МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Известия высших учебных заведений

РАДИОФИЗИКА

ежемесячный научно-технический журнал

Издаётся с апреля 1958 г.

Том XLIV № 10 **Нижний Новгород** **2001**

Содержание

УДК 533.951, 537.868

ЭКСПЕРИМЕНТЫ СУРА-EISCAT-WIND: ВЛИЯНИЕ ИОНОСФЕРЫ НА ОТКЛИК ДЕКАМЕТРОВОГО ИНТЕРФЕРОМЕТРА СО СВЕРХДЛИННОЙ БАЗОЙ

Ю. В. Токарев [1], В. А. Алимов [1], Г. П. Комраков [1], Г. Н. Бойко [1], М. Т. Ритвальд [2], П. Родригес [3], Ж.-Л. Бужере [4], М. Л. Кайзер [5], К. Гоетц [6]

Представлены результаты экспериментов 1999 г. по приёму на космическом аппарате WIND сигналов радиопередающих стендов СУРА и EISCAT на частоте 5 475 кГц. Исследовались энергетические и частотные искажения, вносимые околоземной плазмой в отклик активного декаметрового радиоинтерферометра СУРА—EISCAT со сверхдлинной базой, составляющей около 2 000 км. Квазисинусоидальные осцилляции интенсивности принимаемого излучения с периодом несколько десятых долей секунды и соответствующий максимум в спектре флуктуаций интенсивности при синхронной работе стендов наблюдались как в спокойных, так и возмущённых геофизических условиях, включая явление среднеширотного F-spread. Выявлены вариации средней частоты спектральной линии отклика интерферометра из-за движения космического аппарата и крупномасштабных перемещающихся ионосферных возмущений. Полученные результаты сопоставлены с современными теоретическими представлениями о распространении коротких радиоволн в случайно-неоднородной ионосферной плазме. Обсуждается возможность реализации предельной угловой разрешающей способности декаметровых интерферометров со сверхдлинной базой при наблюдениях дискретных космических радиоисточников.

ВВЕДЕНИЕ

Применение интерферометрических систем в наземных наблюдениях низкочастотного космического радиоизлучения сталкивается с рядом ограничений технического и физического характера. Особенно остра эта проблема в длинноволновой части декаметрового диапазона, где частота волн близка к критическим частотам ионосферы. Опубликованные экспериментальные работы в этом диапазоне весьма немногочисленны [1—4]; наблюдения в них были выполнены на интерферометрах с базой длиной порядка километра и, по существу, ограничены исследованиями наиболее мощного радиоисточника северного небосвода — Кассиопеи А.

Актуальность рассматриваемой проблемы заметно возрастает в последнее время, в частности, в связи с расширением рабочего диапазона украинской радиоинтерферометрической системы УРАН в область частот ниже 10 МГц [5]. Повышение чувствительности приёма и переход к базам длиной до нескольких сот километров ставит вопрос об ионосферных эффектах в низкочастотных интерферометрических наблюдениях космических источников на новый качественный уровень. Необходимо, прежде всего, выявить принципиальные ограничения на угловое разрешение интерферометра, налагаемые эффектами распространения коротких радиоволн в неоднородной ионосфере.

Решить поставленную задачу непосредственно при наблюдениях дискретных космических источников довольно сложно из-за высокого уровня радиофона и насыщенности коротковолнового (КВ) диапазона радиопомехами. В этой связи особую ценность представляет моделирование низкочастотных радиоастрономических наблюдений методом приёма КВ сигналов наземного радиопередатчика на удалённом космическом аппарате (КА). Такая возможность появилась после вывода на высокоэллиптические орбиты КА NASA WIND, приёмник RAD2 WAVES которого способен регистрировать радиоволны в диапазоне 1,1÷13,8 МГц [6]. Эксперименты по приёму сигналов радиопередающего стенда СУРА продемонстрировали широкие возможности этого метода, характеризуемого большим отношением сигнал/шум, в исследованиях околоземной плазмы и солнечного ветра [7, 8]. Первые шаги в радиоинтерферометрических исследованиях этим методом были сделаны в экспериментах WIND—HAARP—HIPAS при синхронном излучении на частоте 4 525 кГц двух радиопередающих стендов на Аляске, разнесённых между собой на расстояние 289 км [9]. Было продемонстрировано, что когерентность коротких радиоволн после прохождения неоднородной ионосферы в указанных экстремальных условиях в определённых случаях может сохраняться на довольно высоком уровне.

Настоящая работа является продолжением исследований предельных возможностей наземных декаметровых радиоинтерферометров со сверхдлинной базой. Она выполнена в рамках международной кооперации по изучению околоземного космического пространства с использованием радиопередающих стендов СУРА и EISCAT (European Incoherent Scatter) [10] и бортового приёмника RAD2 WAVES космического аппарата WIND. В статье представлены результаты экспериментов по координированной работе этих инструментов на частоте 5 475 кГц, выполненных в феврале–мае 1999 г. По сравнению с экспериментом HAARP—HIPAS—WIND база активного радиоинтерферометра была увеличена до 2 000 км. Другая особенность состоит в существенном различии ионосферных условий в пунктах излучения (среднеширотная и полярная ионосферы). Была изменена также схема эксперимента: для уменьшения влияния сильных ионосферных мерцаний излучение стендов велось на слегка разнесённых частотах по аналогии с методикой, использовавшейся в [3] при радиоинтерферометрических наблюдениях Кассиопеи А.

При анализе экспериментальных данных основное внимание было уделено изучению спектра флуктуаций интенсивности и учёту влияния неоднородной ионосферной плазмы на статистические характеристики принимаемого декаметрового радиоизлучения в схеме двухэлементного наземного радиоинтерферометра.

1. СХЕМА ЭКСПЕРИМЕНТА СУРА—EISCAT—WIND

Эксперимент проводился в ночное время суток в феврале–мае 1999 г. В качестве источников коротких радиоволн использовались радиопередающие стенды СУРА (Васильсурск, Россия) [7] и EISCAT (Тромсё, Норвегия) [10] с координатами 56,1° с. ш., 46° в. д. и 69,6° с. ш., 19,2° в. д. соответственно (расстояние между пунктами около 2 000 км).

Излучение велось в непрерывном режиме на слегка разнесённых частотах: 5 475 кГц (стенд СУРА) и 5 475 кГц $+\Delta f$ (стенд EISCAT), где расстройка Δf составляла в разных сеансах 2,3 или 4 Гц. Частоты излучения были стабилизированы с использованием рубидиевых стандартов. Во время экспериментов на стенде СУРА использовался один передающий модуль с мощностью передатчика 240 кВт и размерами антенны 100×300 м. Ширина главного луча диаграммы направленности (ДН) на уровне -3 дБ составляла 10° по азимуту и $30^\circ/\cos z$ по углу места, где z — зенитный угол наклона луча. На стенде EISCAT применялся режим полностью сфазированной антенны с шириной луча $7^\circ \times 9^\circ/\cos z$, мощность излучения в разных сеансах варьировалась в пределах $640\div720$ кВт. Оба стенда излучали волны обыкновенной круговой поляризации. Сканирование диаграмм направленности передающих антенн осуществлялось в плоскости местного магнитного меридиана, образующей с плоскостью географического меридиана угол 9° в Васильсурске и -2° в Тромсё; на стенде EISCAT каждые полчаса производилась коррекция наклона луча с учётом движения космического аппарата.

Приём излучений осуществлялся на КА WIND, находившемся во время экспериментов на расстояниях $83\div390$ тыс. км от Земли. Приёмное устройство RAD2 WAVES аппарата [6] работало в специальном режиме одномодового опроса поступающей информации с временным интервалом в 0,063 с в полосе приёма 20 кГц и временем интегрирования 20 мс. Приёмник RAD2 WAVES оснащён двумя взаимно ортогональными короткими дипольными антеннами, одна из которых (Z-антенна длиной 11 м) ориентирована вдоль оси вращения аппарата, а другая расположена в плоскости эклиптики и вращается вместе с аппаратом с периодом около 3 с. Результаты измерений передавались с борта КА WIND по каналам служебной связи в центр управления.

Контроль за состоянием ионосферы в районах Васильсурска и Тромсё во время эксперимента осуществлялся в дежурном режиме с помощью наземных ионозондов, работавших в диапазоне 3÷20 МГц.

Всего в указанный период было проведено шесть сеансов облучения КА WIND сигналами активного декаметрового радиоинтерферометра СУРА—EISCAT. Некоторые характеристики этих сеансов представлены в табл. 1.

Таблица 1

Дата	UT, ч:мин	δ, град	R, $R_{\rm E}$	f_0F2, МГц		Δf, Гц	$\Delta\nu_{\rm д}$, Гц
22.02.99	21 : 20÷22 : 20	68	13	2,7	5,2	2	−0,03
23–24.02.99	00 : 00÷00 : 40	25	34	3,0	3,4	2	1,58
29.03.99	21 : 40÷22 : 20	33	21	4,0	4,2	4	0,87
09.04.99	02 : 00÷02 : 40	40	61	4,1	4,0	3	0,72
24.04.99	02 : 20÷03 : 10	49	29	4,7	4,4	4	0,44
07.05.99	00 : 00÷01 : 00	47	25	5,0	5,4	3	0,98

В табл. 1 приведены дата и всемирное время (UT) сеансов работы стендов СУРА и EISCAT в режиме интерферометра (столбцы 1, 2), склонение δ КА WIND и его удаление R от Земли (в радиусах Земли $R_{\rm E}$) в середине интервала совместной работы (столбцы 3, 4), критические частоты слоя F_2 ионосферы в районах Васильсурска и Тромсё соответственно (столбцы 5, 6), начальная расстройка Δf частот излучения стендов (столбец 7) и разность доплеровских частот стендов из-за движения КА WIND по орбите (столбец 8). Величины, приведённые в последних шести столбцах, относятся к середине интервала совместной работы стендов.

В первом сеансе 22.02.99 аппарат во время эксперимента двигался практически вдоль Гринвичского меридиана над Норвежским морем, и его облучение осуществлялось через боковые лепестки ДН обоих стендов. В других сеансах аппарат двигался по небосводу подобно удалённому космическому обьекту, кульминируя в Васильсурске и Тромсё с интервалом 1,8÷2,1 часа в зависимости от скорости его углового движения по небосводу (11,9÷14,6 град/ч). На частоте 5 475 кГц длительность приёма сигнала КА на уровне 3 дБ ДН передающих антенн составляла примерно 50 мин для стенда СУРА и 35 мин для EISCAT. Совместная работа стендов в разных сеансах продолжалась от 40 до 60 мин; этот интервал выбирался, как правило, между моментами пересечения аппаратом плоскостей сканирования ДН передающих антенн так, чтобы по возможности выравнять интесивности принимаемых сигналов стендов. Перед началом или в конце периодов совместной работы передатчик одного из стендов выключался по согласованной программе (обычно на 20 мин) для контроля средней мощности и характера вариаций сигнала другого передатчика. Исключение представляет сеанс 07.05.99, когда использовалась модуляция излучения стенда СУРА с периодом 10 мин и паузой 2 мин при непрерывной работе EISCAT.

2. РЕЗУЛЬТАТЫ ИЗМЕРЕНИЙ

Принимаемое на борту КА WIND излучение стендов СУРА и EISCAT испытывает значительные временны́е вариации. Ниже мы ограничимся рассмотрением сигналов Z-антенны, амплитуда которых практически не подвержена полуторасекундной модуляции, связанной с вращением аппарата.

Пример типичной записи сигнала с выхода Z-антенны приёмника RAD2 WAVES представлен на рис. 1 (сеанс 23–24.02.99). Из рисунка невозможно сделать какое-либо заключение о наличии или

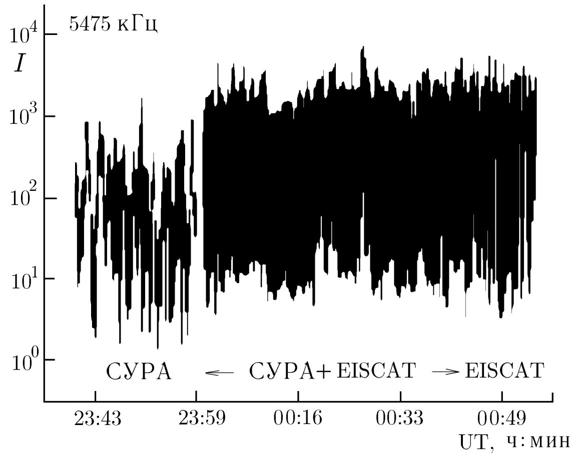


Рис. 1. Временные вариации сигнала с выхода Z-антенны приёмника RAD2 WAVES космического аппарата WIND в сеансе 23–24 февраля 1999 г. По оси абсцисс отложено всемирное время, по оси ординат — интенсивность $I(t)$ принимаемого сигнала относительно уровня шумового радиофона на борту КА. Пропуск данных на интервале 00:00–00:01 UT связан со штатной калибровкой приёмника RAD2 WAVES в начале суток

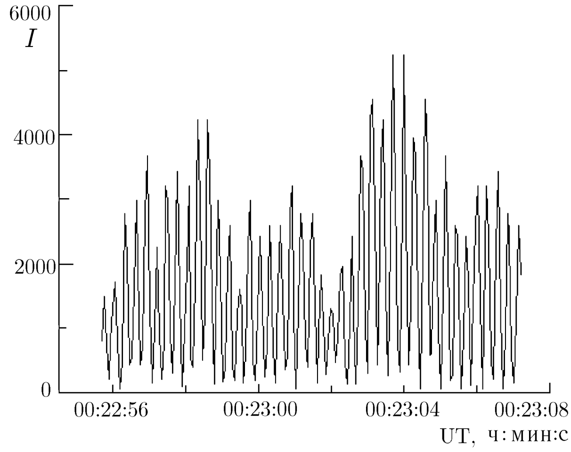


Рис. 2. Интерференционная структура излучений стендов СУРА и EISCAT в районе КА WIND в сеансе 23–24.02.99. Обозначения те же, что на рис. 1

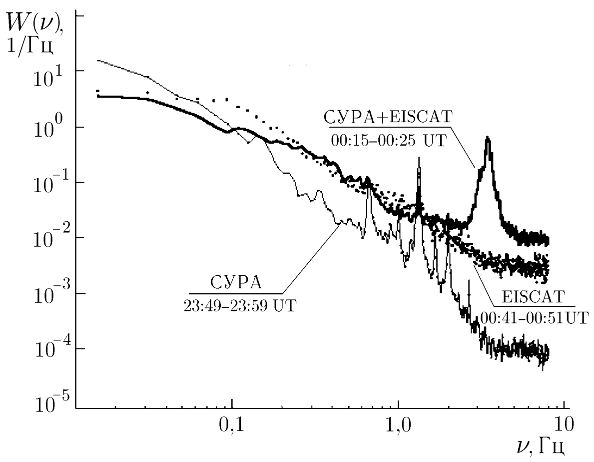


Рис. 3. Спектры флуктуаций интенсивности принимаемого на КА WIND сигнала в периоды раздельной и совместной работы стендов СУРА и EISCAT в сеансе 23–24 февраля 1999 г. Указаны интервалы усреднения при нахождении представленных спектров. В области частот мерцаний 0,6÷2 Гц видны следы гармоник частоты вращения КА из-за небольшого наклона антенны к оси вращения

отсутствии интерференции сигналов передатчиков EISCAT и СУРА на борту КА WIND в период совместной работы (00:00–00:40 UT).

На рис. 2 представлен 12-секундный фрагмент этой же записи на интервале 00:22:55–00:23:07 UT. На этом рисунке отчётливо видны квазипериодические осцилляции интенсивности принимаемого сигнала $I(t)$ с характерным временем порядка 0,3 с во время синхронной работы обоих передатчиков в режиме интерферометра.

Спектральная обработка данных производилась с помощью стандартного алгоритма быстрого преобразования Фурье. В качестве случайной величины рассматривалась нормированная интенсивность $I_{\rm n}(t) = I(t)/\bar{I}$, где $\bar{I}(t)$ — текущяя средняя интенсивность сигнала на рассматриваемом фрагменте (обычно 512 отсчётов). Это позволяет представлять текущие спектры мощности $W(\nu,t)$, где ν — частота мерцаний, в едином масштабе по спектральной плотности независимо от среднего уровня сигнала на разных участках записи. Для определения спектра $W(\nu)$, отражающего статистические спектральные характеристики рассматриваемого случайного процесса, производилось усреднение индивидуальных спектров $W(\nu,t)$, полученных со сдвигом 6÷10 с,

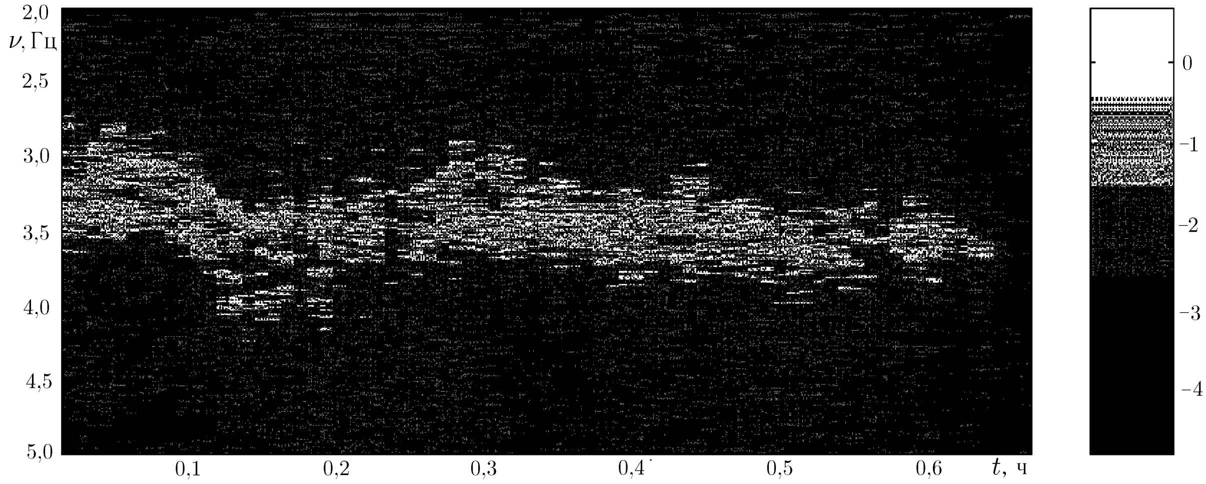


Рис. 4. Динамический спектр флуктуаций $I(t)$ в сеансе 23–24.02.99 на интервале 00:01-00:43 UT. По оси абсцисс отложено время t в долях часа от момента 00:01 UT, по оси ординат — спектральные частоты; справа приведена градация спектральной плотности $W(\nu)$ в логарифмическом масштабе с основанием 10

на интервале 5÷10 минут. При исследовании динамики средней частоты интерференции в ожидаемой области $\nu = 3 \div 5$ Гц использовались меньшие временные сдвиги и более короткие интервалы временного усреднения.

На рис. 3 приведены примеры спектров $W(\nu)$ в сеансе 23–24 февраля 1999 г. Отчётливо виден сигнальный признак интерферометра при синхронной работе обоих стендов — интенсивная спектральная линия шириной около 0,4 Гц в области частот мерцаний $\nu \sim 3{,}5$ Гц. Видно также, что спектр сигналов EISCAT является более насыщенным, что свидетельствует о более сильных возмущениях ионосферы в районе Тромсё по сравнению со среднеширотной ионосферой над Васильсурском. В целом спектры мерцаний сигналов EISCAT характеризуются также и более заметными суточными вариациями, что отражает более сильную нестационарность полярной ионосферы.

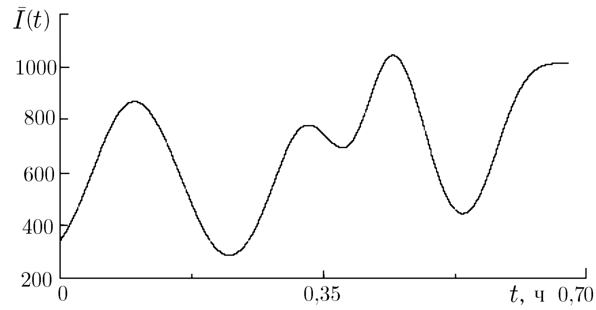


Рис. 5. Вариации средней интенсивности принимаемого сигнала в сеансе 23–24.02.99. По оси ординат отложено скользящее среднее по интервалу длительностью 5 мин отношения $I(t)$ к уровню радиофона, по оси абсцисс — время в долях часа от момента 00:01 UT

На рис. 4 представлен пример двумерного динамического спектра флуктуаций интенсивности принимаемого на борту КА WIND сигнала. Видно, что в спектре сигнала вблизи $\nu \sim 3{,}5$ Гц есть выделенная область частот шириной около 0,4 Гц с усиленными спектральными компонентами. Средняя частота в этой области имеет квазирегулярные осцилляции с амплитудой около 0,3 Гц и характерным временем 10÷20 мин, наложенные на медленный дрейф в область высоких частот к концу интервала совместной работы. При выключении стенда СУРА (00:40 UT) отмеченная спектральная особенность исчезает.

Квазирегулярные осцилляции средней частоты этой выделенной области в спектре интерференционного сигнала сопровождаются практически синхронными квазирегулярными вариациями средней интенсивности принимаемого сигнала. Это обстоятельство иллюстрирует рис. 5, где представлено скользящее среднее $\bar{I}(t)$ для того же периода наблюдений, что и на рис. 4 (00:01–00:43 UT, 24.02.99).

Видно, что $\bar{I}(t)$ испытывает квазирегулярные осцилляции с периодом около 15 минут и относительной амплитудой порядка 30 %.

На рис. 6 выполнено сравнение спектров $W(\nu)$ для совокупности проведённых сеансов за исключением 22 февраля 1999 г., когда указанный сигнальный признак в спектре $W(\nu)$ отсутствовал. Амплитуда и ширина линии заметно варьировались от сеанса к сеансу, в то время как частота её максимума определяется в основном начальной расстройкой Δf частот стендов и параметрами движения КА по орбите (см. ниже).

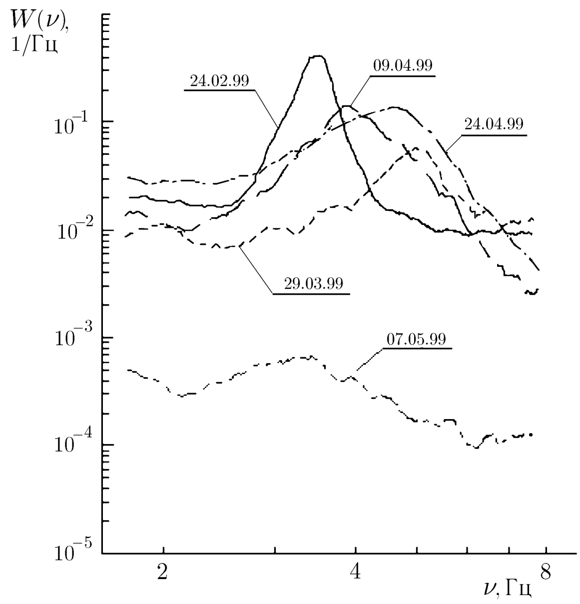


Рис. 6. Спектры $W(\nu)$ для отдельных сеансов в области «спектральной линии» активного интерферометра СУРА—EISCAT

Следует особо подчеркнуть, что отмеченные выше результаты измерений на декаметровом радиоинтерферометре СУРА—EISCAT были получены в различных геофизических условиях, в том числе и во время явления среднеширотного F-spread, который уверенно регистрировался наземным панорамным ионозондом «Базис» в районе Васильсурска. Критические частоты слоя F_2 ионосферы в обоих передающих пунктах (Васильсурске и Тромсё) во время эксперимента варьировались в довольно широких пределах, но, как правило, не превышали частоты экранировки (см. табл. 1). Исключение представляет сеанс 22.02.99, когда прямое прохождение сигнала стенда EISCAT в направлении КА WIND во время совместной работы было экранировано полярной ионосферой, и аппарат регистрировал рассеянное излучение этого стенда.

3. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ ЭКСПЕРИМЕНТА

Представленные эксперименты показали появление специфического сигнального признака синхронной работы радиопередающих стендов EISCAT и СУРА на близких частотах — квазисинусоидальных вариаций интенсивности и соответствующего ей характерного всплеска интенсивности в спектре флуктуаций принимаемого на борту КА WIND излучения. Надёжность обнаружения указанной особенности оказалась более высокой, чем в аналогичном эксперименте HAARP—HIPAS—WIND [9]. Поскольку длина базы активного интерферометра в настоящем эксперименте была примерно в 7 раз больше, чем в [9], этот результат представляется, вообще говоря, несколько неожиданным. Определённую роль здесь, очевидно, сыграл использованный методический приём — начальный разнос частот излучения стендов, что позволило перенести частоту спектральной линии ν_0 в область более высоких спектральных частот, где компоненты ионосферных мерцаний уже существенно подавлены. Кроме того, рабочая частота в настоящем эксперименте была примерно на 1 МГц выше, чем в [9], а один из стендов (СУРА) расположен на средних широтах, характеризуемых в целом более спокойными ионосферными условиями.

Для более детального обсуждения полученных результатов и сопоставления вклада различных факторов в наблюдаемый интерферометрический эффект обратимся к аналитическим выражениям для интенсивности $I(t)$ и спектра $W_I(\nu)$ флуктуаций интенсивности принимаемого на КА сигнала. Нетрудно видеть, что текущее значение $I(t)$ описывается простым соотношением, аналогичным известному выражению для отклика двухэлементного аддитивного интерферометра:

$$I(t) = I_1(t) + I_2(t) + 2A_1(t)A_2(t)\cos[\Omega_{\text{и}} + \phi_2(t) - \phi_1(t)], \tag{1}$$

где $I_{1,2}(t) = E_{1,2}(t)E^*_{1,2}(t)$ — интенсивности излучения от отдельных радиопередатчиков, $E_{1,2}(t) = A_{1,2}\exp[i\,(\omega t + \phi_{1,2})]$ — случайные комплексные поля излучения с амплитудой $A_{1,2}(t)$ и фазой $\phi_{1,2}(t)$; индексы 1, 2 относятся к стендам в Васильсурске и Тромсё соответственно. Величина $\Omega_{\text{и}} = 2\pi\nu_{\text{и}}$ в (1) характеризует частоту квазисинусоидальных вариаций отклика активного интерферометра. При начальной расстройке Δf излучаемых частот $\Omega_{\text{и}} \simeq 2\pi\Delta f + \Omega_{\text{д}}$, где $\Omega_{\text{д}}$ — разность доплеровских смещений частоты сигналов стендов при наблюдениях на космическом аппарате, определяемая вращением Земли, движением аппарата и ионосферных неоднородностей.

По определению спектр $W_I(\Omega)$ флуктуаций интенсивности принимаемого излучения описывается выражением

$$W_I(\Omega) = \frac{1}{\pi}\int\limits_0^\infty \Gamma_I(\tau)\cos(\Omega\tau)\,\mathrm{d}\tau, \tag{2}$$

где $\Gamma_I(\tau) = \overline{\Delta I(t)\Delta I(t+\tau)}$ — корреляционная функция флуктуаций интенсивности $\Delta I(t) = I(t) - \overline{I(t)}$, $\overline{I(t)}$ — среднее значение интенсивности, $\Omega = 2\pi\nu$ — круговая частота флуктуаций.

В интересующем нас случае, когда расстояние d между пунктами излучения заведомо больше внешнего масштаба l_0 ионосферной турбулентности, корреляционная функция $\Gamma_I(\tau)$ для точечного источника имеет довольно простое представление, идентичное по структуре соотношению (1):

$$\Gamma_I(\tau) = \Gamma_{I_1}(\tau) + \Gamma_{I_2}(\tau) + 2\cos(\Omega_{\text{и}}\tau)\Gamma_{E_1E_1^*}(\tau)\,\Gamma_{E_2E_2^*}(\tau). \tag{3}$$

Здесь $\Gamma_{I_{1,2}}$ и $\Gamma_{E_{1,2}E^*_{1,2}}$ — корреляционные функции флуктуаций интенсивности и комплексных полей излучения в ионосфере «над» пунктами 1 и 2 соответственно.

Подставляя (3) в (2), находим, что искомый спектр

$$W_I(\Omega) \simeq W_{I_1}(\Omega) + W_{I_2}(\Omega) + W_{E_1E_2}(\Omega - \Omega_{\text{и}}), \tag{4}$$

где $W_{I_{1,2}}(\Omega)$ — спектры флуктуаций интенсивности в ионосфере «над» пунктами 1 и 2 соответственно, а $W_{E_1E_2}(\Omega - \Omega_{\text{и}}) = \pi^{-1}\int_0^\infty \Gamma_{E_1E_1^*}(\tau)\Gamma_{E_2E_2^*}(\tau)\cos[(\Omega - \Omega_{\text{и}})\,\tau]\,\mathrm{d}\tau$. Таким образом, результирующий спектр флуктуаций интенсивности принимаемого на борту космического аппарата коротковолнового излучения в схеме двухэлементного активного радиоинтерферометра является суммой невозмущённых парциальных спектров флуктуаций интенсивности и свёртки спектров флуктуаций комплексных полей излучения отдельных радиопередатчиков, перенесённой в область частоты $\nu_{\text{и}} = \Omega_{\text{и}}/(2\pi)$ интерферометра.

Из соотношений (2)–(4) следует, что в случае слабых флуктуаций в спектре $W_I(\Omega)$ принимаемого излучения должна присутствовать узкая спектральная линия на частоте $\Omega_{\text{и}}$, описываемая в предельном случае распространения радиоволн в вакууме дельта-функцией Дирака. Выражение для $\Omega_{\text{д}}$ при этом упрощается и принимает вид $\Omega_{\text{д}} = (2\pi/\lambda_0)\,\mathrm{d}(R_1 - R_2)/\mathrm{d}t$, где $\lambda_0 \simeq \lambda_1 \simeq \lambda_2$ — длина волны излучения, $R_{1,2}$ — расстояния от КА до пунктов 1, 2. Величина $\mathrm{d}(R_1 - R_2)/\mathrm{d}t$ определяется по элементам орбиты космического аппарата с учётом географического положения пунктов интерферометра. Её расчётные значения в обсуждаемых сеансах совместной работы стендов СУРА—EISCAT представлены в табл. 1. Поправки доплеровского смещения средней частоты на эффекты ионосферного распространения радиоволн оказываются в целом заметно меньше $\mathrm{d}(R_1 - R_2)/\mathrm{d}t$; однако высокоскоростные крупномасштабные градиенты электронной концентрации всё же могут проявиться в нестационарных вариациях $\Omega_{\text{и}}/(2\pi)$ порядка нескольких десятых долей герца (см. ниже).

В другом предельном случае, когда хотя бы на одной из радиотрасс распространения радиоволн от передатчиков к космическому аппарату реализуются условия сильных флуктуаций приходящего излучения, эта линия уширяется, и выражение (4), как можно показать в модели фазового ионосферного экрана с «вмороженными» неоднородностями, принимает вид

$$W_I(\Omega) = W_{I_1}(\Omega) + W_{I_2}(\Omega) + \bar{I}_1 \bar{I}_2 \, \frac{\tau_0}{2\sqrt{\pi}} \, \exp\bigl[-(\Omega - \Omega_{\text{и}})^2 \tau_0^2/4\bigr] \,, \tag{5}$$

где $\bar{I}_{1,2}$ — средние интенсивности сигналов от отдельных элементов активного интерферометра, $\tau_0 = l_{0E}/V$ — характерное время флуктуаций принимаемого на борту КА излучения, $l_{0E} = l_0/\sqrt{\overline{s^2}}$ и V — эффективный размер и скорость дрейфа рассеивающих неоднородностей соответственно, l_0 — внешний масштаб плазменной турбулентности, $\overline{s^2}$ — средний квадрат фазовых флуктуаций радиоволн при их дифракции в случайно-неоднородной ионосфере.

Вернёмся теперь к результатам наблюдений. В эксперименте было предусмотрено разнесение Δf частот излучения стендов СУРА и EISCAT порядка единиц герц с тем, чтобы спектральная линия интерферометра находилась в области достаточно высоких частот мерцаний ν, где компоненты ионосферных мерцаний обычно существенно подавлены. Отметим здесь, что $\Omega_{\text{и}} \geq \Omega_{\text{д}}$ только при $\Delta f = f_1 - f_2 \geq 0$. Чтобы обеспечить выполнение указанного условия, частота излучения повышалась на несколько герц именно на стенде EISCAT.

В двух первых сеансах расстройка Δf была выбрана равной 2 Гц. Ожидаемая частота спектральной линии $\nu_0 = \Omega_0/(2\pi)$ в сеансе 22.02.99 составляла около 2 Гц, в сеансе 23–24.02.99 — приблизительно 3,5 Гц. Во втором сеансе частота спектральной аномалии в наблюдаемом спектре интерференционного сигнала действительно находилась вблизи 3,5 Гц, в то время как в первом сеансе интерференционный признак синхронной работы стендов не был обнаружен вообще. Причина здесь, по-видимому, заключается в сильных возмущениях полярной ионосферы и/или в близости рабочей частоты к критическим частотам ионосферы в районе Тромсё (частота f_{0F_2} в Васильсурске была достаточно низкой (см. табл. 1)) во время этого сеанса. Об этом, в частности, свидетельствуют ионограммы ионосферы в районе Тромсё и спектры мерцаний сигналов EISCAT, полученные 22.02.99, которые в отличие от остальных сеансов были сильно насыщенными.

Чтобы учесть подобную ситуацию и по возможности более эффективно проявить спектральную интерферометрическую линию, в последующих сеансах расстройка Δf была увеличена до 3÷4 Гц (напомним, что при работе RAD2 WAVES в одночастотном режиме съёма данных доступное спектральное окно ограничено сверху частотой 8 Гц). В результате, несмотря на сезонный рост электронной концентрации в ионосфере, во всех остальных сеансах (29 марта, 9 апреля, 24 апреля и 8 мая 1999 г.) сигнальный признак работы двухэлементного интерферометра был уверенно зарегистрирован. Положение максимума в спектре интерференционного сигнала находится в хорошем соответствии с расчётной частотой соответствующей аномалии (см. рис. 6 и табл. 1).

Спектры флуктуаций $W_I(\Omega)$, найденные при усреднении по интервалам времени порядка нескольких минут (см. раздел 2), по-видимому, наиболее адекватно описываются выражением (5). На самом деле для типичных значений $l_0 \simeq 10{\div}30$ км, $V \simeq 0{,}3{\div}1$ км/с, толщине ионосферного слоя $\Delta z \simeq 100$ км и относительных флуктуациях электронной концентрации $\Delta N/N \simeq 10^{-2}{\div}10^{-1}$ [11] среднеквадратичный фазовый набег на таких интервалах составляет $\sqrt{\overline{s^2}} \simeq 20{\div}200$ [12].

Из (5) видно, что ширина гауссоподобного максимума спектра $W_I(\Omega)$ в области $\Omega = \Omega_{\text{и}}$ при синхронной работе стендов определяется величиной τ_0, а амплитуда — соотношением средних уровней интенсивности $\bar{I}_{1,2}$ излучения, принимаемого на борту КА от отдельных элементов КВ радиоинтерферометра. Для приведённых выше оценок l_0, $\sqrt{\overline{s^2}}$, V ожидаемые значения $\nu_0 = \tau_0{}^{-1}$ и $\Delta\nu = 2/(\pi\tau_0)$ находятся в пределах от десятых долей до нескольких герц.

Как показали эксперименты, амплитудные флуктуации принимаемого излучения на частоте 5,5 МГц для трансполярной трассы EISCAT—WIND обычно были сильными, а для транссреднеширотной трассы СУРА—WIND могли быть как слабыми, так и сильными. По крайней мере, сигнальный признак работы интерферометра уверенно наблюдался и в условиях среднеширотного F-spread (сеансы 23–24.02.99 и 29.03.99; см. рис. 6.). Вместе с тем в сильно возмущённых геофизических условиях может происходить, прежде всего, заметный рост скорости дрейфа ионосферных неоднородностей (в полярной ионосфере скорость дрейфа может возрастать в несколько раз, достигая 1 км/с [11]) и, соответственно, значительное уменьшение параметра τ_0. Тогда в соответствии с соотношением (5) амплитуда спектральной линии может заметно уменьшаться, а её ширина — увеличиваться. Подобного рода изменения в поведении аномалии в частотном спектре результирующего сигнала в схеме двухэлементного активного КВ интерферометра действительно наблюдались в сеансе 07.05.99 (см. рис. 6).

В целом наблюдаемые значения характерной частоты мерцаний ν_0 и ширины $\Delta\nu$ вторичного максимума в спектре флуктуаций интенсивности приходящего на КА WIND излучения менялись от сеанса к сеансу в пределах 0,6÷6 Гц и 0,4÷4 Гц соответственно, что находится в хорошем согласии с приведёнными выше теоретическими оценками.

Таким образом, с достаточной степенью уверенности можно утверждать, что наблюдаемая при синхронной работе стендов высокочастотная особенность в спектре принимаемого на борту КА WIND коротковолнового излучения представляет собой размытую спектральную линию активного интерферометра СУРА—EISCAT, форма которой определяется дифракцией коротких радиоволн на сравнительно интенсивных ионосферных неоднородностях с размерами от единиц до десятков километров, дрейфующих в ионосфере со скоростью несколько сотен метров в секунду.

До сих пор при рассмотрении влияния ионосферы на отклик активного интерферометра СУРА—EISCAT использовался статистический подход, требующий усреднения спектров флуктуаций $W(\Omega)$ на достаточно больших временных интервалах (порядка нескольких минут, см. раздел 2). В то же время с точки зрения вопроса о предельных возможностях наземных декаметровых радиоинтерферометров несомненный интерес представляет поиск условий, когда влияние среды распространения на интерференционную картину пренебрежимо мало.

Как уже отмечалось, в предельном случае малых случайных фазовых набегов последнее слагаемое в правой части выражения (4) для спектра $W(\Omega)$ представляет собой дельта-функцию. Спектральный подход к решению поставленной задачи, однако, непродуктивен, т. к. для его реализации необходимо рассматривать временные серии, вообще говоря, неограниченной длительности. Кроме того, в реальных условиях частота вариаций отклика активного интерферометра, как мы видели на примере сеанса 23–24.02.99, заметно меняется уже на интервалах порядка нескольких минут (см. рис. 5). Поэтому мы ограничимся анализом непосредственно выражения (1) для отклика интерферометра на более коротких временных интервалах, охватывающих несколько периодов интерференции $\tau_{\text{и}} = 1/\nu_{\text{и}}$.

В условиях, когда флуктуациями принимаемого сигнала, обусловленными средой распространения, можно пренебречь, амплитуды $A_{1,2}$ и фазы $\phi_{1,2}$ сигналов в (1) являются постоянными, и это соотношение сводится к известному выражению для интенсивности двух интерферирующих когерентных сигналов. При этом коэффициент видности M точечного источника в наблюдениях на аддитивном интерферометре по определению равен коэффициенту модуляции интерференционной картины:

$$M = \frac{2A_1A_2}{I_1 + I_2}\,. \qquad (6)$$

Максимального значения $M = 1$ коэффициент видности достигает, очевидно, на участках записи, где амплитуды интерферирующих сигналов одинаковы.

Необходимое условие для записи функции видности в форме (6) при интерференции квазимонохроматических сигналов, как несложно показать, имеет вид

$$\tau_{\text{и}} < \tau < \tau_0, \tag{7}$$

где τ — длительность интервала обработки, а τ_0 и $\tau_{\text{и}} = 1/\nu_{\text{и}}$ — характерные времена флуктуаций и интерференционных осцилляций принимаемого излучения соответственно.

В представленных экспериментах значения $\tau_0 \simeq l_{0E}/V$ менялись в пределах 0,3÷10 с при $\tau_{\text{и}} \simeq \simeq 0{,}2\div0{,}3$ с. Отсюда видно, что на участках записи длиной несколько секунд с относительно медленными ($\tau_0 > \tau_{\text{и}}$) флуктуациями принимаемого излучения условие (7) выполняется, и функция видности может быть представлена в виде (6). При $\tau_0 \simeq \tau_{\text{и}}$ этого сделать нельзя из-за нестационарного поведения отклика интерферометра даже на таких коротких фрагментах записи.

Как уже отмечалось, мгновенные интенсивности сигналов стендов СУРА и EISCAT, приходящих на КА WIND, заметно различались из-за существенного различия условий в полярной и среднеширотной ионосфере и, в первую очередь, из-за сильно выраженного эффекта ионосферных мерцаний. Тем не менее существовали фрагменты записей длиной порядка секунды, на которых флуктуации суммарного излучения в масштабе $\tau_{\text{и}}$ были относительно слабыми, причём в отдельные моменты глубина модуляции интерференционной картины достигала почти 100 % (рис. 2). Как видно из соотношения (6), такая ситуация реализуется только при равенстве амплитуд принимаемых сигналов излучателей; при этом коэффициент когерентности сигналов стендов заведомо должен быть равен 1, что и следует ожидать для «точечного источника». Заметим здесь, что в рассматриваемых экспериментах полуширина луча активного интерферометра составляла приблизительно 5,6″, а видимый угловой размер апертуры антенны КА был равен 0,01÷0,02″.

Таким образом, при обработке записей на временных интервалах порядка секунды ионосферные мерцания в отдельных случаях не приводят к заметным искажениям отклика активного интерферометра СУРА—EISCAT. С учётом теоремы взаимности [12] аналогичная методика обработки данных применима, очевидно, и к наземным интерферометрическим наблюдениям дискретных космических радиоисточников. Другими словами, предельное угловое разрешение наземных декаметровых интерферометров со сверхдлинной базой может быть реализовано даже в экстремальных условиях работы (локализация интерферометра в приполярной зоне, близость рабочей частоты к критическим частотам ионосферы). Сказанное тем более справедливо для среднеширотных инструментов.

Обратимся теперь к особенностям динамического спектра интерференционного сигнала. Как уже отмечалось, крупномасштабные ионосферные градиенты могут приводить к небольшим вариациям частоты спектральной линии интерферометра. Оценка доплеровских вариаций несущих частот КВ излучения, проходящего ионосферный слой с движущимися неоднородностями электронной концентрации, может быть получена из соотношения (ср. [11])

$$f_{\text{ди}} = \frac{\Omega_{\text{ди}}}{2\pi} \simeq \frac{k_0}{4\pi}\,\frac{f_0^2}{f^2} N_0^{-1} z_{\text{и}} \frac{\partial N}{\partial t}\,, \tag{8}$$

где $k_0 = 2\pi/\lambda_0$. При выводе соотношения (8) сделаны следующие упрощающие предположения: нестационарное возмущение электронной концентрации ($\partial N/\partial t \neq 0$) происходит лишь в ионосферном слое вблизи одного из передающих пунктов, $z_{\text{и}}$ — эффективная толщина этого возмущения, N_0 — электронная концентрация, отношение критической частоты возмущённого слоя к частоте излучения равно f_0/f. Предположим, что таким возмущением является перемещающееся ионосферное возмущение (ПИВ) электронной концентрации, для которого справедливо равенство [14]

$$N(t) = N_0 \left\{1 + \Delta \sin\left[k_\parallel \left(x - V_\parallel t\right)\right]\right\}, \tag{9}$$

где $\Delta = \Delta N/N_0$ — относительная электронная концентрация ПИВ; $k_\parallel = 2\pi/\Lambda_\parallel$, $\Lambda_\parallel$ — характерный продольный масштаб ПИВ, $V_\parallel$ — горизонтальная скорость ПИВ. Заметим, что $V_\parallel/\Lambda_\parallel = 1/T$, где T — период временных вариаций электронной концентрации ПИВ.

