая связана с интенсивностью известным приближением Рэлея—Джинса:

$$I_\alpha = k_{\mathrm{B}} T_{\mathrm{b}\alpha} / \lambda^2, \tag{1}$$

где $k_{\mathrm{B}}$ — постоянная Больцмана, $\lambda$ — длина волны излучения, а индекс $\alpha$ обозначает вертикальную ($\alpha = \mathrm{v}$) либо горизонтальную ($\alpha = \mathrm{h}$) поляризацию. Выражение (1) позволяет осуществить переход от параметров Стокса по интенсивности к параметрам Стокса по яркостной температуре и наоборот.

Рассмотрим задачу переноса поляризованного микроволнового излучения в облачной атмосфере в следующем приближении. Облако, содержащее в каждом элементе объёма ледяные кристаллы (рассеивающая компонента) и капли переохлаждённой воды (поглощающая компонента), моделируется однородным изотермическим плоскопараллельным слоем, помещённым в неоднородную атмосферу. Высотные распределения (профили) термодинамических параметров атмосферы вне слоя задаются в соответствии с их средне-зимними значениями [17]. Поверхность Земли излучает как абсолютно чёрное тело с температурой $T_{\mathrm{s}}$. Поскольку собственное излучение ясной атмосферы в микроволновом диапазоне не поляризовано, то все поляризационные характеристики облачной атмосферы определяются рассеивающими кристаллическими частицами. Распространение излучения в плоскопараллельном слое, содержащем рассеивающие частицы, описывается векторным уравнением переноса для четы-

рёхкомпонентного вектора модифицированных параметров Стокса $\mathbf{I} = (I_\mathrm{v}, I_\mathrm{h}, U, V)^\mathrm{T}$ [16]:

$$\cos\theta\,\frac{\mathrm{d}\mathbf{I}(\theta,\phi,z)}{\mathrm{d}z} = -\mathbf{k}_\mathrm{ext}(\theta,\phi)\mathbf{I}(\theta,\phi,z) + \int\limits_0^{2\pi}\mathrm{d}\phi' \int\limits_0^{\pi}\mathrm{d}\theta'\sin\theta'\,\mathbf{P}(\theta,\phi;\theta',\phi')\mathbf{I}(\theta',\phi',z) + \mathbf{J}(\theta,\phi,z), \quad (2)$$

где $0 \le \theta \le \pi$ и $0 \le \phi \le 2\pi$ — зенитный и азимутальный углы, $z$ — вертикальная координата (высота). Граничные условия задачи запишем, полагая $0 \le \theta \le \pi/2$. При $z = z_2$ (верхняя граница облачного слоя)

$$I_\alpha(\pi-\theta, z_2) = \frac{k_\mathrm{B}}{\lambda^2}\left[\sec\theta\int\limits_{z_2}^{\infty}\mathrm{d}z\,T(z)k(z)\exp\left(-\sec\theta\int\limits_{z_2}^{z}k(z')\,\mathrm{d}z'\right)\right], \quad (3)$$

при $z = z_1$ (нижняя граница облачного слоя)

$$I_\alpha(\theta, z_1) = \frac{k_\mathrm{B}}{\lambda^2}\left[T_\mathrm{s}\exp\left(-\sec\theta\int\limits_0^{z_1}k(z)\,\mathrm{d}z\right) + \sec\theta\int\limits_0^{z_1}\mathrm{d}z\,T(z)k(z)\exp\left(-\sec\theta\int\limits_z^{z_1}k(z')\,\mathrm{d}z'\right)\right]. \quad (4)$$

Третья и четвёртая компоненты вектора параметров Стокса в граничных условиях (3) и (4) равны нулю. В (2)–(4) $\mathbf{k}_\mathrm{ext}(\theta,\phi)$ — суммарная матрица ослабления излучения, обусловленного облачными частицами и атмосферой, $\mathbf{P}(\theta,\phi;\theta',\phi')$ — фазовая матрица, описывающая вклад однократного рассеяния на частицах элементарного объёма облачной среды из направления $(\theta',\phi')$ в направление $(\theta,\phi)$, $\mathbf{J}(\theta,\phi,z)$ — вектор источника собственного теплового электромагнитного излучения облачных частиц и окружающей среды, $T(z)$ — высотное распределение термодинамической температуры в атмосфере, $k(z) = k_{\mathrm{O}_2}(z) + k_{\mathrm{H}_2\mathrm{O}}(z)$ — суммарный коэффициент поглощения ясной атмосферы, обусловленный атмосферным кислородом и водяным паром. Выражение (3) есть интенсивность нисходящего излучения надоблачной атмосферы, а выражение (4) — интенсивность излучения земной поверхности, ослабленная подоблачным слоем атмосферы, плюс интенсивность восходящего излучения подоблачного атмосферного слоя.

Элементы матрицы ослабления и фазовой матрицы полностью определяются комплексными амплитудами рассеяния $f_{\alpha\beta}(\theta,\phi;\theta',\phi')$, образующими матрицу $2\times 2$ и описывающими рассеяние волны с поляризацией $\beta$, падающей с направления $(\theta',\phi')$, в направление $(\theta,\phi)$ и поляризацию $\alpha$ (индексы $\alpha$ и $\beta$ равны v либо h). Составляющая $\mathbf{k}_\mathrm{ext\,i}(\theta,\phi)$ суммарной матрицы ослабления, обусловленная ледяными кристаллами, выражается через элементы матрицы комплексных амплитуд рассеяния вперёд следующим образом [18]:

$$\mathbf{k}_\mathrm{ext\,i} = \lambda\begin{bmatrix} 2\,\mathrm{Im}\,\langle f_\mathrm{vv}\rangle & 0 & \mathrm{Im}\,\langle f_\mathrm{vh}\rangle & -\mathrm{Re}\,\langle f_\mathrm{vh}\rangle \\ 0 & 2\,\mathrm{Im}\,\langle f_\mathrm{hh}\rangle & \mathrm{Im}\,\langle f_\mathrm{hv}\rangle & \mathrm{Re}\,\langle f_\mathrm{hv}\rangle \\ 2\,\mathrm{Im}\,\langle f_\mathrm{hv}\rangle & 2\,\mathrm{Im}\,\langle f_\mathrm{vh}\rangle & \mathrm{Im}\,\langle f_\mathrm{vv}+f_\mathrm{hh}\rangle & \mathrm{Re}\,\langle f_\mathrm{vv}-f_\mathrm{hh}\rangle \\ 2\,\mathrm{Re}\,\langle f_\mathrm{hv}\rangle & -2\,\mathrm{Re}\,\langle f_\mathrm{vh}\rangle & \mathrm{Re}\,\langle f_\mathrm{hh}-f_\mathrm{vv}\rangle & \mathrm{Im}\,\langle f_\mathrm{vv}+f_\mathrm{hh}\rangle \end{bmatrix}. \quad (5)$$

Здесь $f_{\alpha\beta} = f_{\alpha\beta}(\theta,\phi;\theta,\phi)$, а угловые скобки означают статистическое усреднение по пространственной ориентации кристаллических частиц и их распределению по размерам. Для характеристики капельной фракции облаков использовалось предположение, что спектр размеров капель не содержит крупнодисперсной фракции с размерами частиц более 100 мкм. Это предположение позволяет полагать капли сферическими, рассматривать капельную составляющую облака в рэлеевском приближении и считать, что в этом случае ослабление определяется в основном поглощением, а рассеяние пренебрежимо мало. В этом случае составляющая $\mathbf{k}_\mathrm{ext\,w}(\theta,\phi)$ матрицы ослабления, обусловленная капельной фракцией, сводится к диагональной матрице:

$$\mathbf{k}_\mathrm{ext\,w}(\theta,\phi) = \mathbf{k}_\mathrm{abs\,w} = \mathrm{diag}(k_\mathrm{abs\,w}, k_\mathrm{abs\,w}, k_\mathrm{abs\,w}, k_\mathrm{abs\,w}),$$

где коэффициент поглощения облачных капель $k_{\mathrm{abs\,w}}$ не зависит от их распределения по размерам и может быть представлен в следующем виде [6]:

$$k_{\mathrm{abs\,w}} = \frac{6\pi w}{\lambda\rho}\,\mathrm{Im}\,\frac{\varepsilon_{\mathrm{w}}-1}{\varepsilon_{\mathrm{w}}+2}\,, \tag{6}$$

где $\rho$ и $\varepsilon_{\mathrm{w}}$ — плотность и комплексная диэлектрическая проницаемость воды [19], $w$ — водность облака.

Фазовая матрица выражается через билинейные комбинации элементов матрицы комплексных амплитуд $f_{\alpha\beta}(\theta,\phi;\theta',\phi')$:

$$\mathbf{P}(\theta,\phi;\theta',\phi') = \begin{bmatrix} \langle|f_{\mathrm{vv}}|^2\rangle & \langle|f_{\mathrm{vh}}|^2\rangle & \mathrm{Re}\,\langle f_{\mathrm{vv}}f_{\mathrm{vh}}^*\rangle & -\mathrm{Im}\,\langle f_{\mathrm{vv}}f_{\mathrm{vh}}^*\rangle \\ \langle|f_{\mathrm{hv}}|^2\rangle & \langle|f_{\mathrm{hh}}|^2\rangle & \mathrm{Re}\,\langle f_{\mathrm{hv}}f_{\mathrm{hh}}^*\rangle & -\mathrm{Im}\,\langle f_{\mathrm{hv}}f_{\mathrm{hh}}^*\rangle \\ 2\,\mathrm{Re}\,\langle f_{\mathrm{vv}}f_{\mathrm{hv}}^*\rangle & 2\,\mathrm{Re}\,\langle f_{\mathrm{vh}}f_{\mathrm{hh}}^*\rangle & \mathrm{Re}\,\langle f_{\mathrm{vv}}f_{\mathrm{hh}}^* + f_{\mathrm{vh}}f_{\mathrm{hv}}^*\rangle & -\mathrm{Im}\,\langle f_{\mathrm{vv}}f_{\mathrm{hh}}^* - f_{\mathrm{vh}}f_{\mathrm{hv}}^*\rangle \\ 2\,\mathrm{Im}\,\langle f_{\mathrm{vv}}f_{\mathrm{hv}}^*\rangle & 2\,\mathrm{Im}\,\langle f_{\mathrm{vh}}f_{\mathrm{hh}}^*\rangle & \mathrm{Im}\,\langle f_{\mathrm{vv}}f_{\mathrm{hh}}^* + f_{\mathrm{vh}}f_{\mathrm{hv}}^*\rangle & \mathrm{Re}\,\langle f_{\mathrm{vv}}f_{\mathrm{hh}}^* - f_{\mathrm{vh}}f_{\mathrm{hv}}^*\rangle \end{bmatrix}. \tag{7}$$

Вектор источника собственного теплового излучения среды в микроволновом диапазоне, где выполняется приближение Рэлея—Джинса, имеет вид $\mathbf{J}(\theta,\phi,z) = (k_{\mathrm{B}}/\lambda^2)\,\mathbf{k}_{\mathrm{abs}}(\theta_{\mathrm{b}},\phi_{\mathrm{b}})T(z)$. Согласно [20] излучение в направлении $(\theta,\phi)$ определяется поглощением в обратном направлении $(\theta_{\mathrm{b}},\phi_{\mathrm{b}}) = (\pi-\theta,\pi+\phi)$, причём компоненты вектора поглощения частиц и атмосферных газов $\mathbf{k}_{\mathrm{abs}}(\theta_{\mathrm{b}},\phi_{\mathrm{b}}) = [k_{\mathrm{abs\,1}}(\theta_{\mathrm{b}},\phi_{\mathrm{b}}), k_{\mathrm{abs\,2}}(\theta_{\mathrm{b}},\phi_{\mathrm{b}}), k_{\mathrm{abs\,3}}(\theta_{\mathrm{b}},\phi_{\mathrm{b}}), k_{\mathrm{abs\,4}}(\theta_{\mathrm{b}},\phi_{\mathrm{b}})]^{\mathrm{T}}$ выражаются через элементы матрицы ослабления и фазовой матрицы облачной среды следующим образом:

$$k_{\mathrm{abs\,1}}(\theta,\phi) = k_{\mathrm{ext\,11}}(\theta,\phi) - \int_0^{2\pi}\mathrm{d}\phi'\int_0^{\pi}\mathrm{d}\theta'\sin\theta'\left[P_{11}(\theta',\phi';\theta,\phi) + P_{21}(\theta',\phi';\theta,\phi)\right], \tag{8}$$

$$k_{\mathrm{abs\,2}}(\theta,\phi) = k_{\mathrm{ext\,22}}(\theta,\phi) - \int_0^{2\pi}\mathrm{d}\phi'\int_0^{\pi}\mathrm{d}\theta'\sin\theta'\left[P_{12}(\theta',\phi';\theta,\phi) + P_{22}(\theta',\phi';\theta,\phi)\right], \tag{9}$$

$$k_{\mathrm{abs\,3}}(\theta,\phi) = -2\left\{k_{\mathrm{ext\,13}}(\theta,\phi) + k_{\mathrm{ext\,23}}(\theta,\phi) - \int_0^{2\pi}\mathrm{d}\phi'\int_0^{\pi}\mathrm{d}\theta'\sin\theta'\left[P_{13}(\theta',\phi';\theta,\phi) + P_{23}(\theta',\phi';\theta,\phi)\right]\right\}, \tag{10}$$

$$k_{\mathrm{abs\,4}}(\theta,\phi) = 2\left\{k_{\mathrm{ext\,14}}(\theta,\phi) + k_{\mathrm{ext\,24}}(\theta,\phi) - \int_0^{2\pi}\mathrm{d}\phi'\int_0^{\pi}\mathrm{d}\theta'\sin\theta'\left[P_{14}(\theta',\phi';\theta,\phi) + P_{24}(\theta',\phi';\theta,\phi)\right]\right\}. \tag{11}$$

В рамках принятой модели ограничимся рассмотрением ледяных кристаллов только двух типов: сферических и пластинчатых — и аппроксимируем форму последних сплюснутыми сфероидами, ось симметрии которых расположена вертикально. Это отвечает простейшему случаю азимутально-симметричной задачи, т. к. излучение атмосферы также не зависит от азимутального угла. Заметим, что

кристаллы продолговатых форм, хаотически ориентированные в горизонтальной плоскости, можно рассматривать в качестве частного случая горизонтально ориентированных пластинчатых кристаллов. В условиях азимутальной симметрии третья и четвёртая компоненты вектора Стокса равны нулю ($U = V = 0$), а оставшиеся две ($I_\mathrm{v}$ и $I_\mathrm{h}$) не зависят от азимутального угла $\phi$ [18]. Последнее обстоятельство позволяет выполнить интегрирование по $\phi'$ в (2) и перейти к двухкомпонентному уравнению переноса излучения относительно компонент $I_\mathrm{v}$ и $I_\mathrm{h}$:

$$\cos\theta\,\frac{\mathrm{d}I_\alpha(\theta,z)}{\mathrm{d}z} = -k_{\mathrm{ext}\,\alpha}(\theta)I_\alpha(\theta,z) + \sum_{\beta=\mathrm{v,h}}\int\limits_0^\pi \mathrm{d}\theta'\,\sin\theta'\,Q_{\alpha\beta}(\theta,\theta')I_\beta(\theta',z) + \frac{k_\mathrm{B}}{\lambda^2}k_{\mathrm{abs}\,\alpha}(\theta)T, \qquad (12)$$

где $Q_{\alpha\beta}(\theta,\theta') = \int_0^{2\pi}\mathrm{d}\phi'\,P_{\alpha\beta}(\theta,\phi;\theta',\phi')$, $P_\mathrm{vv} = P_{11}$, $P_\mathrm{vh} = P_{12}$, $P_\mathrm{hv} = P_{21}$, $P_\mathrm{hh} = P_{22}$, $k_{\mathrm{ext}\,\alpha}(\theta) = 2\lambda\,\mathrm{Im}\,\langle f_{\alpha\alpha}\rangle$, $k_{\mathrm{abs}\,\alpha}(\theta) = k_{\mathrm{ext}\,\alpha}(\theta) - \Sigma_{\beta=\mathrm{v,h}}\int_0^\pi \mathrm{d}\theta'\sin\theta'\,Q_{\alpha\beta}(\theta,\theta')$, $T$ — средняя температура облачного слоя.

Система уравнений (12) является основой для анализа теплового микроволнового излучения облачной атмосферы. Она решалась методом дискретных ординат Гаусса [16] с учётом всех кратностей рассеяния. Характеристики взаимодействия излучения с ледяными частицами сферической формы вычислялись на основе теории Ми [21], а соответствующие характеристики для сфероидальных частиц — методом $T$-матрицы [22]. Подчеркнём, что принятая модель не предполагает никаких ограничений на параметр дифракции $x = \pi D/\lambda$ ледяных облачных кристаллов и позволяет корректно описать излучение и рассеяние той части их распределения по размерам $D$, которая соответствует режиму резонансного рассеяния ($\pi D/\lambda \sim 1$).

На поверхности Земли яркостные температуры $T_{\mathrm{b}\,\alpha}$ определяются по формуле

$$T_{\mathrm{b}\,\alpha} = \frac{\lambda^2}{k_\mathrm{B}}I_\alpha\exp\left(-\sec\theta\int_0^{z_1}k(z)\,\mathrm{d}z\right) + \sec\theta\int_0^{z_1}\mathrm{d}z\,k(z)T(z)\exp\left(-\sec\theta\int_0^{z}k(z')\,\mathrm{d}z'\right), \qquad (13)$$

а поляризационный контраст

$$\Delta T_\mathrm{b} = \frac{\lambda^2}{k_\mathrm{B}}\,(I_\mathrm{v} - I_\mathrm{h})\exp\left[-\sec\theta\int_0^{z_1}k(z)\,\mathrm{d}z\right], \qquad (14)$$

где $I_\mathrm{v}$, $I_\mathrm{h}$ — интенсивности нисходящего излучения облака на его нижней границе, полученные из решения уравнения переноса (12).

## 2. ПОЛЯРИЗАЦИОННЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ТЕПЛОВОГО МИКРОВОЛНОВОГО ИЗЛУЧЕНИЯ ОБЛАЧНОЙ АТМОСФЕРЫ

Прежде всего кратко остановимся на микрофизической модели облачного слоя, которая использовалась в расчётах. Микрофизические параметры смешанных облаков выбирались на основе прямых измерений характеристик зимних облаков, выполненных самолётом-лабораторией NRC в период с ноября 1999 по февраль 2000 года в окрестности города Оттава (Канада) и проводившихся одновременно с радиометрическими исследованиями.

Смешанное облако (плоскопараллельный облачный слой) содержит в каждом элементе объёма переохлаждённые капли воды и ледяные кристаллы. Толщина облачности $\Delta z = 2$ км, высота нижней границы $z_1 = 1$ км, высота верхней границы $z_2 = 3$ км. Средняя термодинамическая температура облака $T = -17\,^\circ$C. Диапазон изменения удельной водности капель $w = 0 \div 0{,}5$ г/м$^3$, удельная лёдность кристаллов $w_\mathrm{i} = 0 \div 0{,}3$ г/м$^3$. Распределение облачных кристаллов по размерам выбиралось в виде

$$n(D) = A\exp(-D/\langle D\rangle), \qquad (15)$$

что лучше всего соответствует экспериментальным данным. В (15) $D$ — диаметр сферы в случае кристаллов сферической формы или длина максимальной оси сфероида в случае пластинчатых кристаллов, $n(D)\,\mathrm{d}D$ — число частиц в интервале размеров $[D,\ D+\mathrm{d}D]$, $\langle D\rangle$ — средний размер кристаллов, $A$ — постоянная, которая выражается через удельную лёдность $w_\mathrm{i}$ облачной среды и средний размер $\langle D\rangle$ частиц.

На рис. 1 приведены характерные примеры экспериментально полученных распределений $n(D)$ ледяных облачных частиц по размерам (сплошные кривые) и экспоненциальная аппроксимация указанных распределений (штриховые кривые). Кривые *1* соответствуют мелкодисперсному распределению с $\langle D\rangle = 64$ мкм, кривые *2* — крупнодисперсному с $\langle D\rangle = 690$ мкм. В расчётах пластинчатые кристаллы аппроксимировались сплюснутыми сфероидами, главные оси которых связаны соотношением $d = 2{,}02D^{0{,}449}$ [23], где $D$ и $d$ — длины большой и малой осей сфероида соответственно. Значения комплексной диэлектрической проницаемости льда при средней температуре облака $-17$ °C на частотах наблюдения $\nu = 37$ и 85 ГГц заимствовались из [24]: $\varepsilon_\mathrm{i}(\nu = 37\ \text{ГГц}) = 3{,}15 + i0{,}00248$; $\varepsilon_\mathrm{i}(\nu = 85\ \text{ГГц}) = 3{,}15 + i0{,}00568$.

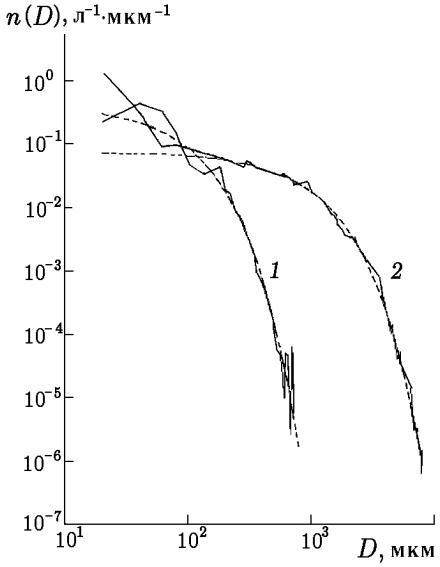


Рис. 1

На рис. 2 представлена угловая зависимость поляризационного контраста $\Delta T_\mathrm{b} = T_\mathrm{bv} - T_\mathrm{bh}$ теплового излучения смешанных облаков с различной лёдностью на частотах 37 и 85 ГГц для сферических и пластинчатых кристаллов. Средний размер кристаллов $\langle D\rangle = 500$ мкм, максимальный размер ледяных частиц в распределении $D_\mathrm{max} = 2$ мм. Удельная водность капельной фракции $w = 0{,}1$ г/м$^3$. Отличительной особенностью переноса теплового микроволнового излучения в кристаллических облаках является значительный (до нескольких градусов) поляризационный контраст $\Delta T_\mathrm{b}$ этого излучения в широком диапазоне миллиметровых волн. Угловой спектр поляризационного контраста формируется двумя основными конкурирующими факторами: рассеянием на кристаллах облаков нисходящего излучения надоблачного слоя атмосферы и восходящего излучения подоблачного атмосферного слоя и поверхности Земли. Первый фактор обеспечивает положительный, а второй — отрицательный поляризационный контраст. Это обстоятельство приводит к смене знака поляризационного контраста для пластин на больших ($\theta > 80°$) зенитных углах. Однако необходимо отметить, что для этих углов модель плоскослоистого облачного слоя заведомо неверна. Кроме того, при $\theta > 85°$ начинает сказываться рефракция радиоволн и сферичность Земли, которые увеличивают реальные значения поглощения в атмосфере [25] при таких углах наблюдения по сравнению с плоскослоистой моделью. Во всех случаях абсолютное значение контраста $|\Delta T_\mathrm{b}|$ растёт с ростом удельной лёдности $w_\mathrm{i}$ или (при фиксированной толщине облака $\Delta z$) интегральной лёдности $W_\mathrm{i} = w_\mathrm{i}\,\Delta z$ на всех углах наблюдения. Для пластинчатых кристаллов эта зависимость носит практически линейный характер. Максимальные абсолютные значения контраста $|\Delta T_\mathrm{b}|$ достигаются в диапазоне углов $\theta_\mathrm{max} \approx 70° \div 80°$ на частоте 85 ГГц и $\theta_\mathrm{max} \approx 80° \div 85°$ на частоте 37 ГГц с небольшими отличиями для сферических и пластинчатых кристаллов. На этих углах полная оптическая толщина атмосферы $\tau(\theta) = \tau_0/\cos\theta$ на соответствующих частотах порядка единицы. Так как полное вертикальное ослабление $\tau_0$ при $\nu = 85$ ГГц больше, чем при $\nu = 37$ ГГц, максимум абсолютной

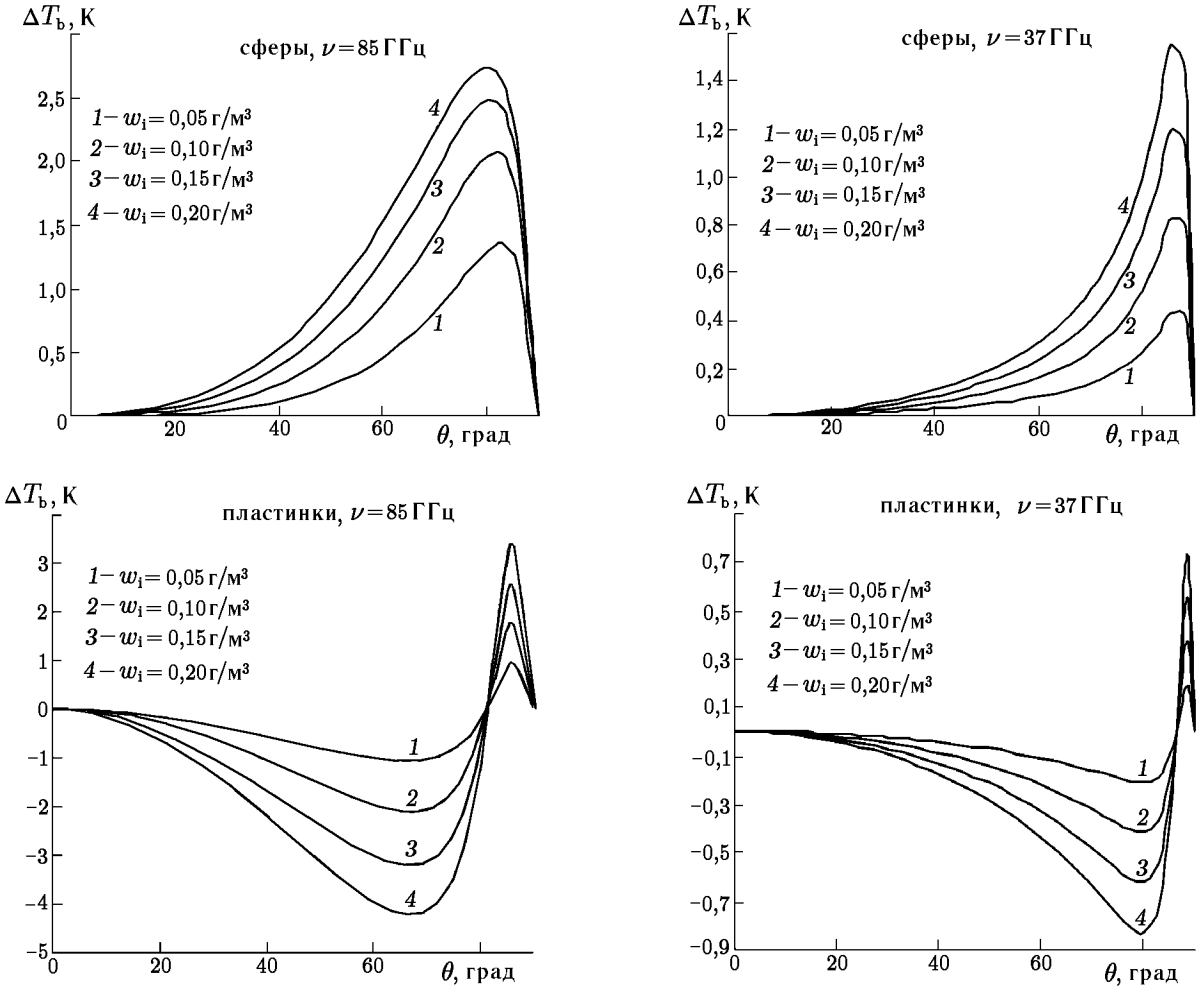


Рис. 2

величины контраста $|\Delta T_b|$ на частоте 85 ГГц достигается раньше, чем на частоте 37 ГГц, т. е. $\theta_{max}(\nu = 85\ \text{ГГц}) < \theta_{max}(\nu = 37\ \text{ГГц})$. Критерий $\cos\theta_{max} \approx \tau_0$ характерен для радиометрических наблюдений всех контрастообразующих параметров атмосферы в плоскослоистом приближении [26]. Уменьшение контраста $\Delta T_b$ до нуля на больших углах связано с «почернением» атмосферы вследствие большого полного ослабления ($\tau(\theta) \gg 1$) на этих углах.

Влияние поглощающей компоненты (в нашем случае это капельная фракция воды в облаке) на частотно-угловой спектр поляризационного контраста $\Delta T_b$ при лёдности облака $w_i = 0{,}2$ г/м$^3$ показано на рис. 3. Видно, что в соответствии с изложенной выше интерпретацией с ростом удельной водности облака $w$, а следовательно, и полного поглощения в нём, во-первых, максимум $\Delta T_b$ достигается на меньших зенитных углах $\theta_{max}$ (как для сфер, так и для пластин), во-вторых, контраст $\Delta T_b$ для пластин существенно уменьшается на всех углах и частотах. Причём при большой водности может наблюдаться ситуация, когда контраст $\Delta T_b$ для пластин на частоте 37 ГГц будет превышать контраст на частоте 85 ГГц при одинаковом зенитном угле. Для сферических кристаллов влияние изменения поглощения вследствие роста водности капельной фракции на поляризационный контраст несколько сложнее, чем для пластинчатых кристаллов. Увеличение полного атмосферного поглощения (а следовательно, и интенсивности теплового излучения облака) до $\tau(\theta) \approx 2$ приводит к росту поляризационного контраста на углах $\theta < \theta_{max}$. Иными словами, при полном поглощении $\tau(\theta) \leq 2$ некоторое увеличение интенсив-

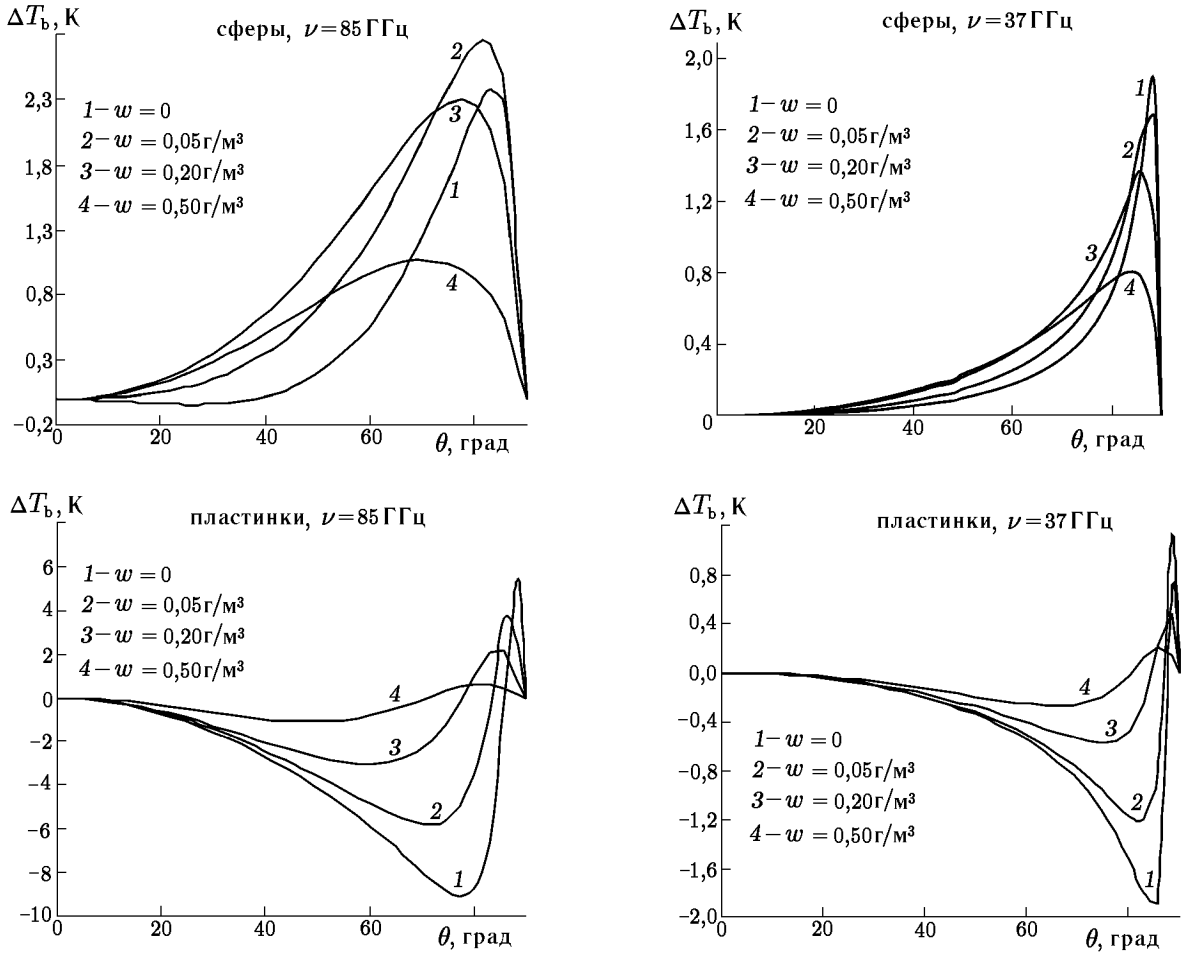


Рис. 3

ности теплового излучения облачного слоя, которое рассеивается на сферических кристаллах, увеличивает поляризационный контраст на углах $\theta < \theta_{\max}$. Дальнейший рост поглощения (водности) приводит к уменьшению поляризационного контраста на углах $\theta > \theta_{\max}$.