Из соотношений (8), (9) для характерных значений основных параметров перемещающихся ионосферных возмущений в F-слое ионосферы ($z_и \simeq 100$ км; $V_\| = 0{,}2$ км/с) и основных измеренных величин ($T \simeq 20$ мин; $f_0/f = 0{,}5$; $f_{ди} \simeq 0{,}25$ Гц) находим, что $\Delta = \Delta N/N_0 \simeq 0{,}25$ и $\Lambda_\| \simeq 240$ км. Эти величины находятся в хорошем соответствии с имеющимися в литературе сведениями о ПИВ (см. [11, 14]).

Таким образом, отмеченные ранее медленные осцилляции средней доплеровской частоты в динамическом спектре принимаемого излучения в сеансе 23–24.02.99 (см. рис. 4) действительно можно связать с влиянием ПИВ. Монотонное увеличение $\nu_{\max}$ в пределах 0,3 Гц к концу периода совместной работы стендов вызвано, скорее всего, движением самого́ космического аппарата, что хорошо подтверждается расчётами величины $\mathrm{d}(R_1 - R_2)/\mathrm{d}t$ по орбитальным данным.

Влиянием ПИВ объясняются и синхронные с отмеченными вариациями $\Omega_и$ осцилляции интенсивности принимаемого излучения (см. рис. 5). Действительно, возмущение (9) должно вызвать вариации интенсивности проходящих через него коротких радиоволн (см. [15]):

$$I \simeq \frac{1}{|1 \pm z/z_ф|} = \left|1 \pm \frac{z\,|\varphi_0|\,k_\|^2}{k_0}\right|^{-1}, \tag{10}$$

где $z_ф$ — фокальное расстояние ионосферной линзоподобной неоднородности типа ПИВ ($z_ф \simeq \simeq |\varphi_0|\,k_\|^2/k_0$, см. (8), (9) и [15]), $|\varphi_0| = k_0 f_0^2\,\Delta z_и/(2f^2)$ — максимальный набег фазы волны на ПИВ.

Для характерных значений (см. выше) $\Delta = \Delta N/N_0 \simeq 0{,}25$; $z_и = 100$ км; $f_0/f = 0{,}5$; $\lambda_0 = = 0{,}06$ км; $\Lambda_\| = 240$ км; относительная интенсивность $I \simeq (1 \pm 0{,}3)^{-1}$ (см. (10)), так что относительные квазипериодические вариации интенсивности проходящего через ПИВ излучения должны составлять около 30 %. При этом они должны быть синхронны во времени с медленными вариациями доплеровской частоты принимаемого излучения, обусловленными этими же ПИВ (см. (9), (10)). Эти оценки находятся в достаточно хорошем соответствии с результатами измерений в сеансе 24.02.99 (см. рис. 4, 5).

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Представленные в настоящей статье результаты эксперимента СУРА—EISCAT—WIND продолжают цикл работ по исследованию околоземной плазмы методом её радиопросвечивания КВ сигналами наземных радиопередатчиков с приёмом радиоволн на удалённом космическом аппарате. В настоящей работе акцент сделан на уточнении условий прохождения низкочастотного радиоизлучения через ионосферу Земли на пространственно разнесённых трассах применительно к задачам декаметровой радиоинтерферометрии со сверхдлинной базой.

Сеансы совместной работы стендов выполнены на частоте 5 475 кГц в ночное время суток в феврале—мае 1999 г. Превышение рабочей частоты 5 475 кГц над критическими частотами ионосферы в разных сеансах менялось в пределах 0,2÷2,7 МГц. Исследовались временные вариации и спектры флуктуаций интенсивности сигналов, принятых бортовым приёмником КА. С учётом результатов эксперимента HAARP—HIPAS—WIND излучение стендов велось на немного разнесённых частотах (с расстройкой 2÷4 Гц) для лучшего выделения ожидаемого эффекта на фоне ионосферных мерцаний с характерной частотой 0,03÷0,3 Гц.

В пяти из шести сеансов совместной работы стендов СУРА и EISCAT, проведённых при разных геофизических условиях, обнаружен специфический сигнальный признак работы двухэлементного интерферометра как непосредственно во временных сериях, так и в спектре флуктуаций интенсивности радиосигналов, принятых бортовым радиоприёмником.

Спектральная обработка показала более высокую чувствительность при обнаружении отмеченного сигнального признака и более широкие возможности анализа данных по сравнению с прямой обработкой временных вариаций наблюдаемой интенсивности. Выявлен, в частности, монотонный дрейф средней частоты спектральной линии интерферометра на несколько десятых долей герца из-за движения КА по небосводу на интервале 40 мин и наложенные на него медленные осцилляции средней частоты с амплитудой того же порядка и с квазипериодом в десятки минут, вызванные влиянием среды распространения радиоволн.

Сопоставление результатов эксперимента с современными теоретическими представлениями о распространении коротких радиоволн в случайно-неоднородной ионосфере свидетельствует о том, что наблюдаемый сигнальный признак работы декаметрового интерферометра EISCAT—СУРА является следствием переноса сложного спектра мерцаний принимаемого излучения из области нулевых спектральных частот в область доплеровской частоты интерферометра. При этом крупномасштабные ионосферные неоднородности (с размерами, превышающими характерные зоны Френеля для данных радиотрасс) типа перемещающихся ионосферных возмущений могут вызывать сравнительно небольшие медленные осцилляции средней частоты в спектре интерференционного сигнала и синхронные с ними квазирегулярные осцилляции интенсивности принимаемого сигнала.

Результаты работы могут быть использованы для развития методов диагностики ионосферной турбулентности, а также в радиоинтерферометрических наблюдениях космического радиоизлучения вблизи низкочастотной границы прозрачности земной ионосферы.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (гранты № 99–02–16052, 99–02–17285), INTAS (грант No. 97–1964), INTAS-CNES (грант No. 97–1450) и Шведской академии наук.

ЛИТЕРАТУРА

1. Беликович В. В. и др. // Астрон. журн. 1967. Т. 44, № 5. С. 981.
2. Parthasarathy R. // Science. 1967. V. 158, No. 3 807. P. 1 449.
3. Алексеев В. А. и др. // Изв. вузов. Радиофизика. 1973. Т. 16, № 9. С. 1 307.
4. Бойко Г. Н. и др. // XXVI радиоастрон. конф.: Тез. докл. СПб: ИПА РАН, 1995. С. 112.
5. Брауде С. Я. и др. // Проблемы современной радиоастрономии. XXVII радиоастрон. конф.: Тез.докл. СПб: ИПА РАН, 1997. С. 20.
6. Bougeret J. L. et al // Space Sci. Rev. 1995. V. 71. P. 231.
7. Караштин А. Н. и др. // Изв. вузов. Радиофизика. 1999. Т. 42, № 8. С. 765.
8. Токарев Ю. В., Кайзер М. и др. // Астрон. вестн. 2000. № 2. С. 1.
9. Rodriguez P. et al. // Geophys. Res. Lett. 1999. V. 71. P. 2 351.
10. Stubbe P. H. et al. // J. Atm. Terr. Phys. 1982. V. 44. P. 1 025.
11. Гершман Б. Н., Ерухимов Л. М., Яшин Ю. Я. Волновые явления в ионосфере и космической плазме. М.: Наука, 1984.
12. Гинзбург В. Л. Распространение электромагнитных волн в плазме. М.: Наука, 1968.
13. Алимов В. А., Рахлин А. В., Выборнов Ф. И. // Изв. вузов. Радиофизика. 1997. Т. 40, № 11. С. 1 323.
14. Афраймович Э. Л. Интерференционные методы радиозондирования ионосферы. М.: Наука, 1982.
15. Алимов В. А. // Изв. вузов. Радиофизика. 1989. Т. 32, № 7. С. 795.

[1] Научно-исследовательский радиофизический институт,
г. Нижний Новгород, Россия
[2] Max-Planck Institut für Aeronomy,
Katlenburg-Lindau, Germany
[3] Naval Research Laboratory, Washington, USA
[4] DESPA, Observatoire
de Meudon, France
[5] Goddard Space Flight
Center, NASA, USA
[6] University of Minnesota,
Minneapolis, USA

Поступила в редакцию
22 декабря 2000 г.

THE SURA–EISCAT–WIND EXPERIMENTS: IONOSPHERIC INFLUENCE ON THE RESPONSE OF A DECAMETER INTERFEROMETER WITH A SUPERLONG BASELINE

Yu. V. Tokarev, V. A. Alimov, G. P. Komrakov, G. N. Boiko, M. T. Reitveld, P. Rodriguez, J.-L. Bougeret, M. L. Kaiser, and K. Goetz

We present the results of the 1999 experiments on receiving signals at a frequency of 5475 kHz from the SURA and EISCAT facilities onboard the WIND spacecraft. Power and frequency distortions imposed by near-Earth plasmas on the response at 5475 kHz of SURA–EISCAT, an active decameter radio interferometer with a superlong baseline of $\sim$ 2000 km, are studied. Quasi-sinusoid variations in the intensity of the received radiation with a period of several tenths of a second and the corresponding maximum in the intensity fluctuation spectrum are observed during synchronized operation of the facilities under both quiet and perturbed geophysical conditions including the phenomenon of midlatitude F spread. Variations in the mean frequency of the spectral line both because of the motion of the spacecraft and the large-scale travelling ionospheric disturbances are detected. The obtained results are compared with the modern theoretical concept of propagation of HF radio waves in a randomly irregular ionospheric plasma. The possibility to realize the limiting angular resolution of a ground-based decameter interferometer with a superlong baseline for observations of discrete space sources is discussed.

УДК 550.388.2

СПЕКТР ПЕРЕМЕЩАЮЩИХСЯ ИОНОСФЕРНЫХ ВОЗМУЩЕНИЙ ПО ДАННЫМ ГЛОБАЛЬНОЙ СЕТИ GPS

Э. Л. Афраймович, Е. А. Косогоров, О. С. Лесюта, И. И. Ушаков

В работе предпринята проверка гипотезы о роли геомагнитных возмущений как фактора, определяющего характеристики спектра перемещающихся ионосферных возмущений (ПИВ). С целью повышения статистической достоверности данных использован основанный на новой технологии GLOBDET метод глобального пространственного усреднения спектров мощности возмущений полного электронного содержания (ПЭС). Для количественной характеристики интенсивности ПИВ предложено использовать новый глобальный индекс степени возмущения, равный среднему среднеквадратичному отклонению вариаций ПЭС в выбранном диапазоне периодов ПИВ (в нашем случае $T = 20\div 60$ мин). Анализ проведён для набора, включающего от 87 до 332 станций GPS, для 10 суток с различным уровнем геомагнитной активности (индекс Dst изменялся от -13 до -321 нТ, индекс Kp — от 3 до 9). Оказалось, что с ростом магнитной возмущённости общая интенсивность ПИВ монотонно растёт, однако она коррелирует не с абсолютным значением Dst, а с производной Dst по времени (максимальный коэффициент корреляции достигает $-0{,}94$). Запаздывание отклика ПИВ порядка 2 часов согласуется с представлением о том, что ПИВ генерируются в авроральных областях и перемещаются в сторону экватора со скоростью около $300\div 400$ м/с.

ВВЕДЕНИЕ

Одним из важнейших представлений о природе и динамике ионосферных неоднородностей является волновая концепция, согласно которой наблюдаемая в эксперименте неоднородная структура ионосферы есть результат суперпозиции волновых процессов различного происхождения. Поэтому большое значение в теоретических и экспериментальных исследованиях имеют спектральные характеристики, которые позволяют выделить ионосферные неоднородности различных масштабов.

Исследуемые в настоящей работе неоднородности относятся к классу перемещающихся ионосферных возмущений (ПИВ) с характерным пространственным размером от 100 до 500 км и периодом $T = 20\div 60$ мин, изучению которых посвящена обширная литература. Классификация ПИВ по размерам (в частности, разделение на крупномасштабные и среднемасштабные возмущения) достаточно условна, и многие авторы связывают с этой классификацией различные физические механизмы.

Исследованию крупномасштабных ПИВ с характерными периодами $1\div 2$ часа и масштабами порядка 1 000 км посвящено много работ, в том числе ряд обстоятельных обзоров [1, 2]. Считается установленным, что крупномасштабные ПИВ являются проявлением акустико-гравитационных волн (АГВ), области генерации которых находятся в авроральных зонах северного или южного полушария. Эти представления получили подтверждение в последних экспериментах с использованием данных сети GPS [3, 4].

В настоящее время существуют разные точки зрения на возмущения геомагнитного поля как эффективный источник ПИВ среднего масштаба. Согласно [1] для неоднородностей электронной концентрации с характерными периодами от 10 до 60 мин авроральный источник играет основную роль. Усиление интенсивности вариаций во время геомагнитных возмущений отмечено в работах [5, 6].

В то же время в работе [7] показано, что авроральные источники, возможно, играют незначительную роль в образовании ПИВ среднего масштаба, регистрируемых на средних широтах. В работе [8] утверждается, что по данным наблюдений с помощью спутников NNSS среднемасштабные ПИВ регистрируются постоянно и частота их появления в возмущённых условиях не возрастает. Возможный механизм формирования источника среднемасштабных ПИВ некоторые авторы связывают с метеорологическими процессами [7, 9, 10].

Таким образом, до сих пор не получено достаточно убедительных экспериментальных данных в поддержку гипотезы об определяющей роли геомагнитных возмущений в образовании ПИВ среднего масштаба. В значительной степени это обусловлено недостаточным количеством и низким пространственно-временным разрешением используемых средств радиозондирования (ионозонды, радары некогерентного рассеяния и т. д.).

Основными характеристиками волновых процессов являются временной и пространственный спектры. Поскольку спектры обычно носят степенной характер, то наклон k спектра и среднеквадратичное отклонение M вариаций интенсивности в анализируемом диапазоне частот (амплитудный масштаб степенного спектра) являются наиболее информативными параметрами, оценки которых содержатся во многих публикациях экспериментального или теоретического характера [11–15].

Определение перечисленных характеристик возмущений в эксперименте имеет принципиальное значение для обоснования интерпретации данных в рамках различных физических механизмов формирования неоднородной структуры ионосферы. Кроме того, знание спектров неоднородностей необходимо для создания эмпирической модели искажений трансионосферных радиосигналов, используемых в специальных радиотехнических системах связи, локации и навигации метрового, дециметрового и сантиметрового диапазонов длин волн.

В литературе имеется большой разброс оценок наклона k и амплитудного масштаба M временных и пространственных спектров. Одна из причин этого разброса может быть связана с применением различных методов измерений, весьма отличающихся пространственным и временным разрешением. Однако основная причина определяется различными геофизическими условиями отдельных измерений и большим разбросом широты, долготы и местного времени при проведении экспериментов.

Для получения более надёжной информации необходимо проведение одновременных измерений на большой площади, охватывающей районы с различным местным временем. Однако ни один из перечисленных выше известных методов не удовлетворяет подобным требованиям.

Новую эру в дистанционной диагностике ионосферы открывает развитие глобальной навигационной системы GPS и создание на её основе широко разветвлённой сети станций GPS (к августу 2000 г. насчитывалось не менее 713 станций), данные которых публикуются в Интернете [16]. С помощью двухчастотных многоканальных приёмников системы GPS практически в любой точке земного шара и в любое время на двух когерентно-связанных частотах $f_1 = 1\,575{,}42$ МГц и $f_2 = 1\,227{,}60$ МГц одновременно осуществляются высокоточные измерения группового и фазового запаздывания на луче зрения между приёмником на земной поверхности и передатчиками на ИСЗ, находящимися в зоне приёма.

Ранее одним из авторов [17] была разработана новая технология GLOBDET глобального детектирования ионосферных возмущений естественного и техногенного происхождения по данным международной сети двухчастотных многоканальных приёмников навигационой системы GPS, существенно улучшающая чувствительность и пространственно-временное разрешение эксперимента.

Целью настоящей работы является разработка на основе технологии GLOBDET нового метода оценки глобальных характеристик спектра ПИВ, отличающегося повышенной статистической достоверностью за счёт глобального пространственного усреднения спектров. Этот метод используется для проверки гипотезы об определяющей роли геомагнитных возмущений как источника ПИВ.

1. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА И ГЕОМЕТРИЯ ЭКСПЕРИМЕНТА

Для исследования были использованы опубликованные в Интернете данные глобальной сети при-

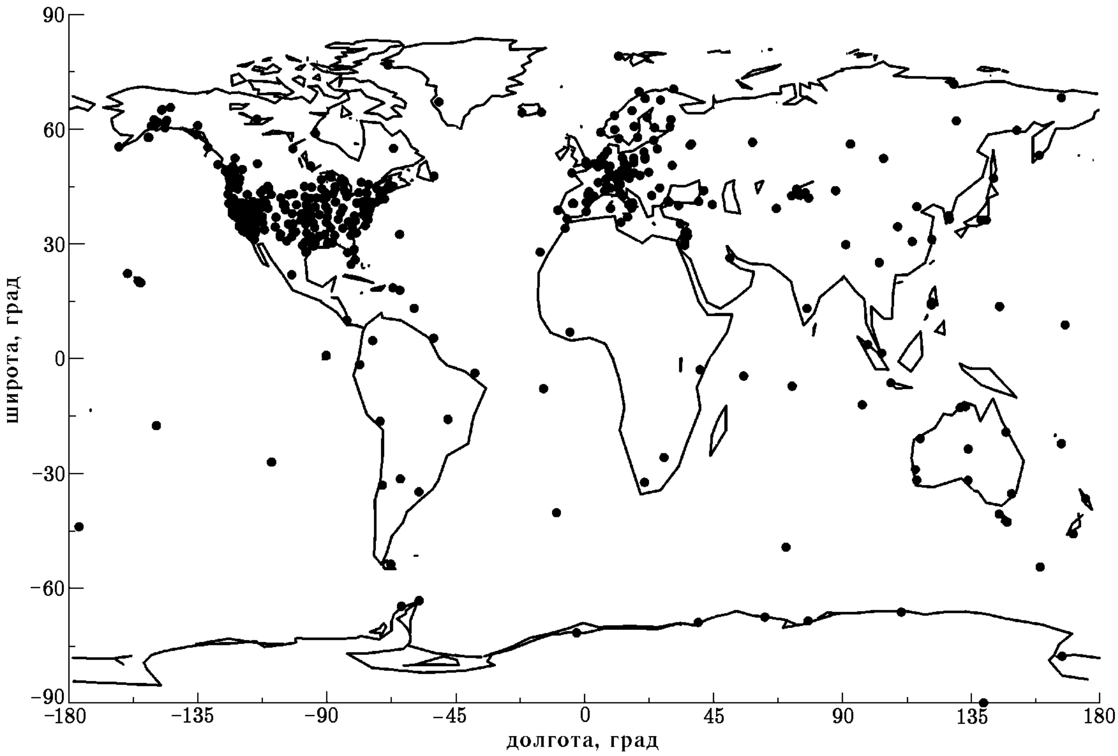


Рис. 1

ёмных станций GPS. На рис. 1 показано расположение станций глобальной сети GPS, данные которых использовались в настоящей работе при анализе средних амплитудных спектров возмущений полного электронного содержания. Для различных анализируемых событий по ряду причин были выбраны немного отличающиеся наборы станций GPS, однако геометрия эксперимента для всех событий была схожей. За недостатком места мы не приводим здесь координаты станций. Эту информацию можно получить по электронному адресу http://lox.ucsd.edu/cgi-bin/allCoords.cgi?.

Как видно из рис. 1, выбранный из доступной для нас части глобальной сети GPS набор станций довольно плотно покрывает Северную Америку, Европу и гораздо хуже Азию. Меньше станций GPS на Тихом и Атлантическом океанах. Однако такое распределение станций по земной поверхности уже сегодня позволяет решать задачу глобального детектирования возмущений с невиданным ранее пространственным накоплением. Это обеспечивает как минимум на два порядка больше статистически независимых рядов данных, чем это можно реализовать при регистрации УКВ сигналов геостационарных ИСЗ [18, 19] или низкоорбитальных навигационных ИСЗ первого поколения TRANSIT [8, 20]. Так, в западном полушарии соответствующее количество станций уже сегодня может достигать 500, а число лучей на ИСЗ может быть не менее $2\,000 \div 3\,000$.

Мы провели анализ данных для набора, включающего от 87 до 332 станций GPS, для 10 суток в период с 1998 по 2000 год с различным уровнем геомагнитной активности (индекс Dst изменялся от -13 до -321 нТ, индекс Kp от 3 до 9). В табл. 1 приведены даты, номера дней, число m используемых станций, экстремальные значения $Dst_{\min}$ и $Kp_{\max}$. Общий объём данных превышает $5 \cdot 10^7$ записей длиной 30 с.

Таблица 1

Основная информация об эксперименте

N	Дата	День	m	$Dst_{\min}$, нТ	$Kp_{\max}$	$t_{\max}$, UT	$M_{\max}$, TECU	τ, ч	r
1	26/27.08.1998	238/239	93/88	−188	8	03	0,32	2	−0,937
2	24/25.09.1998	267/268	96/87	−233	9	04	0,42	2	−0,840
3	29.07.1999	210	161	− 40	3	02	0,16	2	—
4	09.01.2000	009	332	− 13	—	02	0,21	2	—
5	06/07.04.2000	097/098	179/180	−321	8	22	1,07	2	−0,848
6	15/16.07.2000	197/198	309/308	−295	9	22	0,67	2	−0,846

2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ СРЕДНЕГО СПЕКТРА МОЩНОСТИ ВАРИАЦИЙ ПЭС ПО ДАННЫМ GPS

Ниже кратко излагается разработанный авторами метод оценки среднего (глобального) спектра мощности вариаций полного электронного содержания (ПЭС), обусловленных ионосферными неоднородностями различного масштаба, на основе обработки данных международной сети двухчастотных многоканальных приёмников навигационной системы GPS. С целью повышения статистической достоверности данных использован метод глобального пространственного усреднения спектров в рамках новой технологии GLOBDET [17]. Сущность метода заключается в применении соответствующей обработки вариаций ПЭС, определяемых по данным приёмников системы GPS, одновременно для всей совокупности видимых в данный интервал времени спутников GPS ($5\div10$ ИСЗ) на всех выбранных для анализа станциях глобальной сети GPS.

Технология GPS предоставляет возможность детектирования волновых возмущений в ионосфере на основе фазовых измерений ПЭС I в нескольких разнесённых в пространстве двухчастотных приёмниках GPS. Методы определения относительных изменений ПЭС из измерений приращений фазового пути трансионосферного радиосигнала GPS, обусловленных ионосферой, подробно описаны в целой серии публикаций [4, 21, 22]. Мы приведём лишь конечную формулу для фазовых измерений:

$$I_0 = \frac{1}{40{,}308}\frac{f_1^2 f_2^2}{f_1^2 - f_2^2}\,[(L_1\lambda_1 - L_2\lambda_2) + \varphi + nL], \tag{1}$$

где $L_1\lambda_1$ и $L_2\lambda_2$ — приращения фазового пути радиосигнала, вызванные задержкой фазы в ионосфере, L_1 и L_2 — число полных оборотов фазы, а λ_1 и λ_2 — длины волн (в метрах) для частот f_1 и f_2 (в герцах), $\varphi = \mathrm{const}$ — некоторый неизвестный начальный фазовый путь (в метрах), nL — ошибка в определении фазового пути (в метрах).

Для этого вида измерений ошибка определения ПЭС для одного 30-секундного интервала усреднения не превышает 10^{14} м$^{-2}$, хотя начальное значение ПЭС и остаётся неизвестным [21]. Это позволяет детектировать неоднородности ионизации и волновые процессы в ионосфере в широком диапазоне амплитуд (до 10^{-4} суточного изменения ПЭС) и периодов (от суток до 5 мин). Ниже мы будем использовать общепринятую в литературе единицу ПЭС TECU, равную 10^{16} м$^{-2}$.

В нашем эксперименте первичными данными для вычисления спектров ПИВ являются ряды значений ПЭС в выбранных пунктах приёма, а также соответствующие им ряды значений угла места $\theta(t)$ и азимута $\alpha(t)$ луча на ИСЗ, рассчитанные по разработанной нами программе CONVTEC, которая преобразует представленные в сети Интернет стандартные для системы GPS RINEX-файлы [23].

К сожалению, для большинства станций глобальной сети GPS данные представлены с временным шагом 30 с, что ограничивает анализируемый период вариаций ПЭС снизу величиной порядка 1 мин.

Для вычисления единичного (полученного по одной реализации отфильтрованного ряда значений ПЭС) спектра вариаций ПЭС выбираются непрерывные ряды измерений $I(t)$ длительностью не менее 2,5 часов, что позволяет получить удобное для используемого нами алгоритма быстрого преобразования Фурье (БПФ) число отсчётов, равное 256. Для получения более длинного ряда из 512 отсчётов необходима непрерывная запись $I(t)$ в течение не менее 5 часов, что практически невозможно реализовать из-за ограничений геометрии эксперимента с ИСЗ GPS. Это ограничивает диапазон анализируемых нами периодов вариаций ПЭС сверху приблизительно 120 минутами.

С целью исключения вариаций регулярной ионосферы, а также изменений, связанных с движением спутника, используется процедура удаления линейного тренда с предварительным сглаживанием исходного ряда с выбранным временным окном длительностью около 60 мин. Эта процедура немного уменьшает амплитуду низкочастотных составляющих в анализируемом диапазоне периодов, однако это не сказывается на полученных ниже качественных результатах анализа спектра.

Ряды значений угла места $\theta(t)$ и азимута $\alpha(t)$ луча на ИСЗ использовались для определения координат подыоносферных точек и преобразования «наклонного» ПЭС $I_0(t)$ в соответствующее значение «вертикального» ПЭС с использованием известной методики [24]:

$$I = I_0 \cos\left[\arcsin\left(\frac{R_\mathrm{E}\cos\theta}{R_\mathrm{E} + h_\mathrm{max}}\right)\right], \tag{2}$$

где R_E — радиус Земли, $h_\mathrm{max} = 300$ км — высота максимума слоя F_2.

В нашем случае все результаты получены для углов места $\theta(t) > 30°$.

На примере измерений в условиях магнитоспокойной и магнитовозмущённой ионосферы в районе станции некогерентного рассеяния Миллстоун Хилл (MHR; географические координаты 42,61° с. ш., 288,5° в. д.) изложим кратко последовательность процедур обработки данных. На рис. 2*а* приведён пример типичной слабовозмущённой вариации «вертикального» ПЭС $I(t)$ для станции WES2 (ИСЗ номер PRN17) от 15 июля 2000 г. для интервала 17:00–19:00 UT, предшествующего началу геомагнитного возмущения вблизи MHR на территории с координатами $30° \div 50°$ с. ш., $270° \div 290°$ в. д. Для этого же ряда на рис. 2*б* даны вариации $\mathrm{d}I(t)$, полученные из ряда $I(t)$ путём удаления тренда с окном 60 мин.

Логарифмический спектр мощности $\lg S^2(F)$ ряда $\mathrm{d}I(t)$, полученный с применением стандартной процедуры БПФ, дан на рис. 2*в*. Точками на оси абсцисс рис. 2*в* (а также рис. 2*г*, *ж*, *з*) отмечены частотные интервалы среднемасштабных (СМ) и мелкомасштабных (ММ) неоднородностей.

Некогерентное суммирование парциальных спектров мощности $\lg S_i^2(F)$ для различных лучей зрения производилось по формуле

$$\langle \lg S^2(F)\rangle = \sum_{i=1}^{n} \lg S_i^2(F), \tag{3}$$

где $i = 1, 2, \ldots, n$ — номер луча.

Результат суммирования спектров для 16 лучей зрения 10 станций GPS, расположенных в указанном выше районе в окрестности станции MHR, представлен на рис. 2*г* жирной линией.

Для сравнения спектров, полученных в условиях спокойной и возмущённой ионосферы, на рис. 2*г* тонкой линией нанесён глобальный спектр ионосферных возмущений спокойного дня 29 июля 1999 г. (максимальное отклонение $Dst = -4$ нТ), полученный аналогичным образом для интервала времени 11:00–13:30 UT усреднением по 309 лучам зрения 161 станции глобальной сети (см. рис. 1), более или менее равномерно расположенных в западном и восточном полушариях в интервале $30° \div 70°$ с. ш. Рядом с указанными спектрами на рис. 2*г* приведён наклон k степенного спектра.

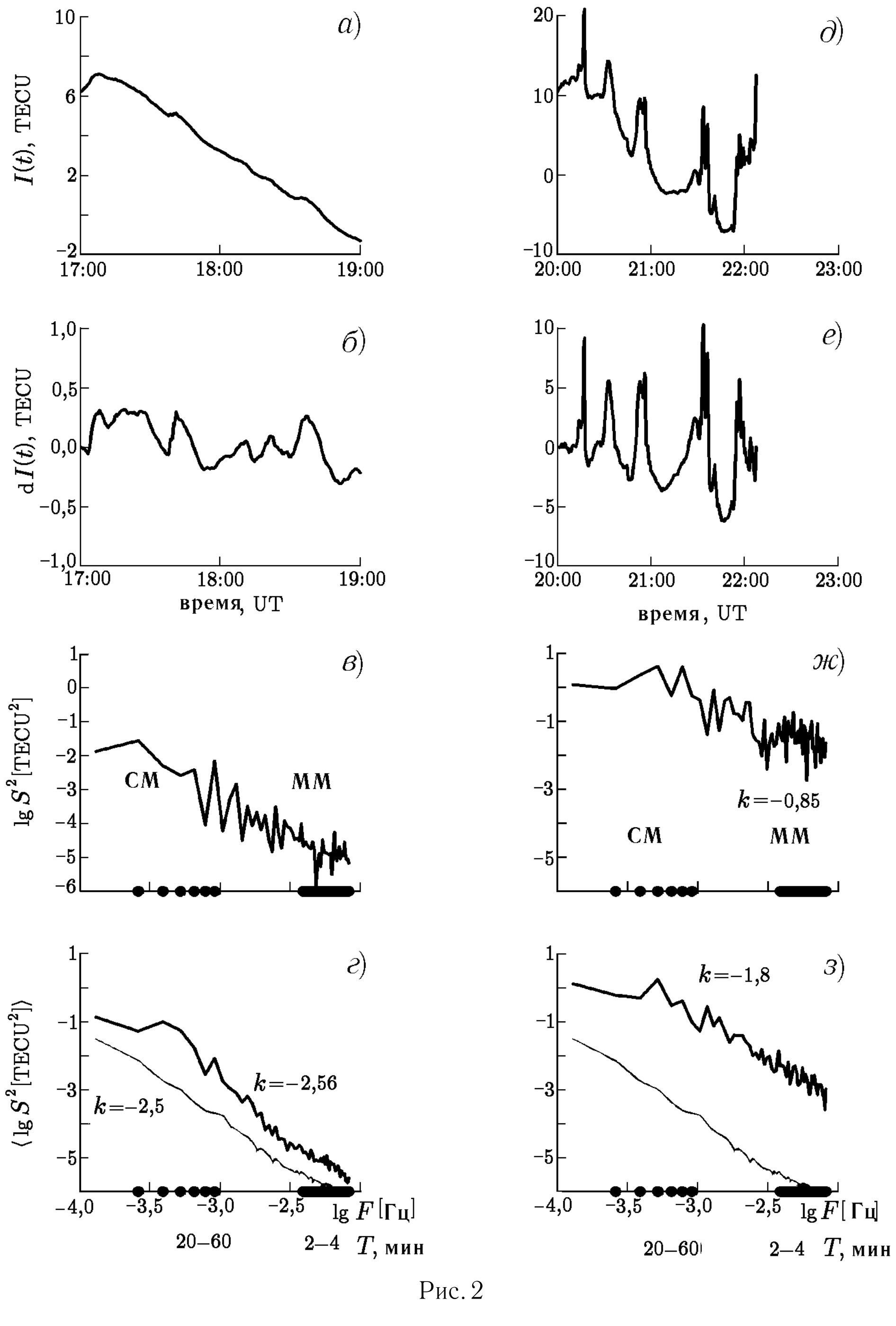


Рис. 2

Вследствие статистической независимости парциальных спектров отношение сигнал/шум при вычислении среднего спектра увеличивается за счёт некогерентного накопления не менее чем в $\sqrt{n}$ раз, где n — число лучей зрения. Это подтверждает сравнение результирующей суммы спектров $\langle \lg S^2(F)\rangle$ на рис. 2*г* с парциальным спектром $\lg S^2(F)$ на рис. 2*в*.

Следует отметить, что вычисленный непосредственно по вариациям $\mathrm{d}I(t)$ спектр представляет собой искажённый спектр неоднородностей вследствие эффекта доплеровского смещения угловой частоты ПИВ [22]:

$$\Omega = \Omega_0 - (\mathbf{K}, \boldsymbol{\omega}), \tag{4}$$

где $\mathbf{K}$ и $\boldsymbol{\omega}$ — угловой вектор ПИВ и вектор смещения подыоносферной точки на выбранной высоте в ионосфере, обусловленные перемещением ИСЗ GPS, Ω_0 — истинное значение угловой частоты ПИВ.

Основной объём сведений о временны́х спектрах ионосферных неоднородностей различного масштаба, в том числе и ПИВ, получен при трансионосферном зондировании сигналами геостационарных ИСЗ [18, 19]. В этом случае скорость ω перемещения луча на ИСЗ на уровне максимума слоя F_2 ионосферы много меньше скорости V движения ПИВ, так что ею можно пренебречь. Для низкоорбитальных навигационных ИСЗ первого поколения TRANSIT, наоборот, скорость ω существенно превышает скорость V перемещения ПИВ, поэтому результаты измерений интерпретируются в терминах одномерных пространственных спектров [20]. Для спутников системы GPS скорости ω и V могут оказаться близкими, что приведёт к смещению спектральной линии в положительную или отрицательную стороны.

Знак результирующей частоты Ω при определённых условиях может даже измениться на противоположный, если модуль сдвига частоты $|(\mathbf{K}, \boldsymbol{\omega})|$ превысит Ω_0. Это означает, что в этом случае точка пересечения луча зрения на ИСЗ с главным максимумом ионизации перемещается быстрее, чем волна ПИВ, и в системе координат станции GPS направление перемещения линии равной фазы меняется на обратное к тому, что имеет место в ионосфере. Однако такая ситуация должна быть весьма редкой, т. к. скорость ω (обычно не более $50\div 70$ м/с при $h_{\max} = 300$ км и максимальном угле места $\theta > 30°$) заметно меньше средней фазовой скорости ПИВ.

Однако при накоплении парциальных спектров, соответствующих всем видимым на данном интервале времени ИСЗ GPS, этот эффект приведёт просто к более или менее равномерному размыванию спектральных линий, поскольку знак и величина смещения частоты оказываются различными для отдельных лучей зрения. Таким образом, усреднение по большому количеству лучей позволяет получить оценки средних спектров.

Как видно из рис. 2*г*, спектр ионосферных возмущений спокойного дня вполне соответствует теоретическому степенному спектру мощности ионосферных неоднородностей с наклоном около $k = -2{,}5$, что позволяет использовать его как эталонный степенной спектр. Этот результат согласуется с известными оценками характеристик спектра ПИВ, полученными при вертикальном [13], наклонном [25] и трансионосферном радиозондировании [19]. Масштаб флуктуаций ПЭС M в диапазоне СМ и C в диапазоне ММ (см. рис. 2*в*) не превышает в данном случае 0,4 и 0,007 TECU соответственно.

Если сравнить средние спектры вариаций ПЭС от 15 июля 2000 г. для интервала 17:00–19:00 UT и спектр вариаций в условиях спокойного дня 29 июля 1999 г., можно отметить превышение на один порядок уровня возмущения ПЭС в целом по спектру с сохранением наклона ($k = -2{,}56$). Однако заметно также непропорциональное (на 1,5 порядка) возрастание интенсивности вариаций ПЭС в диапазоне СМ.

Ещё более кардинальные изменения спектра ионосферных неоднородностей произошли в этом же районе буквально через час. На рис. 2*д* приведена временна́я зависимость возмущённого «вертикального» ПЭС $I(t)$ для станции ALGO (ИСЗ номер PRN21) от 15 июля 2000 г. для интервала 20:00–22:30 UT. Для этого же ряда на рис. 2*е* даны вариации $\mathrm{d}I(t)$, отфильтрованные из ряда $I(t)$ путём удаления тренда с окном 60 мин. Как видно из рис. 2*е* и соответствующего спектра $\lg S^2(F)$ на рис. 2*ж*, мощность вариаций ПЭС возрасла как минимум на 2 порядка по сравнению с интервалом 17:00–19:00 UT (рис. 2*б*, *в*). Кроме того, резко изменился наклон спектра $k = -0{,}85$, что свидетельствует о непропорциональном возрастании интенсивности неоднородностей в СМ и ММ частях спектра. Масштабы флуктуаций ПЭС M в диапазоне СМ и C в диапазоне ММ превышают в данном случае 4,27 и 0,5 TECU соответственно.

Результат суммирования спектров $\langle \lg S^2(F) \rangle$ для 7 лучей зрения представлен на рис. 2*з* жирной линией. Спектр носит степенной характер со средним наклоном $k = -1{,}8$, заметно отличающимся от наклона k спектра в условиях магнитоспокойного дня. Средняя интенсивность M неоднородностей в среднемасштабной части спектра возросла на два порядка, а интенсивность C в мелкомасштабной части — сразу на три порядка по сравнению с уровнем магнитоспокойного дня.

Поскольку основная цель нашей работы заключается в получении средних характеристик интенсивности ПИВ, в дальнейшем мы будем использовать только упомянутые выше параметры спектра k и M.

3. ГЕОМАГНИТНЫЙ КОНТРОЛЬ СПЕКТРА ПИВ

Приведённые ниже зависимости средней интенсивности $M(t)$ вариаций ПИВ получены путём вычисления глобальных спектров для всех перечисленных в табл. 1 дней при числе станций m для интервалов времени длительностью 2,5 часа со сдвигом 1 час и последующего интегрирования спектральной плотности в диапазоне периодов $20 \div 60$ мин (см. рис. 2*в, г, ж, з*, где на осях абсцисс точками отмечен интервал СМ). Результатом интегрирования является величина M, равная сренеквадратичному отклонению вариаций интенсивности ПЭС в заданном диапазоне периодов и измеряемая в единицах TECU. Соответствующие данные представлены на рис. 3, а статистические оценки приведены в табл. 1.

Данные, полученные в течение магнитоспокойного дня 29 июля 1999 г., отличающегося низким уровнем геомагнитной активности и эталонным степенным спектром вариаций ПЭС (тонкая линия на рис. 2*г*, *з*), используются далее для сравнения с характеристиками спектра ПИВ во время геомагнитных возмущений (строка 3 табл. 1). На рис. 3*д* (жирная линия) и рис. 3*е* (пунктир) представлены вариации индекса Dst геомагнитной активности и среднеквадратичное отклонение $M(t)$ вариаций ПЭС в диапазоне периодов $20 \div 60$ мин для этого дня.

Как видно из рис. 3*д, е*, неглубокие и медленные вариации индекса Dst в течение этих суток сопровождались медленными и незначительными по амплитуде колебаниями, обусловленными ПИВ; среднее значение M для этих суток не превышало 0,16 TECU. Подобные результаты получены и для другого магнитоспокойного дня 9 января 2000 г. (жирная линия на рис. 3*б* и пунктир на рис. 3*в*; строка 4 табл. 1).

Рассмотрим теперь для контраста глобальный ионосферный отклик на большую магнитную бурю 6–7 апреля 2000 г., характеризующуюся максимальной амплитудой вариаций Dst до -321 нТ (тонкая линия на рис. 3*д*; строка 5 табл. 1). Максимальное значение индекса Kp (рис. 3*г*) для этой бури достигало 8. Примерно до 19:00 UT 6 апреля вариации индекса Dst были близки к 0 нТ. Затем значение Dst стало быстро уменьшаться, после 19:00 UT достигло -129 нТ и продолжало уменьшаться вплоть до -321 нТ.

Рис. 3*е* представляет зависимость среднеквадратичного отклонения $M(t)$ вариаций ПЭС в диапазоне периодов $20 \div 60$ мин (жирная линия) и инвертированную зависимость временной производной $\mathrm{d}(Dst)/\mathrm{d}t$ (тонкая линия) для 6–7 апреля 2000 г. Производная $\mathrm{d}(Dst)/\mathrm{d}t$ получена по зависимости $Dst(t)$ (рис. 3*д*), сглаженной с временным окном 7 часов. Как видно из рис. 3*е*, с ростом уровня магнитной возмущённости монотонно растёт общая интенсивность ПИВ, однако она коррелирует не с абсолютным значением Dst, а с временно́й производной $\mathrm{d}(Dst)/\mathrm{d}t$ (коэффициент корреляции r равен в данном случае $-0{,}85$). Задержка τ между этими зависимостями равна 2 часам. Максимальная амплитуда $M_{\max} = 1{,}07$ TECU, отмеченная на рис. 3*е* стрелкой, почти на порядок превышает соответствующее значение для магнитоспокойного дня 29 июля 1999 г. (пунктир на рис. 3*е*).

Аналогичные результаты были получены и для других магнитных бурь 15–16 июля 2000 г. (рис. 3*а*–*в*), 26–27 августа и 24–25 сентября 1998 г., однако значение $M_{\max}$ в этих случаях не превышало 0,67; 0,32 и 0,42 TECU соответственно (строки 6, 1 и 2 табл. 1).