Зависимость поляризационного контраста $\Delta T_{\mathrm{b}}$ от среднего размера $\langle D \rangle$ ледяных кристаллов приведена на рис. 4. Лёдность облака $w_{\mathrm{i}} = 0{,}2$ г/м$^3$, зенитный угол наблюдения $\theta = 66°$, что близко к значению $\theta_{\max}$ на частоте 85 ГГц. Характер зависимости контраста $\Delta T_{\mathrm{b}}$ от среднего размера кристаллов $\langle D \rangle$ для сфер и пластин существенно различен, особенно в субмиллиметровом диапазоне размеров. Для пластин абсолютные значения $|\Delta T_{\mathrm{b}}|$ монотонно растут с ростом среднего размера частиц. Для сфер на частоте 85 ГГц имеет место максимум контраста $\Delta T_{\mathrm{b}}$, приходящийся на значения средних размеров $\langle D \rangle$, которым соответствует первый максимум в зависимости сечения рассеяния одиночной сферы от её диаметра $D$, отвечающий условию $(\pi D/\lambda)\,|m| \sim 1$, где $m$ — комплексный показатель преломления льда.

### 3. АППАРАТУРА И МЕТОДИКА ИЗМЕРЕНИЙ

Экспериментальные исследования собственного микроволнового излучения облачной атмосферы проводились с помощью модуляционных радиометров, работающих на частотах 37 ГГц ($\lambda = 8$ мм) и

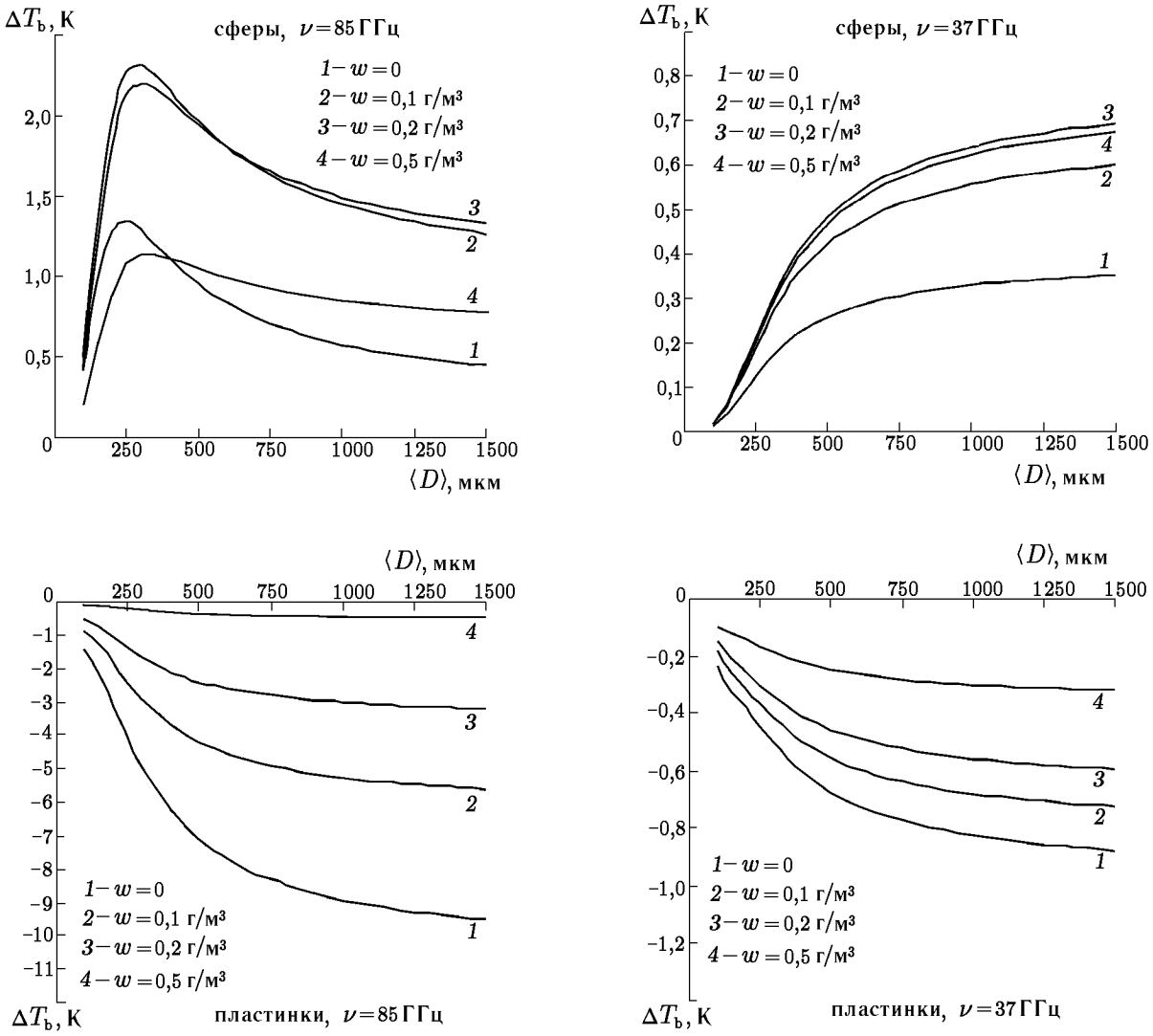


Рис. 4

85 ГГц ($\lambda$ = 3,5 мм). Радиометры принимали микроволновое излучение атмосферы двух ортогональных поляризаций, вертикальной (v) и горизонтальной (h). Приём излучения осуществлялся рупорно-линзовыми антеннами, ширина диаграммы направленности которых по уровню половинной мощности составляла 2°. Разделение поляризаций осуществлялось с помощью переключателя поляризации, основанного на эффекте Фарадея. Флуктуационная чувствительность радиометров по обоим каналам составляла 0,3 K на частоте 85 ГГц и 0,1 K на частоте 37 ГГц при времени интегрирования сигнала 1 с. Сигнал в цифровом виде регистрировался с помощью персонального компьютера. Полные коэффициенты передачи поляризационных каналов радиометров от антенны до регистрирующего устройства выравнивались с точностью не хуже 0,3 %. Контроль коэффициента передачи осуществлялся по двум источникам неполяризованного излучения: ясной атмосфере и чёрному телу, находящемуся в дальней зоне антенны на расстоянии около 1,5 м при температуре окружающего воздуха $T_0$. По этим же источникам осуществлялась и абсолютная калибровка обоих каналов радиометра, а также калибровка поляризационного контраста $\Delta T_b = T_{bv} - T_{bh}$ в масштабе яркостных температур. Яркостная температура ясной атмосферы рассчитывалась по данным аэрологического зондирования. Измерения яркостной температуры облачной атмосферы проводились при фиксированном зенитном угле $\theta = 65°$.

При этом диаграммы направленности обоих радиометров ориентировались в одном и том же направлении и их несоосность не превышала 3°. Регистрировалось излучение атмосферы при прохождении облачности через диаграмму направленности антенны. В качестве опорного уровня нулевого поляризационного контраста $\Delta T_{\mathrm{b}} = 0$ бралось радиоизлучение ясной атмосферы или излучение чёрного тела (аналитически процесс измерения описан в [11]). Точность абсолютных измерений яркостной температуры на обеих поляризациях составляла 2 К при $\nu = 85$ ГГц и 2,5 К при $\nu = 37$ ГГц. Точность же измерения поляризационного контраста $\Delta T_{\mathrm{b}} = T_{\mathrm{b\,v}} - T_{\mathrm{b\,h}}$ составляла 0,4 К на частоте 85 ГГц и 0,2 К на частоте 37 ГГц. Эти значения были обусловлены в основном флуктуационной ошибкой, т. к. систематическая ошибка калибровки при разностных измерениях, использованных в работе, практически полностью устраняется. При обработке и интерпретации измерений применялась компьютерная фильтрация сигнала с постоянной времени 10 с.

Интегральное влагосодержание $W$ облаков определялось из измерений полного атмосферного поглощения $\tau$ на частоте 37 ГГц при $\theta = 65°$:

$$W = \frac{\tau_w(\nu = 37\ \text{ГГц})\cos\theta - (\tau_{\mathrm{O}_2} + \tau_{\mathrm{H_2O}})}{\Psi(\nu = 37\ \text{ГГц}; T)}\,, \tag{16}$$

где $\Psi(\nu = 37\ \text{ГГц}; T) = k_{\mathrm{abs\,w}}/w$ — удельный коэффициент поглощения в жидкокапельной фракции. Вертикальное поглощение в кислороде $\tau_{\mathrm{O}_2}$ и водяном паре $\tau_{\mathrm{H_2O}}$, а также температура облака $T$ выбирались на основе среднеклиматических данных с привязкой к приземным значениям температуры, давления и влажности (для зимней атмосферы неопределённость такого задания невелика).

Спектры форм и размеров облачных частиц получались с помощью оптического зонда OAP-3DC, установленного на самолёте-лаборатории NRC «Convair-580». Гелий-неоновый лазер, входящий в состав оптической системы, облучал исследуемые частицы, тень от которых проецировалась на линейную решётку из 32 фотодиодных приёмников. Разрешение решётки составляло 25 мкм. Полученные двоичные (чёрные и белые) дискретные изображения служили исходными данными для процедуры распознавания формы и размера частиц.

## 4. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ПОЛЯРИЗАЦИИ ТЕПЛОВОГО ИЗЛУЧЕНИЯ ОБЛАЧНОЙ АТМОСФЕРЫ

Исследования поляризации теплового микроволнового излучения облачной атмосферы проводились в период с декабря 1999 по февраль 2000 года в аэропорту г. Оттава (Канада). Общее время наблюдений составило 1 736 часов, из них облачный период составил 640 часов (около 37 % общего времени). За время наблюдений температура приземного воздуха изменялась в интервале от −24 до +13 °C. Поляризация микроволнового излучения на частотах 37 и 85 ГГц наблюдалась в течение приблизительно 188 часов (около 30 % от времени наблюдения облаков). Это свидетельствует о том, что, по меньшей мере, в 30 % случаев облака содержат ледяные кристаллы. На рис. 5 и 6 показаны характерные примеры измерений $\Delta T_{\mathrm{b}}$ на частотах 37 ГГц (рис. 5*а*, 6*а*) и 85 ГГц (рис. 5*б*, 6*б*), выполненные 30.12.99 и 16.01.00 соответственно. Там же (рис. 5*в*, 6*в*) приведены результаты синхронного определения интегрального водосодержания $W$ капельной фракции в облаках из радиометрических измерений на частоте 37 ГГц. Как видно, поляризационный контраст имеет нерегулярный характер и может быть как положительным, так и отрицательным (см. рис. 5*а, б* и 6*а, б*). Отрицательный контраст наблюдался чаще положительного. В ходе измерений по проекту AIRS отрицательные контрасты наблюдались примерно в 85 %, а положительные — примерно в 15 % общего времени наблюдения поляризационного контраста. Теоретические исследования показывают (см. раздел 2), что знак поляризационного контраста зависит от формы ледяных кристаллов. Поляризационный контраст для кристаллов пластинчатой, игольчатой и плоскоподобной нерегулярной формы, ориентированных в горизонтальной

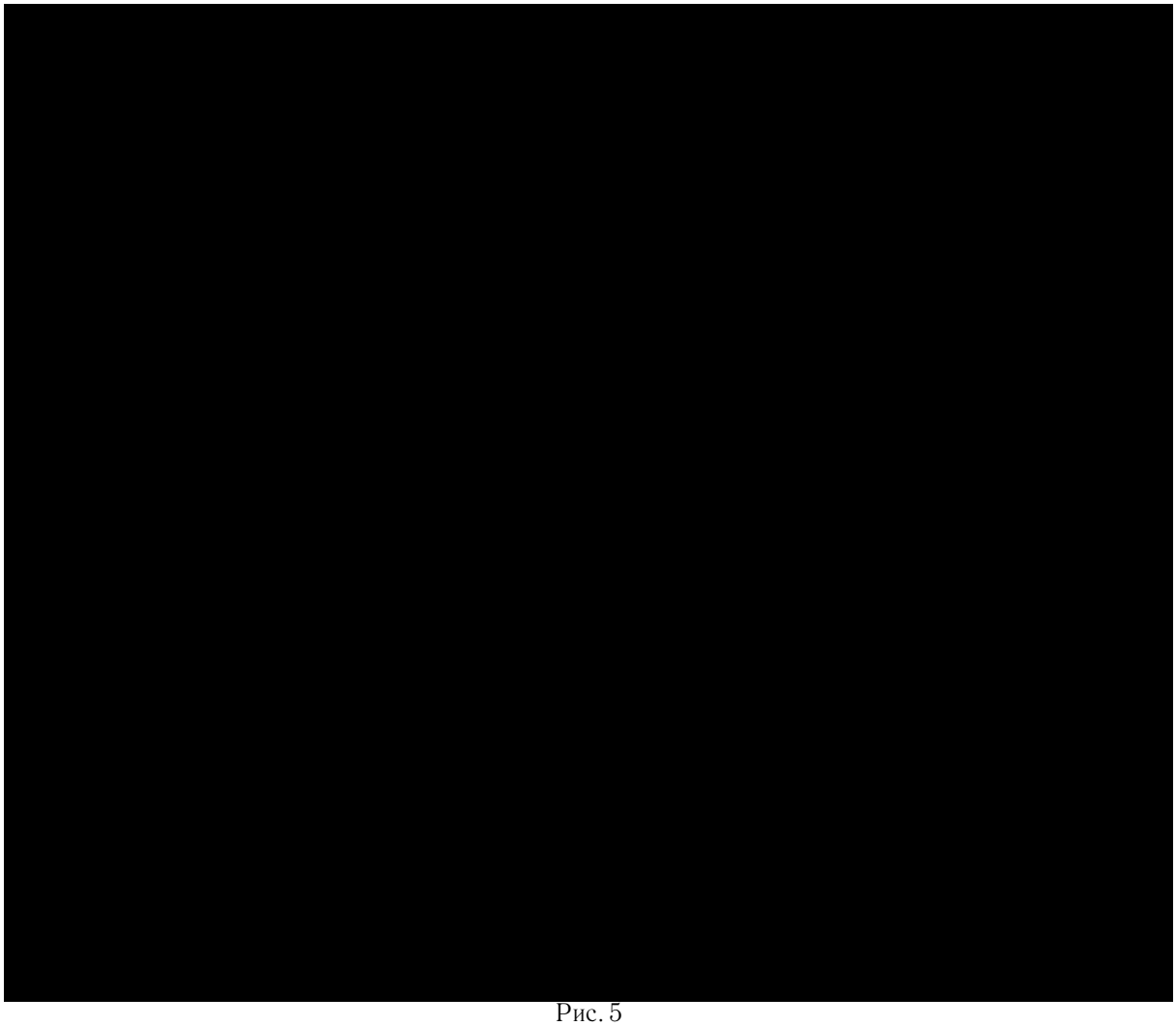

Рис. 5

плоскости, имеет преимущественно отрицательный знак (при угле наблюдения 65°). Поляризационный контраст для ледяных сфер и сфероподобных (в смысле характера рассеяния) кристаллов имеет преимущественно положительный знак. Поляризационные измерения на частотах 37 и 85 ГГц показывают, что в ходе эксперимента AIRS кристаллы плоской, плоскоподобной и игольчатой формы встречаются в приблизительно 85 %, а сферической и сфероподобной — в 15 % случаев. Эти результаты хорошо совпадают с данными прямых измерений частоты повторяемости ледяных кристаллов различной формы, выполненных с борта самолёта-лаборатории [27].

Зоны поляризации имеют пространственно-ячеистую структуру. Характерное время наблюдения поляризационного контраста варьировалось от нескольких минут до одного часа. При средней скорости ветра около 20 км/ч характерный размер зон поляризации составляет несколько километров. Такие же размеры должны иметь и кристаллосодержащие зоны в облаках. Исследования показали, что поляризационный контраст микроволнового излучения облаков не коррелирован с их интегральной водностью (это хорошо видно на рис. 5 и 6). Коэффициент корреляции между $W$ и поляризационным контрастом $\Delta T_{\text{b}}$ меняется в интервале от $-0{,}3$ до $+0{,}3$, что свидетельствует об отсутствии какой-либо связи между этими параметрами. Приведённые факты указывают на то, что в смешанных облаках нет взаимосвязи между содержанием кристаллической и жидкокапельной фракций. При слабой облачности с интегральной водностью $W < 0{,}4$ кг/м$^2$ поляризационные контрасты на частотах 37 и 85 ГГц

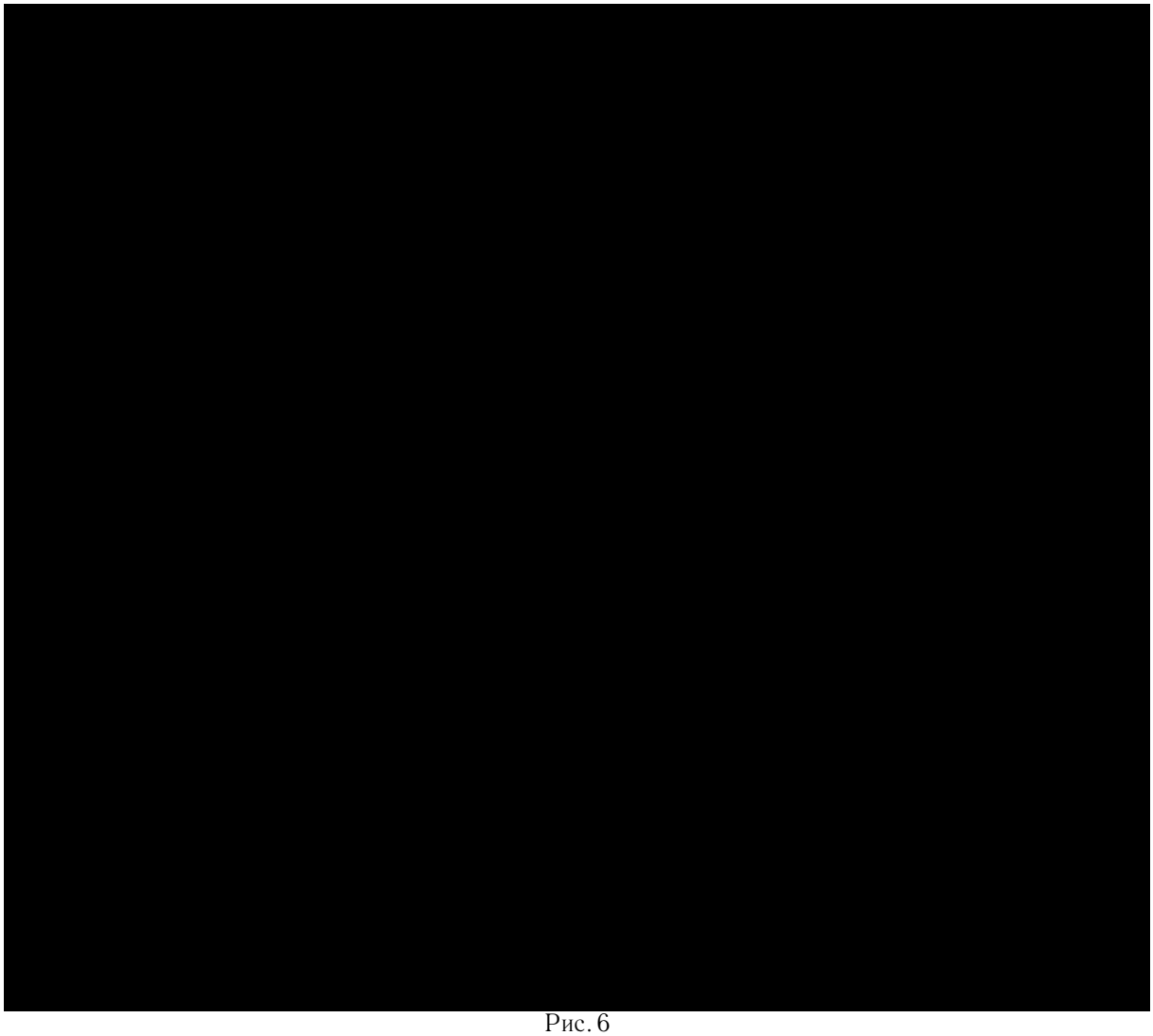

Рис. 6

хорошо коррелируют друг с другом. Рис. 6 демонстрирует пример такой корреляции. Например, коэффициент корреляции между $\Delta T_{\mathrm{b}}(\nu = 85$ ГГц) и $\Delta T_{\mathrm{b}}(\nu = 37$ ГГц) для периода с 03:00 до 18:00 UT (см. рис. 6) равен $-0{,}91$. Средний поляризационный контраст на частоте 85 ГГц составляет приблизительно 2 K, а максимальное его значение — приблизительно 4,5 K. Поляризационный контраст на частоте 37 ГГц не превосходит 2,5 K и обычно в 2-6 раз меньше, чем для синхронно наблюдаемого контраста на частоте 85 ГГц.

Поляризационные контрасты при $\nu = 37$ и 85 ГГц и их амплитудные соотношения хорошо соответствуют теоретическим оценкам при слабом поглощении в жидкокапельной фракции облака с $W < 0{,}4$ кг/м$^2$ (см. рис. 1–3). Совершенно другая ситуация наблюдается в мощных облаках с интегральной водностью в вертикальном столбе $W > 0{,}4$ кг/м$^2$, что соответствует интегральной водности на луче наблюдения $W > 1$ кг/м$^2$ (при зенитном угле $\theta = 65°$). В этом случае поглощение в капельной фракции на частоте 85 ГГц $\tau_{\mathrm{w}} > 1$, а поглощение на частоте 37 ГГц $\tau_{\mathrm{w}} > 0{,}3$, т. е. степень «черноты» атмосферы на этих частотах существенно различна. Таким образом, уменьшение контраста на частотах 37 и 85 ГГц с ростом интегральной водности происходит с различной эффективностью и в конечном итоге приводит к тому, что контраст на частоте 37 ГГц будет превышать контраст на частоте 85 ГГц (см.

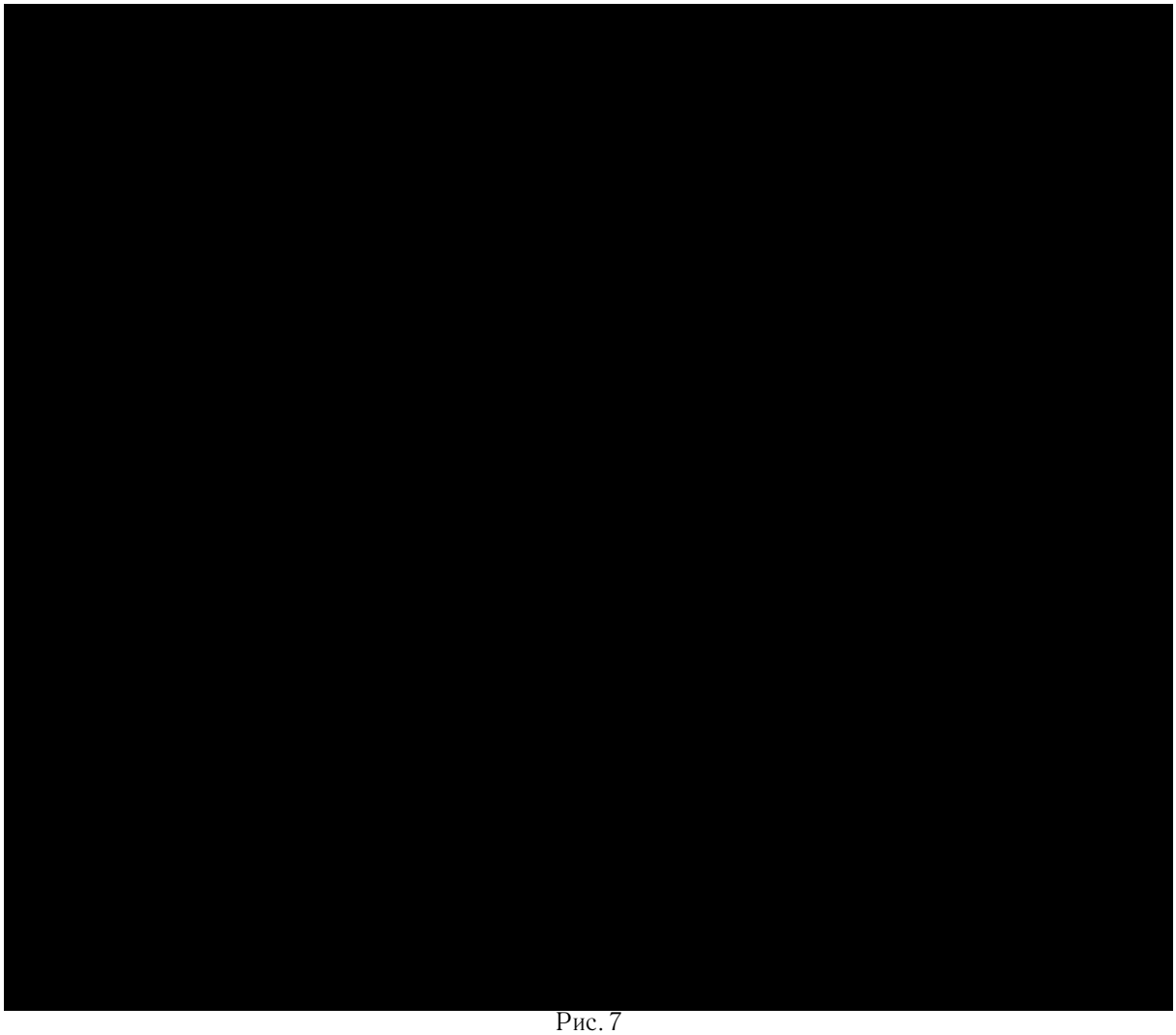

Рис. 7

рис. 5, 07:00 UT).

Особым является случай, когда поляризационный контраст на частоте 37 ГГц превышает $\Delta T_\mathrm{b}$ на частоте 85 ГГц при слабой облачности с $W < 0{,}4$ кг/м$^2$. Пример такой ситуации приведён на рис. 7, где в период с 04:45 до 05:00 UT 15.12.99 поляризационный контраст при $\nu = 37$ ГГц (см. рис. 7*а*) превышает контраст при $\nu = 85$ ГГц (см. рис. 7*б*). В этом случае различны не только поляризационные контрасты, но и знаки временно́й производной контраста. Этот феномен, по-видимому, свидетельствует о наличии в облаках очень больших кристаллов с размером более 2 мм. Наличие таких кристаллов уменьшает поляризационный контраст на частоте 85 ГГц до нуля или даже меняет его знак, тогда как на частоте 37 ГГц контраст продолжает увеличиваться. Такой вывод для сферических кристаллов подтверждается расчётами. Косвенным подтверждением наличия в исследованных случаях больших кристаллов является тот факт, что 15 декабря 1999 года (см. рис. 7) в указанном временном интервале наблюдался снегопад с размером кристаллов дендритной формы до $6 \div 10$ мм. Отметим, что явление превышения поляризационного контраста на частоте 37 ГГц по сравнению с $\Delta T_\mathrm{b}$ на частоте 85 ГГц наблюдалось обычно в снегопадах. В таких ситуациях контраст на частоте 85 ГГц, как правило, близок к нулю, а на частоте 37 ГГц составляет несколько градусов. Малый поляризационный контраст на частоте 85 ГГц во время снегопада, по-видимому, объясняется не дезориентацией кристаллов [11], которая уменьшала бы контраст и на частоте 37 ГГц (чего не наблюдается в экспериментах), а наличием

крупных кристаллов и агрегатов.

## 5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Имеющая место поляризация теплового микроволнового излучения облачной атмосферы обусловлена эффектами многократного рассеяния теплового излучения атмосферы на ледяных облачных кристаллах.

2. Поляризационные характеристики этого излучения, а также их спектральные и амплитудные соотношения удовлетворительно интерпретируются на основе модели переноса микроволнового излучения в смешанных облаках, содержащих кристаллические частицы различной формы и жидкокапельную переохлаждённую воду.

3. Поляризационный контраст теплового излучения зависит, в первую очередь, от интегральной лёдности облаков $W_{\text{i}}$, а интенсивность излучения — от интегральной водности $W$. Этот факт позволяет дистанционно диагностировать фазовый состав облака и определять $W_{\text{i}}$ и $W$ из совместного решения уравнений для поляризационного контраста и интегральной водности.

4. Знак поляризационного контраста и спектральные соотношения поляризационных контрастов на частотах 37 и 85 ГГц зависят от микроструктуры облака (формы кристаллов и их характерных размеров), т. е. многочастотные поляризационные измерения позволяют диагностировать микроструктуру облака, особенно наличие в нём крупных кристаллов и капель.

Авторы признательны М. И. Мищенко за компьютерную программу расчёта матрицы комплексных амплитуд рассеяния пространственно ориентированных сфероидов.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № 00–02–16037) и Минобразования России (грант № E00–3.5–31).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Башаринов А. Е., Гурвич А. С., Егоров С. Т. Радиоизлучение Земли как планеты. М.: Наука, 1974.
2. Степаненко В. Д., Щукин Г. Г., Бобылев Л. П., Матросов С. Ю. Радиотеплолокация в метеорологии. Л.: Гидрометеоиздат, 1987.
3. Atmospheric Remote Sensing by Microwave Radiometry / Ed. by M. A. Jansen. Wiley, 1993.
4. Кутуза Б. Г. Радиофизические исследования атмосферы. Л.: Гидрометеоиздат, 1977.
5. Kutuza B. G., Zagorin G. K., Hornbostel A., Schroth A. // Radio Sci. 1998. V. 33, No. 3. P. 677.
6. Загорин Г. К., Кутуза Б. Г. // Радиотехника. 1998. № 10. С. 21.
7. Spencer R. W., Goodman M. H., Hood R. E. // J. Atmos. Oceanic Technol. 1989. V. 6. P. 254.
8. Heymsfeld G. M., Fulton G. M. // Meteorol. Atmos. Phys. 1994. V. 54. P. 123.
9. Petty G. W., Turk J. // Prepr. Vol. 8th Conf. Sat. Meteorol. Oceanogr., Atlanta, GA, 1996. P. 291.
10. Троицкий А. В., Ошарин А. М. // Международный симпозиум стран СНГ «Атмосферная радиация», 12–15 июля 1999, Санкт-Петербург, Россия. С. 27.
11. Троицкий А. В., Ошарин А. М. // Изв. вузов. Радиофизика. 2000. Т. 43, № 5. С. 395.
12. Troitsky A. V., Osharin A. M., Chirkov B. I. // Abstracts Int. Radiation Symposium, St. Petersburg, Russia, July 24–29, 2000. P. 75.
13. Облака и облачная атмосфера. Справочник. Л.: Гидрометеоиздат, 1989.
14. Мучник В. М. Физика грозы. Л.: Гидрометеоиздат, 1974.
15. Исимару А. Распространение и рассеяние волн в случайно-неоднородных средах. М.: Мир, 1981.
16. Tsang L., Kong J. A., Shin R. T. Theory of microwave remote sensing. N.Y.: Wiley, 1985.
17. U. S. Standard Atmosphere. Washington: Printed Government Office, 1966.

18. Tsang L., Ding K.-H. // IEEE Trans. Geosci. Remote Sensing. 1991. V. 29. P. 242.
19. Manabe T., Liebe H. J., Hufford G. A. 12th Int. Conf. Infrared and millimetre waves, Lake Buena Vista (Orlando), Fla, Dec. 14–18, 1987, Conf. Dig. N.Y., 1987.
20. Tsang L. // J. Electromagnetic Waves and Applications. 1991. V. 5, No. 1. P. 41.
21. Борен К., Хафмен Д. Поглощение и рассеяние света малыми частицами. М.: Мир, 1986.
22. Light Scattering by Nonspherical Particles. Theory, Measurements, and Applications / Ed. by M. I. Mishchenko, J. W. Hovenier, L. D. Travis. Academic Press, 2000.
23. Auer A. H., Veal D. L. // J. Atmos. Sci. 1970. V. 27. P. 422.
24. Hufford A. // URSI Nat. Radio Sci. Meet. 1989. P. 14.
25. Жевакин С. А., Троицкий В. С. // Радиотехника и электроника. 1959. Т. 4, № 1. С. 21.
26. Зинченко И. И, Кисляков А. Г. // Изв. АН СССР. ФАО. 1974. Т. 10. С. 1 275.
27. Korolev A., Isaak G., Hallett J. // Q. J. R. Meteorol. Soc. 2000. V. 126. P. 2 873.

[1] Научно-исследовательский радиофизический институт,
г. Нижний Новгород, Россия
[2] Meteorological Service of Canada, Toronto, Canada

Поступила в редакцию
24 апреля 2001 г.

**STUDYING THE POLARIZATION CHARACTERISTICS OF THERMAL MICROWAVE EMISSION FROM THE CLOUDY ATMOSPHERE**

*A. V. Troitsky, A. M. Osharin, A. V. Korolev, W. Strapp, and G. Isaak*

We present the results of the spectral studies of thermal microwave emission from the cloudy atmosphere at 37 and 85 GHz. The experimental data are interpreted on the basis of the microwave radiation-transfer modeling in the mix-phase clouds containing ice crystals of different shapes and supercooled water drops. All orders of scattering are taken into account. It is shown that polarization radiometric measurements allow one to separately determine ice–water and liquid–water contents of the clouds and also to determine cloud microstructure (crystal shapes and characteristic sizes).

УДК 621.396.96'06

# ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИЗУЧЕНИЕ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ НЕОДНОРОДНОСТЕЙ РАССЕЯНИЯ РАДИОВОЛН В ЗОНЕ ТЕЧЕНИЯ ГОЛЬФСТРИМ

*М. В. Белоброва* [1], *В. К. Иванов* [1], *А. И. Калмыков* [2], *А. Я. Матвеев* [2], *В. Б. Разсказовский* [1], *В. Н. Цымбал* [2]

Анализируются данные многочастотного радиолокационного зондирования морского течения Гольфстрим в длинноволновых диапазонах, включая метровый. Приведены результаты спектрального и корреляционного анализа наблюдаемых пространственных неоднородностей в акватории течения. Обнаружено существование на поверхности исследуемого участка течения пространственных неоднородностей с масштабом до 1 000 м и более.

## ВВЕДЕНИЕ

В зонах мощных морских течений, таких как Гольфстрим, наиболее сильно проявляются взаимодействия океан—атмосфера, способствующие зарождению в акватории течения циклонов и ураганов и активно влияющие на климат близлежащего побережья [1, 2]. Кроме того, изменчивость течений и их взаимодействие с ветровыми волнами способно порождать в приграничных областях течений волновые процессы, опасные для судоходства [3]. Исследования течений, занимающих огромные пространства, контактными методами (например, с помощью буйковых станций [4]) не в состоянии дать полную и оперативную картину явлений, происходящих на всей акватории течения. Использование перспективных для таких исследований благодаря всепогодности и независимости съёмки от времени суток методов одночастотного радиолокационного зондирования в ряде случаев также оказывается недостаточно информативно. Например, данные радиолокатора с синтезированной апертурой спутника «Алмаз-1» (длина волны зондирующего излучения $\lambda \approx 9{,}6$ см) показывают, что из-за разнообразия физических механизмов и масштабов процессы, происходящие в приграничных зонах течения Гольфстрим, не всегда имеют типичные признаки, позволяющие надёжно обнаруживать границы течения на радиолокационном изображении [5]. Данные о положении русла течения Гольфстрим, полученные с помощью радиолокатора с синтезированной апертурой спутника «Seasat» ($\lambda \approx 23$ см) значительно отличаются (на 10÷30 км) от данных контактных измерений [6].

## 1. ОСОБЕННОСТИ МНОГОЧАСТОТНОГО РАДИОЛОКАЦИОННОГО ЗОНДИРОВАНИЯ МОРСКИХ ТЕЧЕНИЙ

Одним из путей повышения информативности радиолокационных исследований является использование многочастотного зондирования. Аргументом в пользу такого выбора является то, что волнение морской поверхности является многомасштабным процессом, пространственный спектр которого лежит в интервале от капиллярных волн до волн с длиной в десятки и сотни метров. Поскольку ветер, процессы, связанные с течениями, внутренними волнами, и другие факторы по-разному влияют на различные участки пространственного спектра морского волнения, каждый из которых отвечает за рассеяние радиоволн в соответствующих диапазонах, есть основание ожидать, что при одновременном зондировании на существенно отличающихся (на порядок и более) частотах станет возможным выделить в результатах наблюдения роль каждого из рассматриваемых факторов.

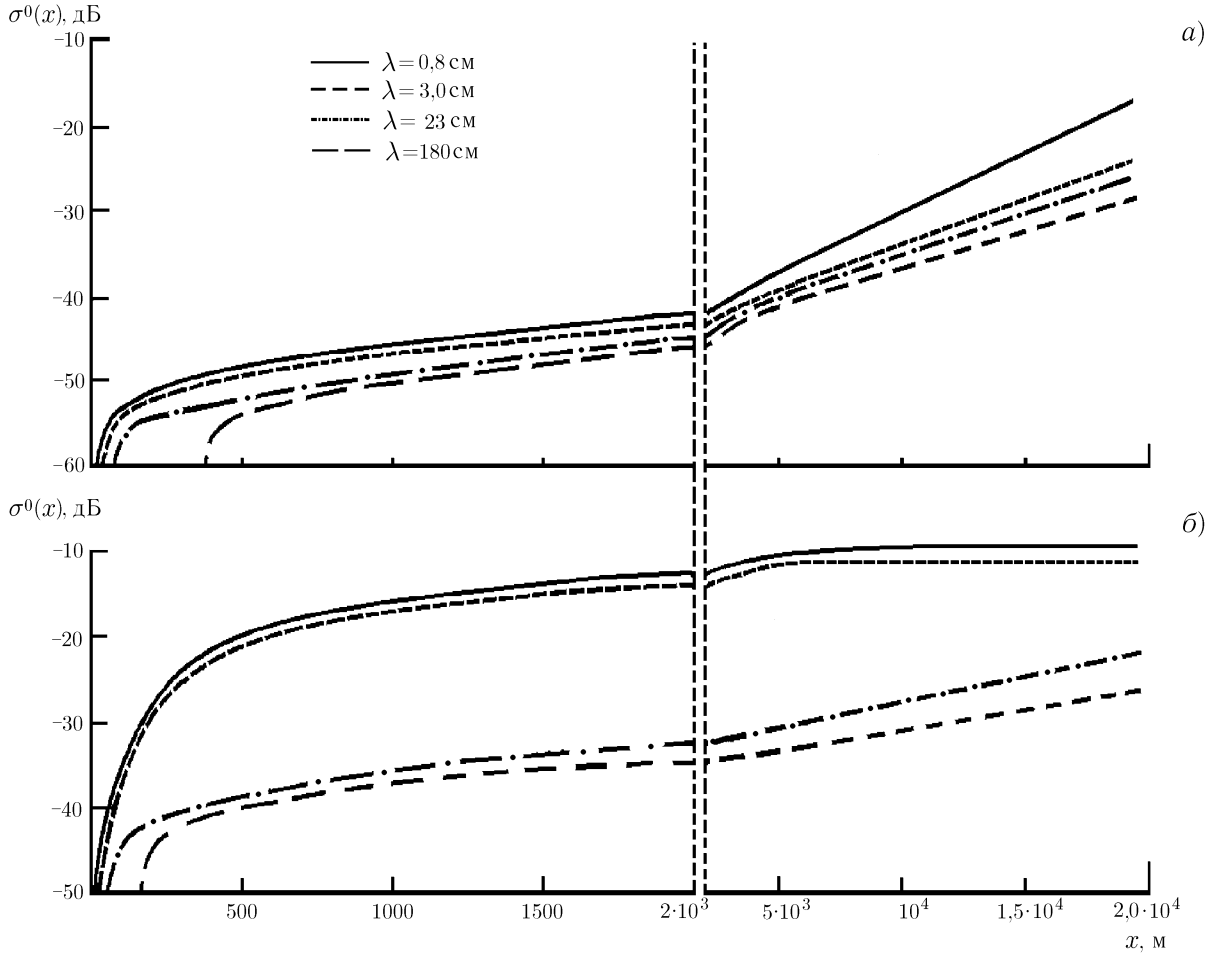


Рис. 1. Зависимость удельной эффективной поверхности рассеяния морской поверхности в ММ ($\lambda = 0{,}8$ см), СМ ($\lambda = 3$ см), ДМ ($\lambda = 23$ см) и М ($\lambda = 180$ см) диапазонах длин волн от длины ветрового разгона $x$ при скорости ветра $V = 3$ м/с (*а*) и $V = 10$ м/с (*б*)

На рис. 1 приведена расчётная зависимость удельной эффективной поверхности рассеяния $\sigma^0$ морской поверхности в миллиметровом (ММ), сантиметровом (СМ), дециметровом (ДМ) и метровом (М) диапазонах длин радиоволн VV-поляризации от длины ветрового разгона $x$ для случая развивающегося волнения. Расчёты выполнены для скорости ветра $V = 3$ и 10 м/с, угла падения $\Theta = 30°$ и азимутального угла $\varphi = 0°$. Для оценки характеристик морской поверхности была использована модель спектра морского волнения, предложенная в работе [7]. Из рис. 1 видно, что величина $\sigma^0$ для капиллярных и гравитационно-капиллярных волн, являющихся основными рассеивателями при измерениях в ММ и СМ диапазонах длин радиоволн, существенно зависит от скорости приво́дного ветра. При этом наибольшие скорости возрастания $\sigma^0$ наблюдаются при длинах разгонов от десятков до сотни метров. В дальнейшем происходит медленный рост $\sigma^0$ во всех диапазонах длин радиоволн. Это связано с тем, что основными рассеивателями длинных радиоволн на морской поверхности являются гравитационные волны. Для их развития необходима длина ветрового разгона $x > 1\,000$ м. Отсюда следует, что если при скорости приво́дного ветра $V \leq 10$ м/с в радиолокационных изображениях морской поверхности в ДМ и М диапазонах длин волн наблюдается значительное изменение $\sigma^0$ на участках размером менее 1 000 м, то этот эффект можно объяснить только процессами неветрового происхождения. Таким образом, при синхронных измерениях $\sigma^0$ в коротковолновых (ММ и СМ) и длинноволновых (ДМ

и М) радиодиапазонах при малых скоростях ветра появляется возможность раздельно исследовать ветровую и неветровую компоненты морского волнения.

Очевидно, что на поверхности такого мощного течения, как Гольфстрим, могут проявляться возмущения (или неровности), вызванные как ветровыми, так и неветровыми процессами, связанными с турбулентностью движущегося потока. Оценки размеров неветровых неровностей, проведённые по данным работ [8, 9], показывают, что на поверхности течения можно ожидать появления крупномасштабных (с характерным размером 0,5÷150 м) неровностей морской поверхности и, следовательно, обусловленного ими рассеяния метровых и декаметровых радиоволн. Причинами появления ветровых неровностей могут служить турбулентная вязкость, изменяющая коэффициент трения воздушного потока о поверхность течения, а также местный ветер, возникающий вследствие перепада температуры по разные стороны от границы течения. Такие изменения характеристик высокочастотной составляющей ветрового волнения могут служить дополнительным косвенным признаком границы течения. Поэтому для наблюдения приграничных зон течения целесообразно использовать те диапазоны радиоволн, которые наиболее интенсивно рассеиваются ветровыми волнами. Как показано ранее, это ММ и СМ радиоволны. При этом необходимо обратить внимание на то, что акватория течения (особенно такого, как Гольфстрим) является районом интенсивного влагообразования, возникающего при передаче тепла морского течения атмосфере [2]. Данные работ [10, 11] показывают, что интенсивное поглощение радиоволн парами воды и гидрометеорами (туман, дождь), которое может исказить результаты дистанционного зондирования морской поверхности, начинается при $\lambda < 1$ см. Поэтому перспективным для исследования морских течений (с учётом исключения влияния гидрометеоров) может быть одновременное зондирование в сантиметровом, дециметровом и метровом диапазонах длин радиоволн.

## 2. РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Обоснованный выше выбор диапазонов длин волн был реализован при создании авиационного многоцелевого радиолокационного многочастотного комплекса «Марс» [12], в состав которого входят два радиолокатора бокового обзора (РБО) с реальной апертурой и длиной волны зондирующего излучения $\lambda_1 \approx 0{,}8$ см и $\lambda_2 \approx 3$ см соответственно и два радиолокатора с синтезированной апертурой (РСА) с $\lambda_3 \approx 23$ см и $\lambda_4 \approx 180$ см. Все радиолокаторы комплекса имеют примерно одинаковое пространственное разрешение 20÷50 м, совмещённые полосы обзора шириной 30÷50 км и обработку принятой информации в реальном времени.

С помощью этого комплекса с 1992 по 1994 год были проведены эксперименты по исследованию ветви течения Гольфстрим, заходящей в Баренцевое море. Синхронные съёмки в СМ , ДМ и М диапазонах длин радиоволн (при передаче и приёме использовалась вертикальная поляризация) проводились с высоты 7 000 м. Уровень волнения морской поверхности вблизи границ течения оценивался по скорости $V_{\text{пр}}$ приво́дного ветра. Вычисления скорости $V_{\text{пр}}$ проведены по методике [13], в которой для расчётов использована измеренная в СМ диапазоне длин радиоволн зависимость $\sigma^0$ морской поверхности от скорости приво́дного ветра.

В ряде экспериментов в зоне течения длинноволновыми РСА комплекса «Марс» часто регистрировались неровности морской поверхности с более высоким положительным радиолокационным контрастом $D = 10\lg(\overline{P}_{\text{r}}/\overline{P}_{\text{s}})$, где $\overline{P}_{\text{r}}$ и $\overline{P}_{\text{s}}$ — среднее значение мощности сигнала, принятого от участка поверхности течения и от морской поверхности вне течения соответственно. Низкий уровень интенсивности рассеяния в наиболее чувствительном к состоянию морской поверхности СМ диапазоне длин радиоволн указывает на слабое влияние скорости приво́дного ветра на процессы генерации поверхностных волн в акватории течения. Результаты одного из таких экспериментов и их анализ приведены ниже.

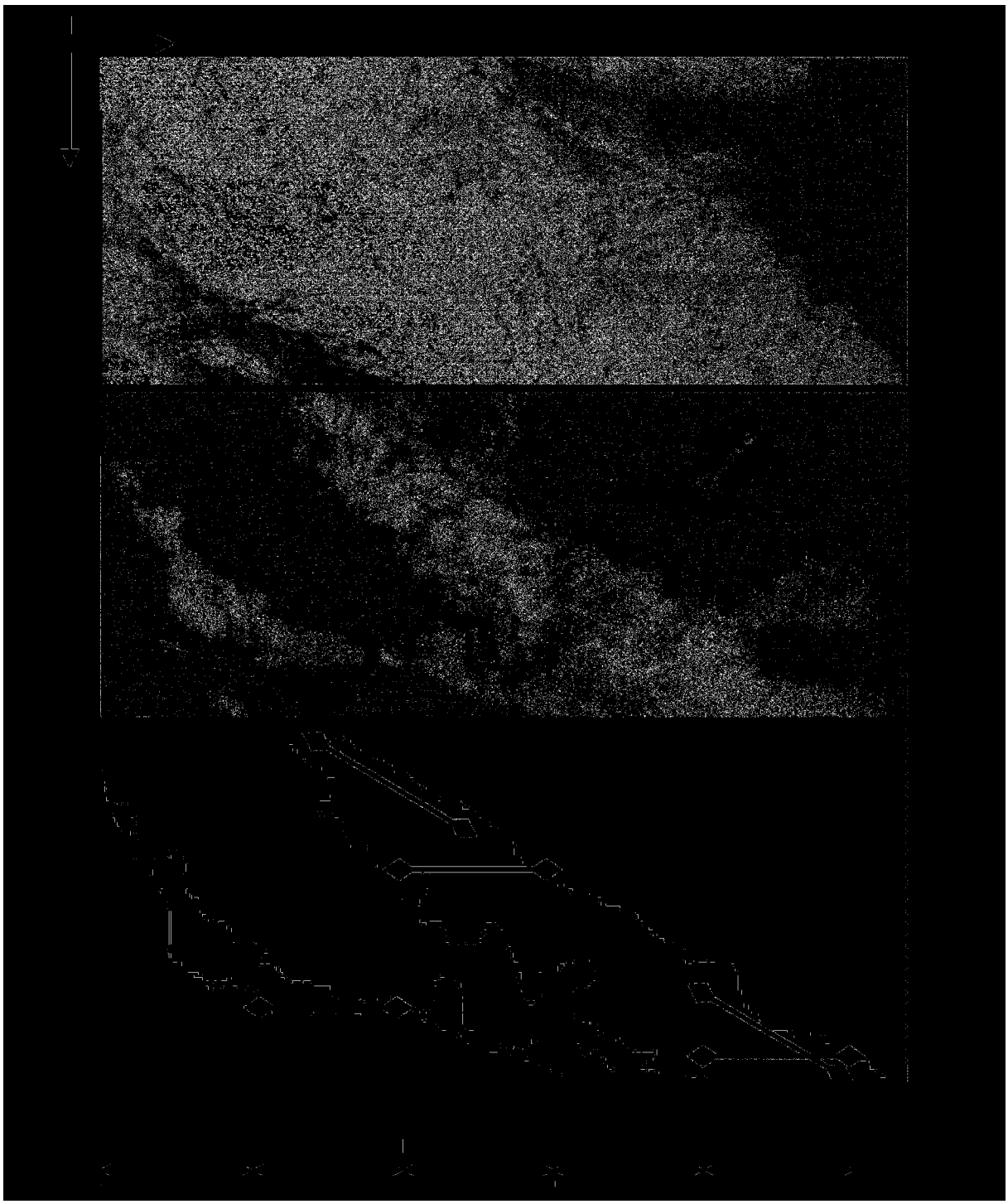

Рис. 2. Синхронные радиолокационные изображения участка течения Гольфстрим в Баренцевом море, полученные с помощью комплекса «Марс» в дециметровом (*а*) и метровом (*б*) диапазонах радиоволн, а также интерпретационная карта (*в*), на которой цифрами *1—1*, *2—2*, *3—3*, *4—4* и *5—5* указаны сечения течения, выбранные для оценок спектральной плотности мощности и автокорреляционной функции реализаций радиоизображений. Цифрами *1*, *2*, *3*, *4*, *5* обозначены анализируемые в тексте участки течения

Состояние морской поверхности вблизи течения во время эксперимента было близким к штилевому, что подтверждается оценками скорости приво́дного ветра ($V_{\text{пр}} \leq 2 \div 3$ м/с) по результатам зондирования РБО в СМ диапазоне длин волн ($\sigma^0 \approx -26$ дБ при $\Theta = 65°$). Необходимо заметить, что при такой скорости ветра изображение течения Гольфстрим в СМ диапазоне длин волн во всей полосе обзора представляет собой однородное слабоконтрастное поле. Существенно иначе выглядели изображения в ДМ и М диапазонах. На рис. 2 приведены синхронные радиолокационные изображения участка течения (координаты 71°32′ с. ш., 22°34′ в. д.; дата съёмки 05.08.93) в указанных диапазонах длин радиоволн. При радиозондировании дециметровыми волнами наблюдается слабая зависимость мощности принятого сигнала от угла наблюдения, а максимальное значение положительного контраста достигает $D_{\text{макс}} \approx 14{,}9$ дБ. В метровом диапазоне длин волн угловая зависимость также слабая, но максимальное значение радиоконтраста $D_{\text{макс}} \approx 6{,}4$ дБ. На рисунке видны значительные различия в распределении интенсивности рассеиваемых дециметровых и метровых радиоволн по площади течения. Неровности морской поверхности с масштабами, отвечающими за рассеяние ДМ радиоволн, располагаются по всей поверхности течения (см. участки *1–5* на рис. 2*а*), достаточно чётко очерчивая его границы. При этом за границами течения наблюдаются неровности, связанные, по-видимому, с проявлением турбулентных явлений (образование вихрей, рингов и т. д.) в приграничных областях. Неровности с масштабами, соответствующими рассеянию радиоволн М диапазона, наблюдаются в основном вдоль границ течения с внутренней стороны (см. участки *1*, *3* на рис. 2*б*). Из этого следует, что зондирование течения только в ДМ диапазоне может привести к ошибкам в определении ширины русла течения. Зондирование одновременно и РСА метрового диапазона длин волн даёт возможность устранить этот недостаток.

Сравнение значений $\sigma^0$, наблюдаемых в ДМ и М диапазонах длин волн теоретическими оценками (см. рис. 1) в условиях ограниченного разгона волн ветром явно указывает на неветровую природу образования неоднородностей на поверхности течения. Во-первых, разность экспериментальных значений $\sigma^0$ в изображениях течения на участке *2*, полученных при зондировании ДМ и М радиоволнами, составила $\Delta\sigma^0 = -26\text{дБ} - (-40)\text{дБ} = 14$ дБ, а на участке *4* — $\Delta\sigma^0 = -29\text{дБ} - (-40)\text{дБ} = 11$ дБ, тогда как разница теоретических значений $\sigma^0$ не превышает 3 дБ даже при длинах ветрового разгона порядка $2 \cdot 10^4$ м и скорости приво́дного ветра $V_{\text{пр}} \approx 3 \div 10$ м/с (см. рис. 1). Во-вторых, выберем в верхней части радиоизображения в М диапазоне длин волн (см. рис. 2*б*) область интенсивного рассеяния — участок *3*, имеющий максимальный линейный размер около 1 000 м. Если эта область рассеяния обусловлена ветровыми волнами, то ей соответствует такая же (порядка 1 000 м) длина ветрового разгона. Тогда при скорости ветра $V = 10$ м/с и угле падения $\Theta = 60°$ расчётные значения $\sigma^0$ в ДМ и М диапазонах равны $-41$ дБ и $-44$ дБ соответственно. В то же время экспериментальные значения $\sigma^0$ составляют в ДМ диапазоне примерно $-27$ дБ, а в М диапазоне примерно $-34$ дБ. Для получения таких значений $\sigma^0$ при тех же углах падения необходима длина разгона не менее $10^4$ м при скорости ветра более 20 м/с. Реальная скорость ветра во время съёмки (по результатам оценки параметра $\sigma^0$ морской поверхности в СМ диапазоне длин волн вблизи границ течения) не превышала 3 м/с. Следовательно, наблюдаемые различия экспериментальных и теоретических значений $\sigma^0$ указывают на то, что во время опыта ветер не является основной причиной волнения поверхности течения. В пользу такого вывода свидетельствует также наличие малоразмерных участков, иногда имеющих форму извилистых линий, с существенными (более 7 дБ) отличиями $\sigma^0$ от удельной эффективной поверхности рассеяния окружающего их течения. Такие области особенно чётко видны на радиолокационном изображении в ДМ диапазоне в окрестности участков *1*, *2*, *5* (см. рис. 2*а*). С несколько меньшим контрастом они наблюдаются и на радиоизображении в М диапазоне длин волн. О неветровой природе рассеивающих неровностей морской поверхности также свидетельствуют достаточно контрастные и резко очерченные границы течения.

Для количественного описания пространственных неоднородностей интенсивности обратного рас-

сеяния радиоволн в акватории течения были проведены спектральный и корреляционный анализ радиолокационных изображений. Для этого изображение акватории течения было разбито на 5 равных зон (см. зоны 1–5 на рис. 2*в*) длиной $N = 512$ точек (пикселов) каждая. Анализ в каждой зоне проводился по реализациям сигналов 10 соседних строк радиоизображения. Сравнение средних значений и дисперсий для этих реализаций показало, что случайный процесс волнения морской поверхности в анализируемых реализациях можно считать стационарным. Это позволило использовать для количественных оценок методы стандартной статистической обработки случайных процессов [14]. Оценки спектральной плотности мощности $S_{xx}$ (СПМ) и автокорреляционной функции $R(x)$ (АКФ) были выполнены в поперечных (*1—1*, *2—2* и *3—3*, см. рис. 2*в*) и продольных (*4—4* и *5—5*, см. рис. 2*в*) сечениях участка течения. Оценки СПМ получены методом быстрого преобразования Фурье (БПФ). При вычислении СПМ проводилось усреднение по частотам (путём усреднения скользящим окном пяти соседних значений реализации) и усреднение по ансамблю. Для снижения уровня спекл-шумов при вычислении АКФ выполнялось усреднение по нескольким (5÷10) строкам. Переход от частотных переменных к пространственным осуществлялся через радиолокационную дальность $r[\text{м}] = \text{P}_i[\text{с}]\, c[\text{м/с}]/2$, где $c$ — скорость света, $P_i$ — длина реализации или её части. Результаты вычислений СПМ и АКФ приведены на рис. 3–5.

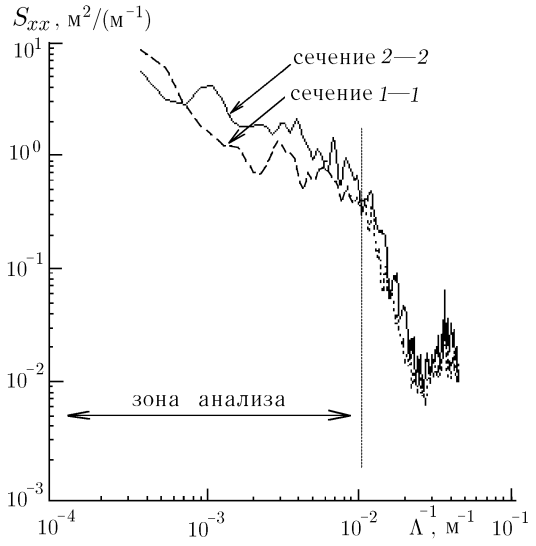


Рис. 3. Спектральная плотность мощности $S_{xx}$ по данным зондирования в М диапазоне длин волн для двух поперечных сечений течения

Проанализируем результаты статистической обработки. Во-первых, для всех СПМ как в метровом, так и в дециметровом диапазонах длин радиоволн характерно существование в интервале $100 < \Lambda < 5\,000$ м, где $\Lambda$ — длина волны пространственной гармоники, области в среднем монотонного убывания спектральной плотности (см. рис. 3, 4*а*, 5*а*), соответствующей степенной зависимости $S_{xx} \propto K^{-\beta}$, где $K = 2\pi/\Lambda$ — волновое число поверхностной волны, с показателем степени $\beta \approx 0{,}7 \div 0{,}8$. Нужно отметить, что исключение из анализа области $\Lambda < 86{,}9$ м (см. рис. 3, 4*а*) связано с тем, что блок обработки информации в М диапазоне длин волн реализует операцию накопления по дальности. Это проявляется в изменении наклона характеристики СПМ правее частоты среза фильтра, реализующего эту операцию. На некоторых АКФ реализаций радиоизображений в метровом диапазоне длин волн отмечаются чётко выраженные квазипериодические осцилляции (см. рис. 4*б*) и соответствующие им пики на СПМ (см. рис. 4*а*). В продольном сечении течения Гольфстрим такие осцилляции проявляются в обоих диапазонах длин радиоволн, причём в М диапазоне АКФ стала знакопеременной в области высоких уровней, а пространственный период колебаний составил примерно 1 200 м (см. рис. 5). При этом отрицательный выброс АКФ может достигать 0,4. Интересно отметить, что периоды осцилляций, как правило, не совпадают в одних и тех же сечениях в ДМ и М диапазонах длин волн, а также в одних и тех же диапазонах, но в разных сечениях течения.

В целом вид АКФ и СПМ позволяют предположить, что неровности поверхности, резонансно рассеивающие ДМ и М радиоволны, принадлежат к возмущениям неветрового происхождения с масштабами от долей метров до 1 000÷5 000 м. Наличие таких крупномасштабных неоднородностей в акватории течения указывает на то, что при таких малых скоростях приво́дного ветра одним из наиболее вероятных механизмов формирования спектра поверхностных колебаний являются процессы, по-

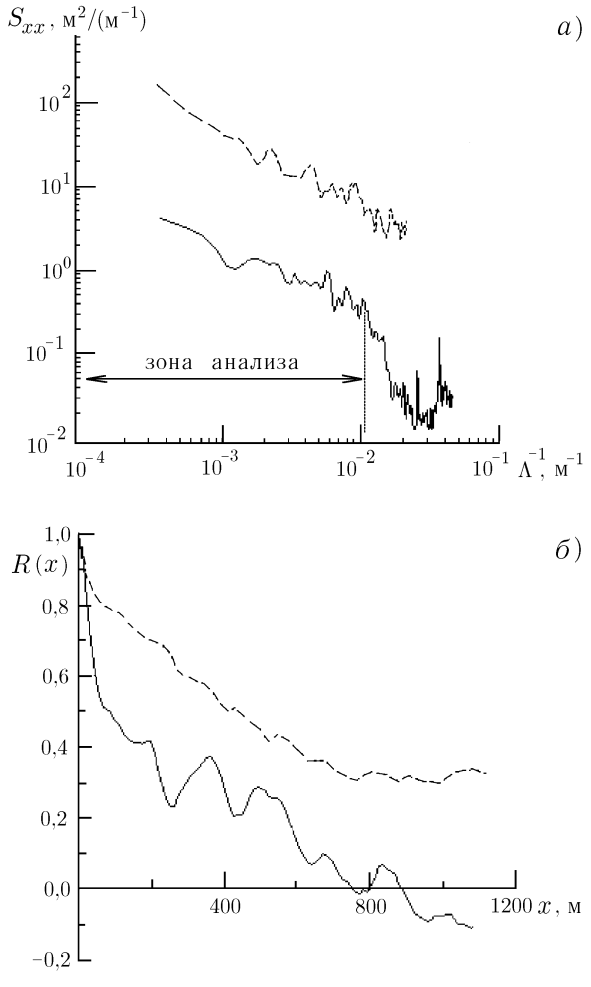


Рис. 4. Спектральная плотность мощности $S_{xx}$ ($а$) и автокорреляционная функция $R(x)$ ($б$) по данным зондирования в ДМ (пунктир) и М (сплошная линия) диапазонах длин волн для поперечного сечения *3—3* течения (см. рис. 2*в*)

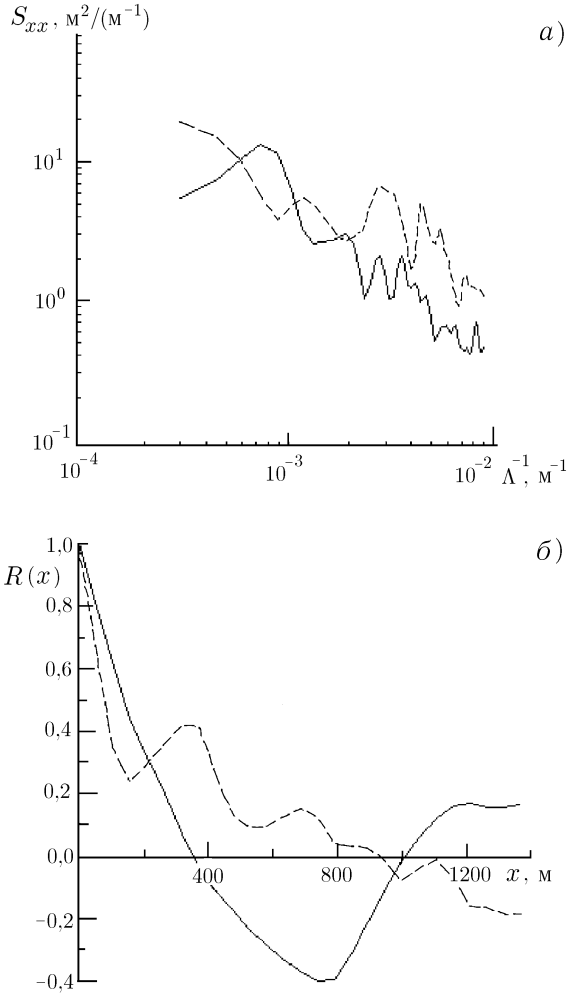


Рис. 5. Спектральная плотность мощности $S_{xx}$ ($а$) и автокорреляционная функция $R(x)$ ($б$) по данным зондирования в М диапазоне длин волн для продольных сечений *4—4* (пунктир) и *5—5* (сплошные линии) течения (см. рис. 2*в*)

рождаемые турбулентностью движущегося струйного потока.