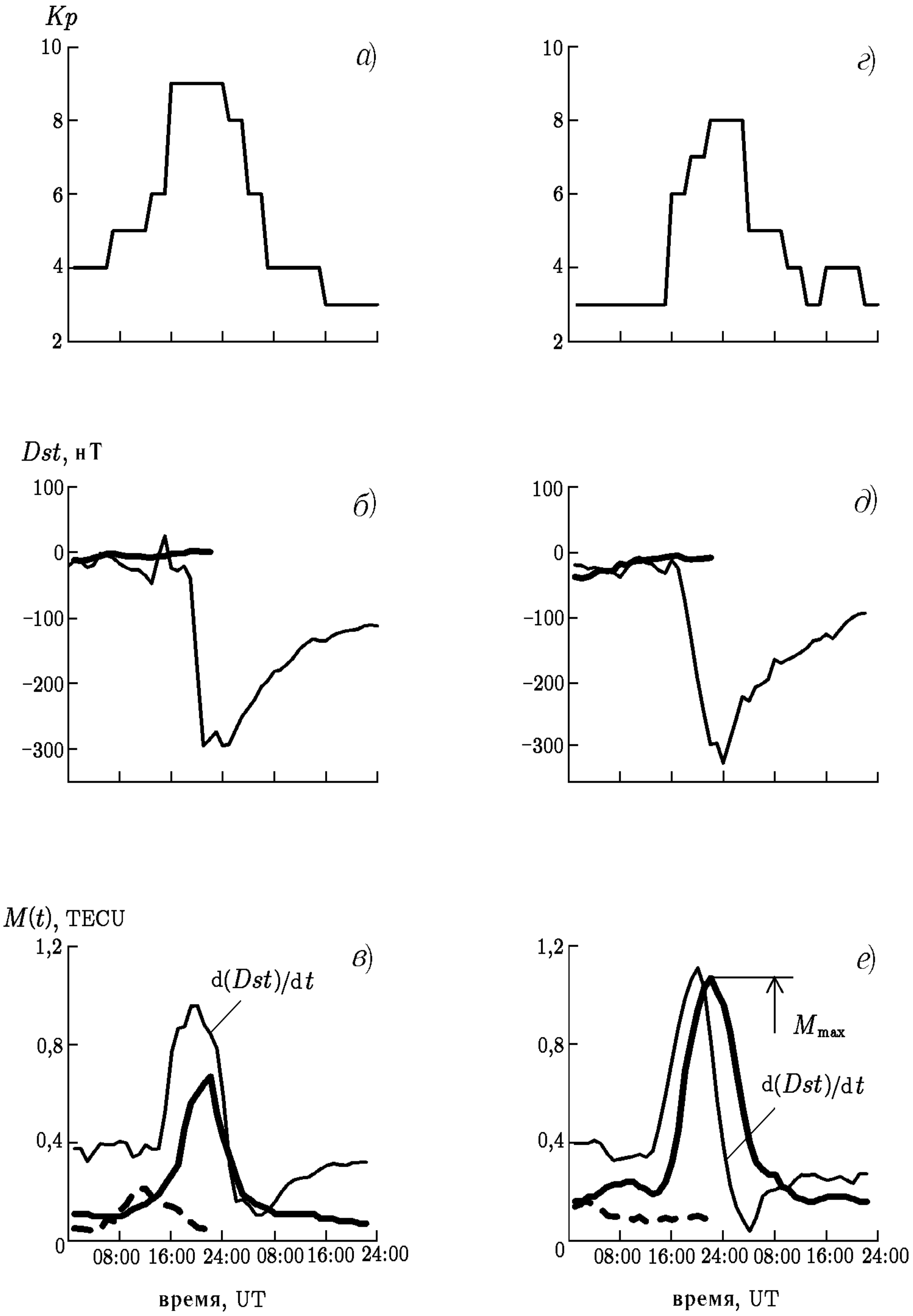


Рис. 3

Запаздывание $\tau \sim 2$ ч изменения интенсивности ПИВ относительно быстрых вариаций напряжённости магнитного поля можно легко объяснить, если учесть, что основной вклад при глобальном усреднении спектров ПИВ даёт среднеширотный пояс станций GPS. Этот пояс отстоит от южной границы возникающего при геомагнитных возмущениях аврорального источника ПИВ на расстоянии порядка 2 000 км. Генерируемые при возникновении этого источника возмущения перемещаются в сторону экватора со скоростью порядка $300 \div 400$ м/с [1–4].

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Полученные нами характеристики спектров вполне согласуются с рядом известных результатов, несмотря на то, что в литературе имеется большой разброс в оценках наклона k, а также амплитудного масштаба M временны́х и пространственных спектров.

Одномерные пространственные спектры можно получить при прямых измерениях вариаций локальной электронной концентрации вдоль траектории ИСЗ, однако известные по литературе данные относятся чаще всего к экваториальной или полярной областям. Так, в работе [26] при исследовании экваториальной F-области ионосферы одновременно прямыми измерениями на ИСЗ $AE-E$ и радиопросвечиванием сигналами геостационарного ИСЗ Wideband на частотах 137 и 378 МГц получено, что одномерный пространственный спектр возмущений в диапазоне масштабов 10÷100 км носит степенной характер с индексом наклона $k \approx -2$.

Ракетные измерения электронной концентрации в F-области авроральной ионосферы, проведённые одновременно с измерениями на радаре некогерентного рассеяния и радиопросвечиванием сигналами геостационарного ИСЗ [27], показали, что соответствующий индекс наклона k одномерного пространственного спектра для масштабов 0,1 ÷ 200 км находится в диапазоне от $-1{,}2$ до $-1{,}8$.

Для высоты 500 км оценки индекса наклона одномерного пространственного спектра были получены по данным прямых измерений на ИСЗ «Космос-900» [28]. Если для экваториальной и высокоширотной ионосферы значения k оказались порядка $-1{,}2$, то для средних широт в спектре наблюдался излом; в диапазоне масштабов 30÷150 км показатель k менялся от -3 до -4 с уменьшением до -1 для неоднородностей с масштабом меньше 30 км.

Другая возможность заключается в переносе временно́го спектра в пространственную область при условии, что за время наблюдения неоднородная структура перемещается без изменения формы. При этом форма пространственного спектра совпадает с формой временно́го. Такой подход при обработке данных измерений доплеровского смещения частоты при наклонном зондировании был использован, в частности, в работе [25]; для ионосферных неоднородностей с размерами от нескольких десятков до нескольких сотен километров авторами получена соответствующая оценка показателя $k = -4{,}6 \div -3{,}8$. При этом показатель k для спектров доплеровского сдвига частоты изменялся в пределах от $-0{,}8$ до $-1{,}6$. Близкие результаты в аналогичных доплеровских измерениях получены в [13]; показатель k по данным средних спектров как днём, так и ночью оказался равным -2.

В работе [19] исследованы спектральные свойства среднемасштабных ПИВ на основе анализа спектров мощности вариаций ПЭС, полученных при измерениях поляризации сигнала геостационарного ИСЗ ETS-2 на частоте 136 МГц вблизи г. Иркутска (52° с. ш., 102° в. д.). Для трёх сезонов 1990 г. получены усреднённые по 10 суткам временны́е спектры вариаций ПЭС. В низкочастотном диапазоне (периоды от 20 до 100 мин) спектры дневных вариаций имеют степенной вид с индексом наклона $k = -2{,}5$, а в высокочастотном диапазоне (периоды 10 ÷ 20 мин) — с индексом $k = -6$; ночью индекс равен -4 во всём рассматриваемом диапазоне периодов.

Основные результаты настоящего исследования состоят в следующем:

1) Полученные нами данные свидетельствуют об определяющей роли геомагнитных возмущений в формировании спектра перемещающихся ионосферных возмущений. Этот вывод основан на существенно большем, чем ранее, статистическом материале, охватывает периоды с различным уровнем геомагнитной возмущённости и носит глобальный характер. Анализ проведён для набора, включающего от 87 до 332 станций GPS, для 10 суток с различным уровнем геомагнитной активности (индекс Dst изменялся от -13 до -321 нТ).

2) Оказалось, что спектры мощности дневных вариаций ПЭС в диапазоне периодов 20 ÷ 60 мин в спокойных условиях имеют степенной вид с индексом наклона $k = -2{,}5$. При увеличении магнитной возмущённости растёт общая интенсивность ПИВ при одновременном изломе спектра за счёт возра-

стания интенсивности колебаний в диапазоне периодов $20 \div 60$ мин. Ночью амплитуда вариаций ПЭС оказывается меньше, чем днём, а наклон спектра уменьшается, что свидетельствует о непропорциональном росте амплитуды мелкомасштабной части спектра.

3) При увеличении магнитной возмущённости монотонно растёт общая интенсивность ПИВ, однако она коррелирует не с абсолютным значением индекса Dst, а с временно́й производной Dst (максимальный коэффициент корреляции достигает $-0{,}94$).

4) Запаздывание максимального значения амплитуды вариаций ПЭС в диапазоне периодов $20 \div 60$ мин относительно минимума временно́й производной Dst составляет 2 часа. Это согласуется с представлением о том, что ПИВ генерируются в авроральных областях и перемещаются в сторону экватора со скоростью порядка $300 \div 400$ м/с.

Авторы благодарят Н. Н. Климова и Е. А. Пономарёва за интерес к данной работе и активное участие в дискуссиях. Эта работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 99–05–64753, 00–05–72026, 01–05–06171), Совета по государственной поддержке ведущих научных школ (грант № 00–15–98509).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Hunsucker R. D. // Rev. Geophys. 1982. V. 20, No. 2. P. 293.
2. Hocke K., Schlegel K. // Ann. Geophys. 1996. V. 14, No. 5. P. 917.
3. Ho C. M., Iijima B. A., Lindqwister X. P., Mannucci A. J., Sparks L., Reyes M. J., Wilson B. D. // J. Geophys. Res. A. 1998. V. 103, No. 11. P. 26 409.
4. Afraimovich E. L., Kosogorov E. A., Leonovich L. A., Palamarchouk K. S., Perevalova N. P., Pirog O. M. // J. Atmos. Solar-Terr. Phys. 2000. V. 62, No. 7. P. 553.
5. Ферстер М., Шварц У., Фаткуллин М. Н., Гасилов Н. А., Марквардт М. // Геомагнетизм и аэрономия. 1994. Т. 34, № 4. С. 160.
6. Фаткуллин М. Н., Заруцкая Е. В., Фаткуллина В. А. // Космические исследования. 1996. Т. 34, № 1. С. 15.
7. Waldock J. A., Jones T. B. // J. Atmos. Terr. Phys. 1987. V. 49, No. 2. P. 105.
8. Ogawa T., Igarashi K., Aikyo K., Maeno H. // J. Geomagn. Geoelectr. 1987. V. 39. P. 709.
9. Bertin F., Testud J., Kersley L. // Planet. Space Sci. 1975. V. 23. P. 493.
10. Oliver W. L., Otsuka Y., Sato M., Takami T., Fukao S. // J. Geophys. Res. 1997. V. 102. P. 14 449.
11. Drobzhev V. I., Krasnov V. M., Salihov N. M. // J. Atmos. Terr. Phys. 1979. V. 41, No. 9. P. 1 011.
12. Литвинов Ю. Г., Яковец А. Ф. // Геомагнетизм и аэрономия. 1983. Т. 3, № 3. С. 486.
13. Калиев М. З., Красников И. М, Литвинов Ю. Г., Чакенов Б. Д., Яковец А. Ф. // Геомагнетизм и аэрономия. 1988. Т. 28, № 2. С. 316.
14. Fridman S. V. // Planet. Space Sci. 1990. V. 38. P. 961.
15. Yakovets A. F., Kaliev M. Z., Vodyannikov V. V. // J. Atmos. Sol.-Terr. Phys. 1999. V. 61, No. 8. P. 629.
16. Klobuchar J. A. // Radio Sci. 1997. V. 32, No. 5. P. 1 943.
17. Afraimovich E. L. // Radio Sci. 2000. V. 35, No. 6. P. 1 417.
18. Davies K. // Space Sci. Rev. 1980. V. 25. P. 357.
19. Afraimovich E. L., Minko N. P., Fridman S. V. // J. Atmos. Terr. Phys. 1994. V. 56, No. 11. P. 1 431.
20. Evans J. V., Holt J. M., Wand R. H. // Radio Sci. 1983. V. 18. P. 435.
21. Hofmann-Wellenhof B., Lichtenegger H., Collins J. Global Positioning System: Theory and Practice. Wien, New York: Springer-Verlag. 1992. P. 327.
22. Afraimovich E. L., Palamartchouk K. S., Perevalova N. P. // J. Atmos. Solar-Terr. Phys. 1998. V. 60, No. 12. P. 1 205.

23. Gurtner W. RINEX: The Receiver Independent Exchange Format Version 2 (http://igscb.jpl.nasa.gov/igscb/data/format/rinex2.txt). 1993.
24. Klobuchar J. A. // IEEE Trans. Aerospace and Electron. System. 1986. V. 23, No. 3. P. 325.
25. Гайлит Т. А., Гусев В. Д., Ерухимов Л. М., Шпиро П. И. // Изв. вузов. Радиофизика. 1983. Т. 26, № 7. С. 795.
26. Livingston R. C., Rino C. L., McClure J. P., Hanson W. B. // J. Geophys. Res. 1981. V. 86. P. 2 421.
27. Kelley M. C., Baker K. D., Ulwick J. C., Rino C. L., Baron M. J. // Radio Sci. 1980. V. 15, No. 3. P. 491.
28. Гдалевич Г. Л., Озеров В. Д., Всехсвятская И. С., Новикова Л. Н., Соболева Т. Н. // Геомагнетизм и аэрономия. 1980. Т. 20, № 5. С. 809.

Институт солнечно-земной физики
СО РАН, г. Иркутск, Россия

Поступила в редакцию
5 декабря 2000 г.

SPECTRUM OF TRAVELING IONOSPHERIC DISTURBANCES ACCORDING TO THE DATA BY THE GPS GLOBAL NETWORK

E. L. Afraimovich, E. A. Kosogorov, O. S. Lesyuta, and I. I. Ushakov

In this paper, we attempt to verify the hypothesis on the role of geomagnetic disturbances as a factor determining the intensity of traveling ionospheric disturbances (TIDs). To improve the statistical validity of the data, we apply a new method of the global spatial averaging of disturbance spectra of the total electron content (TEC), which is based on the new GLOBDET technology. To describe the TID intensity quantitatively, we propose to use a new global index of the degree of disturbance, which is equal to the r.m.s. TEC variations within the selected range of TID periods ($20\div 60$ min in the present case). The analysis is performed for a set of 100 to 300 GPS stations and for 10 days with different levels of geomagnetic activity (the Dst index from -13 to -321 nT and the Kp index from 3 to 9). It is found that an increase in the geomagnetic-activity level is accompanied by an increase in the total TEC intensity; however, the latter correlates with the time derivative of Dst (the maximum correlation coefficient reaches -0.94) rather than with its magnitude. A delay of the TID response of the order of 2 hours is consistent with the view that TIDs are generated in auroral regions and propagate toward the equator with a velocity of about $300\div 400$ m/s.

УДК 538.566; 621.371

РАССЕЯНИЕ УЗКОГО ВОЛНОВОГО ПУЧКА НА СЛУЧАЙНО-НЕРОВНОЙ ЛОКАЛЬНО-ЗЕРКАЛЬНОЙ ПОВЕРХНОСТИ ПРИ ИМПУЛЬСНОМ ПОДСВЕТЕ

М. Л. Белов

В статье рассматривается рассеяние узкого импульсного волнового пучка на случайно-неровной поверхности с зеркальной индикатрисой рассеяния локальных участков. Аналитические выражения для средней мощности, регистрируемой приёмником, найдены при нормальном распределении высот и наклонов поверхности в двух случаях: направление на приёмник близко к направлению зеркального отражения и направление на приёмник сильно отличается от направления зеркального отражения. Показано, что форма эхо-импульса, регистрируемого приёмником, существенно различна в этих двух случаях и определяется параметрами источника, приёмника, схемы локации, дисперсией высот и наклонов неровностей поверхности. Полученные аналитические формулы для средней мощности, регистрируемой приёмником, хорошо согласуются с результатами численных расчётов.

Мощность эхо-сигнала, регистрируемого приёмником при рассеянии узкого импульсного волнового пучка на случайно-неровной поверхности с диффузной индикатрисой рассеяния локальных участков, исследовалась в работе [1]. Ниже в общей схеме двухпозиционной локации рассматривается мощность эхо-сигнала при импульсном облучении узким волновым пучком случайно-неровной поверхности с зеркальной индикатрисой рассеяния локальных участков и исследуются особенности формы эхо-импульса в разных схемах локации.

Задача рассеяния узкого волнового пучка на случайно-неровной локально-зеркальной поверхности возникает, например, при облучении морской поверхности лазерным пучком. В случае импульсного подсвета такая задача рассматривалась в ряде работ (см., например, [2–5]), однако в опубликованных работах почти не затрагивались особенности формы эхо-импульса в различных схемах локации, а полученные аналитические модели не сравнивались с численными расчётами.

Пусть случайно-неровная поверхность S облучается импульсным сигналом и является в среднем плоской; отклонение её от средней плоскости S_0, заданной уравнением $z = 0$, описывается функцией $z = \zeta(\mathbf{r})$. Запишем выражение для яркости $I_{\text{о}}(\mathbf{r}, \mathbf{m}, t)$, излучения зеркально отражённого элементарным локально-плоским участком случайно-неровной поверхности S (будем считать, что затенения одних элементов поверхности другими несущественны):

$$I_{\text{о}}(\mathbf{r}, \mathbf{m}, t) = V^2(\theta) I_{\text{и}}(\mathbf{r}, \mathbf{s}, t), \tag{1}$$

где $\mathbf{m} = \mathbf{s} - 2\mathbf{n}\,(\mathbf{ns})$, $\mathbf{n}$ — единичный вектор нормали к поверхности S в точке $\mathbf{r}$, $V^2(\theta)$ — коэффициент отражения Френеля, зависящий от локального угла падения θ (далее будем считать, что $V^2(\theta) \equiv V^2$), $I_{\text{и}}(\mathbf{r}, \mathbf{s}, t)$ — яркость излучения, падающего на поверхность S в точке $\mathbf{r}$ с направления $\mathbf{s}$ в момент времени t. Для узкого пучка ($\alpha_{\text{и}} \ll 1$, где $\alpha_{\text{и}}$ — угол расходимости излучения источника) среда не искажает импульс излучения [6], поэтому

$$I_{\text{и}}(\mathbf{r}, \mathbf{s}, t) = I_{\text{и}}(\mathbf{r}, \mathbf{s}) f\,(t - |\mathbf{R}_{\text{и}} - \mathbf{r}|/c),$$

где $I_{\text{и}}(\mathbf{r}, \mathbf{s})$ — яркость (при непрерывном облучении) излучения, падающего на поверхность S в точке $\mathbf{r}$ с направления $\mathbf{s}$, $f(t)$ — форма импульса излучения источника, $\mathbf{R}_{\text{и}}$ — вектор, определяющий положение источника излучения, c — скорость света.

По распределению яркости отражённого излучения на поверхности S можно определить яркость $I(\tilde{\mathbf{R}}, \tilde{\mathbf{m}}, \tilde{t})$ излучения, приходящего на приёмник [7], и найти мощность $P(\tilde{t})$, регистрируемую приёмником [5, 8, 9]:

$$P(\tilde{t}) = \int\limits_{S_{\text{п}}} \mathrm{d}\tilde{\mathbf{R}} \int \mathrm{d}\Omega(\tilde{\mathbf{m}})\, I(\tilde{\mathbf{R}}, \tilde{\mathbf{m}}, \tilde{t}) R(\tilde{\mathbf{R}}, \tilde{\mathbf{m}}), \tag{2}$$

где

$$I(\tilde{\mathbf{R}}, \tilde{\mathbf{m}}, \tilde{t}) = \int\limits_{S} \mathrm{d}\mathbf{R} \int \mathrm{d}\Omega(\mathbf{m}) \int \mathrm{d}t\, G_s(\mathbf{R}, \mathbf{m}, \bar{t}; \tilde{\mathbf{R}}, \tilde{\mathbf{m}}, \tilde{t})\, I_{\text{o}}(\mathbf{R}, \mathbf{m}, \bar{t}), \tag{3}$$

$G_s(\mathbf{R}, \mathbf{m}, \bar{t}; \tilde{\mathbf{R}}, \tilde{\mathbf{m}}, \tilde{t})$ — поверхностная функция Грина уравнения переноса излучения [7], $I_{\text{o}}(\mathbf{R}, \mathbf{m}, \bar{t})$ — яркость отражённого излучения на рассеивающей поверхности S в точке $\mathbf{R}$ в направлении вектора $\mathbf{m}$ в момент времени $\bar{t}$, $I(\tilde{\mathbf{R}}, \tilde{\mathbf{m}}, \tilde{t})$ — яркость излучения, приходящего на приёмник в точке $\tilde{\mathbf{R}}$ в направлении вектора $\tilde{\mathbf{m}}$ в момент времени $\tilde{t}$, $R(\tilde{\mathbf{R}}, \tilde{\mathbf{m}})$ — функция, характеризующая пространственную и угловую прозрачность приёмной апертуры. Интегрирование в (2) проводится по телесному углу Ω и апертуре $S_{\text{п}}$ приёмника.

Используя выражение (3), теорему взаимности для функции Грина [7] и вводя понятие фиктивного источника с параметрами приёмника [6, 8, 9], можно представить выражение (2) для мощности, регистрируемой приёмником в общем случае двухпозиционной локации, в следующем виде:

$$P(t) = \int\limits_{S} \mathrm{d}\mathbf{R} \int \mathrm{d}\Omega(\mathbf{m}) \cos\theta I_{\text{o}}(\mathbf{R}, \mathbf{m}) I_{\text{п}}(\mathbf{R}, \mathbf{m}) f\left(t - \frac{|\mathbf{R}_{\text{и}} - \mathbf{R}| + |\mathbf{R}_{\text{п}} - \mathbf{R}|}{c}\right), \tag{4}$$

где $I_{\text{o}}(\mathbf{R}, \mathbf{m})$ — распределение яркости отражённого излучения на поверхности S при непрерывном облучении, t — время, отсчитываемое от начала посылки импульса излучения источника, $I_{\text{п}}(\mathbf{R}, \mathbf{m})$ — распределение яркости на поверхности S от фиктивного источника (с параметрами приёмника) [8, 9], $\mathbf{R}_{\text{п}}$ — вектор, характеризующий положение приёмника.

Проводя в (4) интегрирование по Ω, используя выражение (1) и переходя от интегрирования по неровной поверхности S к интегрированию по поверхности S_0 (проекции S на плоскость $z = 0$) [10], получим выражение для принимаемой мощности при локации неровной поверхности с зеркальной индикатрисой рассеяния локальных участков (считаем для простоты, что источник, приёмник и их оптические оси лежат в одной плоскости xz; наклонные расстояния от источника и приёмника до поверхности много больше высоты неровностей поверхности и размеров освещённого пятна на поверхности):

$$P(t) \approx V^2 \int\limits_{S_0} \frac{\mathrm{d}\mathbf{R}_0}{n_z}\, E_{\text{и}}(\mathbf{R}'_{0\zeta}) E_{\text{п}}(\mathbf{R}''_{0\zeta})\, \delta[K_x\,(q_x + R_{0x}T + \gamma_x q_x)]\, \delta[K_y\,(R_{0y}s + K_x \gamma_y q_z)] \times$$
$$\times f\left[t' + \frac{R_{0x}q_x}{c} - \frac{\zeta(\mathbf{R}_0) q_z}{c} - \frac{R_0^2 + \zeta^2(\mathbf{R}_0)}{2c} s\right], \tag{5}$$

где

$$q_x = \sin\theta_{\text{и}} + \sin\theta_{\text{п}}; \quad q_z = -(\cos\theta_{\text{и}} + \cos\theta_{\text{п}}); \quad K_{x,y} = \frac{n_z}{\sqrt{1 - n_z^2 \gamma_{y,x}^2}};$$

$$s = \frac{1}{L_{\text{и}}} + \frac{1}{L_{\text{п}}}; \quad T = \frac{\cos^2\theta_{\text{и}}}{L_{\text{и}}} + \frac{\cos^2\theta_{\text{п}}}{L_{\text{п}}}; \quad t' = t - \frac{L_{\text{и}} + L_{\text{п}}}{c};$$

$$\mathbf{R}'_{0\zeta} = ([R_{0x} \operatorname{ctg}\theta_{\text{и}} - \zeta(\mathbf{R}_0)] \sin\theta_{\text{и}}, R_{0y}); \quad \mathbf{R}''_{0\zeta} = ([R_{0x} \operatorname{ctg}\theta_{\text{п}} - \zeta(\mathbf{R}_0)] \sin\theta_{\text{п}}, R_{0y});$$

$E_и(\mathbf{R})$, $E_п(\mathbf{R})$ — освещённости на поверхности от действительного и фиктивного (с параметрами приёмника) источников [6], $L_и$, $L_п$ — наклонные расстояния от источника и приёмника до поверхности, ζ и $\boldsymbol{\gamma}=\{\gamma_x, \gamma_y\}$ — высота и вектор наклонов поверхности S, $\mathbf{n} = \{n_x, n_y, n_z\}$ — единичный вектор нормали к элементарной площадке поверхности S, $\theta_и$ и $\theta_п$ — углы между нормалью к поверхности S_0 и направлениями на источник и приёмник соответственно, $\delta(x)$ — дельта-функция.

Усредняя выражение (5) по ансамблю поверхностей, получим формулу для средней мощности $\overline{P}(t)$, регистрируемой приёмником (усреднение по наклонам поверхности выполнить легко благодаря наличию в (5) дельта-функций):

$$\overline{P}(t) \approx \frac{q^4V^2}{4q_z^4} \int\limits_{S_0} \mathrm{d}\mathbf{R}_0 \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \mathrm{d}\zeta\, W(\zeta) E_и(\mathbf{R}'_{0\zeta})\, E_п(\mathbf{R}''_{0\zeta}) W(\gamma_x = -q_x/q_z + TR_{0x}/q_z, \gamma_y = sR_{0y}/q_z) \times$$
$$\times f\left(t' + \frac{R_{0x}q_x}{c} - \frac{\zeta(\mathbf{R}_0)q_z}{c} - \frac{R_0^2 + \zeta^2(\mathbf{R}_0)}{2c} s\right), \qquad (6)$$

где $q^2 = q_z^2 + q_x^2$, $W(\zeta)$ и $W(\gamma_x, \gamma_y)$ — функции распределения высот и наклонов поверхности S.

Будем далее полагать, что высоты и наклоны случайно-неровной поверхности S распределены по нормальному закону.

Попытки получить из (6) общую аналитическую формулу для средней по ансамблю случайно-неровных поверхностей мощности эхо-сигнала приводят к очень громоздким математическим выражениям. Основная трудность здесь связана с учётом квадратичных членов в функции $f(t)$. Ниже мощность эхо-сигнала рассматривается в двух случаях: когда направление на приёмник близко к направлению зеркального отражения ($\theta_п$ близко к $-\theta_и$ или равно $-\theta_и$) и когда направление на приёмник сильно отличается от направления зеркального отражения ($\theta_п$ сильно отличается от $-\theta_и$).

1. Направление на приёмник близко к направлению зеркального отражения ($R_{0x}q_x \ll \ll \zeta q_z + s\,(R_0^2 + \zeta^2)/(2c)$).

При этом условии в подынтегральной функции $f(t)$ в выражении (6) можно пренебречь слагаемым $R_{0x}q_x/c$. Пренебрежём в функции $f(t)$ также слагаемым $s\zeta^2/(2c)$, что справедливо при достаточно мягком условии $\zeta/L \ll 1$. Тогда из формулы (6), полагая неровность поверхности S достаточно плавной ($\gamma_0^2 \ll 1$, где γ_0^2 — дисперсия наклонов поверхности S), а форму импульса источника гауссовой ($f(t) = (2/\sqrt{\pi}) \exp{(-4t^2/\tau_и^2)}$), после усреднения по высотам и наклонам поверхности S и интегрирования по S_0 получим следующую формулу для средней мощности $\overline{P}(t)$ эхо-сигнала:

$$\overline{P}(t) \approx b \exp\left[-0{,}5cx\tau_и\,(d_2 + d_4)/s + d_5^2\,(d_4 + d_2)^2\right] \left\{1 - \Phi\Big[d_5\,(d_2 + d_4) - x d_3^{-1/2}\Big]\right\}, \qquad (7)$$

где

$$b = b_1 b_2 d_1^{-1/2} d_6; \quad b_1 = \frac{a_и a_п}{L_и^2 L_п^2}; \quad b_2 = \frac{q^4V^2}{8q_z^4\gamma_0^2} \exp\left(-\frac{q_x^2}{2q_z^2\gamma_0^2}\right);$$

$$d_1 = 1 + 2\sigma^2 C_и \sin^2\theta_и + 2\sigma^2 C_п \sin^2\theta_п; \quad d_2 = C_и\,(\cos^2\theta_и + 1) + C_п\,(\cos^2\theta_п + 1);$$

$$d_3 = 1 + 8\sigma^2 q_z^2/(c^2\tau_и^2 d_1); \quad d_4 = \frac{s^2 + T^2}{2q_z^2\gamma_0^2};$$

$$d_5 = d_3^{1/2} d_6/4; \quad d_6 = c\tau_и/s; \quad x = 2t'/\tau_и;$$

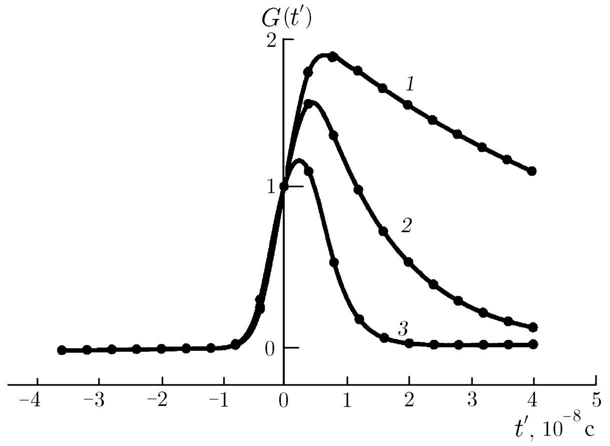


Рис. 1

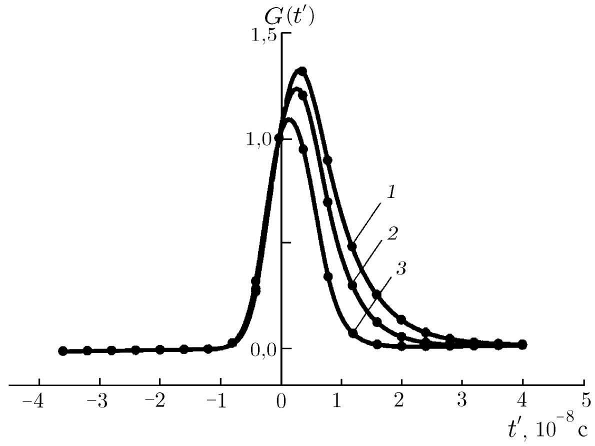


Рис. 2

σ^2 и γ_0^2 — дисперсия высот и наклонов неровной поверхности S, $\Phi(x)$ — интеграл вероятности. В прозрачной аэрозольной атмосфере [6]

$$C_{\text{и,п}} = (\alpha_{\text{и,п}} L_{\text{и,п}})^{-2}, \quad a_{\text{и}} = \frac{P_0 \exp(-\tau_1)}{\pi \alpha_{\text{и}}^2}, \quad a_{\text{п}} = \pi r_{\text{п}}^2 \exp(-\tau_2),$$

$\tau_{1,2}$ — оптическая толщина атмосферы на трассах источник—поверхность и приёмник—поверхность, $2\alpha_{\text{и,п}}$ — угол расходимости излучения источника и угловая ширина поля зрения приёмника, P_0 — мощность, излучаемая источником, $r_{\text{п}}$ — эффективный размер приёмной апертуры.

Для вертикальной моностатической локации (источник и приёмник совмещены: $\theta_{\text{и}} = \theta_{\text{п}} = 0$; $L_{\text{и}} = L_{\text{п}} = L$) формула (7) совпадает с результатами [5], а в случае, когда угловое поле зрения приёмной системы много больше угла расходимости излучения источника, формула (7) совпадает с результатами [2] (если в [2] исправить имеющуюся описку).

На рис. 1, 2 приведены результаты расчётов формы эхо-импульса от случайно-неровной поверхности с локально-зеркальной индикатрисой рассеяния. Расчёты величины $G(t') = \overline{P}(t')/\overline{P}(t'=0)$ проводились при следующих значениях параметров: $\theta_{\text{и}} = \theta_{\text{п}} = 0$, $L_{\text{и}} = L_{\text{п}} = 10$ км; $\alpha_{\text{п}} = 0{,}1$; $\tau_{\text{и}} = 10^{-9}$ с; $\sigma = 0{,}5$ м. Рис. 1 соответствует случаю $\gamma_0^2 = 10^{-2}$, рис. 2 — случаю $\gamma_0^2 = 10^{-4}$; кривая 1 соответствует углу расходимости излучения источника $\alpha_{\text{и}} = 5\cdot10^{-2}$, кривая 2 — $\alpha_{\text{и}} = 2\cdot10^{-2}$, кривая 3 — $\alpha_{\text{и}} = 10^{-2}$.

Результаты расчётов по формуле (7) показаны сплошными линиями, точки — результаты численных расчётов по интегральной формуле (6). Точки на рисунках расположены на линиях, т. е. формула (7) с высокой точностью описывает форму эхо-импульса.

Из рис. 1, 2 видно, что максимум эхо-сигнала, регистрируемого приёмником в направлении зеркального отражения, находится при $t' > 0$ и положение его определяется размером освещённого пятна на поверхности. С увеличением угла расходимости излучения источника сдвиг максимума эхо-сигнала относительно $t' = 0$ увеличивается.

При уменьшении дисперсии наклонов случайно-неровной поверхности (когда «эффективный» размер области на поверхности, с которой излучение может отразиться в сторону приёмника, становится меньше) описанный эффект уменьшается. Это хорошо видно, если сравнить кривые на рис. 1 и 2. Такая зависимость от дисперсии наклонов характерна только для локально-зеркальной поверхности (для локально-диффузной поверхности сдвиг максимума эхо-сигнала относительно $t' = 0$ практически не зависит от дисперсии наклонов поверхности [1]).

Рис. 1, 2 приведены для случая вертикального моностатического зондирования, однако форма эхо-импульса имеет аналогичный вид и для произвольного угла освещения $\theta_{\text{и}}$ в направлении зеркального отражения ($\theta_{\text{п}} = -\theta_{\text{и}}$).

2. Направление на приёмник сильно отличается от направления зеркального отражения ($\boldsymbol{R_{0x}q_x \gg s\,(R_0^2+\zeta^2)/(2c)}$). При этом условии можно пренебречь в подынтегральной функции $f(t)$ в выражении (6) слагаемым $s\,(R_0^2+\zeta^2)/(2c)$. Тогда из формулы (6), полагая неровность поверхности S достаточно плавной ($\gamma_0^2 \ll 1$), для гауссовой формы зондирующего импульса получим следующую формулу для средней мощности эхо-сигнала $\overline{P}(t)$ [5]:

$$\overline{P}(t) \approx \frac{q^4 a_{\text{и}} a_{\text{п}} V^2}{4q_z^2 L_{\text{и}}^2 L_{\text{п}}^2}\,\frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma\gamma_0^2}\left(C_{\text{и}}+C_{\text{п}}+\frac{s^2}{2\gamma_0^2q_z^2}\right)^{-1/2}\times \tag{8}$$
$$\times\nu^{-1/2}\omega^{-1/2}\exp\left\{-\frac{q_x^2}{2\gamma_0^2q_z^2}-\frac{4t'^2}{\tau_{\text{и}}^2}+\frac{1}{\nu}\left[\frac{q_xT}{2\gamma_0^2q_z^2}+\frac{4t'^2q_x}{\tau_{\text{и}}^2c}\right]^2+\frac{1}{\omega}\left[\frac{\varpi}{\nu}\left(\frac{q_xT}{2\gamma_0^2q_z^2}-\frac{4t'q_x}{\tau_{\text{и}}^2c}\right)+\frac{4t'q_z}{\tau_{\text{и}}^2c}\right]^2\right\},$$

где

$$\omega=\frac{1}{2\sigma^2}+C_{\text{и}}\sin^2\theta_{\text{и}}+C_{\text{п}}\sin^2\theta_{\text{п}}+\frac{4q_z^2}{\tau_{\text{и}}^2c^2}-\frac{\varpi^2}{\nu}\,;$$

$$\varpi=C_{\text{и}}\sin\theta_{\text{и}}\cos\theta_{\text{и}}+C_{\text{п}}\sin\theta_{\text{п}}\cos\theta_{\text{п}}+\frac{4q_zq_x}{\tau_{\text{и}}^2c^2}\,;\qquad \nu=\frac{T^2}{2\gamma_0^2q_z^2}+C_{\text{и}}\cos^2\theta_{\text{и}}+C_{\text{п}}\cos^2\theta_{\text{п}}+\frac{4q_x^2}{\tau_{\text{и}}^2c^2}\,.$$

В случае моностатической локации при углах, близких к надиру ($L_{\text{и}}=L_{\text{п}}=L$; $\theta_{\text{и}}=\theta_{\text{п}}=\theta\ll 1$), формула (8) существенно упрощается при обычно выполняющемся для лазерных локационных систем условии $\gamma_0^2 \gg (C_{\text{и,п}}L^2)^{-1}$. В случае, когда угол расходимости излучения источника и угловая ширина поля зрения приёмной системы равны ($C_{\text{и}}=C_{\text{п}}=C_0$), выражение (8) имеет вид

$$\overline{P}(t)\simeq\frac{\pi a_{\text{и}}a_{\text{п}}V^2}{4L_{\text{и}}^2L_{\text{п}}^2}\,\frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\gamma_0^2C_0^{1/2}}\left[2C_0+\frac{16\theta^2}{\tau_{\text{и}}^2c^2}+4\sigma^2C_0\frac{16}{\tau_{\text{и}}^2c^2}\right]^{-1/2}\exp\left\{-\frac{q_x^2}{2\gamma_0^2q_z^2}-\frac{t'^2}{\dfrac{\tau_{\text{и}}^2}{4}+\dfrac{2\theta^2}{C_0c^2}+\dfrac{8\sigma^2}{c^2}}\right\}. \tag{9}$$

Выражение (9) согласуется с результатами работы [3].

На рис. 3, 4 приведены результаты расчётов формы эхо-импульса от случайно-неровной поверхности с локально-зеркальной индикатрисой рассеяния. Расчёты величины $F(t')=\overline{P}(t')/\overline{P}(t'=0)$ проводились при следующих значениях параметров: $\theta_{\text{и}}=40^\circ$; $\theta_{\text{п}}=-20^\circ$; $L_{\text{и}}=2\cdot10^3$ м; $L_{\text{п}}=10^2$ м; $\alpha_{\text{п}}=0{,}1$; $\tau_{\text{и}}=10^{-9}$ с; $\sigma=0{,}5$ м. Рис. 3 соответствует случаю $\gamma_0^2=10^{-2}$, рис. 4 — случаю $\gamma_0^2=9\cdot10^{-2}$; кривая 1 соответствует углу расходимости излучения источника $\alpha_{\text{и}}=10^{-2}$, кривая 2 — $\alpha_{\text{и}}=2\cdot10^{-3}$, кривая 3 — $\alpha_{\text{и}}=10^{-3}$.

Результаты расчётов по формуле (8) показаны сплошными линиями, линии с точками — результаты численных расчётов по формуле (6). Сплошные линии и линии с точками для большинства графиков практически сливаются, т. е. аналитическая формула (8) хорошо описывает форму эхо-импульса.

Из рис. 3 видно, что при направлениях на приёмник, сильно отличающихся от зеркального, максимум эхо-сигнала сдвинут в область $t'<0$. Этот эффект возникает только при локально-зеркальной индикатрисе рассеяния поверхности (при локально-диффузной индикатрисе такого эффекта нет [1]). Физически это связано с тем, что угол между направлением зеркального отражения и направлением на

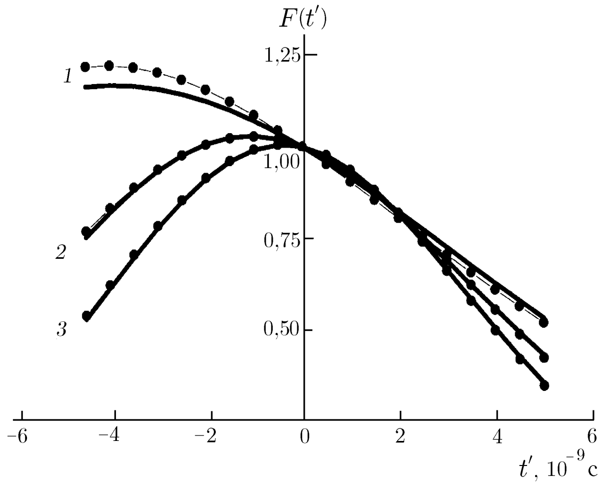


Рис. 3

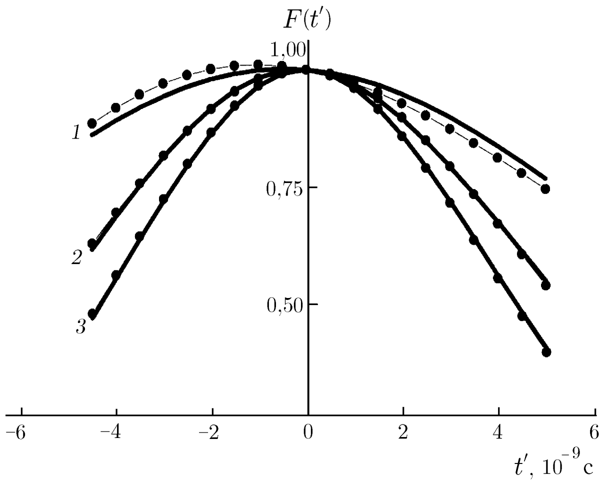


Рис. 4

приёмник зависит от положения точки в пределах освещённого пятна на поверхности. Это приводит к тому, что эхо-сигналы, поступающие на приёмник от разных точек освещённого пятна на поверхности, существенно отличаются по амплитуде. Поэтому максимум эхо-сигнала, регистрируемого приёмником, смещается в область $t' < 0$, когда на приёмник приходят эхо-сигналы от точек на поверхности, для которых угол между направлением зеркального отражения и направлением на приёмник минимален. Этот эффект наиболее сильно проявляется при широких пучках подсвета (кривые *1*). С уменьшением угла расходимости излучения источника смещение максимума эхо-импульса уменьшается (кривые *2*, *3*).

При увеличении дисперсии наклонов случайно-неровной локально-зеркальной поверхности (когда характер рассеяния становится более диффузным) описанный эффект уменьшается. Это хорошо видно, если сравнить кривые на рис. 3 и 4.