Необходимо подчеркнуть, что именно исследования с применением радиолокаторов М диапазона дают возможность исследовать явления, происходящие в наиболее динамичной, пограничной зоне течения. При этом более информативными могут быть данные одновременного многочастотного зондирования, так как, например, при отсутствии ветра и наличии крупных волн радиолокаторы сантиметрового диапазона длин волн могут давать слабоконтрастные радиолокационные изображения. Это приводит к различиям в оценке размеров и даже местоположения русла течения.

### 3. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, проведённые эксперименты подтверждают перспективность многочастотных радиолокационных методов при исследовании мощных морских течений. Использование спектрального и корреляционного анализа при обработке результатов экспериментов позволило выявить в акватории течения крупномасштабные неоднородности с масштабом 1 000 м и более. Проведённый анализ

указывает на доминирующую роль турбулентных процессов в формировании спектра поверхностных колебаний в акватории течения.

**СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**


1. Радиолокация поверхности Земли из космоса / Под ред. Л. М. Митника, С. В. Викторова. Л.: Гидрометеоиздат, 1990. 200 с.
2. Бурков В. А. // Пространственная изменчивость структуры и теплообмена с атмосферой в Гольфстриме. М.: Наука, 1987. С. 3.
3. Гродский С. А., Кудрявцев В. Н., Иванов А. Ю. // Исследования Земли из космоса. 1996. № 6. С. 59.
4. Richardson P. L. // J. Phys. Oceanogr. 1981. V. 11, No. 7. P. 999.
5. Иванов А. Ю., Литовченко К. Ц. // Зарубежная радиоэлектроника. Успехи современной радиоэлектроники. 1999. № 2. С. 18.
6. Hayes R. M. // Spaceborne Synthetic Aperture Radar for Oceanography. The Johns Hopkins Oceanographic Studies. 1981. No. 7. P. 146.
7. Караев В. Ю., Баландина Г. Н., Ангелов М. К. Об особенностях описания волнения применительно к решению задач дистанционного зондирования морской поверхности: Препринт № 470 ИПФ РАН. Нижний Новгород, 1998. 30 с.
8. Монин А. С., Озмидов Р. В. Океанская турбулентность. Л.: Гидрометеоиздат, 1981. 320 с.
9. Александров А. П., Вайндрук Э. С. // Исследование изменчивости геофизических полей в океане. М.: Наука, 1974. С. 122.
10. Сколник М. Справочник по радиолокации. Т. 1. Основы радиолокации: Пер. с англ. М.: Сов. радио, 1976. 456 с.
11. Кулемин Г. П., Разсказовский В. Б. Рассеяние миллиметровых радиоволн поверхностью Земли под малыми углами. Киев: Наукова думка, 1987. 232 с.
12. Калмыков А. И., Цымбал В. Н., Курекин А. С., Ефимов В. Б., Матвеев А. Я., Гавриленко А. С., Иголкин В. В. // Радиофизика и радиоастрономия. 1998. Т. 3, № 2. С. 119.
13. Методические указания по комплексному использованию спутниковой информации для изучения морей / Госкомгидромет. Л.: Гидрометеоиздат, 1987. 143 с.
14. Отнес Р., Эноксон Л. Прикладной анализ временных рядов. Основные методы: Пер. с англ. М.: Мир, 1982. 482 с.


[1] Институт радиофизики и электроники им. А. Я. Усикова НАН Украины, г. Харьков, Украина
[2] Центр радиофизического зондирования Земли им. А. И. Калмыкова НАН и НКА Украины, г. Харьков, Украина

Поступила в редакцию 6 апреля 2001 г.

**EXPERIMENTAL STUDIES OF THE SPATIAL IRREGULARITIES OF RADIOWAVE SCATTERING IN THE GULF STREAM ZONE**

*M.V.Belobrova, V.K.Ivanov, A.I.Kalmykov, A.Ya.Matveyev, V.B.Razskasovsky, and V.N.Tsymbal*

We analyze the multifrequency $X$-, $L$-, and VHF-band data on the radar sensing of Gulf Stream. The results of the spectral and correlation analysis of the observed spatial irregularities of the Gulf Stream water area are presented. Spatial irregularities with scales up to 1 000 m and larger are observed on the surface of the studied area.

УДК 621.371:615.47

# ЭФФЕКТЫ КВАЗИСТАЦИОНАРНОГО ТЕПЛОВОГО ПОЛЯ В КОНТАКТНОЙ РАДИОМЕТРИИ

*А. Н. Резник* [1], *Н. В. Юрасова* [2]

Теоретически исследовано тепловое электромагнитное поле поглощающего полупространства, принимаемое антенной произвольного размера, расположенной на произвольном расстоянии от поверхности. Показано, что измеряемая мощность обеспечивается квазистационарной (ближнепольной) и волновой компонентами поля, относительный вклад каждой из которых зависит от размера антенны и расстояния до неё. Найдены условия, при которых квазистационарная компонента доминирует. В случае однородно нагретой среды суммарная мощность определяется только температурой среды и не зависит от параметров антенны. В условиях сильного влияния квазистационарного поля эффективная толщина слоя формирования принимаемого излучения оказывается меньше глубины скин-слоя. Данный эффект может быть использован для регистрации ближнего теплового поля.

Существование ближнего (квазистационарного) теплового поля нагретой поглощающей среды было теоретически предсказано С. М. Рытовым ещё в 50-е годы [1] как следствие развитой им электродинамической теории электрических флуктуаций. Для этого поля характерно, во-первых, отсутствие потока энергии, а во-вторых — быстрое уменьшение средней амплитуды с удалением от поверхности излучающей среды. Вместе с тем вблизи поверхности объёмная плотность энергии квазистационарного поля резко возрастает (в простейшем случае теории С. М. Рытова — до бесконечности). Другими словами, около границы раздела поглощающей и прозрачной сред плотность энергии ближнего поля намного превосходит энергетический вклад волнового поля. Именно это свойство в [1], а также в более поздних монографиях [2, 3] настойчиво предлагалось использовать для экспериментального обнаружения квазистационарной компоненты теплового поля радиофизическими средствами. Поскольку этот на первый взгляд очевидный способ до настоящего времени не был реализован, возникает вопрос о принципиальной возможности его реализации. В данной работе даётся отрицательный ответ на поставленный вопрос, в связи с чем актуальной представляется задача поиска альтернативных возможностей регистрации ближнего поля, которая также здесь рассматривается.

Регистрация ближнего поля производится средствами контактной радиометрии. Схематически процесс контактных измерений показан на рис. 1. Апертура приёмной антенны расположена в вакууме на высоте $h$ от поверхности нагретой среды с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon = \varepsilon_1 - i\varepsilon_2$ (в частности, возможен случай $h = 0$). Измеряемый радиометром сигнал пропорционален среднему потоку энергии $P$ в некотором сечении волновода приёмного тракта (на высоте $h_{\rm w}$ от поверхности). Для безотражательного возбуждения системы используется согласующее устройство, входной импеданс $Z_{\rm in}$ которого удовлетворяет условиям $\operatorname{Im} Z_{\rm in} = 0$, $\operatorname{Re} Z_{\rm in} = Z_{\rm w}$, где $Z_{\rm w}$ — волновой импеданс соответствующей моды волновода.

Тепловое излучение среды генерируется флуктуационным током $\mathbf{j}(\mathbf{r}, z)$, который задаётся корреляционной функцией [2]

$$\left\langle j_i(\mathbf{r}, z)\, j_k^*(\mathbf{r}_1, z_1) \right\rangle = \frac{\omega\Theta(z)}{4\pi^2}\,\varepsilon_2\delta_{ik}\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_1)\delta(z - z_1), \tag{1}$$

где $\delta_{ik}$ — символ Кронекера, $\Theta(z)$ — функция Планка, $\delta(x)$ — дельта-функция, $\omega$ — циклическая частота. Ток $\mathbf{j}$ создаёт в волноводе приёмного тракта на высоте $h_{\rm w}$ электрическое и магнитное поля,

поперечные компоненты $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ и $\mathbf{H}(\mathbf{r})$ которых выражаются через собственные функции соответствующей моды волновода $\boldsymbol{\varphi}_{\mathrm{e}}(\mathbf{r})$, $\boldsymbol{\varphi}_{\mathrm{m}}(\mathbf{r})$:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = E_{\max}\,\boldsymbol{\varphi}_{\mathrm{e}}(\mathbf{r}), \tag{2а}$$

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}) = H_{\max}\,\boldsymbol{\varphi}_{\mathrm{m}}(\mathbf{r}), \tag{2б}$$

где $E_{\max}$, $H_{\max}$ — максимальные амплитуды полей, а для собственных функций принята нормировка $\varphi_{\mathrm{e}}^{\max} = \varphi_{\mathrm{m}}^{\max} = 1$. Вектор плотности потока энергии теплового излучения $\mathbf{S} = c/(8\pi)\,\mathrm{Re}[\mathbf{E}, \mathbf{H}^*]$, где $c$ — скорость света в вакууме, направлен от антенны к приёмнику.

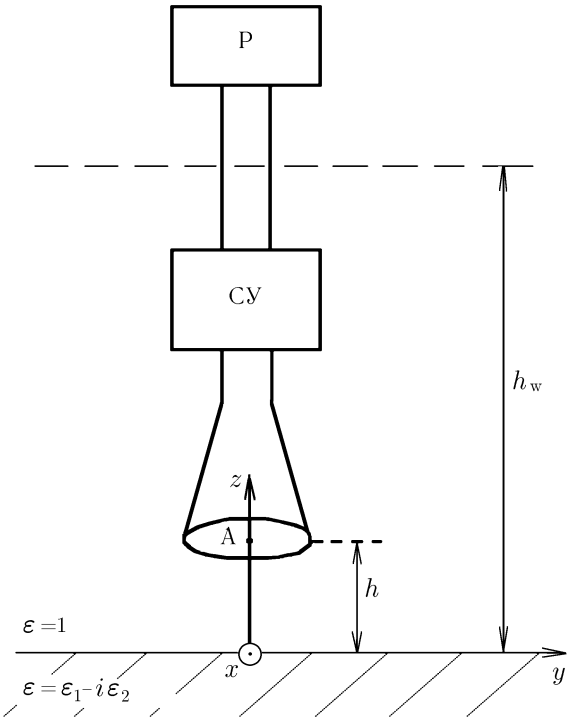


Рис. 1. Схема измерений теплового поля: А — апертура приёмной антенны, Р — радиометр, СУ — согласующее устройство

Рассмотрим далее вспомогательную задачу об излучении антенны в поглощающую среду, которое возбуждается электромагнитной волной, распространяющейся по волноводу приёмного тракта в направлении антенны. Поля вспомогательной волны в сечении волновода на высоте $h_{\mathrm{w}}$ имеют структуру (2) с максимальными амплитудами $E_{\max}^{\mathrm{w}}$, $H_{\max}^{\mathrm{w}}$, а поток энергии такой волны противоположен $\mathbf{S}$. В соответствии с общим правилом решения задач об излучении введём в указанном сечении волновода поверхностный электрический ток $\boldsymbol{\xi}(\mathbf{r})$, являющийся источником для поля излучения антенны. Пространственная структура этого тока повторяет структуру магнитного поля в волноводе, а направление ортогонально $\mathbf{H}^{\mathrm{w}}$ в каждой точке:

$$\boldsymbol{\xi}(\mathbf{r}) = -\frac{c}{4\pi}\,H_{\max}^{\mathrm{w}}\left[\boldsymbol{\varphi}_{\mathrm{m}}(\mathbf{r}), \mathbf{z}^0\right], \tag{3}$$

где $\mathbf{z}^0$ — единичный вектор оси $z$ на рис. 1. Ток $\boldsymbol{\xi}$ создаёт в среде электрическое поле $\mathbf{E}_{\mathrm{m}}(\mathbf{r}, z)$.

Воспользуемся теоремой взаимности для токов $\mathbf{j}$, $\boldsymbol{\xi}$ и создаваемых ими полей $\mathbf{E}$, $\mathbf{E}_{\mathrm{m}}$:

$$\int\limits_V \mathbf{j}(\mathbf{r}, z)\mathbf{E}_{\mathrm{m}}(\mathbf{r}, z)\,\mathrm{d}V = \frac{c}{4\pi}\,H_{\max}^{\mathrm{w}}\,E_{\max}\,S_{\mathrm{eff}}, \tag{4}$$

где $S_{\mathrm{eff}} = \int_S \boldsymbol{\varphi}_{\mathrm{e}}(\mathbf{r})\boldsymbol{\varphi}_{\mathrm{m}}(\mathbf{r})\,\mathrm{d}^2 r$ — эффективная площадь поперечного сечения волновода. Средний поток энергии теплового излучения в волноводе определяется как

$$P = \frac{c}{8\pi}\left\langle |E_{\max}|^2 \right\rangle S_{\mathrm{eff}}\mathrm{Re}\,\frac{1}{Z_{\mathrm{w}}}, \tag{5}$$

где волновой импеданс моды $Z_{\mathrm{w}} = E_{\max}/H_{\max}$.

Подставляя в (5) поле $E_{\max}$ из (4), с учётом (1) получим

$$P = \frac{\omega\varepsilon_2}{2\pi c\,|H_{\max}^{\mathrm{w}}|^2\,S_{\mathrm{eff}}}\,\mathrm{Re}\left(\frac{1}{Z_{\mathrm{w}}}\right)\int\limits_{-\infty}^{0}\mathrm{d}z'\,\Theta(z')\iint\mathrm{d}^2 r\,|\mathbf{E}_{\mathrm{m}}(\mathbf{r}, z', h)|^2. \tag{6}$$

Таким образом, определение потока энергии теплового излучения $P$ сводится к решению задачи об излучении антенны в поглощающую среду, которое возбуждается вспомогательной волной, бегущей по

волноводу приёмного тракта. Решение последней задачи найдём, используя закон сохранения энергии, в соответствии с которым поток энергии вспомогательной волны в волноводе,

$$P_{\rm w} = \frac{c}{8\pi}\,{\rm Re}(Z_{\rm w})\,|H^{\rm w}_{\rm max}|^2\,S_{\rm eff},$$

при рассматриваемом нами безотражательном возбуждении частично поглощается в материале антенны ($P_{\rm a}$), а оставшаяся часть ($P_{\rm m}$) диссипируется в исследуемой среде, т. е. $P_{\rm w} = P_{\rm a} + P_{\rm m}$. Будем рассматривать ситуацию, когда $P_{\rm a} \ll P_{\rm m}$, или, другими словами, КПД антенны $\eta = P_{\rm m}/P_{\rm w} \approx 1$. Мощность диссипаций $P_{\rm m}$ определяется очевидным соотношением

$$P_{\rm m} = \frac{\omega\varepsilon_2}{8\pi}\int {\rm d}z'\,{\rm d}^2r\,|\mathbf{E}_{\rm m}(\mathbf{r},z',h)|^2. \tag{7}$$

С учётом условия $P_{\rm w} = P_{\rm m}$ из (6) получаем

$$P = \frac{\displaystyle\int_{-\infty}^{0}{\rm d}z'\,\Theta(z')\iint {\rm d}^2r\;\left|\mathbf{E}_{\rm m}(\mathbf{r},z',h)\right|^2}{\displaystyle 2\pi\int {\rm d}z'\,{\rm d}^2r\;\left|\mathbf{E}_{\rm m}(\mathbf{r},z',h)\right|^2}, \tag{8}$$

что представляет собой распространение обобщённого закона Кирхгофа [3] на условия рассматриваемой задачи.

Поле $\mathbf{E}_{\rm m}$ в (8) проще всего выразить через распределение электрического $\mathbf{E}_{\rm a}(\mathbf{r})$ и магнитного $\mathbf{H}_{\rm a}(\mathbf{r})$ полей на апертуре приёмной антенны, которое обычно определено для каждой конкретной конструкции антенны. В этом случае для нахождения $\mathbf{E}_{\rm m}$ можно использовать хорошо известную функцию Грина $G$ полупространства с источниками излучения в виде точечных электрического и магнитного диполей, расположенных на апертуре антенны:

$$\mathbf{G}(\mathbf{r}-\mathbf{r}_1,z',h) = \mathbf{G}^{\rm e}_x(\mathbf{r}-\mathbf{r}_1,z',h) + \mathbf{G}^{\rm m}_y(\mathbf{r}-\mathbf{r}_1,z',h), \tag{9}$$

где $\mathbf{r}$, $z'$ — координаты в среде, $\mathbf{r}_1$ — координаты в плоскости апертуры антенны; предполагается, что $E_{\rm a}(\mathbf{r}_1) = H_{\rm a}(\mathbf{r}_1)$, причём векторы $\mathbf{E}_{\rm a}$, $\mathbf{H}_{\rm a}$ ориентированы вдоль осей $y$, $x$ соответственно. Удобно выразить $\mathbf{G} = G_1\mathbf{x}^0 + G_2\mathbf{y}^0 + G_3\mathbf{z}^0$, $E_{\rm a}$ через соответствующие преобразования Фурье по поперечным координатам:

$$\iint {\rm d}^2r\,|\mathbf{E}_{\rm m}(\mathbf{r},z',h)|^2 = \frac{4c^2}{(4\pi)^4}\iint {\rm d}^2\kappa\sum_{i=1}^{3}|G_i(\boldsymbol{\kappa},z',h)|^2\,|E_{\rm a}(\boldsymbol{\kappa})|^2. \tag{10}$$

Вид функции $\mathbf{G}(\boldsymbol{\kappa},z',h)$ для рассматриваемой задачи приведён в [4], поэтому выпишем сразу окончательный результат, который получается после подстановки (10) в (8):

$$P = \frac{1}{2\pi}\int\limits_{-\infty}^{0}{\rm d}z'\,\Theta(z')K(z',h), \tag{11}$$

где

$$K(z',h) = \frac{\tilde K(z',h)}{\displaystyle\int_{-\infty}^{0}{\rm d}z'\,\tilde K(z',h)}, \tag{12}$$

$$\tilde{K}(z',h) = \iint \mathrm{d}^2\kappa \left[\frac{\kappa_y^2}{\kappa^2}\,|T_E|^2 + \frac{\kappa_x^2}{\kappa^2}\,|T_H|^2\,|n_\parallel|^2\right] \left|\frac{k_0+\sqrt{k_0^2-\kappa^2}}{\sqrt{k_0^2-\kappa^2}}\right|^2 \times$$
$$\times \exp\left(2\,\mathrm{Im}\,\sqrt{\varepsilon\kappa_0^2-\kappa^2}\,z'\right) \left\{ \begin{array}{ll} 1, & \kappa \le k_0 \\ \exp(-2\sqrt{\kappa^2-k_0^2}\,h), & \kappa > k_0 \end{array} \right\} \left|E_{\mathrm{a}}(\kappa)\right|^2, \qquad (13)$$

$$|n_\parallel|^2 = \frac{\left|\sqrt{\varepsilon\mathbf{k}_0^2-\kappa^2}\right|^2+\kappa^2}{},$$

$k_0 = 2\pi/\lambda$ — волновое число в вакууме, $T_E$, $T_H$ — френелевские коэффициенты прохождения для волн $E$- и $H$-поляризаций.

Формула (11) описывает вклад волнового и квазистационарного полей в принимаемую антенной мощность. Волновое поле определяется областью интегрирования $\kappa \le k_0$ в (13), а квазистационарное — областью $\kappa > k_0$. Поэтому ядро $K$ уравнения (11) можно представить в виде $K = K_{\mathrm{W}} + K_{\mathrm{Q}}$, тогда

$$P = P_{\mathrm{W}} + P_{\mathrm{Q}} = \frac{1}{2\pi}\left[\int\limits_{-\infty}^{0} \mathrm{d}z'\,\Theta(z')K_{\mathrm{W}}(z',h) + \int\limits_{-\infty}^{0} \mathrm{d}z'\,\Theta(z')K_{\mathrm{Q}}(z',h)\right]. \qquad (14)$$

При вычислении волновой составляющей $P_{\mathrm{W}}$ мощности (14) в интеграле (13) можно перейти к угловым переменным $\kappa_x = k_0\sin\theta\cos\varphi$, $\kappa_y = k_0\sin\theta\sin\varphi$, поскольку $\kappa = \sqrt{\kappa_x^2+\kappa_y^2} \le k_0$. Такая замена приводит к хорошо известному результату волновой теории принимаемого антенной теплового излучения полупространства:

$$P_{\mathrm{W}} = \lambda^2 \int\limits_0^{2\pi}\int\limits_0^{\pi/2} \mathrm{d}\varphi\,\mathrm{d}\theta\sin\theta\,I(\theta,\varphi)\,\Phi(\theta,\varphi), \qquad (15)$$

где

$$I(\theta,\varphi) = \frac{1}{2\pi\lambda^2}\int\limits_{-\infty}^{0} \mathrm{d}z'\,\Theta(z')\gamma(\theta)\exp\left[\gamma(\theta)z'\right]\left[\cos^2\varphi\left(1-|R_E(\theta)|^2\right)+\sin^2\varphi\,\left(1-|R_H(\theta)|^2\right)\right]$$

— лучевая интенсивность (или яркость) излучения неоднородно нагретого полупространства, которая может быть получена и из уравнения переноса излучения, если положить в нём коэффициент поглощения среды $\gamma(\theta) = 2k_0\,\mathrm{Im}\,\sqrt{\varepsilon-\sin^2\theta}$, а $R_E$, $R_H$ — френелевские коэффициенты отражения поверхности для волн $E$- и $H$-поляризаций. Нормированная диаграмма направленности $\Phi(\theta,\varphi)$ выражается через угловой спектр поля на апертуре приёмной антенны $E_{\mathrm{a}}(\theta,\varphi) = \iint \mathrm{d}^2r\,E_{\mathrm{a}}(\mathbf{r})\exp[ik_0\sin\theta\,(x\cos\varphi + y\sin\varphi)]$:

$$\Phi(\theta,\varphi) = \frac{(1+\cos\theta)^2\,|E_{\mathrm{a}}(\theta,\varphi)|^2}{\displaystyle\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi/2} \mathrm{d}\varphi\,\mathrm{d}\theta\,\sin\theta\,(1+\cos\theta)^2\,|E_{\mathrm{a}}(\theta,\varphi)|^2}\,. \qquad (16)$$

Ближнепольная составляющая мощности $P_{\mathrm{Q}}$ в (14), как известно, волновой теорией не описывается, хотя также даёт вклад в суммарную измеряемую мощность (11). Более того, из формул (11), (12) следует, что для однородно нагретой среды ($\Theta(z) = \Theta = \mathrm{const}$) полная мощность $P = P_{\mathrm{W}} + P_{\mathrm{Q}}$ принимаемого теплового излучения постоянна и не зависит от размера приёмной антенны, её положения над поверхностью, а также от диэлектрических свойств излучающей среды. В этом случае

$$P = \frac{\Theta}{2\pi} = \lambda^2 J_0 = P_0, \qquad (17)$$

где $J_0 = k_0^2\Theta/(2\pi)^3$ — яркость равновесного теплового излучения. В результате приходим к выводу о принципиальной невозможности регистрации радиофизическими средствами предсказанного теорией [1–3] усиления амплитуды квазистационарного поля вблизи поверхности поглощающей среды, что предлагалось в монографиях [2, стр. 49; 3, стр. 149].

Вместе с тем парциальный вклад квазистационарного поля в принимаемую мощность $P$ (14) в определённых случаях может быть весьма существенным и даже доминирующим. Условием этого является одновременное выполнение двух требований: 1) малость диаметра $D$ апертуры приёмной антенны ($D \ll \lambda$); 2) малость высоты антенны над поверхностью ($h \ll \lambda$). Этот вывод подтверждается расчётами, результаты которых представлены на рис. 2, 3. Распределение поля на апертуре приёмной антенны аппроксимировалось функцией $E_{\rm a}(r) = E_0 \exp\left(-4r^2/D^2\right)$. Расчёты выполнены для $\lambda = 30$ см, в качестве излучающей среды взята пресная вода при температуре $T = 293$ К с $\varepsilon = 75{,}9 - i\,3{,}06$. Из рис. 2, 3 можно видеть, что для антенн малых электрических размеров ($D \ll \lambda$), расположенных на малых высотах ($h \ll \lambda$), основной вклад в принимаемую мощность вносит ближнее поле. С увеличением диаметра $D$ апертуры или высоты антенны над поверхностью $h$ относительный вклад ближнего поля уменьшается. Вместе с тем суммарная принимаемая мощность при всех условиях постоянна и равна $P_0$ (17).

Обратим внимание на тот факт, что при $D \to 0$ принимаемая мощность также равна $P_0$ и целиком обусловлена ближним полем. Данный парадокс связан со сделанным предположением, что эффективность $\eta$ антенны равна единице независимо от её размера. Другими словами, мы предположили возможность передать всю энергию вспомогательной волны в исследуемую среду с помощью антенны сколь угодно малого размера. На практике такая возможность не реализуется прежде всего из-за роста омических потерь в согласующих цепях при уменьшении электрических размеров антенны. В результате КПД $\eta$ антенны стремится к нулю при $D \to 0$ [5]. Таким образом, возникает естественный вопрос о предельно малом электрическом размере $D/\lambda$ антенны, контактирующей с поглощающей средой, при котором ещё сохраняется высокий КПД $\eta \simeq 1$. Ответ на этот вопрос выходит за рамки данной работы, однако предварительные расчёты показали возможность достижения $\eta \simeq 1$ при $D/\lambda \geq 0{,}03$ в условиях, когда антенна контактирует с поверхностью водной среды [6]. Для таких антенн, как следует из рис. 2, принимаемая мощность обусловлена главным образом квазистационарным тепловым полем.

Таким образом, из (14) следует, что учёт передаточных свойств приёмной антенны кардинально меняет характер зависимости среднеквадратичной амплитуды принимаемого сигнала от расстояния до поверхности излучающей среды. Чтобы проанализировать это изменение, сравним среднюю плотность энергии $w_{\rm free}$ теплового поля поглощающего полупространства в вакууме с выражением (14). Пользуясь развитой в [2] теорией излучения полупространства и спектральным представлением функции Грина, использованным в данной работе, легко получим

$$w_{\rm free}(h) = \frac{\omega\varepsilon_2}{(2\pi)^3\, c^2} \int\limits_{-\infty}^{0} {\rm d}z'\, \Theta(z')\, \tilde{K}_{\rm free}(z', h). \tag{18}$$

Ядро $\tilde{K}_{\rm free}(z', h)$ уравнения (18) описывается выражением (13), в котором отброшен сомножитель $|E_{\rm a}(\kappa)|^2$. Выражение (18) является одной из форм представления решения задачи о тепловом поле полупространства, полученного С. М. Рытовым [1–3]. На рис. 3 линией *3* показана зависимость (18), нормированная на объёмную плотность энергии волновой компоненты теплового поля, $w_{\rm free}^0 = w_{\rm free}(h \to \infty)$, которая получается из (18), если интегрирование по $\kappa$ в (13) ограничивается областью $\kappa \leq k_0$. Представленные на рис. 3 результаты иллюстрируют различие зависимостей $w_{\rm free}(h)$ (18) и $P(h) = P_{\rm W}(h) + P_{\rm Q}(h)$ (14). Вклад ближнего поля приводит к особенности в зависимости $w_{\rm free}(h)$

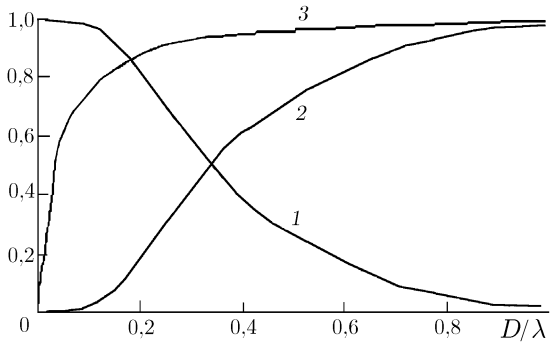


Рис. 2. Нормированные составляющие мощности, обусловленные волновыми и квазистационарными полями, и эффективная глубина $d_{\text{eff}}$ как функции диаметра апертуры приёмной антенны при $h = 0$: кривая *1* соответствует зависимости $P_{\text{Q}}/P_0$; кривая *2* — $P_{\text{W}}/P_0$; кривая *3* — $d_{\text{eff}}/d_{\text{sk}}$

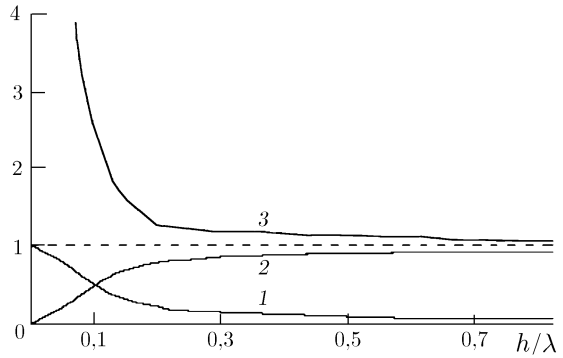


Рис. 3. Нормированные составляющие мощности, обусловленные волновыми и квазистационарными полями в зависимости от высоты антенны над поверхностью при $D/\lambda = 0{,}1$: кривая *1* соответствует зависимости $P_{\text{Q}}/P_0$; кривая *2* — $P_{\text{W}}/P_0$; кривая *3* — $w_{\text{free}}/w^0_{\text{free}}$ согласно [1–3]

при $h \to 0$, как это и получается в теории С. М. Рытова [1–3] для корреляционной функции флуктуационных токов вида (1), однако приёмная антенна обеспечивает зависимость $P(h) = P_0 = \text{const}$, включая область $h \to 0$, причём изменение высоты $h$ приводит лишь к перераспределению энергии в суммарном измеряемом сигнале между квазистационарной $P_{\text{Q}}(h)$ и волновой $P_{\text{W}}(h)$ компонентами.