Таким образом, в статье получены аналитические формулы для мощности эхо-сигнала, регистрируемого приёмником при импульсном облучении случайно-неровной поверхности с зеркальной индикатрисой рассеяния элементарных отражающих участков. При приёме эхо-сигнала в направлении зеркального отражения максимум эхо-импульса, регистрируемого приёмником, находится при $t' \geq 0$, и его сдвиг относительно $t' = 0$ определяется размером освещённого пятна на поверхности и дисперсией наклонов поверхности. При направлениях на приёмник, сильно отличающихся от зеркального, максимум эхо-сигнала (в отличие от поверхности с локально-диффузной индикатрисой рассеяния) сдвинут в область $t' < 0$. Угол расходимости излучения источника и дисперсия наклонов поверхности сильно влияют на форму эхо-импульса, регистрируемого приёмником. Полученные аналитические формулы для мощности, регистрируемой приёмником, хорошо согласуются с результатами численных расчётов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Белов М. Л., Городничев В. А., Козинцев В. И. // Изв. вузов. Радиофизика. 1999. Т. 42, № 4. С. 333.
2. Tsai B. M., Gardner C. S.// Appl. Optics. 1982. V. 21, No. 21. P. 3 932.
3. Андреев Г. А., Потапов А. А. // Радиотехника и электроника. 1986. Вып. 7. С. 1 405.
4. Белов М. Л., Орлов В. М. // Оптика атмосферы и океана. 1988. Т. 1, № 10. С. 106.
5. Белов М. Л., Орлов В. М. // Оптика атмосферы и океана. 1992. Т. 5, № 3. С. 300.

6. Элементы теории светорассеяния и оптическая локация / В. М. Орлов, И. В. Самохвалов, Г. Г. Матвиенко и др. Новосибирск: Наука, 1982. 225 с.
7. Кейз К., Цвайфель П. Линейная теория переноса. М.: Мир, 1972. 384 с.
8. Ермаков Б. В., Ильинский Ю. А. // Изв. вузов. Радиофизика. 1968. Т. 11, № 4. С. 624.
9. Ермаков Б. В., Ильинский Ю. А. // Изв. вузов. Радиофизика. 1969. Т. 12, № 5. С. 694.
10. Басс Ф. Г., Фукс И. М. Рассеяние волн на статистически неровной поверхности. М.: Наука, 1972. 424 с.

НИИ радиоэлектроники и лазерной техники Московского технического университета им. Н. Э. Баумана, г. Москва, Россия

Поступила в редакцию 28 февраля 2001 г.

SCATTERING OF A NARROW WAVE BEAM ON A ROUGH, LOCALLY SPECULAR SURFACE IN THE CASE OF PULSED ILLUMINATION

M. L. Belov

In this paper, we consider scattering of a pulsed narrow wave beam on a rough surface with a locally specular indicatrix. Analytical expressions for the average received power are obtained for a normal distribution of heights and slopes of the rough surface in two cases in which the direction to the receiver is close to or strongly different from the direction of specular reflection. It is shown that in these case, the received echo-pulses have drastically different profiles determined by the source and receiver parameters, the scheme of sounding, and the variance of heights and slopes of the rough surface. The obtained analytical expressions for the average received power agree well with the results of numerical calculations.

УДК 538.56:519.25

ОТРАЖЕНИЯ НЕСТАЦИОНАРНЫХ СИГНАЛОВ В СРЕДАХ С БОЛЬШИМИ ФЛУКТУАЦИЯМИ НЕОДНОРОДНОСТЕЙ

А. Ю. Бубновский, Б. М. Шевцов

В работе с помощью метода инвариантного погружения получено уравнение для ядра оператора рассеяния назад и численно найдены его решения, соответствующие отклику среды на падающий дельта-импульс. Определены статистические характеристики отражения таких импульсов в случае сильных флуктуаций неоднородностей при задании логарифмической производной импеданса среды в виде непрерывного стационарного и центрированного гауссового процесса с единичной дисперсией и конечным радиусом корреляции. Исследована временна́я эволюция статистического распределения отражённых сигналов. Обсуждаются примеры отражений при различной форме падающих импульсов.

Особенности статистической теории переноса излучения проявляются в распределениях амплитуды поля, исследование которых в связи с развитием методов дистанционного зондирования представляет интерес в случае нестационарного рассеяния. При слабых флуктуациях неоднородностей среды амплитуды отражённых нестационарных сигналов малы, что затрудняет их статистический анализ. Так, например, по данным публикаций [1–4] в численных экспериментах с малыми флуктуациями среды отклонения распределений амплитуд нестационарных отражений от нормальных распределений отсутствуют, а в [5] они отмечаются. Настоящая работа посвящена исследованию отражений импульсов при сильных флуктуациях неоднородностей среды, когда отклонения характеристик рассеянного назад поля от гауссовых значений легко определяются в численном эксперименте. Здесь, по существу, рассматриваются те же эффекты, что и в статье [5], но в иных условиях и с помощью другого подхода. Исследование нестационарных отражений от сильных флуктуаций среды представляет интерес не только в связи с рассмотрением статистических особенностей теории переноса или вопросов зондирования, но и для широкого круга физических приложений теории волн, в которых неприменим метод возмущений.

В данной работе решение задачи отражения получено с помощью созданного на основе метода инвариантного погружения алгоритма для вычисления ядра оператора рассеяния назад. Такое ядро соответствует отклику среды на исходный дельта-импульс. Интерес к случаю падения на среду дельта-импульса объясняется тем, что алгоритм для определения ядра оператора рассеяния, как будет показано ниже, более эффективен для решения поставленной задачи по сравнению с алгоритмом, использованным в работе [5] для нахождения функции Грина при рассмотрении падения на среду тета-импульса. Ещё одно преимущество использования ядра оператора рассеяния связано с тем, что коэффициент отражения, получаемый из ядра с помощью преобразования Фурье, удобен как для анализа спектров полученного решения, так и для сопоставления с результатами предыдущих работ по обратному рассеянию в случайных средах, в которых исследовалась именно эта величина. Отклики среды на тета-импульс или любые другие воздействия могут быть легко найдены с помощью свёртки ядра оператора рассеяния с формой падающего сигнала или посредством двойного спектрального преобразования.

Рассмотрим одномерную задачу отражения нестационарной электромагнитной волны от неоднородного слоя с электрической и магнитной проницаемостями $\varepsilon(z)$ и $\mu(z)$ соответственно. Всё нижеизложенное с точностью до переобозначений справедливо и для упругих волн, линий передач, колебаний струны и плазмы, движения волн в направляющих системах и т. д. (см., например, обзоры [6, 7]).

В одномерном случае уравнения Максвелла для электрической $E_x = E(z,t)$ и магнитной $H_y = H(z,t)$ компонент полей будут иметь вид

$$\frac{\partial H}{\partial z} = -\varepsilon(z)\varepsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t}, \quad \frac{\partial E}{\partial z} = -\mu(z)\mu_0 \frac{\partial H}{\partial t}. \tag{1}$$

Если в (1) перейти к скорости сигнала $c(z) = c_0/n(z)$, где $c_0 = 1/\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}$ — скорость сигнала в вакууме, а $n(z) = \sqrt{\varepsilon(z)\mu(z)}$ — коэффициент преломления, и импедансу $Z = Z_0 Z_{\text{от}}$, где $Z_0 = \sqrt{\mu_0/\varepsilon_0}$ — импеданс вакуума, $Z_{\text{от}}(z) = \sqrt{\mu(z)/\varepsilon(z)}$ — относительный импеданс, то уравнения (1) преобразуются следующим образом:

$$c(z)\frac{\partial H}{\partial z} = Z^{-1}(z)\frac{\partial E}{\partial t}, \quad c(z)\frac{\partial E}{\partial z} = -Z(z)\frac{\partial H}{\partial t}\,. \tag{2}$$

Произведём замену переменных в (2): $\mathrm{d}\tau = \mathrm{d}z/c(z)$, где $\tau(z) = \int_0^z c^{-1}(z')\,\mathrm{d}z'$ — время прихода сигнала из точки 0 в точку z, и введём в рассмотрение нормированные поля $e = E/\sqrt{Z}$ и $h = \sqrt{Z}\,H$. Теперь от системы уравнений (2) можно перейти к системе уравнений для встречных волн, если обозначить поле волны, бегущей вправо, как $w_{\mathrm{R}} = (e+h)/2$, а волны, бегущей влево, как $w_{\mathrm{L}} = (e-h)/2$. Тогда из (2) получим [6]

$$\frac{\partial w_{\mathrm{R}}}{\partial \tau} + \frac{\partial w_{\mathrm{R}}}{\partial t} = k(\tau) w_{\mathrm{L}}, \quad \frac{\partial w_{\mathrm{L}}}{\partial \tau} - \frac{\partial w_{\mathrm{L}}}{\partial t} = k(\tau) w_{\mathrm{R}}, \tag{3}$$

где $k(\tau) = -(1/2)\,\mathrm{d}\ln Z(\tau)/\mathrm{d}\tau$ — функция отражательной способности среды, или локальный коэффициент отражения. Здесь предполагается, что импеданс — непрерывная и непрерывно дифференцируемая функция. При наличии разрывов импеданса на границах или внутри слоя можно учесть отражения на них с помощью формул Френеля (этот случай рассматривается ниже). Методы решения волновых задач для сред с кусочно-постоянными характеристиками обсуждаются, например, в [8].

Для величины $R(\tau,\omega) = w_{\mathrm{R}}(\tau,\omega)/w_{\mathrm{L}}(\tau,\omega)$ — коэффициента отражения монохроматической волны с частотой ω от части неоднородного слоя, расположенной слева от точки τ, где $w_{\mathrm{R}}(\tau,\omega)$ и $w_{\mathrm{L}}(\tau,\omega)$ — временны́е фурье-трансформанты встречных волн (см. рис. 1), из (3) получается уравнение Риккати [6]

$$\frac{\mathrm{d}R(\tau,\omega)}{\mathrm{d}\tau} + 2i\omega R(\tau,\omega) = -k(\tau)\left(R^2(\tau,\omega) - 1\right) \tag{4}$$

с очевидным нулевым начальным условием на левой границе $\tau = 0$ рассеивающего слоя.

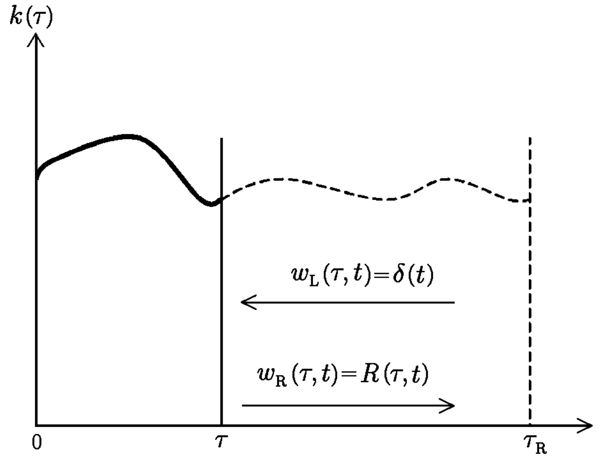


Рис. 1

Обратное фурье-преобразование коэффициента отражения $R(\tau,\omega)$ есть отклик $R(\tau,t)$ от части рассеивающего слоя, расположенной слева от точки τ, при падающем справа дельта-импульсе (см. рис. 1, где отсутствующая правая часть слоя показана пунктиром). Точка τ располагается между левой $\tau = 0$ и правой $\tau = \tau_{\mathrm{R}}$ границами слоя. Отметим, что неоднородности среды задаются логарифмической производной импеданса на интервале $[0,\tau]$, где функция $k(\tau)$ отлична от нуля, а вне интервала $k(\tau) = 0$; сам же импеданс непрерывен во всём пространстве.

Уравнение для $R(\tau,t)$ получается из (4) с помощью обратного преобразования Фурье:

$$\left(\frac{\partial}{\partial\tau}+2\,\frac{\partial}{\partial t}\right)R(\tau,t)=-k(\tau)\left(\int\limits_{-\infty}^{+\infty}R(\tau,t-\zeta)R(\tau,\zeta)\,\mathrm{d}\zeta-\delta(t)\right), \tag{5а}$$

где $\delta(t)$ — дельта-функция.

При разрывах импеданса на границах слоя полный коэффициент отражения определяется выражением $\hat{R}(\tau,\omega)=(r+R(\tau,\omega))/(1+rR(\tau,\omega))$, в котором коэффициент отражения r от скачка импеданса задаётся формулой Френеля $r=(Z(\tau)-Z_{\mathrm{R}})/(Z(\tau)+Z_{\mathrm{R}})$, где Z_{R} — значение импеданса справа от слоя. Для $\Re(\tau,\omega)=\hat{R}(\tau,\omega)/(i\omega)$ — отклика среды на тета-импульс — из (4) после обратного преобразования Фурье получается уравнение

$$\frac{\partial}{\partial t}\Re(\tau,t)+\frac{\hat{Z}^2(\tau)+1}{\hat{Z}(\tau)}\frac{\partial}{\partial t}\Re(\tau,t)=\frac{\hat{Z}^2(\tau)-1}{2\hat{Z}(\tau)}\left(\delta(t)+\int\frac{\partial}{\partial t}\Re(\tau,t-\xi)\frac{\partial}{\partial\xi}\Re(\tau,\xi)\,\mathrm{d}\xi\right) \tag{5б}$$

с начальным условием $\Re(\tau,t)|_{t=0}=\theta(t)\,(Z_{\mathrm{L}}-Z_{\mathrm{R}})/(Z_{\mathrm{L}}+Z_{\mathrm{R}})$. Здесь $\hat{Z}(\tau)=Z(\tau)/Z_{\mathrm{R}}$, Z_{L} — значение импеданса слева от слоя, $\theta(t)$ — тета-функция. Уравнение (5б) было получено в работе [9] с помощью метода погружения непосредственно из (1) и использовалось в [5] для моделирования отражений при падающем тета-импульсе. Аналитические решения уравнения (5б) рассматривались в [9–11]. С учётом диссипации уравнение, аналогичное (5б), было получено в [12].

Вернёмся к случаю непрерывного импеданса. При падении справа импульса произвольной формы $w_{\mathrm{L}}(\tau,t)=w_0(t)$ отражённое поле на правой границе слоя $w_{\mathrm{R}}(\tau,t)$ представляет собой свёртку:

$$w_{\mathrm{R}}(\tau,t)=\int\limits_{-\infty}^{+\infty}R(\tau,t-\zeta)w_0(\zeta)\,\mathrm{d}\zeta. \tag{6}$$

Из выражения (6) видно, что $R(\tau,t)$ — ядро оператора рассеяния назад при падении волны справа.

После замены переменных $\chi(z)=2\tau(z)$, $\rho(\chi)=k[\tau(\chi)]/2$ и представления отклика среды в виде $R(\chi,t)=\theta(t)\tilde{R}(\chi,t)$ из (5а) методом сингулярностей для $\tilde{R}(\chi,t)$ получим уравнение

$$\left(\frac{\partial}{\partial\chi}+\frac{\partial}{\partial t}\right)\tilde{R}(\chi,t)=-\rho(\chi)\int\limits_0^t\tilde{R}(\chi,t-\zeta)\tilde{R}(\chi,\zeta)\,\mathrm{d}\zeta \tag{7а}$$

с граничным условием $\tilde{R}(\chi,0)=\rho(\chi)$ на оси χ.

Аналогичным образом, представляя решение (5б) в виде $\Re(\chi,t)=\theta(t)\tilde{\Re}(\chi,t)$, для $\tilde{\Re}(\chi,t)$ получим уравнение

$$\left(\frac{\partial}{\partial\chi}+\frac{\partial}{\partial t}\right)\tilde{\Re}(\chi,t)=\frac{1}{4}\left(\hat{Z}(\chi)-\frac{1}{\hat{Z}(\chi)}\right)\int\limits_0^t\frac{\partial}{\partial t}\tilde{\Re}(\chi,t-\zeta)\frac{\partial}{\partial\zeta}\tilde{\Re}(\chi,\zeta)\,\mathrm{d}\zeta \tag{7б}$$

с граничным условием $\tilde{\Re}(\chi,0)=(\hat{Z}(\chi)-1)/(\hat{Z}(\chi)+1)$. На основе этого уравнения был построен вычислительный алгоритм в работе [5], а здесь моделирование отражения нестационарных сигналов в случайной среде будет проведено с помощью нелинейного уравнения переноса (7а).

Численную схему первого порядка для уравнения переноса (7а) с указанным граничным условием можно записать следующим образом [13] (см. рис. 2):

$$\tilde{R}(\chi_{n+1},t_{i+1})=-\sqrt{2}\,(\Delta t)^2\,\rho(\chi_n)\sum_{j=0}^{i}\tilde{R}(\chi_n,t_{i-j})\tilde{R}(\chi_n,t_j)+\tilde{R}(\chi_n,t_i),\quad \tilde{R}(\chi_n,t_0)=\rho(\chi_n), \tag{8}$$

где $i = 1, 2, \ldots, n$; Δt — шаг по χ или по t (они одинаковы, поскольку скорость переноса равна единице), $n = 0, 1, \ldots, N$; N — число шагов в слое.

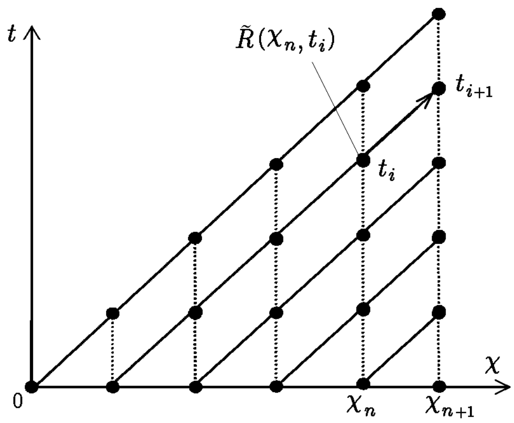


Рис. 2

При решении прямой задачи отражения входными данными алгоритма является массив характеристики среды $\rho(\chi_n)$, а выходными — треугольная матрица $\tilde{R}(\chi_n, t_i)$, где $i \le n$, последний столбец которой ($n = N$) и будет искомым откликом среды на дельта-импульс. При решении обратной задачи характеристика среды и её отклик меняются местами, а направление прохода алгоритма, показанное стрелкой на рис. 2, меняется на обратное. Последовательность операций следующая. Второе соотношение (8) позволяет найти характеристику среды в точке χ_n по значению отклика в начальный момент времени, а затем с помощью первого соотношения (8) отклик среды известный при $n = N$, нетрудно вычислить при $n = N - 1$ и т. д. В (8) надо лишь сделать замену $n + 1 \to n - 1$ и $i + 1 \to i - 1$. Такой способ решения обратной задачи называется методом раздевания или шелушения [6].

В случае постоянства локального коэффициента отражения $\rho(\tau) = \rho_0$ (среда при этом неоднородна, поскольку $Z(\tau) = \exp(-4\rho_0\tau)$) и перехода к полупространству ($\tau \to \infty$) уравнение (7а) имеет стационарное решение

$$R(t) = J_1(2\rho_0 t)/t, \tag{9}$$

где $J_1(x)$ — функция Бесселя первого рода 1-го порядка. Выражение (9) можно использовать для тестирования алгоритма (8). При произвольном профиле неоднородностей среды работоспособность (8) проверяется по замкнутой схеме, решением прямой и обратной задач. Погрешность вычислений определяется отношением $\Delta t/t_*$, где t_* — характерный масштаб $\tilde{R}(\chi, t)$ по любой из переменных. В экспериментах погрешность не превышала нескольких процентов. Устойчивость алгоритма связана с непрерывностью и гладкостью импеданса, что учитывалось при выборе модели среды.

В рассматриваемом случае среда описывается двумя независимыми параметрами $\varepsilon(z)$ и $\mu(z)$, или, что эквивалентно, $Z(z)$ и $c(z)$. Импеданс $Z(z)$ — динамическая характеристика среды, относительные изменения $Z(z)$ (см. уравнения (5а) и (5б)) определяют отражательные свойства неоднородностей, а скорость сигнала $c(z)$ — кинематическая. В однопараметрических средах, например в чистых диэлектриках или магнетиках, функции $Z(z)$ и $c(z)$ зависимы.

Скорость сигнала $c(z)$ очевидным образом определяет связь между переменными z и τ: $\tau(z) = \int_0^z c^{-1}(z')\,\mathrm{d}z'$, а точка z_t, из которой пришло отражение в момент времени t, находится как решение уравнения $\tau(z_t) - \tau(z) + t/2 = 0$. Для упрощения анализа задачи отражения скорость сигнала $c(z)$ будем полагать заданной детерминированной функцией.

Локальный коэффициент отражения $k(\tau) = 2\rho(\tau)$ задавался с помощью гауссова случайного процесса, являющегося решением уравнения Ланжевена $\mathrm{d}\rho(\tau)/\mathrm{d}\tau = -\beta\rho(\tau) + f(\tau)$, описывающего движение броуновской частицы [14]. Здесь $f(\tau)$ — кусочно-постоянная на шаге вычислений центрированная гауссова величина с дисперсией $\sigma_f^2 = 0{,}02$. Радиус корреляции моделируемого процесса $r_\rho = 1/\beta$ выбирался равным 100 ($\beta = 0{,}01$), чтобы дисперсия процесса $\sigma_\rho^2 = \sigma_f^2/(2\beta) = 1$ и выполнялось условие дельта-коррелированности $f(\tau)$ ($r_f \ll r_\rho$, где r_f — радиус корреляции $f(\tau)$; r_f предполагался равным шагу вычислений, который, в свою очередь, полагался равным единице). Получаемый непрерывный статистически стационарный центрированный гауссов процесс $\rho(\tau)$ с единичной дисперсией и конечным радиусом корреляции обеспечивал устойчивую работу вычислительного алгоритма в исследуемой области времён наблюдения сигнала. Указанный процесс и использовался для вычисления случайных отражений.

В выбранной модели неоднородностей среды логарифм импеданса — винеровский процесс, а сам импеданс — логнормальный процесс с линейно растущей дисперсией. Это следует из соотношения $Z(\tau) = \exp\bigl(-4\int_0^\tau \rho(\tau)\,\mathrm{d}\tau\bigr)$, откуда также видно, что $Z(\tau)$ — случайная функция с независимыми однородными приращениями [14]. Импеданс среды статистически неоднороден, но в данной задаче это не важно, поскольку здесь за формирование обратной волны отвечают относительные изменения импеданса — локальный коэффициент отражения, определение которого есть ничто иное, как дифференциальная запись формулы Френеля (см. выше). Из формулы Френеля видно, что в разрывных средах важны относительные скачки импеданса, а не его значение, в непрерывных средах — логарифмическая производная.

Отметим, что решение уравнения Ланжевена не годится для моделирования логарифма самого импеданса, поскольку оно не обладает необходимой гладкостью, отсутствие которой приведёт к неустойчивости алгоритма вычислений отклика среды. Для улучшения гладкости придётся уменьшать флуктуации неоднородностей. При этом уменьшится амплитуда флуктуаций отражённых сигналов, а это создаст трудности исследования их распределений. При вычислениях с помощью уравнения (7а) в отличие от (7б) гладкость процессов, моделирующих среду, не требуется. Это очень существенное обстоятельство, указывающее на преимущество подхода, основанного на уравнении (7а).

Необходимое число реализаций процесса $\rho(\tau)$ и соответствующих откликов среды в эксперименте выбиралось из условия малости флуктуаций коэффициента эксцесса величины $\rho(\tau)$. При числе реализаций 5 000 отклонение эксцесса от нуля не превышало 10 % от среднеквадратического отклонения самого процесса $\rho(\tau)$, которое равно единице. Такого объёма статистики было вполне достаточно для достижения точности вычислений, при которой уверенно наблюдаются временны́е вариации коэффициента эксцесса отклика среды.

Результаты эксперимента приведены на рис. 3–5. На рис. 3 изображены реализация и статистические коэффициенты процесса $\rho(\tau)$, на рис. 4 — то же самое для отклика $\tilde{R}(\chi, t)$ среды, а рис. 5 показывает поведение второго и четвёртого одноточечных моментов отражённого сигнала (первый и третий моменты близки к нулю, поэтому не рассматриваются).

Согласно рис. 4 коэффициент эксцесса отражённого сигнала на временах, сравнимых с радиусом корреляции неоднородностей среды, становится отрицательным — относительные флуктуации интенсивности сигнала меньше, чем в гауссовом распределении, а затем принимает положительные значения — флуктуации интенсивности превосходят гауссовы значения. Рост относительных флуктуаций интенсивности сигнала называется стохастическим резонансом, который хорошо наблюдается, несмотря на малость в данной ситуации. С течением времени коэффициент эксцесса практически не убывает, а за пределами интервала наблюдения (примерно шесть–восемь радиусов корреляции неоднородностей среды) он совершает малые стационарные колебания, связанные с ограничением числа реализаций в эксперименте. Моменты сигнала при этом по той же причине выходят на малые постоянные значения. Средняя интенсивность отражений (второй момент) при этих временах уменьшается примерно на порядок — можно считать, что весь падающий импульс отразился от среды.

Для наблюдения отражений при временах больше шести–восьми радиусов корреляции среды необходимо понизить ошибки вычислений в каждой реализации и случайные флуктуации, связанные с ограничением объёма статистики, а это потребует существенного увеличения вычислительных ресурсов.

Размер области однократного рассеяния определяется совпадением реализации отражённого сигнала в начальные моменты времени (верхняя кривая на рис. 4, от 0 до 50 шагов по времени t) с реализацией неоднородности среды на правой границе слоя (верхняя кривая на рис. 3, от 1 450 до 1 500 шагов по толщине слоя τ). Это является следствием того, что правая часть в уравнении (7а) ещё мала для таких времён наблюдения. Видно, что в рассматриваемой задаче радиус корреляции неоднородности среды превосходит область однократного рассеяния.

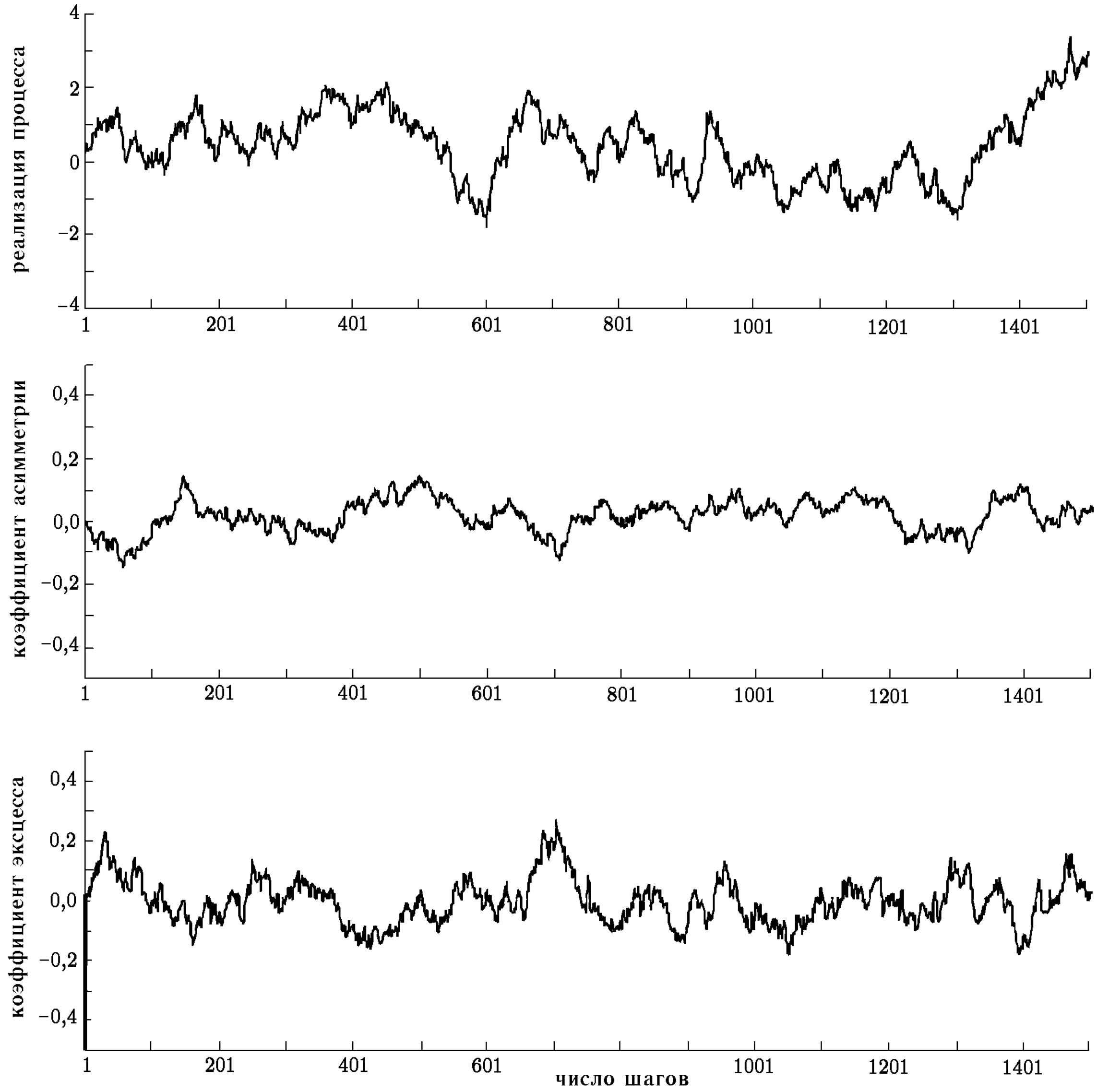


Рис. 3

Вследствие того, что отражённое поле на расстоянии порядка радиуса корреляции среды меняется существенно, условия применимости диффузионного приближения [14, 15] в рассматриваемом случае не выполняются. При уменьшении флуктуаций среды упадёт амплитуда сигнала и её изменения, увеличится время высвечивания импульса, а область однократного рассеяния станет больше радиуса корреляции неоднородностей среды.

Перейдём к рассмотрению отражений тета-импульса, которые являются интегралами по времени от отклика $\tilde{R}(\chi, t)$ среды, поскольку результат получается свёрткой этой величины с формой падающего сигнала согласно выражению (6). На рис. 6 представлены реализация такого отражения, его статистические коэффициенты и распределения амплитуды для 100 (штриховая линия), 500 (сплошная линия) и 1 000 (пунктир) шагов по времени. На рис. 6 (верхняя кривая) приведён отражённый сигнал, принимающий только положительные значения, но в эксперименте встречаются сигналы и с отрицательными значениями. Полярность отражённого сигнала определяется поведением неоднородности среды на правой границе слоя. Локальный коэффициент отражения там равновероятно принимает как

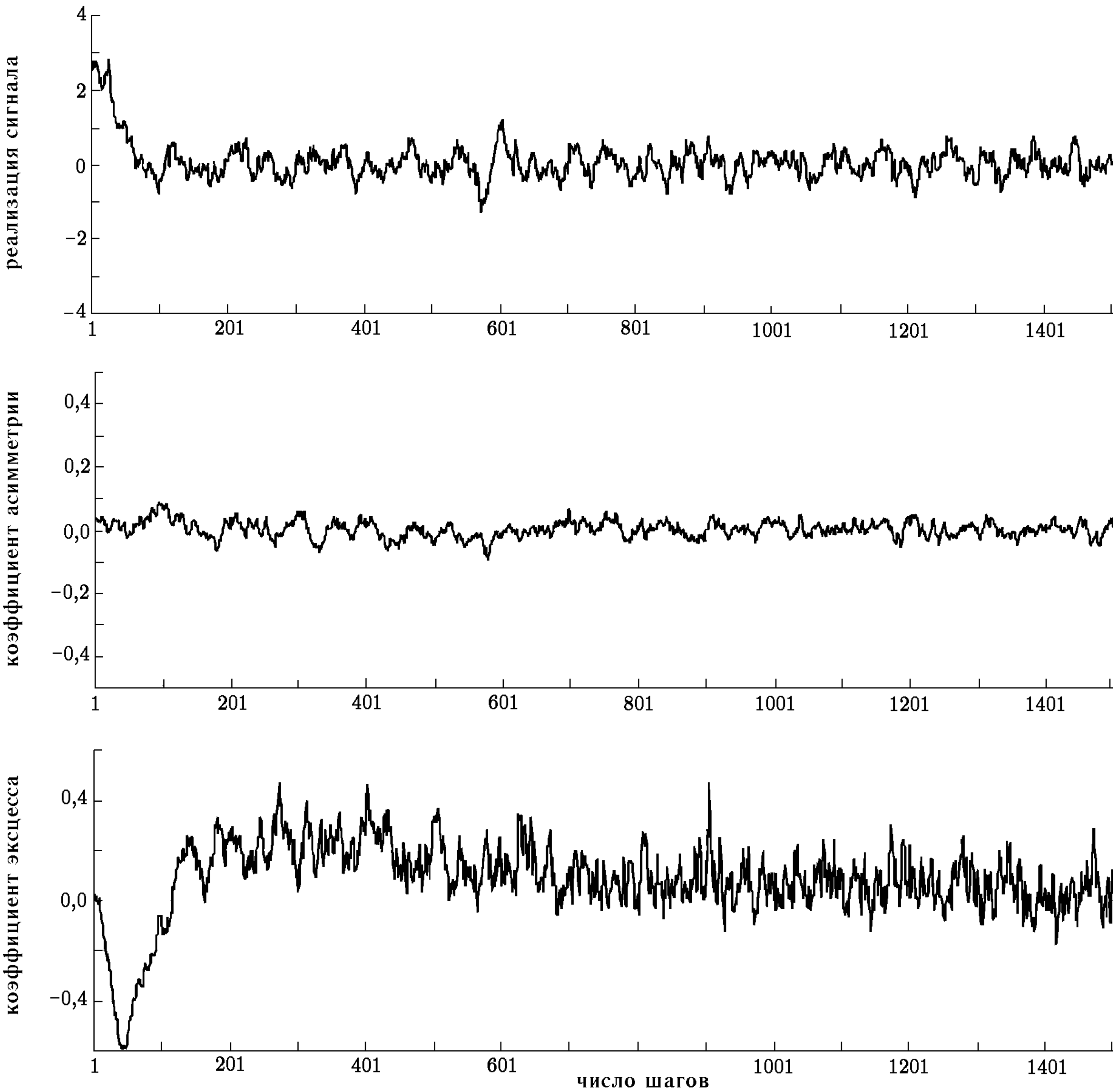


Рис. 4

положительные, так и отрицательные значения, а поскольку отражённый импульс является интегралом от коэффициента отражения, то в результате отражения стремятся то к $+1$, то к -1 с увеличением времени наблюдения. На рис. 7 изображены четыре одноточечных момента отражённого сигнала. Из коэффициента асимметрии следует, что положительные и отрицательные отражения равновероятны, поэтому малы и нечётные моменты. Чётные моменты со временем стремятся к единице, а относительные флуктуации интенсивности отражённого сигнала — к нулю. Напомним, что дисперсия относительных флуктуаций интенсивности на 2 больше, чем коэффициент эксцесса, приведённый на рис. 6. Чётные моменты отражений не достигают единицы, а флуктуации интенсивности — нуля, видимо, по причине ошибок вычислений и ограничения объёма статистики.

Поведение во времени чётных моментов отражения тета-импульса очень напоминает зависимость чётных моментов коэффициента отражения монохроматической волны от случайно-неоднородного слоя [15].

Рост чётных моментов отражения со временем сопровождается эволюцией распределения вероят-

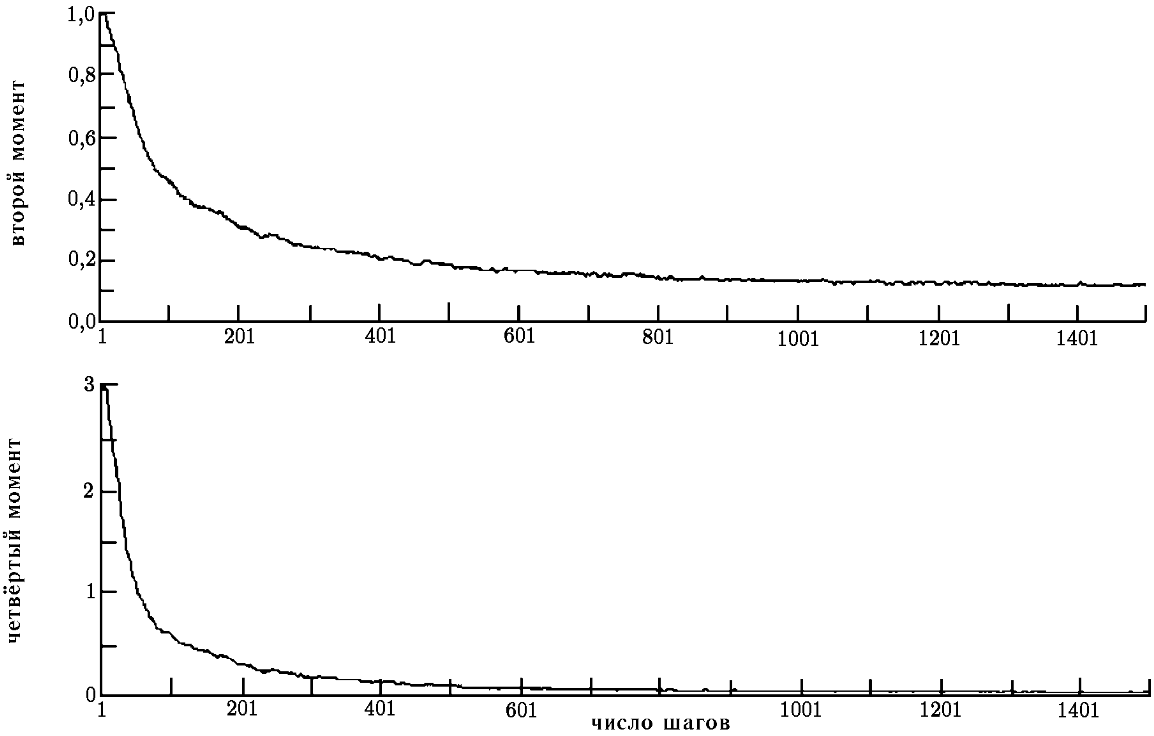


Рис. 5

ности амплитуды сигнала из одно- в двухмодальное (см. рис. 6). Следует отметить равновероятность положительных и отрицательных отражений при заданной полярности исходного импульса. В аналогичном численном эксперименте в работе [5] многомодальность также имела место, но из-за малых флуктуаций среды и меньшего объёма статистики она проявлялась с сильными искажениями.

В заключение рассмотрим отражение прямоугольного импульса с синусоидальным заполнением. Падающий импульс, реализация и статистические коэффициенты его отражения представлены на рис. 8, а на рис. 9 — четыре одноточечных момента отражённого сигнала. Видно, что в данном случае для всех статистических характеристик отражённого сигнала характерны биения, период которых определяется длительностью падающего импульса. Пока импульс проникает в среду, флуктуации интенсивности отражения уменьшаются, а затем они выходят на гауссовы значения. Интересно, что при данных параметрах задачи стохастический резонанс вообще отсутствует, наблюдается даже обратное явление. Однако ситуация может кардинально измениться, если уменьшить интенсивность флуктуаций среды. Этот случай ранее исследовался в диффузионном приближении [15, 16].

Интересно обсудить случай отражения синусоиды, отличной от нуля на положительной временной полуоси, с таким же периодом, как у заполнения падающего импульса на рис. 8. Второй момент такого отражения увеличивается во времени с ограничением роста и при числе шагов 1 500 достигает 0,3. Такой слабый рост объясняется тем, что в данном эксперименте не выполнено брэгговское соотношение между радиусом корреляции среды и периодом синусоиды. При резонансном соотношении этих параметров скорость роста увеличивается.

Как было показано выше, временна́я эволюция статистических характеристик отражённых сигналов существенно зависит от спектра падающего импульса. Интересно также влияние параметров среды на данные процессы, однако этот вопрос выходит за рамки данной статьи. Цель настоящей работы заключалась в том, чтобы показать возможности предложенного подхода исследования нестационарного обратного рассеяния в случайных средах, в рамках которого не налагаются ограничения на параметры неоднородностей, кроме непрерывности локального коэффициента отражения. Даже при не

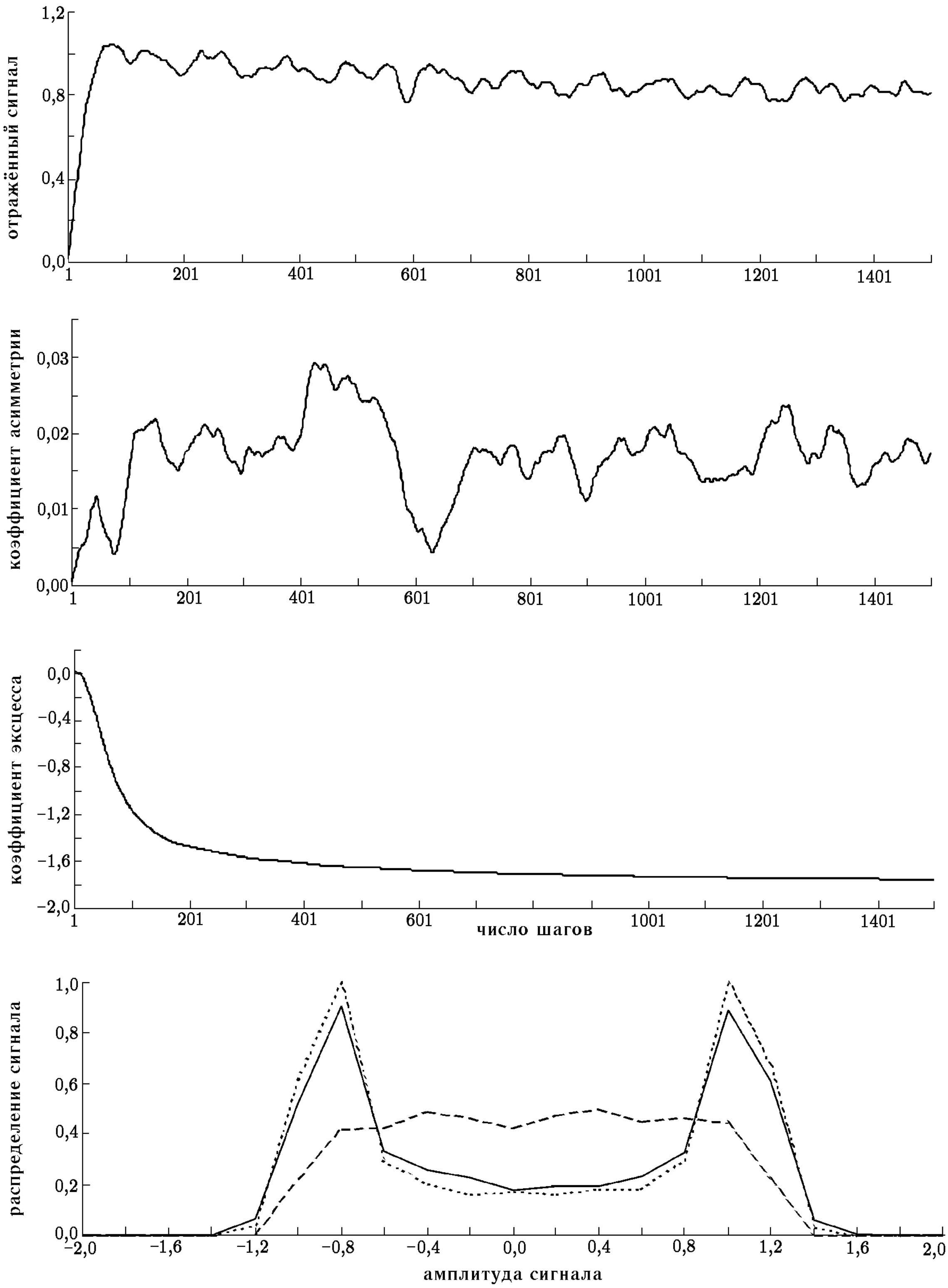


Рис. 6

очень мощных вычислительных средствах расчёты с помощью этого метода можно проводить при достаточно больших кратностях рассеяния, число которых в данных экспериментах достигало тридцати.

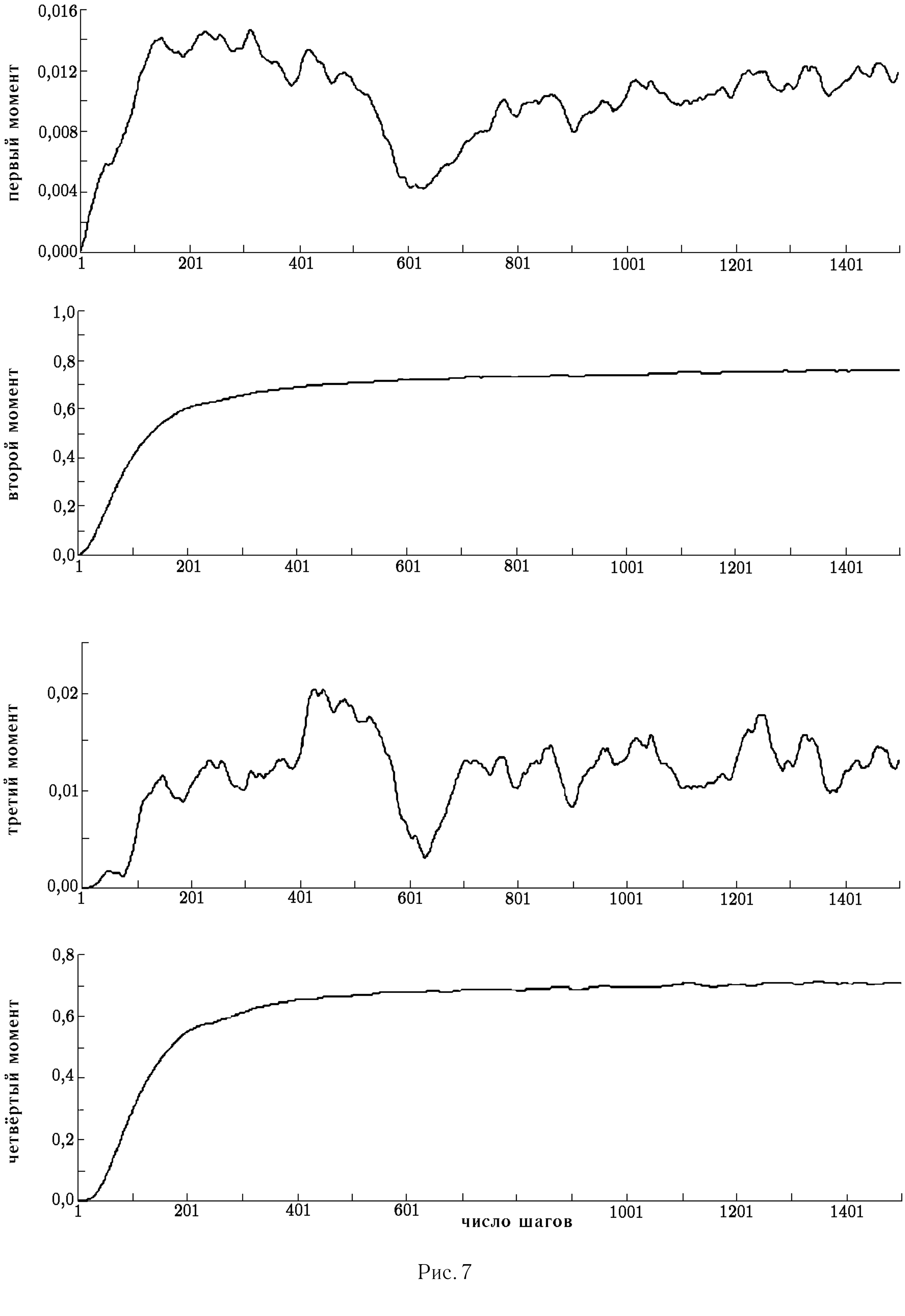

первый момент
0,016
0,012
0,008
0,004
0,000
второй момент
1,0
0,8
0,6
0,4
0,2
0,0
третий момент
0,02
0,01
0,00
четвёртый момент
0,8
0,6
0,4
0,2
0,0
1
201
401
601
801
1001
1201
1401
число шагов

Рис. 7

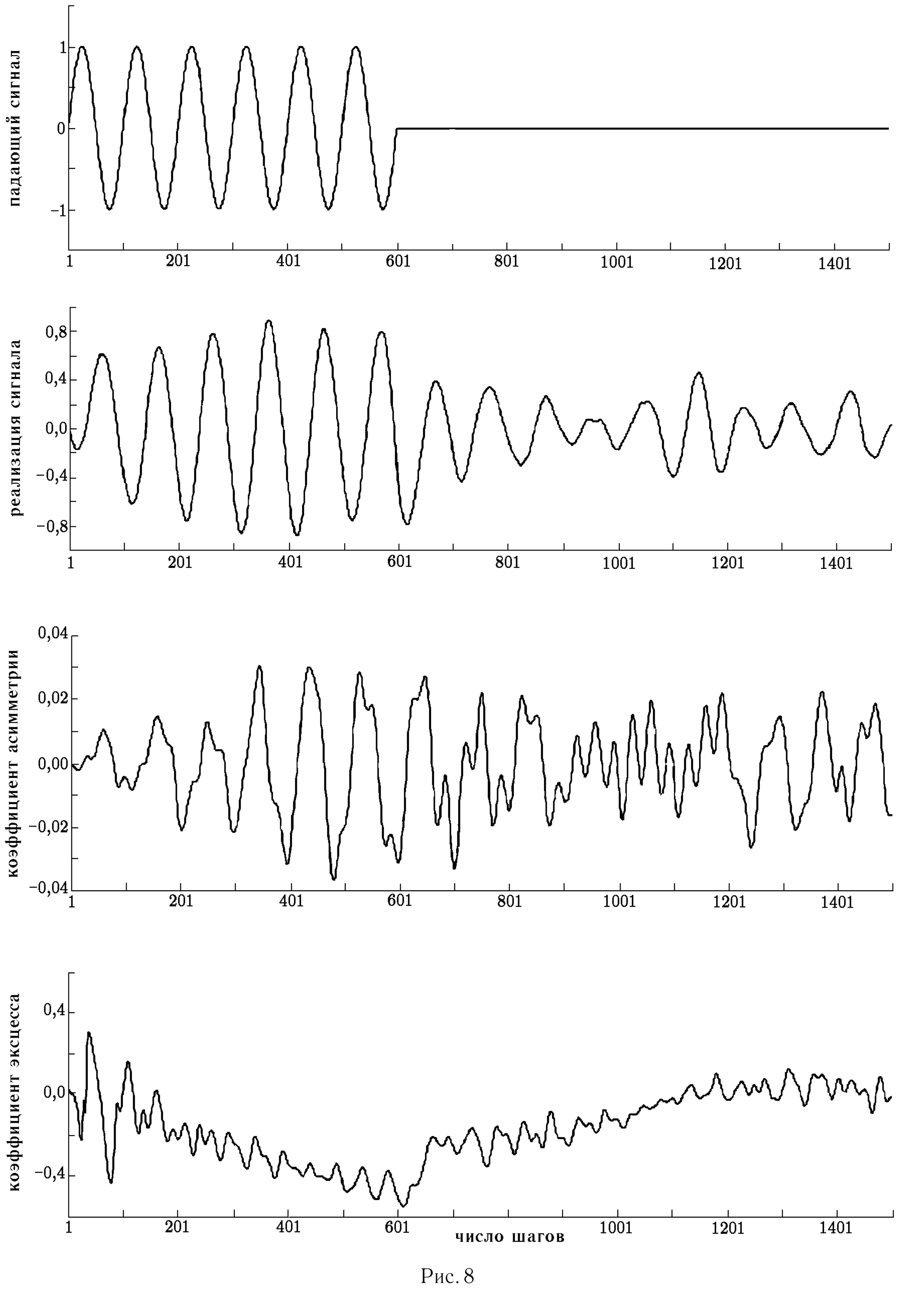

падающий сигнал
1
0
−1
1
201
401
601
801
1001
1201
1401
реализация сигнала
0,8
0,4
0,0
−0,4
−0,8
коэффициент асимметрии
0,04
0,02
0,00
−0,02
−0,04
коэффициент эксцесса
0,4
0,0
−0,4
число шагов

Рис. 8

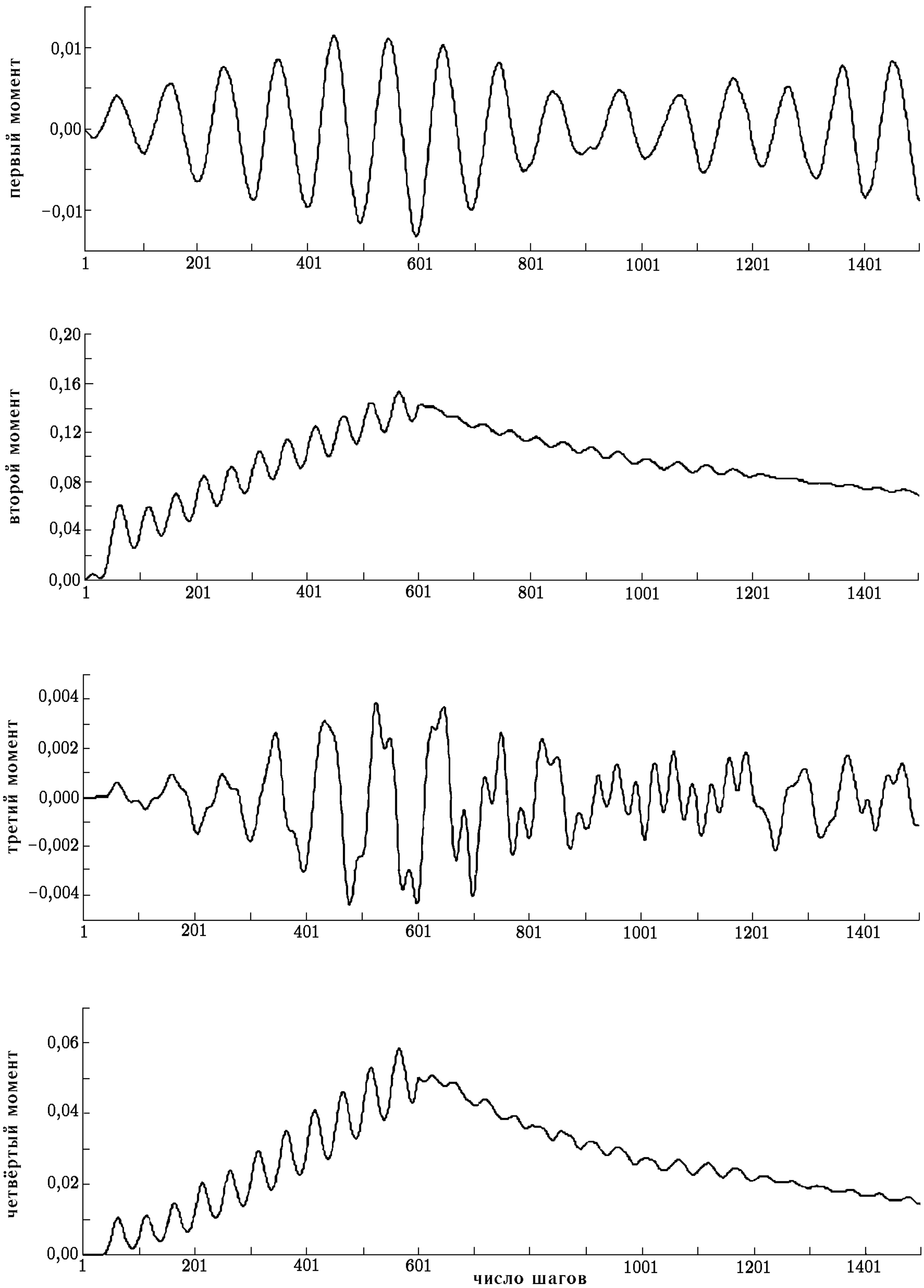

первый момент
0,01
0,00
−0,01
1
201
401
601
801
1001
1201
1401
второй момент
0,20
0,16
0,12
0,08
0,04
0,00
1
201
401
601
801
1001
1201
1401
третий момент
0,004
0,002
0,000
−0,002
−0,004
1
201
401
601
801
1001
1201
1401
четвёртый момент
0,06
0,04
0,02
0,00
1
201
401
601
1001
1201
1401
число шагов

Рис. 9

Надо отметить, что данный подход легко обобщается на среды с диссипацией, дисперсией и нелинейностью.

Авторы выражают благодарность В. И. Кляцкину и К. В. Кошелю за полезные обсуждения результатов работы.

Работа выполнена при содействии Программы поддержки ведущих научных школ (грант № 00–15–98608).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гулин О. Э., Ярощук И. О. // Изв. вузов. Радиофизика. 1999. Т. 42, № 4. С. 383.
2. Asch M., Kohler W., Papanicolaou G., Postel M., Sheng P., White B. // Wave motion. 1990. V. 12. P. 429.
3. Asch M., Kohler W., Papanicolaou G., Postel M., White B. // SIAM Review. 1991. V. 33, No. 4. P. 519.
4. Asch M., Kohler W., Papanicolaou G., Postel M., White B. // Waves in random media. 1996. V. 6. P. 293.
5. Бубновский А. Ю., Шевцов Б. М. // Изв. вузов. Радиофизика. 1999. Т. 42, № 12. С. 1 153.
6. Bruckstein A. M., Levy B. C., Kailath T. // Siam J. Appl. Math. 1985. V. 45, No. 2.
7. Burridge R. // Wave Motion. 1980. V. 2. P. 305.
8. Claerbout J. Fundamentals of Geophysical Data Processing. Blackwell Scientific Publications, 1985. http://sepwww.stanford.edu/sep/prof/fgdp.
9. Бугров А. Г., Кляцкин В. И. // Изв. вузов. Радиофизика. 1989. Т. 32, № 3. С. 321.
10. Кляцкин В. И., Кошель К. В., Шевцов Б. М. // Изв. АН. ФАО. 1995. Т. 31, № 4. С. 517.
11. Klyatskin V. I., Koshel K. V., Shevtsov B. M. // Radio Sci. 1995. V. 30, No. 6. P. 1 689.
12. Kristensson G., Krueger R. J. // J. Math. Phys. 1986. V. 27, No. 6. P. 1 667.
13. Самарский А. А. Теория разностных схем. М.: Наука, 1977.
14. Рытов С. М. Введение в статистическую радиофизику. Ч. I. М.: Наука, 1976.
15. Кляцкин В. И. Метод погружения в теории распространения волн. М.: Наука, 1986.
16. Шевцов Б. М. // Изв. вузов. Радиофизика. 1982. Т. 25, № 9. С. 1 032.

Тихоокеанский океанологический институт ДВО РАН,
г. Владивосток, Россия

Поступила в редакцию
2 февраля 2001 г.

REFLECTIONS OF NONSTATIONARY SIGNALS IN MEDIA WITH STRONG FLUCTUATIONS OF IRREGULARITIES

A. Yu. Bubnovsky and B. M. Shevtsov

Using the method of invariant imbedding, we obtain an equation for the kernel of backscattering operator and find numerical solutions of this equation, which correspond to the response of the medium to an initial delta impulse. The statistical characteristics of such impulse reflections are determined in the case where the fluctuations of irregularities are strong and the logarithmic derivative of the medium impedance is defined by a continuous stationary centered Gaussian process with the unit variance and a finite correlation radius. Temporal evolution of the statistical distribution of the reflected signals is studied. The examples of reflections of initial impulses having various profiles are discussed.

УДК 621.385.6

АВТОМОДУЛЯЦИОННЫЕ И ХАОТИЧЕСКИЕ РЕЖИМЫ ГЕНЕРАЦИИ В РЕЛЯТИВИСТСКОЙ ЛАМПЕ ОБРАТНОЙ ВОЛНЫ С ОТРАЖЕНИЯМИ

Н. М. Рыскин, В. Н. Титов

Исследуются автомодуляционные и хаотические режимы генерации в релятивистской лампе обратной волны при наличии отражений излучения от границ замедляющей системы. Подробно изучены процессы возникновения автомодуляции в случае больших и малых отражений. Проведено численное моделирование сценариев перехода к хаосу в широком диапазоне параметров. Обсуждается связь бифуркационных переходов между различными режимами с процессами образования пространственно—временных структур в электронном потоке.

ВВЕДЕНИЕ

Лампы обратной волны (ЛОВ) с сильноточными релятивистскими электронными пучками являются одними из наиболее перспективных мощных источников микроволнового излучения. Нестационарные процессы в ЛОВ (и других микроволновых генераторах) играют важную роль, поскольку хорошо известно, что подобные системы способны демонстрировать сложные, в том числе хаотические режимы колебаний (см. обзоры [1—4]). Такие режимы представляют интерес при создании мощных источников шумоподобных сигналов с управляемыми характеристиками. Исследование нелинейной динамики релятивистских ЛОВ приобретает особую актуальность в связи с разработкой релятивистских карсинотронов с термоэмиссионными катодами [5—7], в которых длительность импульсов составляет десятки микросекунд. Экспериментально были обнаружены автомодуляционные режимы генерации с мощностью порядка 0,5 МВт и КПД 10 % [7].

Значительное влияние на динамику ЛОВ, особенно релятивистских, оказывает отражение излучения от границ замедляющей системы. По существу, электродинамическая система релятивистской ЛОВ представляет собой распределённый резонатор со своей системой собственных мод. Конкуренция этих мод в значительной степени определяет динамику нестационарных процессов. Известно также, что путём подбора коэффициента отражения можно добиться значительного увеличения мощности генерации за счёт взаимодействия электронов с попутной волной [8].

Нестационарные процессы в ЛОВ с отражениями рассматривались в работах [9—11], где было показано, что по мере увеличения бифуркационного параметра, пропорционального току пучка, возникает вначале периодическая, а затем хаотическая автомодуляция. Однако многие особенности автомодуляционных режимов, прежде всего хаотических, остаются неисследованными. В частности, нет окончательного ответа на вопрос о механизмах возникновения автомодуляции.

Обычно в распределённых электронно-волновых автоколебательных системах выделяют два таких механизма [12—15]. Первый связан, с одной стороны, с запаздывающим характером обратной связи (внутренней или внешней), т. е., по сути, с тем, что система является распределённой, а с другой — с перегруппировкой электронных сгустков в сильном поле, т. е. с амплитудной нелинейностью системы. Поэтому такой механизм получил название амплитудного. Типичным примером системы, в которой реализуется амплитудный механизм, является ЛОВ без отражений. Второй механизм, называемый частотным, характерен для резонансных автогенераторов, таких, например, как лампы бегущей волны (ЛБВ) с запаздывающей обратной связью и лазеры на свободных электронах (ЛСЭ). При частотном механизме возникновения автомодуляции происходит одновременная генерация нескольких собственных мод высокодобротной колебательной системы, тогда как амплитудный механизм связан с модуляцией лишь одной моды. Следует ожидать, что в ЛОВ при слабых отражениях будет доминировать амплитудный механизм, а при больших — частотный.

Вопрос о том, по какому сценарию происходит переход к хаосу, в работах [9–11] вообще не затрагивался. Как правило, для электронных микроволновых автогенераторов характерна сложная последовательность смены регулярных и хаотических автомодуляционных режимов. Это связано с тем, что подобные системы являются распределёнными, т. е. имеют бесконечное число степеней свободы, и характеризуются большим количеством управляющих параметров. Поэтому детальное описание сложной динамики и выявление сценариев, присущих системам с малым числом степеней свободы, представляет собой чрезвычайно трудоёмкую задачу. Для нерезонансных ЛОВ подобное исследование было выполнено лишь недавно [16–20]. Важно выяснить, насколько влияние отражений трансформирует описанную в этих работах картину.

1. ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Будем учитывать взаимодействие электронного пучка только с продольной составляющей поля обратной пространственной гармоники электромагнитной волны, которую можно представить в виде

$$E(x,t) = \mathcal{E}(x,t)\,\exp[i\,(\omega_0 t - k_0 x)] + \text{к. с.},$$

где $\mathcal{E}(x,t)$ — медленно меняющаяся комплексная амплитуда, ω_0 — частота, на которой скорость электронного пучка v_0 равна фазовой скорости обратной гармоники $v_{\rm ph}^{(-1)}$, $k_0 = \omega_0/v_0$. Тогда нестационарные уравнения релятивистской ЛОВ можно записать в виде [18, 19]

$$\frac{\partial^2\theta}{\partial\xi^2} = -L^2\gamma_0^3\left[\left(1+\frac{1}{2\pi N}\frac{\partial\theta}{\partial\xi}\right)^2 - \frac{v_0^2}{c^2}\right]^{3/2}\mathrm{Re}[F\exp(i\theta)], \tag{1}$$

$$\frac{\partial F}{\partial\tau} - \frac{\partial F}{\partial\xi} = -\frac{L}{\pi}\int\limits_0^{2\pi}\exp(-i\theta)\,\mathrm{d}\theta_0. \tag{2}$$

Здесь (1) — уравнение движения электронов в поле электромагнитной волны, (2) — нестационарное уравнение возбуждения волновода током с медленно меняющейся амплитудой. В уравнениях (1), (2) θ — фаза электрона относительно волны, θ_0 — начальная фаза, $F = \mathcal{E}/(2k_0V_0C^2)$ — нормированная амплитуда поля волны, $V_0 = mv_0^2/(2e)$, c — скорость света, m и e — масса электрона и элементарный заряд соответственно, C — параметр усиления Пирса, определяемый так же, как и в нерелятивистской теории [21, 22]:

$$C^3 = I_0K/(4V_0),$$

где I_0 — постоянный ток электронного пучка, K — сопротивление связи. Безразмерные координата ξ и время τ введены следующим образом:

$$\xi = x/l, \quad \tau = \frac{t - x/v_0}{l/v_0 + l/v_{\rm g}}\,,$$

где l — длина пространства взаимодействия, $v_{\rm g}$ — групповая скорость электромагнитной волны на частоте синхронизма. Данная система имеет следующие управляющие параметры: электрическую длину пространства взаимодействия $N = k_0l/(2\pi)$, релятивистский масс-фактор $\gamma_0 = (1 - v_0^2/c^2)^{-1/2}$

и параметр $L = 2\pi CN/\gamma_0$, который характеризует эффективность взаимодействия и зависит от тока электронного пучка.

Отражаясь от закритического сужения на левой (пушечной) границе замедляющей структуры, излучение распространяется в попутном пучку направлении с фазовой скоростью $v_{\rm ph}^{(+1)}$ [10, 11]. Для амплитуды поля отражённой волны F_+ справедливо уравнение [9]

$$s\,\frac{\partial F_+}{\partial \tau} + \frac{\partial F_+}{\partial \xi} = 0, \tag{3}$$

где

$$s = \frac{1 - v_{\rm g}/v_0}{1 + v_{\rm g}/v_0}$$

— параметр, характеризующий отличие скорости пучка от групповой скорости волны. При этом считается, что ввиду сильного рассинхронизма можно пренебречь взаимодействием пучка с попутной волной [1]. Групповые скорости прямых и обратных гармоник одинаковы по величине и противоположны по направлению.

Амплитуды прямой и обратной волн на границах системы связаны соотношениями

$$F_+\big|_{\xi=0} = R_0 F\big|_{\xi=0}\,, \tag{4}$$

$$F\big|_{\xi=1} = R_1 \exp[i\,(k_0 - k_1)\,l] F_+\big|_{\xi=1}\,, \tag{5}$$

где R_0 и R_1 — комплексные коэффициенты отражения на левой и правой границах соответственно, $k_1 = \omega_0/v_{\rm ph}^{(+1)}$. Поскольку решение уравнения (3) можно представить в виде $F_+(\tau,\xi) = F_+(\tau - s\xi, 0)$, можно исключить из рассмотрения прямую волну, переписав граничное условие для обратной волны следующим образом:

$$F(\tau, \xi = 1) = RF(\tau - s\xi, \xi = 0). \tag{6}$$

Здесь вместо коэффициентов отражения R_0, R_1 введён единственный комплексный параметр обратной связи $R \equiv \rho \exp(i\psi)$, где

$$\rho = |R_0 R_1|, \quad \psi = {\rm Arg}(R_0) + {\rm Arg}(R_1) + (k_0 - k_1)\,l.$$

К уравнениям (1), (2) следует также добавить граничные условия для фазы электронов θ, которые в отсутствие модуляции пучка по скорости и плотности на входе в систему запишутся в виде

$$\theta\big|_{\xi=0} = \theta_0, \quad \left.\frac{\partial \theta}{\partial \xi}\right|_{\xi=0} = 0. \tag{7}$$

Отрезок замедляющей структуры ЛОВ с отражениями на границах представляет собой резонансную колебательную систему, собственные частоты которой нетрудно определить. Рассмотрим возбуждение резонатора гармоническим входным сигналом. Тогда вместо граничного условия (4) будем иметь

$$F_+\big|_{\xi=0} = A_0 \exp(i\Omega\tau) + R_0 F\big|_{\xi=0}\,, \tag{8}$$

где A_0 — амплитуда входного сигнала, Ω — безразмерная отстройка частоты сигнала от частоты синхронизма. В отсутствие электронного пучка уравнение (2) принимает вид

$$\frac{\partial F}{\partial \tau} - \frac{\partial F}{\partial \xi} = 0. \tag{9}$$

[1] При определённой конструкции закритического сужения несинхронное взаимодействие с полем попутной волны может быть существенным [8].

Отыскивая решение уравнений (3), (9) в виде

$$F = A\exp[i\Omega\,(\tau+\xi)],\quad F_+ = A_+\exp[i\Omega\,(\tau - s\xi)]$$

и учитывая граничные условия (5) и (8), находим

$$A_+ = \frac{A_0}{1-\rho\exp(-i\vartheta)}\,,$$

где введено обозначение $\vartheta = \Omega\,(s+1) - \psi$. Частоты, на которых амплитуда вынужденных колебаний максимальна, можно интерпретировать как частоты собственных мод резонатора. Они находятся из условия $\cos\theta = 1$, что даёт

$$\Omega_n = \frac{2\pi n + \psi}{1+s}\,. \qquad (10)$$

Таким образом, в рассматриваемом приближении без учёта дисперсии групповой скорости спектр собственных частот является эквидистантным, причём межмодовое расстояние определяется величиной $2\pi/(1+s)$. Видно, что резонансные свойства системы выражены тем сильнее, чем больше ρ.

2. МЕХАНИЗМЫ ВОЗНИКНОВЕНИЯ АВТОМОДУЛЯЦИИ

При численном моделировании прежде всего было проведено исследование процессов самовозбуждения и возникновения автомодуляции, т. е. потери устойчивости режима одночастотной генерации. Для численного моделирования использовались уравнения (1), (2) с граничными условиями (6) и (7). Изучалось изменение динамики системы с ростом параметра L, что соответствует увеличению тока пучка в эксперименте, при различных значениях ρ, ψ и s. Остальные параметры выбирались следующим образом: $\gamma_0 = 1{,}5$; $N = 10$, что близко к параметрам реальных систем [2].

На рис. 1 приведены границы самовозбуждения $L_{\rm st}$ (нижние кривые) и автомодуляции $L_{\rm sm}$ (верхние кривые) на плоскости параметров (L,ψ) для различных значений ρ при фиксированном $s = 0{,}52$. Это соответствует значениям $v_0 = 0{,}745c$, $v_{\rm g} = 0{,}23c$, которые использовались в работах [10, 11]. В силу того, что зависимость от ψ является периодической, достаточно ограничиться интервалом $0 < \psi < 2\pi$.

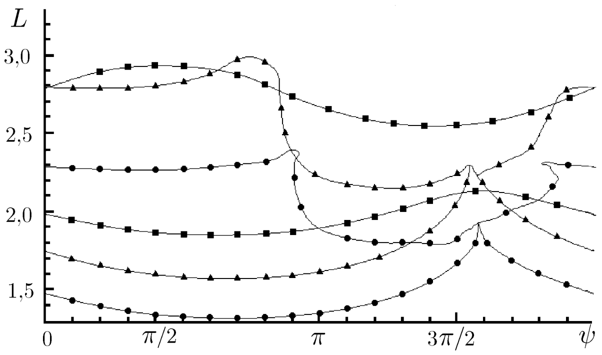


Рис. 1. Границы самовозбуждения и автомодуляции на плоскости (L,ψ) при $s = 0{,}52$ и различных значениях ρ: ■ — $\rho = 0{,}2$; ▲ — $\rho = 0{,}5$; • — $\rho = 0{,}7$

Рассчитанные границы самовозбуждения достаточно хорошо согласуются с данными, представленными в литературе [10, 11, 21]. Как известно, в ЛОВ без отражений самовозбуждение происходит при $L_{\rm st} \approx 1{,}98$, причём частота генерации $\Omega_{\rm st}^0 = -\pi$ [1, 4, 21, 22]. В рамках принятой нами нормировки переменных условия самовозбуждения не зависят от параметров N и γ_0, а частота равна невозмущённому углу пролёта электронов относительно волны в стационарной теории [21, 22]. Влияние отражений приводит к тому, что $L_{\rm st}$ начинает зависеть от фазы ψ параметра отражений. Очевидно, что оптимальными являются такие значения ψ, при которых $\Omega_{\rm st}^0$ близка к одной из резонансных частот (10), т. е. $\Omega_n \approx -\pi$. Наоборот, самовозбуждение затруднено, когда $\Omega_{\rm st}^0$ лежит посредине между двумя собственными частотами. Таким образом, нетрудно получить оценки наиболее благоприятной и неблагоприятной для самовозбуждения фаз: $\psi \approx 0{,}48\pi$ и $1{,}48\pi$ соответственно. В действительности

[2] В экспериментальных работах [6, 7] с целью снижения пускового тока и достижения больших значений L использовалась ЛОВ с существенно большей электрической длиной $N \approx 20$.

эти значения будут несколько больше (примерно $0{,}6\pi$ и $1{,}6\pi$), поскольку частота, на которой активная мощность, отдаваемая пучком волне, максимальна, немного превышает $-\pi$. Кроме того, указанные фазы зависят от ρ. Точный расчёт на основе результатов линейной теории ЛОВ с отражениями хорошо совпадает с результатами численного моделирования. Понятно, что зависимость $L_{\rm st}$ и $L_{\rm sm}$ от ψ выражена тем сильнее, чем больше ρ, т. е. чем сильнее проявляются резонансные свойства колебательной системы. В целом с ростом ρ эти границы сдвигаются вниз, т. к. добротность колебательной системы возрастает.

При слабых отражениях динамика системы подобна динамике нерезонансной ЛОВ. Самовозбуждение происходит на частоте, близкой к $-\pi$. С ростом L основная частота плавно уменьшается, что обусловлено электронным смещением частоты [21, 22]. Автомодуляция возникает благодаря амплитудному механизму. Об этом свидетельствуют значения параметра $L_{\rm sm} \approx 2{,}8$ и частоты автомодуляции $\Omega_{\rm sm} \approx 1{,}5\pi$, которые близки к соответствующим значениям для нерезонансной ЛОВ [18, 19] и почти не зависят от фазы ψ параметра отражений. Напомним, что частота автомодуляции при амплитудном механизме возбуждения определяется временем обратной связи $T_0 = l/v_0 + l/v_s$ [1, 4], которое в нашей нормировке равно единице. Период автомодуляции $T_{\rm sm} \sim 2T_0$, что даёт оценку $\Omega_{\rm sm} \sim \pi$. Расчёты дают несколько меньшие значения: в нерелятивистском пределе период $T_{\rm sm} \approx 1{,}5T_0$ [1, 4] и монотонно уменьшается с ростом γ_0 [18, 19]. Автомодуляция возникает мягко, что также типично для амплитудного механизма, причём переходный процесс имеет вид монотонно затухающих осцилляций. Характерные частоты в спектре в общем случае не совпадают с частотами резонансных мод. Это иллюстрирует рис. 2*а*, на котором приведены типичная временная реализация амплитуды выходного сигнала $F_{\rm out} = |F(\xi = 0)|$ и её спектр вблизи порога автомодуляции.

Следует заметить, что в релятивистской ЛОВ без отражений в слабо- и ультрарелятивистской областях реализуются два принципиально различных автомодуляционных режима [18, 19]. Они различаются как пространственно-временными распределениями поля и тока, так и частотами автомодуляции. Однако при $N = 10$ граница между двумя этими режимами соответствует $\gamma_0 \sim 2{,}5$ [18], так что в данном случае речь идёт только о слаборелятивистском режиме.

Границы самовозбуждения и автомодуляции приблизительно «противофазны» (см. рис. 1). Это можно объяснить следующим образом. С ростом ψ в соответствии с формулой (10) изменяются собственные частоты резонансных мод. При $\psi \approx 0{,}6\pi$ частота Ω_{-1} близка к частоте $\Omega^0_{\rm st}$, а частоты автомодуляционных сателлитов, возникающих при амплитудном механизме возбуждения, далеки от других резонансных частот. Таким образом, самовозбуждение облегчается и происходит при меньших значениях L, а автомодуляция возникает при L, близких к соответствующим бифуркационным значениям для нерезонансной системы. При $\psi \approx 1{,}6\pi$ частота $\Omega^0_{\rm st}$, наоборот, располагается примерно посредине между собственными частотами Ω_{-1} и Ω_{-2}. Частоты автомодуляционных сателлитов оказываются близкими к этим частотам. Поэтому $L_{\rm st}$ увеличивается, а $L_{\rm sm}$ уменьшается.

Отметим, что спектр является несимметричным: амплитуды «красных» (т. е. низкочастотных) сателлитов существенно больше соответствующих амплитуд «фиолетовых» (высокочастотных) (рис. 2*а*). Это объясняется тем, что электронный пучок отдаёт энергию волнам, фазовые скорости которых меньше скорости пучка. Поскольку обратная гармоника обладает аномальной дисперсией, это условие выполняется для «красного» сателлита. При взаимодействии с прямой гармоникой (резонансная ЛБВ или ЛСЭ) будут доминировать «фиолетовые» сателлиты.

При сильных отражениях самовозбуждение ЛОВ всегда происходит на частоте той или иной резонансной моды, при этом электронное смещение частоты проявляется слабо. На границе самовозбуждения виден чётко выраженный «клюв» при неблагоприятной фазе $\psi \approx 1{,}6\pi$. Слева от него частота генерации близка к Ω_{-1}, справа — к Ω_{-2} (см. формулу (10)). Автомодуляция возникает благодаря частотному механизму, т. е. происходит жёсткое возбуждение ещё одной резонансной моды, номер которой зависит от параметров s и ψ. Таким образом, частота автомодуляции примерно кратна межмодово-

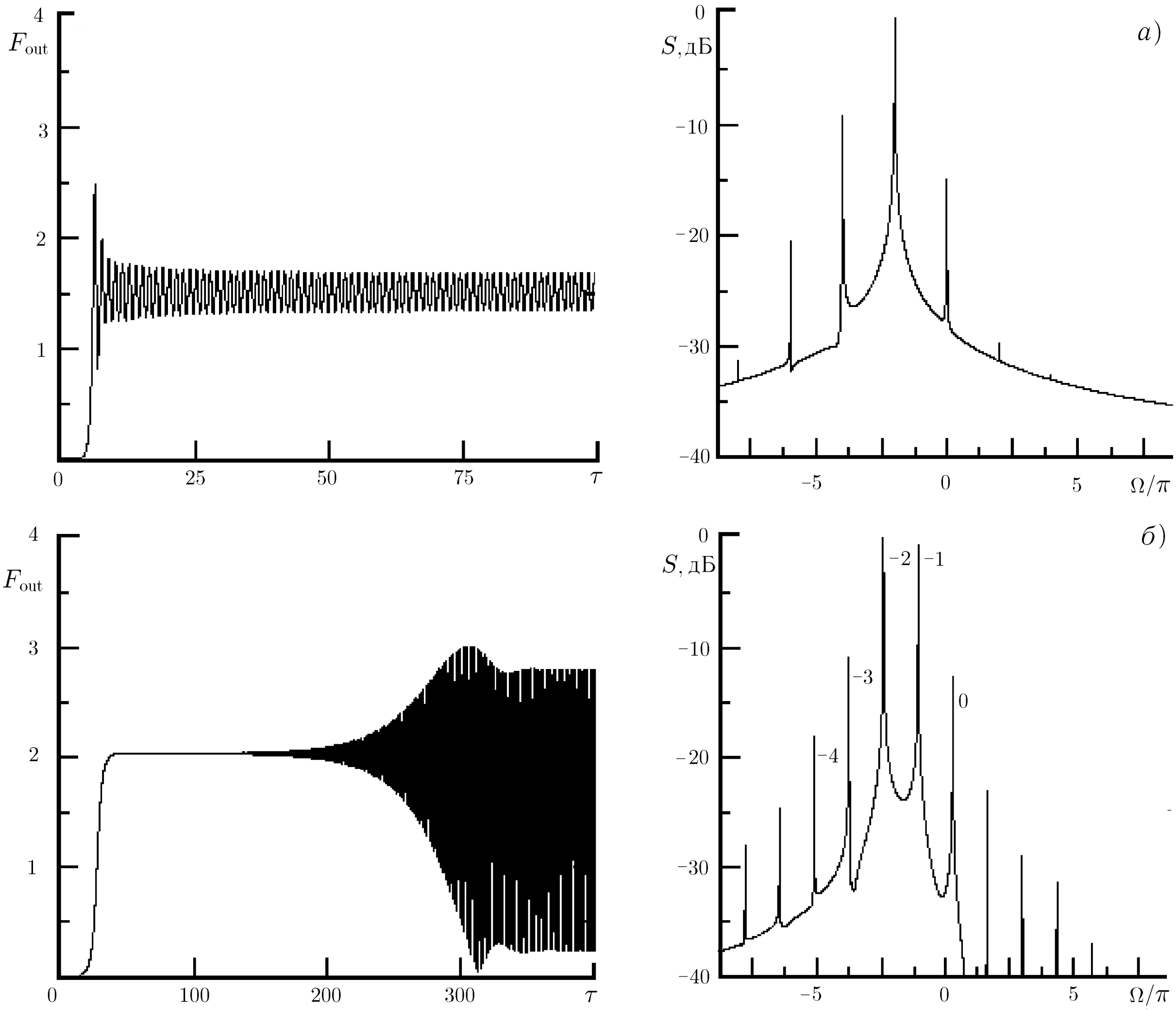


Рис. 2. Временные реализации и спектры выходного сигнала в установившемся режиме, соответствующие амплитудному и частотному механизмам автомодуляции при $\rho = 0{,}2$; $s = 0{,}52$; $\psi = 0{,}5\pi$; $L = 2{,}93\,(a)$; $\rho = 0{,}7$; $s = 0{,}52$; $\psi = 1{,}1\pi$; $L = 1{,}93\,(б)$

му расстоянию $2\pi/(1+s)$. Соответствующие временна́я реализация и спектр приведены на рис. 2*б*. Числа на спектрограмме соответствуют номерам резонансных мод. Видны стадии быстрого установления колебаний на основной моде и медленного возбуждения соседней моды, которое приводит к осцилляциям выходного сигнала с нарастающей амплитудой. Подобная ситуация описана в [9].

При сильных отражениях граница автомодуляции имеет существенно более сложный вид, чем в случае малых ρ. Можно выделить две основные области. В первой ($0 < \psi < \pi$) на начальной стадии переходного процесса последовательно возбуждаются моды с индексами $n = -1; -2; -3$. В ходе нелинейного взаимодействия вторая мода подавляется, в результате чего устанавливается режим двухчастотной генерации на основе первой и третьей мод.

Во второй области ($\pi < \psi < 1{,}8\pi$) автомодуляция возникает при существенно меньших L, чем в первой, причём граница автомодуляции вплотную примыкает к «клюву» на границе самовозбуждения, который разбивает эту область на две части. Слева от него самовозбуждение происходит на частоте Ω_{-1}, а автомодуляция возникает за счёт жёсткого возбуждения моды с $n = -2$, причём в установившемся режиме эта мода доминирует (рис. 2*б*). Справа от пика наблюдается аналогичная картина, однако основной является мода с $n = -2$, а автомодуляционной — мода с $n = -3$.

Рассчитанные границы самовозбуждения и автомодуляции при больших отражениях качественно аналогичны представленным в [10]. Однако особенности границ автомодуляции в этой работе объяснялись конкуренцией амплитудного и фазового механизмов (в [10] используются термины «overbunch instability», т. е. неустойчивость, связанная с перегруппировкой пучка, и «cross-excitation instability», т. е. самовозбуждение нескольких резонансных мод). Полученные нами результаты свидетельствуют о том, что при больших отражениях автомодуляция всегда возникает благодаря частотному механизму, но с участием различных мод, тогда как амплитудный механизм проявляется только при малых отражениях.