Тот факт, что измеряемая мощность теплового поля при $\Theta = \text{const}$ не зависит от положения антенны, хотя и исключает возможность регистрации эффекта увеличения амплитуды ближнего поля при $h \to 0$, не означает полного отсутствия регистрируемых эффектов этого поля, которое, как мы видели, может оказывать существенное влияние на измеряемый приёмником сигнал. В частности, влияние ближнего поля приводит к появлению нового пространственного масштаба задачи $d_{\text{eff}}$, связанного с размером и высотой приёмной антенны, а также с диэлектрическими характеристиками исследуемой среды. Параметр $d_{\text{eff}}$ имеет смысл эффективной глубины формирования принимаемого антенной излучения и может быть определён как

$$d_{\text{eff}} = \left| \int_{-\infty}^{0} \mathrm{d}z'\, z' K(z') \right|, \tag{19}$$

где $K(z')$ определяется выражениями (12), (13). В общем случае ядро $K$ уравнения (19) является функцией размера и высоты антенны: $K = K(z', D, h)$, следовательно, и $d_{\text{eff}} = d_{\text{eff}}(D, h)$. Наиболее ярко данный эффект проявляется в средах с большой диэлектрической проницаемостью $|\varepsilon| \gg 1$ (к таковым относятся вода, биологические ткани и др.). В подобных средах волновая компонента теплового поля формируется плоскими волнами, распространяющимися в поглощающем полупространстве под небольшими углами к оси $z$. Тогда для волновой компоненты $d_{\text{eff}} \approx d_{\text{sk}} = 1/(2k_0 \operatorname{Im}\sqrt{\varepsilon})$, где $d_{\text{sk}}$ — глубина скин-слоя, не зависящая от $D$, $h$. Волны, распространяющиеся в поглощающей среде под бóльшими углами к оси $z$, испытывают полное отражение от поверхности, т. е. дают вклад только в квазистационарную компоненту теплового поля в прозрачной среде. Поэтому в условиях сильного влияния ближнего поля ($D \ll \lambda$, $h \ll \lambda$) получим $d_{\text{eff}} = d_{\text{eff}}(D, h) < d_{\text{sk}}$. Зависимость $d_{\text{eff}}(D,\, h = 0)/d_{\text{sk}}$ приведена на рис. 2, где в области $D/\lambda < 0{,}1$ величина $d_{\text{eff}}$ становится заметно меньше $d_{\text{sk}}$, причём $d_{\text{eff}} \to 0$ при $D/\lambda \to 0$. На рис. 2 обращает на себя внимание тот факт, что область параметра $D/\lambda$, где $d_{\text{eff}}/d_{\text{sk}} \ll 1$, оказывается значительно более узкой по сравнению с областью, где ближнепольная компонента излучения доминирует над волновой ($P_{\text{Q}} > P_{\text{W}}$).

Отметим, что контактные антенны малых электрических размеров применяются в настоящее время в задачах радиотеплолокационного определения внутренней температуры биологических объектов. Использование антенн с $D \ll \lambda$ позволяет повысить разрешающую способность радиотермометров, которая в этом случае определяется размером $D$ апертуры. Следует, однако, иметь в виду, что повышение разрешающей способности в таких измерениях достигается за счёт уменьшения глубины зондирования $d_{\text{eff}}$ (см. рис. 2). Зависимость $d_{\text{eff}}$ от параметров $D, h$ следует учитывать при интерпретации данных контактных радиометрических измерений, на что уже обращалось внимание в работе [4].

Рассчитанный эффект показывает, что ближнее поле может быть зарегистрировано в экспериментах со средой с неоднородным распределением температуры $\Theta = \Theta(z)$, если для измерений использовать антенны малых электрических размеров $D \ll \lambda$, расположенных на высоте $h \ll \lambda$ над поверхностью. Поскольку измеряемая интенсивность излучения пропорциональна средней по глубине температуре среды в слое $d_{\text{eff}}(D,\, h)$, следует ожидать, что эта интенсивность также будет зависеть от $D$ и $h$. Именно этот эффект был обнаружен в [7], что, по-видимому, можно считать первым экспериментальным свидетельством наличия квазистационарного теплового поля.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № 01–02–16432) и МНТП «Физика микроволн» (грант № 4.5).

**СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

1. Рытов С. М. Теория электрических флуктуаций и теплового излучения. М.: АН СССР, 1953. 232 с.
2. Левин М. Л., Рытов С. М. Теория равновесных тепловых флуктуаций в электродинамике. М.: Наука, 1967. 308 с.
3. Рытов С. М, Кравцов Ю. А., Татарский В. И. Введение в статистическую радиофизику. Ч. II. Случайные поля. М.: Наука, 1978. 464 с.
4. Резник А. Н. // Изв. вузов. Радиофизика. 1991. Т. 34, № 5. С. 512.
5. Хансен Р. Ч. // ТИИЭР. 1981. Т. 69, № 2. С. 35.
6. Yurasova N. V., Gaikovich K. P., Reznik A. N., Vaks V. L. // VIII International Conference on Mathematical Methods in Electromagnetic Theory. Conf. Proc. Kharkov, Ukraine, Sept. 12–15, 2000. V. 1. P. 241.
7. Гайкович К. П., Резник А. Н. // Письма в ЖЭТФ. 2000. Т. 72, вып. 11. С. 792.

[1] Институт физики микроструктур РАН, г. Нижний Новгород,
[2] Нижегородский госуниверситет им. Н. И. Лобачевского,
г. Нижний Новгород, Россия

Поступила в редакцию
23 мая 2001 г.

**EFFECTS OF QUASI-STATIONARY FIELD IN CONTACT RADIOMETRY**

*A. N. Reznik and N. V. Yurasova*

We analyze theoretically the thermal radiation of an absorbing half-space, received by an antenna of an arbitrary size located at an arbitrary height above the half-space surface. It is shown that the measured power consists of the quasi-stationary (near-field) and wave components. The relative contribution of each component depends on the antenna size and height. Conditions are found at which the near-field component is dominant. It is shown that the total power of radiation received from a homogeneously heated medium is entirely determined by the medium temperature and is independent of the antenna parameters. If the influence of the quasi-stationary field is strong, then the received radiation is formed in a layer whose effective depth is less than the skin-layer depth. This effect can be used for detection of the near-field component of thermal radiation.

УДК 621.372

# РЕЗОНАНСЫ В СИСТЕМЕ ДИАФРАГМА—КОРОТКОЗАМЫКАЮЩИЙ ПОРШЕНЬ

*Д. А. Усанов, С. С. Горбатов*

Теоретически обосновано и экспериментально подтверждено, что частотные характеристики системы диафрагма—короткозамыкающий поршень могут определяться преимущественно одним из высших типов колебаний. Создание выступов и впадин в щели в количестве, соответствующем индексам этого колебания, приводит к существенному (примерно в два раза) уменьшению ширины резонансной кривой.

В работах [1, 2] было экспериментально и теоретически показано, что в волноводе, содержащем систему штырь с зазором—короткозамыкающий поршень или два штыря с зазором при расстоянии между ними на порядок меньшем длины в волноводе, в первом случае наблюдается резонансное поглощение энергии, а во втором — независящее от частоты поглощение. Эти явления были объяснены взаимодействием неоднородностей в волноводе посредством высших типов волн.

В [3] исследовалось возникновение резонансных особенностей при размещении ёмкостной диафрагмы в волноводе на расстоянии примерно $\lambda_в/100$ от короткозамыкающего поршня, где $\lambda_в$ — длина волны в волноводе, и характеристик, свойственных для полосно-пропускающего фильтра в случае, когда отверстие диафрагмы имеет более сложную форму. Ясно, что при сложной конфигурации диафрагмы спектр возникающих высших типов волн должен быть более богатым. При этом можно ожидать возникновение характеристик, свойственных для полосно-пропускающего фильтра, формирующихся в результате перекрытия резонансных кривых отдельных близко расположенных высших типов волн.

Интерес к подобным структурам обусловлен тем, что их использование может существенно повысить локальность при измерениях параметров материала СВЧ методами, а также тем, что размещение полупроводниковых приборов в диафрагмах является одним из распространённых конструкторских решений при создании волноводных СВЧ устройств.

Нами было сделано предположение о том, что если в рассмотренной выше системе создать предпочтительные условия для возбуждения какого-либо одного из возможных в ней высших типов колебаний, то частотная характеристика системы должна из полосовой преобразоваться в резонансную. Для создания таких условий и усиления роли одного из возбуждающихся высших типов колебаний предлагается выполнить щель диафрагмы в виде чередующихся выступов и впадин, количество которых соответствует индексам указанного колебания. Вопрос о том, какой из высших типов колебаний в рассматриваемой системе определяющим образом влияет на её частотные характеристики, рассматривался теоретически. Для этого было использовано представление электромагнитного поля в рассматриваемой системе в виде интегральных уравнений [4]:

$$\begin{aligned}\mathbf{H} &= -\int \mathbf{j}_{ст}\hat{\boldsymbol{\mathcal{E}}}\,\mathrm{d}V - \mathbf{j}\omega\int(\varepsilon\mathbf{E}\hat{\boldsymbol{\mathcal{E}}} - \mu_0\mathbf{H}\hat{\boldsymbol{\mathcal{H}}})\,\mathrm{d}V + \int[\mathbf{H},\hat{\boldsymbol{\mathcal{E}}}]\,\mathrm{d}S,\\ \mathbf{E} &= -\mathbf{j}\omega\int(\mu\mathbf{H}\hat{\boldsymbol{\mathcal{H}}} - \varepsilon_0\mathbf{E}\hat{\boldsymbol{\mathcal{E}}})\,\mathrm{d}V - \int[\mathbf{E},\hat{\boldsymbol{\mathcal{H}}}]\,\mathrm{d}S,\end{aligned} \qquad (1)$$

где $\varepsilon$ и $\mu$ — диэлектрическая и магнитная проницаемости среды, заполняющей пространство между диафрагмой и поршнем, $\varepsilon_0$ и $\mu_0$ — диэлектрическая и магнитная проницаемости вакуума, $\omega$ — угловая частота; объёмное интегрирование производится по области сторонних токов $\mathbf{j}_{ст}$ в волноводе. В нашем случае сторонними являются токи, возникающие в зазорах между диафрагмой и стенками волновода. Интегрирование по поверхности производится по границе резонансной полости с учётом граничных

условий для соответствующих составляющих электрического $\mathbf{E}$ и магнитного $\mathbf{H}$ полей на металлических стенках и в зазоре. $\hat{\boldsymbol{\mathcal{E}}}$ и $\hat{\boldsymbol{\mathcal{H}}}$ представляют собой тензорные матрицы Грина, имеющие вид

$$\hat{\boldsymbol{\mathcal{E}}} = \left\| \begin{array}{ccc} \hat{\mathfrak{Э}}_{zz} & 0 & 0 \\ 0 & \hat{\mathfrak{Э}}_{t't'} & 0 \\ 0 & 0 & \hat{\mathfrak{Э}}_{tt} \end{array} \right\|, \qquad \hat{\boldsymbol{\mathcal{H}}} = \left\| \begin{array}{ccc} \hat{\mathbf{M}}_{zz} & 0 & 0 \\ 0 & \hat{\mathbf{M}}_{t't'} & 0 \\ 0 & 0 & \hat{\mathbf{M}}_{tt} \end{array} \right\|.$$

Элементы матриц $\hat{\boldsymbol{\mathcal{E}}}$ и $\hat{\boldsymbol{\mathcal{H}}}$, в свою очередь, представляют собой квадратные матрицы, элементами которых являются интегралы по поперечному сечению прямоугольного волновода от произведений поперечных составляющих электрического и магнитного полей. В соответствии с [4] электрическое $\mathbf{E}$ и магнитное $\mathbf{H}$ поля можно представить в виде

$$\begin{aligned} \mathbf{E} &= \sum \left( c_{zm}\mathbf{E}_{z(m)} + c_{t'm}\mathbf{E}_{t'(m)} + c_{tn}\mathbf{E}_{t(n)} \right), \\ \mathbf{H} &= \sum \left( d_{zn}\mathbf{H}_{z(n)} + d_{t'n}\mathbf{H}_{t'(n)} + d_{tm}\mathbf{H}_{t(m)} \right). \end{aligned} \qquad (2)$$

Суммирование проводится по $m$ и $n$, которые являются индексами базисных волн $E$ и $H$-типа соответственно. В (2) $\mathbf{E}_{z(m)}$, $\mathbf{H}_{z(n)}$ — продольные составляющие электрического и магнитного полей базисных волн $E$ и $H$-типа. Составляющие $\mathbf{E}_{t'(m)}$, $\mathbf{E}_{t(n)}$, $\mathbf{H}_{t'(n)}$, $\mathbf{H}_{t(m)}$ выражаются через продольные составляющие следующим образом:

$$\begin{aligned} &\mathbf{E}_{t'(m)} = \chi_m^{-1}\,\nabla_\perp E_{z(m)}, \qquad \mathbf{H}_{t'(n)} = \chi_n^{-1}\,\nabla_\perp H_{z(n)}, \\ &\mathbf{E}_{t(n)} = (W_0/\chi_n)\,[\nabla_\perp H_{z(n)}, \mathbf{e}_z], \qquad \mathbf{H}_{t(m)} = (\chi_m/W_0)\,[\mathbf{e}_z, \nabla_\perp E_{z(m)}]. \end{aligned}$$

Здесь $\mathbf{e}_z$ — единичный вектор, направленный вдоль оси волновода, $\nabla_\perp$ — градиент в плоскости, поперечной к оси волновода, $\chi_n$ и $\chi_m$ — поперечные волновые числа соответствующих типов волн [4], $W_0$ — волновое сопротивление свободного пространства.

Выбор наиболее эффективно возбуждающихся типов волн может быть обоснован вычислением интегралов от произведения компонент полей волн основного и соответствующего высшего типов. В этой связи рассчитывались элементы матрицы $\hat{\mathfrak{Э}}_{t't'}$ и $\hat{\mathbf{M}}_{t't'}$, представляющие собой интегралы по поперечному сечению волновода от произведений поперечных составляющих электрического и магнитного полей волн основного и высшего типов. Результаты такого расчёта для волны основного типа и волн $H_{nm}$ при $m = 0, 1, \ldots, 25$ приведены на рис. 1 (кривая *1* соответствует моде $H_{4\,m}$, кривая *2* — моде $H_{9\,m}$, кривая *3* — моде $H_{14\,m}$, кривая *4* — моде $H_{16\,m}$, кривая *5* — моде $H_{18\,m}$). Из рис. 1 следует, что максимум указанного интеграла $A$ «перекрытия» волн основного и высшего типов имеет место при $m \approx 22$ и $n \approx 16$. Аналогичные расчёты были проведены для волн $E_{nm}$. Результаты расчётов, приведённые на рис. 1, показывают, что для данной формы диафрагмы в качестве набора базисных волн можно прежде всего рекомендовать моды $H_{1\,0}$, $H_{14\,15}$, $H_{16\,22}$, $E_{9\,7}$, $E_{10\,11}$.

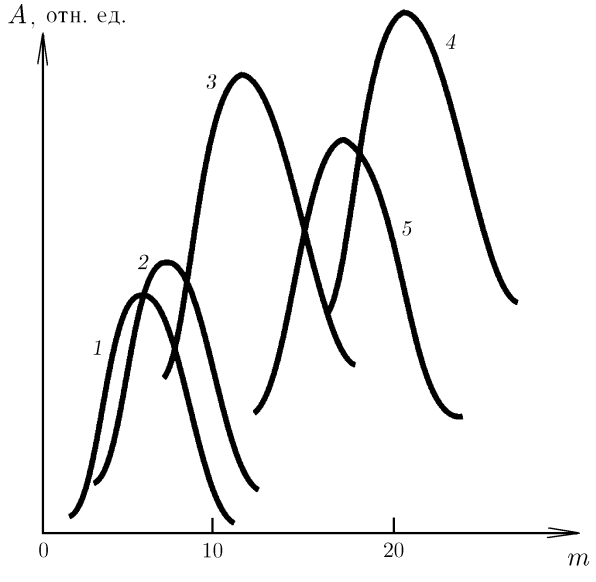


Рис. 1

С учётом выбранных типов волн выражения (2) подставляются в систему интегральных уравнений (1). Поскольку в разложениях полей (2) имеется 15 неизвестных коэффициентов, область интегрирования разбивалась на 15 параллелепипедов, внутри которых поле принималось равным значению соответствующего поля в центре параллелепипеда. Заменяя интегралы в (1) суммами, получим систему линейных алгебраических уравнений 15-го порядка для неизвестных коэффициентов в разложениях полей. Найденные поля $\mathbf{E}$ и $\mathbf{H}$ использовались для вычисления импеданса $Z = E/H$, исходя из которого вычислялся коэффициент отражения $\Gamma = (Z - Z_0)/(Z + Z_0)$, где $Z_0$ — волновое сопротивление ненагруженного волновода. Из коэффициента отражения находился коэффициент стоячей волны $K_{\text{ст}}$ из известного соотношения

$$K_{\text{ст}} = \frac{1 + |\Gamma|}{1 - |\Gamma|}.$$

С использованием полученных соотношений для диафрагмы, конструктивные размеры которой приведены на рис. 2*а*, для расстояния от короткозамыкающего поршня до диафрагмы 300 мкм был вычислен коэффициент $K_{\text{ст}}$ в зависимости от частоты $F = \omega/(2\pi)$. Результаты расчётов приведены на рис. 2*б* (штриховая линия). На том же рисунке приведены результаты измерений частотной зависимости $K_{\text{ст}}$ (сплошные кривые). Сравнение расчётных кривых и экспериментальных данных свидетельствует об их хорошем соответствии. Из результатов расчёта следует (см. рис. 1), что в рассматриваемой системе максимальное значение имеет интеграл перекрытия для волны типа $H_{1622}$. Для создания условий преимущественного возбуждения волны именно такого типа щель диафрагмы выполнялась в виде чередования 16 одинаковых выступов и впадин по оси $x$ и 22 — по оси $y$ (см. рис. 2*а*).

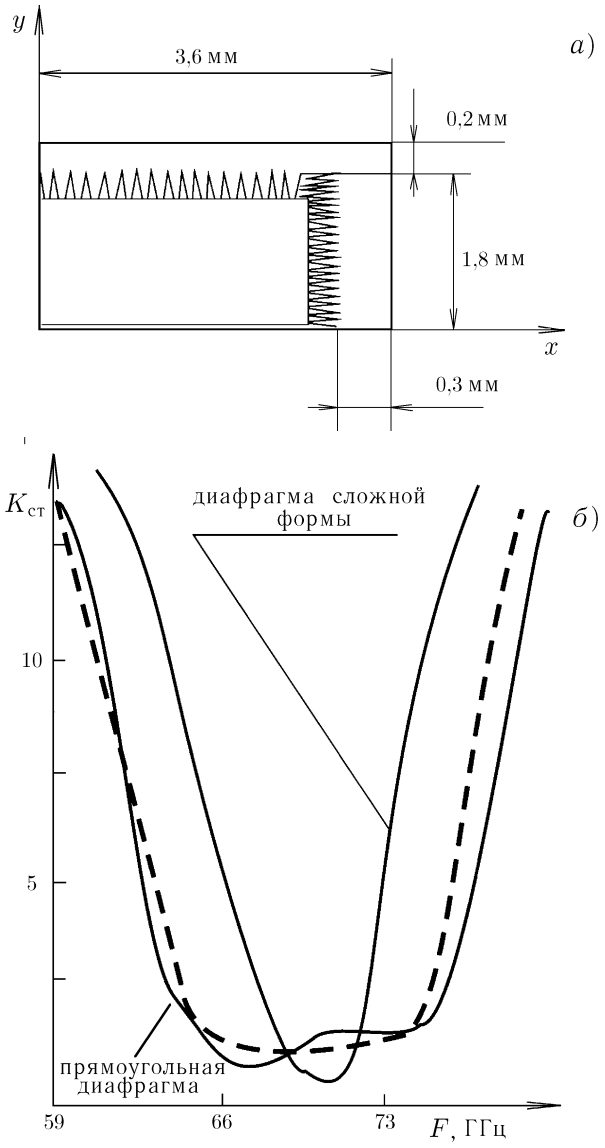


Рис. 2

Данные измерений, приведённые на рис. 2, свидетельствуют о том, что ширина резонансной кривой для такой диафрагмы уменьшается примерно в два раза по уровню 3 дБ по сравнению с диафрагмой без выступов и впадин. Таким образом, показано, что в системе диафрагма—поршень, в которой приняты меры по дополнительному преимущественному возбуждению одного из возможных высших типов колебаний, может наблюдаться избирательное поглощение в узкой полосе частот.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Виненко В. Г., Усанов Д. А., Лицов А. А. // Радиотехника и электроника. 1983. Т. 28, № 1. С. 201.
2. Лицов А. А., Усанов Д. А. // Изв. вузов. Радиоэлектроника. 1986. Т. 29, № 3. С. 53.

3. Усанов Д. А., Горбатов С. С., Вениг С. Б., Орлов В. Е. // Письма в ЖТФ. 2000. Т. 26, вып. 18. С. 47.
4. Никольский В. В. Вариационные методы для внутренних задач электродинамики. М.: Наука, 1967.

Саратовский госуниверситет, г. Саратов, Россия

Поступила в редакцию
27 апреля 2001 г.

**RESONANCES IN A SYSTEM COMPRISING A DIAPHRAGM AND A SHORT-CIRCUITING PISTON**

*D. A. Usanov and S. S. Gorbatov*

We justify theoretically and conform experimentally that the frequency characteristics of a system comprising a diaphragm and a short-circuiting piston can be determined mainly by one of the higher eigenoscillations. If ridges and hollows whose numbers corresponds to the indices of this eigenoscillation are present in the slot, then the width of the resonance curve can be significantly decreased by a factor of about two.

УДК 621.391.1

# СРАВНИТЕЛЬНАЯ ЭФФЕКТИВНОСТЬ СОТОВЫХ СИСТЕМ СВЯЗИ, ИСПОЛЬЗУЮЩИХ АДАПТИВНУЮ МОДУЛЯЦИЮ И КОДИРОВАНИЕ, И СИСТЕМ С УПРАВЛЕНИЕМ МОЩНОСТЬЮ

*Д. Д. Н. Беван* [1], *В. Т. Ермолаев* [2], *Е. А. Маврычев* [3], *А. Г. Флаксман* [2]

Проведён сравнительный анализ эффективности сотовых систем связи с адаптивной модуляцией и кодированием (Adaptive Modulation and Coding — AMC) и систем с управлением мощностью (Power Control — PC). Показано, что эффективность систем с AMC выше эффективности систем с PC в случае произвольной плотности вероятности замираний сигналов. Для обеспечения одинаковой пропускной способности двух систем средняя передаваемая мощность при контроле мощности должна быть больше, чем при адаптивной модуляции и кодировании. При одинаковой средней передаваемой мощности пропускная способность систем с AMC всегда больше пропускной способности систем с PC. Рассмотрены системы с кодовым разделением пользователей (Code Division Multiple Access — CDMA) при произвольном числе задержанных лучей, когда сигналы разных лучей имеют статистически независимые релеевские замирания. Исследовано влияние помех, обусловленных неидеальным разделением лучей в приёмнике, на эффективность систем с AMC и PC.

## ВВЕДЕНИЕ

Основной задачей перспективных систем сотовой связи является обеспечение высокого темпа передачи информации при заданном качестве обслуживания абонентов (вероятности ошибки передачи информации). Высокий темп передачи данных должен обеспечиваться при разных условиях распространения радиоволн между базовой станцией и пользователями, в том числе в условиях многолучевого распространения. Многолучевое распространение волн характерно для больших городов и приводит к глубоким замираниям сигналов.

В настоящее время широко применяются системы с кодовым разделением пользователей (Code Division Multiple Access — CDMA). В таких системах используется длинная псевдослучайная последовательность и кодовая последовательность, сформированная на основе функций Уолша [1, 2]. Длинная псевдослучайная последовательность используется для идентификации различных базовых станций, а кодовая последовательность на основе функций Уолша даёт возможность разделить пользователей внутри соты. В CDMA-системах используется непрерывной контроль и адаптивная регулировка излучаемой мощности, так называемый контроль мощности (Power Control — PC). Каждая базовая станция и каждый пользователь непрерывно оценивают состояние канала, излучая специальные пилот-сигналы и измеряя отношение мощности сигнала к суммарной мощности собственного шума и помех (ОСШП) от других пользователей. На основе полученной оценки состояния канала осуществляется регулировка излучаемой мощности на другом конце линии. Такая регулировка является эффективным средством борьбы с замираниями сигналов, однако она приводит к увеличению средней излучаемой мощности, особенно в условиях глубоких замираний.

В перспективных системах с кодовым разделением пользователей предлагается обеспечить высокий темп передачи информации за счёт использования адаптивной модуляции и кодирования (Adaptive Modulation and Coding — AMC) при постоянной передающей мощности [3, 4]. Идея AMC заключается в изменении темпа передачи информации в зависимости от состояния канала. Темп передачи задаётся пропорциональным ОСШП, а его изменение осуществляется за счёт изменения битовой загрузки при модуляции сигналов, т. е. количество бит, передаваемых с помощью одного символа. Такая организация передачи данных называется концепцией «разумного» многомодового передатчика [5].

Представляет интерес сравнение потенциальной эффективности систем с РС и АМС в условиях многолучевого распространения радиоволн. В CDMA-системах контроль мощности ослабляет замирания сигнала за счёт дискретного (с шагом 1 дБ) изменения излучаемой мощности с частотой 50 Гц (медленный РС) или 800 Гц (быстрый РС). Битовая загрузка при АМС также изменяется дискретно для группы символов. Однако при исследовании потенциальной эффективности целесообразно считать, что РС и АМС являются идеальными. Идеализация РС заключается в том, что регулировка передаваемой мощности осуществляется непрерывно от символа к символу с произвольным шагом и обеспечивает полную компенсацию замираний. Идеализация АМС заключается в том, что битовая загрузка также может меняться непрерывно от символа к символу.

В настоящей работе проводится исследование эффективности систем с РС и АМС в общем случае произвольной плотности вероятности для ОСШП, т. е. в условиях произвольным образом замирающих сигналов. Затем на основе полученных выражений делается анализ эффективности РС и АМС для CDMA-системы при произвольном числе лучей с релеевскими замираниями. Сравнение потенциальной эффективности систем с РС и АМС выполняется двумя способами. Первый способ основан на сравнении средней излучаемой мощности при условии одинаковой шенноновской пропускной способности систем с РС и АМС. Второй способ предполагает сравнение пропускной способности систем с РС и АМС при одинаковой средней излучаемой мощности.

## 1. ЭФФЕКТИВНОСТЬ СИСТЕМ С РС И АМС ПРИ ПРОИЗВОЛЬНОЙ ПЛОТНОСТИ ВЕРОЯТНОСТИ ОСШП

Пусть $\rho(t)$ — мгновенное значение ОСШП в момент времени $t$. Тогда шенноновская пропускная способность канала связи, приведённая к полосе частот 1 Гц, равна [6, 7]:

$$C(\rho) = \log_2(1+\rho). \tag{1}$$

Величина $C(\rho)$ является случайной, имеет размерность бит/(с · Гц), или бит/символ [6], и показывает, какое количество бит может быть передано с помощью одного символа (так называемая битовая загрузка).

Чтобы найти среднюю пропускную способность, необходимо выполнить усреднение мгновенной пропускной способности $C(\rho)$ по всем возможным значениям ОСШП. В случае АМС излучаемая мощность является постоянной, и ОСШП флуктуирует только из-за замираний сигналов. Пусть $f(\rho)$ — плотность вероятности ОСШП, имеющая произвольный вид. В результате получим, что средняя пропускная способность канала $C^{(\mathrm{AMC})}$ при АМС определяется следующим выражением:

$$C^{(\mathrm{AMC})} = \int_0^\infty C(\rho) f(\rho)\,\mathrm{d}\rho. \tag{2}$$

В случае идеального РС замирания сигналов в канале связи являются полностью компенсированными за счёт управления излучаемой мощностью. Поэтому ОСШП в приёмнике будет равно заранее заданному «целевому» значению $\rho_{\mathrm{target}}$. При этом пропускная способность $C^{(\mathrm{PC})}$ постоянна и равна

$$C^{(\mathrm{PC})} = \log_2(1+\rho_{\mathrm{target}}). \tag{3}$$

Средняя передаваемая мощность при РС зависит от $\rho_{\mathrm{target}}$. Если в некоторый момент времени $t_1$ мгновенное значение ОСШП $\rho(t_1) < \rho_{\mathrm{target}}$, то система с РС увеличивает передаваемую мощность в $k(t_1) = \rho_{\mathrm{target}}/\rho(t_1)$ раз. Аналогично, если ОСШП $\rho(t_2) > \rho_{\mathrm{target}}$, то система с РС уменьшает передаваемую мощность в $k(t_2) = \rho(t_2)/\rho_{\mathrm{target}}$ раз (или, что эквивалентно, увеличивает мощность в

$\rho_{\text{target}}/\rho(t_2)$ раз). Нетрудно видеть, что мгновенный коэффициент увеличения мощности $k(t)$ обратно пропорционален замираниям сигнала в канале связи.

Теперь можно сравнить среднюю передаваемую мощность при АМС и РС. Для этого необходимо выполнить усреднение коэффициента $k(\rho)$ по всем возможным значениям ОСШП. В результате получим, что

$$K = \frac{\langle S^{(\text{PC})} \rangle}{S^{(\text{AMC})}} = \int\limits_0^\infty k(\rho) f(\rho)\, \mathrm{d}\rho = \int\limits_0^\infty \frac{\rho_{\text{target}}}{\rho} f(\rho)\, \mathrm{d}\rho, \tag{4}$$

где $\langle S^{(\text{PC})} \rangle$ — средняя передаваемая мощность при РС, $S^{(\text{AMC})}$ — передаваемая мощность при АМС, угловые скобки означают статистическое среднее.

Будем считать, что средняя пропускная способность при АМС равна пропускной способности при РС, т. е. $C^{(\text{AMC})} = C^{(\text{PC})}$. Учитывая это условие, с помощью (3) найдём целевое значение ОСШП:

$$\rho_{\text{target}} = 2^{C^{(\text{AMC})}} - 1. \tag{5}$$

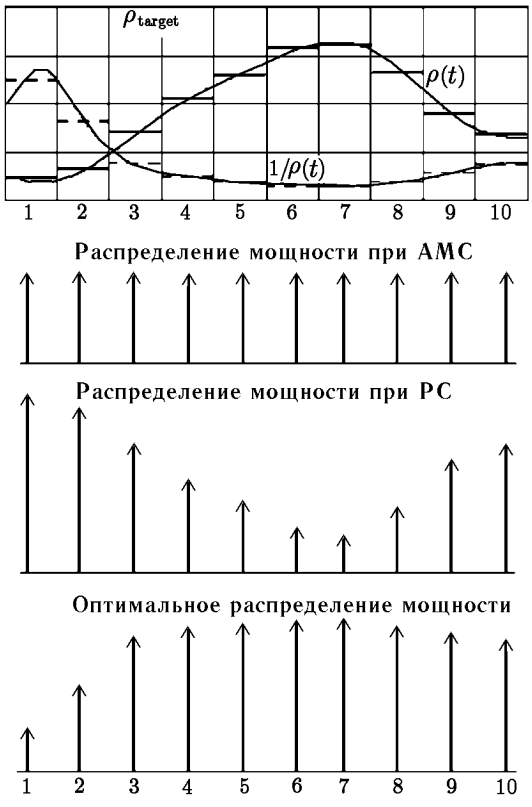


Рис. 1

Если коэффициент $K$ больше единицы, то системе с РС для обеспечения одинаковой пропускной способности необходимо увеличить среднюю передаваемую мощность в $K$ раз, т. е. АМС эффективнее, чем РС. Напротив, если коэффициент $K$ меньше единицы, то средняя передаваемая мощность при РС меньше в $K$ раз, т. е. АМС менее эффективно, чем РС.

Теперь покажем, что в общем случае произвольной плотности вероятности ОСШП $f(\rho)$ коэффициент $K$ всегда больше единицы, т. е. системы с адаптивной модуляцией и кодированием всегда эффективнее, чем системы с контролем мощности. Это можно показать на основании следующих рассуждений (см. рис. 1).