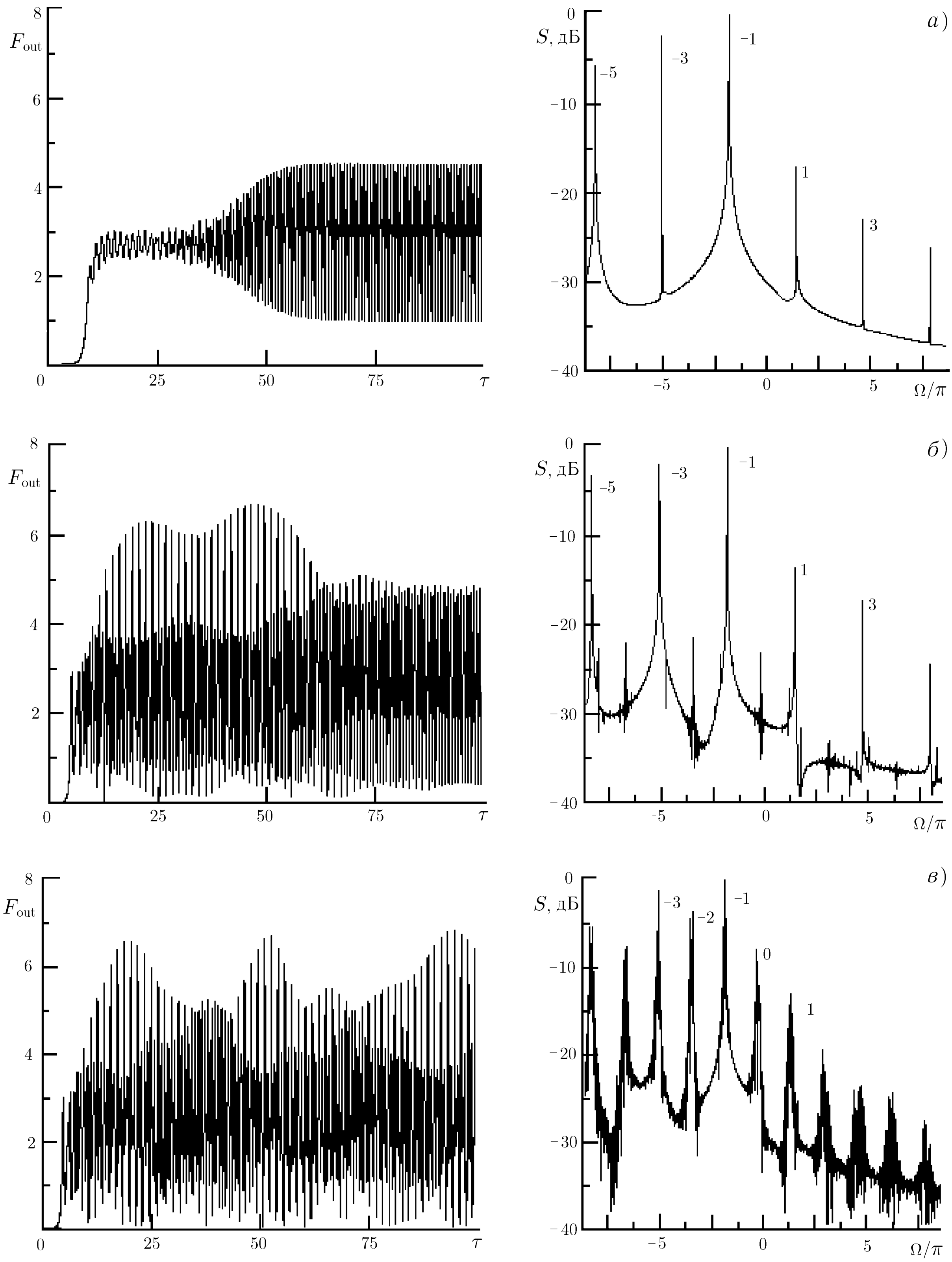
3. ПЕРЕХОД К ХАОСУ ПРИ БОЛЬШИХ ОТРАЖЕНИЯХ

Опишем наблюдаемые сценарии перехода к хаосу в случае больших отражений ($\rho = 0{,}7$). По-прежнему будем рассматривать случай, когда $\gamma_0 = 1{,}5$; $N = 10$; $s = 0{,}52$. Вначале рассмотрим область $0 < \psi < \pi$, где автомодуляция обусловлена жёстким возбуждением третьей моды на фоне первой. На рис. 3 показаны временны́е реализации в ходе переходного процесса и спектры выходного сигнала в установившемся режиме для $\psi = 0$, которые иллюстрируют последовательность бифуркаций при увеличении L. Числа на спектрограммах соответствуют номерам резонансных мод. На временной реализации на рис.3*а* видна стадия начального роста амплитуды выходного сигнала ($\tau < 12$), развитие режима двухчастотной генерации первой и второй мод ($12 < \tau < 30$) и переход к режиму периодической автомодуляции на основе первой и третьей мод ($\tau > 50$). При этом мода с номером $n = -2$ подавляется в процессе конкуренции. Соответствующие частотные составляющие чётко видны в спектре выходного сигнала.

Поскольку спектр собственных частот «холодного» (без пучка) резонатора является эквидистантным, в спектре выходного сигнала на рис.3*а* хорошо видны составляющие на частотах других мод с нечётными номерами. Когда автомодуляция является периодической, фазы всех этих мод жёстко связаны, т. е. наблюдается режим самосинхронизации мод, типичный для резонансных автогенераторов с высокодобротными резонаторами [1–3]. Фактически в этом режиме формируется мощный импульс поля, который совершает периодическое движение вдоль замедляющей системы, отражаясь от её границ.

При дальнейшем увеличении L в процессе конкуренции мод полного подавления моды с $n = -2$ уже не происходит. На показанной на рис. 3*б* временно́й реализации можно выделить две области с качественно различным характером модуляции выходного сигнала. На начальном участке ($\tau < 60$) в системе сосуществуют моды с $n = -1$; -2; -3. С течением времени ($\tau > 60$) амплитуда второй моды снижается, однако полного подавления не происходит. Поскольку частота второй моды «холодного» резонатора лежит точно посредине между частотами первой и третьей мод, её появление в спектре напоминает бифуркацию удвоения периода. Однако влияние электронного пучка на пространственную структуру мод приводит к смещению собственных частот. Режим самосинхронизации мод разрушается, и автомодуляция становится квазипериодической. Отметим, что сложные процессы установления колебаний, сопровождающиеся конкуренцией различных мод, типичны для многомодовых резонансных автогенераторов [1–3, 10, 23–25].

В спектрах квазипериодических режимов чётко видны компоненты на собственных частотах различных мод, причём амплитуды нечётных мод значительно больше, чем чётных, однако с ростом L последние увеличиваются. Максимальную амплитуду имеет мода с $n = -1$. Торможение электронного пучка в процессе взаимодействия, которое усиливается по мере увеличения надкритичности, приводит к тому, что пучок начинает эффективнее взаимодействовать с модами, имеющими более низкие частоты. В результате происходит переход через перемежаемость к режимам, когда доминирующей


$F_{\rm out}$
8
6
4
2
0
25
50
75
τ
S, дБ
0
−10
−20
−30
−40
−5
0
5
Ω/π
а)
б)
в)
−5
−3
−2
−1
0
1
3

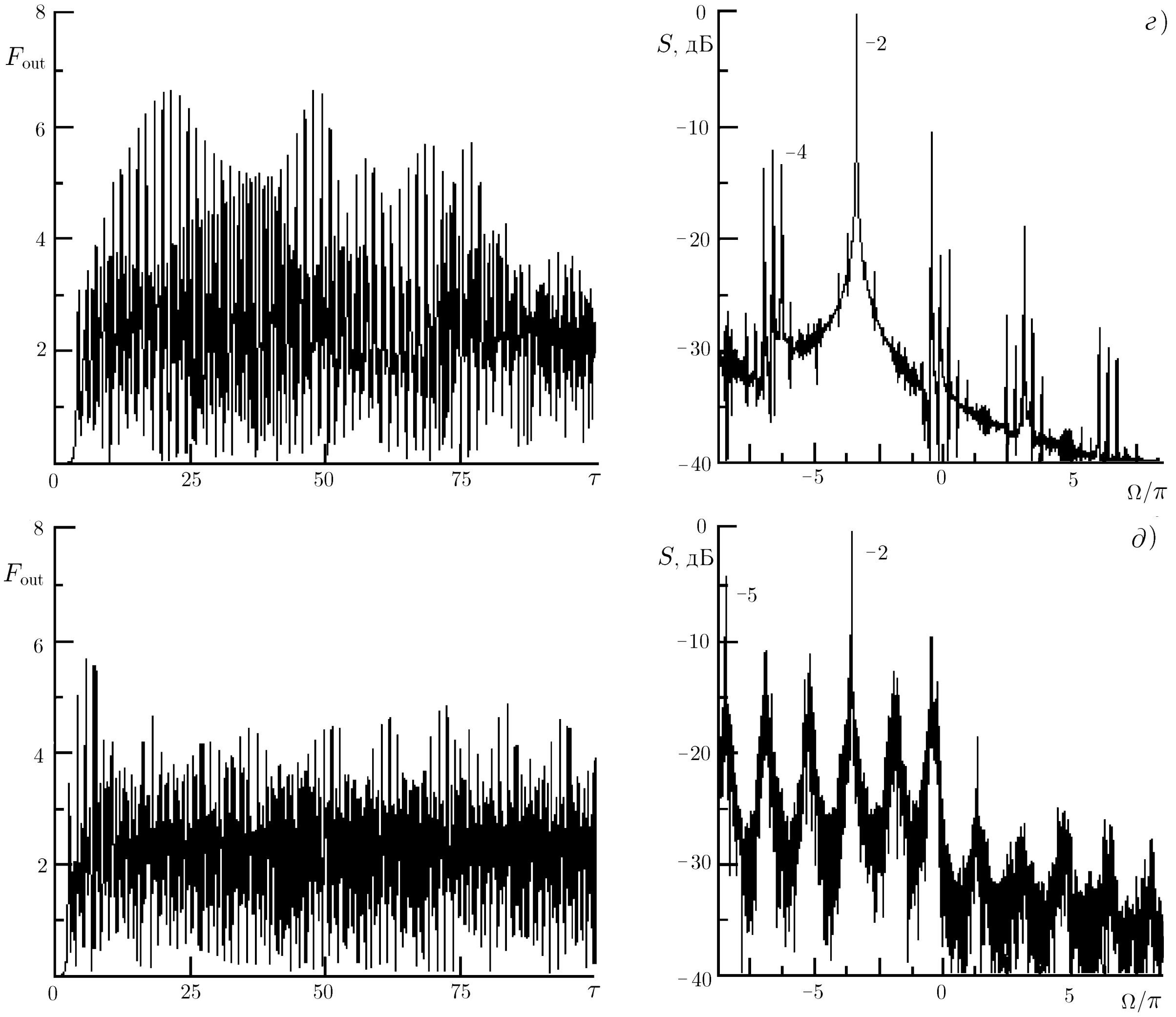


Рис. 3. Временные реализации и спектры выходного сигнала при $\psi = 0$; $\rho = 0{,}7$; $s = 0{,}52$; $\gamma_0 = 1{,}5$; $N = 10$ и различных $L = 2{,}5$ (*а*); 3,3 (*б*); 3,4 (*в*); 3,5 (*г*); 4,3 (*д*)

является мода с $n = -2$. Аналогичное поведение для ЛСЭ было отмечено в работе [25]. В переходной области наблюдаются сильные нерегулярные осцилляции амплитуды выходного сигнала, обусловленные биениями между различными модами (см. рис. 3*в*). После этого моды с нечётными номерами практически полностью подавляются, что наглядно демонстрирует спектр на рис. 3*г*. На соответствующей временной реализации виден длительный переходный процесс, завершающийся при $\tau > 80$.

Описанный переход сопровождается качественным изменением пространственно-временной динамики поля и тока. На рис. 4*а, б* приведены картины динамики тока для $L = 3{,}3$; 3,5, что соответствует временным реализациям и спектрам на рис. 3*б*, *г*. Видно, что при $L = 3{,}3$ в моменты времени, когда основной максимум поля покидает систему (т. е. на стадии разгруппировки пучка), в пространстве взаимодействия остаётся один максимум амплитуды первой гармоники сгруппированного тока. При $L = 3{,}5$ даже на этой стадии происходит вторичная перегруппировка сгустков, и в пространстве взаимодействия существуют два максимума. Основной максимум тока практически неподвижен, в отличие от случая $L = 3{,}3$, когда его колебания выражены значительно сильнее. За счёт этого глубина модуляции амплитуды выходного сигнала заметно уменьшается. Таким образом, большое влияние на сложную динамику оказывают процессы образования пространственно-временных структур. Для ЛОВ без отражений эта ситуация анализировалась в [20].

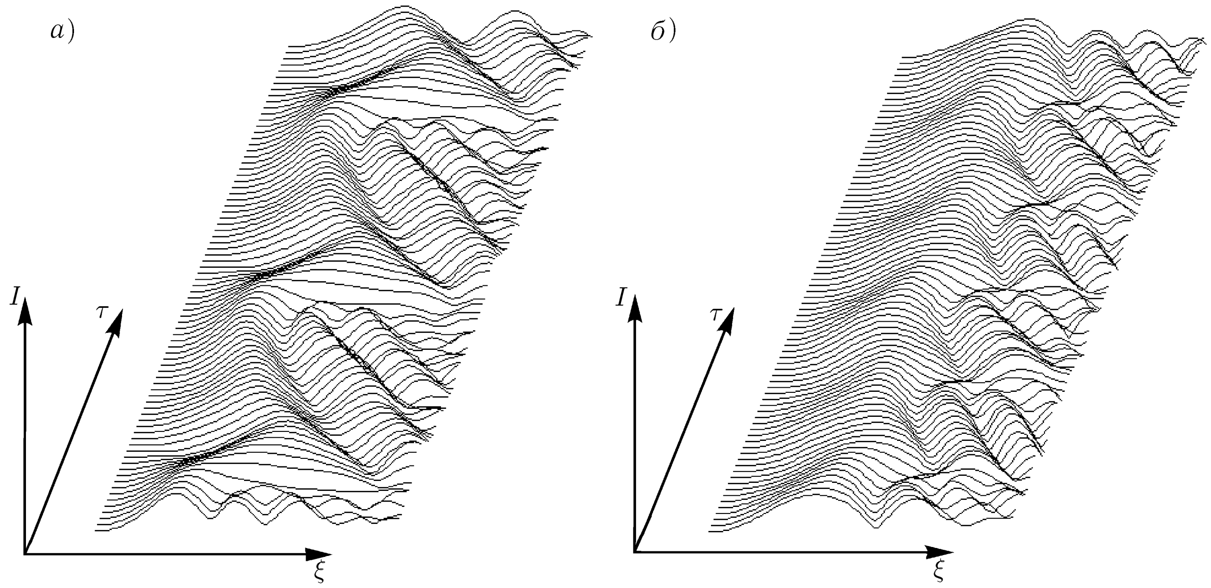


Рис. 4. Картины пространственно-временной динамики первой гармоники тока при $L = 3{,}3$ (*а*) и $L = 3{,}5$ (*б*). Остальные параметры те же, что и на рис. 3

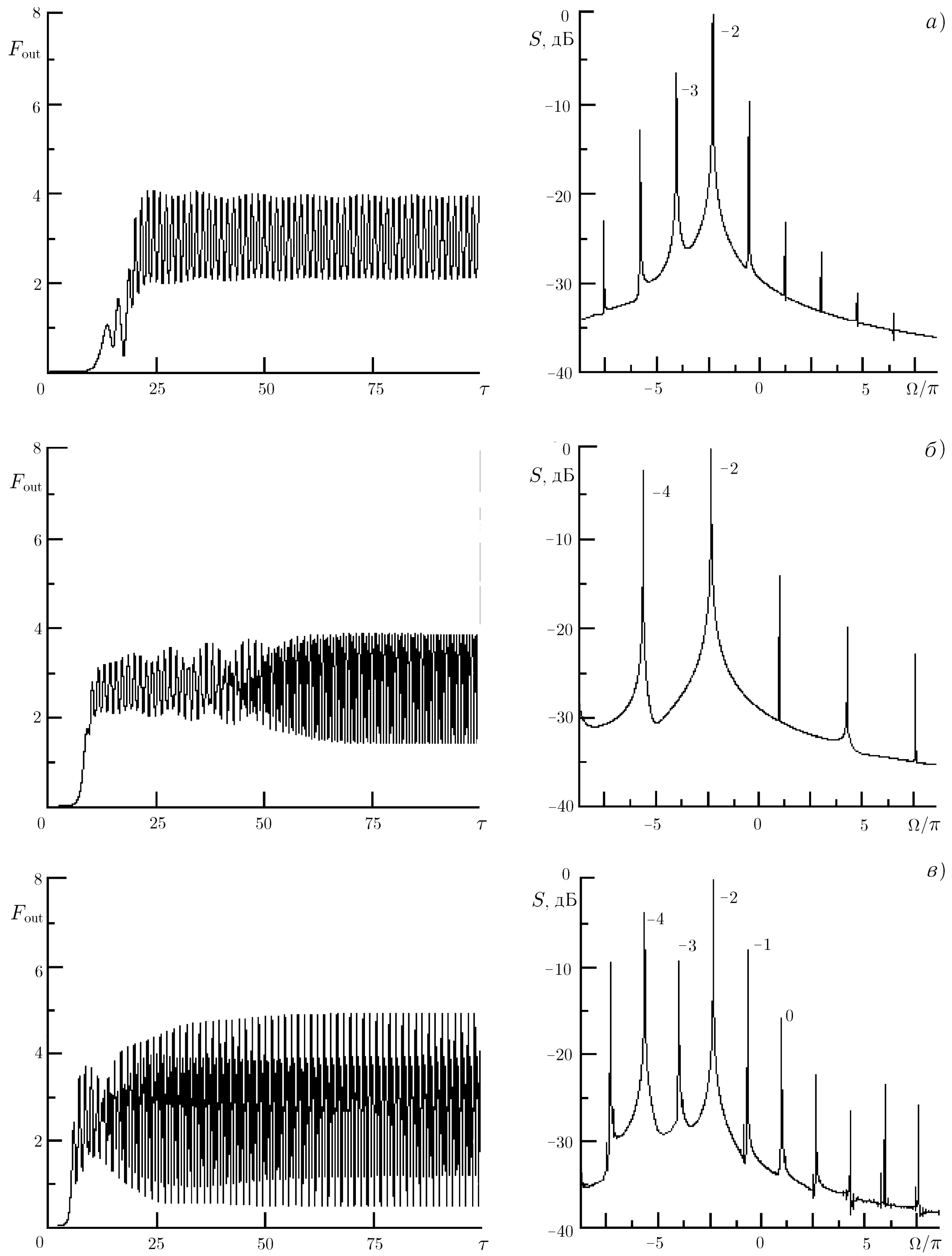
С ростом L наблюдаются разнообразные автомодуляционные режимы, квазипериодические или хаотические, на базе различных мод. Переходы между ними, как правило, происходят через перемежаемость. После подобных переходов автомодуляция обычно становится квазипериодической, а затем наблюдается переход к хаосу через разрушение квазипериодического движения. Отметим, что в режимах хаотических колебаний в спектре чётко видны компоненты на частотах «холодных» собственных мод с невысоким шумовым пьедесталом (рис. 3*д*). Очевидно, это обусловлено высокой добротностью колебательной системы. Исключение составляют режимы перемежаемости, характеризующиеся более однородным сплошным спектром и сильными осцилляциями амплитуды.

Аналогичное поведение наблюдается и при других значениях ψ из области $0 < \psi < \pi$, где автомодуляция обусловлена жёстким возбуждением третьей моды на фоне первой. Однако при $\psi > 0{,}5\pi$ переход к режимам на основе второй моды происходит не через перемежаемость, а жёстко.

Во второй области ($\pi < \psi < 1{,}8\pi$) последовательность бифуркаций, происходящих при увеличении параметра L, иллюстрирует рис. 5, где показаны временны́е реализации и спектры выходного сигнала при $\psi = 1{,}3\pi$. Вблизи границы автомодуляции вначале устанавливается состояние, близкое к режиму одночастотной генерации на основе первой моды (характер переходного процесса аналогичен представленному на рис. 2*б*). Затем происходит медленное нарастание второй моды, которая частично подавляет первую, в результате чего устанавливается режим двухчастотной генерации с соизмеримыми амплитудами первой и второй мод. Переходный процесс здесь имеет чрезвычайно большую длительность ($\tau \sim 500$).

С ростом L амплитуда первой моды уменьшается, а третьей — увеличивается. На временной реализации, показанной на рис. 5*а*, можно выделить две области с разным характером модуляции выходного сигнала. На начальной стадии переходного процесса ($\tau < 12$) происходит нарастание первой моды. Далее наблюдается нарастание второй и третьей мод, которые частично подавляют первую. Средняя амплитуда выходного сигнала и, следовательно, КПД генерации, заметно увеличиваются. Отметим, что такой переход сопровождается изменением пространственно-временной динамики тока, аналогичным описанному выше.

Дальнейшее увеличение L приводит к подавлению нечётных мод, причём наибольшую амплитуду имеют вторая и четвёртая моды (рис. 5*б*). При переходном процессе вначале устанавливается ре-


а)
б)
в)
F_{out}
S, дБ
τ
Ω/π
−4
−3
−2
−1
0

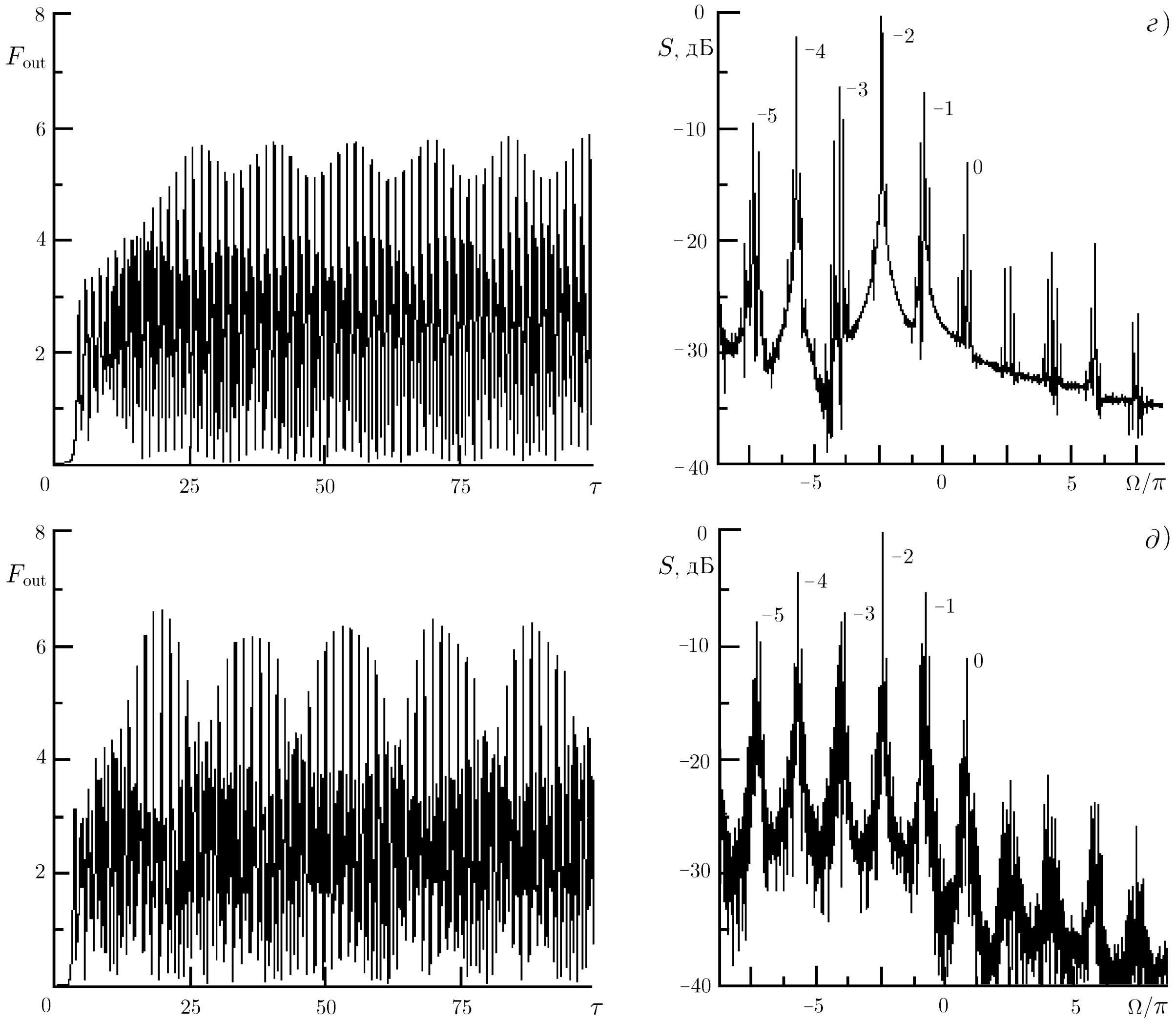


Рис. 5. Временные реализации и спектры выходного сигнала при $\psi = 1{,}3\pi$; $\rho = 0{,}7$; $s = 0{,}52$; $\gamma_0 = 1{,}5$; $N = 10$ и различных $L = 2{,}4$ (*а*); 2,5 (*б*); 2,9 (*в*); 3,3 (*г*); 3,6 (*д*)

жим, основанный на модах с $n = -2$; -3. Затем происходит медленное нарастание моды с $n = -4$ (при $\tau > 50$), что приводит к подавлению третьей моды. При $L > 2{,}8$ вновь происходит мягкое возбуждение нечётных мод, что иллюстрирует рис. 5*в*. Автомодуляция остаётся периодической, т. е. сохраняется режим самосинхронизации мод. Поэтому данная бифуркация напоминает удвоение периода. При этом на длине системы периодически формируются два различных максимума поля, которые распространяются от коллекторного конца к пушечному, что и приводит к удвоению периода автомодуляции. С последующим ростом L синхронизация мод нарушается. Автомодуляция становится квазипериодической, затем происходит переход к хаосу через разрушение квазипериодического движения. Соответствующие временные реализации и спектры показаны на рис. 5*г, д*.

Подобная последовательность бифуркаций характерна для $\psi < 1{,}6\pi$, т. е. слева от пика на границе самовозбуждения (см. рис. 1). Справа наблюдается аналогичная картина, за исключением того, что автомодуляция связана с возбуждением третьей моды на фоне второй, так что режимы, подобные изображённым на рис. 2*б*, отсутствуют.

Описанную выше картину динамических режимов иллюстрируют бифуркационные диаграммы, представленные на рис. 6, где отложены максимумы амплитуды выходного сигнала $F_{\max}$ в зависимости

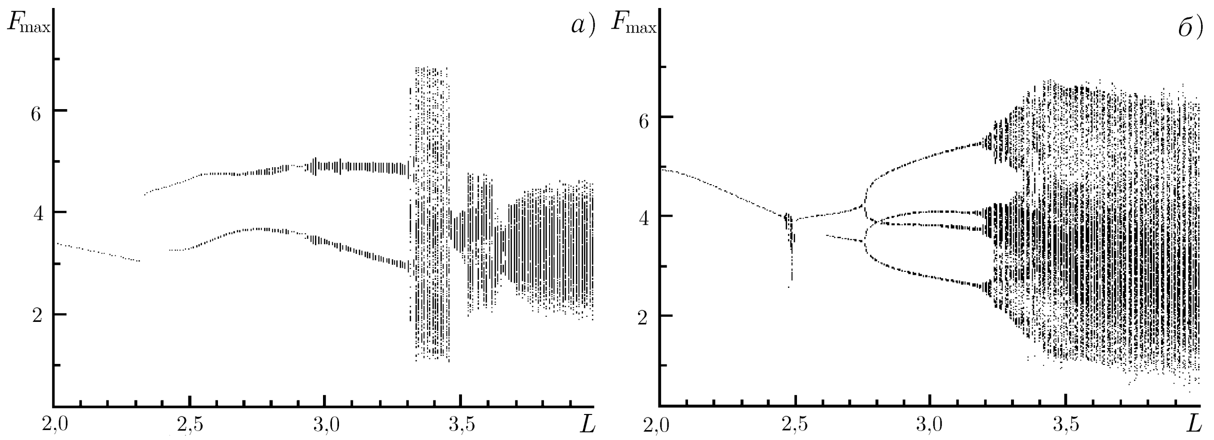


Рис. 6. Однопараметрические бифуркационные диаграммы, соответствующие рис. 3 (*а*) и рис. 5 (*б*)

от параметра L. На диаграмме, соответствующей $\psi = 0$ (рис. 6*а*), можно видеть жёсткое возбуждение автомодуляции при $L \approx 2{,}3$ и область перемежаемости при $L \approx 3{,}3 \div 3{,}4$. При $L > 3{,}4$ реализуются режимы, в которых максимальную амплитуду имеет мода с $n = -2$. На диаграмме, соответствующей $\psi = 1{,}3\pi$ (рис. 6*б*), видны переход между режимами на основе второй—третьей и второй—четвёртой мод ($L \approx 2{,}5$), мягкое возбуждение третьей моды на фоне второй и четвёртой мод ($L \approx 2{,}8$), напоминающее бифуркацию удвоения периода; далее видны возникновение квазипериодической автомодуляции ($L \approx 3{,}2$) и переход к хаосу ($L \approx 3{,}4$).

Разумеется, параметр s, который определяет число мод, попадающих в полосу усиления, будет оказывать влияние на описанные выше процессы. Однако необходимо отметить, что для типичных скорости пучка и групповой скорости волны s принимает такие значения, при которых положение мод в полосе усиления изменяется не слишком сильно, и качественно представленная картина сохраняется. Например, в диапазоне $0{,}2 < v_{\mathrm{g}}/v_0 < 0{,}5$ имеем $1/3 < s < 2/3$, так что межмодовое расстояние составляет от $1{,}2\pi$ до $1{,}5\pi$.

ВЫВОДЫ

В работе проведено исследование влияния отражений излучения от границ замедляющей структуры на режимы автомодуляционной и хаотической генерации в релятивистской ЛОВ. Численное моделирование показало, что при слабых отражениях автомодуляция возникает благодаря амплитудному механизму, характерному для нерезонансной ЛОВ. Это подтверждается как значениями характерных частот в спектре, так и видом переходного процесса. При сильных отражениях самовозбуждение всегда происходит на частоте одной из резонансных мод. Автомодуляция связана с жёстким возбуждением ещё одной резонансной моды, номер которой зависит от параметров системы. Вид границ автомодуляции на плоскости параметров (L, ψ) усложняется по сравнению со случаем малых отражений, что связано с процессами конкуренции различных мод.

По мере роста параметра L (что соответствует увеличению тока пучка в эксперименте) наблюдается чередование автомодуляционных режимов на базе различных мод. Переходы между этими режимами происходят либо жёстко, либо через перемежаемость. Подобное поведение связано с перестройкой пространственно-временных структур в электронном потоке, аналогичной описанной в [20]. После таких переходов обычно наблюдается квазипериодическая автомодуляция, а затем — переход к хаосу через разрушение квазипериодического движения. Даже при большой надкритичности в спектре хаотических колебаний чётко видны компоненты на частотах «холодных» собственных мод с невысоким шумовым пьедесталом. Исключение составляют режимы перемежаемости, характеризующиеся более однородным сплошным спектром и сильными осцилляциями амплитуды.

Работа выполнена при финансовой поддержке CRDF (грант No. REC–006) и ФЦП «Интеграция» (проект № A0057).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гинзбург Н. С., Кузнецов С.П. // Релятивистская высокочастотная электроника. Проблемы повышения мощности и частоты излучения. Горький: ИПФ АН СССР, 1981. С. 101.
2. Ginzburg N. S., Petelin M. I. // Int. J. Electronics. 1985. V. 59, No. 3. P. 291.
3. Гинзбург Н. С., Петелин М. И. // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 1994. Т. 2, № 6. С. 3.
4. Трубецков Д. И., Четвериков А. П. // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 1994. Т. 2, № 5. С. 9.
5. Ilyakov E. V., Korablyov G. S., Kulagin I. S., Zaitsev N. I. // IEEE Trans. Plasma Sci. 1998. V. 26, No. 3. P. 332.
6. Гинзбург Н. С., Зайцев Н. И., Иляков Е. В., Кулагин И. С., Новожилова Ю. В., Сергеев А. С., Ткаченко А. К. // Письма в ЖТФ. 1998. Т. 24, № 20. С. 66.
7. Гинзбург Н. С., Зайцев Н. И., Иляков Е. В., Кулагин И. С., Новожилова Ю. В., Сергеев А. С. // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 1999. Т. 7, № 5. С. 60.
8. Коровин С. Д., Полевин С. Д., Ройтман А. М., Ростов В. В. // Изв. вузов. Физика. 1996. Т. 39, № 12. С. 49.
9. Амиров Р. Ш., Безручко Б. П., Исаев В. А., Четвериков А. П. // Лекции по электронике СВЧ и радиофизике (6-я зимняя школа-семинар инженеров). Кн. 2. Саратов: Изд-во Саратовского ун-та, 1983. С. 90.
10. Levush B., Antonsen T. M., Bromborsky A., Lou W. R., Carmel Y. // IEEE Trans. Plasma Sci. 1992. V. 20, No. 3. P. 263.
11. Levush B., Antonsen T. M., Bromborsky A., Lou W. R., Carmel Y. // Phys. Fluids B. 1992. V. 4, No. 7. P. 2 293.
12. Кузнецов С. П. // Изв. вузов. Радиофизика. 1982. Т. 25, № 12. С. 1 410.
13. Блиох Ю. П., Бородкин А. В., Любарский М. Г., Онищенко И. Н., Файнберг Я. Б. // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 1993. Т. 1, № 1–2. С. 34.
14. Блиох Ю. П., Любарский М. Г., Подобинский В. О., Файнберг Я. Б. // Физика плазмы. 1994. Т. 20, № 7–8. С. 718.
15. Antonsen T. M., Levush B. // Phys. Fluids B. 1989. V. 1, No. 5. P. 1097.
16. Рыскин Н. М., Титов В. Н., Трубецков Д. И. // ДАН. 1998. Т. 358, № 5. С. 620.
17. Рыскин Н. М., Титов В. Н. // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 1998. Т. 6, № 1. С. 75.
18. Рыскин Н. М., Титов В. Н. // Изв. вузов. Радиофизика. 1999. Т. 42, № 6. С. 566.
19. Трубецков Д. И., Анфиногентов В. Г., Рыскин Н. М., Титов В. Н., Храмов А. Е. // Радиотехника. 1999. № 4. С. 61.
20. Ryskin N. M., Titov V. N. // J. Comm. Tech. Electron. Suppl. 2000. V. 45, No. 1. P. 46.
21. Шевчик В. Н., Трубецков Д. И. Аналитические методы расчёта в электронике СВЧ. М.: Сов. радио, 1971.
22. Электроника ламп с обратной волной / Под ред. В. Н. Шевчика и Д. И. Трубецкова. Саратов: Изд-во Саратовского ун-та, 1975.
23. Гинзбург Н. С., Сергеев А. С. // ЖТФ. 1991. Т. 61, № 6. С. 133.
24. Levush B., Antonsen T. M. // Nucl. Instrum. Meth. Phys. Res. A. 1988. V. 272, No. 1–2. P. 375.
25. Levush B., Antonsen T. M. // SPIE. V. 1 061. Microwave and Particle Beam Sources and Directed Energy Concepts. 1989. P. 2.

Саратовский госуниверситет им. Н. Г. Чернышевского,
г. Саратов, Россия

Поступила в редакцию
19 марта 2001 г.

SELF-MODULATION AND CHAOTIC REGIMES OF GENERATION IN A RELATIVISTIC BACKWARD-WAVE OSCILLATOR WITH END REFLECTIONS

N. M. Ryskin and V. N. Titov

We analyze self-modulation and chaotic regimes of generation in a relativistic backward-wave oscillator in the presence of reflections of radiation from the boundaries of a slow-wave structure. The onset of self-modulation is studied in detail in cases of weak and strong reflections. The scenarios of the transition to chaos are simulated numerically in a wide range of parameters. The relationship of the bifurcation transitions between different regimes to the formation of spatio-temporal structures in the electron beam is discussed.

УДК 621.373; 534

ОПТИЧЕСКИЕ И МАГНИТОАКУСТИЧЕСКИЕ БЕСКИНЕМАТИЧЕСКИЕ УСТРОЙСТВА ЗАПИСИ ИНФОРМАЦИИ

Н. Н. Крупа

Показана возможность построения бескинематических устройств записи информации на базе специальной оптической платы с электрооптическими планарными световодами и запоминания ультразвуковых сигналов в мелкодисперсных магнитострикционных поликристаллических ферритах. Проведены экспериментальные исследования эффективности работы планарных электрооптических световодов из сульфида кадмия и арсенида галлия и измерены характеристики записи информации в шпинели $Ni_{0,97-0,99}Co_{0,03-0,01}Fe_2O_4$ и гранате $Y_3Fe_{4,15}Al_{0,85}O_{12}$.

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время основным типом устройств записи и хранения информации являются устройства, использующие подвижный магнитный или оптический носитель. При малой стоимости одного бита и долговременной энергонезависимой сохранности больших информационных массивов системы с подвижным носителем информации не позволяют реализовать высокую скорость записи и плохо работают на подвижных объектах. Поэтому для быстродействующего управления и накопления информации в условиях больших ускорений всё больше используются бескинематические устройства записи информации. Эти устройства, как правило, с полупроводниковым типом памяти имеют высокую скорость записи информации при малых габаритах и низком энергопотреблении.

Однако полупроводниковая память имеет малые времена энергонезависимого хранения записанной информации, более низкую температурную и, главное, радиационную стойкость по сравнению с памятью на магнитных и оптических носителях.

В данной работе мы хотим показать возможность создания бескинематических устройств оптической и магнитоакустической записи информации, которые обеспечивают высокую скорость записи и долговременное хранение записанной информации.

1. ЭЛЕКТРООПТИЧЕСКИЕ СВЕТОВОДЫ КАК ОСНОВА ОПТИЧЕСКОЙ ИНТЕГРАЛЬНОЙ ПЛАТЫ

Для решения задачи доступа к заданной ячейке памяти в устройствах оптической побитовой записи информации в нашей работе использовались специальные планарные электрооптические световоды, которые изготавливались методом лазерного скрайбирования [1] тонких ($0{,}01\div0{,}03$ мкм) эпитаксиальных или напылённых плёнок сульфида кадмия и арсенида галлия. Ширина планарных световодов составляла $0{,}4\div1{,}0$ мкм. Плёнки сульфида кадмия и арсенида галлия использовались не только потому, что они имеют достаточно большие значения электрооптических коэффициентов, но и поскольку в планарных световодах из таких материалов можно создавать эффективные инжекционные излучатели.

На плоские поверхности световодов наносились управляющие электроды (см. рис. 1). Нижний, более широкий электрод изготавливался из окиси индия, что делало его прозрачным для оптического излучения. При подаче на управляющие электроды электрического поля с напряжённостью E, большей некоторого критического значения E_0, в световоде за счёт электрооптического увеличения показателя преломления $n = n_0 + \beta E$ возникает нелинейный аналог призмы полного внутреннего отражения. Указанное критическое поле

$$E_0 = \frac{n_0}{\beta}\,\frac{1 - \sin\operatorname{arctg}(\Delta h/d)}{\sin\operatorname{arctg}(\Delta h/d)}\,, \tag{1}$$

где n_0 — показатель преломления материала в отсутствие поля, $\beta(\lambda)$ —зависящий от длины волны света λ коэффициент электрооптического увеличения показателя преломления, Δh — разность ширин верхнего и нижнего электродов, d — толщина планарного световода. С помощью этой нелинейной призмы ввода-вывода свет выходит из световода через прозрачный электрод.

Свет галогенной лампы, пропущенный через монохроматор МДР-23, вводился в световод с помощью призмы. Фотоприёмником с подвижной щелью измерялась мощность излучения, выводимого из световода электрооптическим выводом. Измерения показали достаточно хорошую работу таких выводов: для света, близкого к краю собственного поглощения материала световода, они выводили до 50 % излучения. При этом определённые по данным измерений коэффициенты β на порядок превышают известные значения [2] и приближаются к $\beta = 10^{-10}$ м/В.

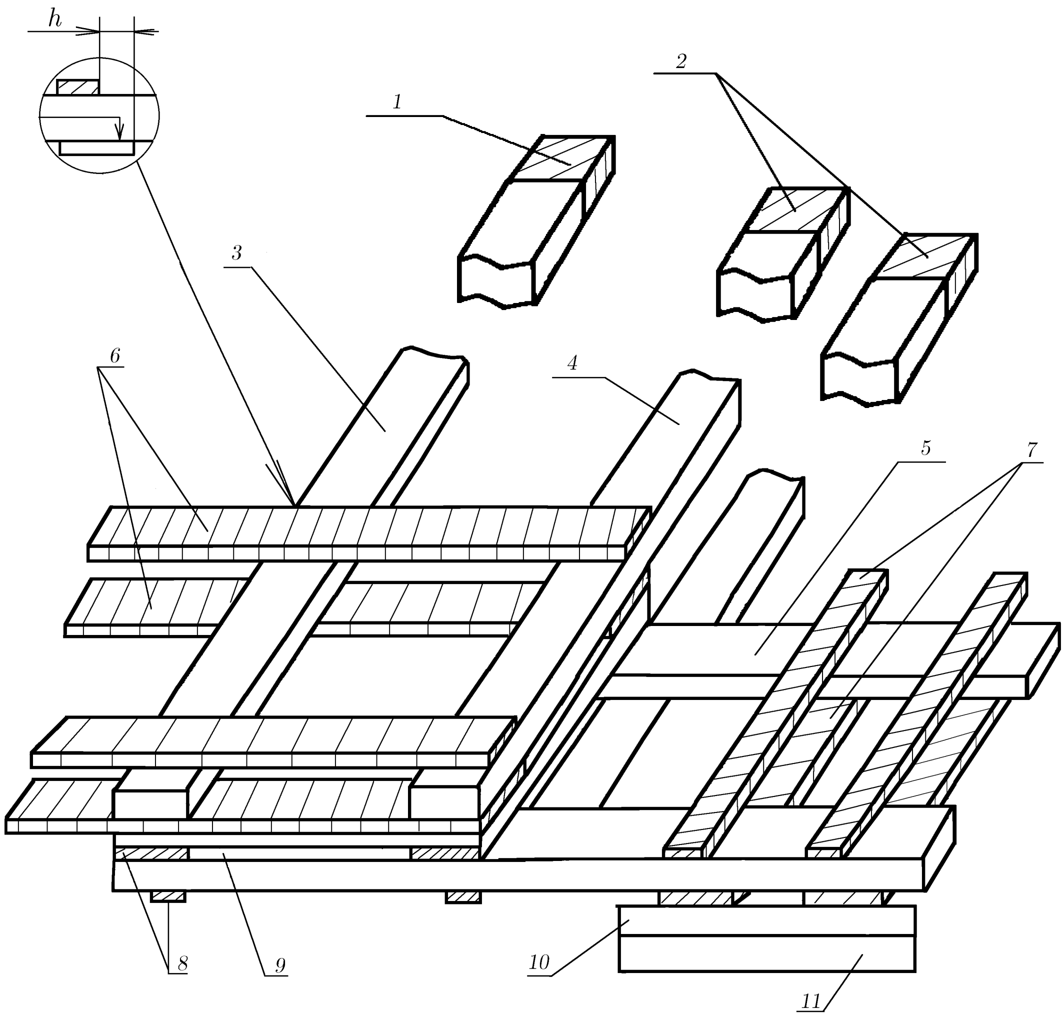


Рис. 1. Схема оптической платы

С помощью описанных выше результатов можно построить оптические бескинематические системы записи информации [3, 4]. В качестве основы таких систем предлагается использовать специальные оптические интегральные платы, оптическая схема которых представлена на рис. 1. На схеме показаны линейка полупроводниковых излучателей *1*, две линейки фотоприёмников *2*, поперечные вводные *3* и выводные *4* планарные световоды, продольные планарные световоды *5*, управляющие адресные электроды *6* и *7*, электроды записи-считывания *8*, фазовые плёночные элементы *9* и *10*, а также регистрирующий плёночный слой *11*. Всё это закреплено на жёсткой плоской основе.

При подаче напряжения на l-ю пару электродов *6*, на m-ю пару электродов *7* и на электроды записи-считывания *8* мощный импульс света полупроводниковых излучателей через поперечные вводные *3* и продольные *5* световоды записывает «1» в lm-й ячейку регистрирующего слоя.

Считывание информации осуществляется более слабым световым импульсом, который проходит до носителя аналогичным образом, отражается от lm-й ячейки и через поперечные выводные световоды попадает на фотоприёмники считывания *2*.

Введение фазовых плёночных элементов *9*, которые поворачивают плоскость поляризации света на угол, близкий к 90°, и элементов *10*, которые обеспечивают поворот плоскости поляризации на угол $\vartheta = 20^\circ \div 40^\circ$, позволяет использовать в устройстве поляризованный свет, что увеличивает эффективность электрооптических вводов-выводов и даёт возможность использовать для записи магнитооптический регистрирующий слой. Отметим, что плёнка *10* должна обеспечивать вращение плоскости поляризации за счёт эффекта Фарадея.

Согласно оценкам плотность записи информации в такого типа устройствах зависит от ширины и толщины световодов и при ширине планарных световодов меньше 0,5 мкм может достигать 10^9 бит/см^2. Скорость записи информации определяется мощностью полупроводниковых излучателей. При чувствительности регистрирующих слоёв 10^{-2} Дж/см^2 и скорости записи 10^9 бит/с мощность излучателей должна быть порядка нескольких милливатт.

Описанная конструкция должна обеспечивать высокое отношение сигнал/шум при считывании и высокую надёжность в работе. При больших временах хранения записанной информации, которые для оптических регистрирующих слоёв достигают 10÷50 лет, данный тип устройств позволяет достаточно просто организовать параллельные скоростные потоки информации.

2. МАГНИТОАКУСТИЧЕСКАЯ ЗАПИСЬ В ПОЛИКРИСТАЛЛИЧЕСКИХ ФЕРРИТАХ

Принципы работы устройств магнитоакустической записи информации в поликристаллических ферритах описаны в работах [5, 6]. Схема построения устройств такого типа представлена на рис. 2, где *1* — ферритовый стержень, *2* — пьезоэлектрический преобразователь, *3* — высокочастотная катушка записи-считывания, *4* — катушка подмагничивания, *5* — блок генерации сигналов записи, *6* — генератор сигналов подмагничивания, *7* — усилитель сигналов считывания, 8 — блок постоянного подмагничивания.

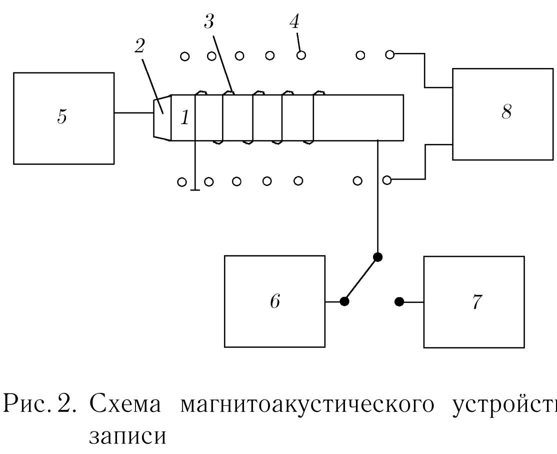


Рис. 2. Схема магнитоакустического устройства записи

Запись информационных сигналов, которые распространяются в ферритовом стержне в виде ультразвуковой волны, осуществляется в результате «запоминания» распределения поля этой волны доменной магнитной структурой стержня.

Нами были проведены исследования характеристик магнитоакустической записи информации в некоторых поликристаллических ферритовых шпинелях и гранатах. Стержни изготавливались методом высокотемпературного прессования из мелкодисперсного порошка. Размеры отдельного зерна в стержне были не больше 1 мкм. Поверхность стержня длиной 150÷200 мм и диаметром 5÷10 мм тщательно полировалась. К одному торцу стержня приваривались пьезоэлектрические преобразователи из ниобата лития или пьезокерамики. Другой торец срезался под углом 45° по отношению к оси стержня.

Керамические преобразователи при немного меньшей добротности допускают бóльшую ширину перестройки частоты генерации $\Delta\omega \geq 0{,}2\omega_0$, чем кристаллические. Максимальная частота генерации $\omega_0 + \Delta\omega$ используемых преобразователей составляла около 500 МГц.

Записывались и считывались амплитудно-модулированные (АМ) и линейно частотно-модулированные (ЛЧМ) аналоговые сигналы. АМ сигнал вида

$$J(t) = U(t)\cos(\omega_0 t + \varphi_0) \tag{2}$$

с длительностью $t < t_0 = l_0/v$, распространяясь в ферритовом стержне в виде ультразвуковой волны, за счёт магнитострикции формирует вдоль оси x стержня волну намагниченности

$$M(x) \propto \gamma U(t_0 - x/v)\cos[\omega_0\,(t_0 - x/v) + \varphi_1]. \tag{3}$$

Здесь l_0 — длина стержня, v — скорость ультразвука в нём, ω_0 и $\varphi_{0,1}$ — частота и начальная фаза сигнала, γ — коэффициент магнитострикции материала стержня.

При подаче в момент времени t_0 через катушку записи импульса однородного магнитного поля, длительность которого t_1 намного меньше характерного времени изменения модулирующей функции $U(t)$, а величина H_0 больше коэрцитивной силы материала феррита, волна намагниченности записывается и запоминается в ферритовом стержне [6].

Считывание информации осуществлялось с помощью короткого ультразвукового импульса с длительностью t_1 и амплитудой U_0, а информационный сигнал снимался с высокочастотной катушки считывания. Сигнал считывания $I(t)$ пропорционален длительности и амплитуде импульса считывания, площади сечения стержня S, индуктивности единицы длины катушки считывания $L \sim \omega^{1/2}$ и производной $\mathrm{d}M/\mathrm{d}t$. С учётом того, что $\mathrm{d}U/\mathrm{d}t \ll \omega_0 U$, получим

$$I(t) \propto \gamma^2 \omega_0 L t_1 H_0 U_0 U(t)\sin(\omega_0 t + \varphi_2), \tag{4}$$

где φ_2 — начальная фаза сигнала.

Эксперимент показал, что отношение сигнал/шум j при считывании гармонических сигналов сначала возрастает с ростом амплитуды считывающего импульса, а потом начинает уменьшаться (см. рис. 3). Оптимальная амплитуда считывающего импульса слабо увеличивается с ростом частоты и немного изменяется при снижении уровня записи.

Лучшие результаты по считыванию записанных гармонических сигналов были получены для поликристаллической никелевой шпинели с малыми добавками кобальта $\mathrm{Ni_{0,97-0,99}Co_{0,03-0,01}Fe_2O_4}$ и поликристаллического иттриевого граната с добавками алюминия $\mathrm{Y_3Fe_{4,15}Al_{0,85}O_{12}}$. Коэрцитивная сила для образцов шпинели составляла 55÷75 Э и 30÷45 Э для граната. В образцах граната по сравнению со шпинелью отношение сигнал/шум сильнее растёт с увеличением частоты и достигает 10÷15 дБ.

Нужно отметить, что запись информации осуществляется и при импульсном магнитном поле, меньшем поля анизотропии, но амплитуда сигналов считывания при этом уменьшается. Для увеличения амплитуды сигналов считывания при записи информации необходимо обеспечить постоянное магнитное поле, величина которого немного меньше коэрцитивной силы материала стержня. Стирание записанной информации осуществляется постоянным магнитным полем, бо́льшим коэрцитивной силы феррита, или длинным по сравнению с длительностью импульса записи модулированным высокой (порядка ω_0) частотой ультразвуковым импульсом постоянной амплитуды и более слабым постоянным магнитным полем.

При переходе к записи ЛЧМ сигналов вида

$$J(t) = U(t)\cos[(\omega_0 + \mu t)\,t + \varphi_0], \qquad (5)$$

где $\mu \ll 1$ — малый параметр изменения частоты, в блоке считывания перед усилителем устанавливалась линия задержки. Задержка сигналов считывания этой линией уменьшалась с увеличением частоты по закону $D = D_0 - \mu t$. Считывание проводилось таким же ЛЧМ сигналом малой амплитуды U_0 и длительностью $t_2 = 50/\omega_0$ и $t_2 = 100/\omega_0$.

Сигнал считывания регистрировался на удвоенной несущей частоте $\omega = 2\omega_0$, что позволяло провести эффективную фильтрацию постоянного импульсного сигнала с длительностью t_2. Величину считываемого сигнала можно оценить выражением

$$I(t) \propto \gamma^2 \omega_0 L t_2 H_0 U_0 U(t) \sin(2\omega_0 t + \varphi_1). \qquad (6)$$

Полученные результаты показывают, что при записи ЛЧМ сигнала можно получить значительное увеличение отношения сигнал/шум. При частоте несущей $\omega_0 = 100$ МГц и $\Delta\omega = 2$ МГц отношение сигнал/шум $j > 45$ дБ для $t_2 = 100/\omega_0$. При уменьшении длительности импульса j уменьшается.

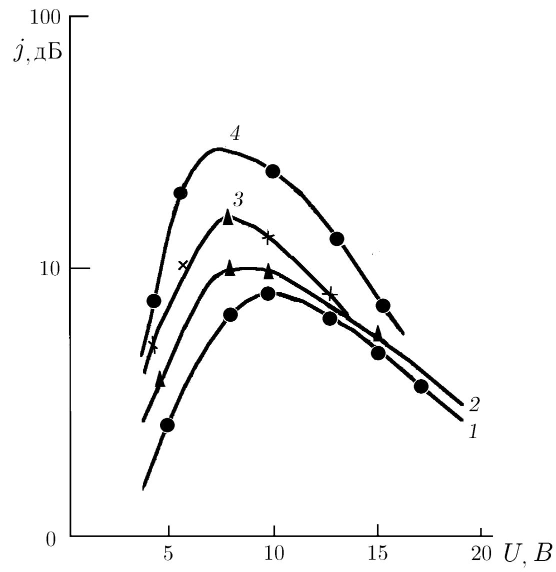


Рис. 3. Зависимость отношения сигнал/шум от амплитуды считывающего импульса при записи АМ сигналов (кривые *1* и *2*) и ЛЧМ сигналов (кривые *3* и *4*) в кобальт-никелевой шпинели для двух значений основной частоты: 20 МГц (кривые *1* и *3*) и 100 МГц (кривые *2* и *4*)

Наши исследования показали, что на один и тот же ферритовый стержень можно записать несколько (в проведённых экспериментах — до пяти) информационных ЛЧМ сигналов, которые отличаются несущей частотой, и полосы частот этих сигналов не перекрываются.

Измерения времени хранения записанной информации по методике ускоренного старения [7], которая базируется на теореме Аррениуса об экспоненциальной зависимости процессов старения от температуры, показали, что при комнатных температурах записанная на поликристаллических ферритовых стержнях информация может храниться несколько лет.

Ясно, что для широкого практического применения магнитоакустической записи информации желательно перейти на запись в плёнках поликристаллических ферритов. Мы провели исследования по записи информации в плёнках никелевой шпинели толщиной 20÷50 мкм, полученных методом химического осаждения и последующего спекания. В таких плёнках получена запись сигналов с частотой до 400 МГц, но отношение сигнал/шум при считывании на порядок меньше, чем в случае записи на массивных стержнях. При отработке конструкции и технологии создания плёночных устройств записи их характеристики можно будет улучшить.

В заключение отметим, что при магнитоакустической записи также легко реализовать параллельную запись высокоскоростных потоков информации.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Крупа Н. Н. // Оптический журнал. 1998. Т. 65, №4. С. 157.
2. Баранский П. И., Клочков В. Г., Потыкевич И. В. Полупроводниковая электроника. Свойства материалов. Киев: Наукова думка, 1975. 701 с.
3. Пат. 16304 Украины. Устройство для записи и считывания информации / Крупа Н. Н. Опубл. 24.12.1997. Бюл. №6.
4. Крупа Н. Н. // Материалы III Междунар. конф. «Динамика, прочность, компьютер, образование». Севастополь, 1998. С. 10.
5. Мануилов М. В., Бондаренко Б. С., Криночкин В. В., Соболев Б. В. // Письма в ЖЭТФ. 1986. Т. 43, №8. С. 366.
6. Мануилов М. В., Бондаренко Б. С., Криночкин В. В., Соболев Б. В. // Письма в ЖТФ. 1986. Т. 12, №10. С. 599.
7. Kimbal E. W. // Proceeding of Annual Reliability and Maintainability Symposium. London, 1980. P. 179.

Институт магнетизма Минобразования и НАН Украины,
г. Киев, Украина

Поступила в редакцию
10 января 2000 г.

OPTICAL AND MAGNETOACOUSTICAL NONKINEMATIC DATA-RECORDING DEVICES

N. N. Krupa

We demonstrate the possibility of constructing nonkinematic data-recording devices based on a special optical board with planar electrooptical lightguides, in which ultrasonic signals are stored in microdisperse polycrystalline ferrites. The efficiency of operation of CdS and GaAs planar electrooptical lightguides is studied experimentally. The recording characteristics of spinel $\mathrm{Ni_{0,97-0,99}Co_{0,1-0,3}Fe_2O_4}$ and garnet $\mathrm{Y_3Fe_{4,15}Al_{0,85}O_{12}}$ are measured.

УДК 621.3

ЭФФЕКТЫ ПЛАЗМЕННОГО РЕЗОНАНСА ПРИ НЕЛИНЕЙНОМ ОТРАЖЕНИИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ ОТ ПОЛУПРОВОДНИКОВОЙ СВЕРХРЕШЁТКИ

А. А. Жаров, Е. П. Додин

Показано, что динамическая локализация электронов в тонкой полупроводниковой сверхрешётке, облучаемой электромагнитной волной ТМ-поляризации, может приводить к установлению мультистабильных состояний высокочастотного поля, сопровождающихся существенными искажениями отражательных характеристик сверхрешёток. Данный эффект обусловлен явлением нелинейного плазменного резонанса и связанным с ним значительным возрастанием компоненты переменного электрического поля, параллельной оси сверхрешётки, при обращении в нуль реальной части соответствующей компоненты тензора нелинейной диэлектрической проницаемости. Установлено, что в резонансных условиях существенно возрастает эффективность генерации нечётных гармоник излучения.

1. Интерес к исследованиям нелинейного взаимодействия интенсивного электромагнитного излучения с полупроводниковыми квантовыми сверхрешётками (СР) [1] — многослойными структурами с периодически изменяющимся на нанометровых масштабах химическим составом — стимулируется в настоящее время, с одной стороны, существенным прогрессом в технологиях, позволяющих создавать весьма совершенные наноструктуры, а с другой — перспективами их применения в микроэлектронике терагерцового диапазона частот. В сильных электромагнитных полях СР демонстрируют целый ряд нелинейных эффектов, таких как самоиндуцированная прозрачность [2], абсолютная отрицательная проводимость [2], коллапс минизоны [3], генерация высших гармоник [4, 5], мультистабильность [5], динамический хаос [7, 8] и др., так или иначе связанных в конечном счёте с динамической локализацией свободных электронов [9, 10] в гармоническом электрическом поле. Некоторые из этих эффектов уже нашли своё экспериментальное подтверждение в опытах с лазером на свободных электронах [11, 12], работающем в терагерцовом диапазоне частот. В большинстве перечисленных выше теоретических работ либо переменное электрическое поле считалось заданным, либо поляризация падающих волн и геометрия задачи запрещали развитие в системе плазменных осцилляций, что, конечно, несколько ограничивает область применимости полученных результатов. Исключение составляют работы [7, 8] (см. также [13]), где учитываются плазменно-резонансные эффекты, приводящие к динамическому хаосу, однако решение этих задач было выполнено в квазистатической постановке, что не всегда даёт адекватное представление о динамике самосогласованного поля в СР.

Настоящая работа посвящена изучению эффектов, связанных с возбуждением нелинейных плазменных колебаний в СР, имеющих место при наклонном падении электромагнитной волны ТМ-типа с частотой из терагерцового диапазона на тонкую плёнку планарной СР (рис. 1). Нелинейность плёнки обусловлена осцилляциями амплитуды дипольного момента свободных электронов в зависимости от амплитуды параллельной оси СР компоненты электрического поля [2]. В отличие от работы [5], в которой рассмотрено нормальное падение излучения на латеральную СР, задачу о падении волны ТМ-поляризации не удаётся сформулировать в терминах мгновенных полей, и мы в дальнейшем ограничимся стационарной постановкой, изучая эффекты самовоздействия излучения на частоте накачки, пренебрегая в нулевом порядке малыми поправками, связанными с генерацией высших гармоник излучения.

2. Электродинамические свойства планарных СР мы будем описывать с помощью тензора эффективной нелинейной диэлектрической проницаемости, компоненты которого определяют поляризуемость вдоль (плоскость xy на рис. 1) и поперёк (ось z на рис. 1) образующих СР слоёв. В рамках такого описания СР представляет собой нелинейный одноосный кристалл с оптической осью, совпадающей с направлением оси z. Поляризуемость СР в электромагнитном поле вдоль и поперёк оси существенно различна, что определяется различным законом дисперсии электронов. Вдоль оси энергетический спектр носителей тока разбивается на совокупность достаточно узких разрешённых и запрещённых минизон [14, 15] из-за наличия дополнительного потенциала, вызванного периодическим изменением химического состава образца. В то же время поперёк оси (в плоскости слоёв СР) энергетический спектр электронов остаётся квадратичным. Нелинейные высокочастотные свойства у сверхрешёток возникают при наличии компоненты электрического поля, направленной поперёк слоёв, что связано с ограниченностью энергии электронов в минизоне. Чтобы получить соответствующую компоненту тензора нелинейной диэлектрической проницаемости, мы будем исходить из балансных (квазигидродинамических) уравнений для скорости и энергии электрона, полученных в приближении одной минизоны на основе квазиклассического описания электронного транспорта [16, 17] в минизоне с синусоидальной дисперсией, отвечающей приближению сильной связи:

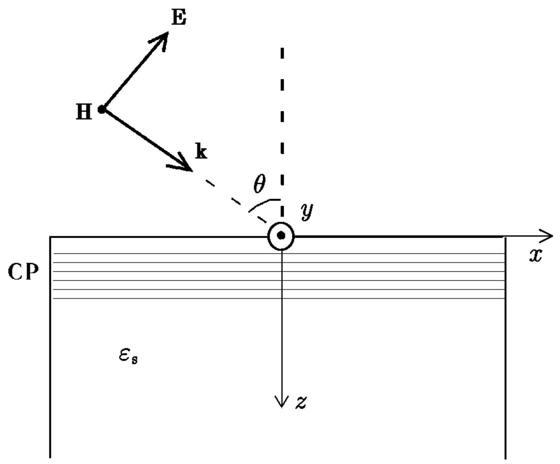


Рис. 1. Геометрия рассматриваемой задачи: сверхрешётка (СР) на подложке с диэлектрической проницаемостью ε_{s}

$$\frac{\mathrm{d}V_\parallel}{\mathrm{d}t} = \frac{eE_z}{m(W_\parallel)} - \nu_V V_\parallel, \qquad \frac{\mathrm{d}W_\parallel}{\mathrm{d}t} = eE_z V_\parallel - \nu_W (W_\parallel - W_T), \tag{1}$$

где $V_\parallel, W_\parallel$ — средние (гидродинамические) значения скорости и энергии электронов вдоль оси z, E_z — компонента электрического поля в СР, ν_W — частота неупругих столкновений, $\nu_V = \nu_W + \nu_{\mathrm{el}}$ — частота релаксации скорости, ν_{el} — частота упругих столкновений, $m(W_\parallel) = m_0/(1 - 2W_\parallel/\Delta)$, $m_0 = 2\hbar^2/(\Delta d)^2$ — масса электрона на дне минизоны, e — заряд электрона, Δ — ширина минизоны, d — период СР, $\hbar$ — постоянная Планка, $W_T = \Delta\,(1 - \mu_0)/2$ — средняя тепловая энергия электронов в отсутствие электрического поля, $\mu_0 = I_1[\Delta/(2kT)]/I_0[\Delta/(2kT)]$, k — постоянная Больцмана, T — температура решётки, $I_{0,1}$ — модифицированные функции Бесселя. Характерные параметры реально существующих структур типа GaAs/AlAs при $T \approx 77 \div 300$ К следующие: $\nu_W \approx 10^{12} \div 10^{13}$ с$^{-1}$, $\nu_V \approx 10^{12} \div 10^{13}$ с$^{-1}$, $\Delta \approx 10 \div 100$ мэВ, $d = d_{\mathrm{GaAs}} + d_{\mathrm{AlAs}} \approx 1 \div 10$ нм, число периодов СР — от 20 до нескольких сотен. Первое из уравнений (1) представляет собой уравнение движения электронного газа, второе — закон сохранения энергии. Нелинейность материальной связи скорости (тока) с электрическим полем обусловлена зависимостью массы электрона от энергии и напоминает в этом смысле релятивистскую нелинейность плазмы. Отличие состоит в том, что из-за брэгговского отражения эффективная масса электрона может менять знак при превышении средней энергией $W_\parallel$ половины ширины минизоны. В пренебрежении упругими столкновениями, т. е. при равенстве частот релаксации $\nu_V = \nu_W$, при воздействии на СР гармоническим во времени полем частоты ω в приближении $\nu_{V,W}/\omega \ll 1$ нетрудно получить из уравнений (1) выражение для ε_{zz}-компоненты тензора диэлектрической проницаемости [5, 6] на частоте ω:

$$\varepsilon_{zz} \equiv \varepsilon_\parallel = \varepsilon_0 \left[1 - \frac{2\omega_{\mathrm{p}}^2}{\omega^2}\,\frac{J_0(|U|)J_1(|U|)}{|U|}\,(1 + i\nu)\right], \tag{2}$$

где ε_0 — «решёточная» часть диэлектрической проницаемости, $\omega_\mathrm{p} = \sqrt{4\pi e^2 n_\mathrm{e}/(m_0\varepsilon_0)}$ — плазменная частота электронов на дне минизоны, n_e — концентрация электронов (характерные значения $n_\mathrm{e} = 10^{16} \div 10^{17}$ см$^{-3}$), $U = E_z/E_\mathrm{c}$, $E_\mathrm{c} = \hbar\omega/(ed)$, $\nu = \nu_{V,W}/\omega$ — эффективная частота столкновений, $J_n(x)$ — функция Бесселя первого рода. Линеаризуя выражение (2) по амплитуде поля, получаем обычное выражение для диэлектрической проницаемости плазмы с плазменной частотой ω_p, отвечающей эффективной массе электрона на дне минизоны проводимости. Осцилляции функций Бесселя при изменении $|U|$ приводят к осцилляциям ε_{zz}. В результате независимо от концентрации электронов при $\omega_\mathrm{p} > \omega$ условие плазменного резонанса $\mathrm{Re}[\varepsilon_{zz}] = 0$ будет всегда выполняться для вполне определённых амплитуд электрического поля в СР. Заметим также, что уравнение $J_0(|U|) = 0$ отвечает амплитудам полей, приводящим к динамической локализации электронов в минизоне, когда ток проводимости обращается в нуль не только на основной частоте, но и на всех высших гармониках [2]. Учитывая квадратичный характер дисперсии электронов в плоскости слоёв СР, для соответствующих компонент тензора диэлектрической проницаемости имеем

$$\varepsilon_{xx} = \varepsilon_{yy} = \varepsilon_\perp = \varepsilon_0 \left[1 - \frac{\omega_\mathrm{p}^2}{\omega^2}\,(1 + i\nu)\right], \tag{3}$$

где ω_p совпадает с плазменной частотой в (2) [1]. Поперечная диэлектрическая проницаемость (3) представляет собой не зависящую от поля линейную часть тензора $\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}$. Таким образом, выражения (2) и (3) показывают, что анизотропия системы возникает лишь при высокой интенсивности поля и обусловлена нелинейными высокочастотными транспортными свойствами СР вдоль оптической оси.

3. Используя выражения (2), (3) для компонент тензора нелинейной диэлектрической проницаемости, рассмотрим задачу о наклонном падении электромагнитной волны ТМ-поляризации из вакуума на тонкую СР, расположенную на подложке с диэлектрической проницаемостью ε_s (см. рис. 1). Пропуская очевидные выкладки, приведём выражения для коэффициентов отражения R и прохождения T излучения через СР:

$$R = \frac{\sqrt{1-\gamma^2}\left(1 + i\varepsilon_\perp \dfrac{\sqrt{\varepsilon_\mathrm{s}-\gamma^2}}{\varepsilon_\mathrm{s}} k_0 h\right) - \dfrac{\sqrt{\varepsilon_\mathrm{s}-\gamma^2}}{\varepsilon_\mathrm{s}} + ik_0h\left(\dfrac{\gamma^2}{\varepsilon_\parallel(|U|)} - 1\right)}{\sqrt{1-\gamma^2}\left(1 + i\varepsilon_\perp \dfrac{\sqrt{\varepsilon_\mathrm{s}-\gamma^2}}{\varepsilon_\mathrm{s}} k_0 h\right) + \dfrac{\sqrt{\varepsilon_\mathrm{s}-\gamma^2}}{\varepsilon_\mathrm{s}} - ik_0h\left(\dfrac{\gamma^2}{\varepsilon_\parallel(|U|)} - 1\right)}, \tag{4}$$

$$T = \frac{2\sqrt{1-\gamma^2}}{\sqrt{1-\gamma^2}\left(1 + i\varepsilon_\perp \dfrac{\sqrt{\varepsilon_\mathrm{s}-\gamma^2}}{\varepsilon_\mathrm{s}} k_0 h\right) + \dfrac{\sqrt{\varepsilon_\mathrm{s}-\gamma^2}}{\varepsilon_\mathrm{s}} - ik_0h\left(\dfrac{\gamma^2}{\varepsilon_\parallel(|U|)} - 1\right)}, \tag{5}$$

где h — толщина СР, $k_0 = \omega/c$ — волновое число в вакууме, $\gamma = \sin\theta$, θ — угол падения волны на СР (толщина СР полагается малой: $k_0 h \ll 1$).[1] Самосогласованное поле U, входящее в (4) и (5), определяется через амплитуду падающего поля следующим образом:

$$U = -\frac{\gamma}{\varepsilon_\parallel(|U|)}\,\frac{2\sqrt{1-\gamma^2}\,E_0}{\left(1 + i\varepsilon_\perp \dfrac{\sqrt{\varepsilon_\mathrm{s}-\gamma^2}}{\varepsilon_\mathrm{s}}\, k_0 h\right) + \dfrac{\sqrt{\varepsilon_\mathrm{s}-\gamma^2}}{\varepsilon_\mathrm{s}} - ik_0h\left(\dfrac{\gamma^2}{\varepsilon_\parallel(|U|)} - 1\right)}, \tag{6}$$

[1] Обычно толщина планарных СР, выращенных с помощью молекулярно-лучевой эпитаксии, колеблется в пределах $10^{-5} \div 10^{-4}$ см. Таким образом, для частоты электромагнитного поля в 1 ТГц параметр $k_0 h$ изменяется в диапазоне $2\cdot(10^{-3} \div 10^{-2})$.

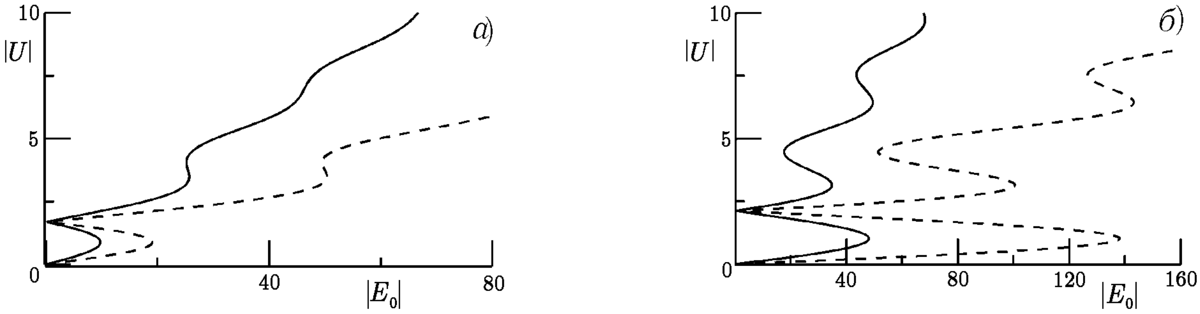


Рис. 2. Зависимость амплитуды U параллельной оси СР компоненты поля от амплитуды E_0 поля падающей волны для диэлектрической ($\varepsilon_{\rm s} = 12{,}4$, сплошная линия) и металлической ($\varepsilon_{\rm s} = -i\infty$, пунктир) подложек при $\gamma = 0{,}96$; $\nu = 0{,}01$; $k_0 h/(2\pi) = h/\lambda_0 = 10^{-2}$; $\varepsilon_0 = 12{,}4$ (GaAs); графики *а* построены для $\omega_{\rm p}/\omega = 1{,}9$; *б* — для $\omega_{\rm p}/\omega = 3{,}5$

где E_0 — безразмерная амплитуда падающей волны, нормированная на $|E_{\rm c}|$. Формула (6) даёт неявную зависимость $|U|$ от $|E_0|$. Осциллирующий характер $\varepsilon_\parallel(|U|)$ свидетельствует о том, что соответствующая зависимость при достаточно большой концентрации электронов становится неоднозначной, т. е. в системе появляется би- или мультистабильность. Характерные зависимости $|U|$ от $|E_0|$, рассчитанные на основе (6), приведены на рис. 2. Особенностью этих кривых являются глубокие провалы, при которых сравнительно небольшому полю накачки соответствует достаточно большое значение $|U|$. Именно эти особенности и связаны с наличием плазменного резонанса в СР, при котором $\mathrm{Re}\big[\varepsilon_\parallel(|U|)\big] = 0$; $\varepsilon_\parallel = -i\,\mathrm{Im}\,\varepsilon_\parallel$. Действительно, оценивая $|U|$ в условиях плазменного резонанса, имеем

$$|U| \sim \frac{2\gamma\,|E_0|}{\sqrt{(\mathrm{Im}\,\varepsilon_\parallel)^2\left[1+\dfrac{1}{\sqrt{\varepsilon_{\rm s}\,(1-\gamma^2)}}\right]^2+(k_0h)^2\left[\dfrac{\gamma^2}{\sqrt{1-\gamma^2}}+\dfrac{|\mathrm{Re}\,\varepsilon_\perp|}{\sqrt{\varepsilon_{\rm s}}}\,\mathrm{Im}\,\varepsilon_\parallel\right]^2}} \tag{7}$$

для диэлектрической подложки ($\varepsilon_{\rm s} = \varepsilon_0 \approx 12{,}4$ для GaAs) и

$$|U| \sim \frac{2\gamma\,|E_0|}{\sqrt{(\mathrm{Im}\,\varepsilon_\parallel)^2+(k_0h)^2\,\dfrac{\gamma^2}{\sqrt{1-\gamma^2}}}} \tag{8}$$

для подложки из идеального металла ($\varepsilon_{\rm s} \to -i\infty$), где $\mathrm{Im}\,\varepsilon_\parallel = \varepsilon_0\nu$. При условии $\mathrm{Im}\,\varepsilon_\parallel \ll 1$ возможна ситуация, когда $|U| \gg |E_0|$. Очевидно, что резонансное нарастание параллельной оси СР компоненты высокочастотного электрического поля вызовет особенности в соответствующих зависимостях коэффициентов отражения и прохождения и вместе с тем приведёт к значительному росту поглощения излучения в СР. [2] На рис. 3, 4 построены зависимости коэффициентов отражения, прохождения и поглощения от амплитуды поля падающей волны для сверхрешёток, расположенных на диэлектрической (рис. 3) и металлической (рис. 4) подложках при различных концентрациях электронов, частотах столкновений и углах падения. Как видно, эффекты плазменного резонанса выражены значительно сильнее в системе с металлической подложкой, что следует также из оценок (7), (8). Этот факт связан с подавлением плазменного резонанса наличием диэлектрика и существованием конечной поперечной

[2] Линейная задача о резонансном поглощении волн в классических тонких изотропных плазменных плёнках решена в работах [18, 19].

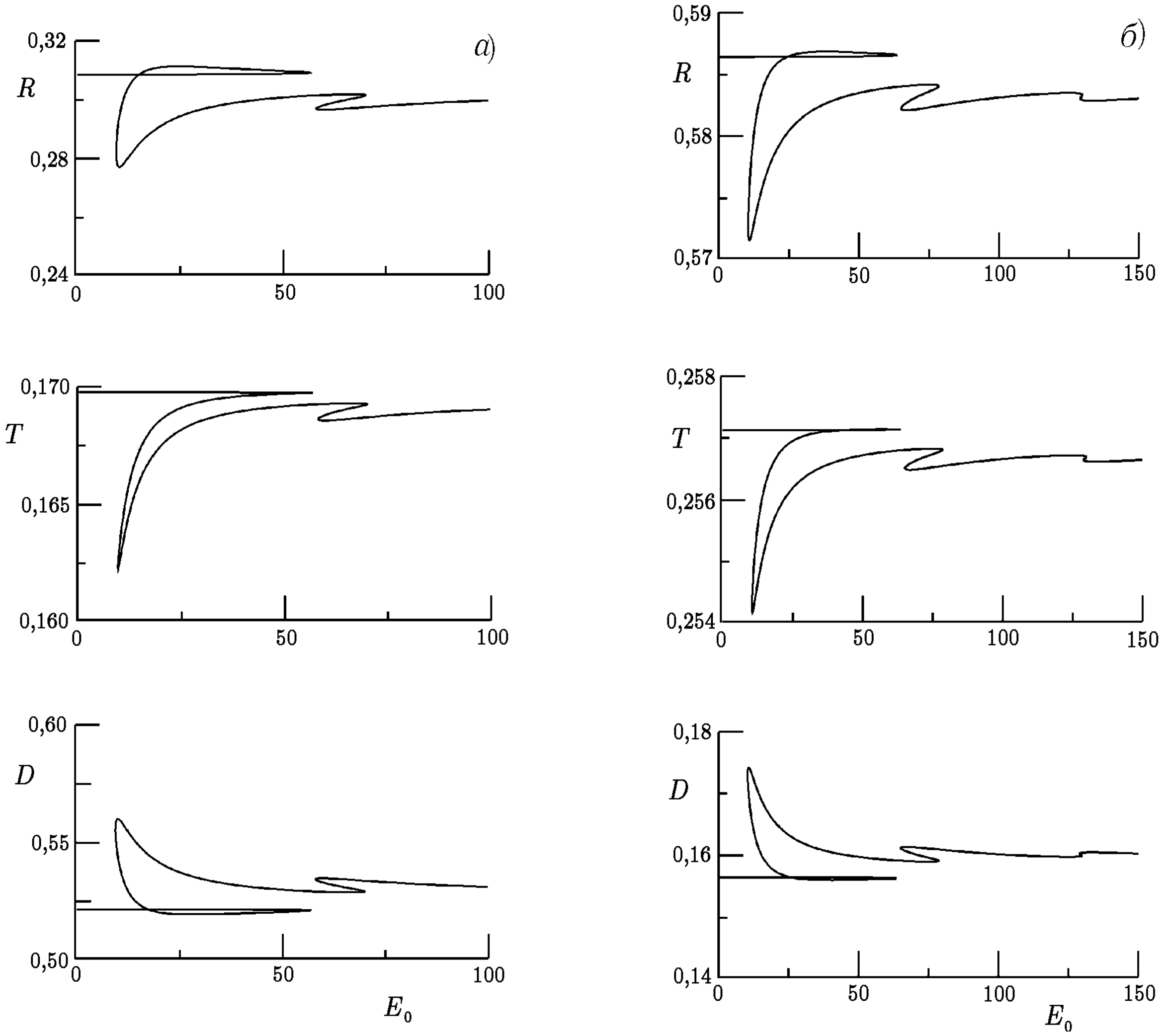


Рис. 3. Зависимости коэффициентов отражения R, прохождения T и поглощения D для СР, расположенной на диэлектрической подложке с $\varepsilon_{\rm s} = 12{,}4$ при $\nu = 0{,}3$, $h/\lambda_0 = 10^{-2}$; $\omega_{\rm p}/\omega = 2{,}5$; графики *а* построены для $\gamma = 0{,}96$; *б* — для $\gamma = 0{,}7$

компоненты электрического поля. В то же время в СР на металле при некоторых амплитудах падающего поля может быть достигнуто почти идеальное согласование, что соответствует полному поглощению излучения сверхрешёткой. Заметим также, что реализация такого режима зависит от предыстории процесса в силу би- или мультистабильности системы.

4. Резонансное нарастание параллельной оси СР компоненты переменного электрического поля должно, очевидно, стимулировать и другие нелинейные эффекты, такие, например, как генерация высших гармоник излучения, приводящая к умножению частоты падающей волны. Считая, что эффективность генерации гармоник не слишком велика, рассчитаем её по теории возмущений, вычисляя токи на высших гармониках по заданному гармоническому полю, возбуждаемому в СР (см. формулу (6)). В силу анизотропии СР нелинейные токи на нечётных гармониках имеют только z-компоненту[3] и будут рассматриваться нами в дальнейшем как сторонние. Выражения для нелинейных токов на $(2n+1)$-й

[3] Строго говоря, имеют место и нелинейные токи на чётных гармониках вдоль и поперёк слоёв СР, обусловленные пульсациями связанного заряда в толще СР из-за скачка нормальной к поверхности СР компоненты электрического поля. Данная нелинейность имеет в этом смысле чисто геометрическую природу, присуща всем без исключения проводящим материалам и никак не затрагивает специфический нелинейный отклик СР. Задача о генерации чётных гармоник в тонких резонансных

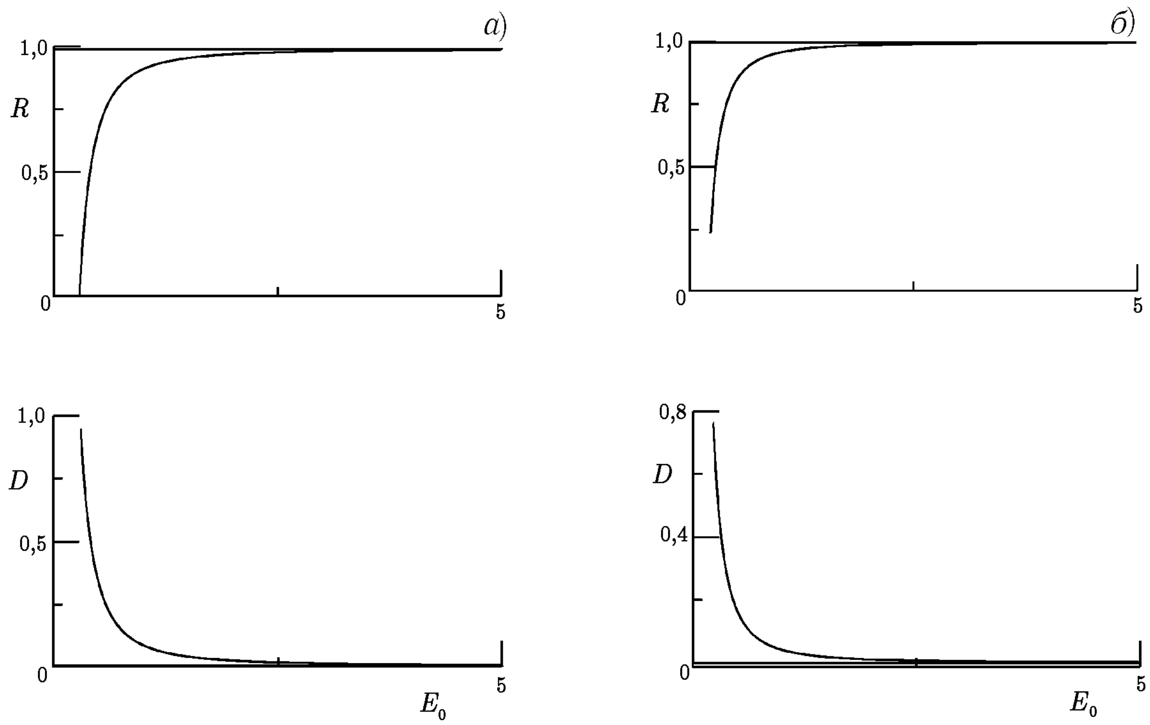


Рис. 4. Зависимости коэффициентов отражения R и поглощения P для СР, расположенной на идеальном металле при $\nu = 0{,}01$; $h/\lambda_0 = 10^{-2}$; графики *а* построены для $\gamma = 0{,}96$; $\omega_{\rm p}/\omega = 1{,}9$; *б* — для $\gamma = 0{,}7$; $\omega_{\rm p}/\omega = 2{,}5$

гармонике, текущих в СР и вызванных гармоническим полем накачки, получены в ряде работ, и мы приведём их без вывода, основываясь на результатах работ [2, 5]:

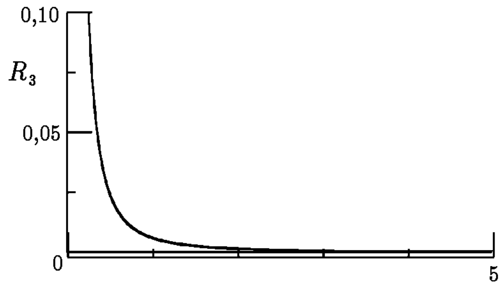
$$j_z^{(2n+1)} = 2en_{\rm e}\,\frac{\Delta d}{\hbar}\,J_0(|U|)J_{2n+1}(|U|), \tag{9}$$

где $n = 1, 2, \ldots$. Задача об излучении заданных токов из тонкой плёнки легко решается (разумеется, в приближении, когда амплитуда электрического поля на высших гармониках в СР значительно меньше амплитуды поля на основной частоте: $|U_{2n+1}| \ll |U|$), и мы сразу же приведём результирующие выражения, описывающие энергетические коэффициенты трансформации в высшие нечётные гармоники:

$$R_{2n+1} = \frac{4\omega_{\rm p}^4}{\omega^4}\left(\frac{\omega h}{c}\right)^2\frac{\gamma^2}{\sqrt{1-\gamma^2}}\,\frac{1}{\left(\sqrt{1-\gamma^2}+\dfrac{\sqrt{\varepsilon_{\rm s}-\gamma^2}}{\varepsilon_{\rm s}}\right)}\times$$
$$\times\,\frac{\mu_0^2}{\left(1-\dfrac{\omega_{\rm p}^2}{(2n+1)^2\,\omega^2}\right)^2+\nu^2\left(\dfrac{\omega_{\rm p}^2}{(2n+1)^2\,\omega^2}\right)^2}\,\frac{J_0^2(|U|)J_{2n+1}^2(|U|)}{|E_0|^2}\,, \tag{10}$$

где $n = 1, 2, \ldots$, а U связано с E_0 в соответствии с (6). Рассчитанные по формуле (10) зависимости $R_{2n+1}(|E_0|)$ представлены на рис. 5. Как видно, наличие мультистабильности в системе приводит к неоднозначной зависимости эффективности генерации гармоник от интенсивности падающей волны.