Пусть $\rho(t)$ является некоторой реализацией мгновенного ОСШП. Разделим эту реализацию на участки и аппроксимируем на каждом участке средним значением. На рис. 1 показаны 10 таких участков. При АМС передаваемая мощность является постоянной. При РС передаваемая мощность изменяется, чтобы полностью компенсировать замирания сигнала, т. е. на приёмнике поддерживается некоторое целевое ОСШП $\rho_{\text{target}}$. Следовательно, при РС передаваемая мощность $S^{(\text{PC})}(t)$ пропорциональна $\rho_{\text{target}}/\rho(t)$, т. е. обратно пропорциональна ОСШП $\rho(t)$. Обратную зависимость $1/\rho(t)$ также разделим на участки и аппроксимируем аналогичным образом. В цифровых системах выборка входных сигналов берётся с временным дискретом, бóльшим времени корреляции шума и помехи. Поэтому можно считать, что существуют параллельные каналы передачи информации с независимыми шумами и помехами. На рис. 1 показаны 10 таких каналов.

Оптимальное распределение мощности между параллельными каналами, обеспечивающее максимум пропускной способности при фиксированной полной мощности, определяется так называемым правилом «water pouring» [8]. В соответствии с этим правилом, чем больше ОСШП в канале, тем большая мощность распределяется в этот канал. Если $\rho_i$ — ОСШП в $i$-м канале, то мощность $s_i$ в этом канале может быть найдена из условия

$$s_i + \rho_i^{-1} = \mu, \tag{6}$$

где $i = 1, 2, \ldots, L$; $L$ — число параллельных каналов (в нашем примере $L = 10$). Коэффициент $\mu$ может быть найден из условия, что полная мощность является постоянной и равна $S$, т. е. $s_1 + s_2 + \ldots + s_L = S$. Отметим, что если в некотором $j$-м канале ОСШП является достаточно малым ($\rho_j < \mu^{-1}$), то в этот канал мощность не распределяется, и он не используется ($s_j = 0$).

При РС распределение мощности является неоптимальным, т. к. в хороший (с бóльшим ОСШП) канал распределяется меньшая мощность (см. рис. 1). В случае АМС распределение мощности ближе к оптимальному. На рис. 1 показано распределение мощности при АМС и РС, а также оптимальное распределение. Видно, что при РС необходима дополнительная мощность для обеспечения такой же пропускной способности, как и для системы с АМС.

Отметим, что существует один тривиальный случай, когда коэффициент $K$ равен единице. Это не представляющий практический интерес случай канала без замираний, когда $f(\rho) = \delta(\rho - \rho_0)$, где $\delta(\rho)$ — дельта-функция.

Теперь сравним пропускную способность систем с АМС и РС при одинаковой средней передаваемой мощности, т. е. при условии $\langle S^{(\mathrm{PC})} \rangle = S^{(\mathrm{AMC})}$. Из (4) следует, что для выполнения этого условия необходимо уменьшить целевое ОСШП $\rho_{\mathrm{target}}$ в $K$ раз, при этом средняя передаваемая мощность $\langle S^{(\mathrm{PC})} \rangle$ также уменьшится в $K$ раз. Следовательно, для пропускной способности системы при РС вместо (3) получим следующее выражение:

$$C^{(\mathrm{PC})} = \log_2(1 + \rho_{\mathrm{target}}/K), \tag{7}$$

где $\rho_{\mathrm{target}}$ определяется выражением (5). Подставляя $\rho_{\mathrm{target}}$ (5) в (7), получим

$$C^{(\mathrm{PC})} = \log_2\left(1 + \frac{2^{C^{(\mathrm{AMC})}} - 1}{K}\right). \tag{8}$$

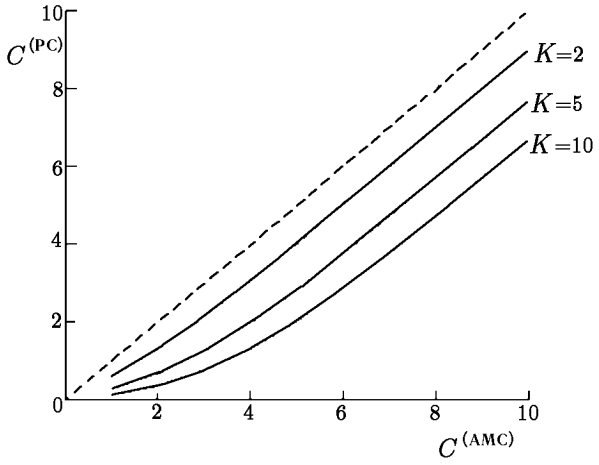


Рис. 2

Из (7) и (8) видно, что пропускная способность при АМС больше, чем при РС при одинаковой средней передаваемой мощности. Это видно из рис. 2, на котором показана зависимость пропускной способности при РС от пропускной способности при АМС для различных значений коэффициента $K = 2; 5$ и 10. Уменьшение пропускной способности при РС, как следует из рис. 2, может быть значительным. Например, при $K = 5$ и $C^{(\mathrm{AMC})} = 4$ бит/символ пропускная способность при РС уменьшается в 2 раза и составляет только 2 бита на символ.

Таким образом, в общем случае произвольной плотности вероятности ОСШП для обеспечения одинаковой шенноновской пропускной способности средняя передаваемая мощность при использовании РС должна быть больше, чем при использовании АМС. При одинаковой передаваемой мощности пропускная способность при АМС всегда больше пропускной способности при РС.

## 2. ЭФФЕКТИВНОСТЬ СИСТЕМ С PC И AMC В МНОГОЛУЧЕВОМ КАНАЛЕ С РЕЛЕЕВСКИМИ ЗАМИРАНИЯМИ

### 2.1. Релеевский канал с шумом

Рассмотрим CDMA-систему с одной передающей антенной на базовой станции и одной приёмной антенной у пользователя. Будем считать, что канал связи является многолучевым с произвольным числом $N$ лучей, каждый из которых флуктуирует в соответствии с законом Релея. В CDMA-системах используется длинная псевдослучайная последовательность для идентификации данной базовой станции, а также кодовая последовательность, сформированная на основе функций Уолша, которая даёт возможность разделить пользователей внутри соты [1, 2]. Разные кодовые последовательности Уолша ортогональны друг другу. Поэтому при отсутствии многолучёвости каждый пользователь принимает только свою информацию, т. е. помехи отсутствуют. Ситуация изменяется при наличии запаздывающих сигналов, т. к. сдвинутые во времени кодовые последовательности становятся неортогональными друг другу. Это приводит к возникновению помехи от других пользователей. Так как статистические свойства этой помехи аналогичны свойствам собственного шума, её можно учесть как эквивалентное увеличение мощности собственного шума. Кроме того, функция автокорреляции кодовой последовательности обслуживаемого абонента имеет боковые лепестки, что в условиях многолучёвости приводит к неполному разделению лучей в оптимальном приёмнике, т. е. пользователь сам себе создаёт помеху. Уровень этой помехи зависит от уровня боковых лепестков функции автокорреляции, который обратно пропорционален длине последовательности. Эта помеха играет основную роль в ограничении эффективности CDMA-систем.

Вначале предположим, что помехи отсутствуют, и полезный сигнал принимается на фоне аддитивного белого гауссовского шума с нулевым средним и единичной дисперсией.

Будем считать, что канал нормирован (канал без усиления сигнала), т. е.

$$\sum_{i=1}^{N} \left\langle |h_i(t)|^2 \right\rangle = 1, \tag{9}$$

где $h_i(t)$ — случайный релеевский канальный коэффициент для $i$-го луча, $N$ — число лучей.

Пусть $\rho_0$ — среднее отношение сигнала к шуму (ОСШ). Тогда мгновенное значение ОСШ равно

$$\rho(t) = \rho_0 \sum_{i=1}^{N} |h_i(t)|^2, \tag{10}$$

а плотность вероятности ОСШ для $N$-лучевого релеевского канала имеет вид [6]

$$f(\rho, \rho_0) = \begin{cases} \dfrac{N^N}{\rho_0^N\,(N-1)!}\,\rho^{N-1} \exp\left(-\dfrac{N}{\rho_0}\rho\right), & \rho \geq 0; \\ 0, & \rho < 0. \end{cases} \tag{11}$$

С помощью выражений (1) и (2) можно получить, что средняя шенноновская пропускная способность при AMC равна

$$C^{(\mathrm{AMC})}(\rho_0) = \int\limits_0^\infty \log_2(1+\rho) \frac{N^N}{\rho_0^N (N-1)!} \rho^{N-1} \exp\left(-\frac{N}{\rho_0}\rho\right)\, \mathrm{d}\rho. \tag{12}$$

Интеграл (12) может быть вычислен аналитически только в случае 1-лучевого ($N = 1$) релеевского канала:

$$C^{(\mathrm{AMC})}(\rho_0) = \int_0^\infty \log_2(1+\rho)\frac{1}{\rho_0}\exp\left(-\frac{\rho}{\rho_0}\right)\,\mathrm{d}\rho = -\frac{1}{\ln 2}\exp\left(\frac{1}{\rho_0}\right)\mathrm{Ei}\left(-\frac{1}{\rho_0}\right), \tag{13}$$

где $\mathrm{Ei}(x)$ — интегральная функция вида [9]

$$\mathrm{Ei}(x) = \int_{-\infty}^{x} \frac{\exp(t)}{t}\,\mathrm{d}t. \tag{14}$$

Если число лучей больше единицы ($N > 1$), то интеграл (12) может быть вычислен численно. При неограниченном увеличении $N$ ($N \to \infty$) релеевский канал переходит в статический с ОСШ $\rho_0$. Пропускная способность такого канала определяется формулой (1) при $\rho = \rho_0$. На рис. 3 показана средняя шенноновская пропускная способность $C^{(\mathrm{AMC})}$ 1-, 2- и 4-лучевого релеевского канала (сплошные кривые) и для статического канала (пунктирная кривая) в зависимости от среднего ОСШ $\rho_0$.

Подставляя (11) в (4), получим, что коэффициент $K$ увеличения средней мощности в случае РС определяется следующим интегралом:

$$K = \int_0^\infty \frac{\rho_{\mathrm{target}}}{\rho}\frac{N^N}{\rho_0^N(N-1)!}\rho^{N-1}\exp\left(-\frac{N}{\rho_0}\rho\right)\,\mathrm{d}\rho. \tag{15}$$

Этот интеграл можно вычислить, основываясь на результатах [9]:

$$K = \frac{N\rho_{\mathrm{target}}}{(N-1)\,\rho_0}\,. \tag{16}$$

Интересно отметить, что в случае 1-лучевого релеевского канала ($N = 1$) для полной компенсации замираний сигнала необходима бесконечно большая средняя передаваемая мощность. При увеличении числа релеевских лучей вероятность глубоких замираний уменьшается, и требуемая средняя мощность становится конечной. Принимая во внимание формулу (5) для целевого ОСШ $\rho_{\mathrm{target}}$, получим, что при одинаковой пропускной способности ($C^{(\mathrm{PC})} = C^{(\mathrm{AMC})}$)

$$K = \frac{N}{(N-1)\,\rho_0}\left(2^{C^{(\mathrm{AMC})}} - 1\right). \tag{17}$$

На рис. 4 показана зависимость в логарифмическом масштабе коэффициента $K$ от среднего значения ОСШ для 2- и 4-лучевого релеевского канала. Видно, что коэффициент $K > 0$. Это означает, что требуемая средняя мощность при АМС меньше, чем при РС в случае одинаковой пропускной способности. Пусть, например, среднее ОСШ равно 20 дБ, тогда дополнительная мощность, необходимая для компенсации замираний сигнала, равна 1,74 и 0,68 дБ для 2- и 4-лучевого релеевского канала соответственно. Коэффициент $K$ становится неограниченно большим ($K \to \infty$) для 1-лучевого канала из-за очень глубоких замираний. Это значит, что любой, даже технически совершенный контроль мощности не может полностью устранить замирания сигнала в 1-лучевом релеевском канале.

Теперь сравним пропускную способность систем с АМС и РС при одинаковой средней передаваемой мощности, т. е. при $S^{(\mathrm{AMC})} = \langle S^{(\mathrm{PC})}\rangle$. Пропускная способность при АМС не изменяется и определяется из (12). Принимая во внимание формулы (16) и (17), из (7) и (8) получим два эквивалентных выражения для пропускной способности при РС:

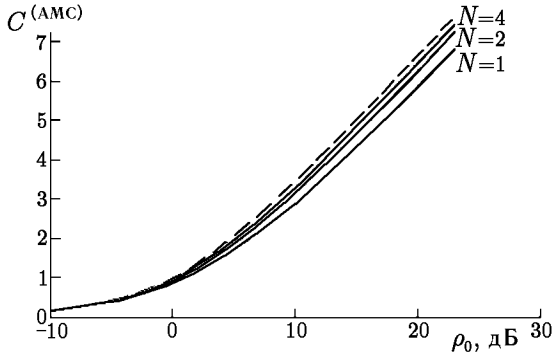


Рис. 3

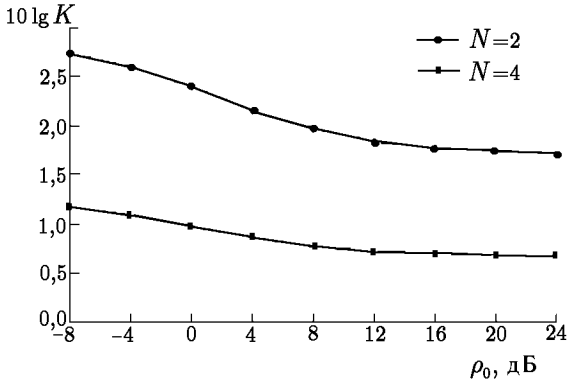


Рис. 4

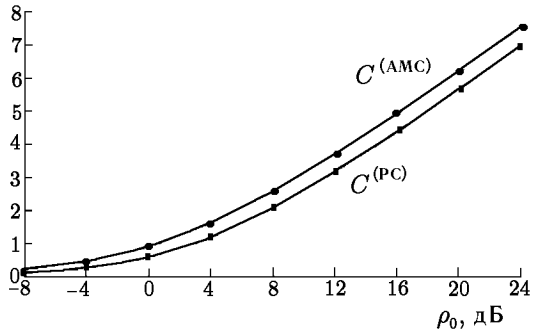


Рис. 5

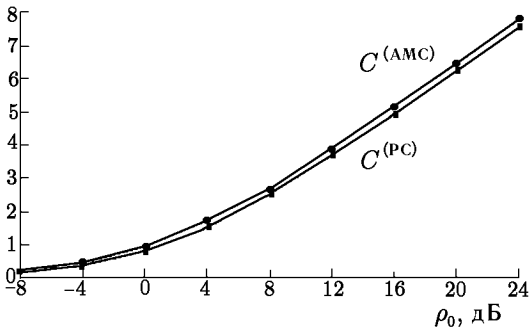


Рис. 6

$$C^{(\mathrm{PC})} = \log_2\left(1 + \frac{N-1}{N}\rho_0\right), \tag{18}$$

$$C^{(\mathrm{PC})} = \log_2\left(1 + \frac{N-1}{N}\,\frac{\rho_0}{\rho_{\mathrm{target}}}\left(2^{C^{(\mathrm{AMC})}} - 1\right)\right). \tag{19}$$

На рис. 5 показаны средние пропускные способности при АМС и РС для 2-лучевого релеевского канала, на рис. 6 — для 4-лучевого канала. Видно, что средняя пропускная способность при АМС больше, чем при РС ($C^{(\mathrm{AMC})} > C^{(\mathrm{PC})}$) при одинаковой передаваемой мощности.

#### 2.2. Релеевский канал с помехой и с шумом

Рассмотрим теперь эффективность CDMA-системы и учтём помехи, обусловленные многолучевым распространением радиоволн. При этом будем считать, что приёмник разделяет сигналы, приходящие по различным лучам, и суммирует их, обеспечивая максимальное ОСШП. Смесь полезного сигнала и помехи на выходе фильтра сжатия (или коррелятора) для $p$-го пользователя и $i$-го луча можно представить в виде

$$z_i^{(p)} = \sum_{j=1}^{N} h_j \sum_{q=1}^{Q} \sqrt{S}\, r_{pq}(i-j) d_q + n_i^{(p)}, \tag{20}$$

где $d_q$ — передаваемые комплексные символы с единичной амплитудой, $Q$ — общее число пользователей, включая обслуживаемого $p$-го пользователя, $S$ — часть общей передаваемой мощности, предназначенная для одного пользователя при равномерном распределении между всеми пользователями, $n_i^{(p)}$ — шум на выходе коррелятора, мощность которого $\sigma_0^2$ принята равной единице ($\sigma_0^2 = 1$), $r_{pq}(i-j)$ — функция взаимной корреляции кодовых последовательностей $p$-го и $q$-го пользователей, значение которой определяется задержкой между $j$-м и $i$-м лучами.

Рассмотрим случай однолучевого канала ($N = 1$). В этом случае сигналы, передаваемые базовой станцией, синхронизированы, а кодовые последовательности ортогональны между собой. Поэтому функция корреляции $r_{pq}(0) = \sqrt{G}\,\delta_{pq}$, где $\delta_{pq}$ — символ Кронекера, $G$ — энергетический выигрыш в ОСШ на выходе коррелятора, который равен длине кодовой последовательности. Здесь предполагается, что нормировка весовых коэффициентов коррелятора выбрана так, чтобы мощность шума на его выходе была равна мощности шума на входе. Поэтому из (20) можно получить

$$z_1^{(p)} = h_1 \sum_{q=1}^{Q} \sqrt{S}\, r_{pq}(0) d_q + n_1^{(p)} = \sqrt{S} h_1 \sqrt{G}\, d_p + n_1^{(p)}. \tag{21}$$

Первое слагаемое в этой формуле описывает полезный сигнал для $p$-го обслуживаемого абонента. Второе слагаемое описывает собственный шум в приёмнике и помехи от других базовых станций, которые имеют статистические свойства, аналогичные статистическим свойствам собственного шума. Отметим, что в этом случае другие пользователи, обслуживаемые данной базовой станцией, не создают помеху $p$-му абоненту. Благодаря когерентному накоплению в корреляторе кодовой последовательности полезного сигнала ОСШ увеличивается в $G$ раз, т. е. ОСШ на выходе коррелятора равно $SG\,|h_1|^2$.

Ситуация меняется в случае многолучевого канала ($N \geq 2$). В этом случае появляется помеха, возникающая даже при работе базовой станции с одним абонентом. В самом деле, из (20) при $Q = 1$ следует, что

$$z_i^{(1)} = \sum_{j=1}^{N} h_j \sqrt{S}\, r_{11}(i-j) d_1 + n_i^{(1)}, \tag{22}$$

где $r_{11}(i-j)$ имеет смысл функции автокорреляции кодовой последовательности пользователя. Так как задержанная и не задержанная кодовые последовательности, строго говоря, не ортогональны между собой, то $r_{11}(i-j) \neq 0$ при $i \neq j$. Теперь в (22) можно выделить полезный сигнал и помеху. В результате получим

$$z_i^{(1)} = \sqrt{S}\, h_i \sqrt{G}\, d_1 + n_i^{(1)} + \sum_{j=1,\, j\neq i}^{N} h_j \sqrt{S}\, r_{11}(i-j) d_1. \tag{23}$$

Видно, что в отличие от (21) в выражении (23) имеется третье слагаемое. Оно описывает помеху, которую пользователь создаёт сам из-за многолучёвости. Для простоты предположим, что задержки лучей кратны длительности одного элемента кодовой последовательности. Кроме того, будем считать, что уровень бокового лепестка функции автокорреляции минимален. Это значит, что при любом смещении кодовой последовательности при вычислении функции автокорреляции остаётся нескомпенсированным только один элемент последовательности, т. е. амплитуда боковых лепестков функции автокорреляции равна единице ($r_{11}(i-j) = 1$ при $i \neq j$). При этом помеховый сигнал не накапливается, его мощность одинакова на входе и выходе коррелятора и равна $S\Sigma_{j=1,\, j\neq i}^{N} |h_j|^2$.

В общем случае произвольного числа $Q$ пользователей и $N$ лучей из (20) получаем

$$z_i^{(p)} = \sqrt{S}\, h_i \sqrt{G}\, d_p + n_i^{(p)} + \sum_{j=1,\, j\neq i}^{N} h_j \sum_{q=1}^{Q} \sqrt{S}\, r_{pq}(i-j) d_q. \tag{24}$$

Предполагая, что помехи от различных пользователей статистически независимы, а функции взаимной корреляции кодовых последовательностей для разных абонентов имеют минимальные уровни боковых лепестков (аналогично функции автокорреляции), найдём мощность помехи:

$$\sigma_i^2 = \left\langle \left| \sum_{j=1,\, j\neq i}^{N} h_j \sum_{q=1}^{Q} \sqrt{S}\, r_{pq}(i-j) \right|^2 \right\rangle = SQ \sum_{j=1,\, j\neq i}^{N} |h_j|^2. \tag{25}$$

Учитывая принятую нормировку (9), получим, что величина $SQ$ в (25) имеет смысл усреднённого по релеевским замираниям отношения полной мощности сигналов всех обслуживаемых абонентов на входе приёмника к мощности собственного шума. Это отношение, которое можно измерить на практике, принято обозначать $I_{\mathrm{OR}}/I_{\mathrm{OC}}$. С учётом вышесказанного выражение для мощности шума можно записать в виде

$$\sigma_i^2 = \frac{I_{\mathrm{OR}}}{I_{\mathrm{OC}}} \sum_{j=1,\, j\neq i}^{N} |h_j|^2. \tag{26}$$

Теперь мгновенное значение ОСШП $\rho_i$ для $i$-го луча на выходе фильтра сжатия приёмника зависит от мгновенных значений случайных релеевских канальных коэффициентов $h_i$ и равно

$$\rho_i = \frac{\rho_0 \, |h_i|^2}{1 + \dfrac{I_{\mathrm{OR}}}{I_{\mathrm{OC}}} \displaystyle\sum_{j=1,\, j\neq i}^{N} |h_j|^2}, \tag{27}$$

где $\rho_0$ определено в формуле (10).

Учтём, что собственные шумы и помехи на разных выходах фильтра сжатия некоррелированы между собой. Тогда полное ОСШП $\rho$ при оптимальном суммировании сигналов отдельных запаздывающих лучей равно сумме ОСШП для отдельных лучей [10]. В результате получим, что

$$\rho = \rho_0 \sum_{i=1}^{N} \frac{|h_i|^2}{1 + \dfrac{I_{\mathrm{OR}}}{I_{\mathrm{OC}}} \displaystyle\sum_{j=1,\, j\neq i}^{N} |h_j|^2}. \tag{28}$$

Из (28) видно, что имеются два независимых параметра: параметр $\rho_0$ даёт возможность изменять ОСШ, а параметр $I_{\mathrm{OR}}/I_{\mathrm{OC}}$ позволяет задавать отношение мощности помехи к мощности шума на входе приёмника. Из (28) также видно, что в случае одного луча ($N = 1$) ОСШП не зависит от $I_{\mathrm{OR}}/I_{\mathrm{OC}}$, т. е. сигналы данной базовой станции, предназначенные для других пользователей в соте, не создают помеху для обслуживаемого пользователя. При этом ОСШП в (28) переходит в ОСШ в (10).

Сравним эффективность систем с АМС и РС при одинаковой пропускной способности. Средняя пропускная способность при АМС определяется с помощью формулы (2), в которой $f(\rho)$ — плотность вероятности ОСШП $\rho$. Тогда из (4) получим следующее выражение для коэффициента $K$, который описывает увеличение средней передаваемой мощности при РС:

$$K = \int_0^{\infty} \rho_{\mathrm{target}} \left[ \sum_{i=1}^{N} \frac{\rho_0 \, |h_i|^2}{1 + \dfrac{I_{\mathrm{OR}}}{I_{\mathrm{OC}}} \displaystyle\sum_{j=1,\, j\neq i}^{N} |h_j|^2} \right]^{-1} f(\rho)\, \mathrm{d}\rho. \tag{29}$$

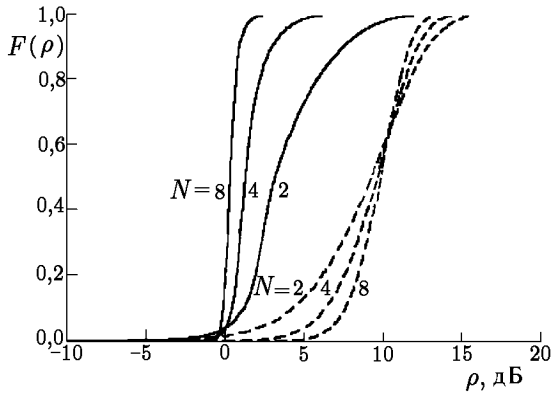


Рис. 7

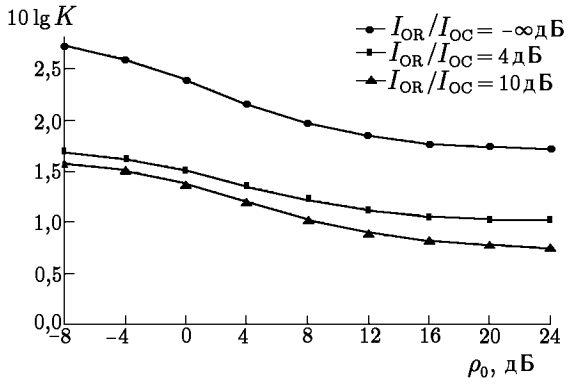


Рис. 8

В литературе обычно используется не дифференциальная плотность вероятности ОСШП $\rho$, а соответствующая ей интегральная вероятность $F(\rho)$ [4]. На рис. 7 показана интегральная функция распределения $F(\rho)$ ОСШП для $I_{\mathrm{OR}}/I_{\mathrm{OC}} = -\infty$ дБ, когда синхронная помеха отсутствует (пунктирные линии), и $I_{\mathrm{OR}}/I_{\mathrm{OC}} = 10$ дБ (сплошные линии) в случае 2-, 4- и 8-лучевого релеевского канала при среднем значении ОСШ в отсутствие помехи $\rho_0 = 10$ дБ. Видно, что ширина функций $f(\rho)$, которые соответствуют приведённым функциям $F(\rho)$, становится меньше, т. е. замирания становятся меньше при увеличении числа лучей и мощности синхронной помехи.

На рис. 8 показан коэффициент $K$ в зависимости от среднего значения ОСШ при различной относительной мощности синхронной помехи $I_{\mathrm{OR}}/I_{\mathrm{OC}} = -\infty$ (помеха отсутствует), 4 и 10 дБ. Видно, что коэффициент $K$ больше единицы ($10 \lg K > 0$). Это означает, что эффективность систем с АМС выше эффективности систем с РС при одинаковой пропускной способности. Например, дополнительная мощность для полной компенсации замираний в 2-лучевом релеевском канале при среднем ОСШ $\rho_0 = 20$ дБ равна 1,74; 1,03 и 0,78 дБ для $I_{\mathrm{OR}}/I_{\mathrm{OC}} = -\infty$; 4 и 10 дБ соответственно. Сравнение этих результатов с результатами, полученными для случая без помех, показывает, что дополнительная мощность для компенсации замираний при наличии помех становится меньше.

Теперь сравним пропускную способность систем с АМС и РС при одинаковой средней передаваемой мощности, т. е. при $S^{(\mathrm{AM})} = \langle S^{(\mathrm{PC})} \rangle$. Средняя пропускная способность при АМС может быть найдена на основании (2). Пропускная способность при РС уменьшается и может быть найдена из (7), где коэффициент $K$ вычисляется с помощью (29).

Средние пропускные способности $C^{(\mathrm{AMC})}$ и $C^{(\mathrm{PC})}$ в зависимости от ОСШ для 2- лучевого канала показаны на рис. 9 при относительной мощности синхронной помехи $I_{\mathrm{OR}}/I_{\mathrm{OC}} = 4$ дБ и на рис. 10 при $I_{\mathrm{OR}}/I_{\mathrm{OC}} = 10$ дБ. Видно, что в случае одинаковой средней передаваемой мощности пропускная способность при АМС больше, чем при РС. Однако при наличии помех различие между $C^{(\mathrm{AMC})}$ и $C^{(\mathrm{PC})}$ становится меньше, чем в случае с помехами. Например, если ОСШ $\rho_0 = 20$ дБ и $I_{\mathrm{OR}}/I_{\mathrm{OC}} = -\infty$; 4 и 10 дБ, то пропускная способность при АМС больше, чем при РС на 10, 7 и 6 % соответственно.

## 3. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе исследована эффективность адаптивной модуляции и кодирования (АМС) и управления мощностью (РС) в общем случае произвольной плотности вероятности ОСШП, т. е. в условиях произвольным образом замирающих сигналов. Показано, что применение АМС эффективнее использования РС. Для обеспечения одинаковой шенноновской пропускной способности средняя

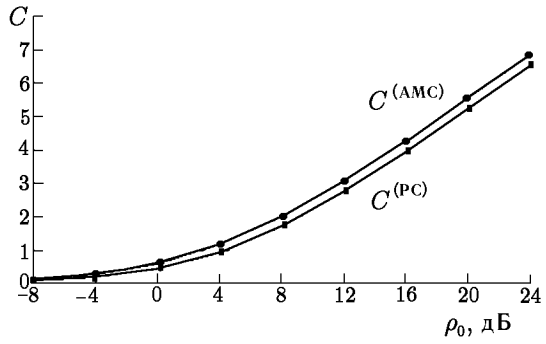


Рис. 9

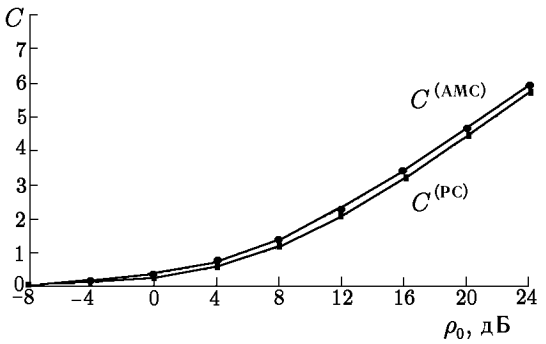


Рис. 10

передаваемая мощность при РС должна быть больше, чем при АМС. При одинаковой передаваемой мощности пропускная способность при АМС всегда больше пропускной способности при РС.

Рассмотрены системы с кодовым разделением пользователей (CDMA) в условиях многолучевого распространения радиоволн при произвольном числе лучей, имеющих статистически независимые релеевские замирания сигналов. В случае пренебрежимо малых помех из-за неполного разделения лучей (достаточно длинные кодовые последовательности и (или) малое число других пользователей в данной соте) получены аналитические выражения (16) и (17) для коэффициента $K$, который характеризует увеличение мощности при РС для обеспечения одинаковой пропускной способности при РС и АМС. Показано, что в случае 1-лучевого релеевского канала для полной компенсации замираний сигнала необходима бесконечно большая средняя передаваемая мощность. Это значит, что в этом случае любой технически совершенный контроль мощности не может полностью компенсировать замирания. При увеличении числа лучей глубина замираний уменьшается, поэтому необходимая средняя мощность становится меньше. Получены аналитические выражения (18) и (19), которые дают возможность сравнить пропускную способность при РС и при АМС при одинаковой средней передаваемой мощности.

Исследовано влияние собственной помехи (за счёт сигналов базовой станции, предназначенных другим пользователям) на эффективность CDMA-систем с АМС и с РС. Показано, что с увеличением мощности помех дополнительная мощность при РС, необходимая для их полной компенсации, уменьшается. Например, превышение мощности составляет 1,03 и 0,78 дБ для 2-лучевого релеевского канала, если среднее ОСШ равно 20 дБ и мощность помех больше мощности собственного шума на 4 и 10 дБ соответственно. При отсутствии помех дополнительная мощность при РС по сравнению с АМС составляет 1,74 дБ. При одинаковой излучаемой мощности пропускная способность системы с АМС всегда больше, чем системы с РС. Однако эта разница уменьшается при увеличении мощности помех.

Работа выполнена при поддержке одного из авторов Советом по государственной поддержке ведущих научных школ (грант № 00-15-96620), Российским фондом фундаментальных исследований (грант № 00-02-17602) и NATO (грант PST.CLG.977419).

**СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

1. Garg V. K. IS-95 CDMA and cdma2000: Cellular/PCS systems implementation. Prentice-Hall Inc., 2000.
2. Ojanpera T., Prasad R. Wideband CDMA for Third Generation Mobile Communication. London: Artech House, 1998.
3. Nanda S., Balachandran K., Kumar S. // IEEE Communications Magazine. 2000. V. 38, No. 11. P. 54.

4. Bender P., Black P., Grob M., Padovani R., Sindhushayana N., Viterbi A. // IEEE Communications Magazine. 2000. V. 38, No. 7. P. 70.
5. Hanzo L., Wong C. H., Cherriman P. // IEEE Signal Processing Magazine. 2000. V. 7. P. 10.
6. Proakis J. D. Digital Communications. McGraw-Hill, 1995.
7. Финк Л. М. Теория передачи дискретных сообщений. М.: Советское радио, 1970.
8. Gallager R. G. Information Theory and Reliable Communication. N. Y.: John Wiley and Sons, 1968.
9. Градштейн И. С., Рыжик И. М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М.: Наука, 1971.
10. Brennan D. G. // Proc. of the IRE. 1955. V. 43. P. 1 530.

[1] Nortel Networks, Harlow Laboratories, Harlow, United Kingdom
[2] Научно-техническая фирма «Мера», г. Нижний Новгород, Россия
[3] Нижегородский государственный технический университет, г. Нижний Новгород, Россия

Поступила в редакцию
24 апреля 2001 г.

**COMPARATIVE PERFORMANCE OF CELLULAR-COMMUNICATION SYSTEMS USING ADAPTIVE MODULATION AND CODING AND OF SYSTEMS WITH POWER CONTROL**

*D. D. N. Bevan, V. T. Ermolayev, E. A. Mavrichev, and A. G. Flaksman*

A comparative analysis is carried out of the performance of a cellular communications system with adaptive modulation and coding (AMC) and a system with power control (PC). It is shown that the performance of an AMC system is higher than the performance of a PC system for an arbitrary probability density of the signal fading. In order to achieve identical throughput of these two systems, the mean transmit power for PC must be greater than that for AMC. For identical mean transmit power, the throughput of a system with AMC is always greater than that of a system with PC. We consider code division multiple access (CDMA) systems with arbitrary numbers of fading time-taps (paths), having statistically independent Rayleigh fading of the signals from different paths. The influence of self-interference on AMC and PC performance is investigated. This self-interference results from non-ideal path separation in the receiver.

УДК 621.396.67.01

# СТАТИСТИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ КРИТЕРИЕВ AIC И MDL В ЗАДАЧЕ ОЦЕНКИ ЧИСЛА ИСТОЧНИКОВ МНОГОМЕРНЫХ СИГНАЛОВ В СЛУЧАЕ КОРОТКОЙ ВЫБОРКИ

*В. Т. Ермолаев, А. А. Мальцев, К. В. Родюшкин*

В настоящее время существует ряд методов оценивания числа источников сигналов, принимаемых антенной решёткой. Наиболее известными из них являются методы, основанные на критериях AIC (Akaike Information Criterion) и MDL (Minimum Description Length). Исследованию статистических характеристик этих методов посвящено достаточно большое число работ. Однако полученные в этих работах результаты справедливы для неизвестной мощности собственного шума, и найденные теоретические оценки носят асимптотический характер. Анализ характеристик этих методов для случая коротких выборок, как правило, проводится путём численного моделирования. В данной работе находятся статистические характеристики методов, основанных на критериях AIC и MDL, при известном уровне собственного шума антенной решётки. Показано, что при такой постановке задачи характеристики оценки числа источников многомерных сигналов этими методами могут быть рассчитаны на основе аналитических формул, полученных авторами для распределения максимального шумового собственного числа выборочной корреляционной матрицы гауссовских входных сигналов. Получены аналитические выражения для расчёта вероятности переоценки числа источников сигналов, справедливые для любой длины выборки.

## ВВЕДЕНИЕ

Для оценки числа источников сигналов, принимаемых антенной решёткой (АР), применяются различные методы. Большинство этих методов основано на анализе функции правдоподобия, а также собственных чисел и собственных векторов выборочной корреляционной матрицы сигналов, принимаемых АР. Наиболее известными из них являются информационный критерий Акаики (AIC, Akaike Information Criterion) [1] и критерий минимальной длины описания (MDL, Minimum Description Length) [2, 3]. Исследованию статистических характеристик этих методов посвящено достаточно большое число работ [4, 5], однако аналитические результаты, полученные в данных работах, являются асимптотическими и справедливы для большого числа выборок входных сигналов при неизвестной мощности собственного шума. Анализ статистических характеристик этих методов для случая коротких выборок, как правило, проводится путём численного моделирования.

В данной работе для AIC- и MDL-методов находятся аналитические выражения для вероятности переоценки числа достаточно мощных источников сигналов при любой длине выборки и известном уровне собственного шума АР. При этом предполагается, что собственный шум элементов АР и внешние сигналы являются комплексными гауссовскими процессами. В этом случае вероятность переоценки числа источников многомерных сигналов данными методами может быть рассчитана на основе аналитических формул, полученных авторами для распределения максимального шумового собственного числа выборочной корреляционной матрицы гауссовских входных сигналов [6, 7].

## 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим следующую модель сигналов, принимаемых АР:

$$\mathbf{x}(t) = \sum_{l=1}^{K} a_l(t)\mathbf{s}_l + \mathbf{n}(t), \qquad (1)$$

где $\mathbf{x}(t)$ — вектор-столбец длины $N$ сигналов на выходах элементов АР, $K$ — число внешних источников, $a_l(t)$ — комплексный гауссовский сигнал $l$-го источника с нулевым средним, $\mathbf{s}_l$ — вектор-столбец длины $N$ волнового фронта сигнала $l$-го источника, $\mathbf{n}(t)$ — вектор-столбец длины $N$ собственного шума элементов АР, $N$ — число элементов АР. Будем считать, что источники сигналов взаимно некоррелированы, а собственный шум $\mathbf{n}(t)$ является комплексным гауссовским белым шумом с нулевым средним значением и единичной корреляционной матрицей. Задача оценки числа источников сигналов для модели (1) заключается в оценке числа $K$ по заданной конечной выборке $\mathbf{x}_i = \mathbf{x}(t_i)$, где $i = 1, 2, \ldots, L$, векторов сигнала с помощью некоторого статистически обоснованного алгоритма или критерия.

Рассмотрим оценку числа источников сигналов с помощью известных критериев AIC [1] и MDL [2, 3]. Согласно этим критериям оценкой числа источников сигналов является величина $k$, минимизирующая функцию $\mathrm{AIC}(k)$ или функцию $\mathrm{MDL}(k)$, которые задаются формулами

$$\mathrm{AIC}(k) = -2 \max L(k) + 2T(k), \tag{2}$$

$$\mathrm{MDL}(k) = -\max L(k) + [T(k)/2] \ln L, \tag{3}$$

где $T(k)$ — число независимых параметров, определяющих модель (1) при наличии $k$ источников, $\max L(k)$ — максимум логарифма функции правдоподобия при вариации неизвестных параметров этой функции в рамках ограничений, задаваемых моделью (1) при фиксированном числе источников $k$.

## 2. СВЯЗЬ МЕТОДОВ AIC И MDL С СОБСТВЕННЫМИ ЧИСЛАМИ ВЫБОРОЧНОЙ КОРРЕЛЯЦИОННОЙ МАТРИЦЫ

Для рассматриваемой модели гауссовского сигнала (1) логарифм функции правдоподобия можно записать в следующем виде:

$$L(k) = -L \,\mathrm{Sp}[\mathbf{M}^{-1}(k)\hat{\mathbf{M}}] - L \ln |\mathbf{M}(k)| - NL \ln \pi. \tag{4}$$

Здесь $\mathbf{M}(k) = \langle \mathbf{x}(t)\mathbf{x}^{\mathrm{H}}(t) \rangle$ — корреляционная матрица вектора сигналов (1) при $K = k$, $\hat{\mathbf{M}} = L^{-1} \sum_{i=1}^{L} \mathbf{x}_i \mathbf{x}_i^{\mathrm{H}}$ — выборочная корреляционная матрица, $N$ — размерность АР и, соответственно, вектора $\mathbf{x}(t)$, $L$ — число выборок вектора $\mathbf{x}(t)$, $\mathrm{Sp}[\mathbf{y}]$ — след матрицы $y$, $|\mathbf{M}(k)|$ — детерминант корреляционной матрицы, H — знак эрмитова сопряжения.

Запишем корреляционную матрицу $\mathbf{M}(k)$ и выборочную корреляционную матрицу $\hat{\mathbf{M}}$ в виде разложений:

$$\mathbf{M}(k) = \sum_{i=1}^{N} \lambda \boldsymbol{\varphi}_i \boldsymbol{\varphi}_i^{\mathrm{H}}, \qquad \hat{\mathbf{M}} = \sum_{j=1}^{N} \hat{\lambda}_j \hat{\boldsymbol{\varphi}}_j \hat{\boldsymbol{\varphi}}_j^{\mathrm{H}}, \tag{5}$$

где $\lambda_i$ и $\boldsymbol{\varphi}_i$ — собственные числа и собственные векторы матрицы $\mathbf{M}(k)$, $\hat{\lambda}_j$ и $\hat{\boldsymbol{\varphi}}_j$ — собственные числа и собственные векторы матрицы $\hat{\mathbf{M}}$. Собственные числа полагаем упорядоченными по убыванию (невозрастанию) величины. С использованием (5) логарифм функции правдоподобия (4) можно записать в следующем виде:

$$L(k) = -L \sum_{i=1}^{N} \lambda_i^{-1} \boldsymbol{\varphi}_i^{\mathrm{H}} \hat{\mathbf{M}} \boldsymbol{\varphi}_i - L \sum_{i=1}^{N} \ln \lambda_i - NL \ln \pi. \tag{6}$$

Данное выражение состоит из трёх слагаемых. Первое слагаемое зависит как от собственных чисел $\lambda_i$, так и от собственных векторов $\boldsymbol{\varphi}_i$. Второе слагаемое зависит только от собственных чисел $\lambda_i$, а третье

слагаемое зависит только от фиксированных параметров. Для нахождения максимума функции $L(k)$ рассмотрим сначала, при каких собственных векторах $\boldsymbol{\varphi}_i$ достигается максимум первого слагаемого и, следовательно, всего выражения (6).

Указанное слагаемое представляет собой взвешенную сумму квадратичных форм. Можно показать, что такая сумма достигает своего минимума или максимума тогда, когда собственные векторы $\boldsymbol{\varphi}_i$ одним из $N!$ способов совпадают с собственными векторами $\hat{\boldsymbol{\varphi}}_j$ выборочной корреляционной матрицы $\hat{\mathbf{M}}$, т. е. когда $\boldsymbol{\varphi}_i = \hat{\boldsymbol{\varphi}}_j$ при $j = s(i)$, где $s(i)$ — одна из $N!$ возможных перестановок. С учётом этого первое слагаемое в (6) записывается следующим образом:

$$-L\sum_{i=1}^{N}\lambda_i^{-1}\boldsymbol{\varphi}_i^{\mathrm{H}}\hat{\mathbf{M}}\boldsymbol{\varphi}_i = -L\sum_{i=1}^{N}\lambda_i^{-1}\hat{\lambda}_{s(i)}. \tag{7}$$

Поскольку собственные числа упорядочены, то очевидно, что максимум выражения (7) достигается при $s(i) = i$. Следовательно, логарифм функции правдоподобия, максимизированный по собственным векторам $\boldsymbol{\varphi}_i$ корреляционной матрицы $\mathbf{M}(k)$, записывается в виде

$$\max_{\boldsymbol{\varphi}_1,\ldots,\boldsymbol{\varphi}_N} L(k) = -L\sum_{i=1}^{N}\left(\lambda_i^{-1}\hat{\lambda}_i + \ln\lambda_i\right) - NL\ln\pi. \tag{8}$$

Выражение (8) содержит сумму слагаемых, каждое из которых зависит только от определённого собственного числа $\lambda_i$. Поэтому для нахождения максимума всего выражения достаточно найти максимум каждого из слагаемых $\left[-\left(\lambda_i^{-1}\hat{\lambda}_i + \ln\lambda_i\right)\right]$ по $\lambda_i$. При поиске максимума отдельного слагаемого необходимо учесть ограничения, налагаемые на собственные числа матрицы $\mathbf{M}(k)$. Для рассматриваемой модели сигнала (1) (при $K = k$) с учётом того, что мощность собственного шума каждого элемента АР априори задана и равна единице, эти ограничения имеют вид

$$\begin{aligned} &\lambda_i > 1, \quad i = 1,\ldots,k; \\ &\lambda_i = 1, \quad i = k+1,\ldots N. \end{aligned} \tag{9}$$

Легко показать, что максимум каждого слагаемого в выражении (8) достигается при следующих собственных числах:

$$\lambda_i = \begin{cases} \hat{\lambda}_i, & i \le k \text{ и } \hat{\lambda}_i \ge 1; \\ 1, & i > k \text{ или } \hat{\lambda}_i < 1. \end{cases} \tag{10}$$

Подставляя (10) в (8), получим следующее выражение для максимального значения логарифма функции правдоподобия, входящего в формулы (2) и (3):

$$\max_{\boldsymbol{\varphi}_1,\ldots,\boldsymbol{\varphi}_N;\lambda_1,\ldots,\lambda_N} L(k) = -L\sum_{i=1}^{\min\{k,l\}}\left(1 + \ln\hat{\lambda}_i - \hat{\lambda}_i\right) - L\sum_{i=1}^{N}\hat{\lambda}_i - NL\ln\pi, \tag{11}$$

где $l$ — количество собственных чисел выборочной корреляционной матрицы $\hat{\mathbf{M}}$, превышающих единицу.

Зависимость $T(k)$ в выражениях (2) и (3), имеющую смысл числа независимых параметров модели принимаемого сигнала (1), найдём по аналогии с [4]. При наличии $k$ источников сигналов корреляционная матрица $\mathbf{M}(k)$ полностью определяется $k$ вещественными собственными числами и соответствующими им $k$ комплексными собственными векторами (мощность собственного шума предполагается

известной и равной единице). Таким образом, получаем $k+2kN$ вещественных параметров, описывающих матрицу $\mathbf{M}(k)$. Однако не все эти параметры независимы. На $k$ собственных векторов налагаются условия нормировки и условие взаимной ортогональности собственных векторов, уменьшающие число параметров соответственно на $2k$ и на $k\,(k-1)$. Следовательно, число независимых вещественных параметров, полностью определяющих матрицу $\mathbf{M}(k)$, равно

$$T(k) = k\,(2N-k). \tag{12}$$

Таким образом, с учётом (11) и (12) выражения (2) и (3) записываются в следующем виде:

$$\mathrm{AIC}(k) = 2L \sum_{i=1}^{\min\{k,l\}} \left(1 + \ln\hat{\lambda}_i - \hat{\lambda}_i\right) + 2k\,(2N-k) + 2L\sum_{i=1}^{N}\hat{\lambda}_i + 2NL\ln\pi, \tag{13}$$

$$\mathrm{MDL}(k) = L \sum_{i=1}^{\min\{k,l\}} \left(1 + \ln\hat{\lambda}_i - \hat{\lambda}_i\right) + (k/2)\,(2N-k)\,\ln L + L\sum_{i=1}^{N}\hat{\lambda}_i + NL\ln\pi. \tag{14}$$

Для нахождения вероятности переоценки числа источников сигналов методом AIC рассмотрим приращение функции $\mathrm{AIC}(k)$:

$$\Delta\mathrm{AIC}(k) = \mathrm{AIC}(k+1) - \mathrm{AIC}(k). \tag{15}$$

Поскольку критерий AIC заключается в поиске минимума функции $\mathrm{AIC}(k)$, то вероятность переоценки числа источников сигналов можно записать как сумму вероятностей следующих событий:

$$P\{\hat{K} > K\} = P\{\Delta\mathrm{AIC}(K) < 0\} + P\{\Delta\mathrm{AIC}(K) \geq 0, \Delta\mathrm{AIC}(K+1) < -\Delta\mathrm{AIC}(K)\} + \ldots. \tag{16}$$

Можно показать, что величины слагаемых в этой сумме быстро убывают. Поэтому будем считать, что

$$P\{\hat{K} > K\} \approx P\{\Delta\mathrm{AIC}(K) < 0\}. \tag{17}$$

Используя (13), выразим $\Delta\mathrm{AIC}(K)$ через собственные числа выборочной корреляционной матрицы:

$$\Delta\mathrm{AIC}(K) = \begin{cases} 2\,[2\,(N-K)-1] + 2L\,(1 + \ln\hat{\lambda}_{K+1} - \hat{\lambda}_{K+1}), & \hat{\lambda}_{K+1} > 1; \\ 2\,[2\,(N-K)-1], & \hat{\lambda}_{K+1} \leq 1. \end{cases} \tag{18}$$

Поскольку функция $\ln\hat{\lambda}_{K+1} - \hat{\lambda}_{K+1}$ при $\hat{\lambda}_{K+1} > 1$ является монотонно убывающей, то можно утверждать, что вероятность переоценки числа источников сигналов для метода AIC равна вероятности превышения $K+1$ собственным числом выборочной корреляционной матрицы некоторого порога $h_{\mathrm{AIC}}(K+1)$:

$$P_{\mathrm{AIC}}\{\hat{K} > K\} = P\{\hat{\lambda}_{K+1} > h_{\mathrm{AIC}}(K+1)\}. \tag{19}$$

Порог $h_{\mathrm{AIC}}(K+1)$ вычисляется путём решения алгебраического уравнения

$$h_{\mathrm{AIC}}(K+1) - \ln h_{\mathrm{AIC}}(K+1) = 1 + [2\,(N-K)-1]/L, \tag{20}$$

полученного из (18). Уравнение (20) имеет два корня, первый из которых меньше единицы, а второй — больше единицы. В качестве порога $h_{\mathrm{AIC}}(K+1)$ следует брать корень, больший единицы, поскольку

из (18) следует, что приращение $\Delta\mathrm{AIC}(K)$ может быть отрицательным только при $\hat{\lambda}_{K+1} > 1$. Аналогичным образом можно получить выражение для вероятности переоценки числа сигналов для метода MDL:

$$P_{\mathrm{MDL}}\{\hat{K} > K\} = P\{\hat{\lambda}_{K+1} > h_{\mathrm{MDL}}(K+1)\}, \tag{21}$$

и уравнение для порогового значения $h_{\mathrm{MDL}}(K+1)$ для $K+1$ собственного числа:

$$h_{\mathrm{MDL}}(K+1) - \ln h_{\mathrm{MDL}}(K+1) = 1 + \frac{2\,(N-K)-1}{2L}\ln L. \tag{22}$$

### 3. ВЕРОЯТНОСТЬ ПЕРЕОЦЕНКИ ЧИСЛА ИСТОЧНИКОВ СИГНАЛОВ ДЛЯ МЕТОДОВ AIC И MDL

В работах [6], [7] для случая, когда число выборок не меньше числа элементов решётки ($L \geq N$), получены интегральные функции распределения максимального шумового собственного числа $\hat{\lambda}_{K+1}$ выборочной корреляционной матрицы в отсутствие внешних источников ($K = 0$) и при наличии одного мощного источника ($K = 1$). По аналогии с работами [6, 7] можно получить выражение для интегральной функции распределения максимального шумового собственного числа $\hat{\lambda}_{K+1}$ для любого числа $K < N$ мощных по сравнению с собственным шумом источников и любого числа $L > K$ выборок вектора сигналов АР:

$$F(K,N,L,\lambda) = \begin{cases} \left|\dfrac{\gamma\,(L-N+i+j-1,L\lambda)}{\Gamma(L-N+i)\,\Gamma(j)}\right|, & \{i,j\}=1,\ldots,N-K, \quad L \geq N; \\ \left|\dfrac{\gamma\,(N-L+i+j-1,L\lambda)}{\Gamma(N-L+i)\,\Gamma(j)}\right|, & \{i,j\}=1,\ldots,L-K, \quad L < N, \end{cases} \tag{23}$$

где $\Gamma(\alpha)$ и $\gamma(\alpha,x)$ — соответственно полная и неполная гамма-функции [8]. Таким образом, с учётом (23) легко получить вероятность переоценки числа источников сигналов при использовании методов AIC и MDL:

$$P_{\mathrm{AIC,MDL}}\{\hat{K} > K\} = P\{\lambda_{K+1} > h_{\mathrm{AIC,MDL}}(K+1)\} = 1 - F(K,N,L,h_{\mathrm{AIC,MDL}}(K+1)), \tag{24}$$

где пороги $h_{\mathrm{AIC}}(K+1)$ и $h_{\mathrm{MDL}}(K+1)$ для собственных чисел выборочной корреляционной матрицы находятся из уравнений (20) и (22). Нетрудно видеть, что вероятность переоценки числа источников сигналов для критериев AIC и MDL не является постоянной, а зависит от параметров $N$, $L$ и числа источников $K$. Если потребовать, чтобы система оценивания числа источников имела постоянную вероятность переоценки, необходимо применить метод последовательного сравнения собственных чисел $\hat{\lambda}_{k+1}$ с порогами $h_{\mathrm{EIG}}(k+1)$ (так называемый $\lambda$-тест). Пороги $h_{\mathrm{EIG}}(k+1)$ для собственных чисел $\hat{\lambda}_{k+1}$ вычисляются из уравнения

$$P_{\mathrm{over}} = 1 - F(k,N,L,h_{\mathrm{EIG}}(k+1)), \tag{25}$$

где $P_{\mathrm{over}}$ — заданная вероятность переоценки числа источников сигналов. В этом случае (при использовании $\lambda$-теста) вероятность переоценки числа сигналов $P\{\hat{K} > K\}$ не будет зависеть ни от размера решётки $N$, ни от числа выборок $L$, ни от числа источников $K$ при условии, что их мощность много больше собственного шума элементов АР. Подстановка (23) в (25) позволяет найти такие пороги $h_{\mathrm{EIG}}(k+1)$ без использования стохастического моделирования.

Для проверки полученных результатов было проведено численное моделирование методов оценки числа источников на основе критериев AIC и MDL для случаев $K = 0; 1$. Для антенных решёток

с различным числом элементов ($N = 5; 10$) путём стохастического моделирования (по 100 000 экспериментам) были получены экспериментальные зависимости вероятности переоценки числа сигналов от числа выборок $L$ для двух случаев: $K = 0$ (рис. 1) и $K = 1$ (рис. 2).

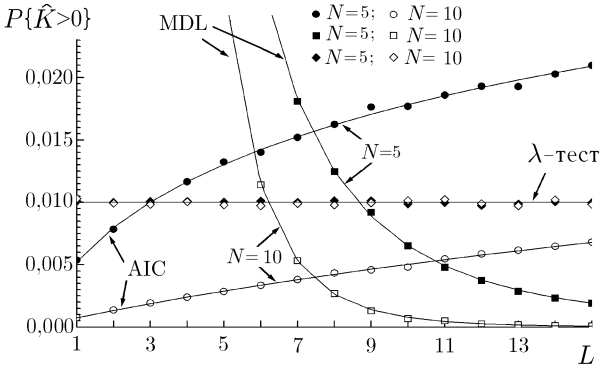


Рис. 1. Зависимость вероятности ложного обнаружения источника ($K = 0$) от числа выборок $L$ для 5- и 10-элементных антенных решёток

На рис. 1 для случая $K = 0$ (задача обнаружения источника) представлены экспериментальные зависимости вероятности переоценки числа источников (вероятности ложного обнаружения $P\{\hat{K} > 0\}$) методами AIC (окружности), MDL (квадраты) и при использовании $\lambda$-теста (ромбы), который в рассматриваемом случае $K = 0$ сводится к сравнению максимального собственного числа с порогом [9]. Пороговое значение $h_{\mathrm{EIG}}(1)$ для максимального собственного числа в последнем случае вычислялось для вероятности ложной тревоги $P_{\mathrm{over}} = 0{,}01$ из уравнения (25). Также на рис. 1 представлены теоретические зависимости вероятности ложного обнаружения источника методами AIC и MDL (сплошные линии), рассчитанные с помощью полученных выше выражений (20) и (22)–(24). Экспериментальные точки и теоретические кривые построены для 5- и 10-элементной АР (чёрные и светлые точки соответственно).

На рис. 2 для случая $K = 1$ (задача разрешения двух источников) представлены экспериментальные зависимости вероятности переоценки числа источников (вероятность ложного разрешения), по-

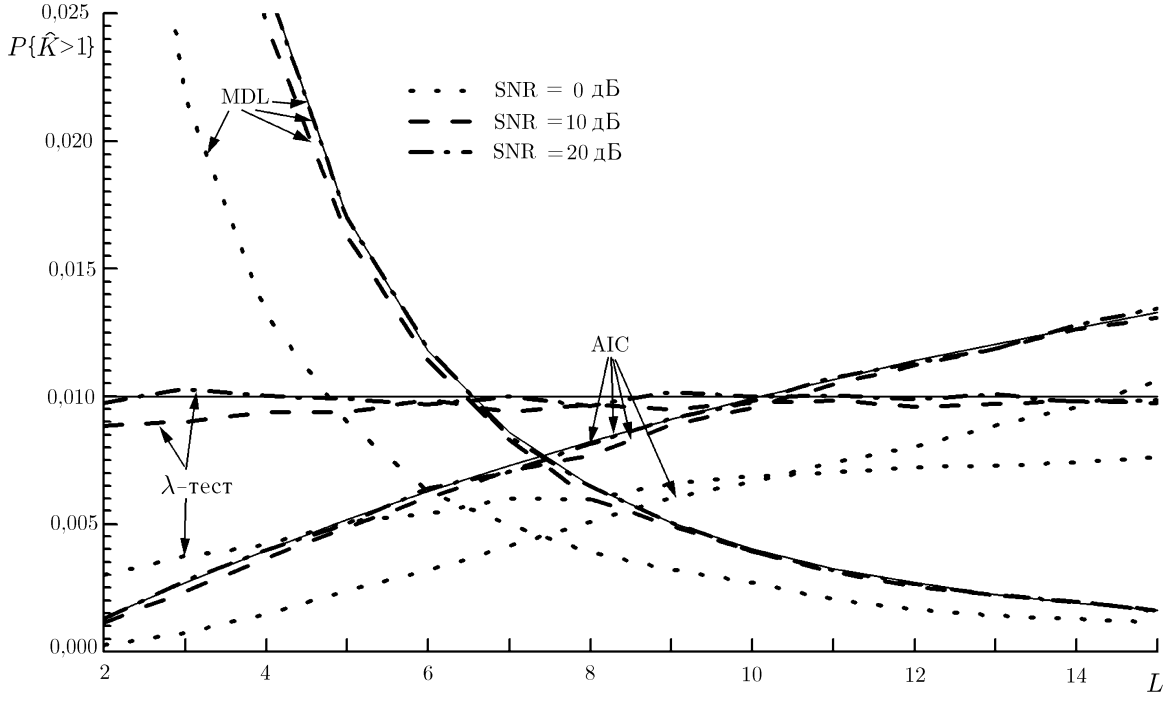


Рис. 2. Зависимость вероятности ложного разрешения источников ($K = 1$) от числа выборок $L$ для 5-элементной антенной решётки

лученные методом стохастического моделирования, при различной мощности источника (пунктирные линии соответствуют отношению сигнал/шум SNR = 0 дБ, штриховые линии —SNR = 10 дБ, штрих-пунктирные линии — SNR = 20 дБ) для всех трёх методов (AIC, MDL, $\lambda$-тест). Пороги для $\lambda$-теста вычислялись из уравнения (25) при вероятности ложной тревоги $P_{\text{over}} = 0{,}01$ . Также на рис. 2 представлены теоретические зависимости вероятности ложного разрешения сигналов методами AIC и MDL (сплошные линии, SNR = $\infty$), рассчитанные с помощью полученных выше выражений (20) и (22)–(24). Все кривые на рис. 2 построены для случая 5-элементной АР. Как видно из рис. 2, при мощности внешнего источника больше 10 дБ имеет место достаточно точное совпадение теоретических и экспериментальных кривых. Полученные результаты также демонстрируют, что в отличие от методов AIC и MDL использование $\lambda$-теста с порогами, рассчитанными по формуле (25), действительно даёт постоянную вероятность переоценки числа сигналов.

В заключение отметим, что предложенная в данной работе методика позволяет для любого обьёма выборки $L$, числа элементов антенной решётки $N$ и числа мощных источников $K$ теоретически рассчитывать вероятность переоценки числа источников при использовании методов AIC и MDL.

Для метода оценки числа источников сигналов, основанного на последовательном сравнении собственных чисел выборочной корреляционной матрицы с соответствующими порогами ($\lambda$-тест), в данной работе получены уравнения, позволяющие вычислять пороги для заданной вероятности переоценки числа источников при любом размере выборки $L$, числе элементов антенной решётки $N$ и числе источников $K$.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проекты № 00–02–17602, 00–15–96620) и NATO (грант PST.CLG. 977419).

**СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

1. Akaike H. // IEEE Transactions on Automatic Control. 1974. V. 19, No. 6. P. 716.
2. Schwarz G. // The Annals of Statistic. 1978. V. 6, No. 2. P 461.
3. Rissanen J. // Automatica. 1983. V. 14, No. 2. P. 465.
4. Wax M., Kailath T. // IEEE Trans. Acoust. Speech, Signal Processing. 1985. V. 33. P. 387.
5. Xu W., Kaveh M. // IEEE Transactions on Signal Processing. 1995. V. 43, No 6.
6. Ермолаев В. Т., Родюшкин К. В. // Изв. вузов. Радиофизика. 1999. Т. 42, № 5. С. 494.
7. Ermolaev V. T., Maltsev A. A., Rodyushkin K. V., Presti L. Lo. // Proceedings of the 3-rd International Conference on Antenna Theory and Techniques, Sevastopil, Ukraine, September 8–11, 1999. P. 269.
8. Янке Е., Эдме Ф., Лёш Ф. Специальные функции. М.: Мир, 1968.
9. Ermolaev V. T., Maltsev A. A., Rodyushkin K. V., Presti L. Lo. Sellone S. // Proceedings of the International Conference on Electromagnetics in Advanced Applications (ICEAA99), Torino, Italy, September 13–17, 1999. P. 543.

Нижегородский госуниверситет им. Н. И. Лобачевского,
г. Нижний Новгород, Россия

Поступила в редакцию
14 декабря 2000 г.

## STATISTICAL CHARACTERISTICS OF THE AIC AND MDL CRITERIA IN THE PROBLEM OF ESTIMATING THE NUMBER OF MULTIVARIATE SIGNALS IN THE CASE OF A SHORT SAMPLE

*V. T. Ermolaev, A. A. Maltsev, and K. V. Rodyushkin*

At present, there are a number of methods for estimating the number of signal sources detected by an antenna array. The most well-known methods are based on the AIC (Akaike Information Criterion) and MDL (Minimum Description Length) criteria. The statistical characteristics of these methods were analyzed in a number of papers. However, the results obtained are valid for unknown internal-noise power, and the corresponding theoretical estimates have asymptotic character. In the case of a short sample, the characteristics of these methods are usually analyzed on the basis of computer simulations. In this paper, we find the AIC and MDL statistical characteristics in case of a known internal-noise power of the antenna array. It is shown that within the framework of such a formulation of the problem, the characteristics of the estimate of the number of multivariate-signal sources, obtained using these methods, can be calculated on the basis of the analytical formulas for the maximal eigenvalue distribution of the sample correlation matrix of Gaussian input signals, which were derived by the authors in [3]. Analytical formulas for the false-alarm probability are obtained for a sample of an arbitrary size.

УДК 519.217:517.977.57

# ИССЛЕДОВАНИЕ АЛГОРИТМОВ ОЦЕНИВАНИЯ СИГНАЛОВ ПРИ ПОТОКЕ ИМПУЛЬСНЫХ ВОЗМУЩЕНИЙ

*О. В. Польдин, А. М. Силаев*

Методами марковской теории оптимальной нелинейной фильтрации выводятся уравнения алгоритма оценивания случайных сигналов, описываемых линейными разностными уравнениями в дискретном времени, при потоке импульсных возмущений. Оптимальные оценки сигналов представляются в виде суммы вспомогательных оценок, учитывающих воздействие импульсных возмущений, отстоящих друг от друга на кратное число импульсов. Приводятся результаты математического моделирования и обсуждается структура алгоритма.

## ВВЕДЕНИЕ

Аппарат теории условных марковских процессов в настоящее время широко используется для решения задач обработки сигналов [1–3]. В большинстве работ рассматриваются модели диффузионных марковских процессов, описываемых системами уравнений с учётом белых гауссовских шумовых возмущений. Однако в ряде задач для описания моделей формирования сигналов и помех необходимо наряду с шумом рассматривать возмущения импульсного типа. Проблема оптимального оценивания сигналов при импульсных и шумовых возмущениях возникает при проектировании систем управления и стабилизации, функционирующих в изменяющихся условиях, при слежении за траекториями маневрирующих объектов в радиолокации, при резких изменениях уровня полезных сигналов и помех в радиосвязи и во многих других практических задачах. В данной работе предполагается, что реальную последовательность импульсов можно аппроксимировать марковским импульсным случайным процессом, описываемым линейными разностными уравнениями в дискретном времени. В этом случае в результате усреднения по статистическим характеристикам импульсных и шумовых возмущений находятся алгоритмы оптимального оценивания сигналов методом суммирования по кратному числу импульсов и вычисляются апостериорные дисперсии, позволяющие характеризовать точность оценивания в текущий момент времени.

## 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Пусть расширенный вектор состояния $\mathbf{z}_k$ динамической системы и наблюдаемый векторный процесс $\mathbf{y}_k$ описываются линейными уравнениями в дискретном времени:

$$\begin{aligned} \mathbf{z}_{k+1} &= \mathbf{F}_k \mathbf{z}_k + \boldsymbol{\alpha}_k + \mathbf{G}_k \boldsymbol{\xi}_k + \sum_{i=1}^{\infty} \mathbf{A}_i \delta(k, \tau_i), \\ \mathbf{y}_{k+1} &= \mathbf{H}_{k+1} \mathbf{z}_{k+1} + \boldsymbol{\eta}_{k+1}. \end{aligned} \tag{1}$$

Здесь $\mathbf{F}_k$, $\mathbf{G}_k$, $\mathbf{H}_{k+1}$, $\boldsymbol{\alpha}_k$ — заданные матрицы и векторы, $\{\boldsymbol{\xi}_k\}$ и $\{\boldsymbol{\eta}_k\}$ — последовательности независимых векторных гауссовских случайных величин с нулевыми средними значениями и матрицами ковариаций $\mathbf{Q}_k$ и $\mathbf{R}_k$ соответственно, $\mathbf{A}_i$ и $\tau_i$ — случайные амплитуды и моменты появления импульсных возмущений, $\delta(k, \tau_i)$ — символ Кронекера, $k = 0, 1, 2, \ldots$. Предположим, что все амплитуды взаимонезависимы и одинаково распределены с плотностью вероятности $P_{\mathrm{a}}(\mathbf{A}_i)$, начальная плотность

вероятности процесса $\mathbf{z}_k$ при $k = 0$ равна $P_{z_0}(\mathbf{z}_0)$, а моменты появления импульсных возмущений $\tau_i$ образуют случайный точечный марковский процесс в дискретном времени и описываются геометрическими условными распределениями вероятностей

$$P(\tau_i \,|\, \tau_{i-1}) = \begin{cases} \nu\,(1-\nu)^{\tau_i - \tau_{i-1}}, & \tau_i \geq \tau_{i-1} + 1; \\ 0, & \tau_i \leq \tau_{i-1}, \end{cases}$$

где $i = 1, 2, 3, \ldots$, $\tau_0 \equiv 0$, $\nu$ — заданный параметр. Задача состоит в том, чтобы в момент времени $k$ по наблюдениям $\mathbf{y}_1^k = \{\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2, \ldots, \mathbf{y}_k\}$ получить оптимальную оценку процесса $\mathbf{z}_k$.

## 2. УРАВНЕНИЯ АЛГОРИТМА ОЦЕНИВАНИЯ

Следуя [4], можно получить рекуррентное уравнение для апостериорной плотности вероятности процесса $\mathbf{z}_k$:

$$W_{\mathbf{z}_{k+1}}(\mathbf{z}_{k+1}, k+1) = \\ = c\,\psi(\mathbf{y}_{k+1} \,|\, \mathbf{z}_{k+1}) \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \Big[(1-\nu)\,\pi(\mathbf{z}_{k+1} \,|\, \mathbf{z}_k) + \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \pi(\mathbf{z}_{k+1} - \mathbf{A} \,|\, \mathbf{z}_k) P_{\mathrm{a}}(\mathbf{A})\,\mathrm{d}\mathbf{A}\Big] W_{\mathbf{z}_k}(\mathbf{z}_k, k)\,\mathrm{d}\mathbf{z}_k, \quad (2)$$

где $c$ — нормировочный коэффициент, а начальное условие имеет вид $W_{\mathbf{z}_k}(\mathbf{z}_k, k)|_{k=0} = P_{\mathbf{z}_0}(\mathbf{z}_0)$. Переходные плотности вероятности $\psi(\mathbf{y}_{k+1} \,|\, \mathbf{z}_{k+1})$ и $\pi(\mathbf{z}_{k+1} \,|\, \mathbf{z}_k)$ соответствуют уравнениям (1) для наблюдений $\mathbf{y}_{k+1}$ и процесса $\mathbf{z}_k$ (без импульсных возмущений) и выражаются через гауссовские плотности вероятности шумовых процессов $\boldsymbol{\eta}_{k+1}$ и $\boldsymbol{\xi}_k$. Уравнение (2) является аналогом известного уравнения Колмогорова—Феллера—Стратоновича, описывающего апостериорную плотность вероятности разры́вного марковского сигнала в непрерывном времени при пуассоновском потоке импульсных возмущений.

При выводе выражения (2) производится усреднение и суммирование по бесконечному числу всех импульсных возмущений в модели сигнала (1). Можно просуммировать упорядоченные во времени импульсные возмущения иначе: например, отдельно все импульсы с чётными номерами и отдельно все импульсы с нечётными номерами. В общем случае можно суммировать отдельно вклад импульсных возмущений с номерами, кратными любому наперёд заданному целому числу $L > 1$. Заметим, что для непрерывного времени подобные алгоритмы оценивания сигналов с учётом суммирования по кратному числу импульсных возмущений были получены в работе [5].

Пусть дискретный процесс $\theta_k$ описывает случайное число импульсов, появившихся к текущему моменту времени $k$:

$$\theta_k = \begin{cases} 0, & k \leq \tau_1; \\ n, & \tau_n < k \leq \tau_{n+1}, \end{cases} \quad (3)$$

где $n = 1, 2, 3, \ldots$; $k = 0, 1, 2, \ldots$. Выберем произвольное положительное число $L$. Пусть $l_k$ — остаток от деления считающего импульсы процесса $\theta_k$ на $L$, так что $l_k$ может принимать дискретные значения, равные $0, 1, 2, \ldots, L-1$. Тогда апостериорную плотность вероятности процесса $\mathbf{z}_k$ можно представить в виде

$$W_{\mathbf{z}_k}(\mathbf{z}_k, k) = \sum_{l=0}^{L-1} P_l(k) W_l(\mathbf{z}_k, k), \quad (4)$$

где функции $P_l(k) \equiv P(l_k = l \,|\, \mathbf{y}_1^k)$ имеют смысл апостериорных вероятностей случайных событий $l_k = l$, которые состоят в том, что в модели сигнала (1) к моменту времени $k$ появилось либо $l$ импульсов, либо $l + L$ импульсов, либо $l + 2L$ импульсов и так далее до бесконечности, а функции $W_l(\mathbf{z}_k, k) \equiv P(\mathbf{z}_k \,|\, l_k = l, \mathbf{y}_1^k)$ — апостериорные условные плотности вероятности вектора $\mathbf{z}_k$ при условии события $l_k = l$, где $l = 0, 1, \ldots, L-1$. Для данных вспомогательных функций, следуя [4, 5], получим следующие рекуррентные разностные уравнения

$$P_l(k+1) = \Big[(1-\nu)\, P_l(k)\Phi_{ll}(\mathbf{y}_{k+1}, k) + \nu P_{l-1}(k)\Phi_{l-1\,l}(\mathbf{y}_{k+1}, k)\Big] \Big/ \Phi(\mathbf{y}_{k+1}, k),$$

$$W_l(\mathbf{z}_{k+1}, k+1) = \beta_l(k+1) W_{l-1\,l}(\mathbf{z}_{k+1}, k+1) + [1 - \beta_l(k+1)]\, W_{ll}(\mathbf{z}_{k+1}, k+1),$$

$$W_{ll}(\mathbf{z}_{k+1}, k+1) \equiv \psi(\mathbf{y}_{k+1} \,|\, \mathbf{z}_{k+1}) \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \pi(\mathbf{z}_{k+1} \,|\, \mathbf{z}_k) W_l(\mathbf{z}_k, k)\, \mathrm{d}\mathbf{z}_k / \Phi_{ll}(\mathbf{y}_{k+1}, k),$$

$$W_{l-1\,l}(\mathbf{z}_{k+1}, k+1) \equiv$$

$$\equiv \psi(\mathbf{y}_{k+1} \,|\, \mathbf{z}_{k+1}) \iint\limits_{-\infty}^{+\infty} \pi(\mathbf{z}_{k+1} - \mathbf{A} \,|\, \mathbf{z}_k) W_{l-1}(\mathbf{z}_k, k) P_{\mathbf{A}}(\mathbf{A})\, \mathrm{d}\mathbf{A}\, \mathrm{d}\mathbf{z}_k / \Phi_{l-1\,l}(\mathbf{y}_{k+1}, k), \quad (5)$$

где $k = 0, 1, 2, \ldots$; $l = 0, 1, \ldots, L-1$, с начальными условиями и обозначениями

$$P_0(k)|_{k=0} = 1, \qquad P_j(k)|_{k=0} = 0, \qquad W_l(\mathbf{z}_k, k)|_{k=0} = P_{\mathbf{z}_0}(\mathbf{z}_0),$$

где $j = 0, 1, \ldots, L-1$; $l = 0, 1, \ldots, L-1$;

$$\Phi(\mathbf{y}_{k+1}, k) = \sum_{l=0}^{L-1} P_l(k) \left[(1-\nu)\, \Phi_{ll}(\mathbf{y}_{k+1}, k) + \nu \Phi_{l\,l+1}(\mathbf{y}_{k+1}, k)\right],$$

$$\Phi_{ll}(\mathbf{y}_{k+1}, k) = \iint\limits_{-\infty}^{+\infty} \psi(\mathbf{y}_{k+1} \,|\, \mathbf{z}_{k+1}) \pi(\mathbf{z}_{k+1} \,|\, \mathbf{z}_k) W_l(\mathbf{z}_k, k)\, \mathrm{d}\mathbf{z}_k\, \mathrm{d}\mathbf{z}_{k+1},$$

$$\Phi_{l-1\,l}(\mathbf{y}_{k+1}, k) = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \psi(\mathbf{y}_{k+1} \,|\, \mathbf{z}_{k+1}) \iint\limits_{-\infty}^{+\infty} \pi(\mathbf{z}_{k+1} - \mathbf{A} \,|\, \mathbf{z}_k) W_{l-1}(\mathbf{z}_k, k) P_{\mathbf{A}}(\mathbf{A})\, \mathrm{d}\mathbf{A}\, \mathrm{d}\mathbf{z}_k\, \mathrm{d}\mathbf{z}_{k+1},$$

$$\beta_l(k+1) = \nu P_{l-1}(k)\Phi_{l-1\,l}(\mathbf{y}_{k+1}, k) \Big/ \left[\nu P_{l-1}(k)\Phi_{l-1\,l}(\mathbf{y}_{k+1}, k) + (1-\nu)\, P_l(k)\Phi_{ll}(\mathbf{y}_{k+1}, k)\right].$$

Предполагается, что $W_{-1}(\mathbf{z}_k, k) \equiv W_{L-1}(\mathbf{z}_k, k)$, $P_{-1}(\mathbf{z}_k, k) \equiv P_{L-1}(k)$. Уравнения (4), (5) позволяют вычислять апостериорную плотность вероятности вектора в дискретном времени по мере поступления новых наблюдений $\mathbf{y}_k$. Как видно из (4), апостериорная плотность вероятности $W_{\mathbf{z}_k}(\mathbf{z}_k, k)$ представляется в виде суммы $L$ слагаемых $P_l(k)W_l(\mathbf{z}_k, k)$, каждое из которых суммирует информацию об импульсных возмущениях в (1), номера которых отличаются на число, кратное $L$. Структура уравнений (5) для $P_l(k)$, $W_l(\mathbf{z}_k, k)$ одинакова для всех значений индекса $l = 0, 1, \ldots, L-1$, причём в правые части уравнений (5) с индексом $l$ на $(k+1)$-м шаге входят функции с предыдущим значением индекса $l - 1$ и в предыдущий момент $k$ дискретного времени. Таким образом, «зацепление» уравнений (5) для функций $P_l(k)$, $W_l(\mathbf{z}_k, k)$ друг за друга осуществляется симметрично «по кругу», с периодом $L$. В результате вклад отдельных импульсов в итоговую плотность вероятности $W_{\mathbf{z}_k}(\mathbf{z}_k, k)$ нельзя различить,

если номера импульсов отличаются на число, кратное $L$. Например, при $L = 1$ индекс $l$ может принимать только одно значение $l = 0$. При этом $P_0(k) \equiv 1$, $W_{\mathbf{z}_k}(\mathbf{z}_k, k) = W_0(\mathbf{z}_k, k)$, и можно показать, что система уравнений (4), (5) для функции $W_{\mathbf{z}_k}(\mathbf{z}_k, k)$ переходит в одно уравнение Колмогорова—Феллера—Стратоновича (2).

Для нахождения собственно оптимальной оценки $\hat{\mathbf{z}}_k$ по функции $W_{\mathbf{z}_k}(\mathbf{z}_k, k)$ необходимо задать критерий оптимальности, а затем желательно перейти от уравнений для плотностей вероятности (4), (5) к уравнениям для оценок. Например, оптимальная в среднеквадратическом смысле оценка $\hat{\mathbf{z}}_k$ является математическим ожиданием $W_{\mathbf{z}_k}(\mathbf{z}_k, k)$, а точность оценивания характеризует апостериорная ковариационная матрица $\mathbf{K}_{\mathbf{z}}(k)$. С учётом (4) получим

$$\hat{\mathbf{z}}_k = \sum_{l=0}^{L-1} P_l(k)\hat{\mathbf{z}}_l(k), \quad \mathbf{K}_{\mathbf{z}}(k) = \sum_{l=0}^{L-1} P_l(k) \left\{ \mathbf{K}_l(t) + \sum_{n=l+1}^{L-1} P_n(k) \left[\hat{\mathbf{z}}_n(k) - \hat{\mathbf{z}}_l(k)\right] \left[\hat{\mathbf{z}}_n(k) - \hat{\mathbf{z}}_l(k)\right]^{\mathrm{T}} \right\}, \quad (6)$$

где $\hat{\mathbf{z}}_l(k)$, $\mathbf{K}_l(k)$ — средние значения и матрицы ковариаций условных плотностей вероятности $W_l(\mathbf{z}_k, k)$, индекс T обозначает операцию транспонирования. Получить точные уравнения для условных оценок $\hat{\mathbf{z}}_l(k)$ в рекуррентной форме в общем случае не удаётся. Однако можно использовать, например, гауссовскую аппроксимацию условных плотностей вероятности $W_l(\mathbf{z}_k, k)$, чтобы найти из (5) приближённые уравнения для оценок $\hat{\mathbf{z}}_l(k)$ и матриц $\mathbf{K}_l(k)$.

### 3. РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

В качестве примера рассмотрим скалярную динамическую систему

$$z_{k+1} = z_k + \alpha + \sum_{i=1}^{\infty} A_i \delta(k, \tau_i), \quad y_{k+1} = z_{k+1} + \eta_{k+1}, \quad (7)$$

где $k = 0, 1, 2, \ldots$, $\eta_{k+1}$ — последовательность независимых гауссовских случайных величин с нулевыми средними значениями и дисперсиями $R$, $A_i$ — случайные взаимонезависимые амплитуды импульсных возмущений со средними значениями $\hat{A}$ и дисперсиями $D_A$, $\tau_i$ — случайные моменты появления импульсов.

Обозначим с помощью верхнего индекса в скобках зависимость квазиоптимальных оценок $\hat{z}^{(L)}(k)$ и апостериорных дисперсий $K_z^{(L)}(k)$ от параметра $L$. Тогда $\hat{z}^{(1)}(k)$ и $K_z^{(1)}(k)$ — оценка и дисперсия случайной величины $z_k$ в гауссовском приближении по апостериорной плотности вероятности $W_z(z_k, k)$ (при этом $L = 1$ и $l = 0$), $\hat{z}^{(2)}(k)$ и $K_z^{(2)}(k)$ — оценка и дисперсия величины $z_k$ в гауссовском приближении по условным плотностям вероятности $W_0(z_k, k)$, $W_1(z_k, k)$ (при этом $L = 2$ и $l = 0; 1$).

Другой приближённый алгоритм оценивания процесса можно получить из (2), предположив гауссовской плотность вероятности

$$P(z_{k+1} \mid y_1^k) = (1 - \nu) W_z\left(z_{k+1} - \alpha, k\right) + \nu \int_{-\infty}^{+\infty} W_z(z_{k+1} - \alpha - A, k) P_{\mathrm{a}}(A)\, \mathrm{d}A \quad (8)$$

на каждом шаге дискретного времени $k$. Обозначив для данной плотности вероятности среднее значение и дисперсию через $\tilde{z}(k+1)$ и $\tilde{K}(k+1)$, из (2), (7), (8) получим уравнения для оптимальной оценки $\tilde{z}_{\mathrm{G}}(k+1)$ и дисперсии $\tilde{K}_{\mathrm{G}}(k+1)$ процесса $z_{k+1}$ в гауссовском приближении по $P(z_{k+1} \mid y_1^k)$:

$$\hat{z}_{\mathrm{G}}(k+1) = \tilde{z}(k+1) + \tilde{K}(k+1)\left[y_{k+1} - \tilde{z}(k+1)\right] \Big/ \left[\tilde{K}(k+1) + R\right],$$

$$\tilde{K}_{\rm G}(k+1) = \tilde{K}(k+1)\, R/[\tilde{K}(k+1) + R],$$
$$\tilde{z}(k+1) \equiv \hat{z}_{\rm G}(k) + \alpha + \nu\hat{A}, \quad \tilde{K}(k+1) \equiv K_{\rm G}(k) + \nu\,(1-\nu)\,\hat{A}^2 + \nu D_A, \tag{9}$$

где $\hat{z}_{\rm G}(k)|_{k=0} = \hat{z}_0$, $K_{\rm G}(k)|_{k=0} = K_{z_0}$, $k = 0, 1, 2, \ldots$.

На рис. 1*а*, *б* приведены реализации полезного сигнала $z_k$ и наблюдаемого процесса $y_k$, полученные в соответствии с уравнениями (7) при $\hat{A} = -1$; $\alpha = 0{,}02$; $\nu = 0{,}02$; $D_A = 0$; $R = 0{,}1$ на интервале времени $0 \le k \le 400$. При моделировании при одном и том же полезном сигнале $z_k$ генерировались различные реализации наблюдаемого процесса $y_k$, по которым вырабатывались оптимальные оценки $\hat{z}^{(1)}(k)$, $\hat{z}_{\rm G}(k)$, апостериорные дисперсии $K_z^{(1)}(k)$, $K_{\rm G}(k)$ и квадраты отклонения оценок $\left[\varepsilon^{(1)}(k)\right]^2 = \left[\hat{z}^{(1)}(k) - z_k\right]^2$, $[\varepsilon_{\rm G}(k)]^2 = \left[\hat{z}_{\rm G}(k) - z_k\right]^2$ от истинных значений сигнала. Зависимости данных величин от времени, усреднённые по 1 000 наблюдаемых реализаций, приведены на рис. 2.

При вычислениях выбирались начальные значения $\hat{z}_0 = 0$, $K_{z_0} = 0{,}1$. Пунктиром на рисунках показаны зависимости, полученные с помощью алгоритма гауссовского приближения (9). Точность оценивания могут характеризовать уровни апостериорных дисперсий $K_z^{(1)}(k)$ и $K_{\rm G}(k)$. Как видно из рис. 2*б*, стационарное значение апостериорной дисперсии $K_{\rm G}(k) \approx 0{,}036$ алгоритма (9) выше среднего уровня функции $K_z^{(1)}(k) \approx 0{,}023$, определяемой уравнениями (4)–(6). Отсюда можно сделать вывод, что точность оценивания сигнала $z_k$ алгоритмом (4)–(6) выше, чем при использовании уравнений (9). Такой же вывод следует из непосредственного сравнения рис. 1*а* и рис. 2*а* между собой.

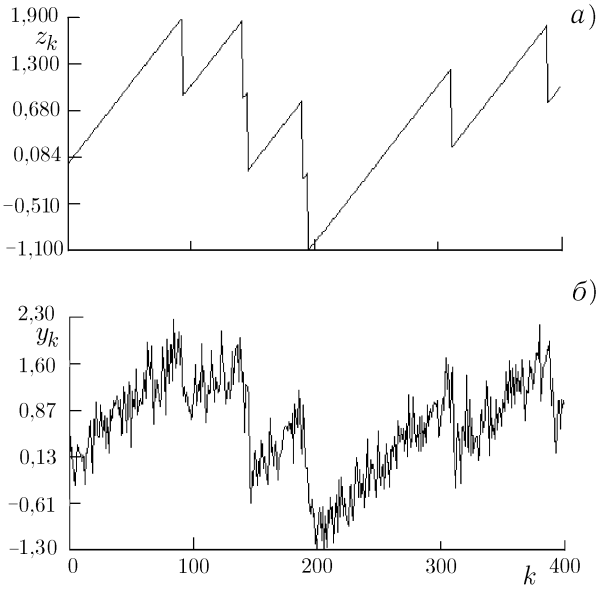


Рис. 1

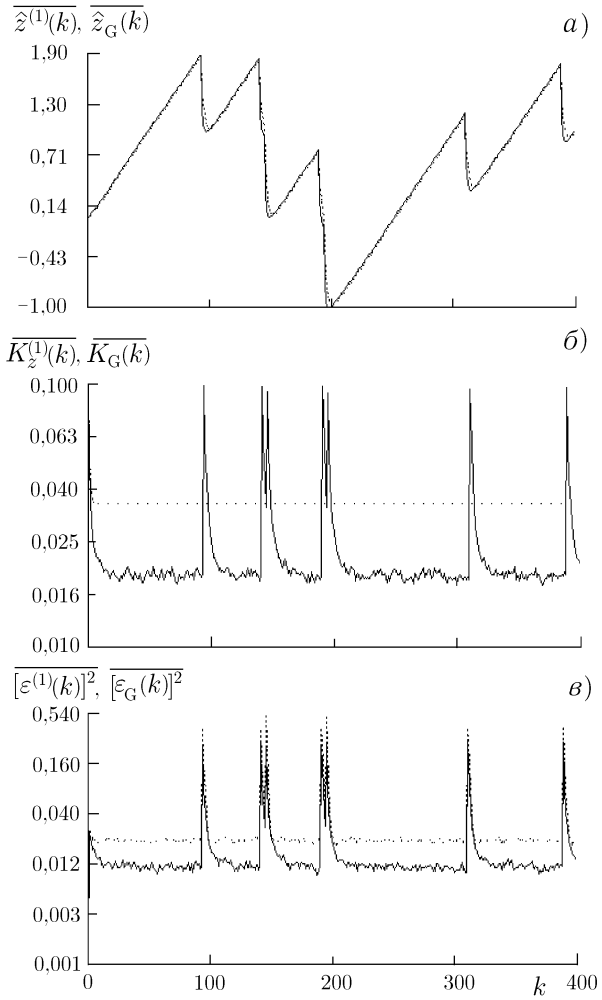


Рис. 2

На рис. 3 приведена зависимость от времени оптимальной оценки $\overline{\hat{z}^{(2)}(k)}$, полученная в соответствии с уравнениями (4)–(6) при $L = 2$ для тех же реализаций наблюдений $y_k$ (см. рис. 1*б*). Здесь вновь проведено усреднение по результатам обработки 1 000 наблюдаемых реализаций. На рис. 4*а*, *б* для всех трёх рассмотренных алгоритмов приведены среднеквадратичные ошибки оценивания $\overline{[\varepsilon_{\mathrm{G}}(k)]^2}$, $\overline{[\varepsilon^{(1)}(k)]^2}$, $\overline{[\varepsilon^{(2)}(k)]^2} \equiv \overline{\left[\hat{z}^{(2)}(k) - z_k\right]^2}$ и апостериорные дисперсии $\overline{K_{\mathrm{G}}(k)}$, $\overline{K_z^{(1)}(k)}$, $\overline{K_z^{(2)}(k)}$. Как видно из рис. 4*б*, апостериорная дисперсия $\overline{K_z^{(2)}(k)}$ зависит от моментов появления импульсов в реализации полезного сигнала и в среднем имеет наименьшее значение $\overline{K_z^{(2)}(k)} \approx 0{,}011$. При этом ошибка оценивания $\overline{[\varepsilon^{(2)}(k)]^2}$ также меньше, чем $\overline{[\varepsilon_{\mathrm{G}}(k)]^2}$ и $\overline{[\varepsilon^{(1)}(k)]^2}$. Данные результаты позволяют сделать вывод, что использование метода суммирования по кратному числу импульсов действительно позволяет улучшить точность оценивания по сравнению с алгоритмом обычного гауссовского приближения (9).

Как показали дальнейшие исследования, если уровень шума наблюдений $\eta_k$ достаточно мал по сравнению с полезным сигналом, то каждый скачок значения полезного сигнала хорошо различим на фоне шума. Поэтому при использовании алгоритмов оценивания (4)–(6) удаётся получить среднеквадратичные ошибки оценивания и апостериорные дисперсии, которые не зависят от моментов появления скачков и убывают с увеличением времени наблюдения (см. рис. 5*а*, *б*, где приведены среднеквадратичные отклонения и апостериорные дисперсии оценок при $R = 0{,}01$; $\nu = \alpha = 0{,}02$; $\hat{A} = -1$; $D_A = 0$; $L \geq 1$). Видно, что в этом случае гауссовское приближение (9) с течением времени все больше уступает в точности оценивания алгоритмам (4)–(6), полученным с помощью метода суммирования по кратному числу импульсов.

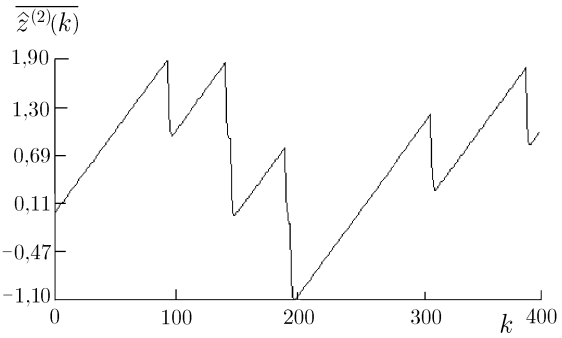


Рис. 3

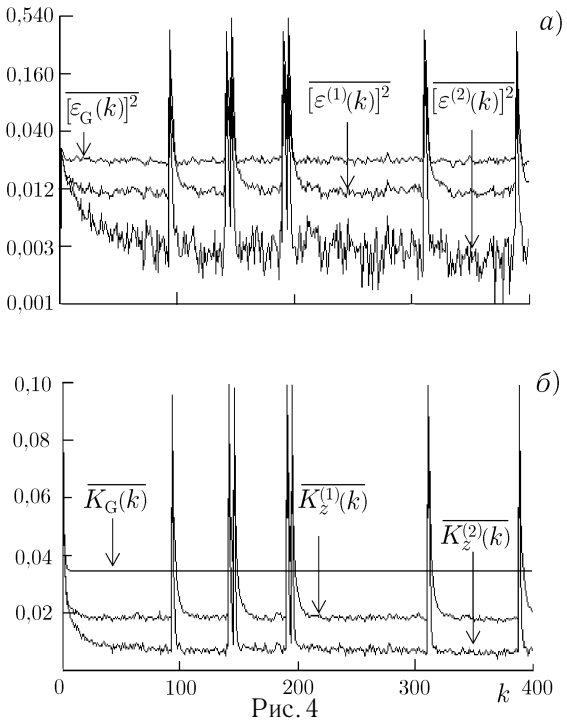


Рис. 4

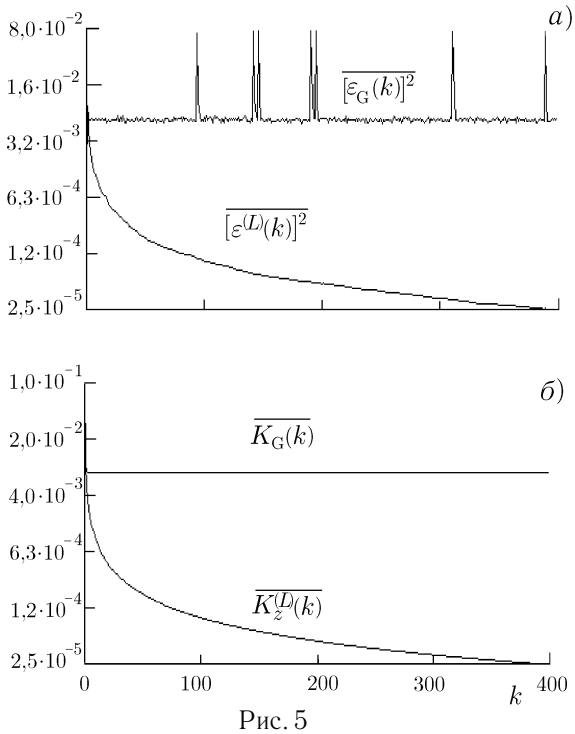


Рис. 5

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проекты № 00–02–17602, 00–15–96620, 01–02–06376).

**СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

1. Стратонович Р. Л. Условные марковские процессы и их применение к теории оптимального управления. М.: Изд-во МГУ, 1966.
2. Тихонов В. И., Кульман Н. К. Нелинейная фильтрация и квазикогерентный приём сигналов. М.: Сов. радио, 1975.
3. Тихонов В. И., Харисов В. Н. Статистический анализ и синтез радиотехнических устройств и систем. М.: Радио и связь, 1991.
4. Мальцев А. А., Силаев А. М. // Изв. вузов. Радиофизика. 1985. Т. 28, № 7. С. 850.
5. Силаев А. М. // Радиотехника и электроника. 1996. Т. 41, № 3. С. 322.

Нижегородский госуниверситет им. Н. И. Лобачевского,
г. Нижний Новгород, Россия

Поступила в редакцию
6 апреля 2001 г.

**ANALYZING ALGORITHMS OF SIGNAL ESTIMATION IN THE PRESENCE OF AN IMPULSE-DISTURBANCE FLOW**

*O. V. Poldin and A. M. Silaev*

Based on the methods of the Markov theory of optimal nonlinear filtering, we derive equations of estimation of random signals described by discrete-time linear difference equations in the presence of an impulse-disturbance flow. Optimal estimates of such signals are represented as the sums of auxiliary estimates accounting for the disturbances separated by certain numbers of impulses. We present the results of computer simulations and discuss the algorithm structure.