плазменных плёнках решена, в частности, в работе [20], поэтому мы не будем касаться данного эффекта.



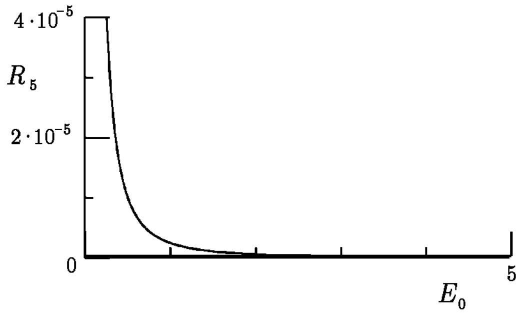


Рис. 5. Зависимости коэффициентов трансформации R_{2n+1} падающего излучения в третью и пятую гармоники при $\gamma = 0{,}8$; $\nu = 0{,}01$; $h/\lambda_0 = 10^{-2}$; $\omega_{\rm p}/\omega = 2{,}5$ для СР, расположенной на идеальном металле

Хотя соответствующие величины $R_{2n+1}(|E_0|)$ невелики (что, разумеется, и предполагалось изначально для применимости теории возмущений), обращает на себя внимание наличие резонансного знаменателя в (10), отвечающего плазменному резонансу на частоте гармоник и допускающего возможность значительного увеличения $R_{2n+1}(|E_0|)$. Однако для выполнения этого условия необходимы достаточно бóльшие значения $\omega_{\rm p}/\omega$ и, как следствие, значительно большие пороги мультистабильности.

5. В данной работе показано, что эффекты плазменного резонанса могут играть существенную роль при взаимодействии интенсивного электромагнитного излучения терагерцового диапазона частот с квантовыми полупроводниковыми сверхрешётками, инициируя мультистабильность системы и значительные изменения отражательных характеристик. Полученные в рамках стационарной постановки решения имеют, конечно, ограниченную область применимости, поскольку, как показано в работах [7, 8, 13], наличие мультистабильности в системе в условиях черезвычайно малой инерционности СР [4] в сильных полях может приводить к динамическим режимам, включая динамический хаос, а также к спонтанному нарушению симметрии, проявляющемуся в генерации статических электрических полей вдоль оси СР. К сожалению, динамическая задача в данном случае не может быть поставлена даже в рамках укороченных уравнений, поскольку характерные времена переходных процессов сравнимы (а могут быть и меньше [5]) с периодом поля накачки. Представляют также интерес неравновесные эффекты, связанные с абсолютной отрицательной проводимостью СР в самосогласованном электромагнитном поле, при наличии смещения, поданного на СР. В заключение заметим, что хотя представленные результаты не охватывают динамических эффектов, они предсказывают характерную напряжённость переменных полей и плотность потока энергии, необходимые для возбуждения мультистабильности в системе, эффективного умножения частоты и, возможно, для срыва её в динамический режим. Так, характерное поле $E_{\rm c} = \hbar\omega/(ed)$ и соответствующая ей плотность потока энергии $S_{\rm c} = cE_{\rm c}^2/(8\pi)$ могут быть оценены по следующим формулам:

$$E_{\rm c}[\text{В/см}] \approx 3{,}6 \cdot 10^4 \frac{f[\text{ТГц}]}{d[\text{нм}]}\,, \tag{11}$$

$$S_{\rm c}[\text{Вт/см}^2] \approx 2 \cdot 10^6 \frac{f^2[\text{ТГц}]}{d^2[\text{нм}]}\,, \tag{12}$$

что для частоты $f = 1$ ТГц и $d = 10$ нм составляет соответственно $E_{\rm c} \approx 3{,}6 \cdot 10^3$ В/см и $S_{\rm c} \approx 2 \cdot 10^4$ Вт/см^2. При не слишком большой плазменной частоте пороговая амплитуда падающего электромагнитного поля несколько больше, но по порядку величины сравнима с $E_{\rm c}$. Соответствующие характеристики излучения уже реализованы на установках типа лазера на свободных электронах. Тенденция уменьшения критических полей с уменьшением частоты (см. (11), (12)) имеет место лишь до тех пор, пока $\nu_{V,W}/\omega \ll 1$. При увеличении относительной частоты соударений плазменно-резонансные эффекты подавляются, и для дальнейшего снижения пороговых полей необходимо использовать либо очень совершенные СР специальной геометрии [21], либо охлаждение образцов до гелиевых температур.

Работа выполнена при частичной поддержке РФФИ (гранты № 99–02–17956, 01–02–16449) и программы МНТП «Физика твердотельных наноструктур» (проект № 99–1129).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Силин А. П. // УФН. 1985. Т. 147. С. 485.
2. Ignatov A. A., Romanov Yu. A. // Phys. Stat. Sol. B. 1976. V. 73. P. 327.
3. Holthaus M. // Phys. Rev. Lett. 1992. V. 69. P. 351.
4. Ignatov A. A., Dodin E. P., Zharov A. A. // Phys. Low-Dim. Struct. 1994. V. 7. P. 43.
5. Додин Е. П., Жаров А. А., Игнатов А. А. // ЖЭТФ. 1998. Т. 114. С. 2246.
6. Grosh A. W., Kuznetsov A. V., Wilkins J. W. // Phys. Rev. Lett. 1997. V. 79. P. 3494.
7. Alekseev K. N., Cannon E. H., Kinney J. C. et al. // Phys. Rev. Lett. 1998. V. 80. P. 2669.
8. Cao J. C., Liu H. C., Lei X. L. // Phys. Rev. B. 2000. V. 61. P. 5546.
9. Dunlap D. H., Kenkre V. M. // Phys. Rev. B. 1986. V. 34. P. 3625.
10. Ignatov A. A., Genzer J., Renk K. F., Dodin E. P. et al. // J. Phys. B. 1995. V. 98. P. 187.
11. Keay B. J., Zeuner S., Allen S. J. et al. // Phys. Rev. Lett. 1995. V. 75. P. 4102.
12. Wanke M. L., Allen S. J., Maranowski K. et al. // Physics of Semiconductors /Ed. by M. Scheffter, R. Zimmerman. Singapore: World Scientific, 1996. P. 1791.
13. Alekseev K. N., Berman G. P., Campbell D. K. et al. // Phys. Rev. B. 1996. V. 54. P. 10625.
14. Шик А. Я. // ФТП. 1974. Т. 8. С. 1841.
15. Esaki L., Chang L. L. // Thin Solid Films. 1976. V. 36. P. 285.
16. Ignatov A. A., Dodin E. P., Shashkin V. I. // Mod. Phys. Lett. B. 1991. V. 5. P. 1087.
17. Lei X. L., Horing N. J., Cui H. L. // Phys. Rev. Lett. 1991. V. 66. P. 3277.
18. Godwin R. P. // Phys. Rev. Lett. 1972. V. 28. P. 85.
19. Котов А. К. // Физика плазмы. 1985. Т. 11. С. 636.
20. Жаров А. А., Кондратьев И. Г., Котов А. К. // Физика плазмы. 1990. Т. 16. С. 1339.
21. Noguchi H., Leburton J. P., Sakaki V. I. // Inst. Phys. Conf. Ser. 1993. V. 129. P. 299.

Институт физики микроструктур РАН,
г. Нижний Новгород, Россия

Поступила в редакцию
30 июня 2000 г.

PLASMA-RESONANCE EFFECTS IN THE NONLINEAR REFLECTION OF AN ELECTROMAGNETIC WAVE FROM A SEMICONDUCTOR SUPERLATTICE

A. A. Zharov and E. P. Dodin

We show that dynamical localization of electrons in a thin semiconductor superlattice irradiated by a TM electromagnetic wave can lead to the formation of multistabe states of the high-frequency field accompanied by significant distortions of reflecting characteristics of superlattices. This effect is caused by the phenomenon of nonlinear plasma resonance and by the related significant increase in the component of the variable electric field, parallel to the axis of the superlattice, in the case where the real part of the corresponding component of the tensor of nonlinear dielectric permittivity becomes zero. It is found that the efficiency of generation of odd harmonics of the radiation increases significantly under resonance conditions.

УДК 621.391

ОПТИМАЛЬНЫЙ ПРИЁМ СТОХАСТИЧЕСКОГО СИГНАЛА С НЕИЗВЕСТНОЙ ДЛИТЕЛЬНОСТЬЮ НА ФОНЕ БЕЛОГО ШУМА

А. П. Трифонов, В. И. Парфёнов, Д. В. Мишин

Получены алгоритмы оптимального (байесовского) обнаружения и измерения длительности случайного импульса, наблюдаемого на фоне белого гауссовского шума. В результате моделирования на ЭВМ синтезированных алгоритмов определены потенциальные характеристики приёма.

ВВЕДЕНИЕ

В [1] рассмотрено оптимальное (байесовское) оценивание характеристик импульсных сигналов известной формы со случайным моментом появления. В [2] эта задача была обобщена на более сложный случай стохастического сигнала. Однако кроме момента появления важным информативным параметром сигнала часто является его длительность (момент исчезновения). В случае квазидетерминированного сигнала с неизвестной длительностью оптимальные алгоритмы обнаружения и оценивания исследованы в [3]. Рассмотрим более сложный случай стохастического сигнала, представляющего собой отрезок стационарного случайного процесса с неизвестной длительностью τ_0. Примерами таких сигналов могут служить сигналы в системах связи с шумовой несущей, импульсные сигналы, искажённые модулирующей помехой, сигналы в оптических системах связи и в системах диагностики цифровых устройств и др. [4, 5]. В [6] выполнены синтез и анализ максимально правдоподобного обнаружителя стохастического сигнала с неизвестной длительностью, наблюдаемого на фоне белого гауссовского шума. Однако для многих приложений актуальна задача синтеза и анализа максимально правдоподобного алгоритма оценки длительности стохастического сигнала. Кроме того, известно, что применение байесовского подхода [1–3, 7, 8] в задачах обработки сигналов может обеспечить более высокую эффективность, чем метод максимального правдоподобия. В связи с этим представляет интерес задача синтеза и анализа байесовских обнаружителя и измерителя длительности стохастического сигнала.

1. ОБНАРУЖЕНИЕ СТОХАСТИЧЕСКОГО СИГНАЛА С НЕИЗВЕСТНОЙ ДЛИТЕЛЬНОСТЬЮ

Рассмотрим задачу обнаружения стохастического сигнала

$$s(t,\tau_0) = \xi(t) I[(t-\tau_0/2)/\tau_0], \tag{1}$$

наблюдаемого на фоне аддитивного гауссовского белого шума $n(t)$ с односторонней спектральной плотностью N_0. В (1) $I(x)=1$ при $|x|\le 1/2$, $I(x)=0$ при $|x|>1/2$; $\xi(t)$ — стационарный гауссовский случайный процесс с математическим ожиданием a и спектром мощности $G(\omega)=\gamma g(\omega/\Omega)$. Здесь функция $g(x)$ описывает форму спектра мощности и удовлетворяет условиям $g(x)\ge 0$, $\max g(x) = 1$, $g(x)=g(-x)$, $\int_{-\infty}^{+\infty} g^2(x)\,\mathrm{d}x = 1$. Параметр $\gamma = \sup G(\omega)$ определяет интенсивность, $\Omega = [\sup G(\omega)]^{-2}\int_{-\infty}^{+\infty} G^2(\omega)\,\mathrm{d}\omega$ — эквивалентная полоса частот процесса $\xi(t)$. Длительность случайного сигнала $\tau_0\in[T_1,T_2]$ предполагается случайной величиной с априорной плотностью вероятности $W(\tau)$. Наблюдаемую реализацию запишем в виде

$$x(t) = \theta_0 s(t,\tau_0) + n(t), \quad t\in[0,T]. \tag{2}$$

Индекс 0 здесь и далее означает истинное значение соответствующего параметра. Параметр θ_0 дискретный и принимает два значения: $\theta_0 = 0$ (в наблюдаемой реализации сигнал отсутствует) и $\theta_0 = 1$ (в наблюдаемой реализации сигнал присутствует). Априорные вероятности отсутствия и наличия сигнала известны и равны $p_0 = P(\theta_0 = 0)$ и $p_1 = P(\theta_0 = 1)$. По наблюдаемой реализации $x(t)$ необходимо оптимальным образом решить, какое значение принимает параметр θ_0, т. е. определить, присутствует сигнал или нет.

Положим, что минимальная возможная длительность T_1 стохастического сигнала много больше времени корреляции гауссовского процесса $\xi(t)$, так что

$$\mu_{\min} = \Omega T_1/(4\pi) \gg 1. \tag{3}$$

Тогда в соответствии с [6] логарифм функционала отношения правдоподобия (ФОП) определяется выражением

$$M(\tau,\theta) = \frac{\theta}{N_0}\int\limits_0^\tau \left[y^2(t) + \frac{2a}{1+q}x(t) - E\right] \mathrm{d}t, \tag{4}$$

где

$$q = 2\sup[G(\omega)]/N_0 = 2\gamma/N_0 \tag{5}$$

— отношение максимального значения спектра мощности сигнала к спектральной плотности белого шума,

$$E = \frac{a^2}{1+q} + \frac{\Omega N_0}{4\pi}\int\limits_{-\infty}^{+\infty} \ln[1 + qg(x)]\ \mathrm{d}x,$$

$y(t)$ — отклик линейного фильтра с передаточной функцией $H(\omega)$ на наблюдаемую реализацию (2). При этом выполняется условие

$$|H(\omega)|^2 = G(\omega)\,[N_0/2 + G(\omega)]^{-1}. \tag{6}$$

Учитывая, что $M(\tau,\theta = 0) = 0$, получаем, что максимально правдоподобный (МП) алгоритм обнаружения стохастического сигнала (1) имеет вид

$$\hat{\theta} = \begin{cases} 1, & \sup M(\tau) \ge 0; \\ 0, & \sup M(\tau) < 0, \end{cases} \tag{7}$$

где $M(\tau) = M(\tau,\theta = 1)$, $\tau \in [T_1, T_2]$. Заметим, что вместо алгоритма (7) можно использовать обобщённый МП алгоритм обнаружения [3, 7], основанный на сравнении наибольшего максимума логарифма ФОП с некоторым (в общем случае ненулевым) порогом c, определяемым заданным критерием оптимальности.

На рис. 1 штриховой линией выделена структурная схема МП обнаружителя стохастического сигнала с неизвестной длительностью, где *1* — линейный фильтр с передаточной функцией $H(\omega)/\sqrt{N_0}$ (6), *2* — квадратор, *3* — интегратор на интервале времени $[0, t]$, *4* — пиковый детектор, определяющий наибольшее значение сигнала, *5* — пороговое устройство, осуществляющее сравнение выходного сигнала пикового детектора с порогом c и выносящее решение о наличии сигнала на входе обнаружителя, если порог превышен, либо решение об отсутствии сигнала, если порог не превышен; $B_1 = E\,(1+q)/(2a)$, $B_2 = 2a\,[N_0\,(1+q)]^{-1}$. Как следует из рис. 1, структурная схема МП обнаружителя является одноканальной по неизвестному параметру и, следовательно, достаточно просто реализуется аппаратурно. Это является довольно редким исключением в задачах обнаружения сигнала с неизвестными параметрами [7]. Сопоставим рис. 1 со структурной схемой МП обнаружителя квазидетерминированного сигнала с неизвестной длительностью в [3]. В дополнение к структурной схеме в [3] обнаружитель на рис. 1 включает в себя фильтр *1* и квадратор *2*. Наличие этих блоков позволяет использовать энергию флуктуирующей составляющей стохастического сигнала (1) для повышения эффективности обнаружения. Отметим также, что структура МП обнаружителя не зависит от априорных вероятностей отсутствия p_0 и наличия p_1 сигнала, а также от вида априорной плотности вероятности длительности $W(\tau)$.

Качество обнаружения будем характеризовать средней (полной) вероятностью ошибки [7]

$$P_{\mathrm{e}} = p_0\alpha + p_1\beta, \tag{8}$$

где α — вероятность ошибки первого рода (ложной тревоги), $\beta = \int_{T_1}^{T_2} \beta(\tau)W(\tau)\,\mathrm{d}\tau$ — безусловная вероятность ошибки второго рода (пропуска сигнала), $\beta(\tau_0)$ — условная вероятность пропуска сигнала с длительностью τ_0. В [6] найдены асимптотически (при $\mu_{\min}\to\infty$) точные выражения для вероятностей ошибок:

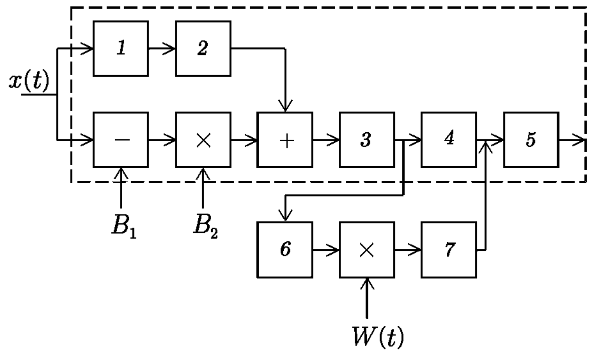


Рис. 1

$$\alpha = 1 - \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int\limits_0^\infty \exp\left[-(x-\widetilde{c}-z_N)^2/2\right]\left\{\Phi\left[z_N\sqrt{\frac{1-\eta_1}{\eta_1}} + x\sqrt{\frac{\eta_1}{1-\eta_1}}\right] - \right.$$
$$\left. - \exp(-2xz_N)\Phi\left[z_N\sqrt{\frac{1-\eta_1}{\eta_1}} - x\sqrt{\frac{\eta_1}{1-\eta_1}}\right]\right\}\mathrm{d}x,$$

$$\beta(\tau_0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int\limits_0^\infty \exp\left[-\left(\hat{c}^2+(x+\hat{z})^2-2\hat{c}\hat{z}\right)/2\right]\left\{\Phi\left[z_N\sqrt{\frac{1-\eta_0}{\eta_1}} + xA\sqrt{\frac{\eta_0}{1-\eta_0}}\right] - \right.$$
$$\left. - \exp\left(-2xAz_N\sqrt{\frac{\eta_0}{\eta_1}}\right)\Phi\left[z_N\sqrt{\frac{1-\eta_0}{\eta_1}} - xA\sqrt{\frac{\eta_0}{1-\eta_0}}\right]\right\}\left\{\exp(x\hat{c})\Phi\left[\hat{c}\sqrt{\frac{\eta_0-\eta_1}{\eta_1}} + \right.\right.$$
$$\left.\left. + x\sqrt{\frac{\eta_1}{\eta_0-\eta_1}}\right] - \exp(-x\hat{c})\Phi\left[\hat{c}\sqrt{\frac{\eta_0-\eta_1}{\eta_1}} - x\sqrt{\frac{\eta_1}{\eta_0-\eta_1}}\right]\right\}\mathrm{d}x, \tag{9}$$

где

$$z_N^2 = \left\{\frac{z_{\min}^2}{2\,(1+q)} + \mu_{\min}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\left[\ln(1+qg(x)) - \frac{qg(x)}{1+qg(x)}\right]\mathrm{d}x\right\}^2 \times$$
$$\times\left\{\frac{z_{\min}^2}{(1+q)^2} + \mu_{\min}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\left(\frac{qg(x)}{1+qg(x)}\right)^2\mathrm{d}x\right\}^{-1},$$

$$\widetilde{c} = c\left\{\frac{z_{\min}^2}{(1+q)^2} + \mu_{\min}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\left(\frac{qg(x)}{1+qg(x)}\right)^2\mathrm{d}x\right\}^{-1/2},$$

$$\hat{z}^2 = \frac{\eta_0}{4\eta_1}\left[z_{\min}^2 + 2\mu_{\min}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\left[qg(x) - \ln(1+qg(x))\right]\mathrm{d}x\right]^2\left[z_{\min}^2(1+q)+\mu_{\min}q^2\right]^{-1},$$

$$A^2 = \left[z_{\min}^2(1+q)+\mu_{\min}q^2\right]\left[\frac{z_{\min}^2}{(1+q)^2} + \mu_{\min}\int\limits_{-\infty}^{+\infty}\left(\frac{qg(x)}{1+qg(x)}\right)^2\mathrm{d}x\right]^{-1},$$

$$\hat{c} = \widetilde{c}\sqrt{\eta_1/(A^2\eta_0)},\ \eta_0 = \tau_0/T_2,\ \eta_1 = T_1/T_2,\ z_{\min}^2 = z_{\max}^2\eta_1,\ z_{\max}^2 = 2a^2T_2/N_0,$$

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int\limits_{-\infty}^{x}\exp(-t^2/2)\,\mathrm{d}t$$

— интеграл вероятности. В качестве критерия оптимальности выберем минимум средней вероятности ошибки (8) и будем определять порог c, исходя из этого критерия. Очевидно, что полученный таким образом порог $c^* = \arg\inf P_{\mathrm{e}}(c)$ будет зависеть от $z_{\min}^2$, $\mu_{\min}$, p_0 и $W(\tau)$. Назовём порог c^* оптимальным, а соответствующий алгоритм обнаружения — МП обнаружителем с оптимизированным порогом.

Положим, что спектр мощности сигнала прямоугольный, т. е.

$$g(x) = I(x), \tag{10}$$

а априорная плотность вероятности длительности постоянна, т. е.

$$W(\tau) = \begin{cases} (T_2 - T_1)^{-1}, & T_1 \le \tau \le T_2; \\ 0, & \tau < T_1, \tau > T_2. \end{cases} \tag{11}$$

На рис. 2 изображены зависимости средней вероятности ошибки P_{e} (8) от параметра q (5) для $\mu_{\min} = 10$; $\eta_1 = 0{,}1$; $T/T_2 = 1$; $p_0 = p_1 = 1/2$. Аналогичные зависимости для $\mu_{\min} = 50$ приведены на рис. 3. Сплошные линии на рис. 2, 3 соответствуют порогу $c = 0$, штриховые — оптимальному порогу c^*. Кривые *1* построены по формулам (8), (9) для $z_{\max} = 0$, кривые *2* — для $z_{\max} = 10$. Сопоставление рис. 2 и 3 показывает, что средняя вероятность ошибки (8) убывает с ростом $\mu_{\min}$, $z_{\max}$ и q. Кроме того, с уменьшением $\mu_{\min}$ и увеличением $z_{\max}$ зависимость средней вероятности ошибки от параметра q становится менее выраженной. Кривые рис. 2, 3 свидетельствуют о целесообразности использования МП обнаружителя с оптимизированным порогом, особенно при не очень малых q и $z_{\max}$. Однако выигрыш в эффективности обнаружения (уменьшение средней вероятности ошибки) МП обнаружителя с оптимизированным порогом по сравнению с МП обнаружителем с нулевым порогом достигается за счёт использования дополнительной априорной информации. Действительно, для определения оптимального порога необходимо знать априорные вероятности отсутствия p_0 и наличия p_1 сигнала, а также априорную плотность вероятности длительности $W(\tau)$.

Известно (см., например, [1, 7]), что при байесовском подходе оптимальным правилом обнаружения сигнала является правило, обеспечивающее минимум среднего риска. Рассмотрим возможность применения классического байесовского подхода к обнаружению стохастического сигнала (1) с неизвестной длительностью. Для синтеза байесовского алгоритма используем простую функцию потерь, у которой стоимости правильных решений принимаются нулевыми, а стоимости ошибок первого и второго рода одинаковыми, что соответствует критерию идеального наблюдателя. Тогда оптимальный (байесовский) алгоритм обнаружения стохастического сигнала (1) заключается в формирова-

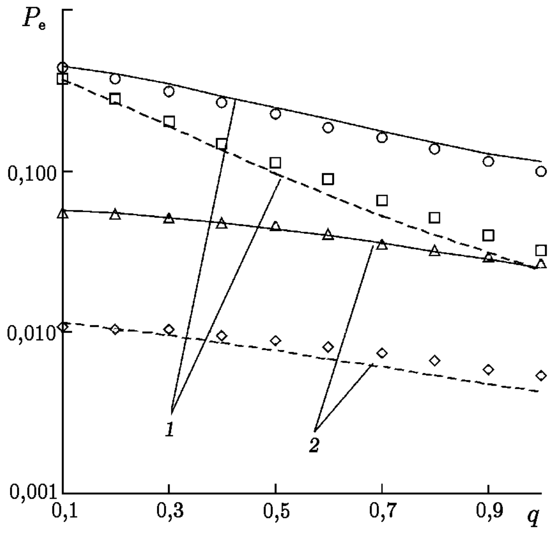


Рис. 2

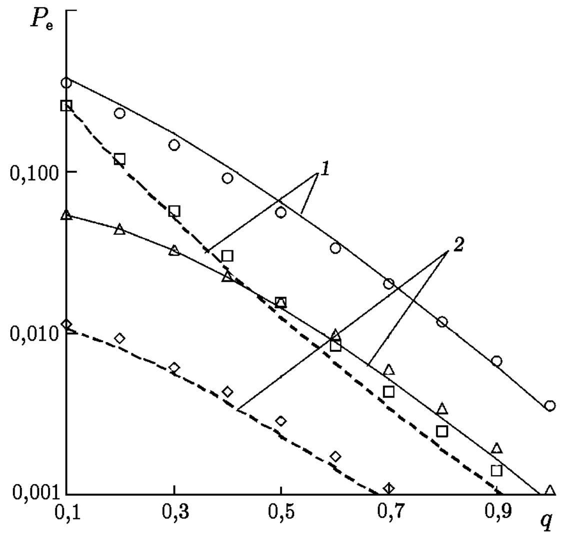


Рис. 3

нии величины

$$I = \int_{T_1}^{T_2} \exp[M(\tau)]\, W(\tau)\, \mathrm{d}\tau \tag{12}$$

и сравнении её с порогом p_0/p_1.

В большинстве случаев байесовские обнаружители (БО) сигналов со случайными параметрами достаточно сложно реализовать аппаратурно. Обычно БО являются многоканальными, причём для полностью оптимальной реализации число каналов должно быть бесконечным [7]. Как следует из (4), (12), одним из немногих исключений, наряду с [1—3], является БО стохастического сигнала с неизвестной длительностью. Структурная схема такого обнаружителя приведена на рис. 1, из которого необходимо исключить блок *4*. На этом рисунке блок *6* — нелинейный элемент с экспоненциальной характеристикой, *7* — интегратор на интервале времени $[T_1; T_2]$, а пороговое устройство *5* осуществляет сравнение выходного сигнала интегратора *7* с порогом p_0/p_1 и выносит решение о наличии сигнала, если порог превышен, либо решение об отсутствии сигнала, если порог не превышен. Из рис. 1 следует, что схема БО является одноканальной, однако она несколько сложнее схемы МП обнаружителя. Отметим, что теоретическое исследование БО (12) затруднительно, и аналитически найти его характеристики не удаётся.

2. ОЦЕНКА ДЛИТЕЛЬНОСТИ СТОХАСТИЧЕСКОГО СИГНАЛА

Рассмотрим теперь задачу оценки длительности (момента исчезновения) стохастического сигнала (1), полагая $p_1 = 1$. Алгоритм МП оценки длительности [9] состоит в поиске положения $\hat{\tau}$ наибольшего максимума функционала $M(\tau)$ (4): $\hat{\tau} = \arg\sup M(\tau)$, $\tau \in [T_1, T_2]$. Следовательно, структура МП алгоритма оценивания не зависит от вида априорной плотности вероятности параметра τ. Структурная схема МП измерителя длительности импульса выделена на рис. 4 штриховой линией, где *1* — фильтр с передаточной функцией $H(\omega)/\sqrt{N_0}$ (см. (6)), *2* — квадратор, *3* — интегратор на интервале времени $[0, t]$, *4* — устройство поиска положения наибольшего максимума сигнала на интервале $[T_1, T_2]$, которое является МП оценкой $\hat{\tau}$. Сопоставим рис. 4 со структурной схемой МП измерителя длительности квазидетерминированного сигнала в [3]. В дополнение к структурной схеме в [3] измеритель на рис. 4 (аналогично обнаружителю на рис. 1) включает в себя фильтр *1* и квадратор *2*. Наличие этих блоков позволяет использовать энергию флуктуирующей составляющей стохастического сигнала (1) для повышения точности измерения длительности.

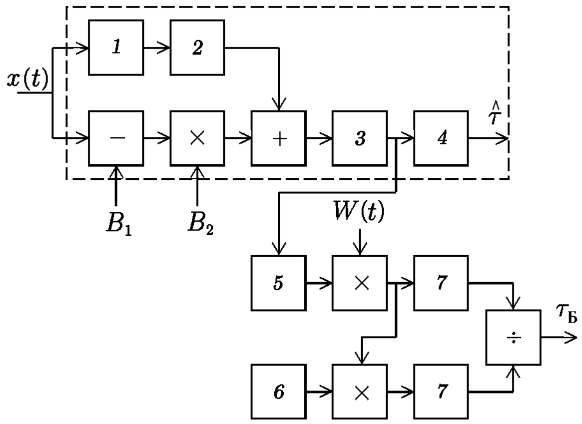


Рис. 4

Точность оценки будем характеризовать безусловным рассеянием (средним квадратом ошибки) оценки длительности

$$V(\hat{\tau}) = \int_{T_1}^{T_2} V(\hat{\tau} \,|\, \tau) W(\tau)\, \mathrm{d}\tau, \qquad (13)$$

где $V(\hat{\tau} \,|\, \tau_0)$ — условное рассеяние МП оценки длительности импульса (1).

Определим, следуя [9], условное рассеяние оценки длительности стохастического сигнала. В [6] показано, что функционал $M(\tau)$ является асимптотически (при $\mu_{\min} \to \infty$) гауссовским случайным процессом, у которого среднее значение и корреляционная функция имеют вид

$$\begin{gathered}
\langle M(\tau)\rangle = \left[(k_{1s} + k_{2s}) \min(\tau, \tau_0) - k_{2s}\tau\right]/T_1, \\
\big\langle [M(\tau_1) - \langle M(\tau_1)\rangle]\,[M(\tau_2) - \langle M(\tau_2)\rangle]\big\rangle = \left[d_{2s} \min(\tau_1, \tau_2) + (d_{1s} - d_{2s}) \min(\tau_1, \tau_2, \tau_0)\right]/T_1,
\end{gathered} \qquad (14)$$

где

$$k_{1s} = \frac{z_{\min}^2}{2} + \mu_{\min} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[q g(x) - \ln(1 + q g(x))\right] \mathrm{d}x,$$

$$k_{2s} = \frac{z_{\min}^2}{2\,(1+q)} + \mu_{\min} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\ln(1 + q g(x)) - \frac{q g(x)}{1 + q g(x)}\right] \mathrm{d}x,$$

$$d_{1s} = z_{\min}^2\,(1+q) + \mu_{\min} q^2, \qquad d_{2s} = \frac{z_{\min}^2}{(1+q)^2} + \mu_{\min} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\frac{q g(x)}{1 + q g(x)}\right]^2 \mathrm{d}x.$$

Введём в (4) взаимно однозначное непрерывное преобразование параметра τ:

$$\tau = f(l) = \frac{T_1}{d_{1s}} \begin{cases} l, & l < l_0; \\ d_{1s} l/d_{2s} - (d_{1s} - d_{2s})\, l_0/d_{2s}, & l > l_0, \end{cases} \qquad (15)$$

где $l_0 = d_{1s}\eta_0/\eta_1$, которое приводит выражения (14) к виду

$$\widetilde{M}(l) = M[f(l)] = S(l) + N(l), \quad \langle N(l)\rangle = 0,$$

$$S(l) = \begin{cases} k_{1s} l/d_{1s}, & l < l_0; \\ -k_{2s} l/d_{2s} + l_0\left[(k_{1s} + k_{2s})/d_{1s} + k_{2s}\,(d_{1s} - d_{2s})/(d_{1s} d_{2s})\right], & l > l_0; \end{cases}$$

$$\langle N(l_1) N(l_2)\rangle = \min(l_1, l_2). \qquad (16)$$

Из (16) следует, что при $\mu_{\min} \to \infty$ функция $\widetilde{M}(l)$ представляет собой реализацию асимптотически гауссовского марковского процесса. Коэффициенты сноса K_1 и диффузии K_2 [10] этого процесса определяются выражениями [6]

$$K_1 = \begin{cases} k_{1s}/d_{1s}, & L_1 \le l < l_0; \\ -k_{2s}/d_{2s}, & l_0 \le l \le L_2; \end{cases} \qquad K_2 = 1; \tag{17}$$

$L_1 = d_{1s}$; $L_2 = \left[d_{2s} + (d_{1s} - d_{2s})\,\eta_0\right]/\eta_1$.

Найдём распределение МП оценки $\hat{l} = \arg\sup \widetilde{M}(l)$, $l \in [L_1, L_2]$. Запишем функцию распределения МП оценки как

$$P_{\mathrm{m}}(L) = P\Big[\hat{l} < L\Big] = P\left[\max_{L_1 \le l < L} \widetilde{M}(l) > \max_{L \le l \le L_2} \widetilde{M}(l)\right], \quad L_1 \le L \le L_2. \tag{18}$$

Введём в рассмотрение процесс $\Delta(l) = \widetilde{M}(l) - \widetilde{M}(L)$. Тогда выражение (18) перепишется следующим образом [11]:

$$P_{\mathrm{m}}(L) = P\left[\max_{L_1 \le l < L} \Delta(l) > \max_{L \le l \le L_2} \Delta(l)\right]. \tag{19}$$

Отсюда следует, что распределение оценки можно выразить через двумерную функцию распределения наибольших максимумов процесса $\Delta(l)$:

$$F_2(u, v, L) = P\left[\max_{L_1 \le l < L} \Delta(l) < u;\ \max_{L \le l \le L_2} \Delta(l) < v\right]. \tag{20}$$

Для расчёта (20) найдём корреляционную функцию процесса $\Delta(l)$:

$$K_\Delta(l_1, l_2) = \begin{cases} \min(|l_1 - L|, |l_2 - L|)\,, & (l_1 - L)\,(l_2 - L) > 0; \\ 0, & (l_1 - L)\,(l_2 - L) < 0. \end{cases} \tag{21}$$

Согласно (21) отрезки реализаций случайного процесса $\Delta(l)$ на неперекрывающихся интервалах $[L_1, L)$ и $[L, L_2]$ некоррелированы, а при выполнении условия (3) — асимптотически статистически независимы. Поэтому (20) можно переписать как $F_2(u, v, L) \simeq P_{1L}(u) P_{2L}(v)$, где $P_{1L}(u) = P\left[\max_{L_1 \le l < L} \Delta(l) < u\right]$, $P_{2L}(v) = P\left[\max_{L \le l \le L_2} \Delta(l) < v\right]$. Тогда распределение (19) МП оценки примет вид [11]

$$P_{\mathrm{m}}(L) = \int_0^\infty P_{1L}(u)\, \mathrm{d}P_{2L}(u). \tag{22}$$

Обозначим $\varphi(l) = u - \Delta(l)$, где $L_1 \le l < L$, и $\psi(l) = v - \Delta(l)$, где $L \le l \le L_2$, так что $P_{1L}(u) = P[\varphi(l) > 0, l \in [L_1, L)]$, $P_{2L}(v) = P[\psi(l) > 0, l \in [L, L_2]]$. Согласно (16) процесс $\Delta(l)$ является асимптотически гауссовским марковским процессом с коэффициентами сноса K_1' и диффузии K_2' вида

$$K_1' = -K_1, \quad K_2' = K_2, \tag{23}$$

где K_1 и K_2 определены в (17). Учитывая марковские свойства процесса $\psi(l)$ [10], запишем

$$P_{2L}(v) = \int_0^\infty W_2(x, L_2)\, \mathrm{d}x.$$

Здесь $W_2(x, L_2) = W_2(x, l = L_2)$, а $W_2(x, l)$ — решение уравнения Фоккера—Планка—Колмогорова [10]

$$\frac{\partial W_2(x,l)}{\partial l} + \frac{\partial}{\partial x}\left[K_1' W_2(x,l)\right] - \frac{1}{2}\frac{\partial^2}{\partial x^2}\left[K_2' W_2(x,l)\right] = 0$$

с коэффициентами (23) в области $x > 0$, $L \le l \le L_2$, при начальном условии $W_2(x, l = L) = \delta(x - v)$ и граничных условиях $W_2(x = 0, l) = W_2(x = \infty, l) = 0$. Решение этого уравнения ищется методом отражения с переменой знака [10]. Аналогичным образом определяется функция $P_{1L}(u)$. Далее, подставляя найденные выражения для $P_{1L}(u)$ и $P_{2L}(u)$ в (22) и переходя от переменной l к нормированной длительности $\eta = \tau/T_2$ в соответствии с (15), получаем асимптотическое выражение для функции распределения нормированной МП оценки $\hat\eta = \hat\tau/T_2$:

$$P[\hat\eta < \varkappa] = \begin{cases} P_1(\varkappa), & \eta_1 \le \varkappa < \eta_0; \\ 1 - P_2(\varkappa), & \eta_0 \le \varkappa \le \eta_2 = 1, \end{cases} \tag{24}$$

где

$$P_i(\varkappa) = \sqrt{\frac{2}{\pi z_i^2 |\varkappa - \eta_0|}} \exp\left[-\frac{z_i^2}{2}|\varkappa - \eta_0|\right] \int\limits_0^\infty\int\limits_0^\infty \mathrm{d}x_1\,\mathrm{d}x_2 \left\{\frac{1}{\sqrt{2\pi z_i^2 |\varkappa - \eta_i|}} \times\right.$$
$$\times \exp\left[-\frac{(x_1 + z_i|\varkappa - \eta_i|)^2}{2z_i^2|\varkappa - \eta_i|}\right] + \exp(-2x_1)\Phi\left[z_i\sqrt{|\varkappa - \eta_i|} - \frac{x_1}{z_i\sqrt{|\varkappa - \eta_i|}}\right]\Bigg\} \exp(x_1 - x_2)\times$$
$$\times \left\{\exp\left[-\frac{(x_2 - x_1)^2}{2z_i^2|\varkappa - \eta_0|}\right] - \exp\left[-\frac{(x_2 + x_1)^2}{2z_i^2|\varkappa - \eta_0|}\right]\right\}\left\{\Phi\left[z_{3-i}\sqrt{|\eta_{3-i} - \eta_0|} + \frac{x_2 f_i}{z_{3-i}\sqrt{|\eta_{3-i} - \eta_0|}}\right] -\right.$$
$$\left. - \exp(-2x_2 f_i)\Phi\left[z_{3-i}\sqrt{|\eta_{3-i} - \eta_0|} - \frac{x_2 f_i}{z_{3-i}\sqrt{|\eta_{3-i} - \eta_0|}}\right]\right\},$$

$$z_i = k_{is}/\sqrt{d_{is}\eta_1}, \quad i = 1;2, \quad f_1 = k_{2s}d_{1s}(k_{1s}d_{2s})^{-1}, \quad f_2 = f_1^{-1}.$$

Выражение (24) для функции распределения нормированной МП оценки длительности довольно громоздкое. Его можно несколько упростить, введя новую переменную

$$\chi = \begin{cases} z_1^2(\varkappa - \eta_0), & \eta_1 \le \varkappa < \eta_0; \\ z_2^2(\varkappa - \eta_0), & \eta_0 \le \varkappa \le \eta_2, \end{cases} \tag{25}$$

которая принимает значения из интервала $\left[-z_1^2(\eta_0 - \eta_1), z_2^2(\eta_2 - \eta_0)\right]$. Перейдём в (24) от переменной $\varkappa$ к переменной χ (25). Полагая $z_i \gg 1$, где $i = 1;2$, для плотности вероятности нормированной ошибки МП оценки длительности получаем

$$W_0(\chi; G) = 2\left\{\Phi\left(\sqrt{|\chi|}\right) - 1 + (1 + 2G)\exp[2G(1 + G)|\chi|]\left[1 - \Phi\left[(1 + 2G)\sqrt{|\chi|}\right]\right]\right\}, \tag{26}$$

где $G = R = f_2$ при $0 \le \chi \le z_2^2(\eta_2 - \eta_0)$ и $G = R^{-1}$ при $-z_1^2(\eta_0 - \eta_1) \le \chi < 0$. Отметим, что предельное распределение (26) нормированной ошибки МП оценки длительности является существенно негауссовским.

Принимая во внимание условие нормировки плотности вероятности (26) на интервале $\left[-z_1^2(\eta_0 - \eta_1), z_2^2(\eta_2 - \eta_0)\right]$, условное рассеяние оценки нормированной длительности $\hat\eta$ запишем в виде

$$V(\hat\eta\,|\,\eta_0) = \left\langle (\hat\eta-\eta_0)^2\,|\,\eta_0 \right\rangle = \left\{ z_1^{-4} \int\limits_{-z_1^2(\eta_0-\eta_1)}^{0} x^2 W_0(x;R^{-1})\,\mathrm{d}x + z_2^{-4} \int\limits_{0}^{z_2^2(\eta_2-\eta_0)} x^2 W_0(x;R)\,\mathrm{d}x \right\} \times$$
$$\times \left\{ \int\limits_{-z_1^2(\eta_0-\eta_1)}^{0} W_0(x;R^{-1})\,\mathrm{d}x + \int\limits_{0}^{z_2^2(\eta_2-\eta_0)} W_0(x;R)\,\mathrm{d}x \right\}^{-1}. \quad (27)$$

Использование (26), (27) вместо (24) существенно облегчает вычисление характеристик МП оценки длительности стохастического сигнала. Тем не менее для определения рассеяния МП оценки длительности по формуле (27) необходимо применение численных методов. Величину условного рассеяния нормированной МП оценки длительности можно получить в явном виде, заменяя в (27) при $z_i \gg 1$, где $i = 1; 2$, пределы интегрирования на бесконечные. В результате находим предельное значение условного рассеяния нормированной МП оценки длительности стохастического сигнала:

$$V_0(\hat\eta\,|\,\eta_0) = z_1^{-4} \int\limits_{-\infty}^{0} x^2 W_0(x;R^{-1})\,\mathrm{d}x + z_2^{-4} \int\limits_{0}^{\infty} x^2 W_0(x;R)\,\mathrm{d}x =$$
$$= \frac{z_1^4\,(2+6R+5R^2) + z_2^4 R\,(5+6R+2R^2)}{2 z_1^4 z_2^4\,(1+R)^3}. \quad (28)$$

Предельное значение (28) условного рассеяния МП оценки длительности не зависит от истинного значения τ_0 оцениваемой длительности. Поэтому формула (28) одновременно определяет предельное значение безусловного рассеяния (13) оценки при любой априорной плотности вероятности длительности $W(\tau)$.

На рис. 5, 6 сплошными линиями изображены зависимости безусловного рассеяния МП оценки $V(\hat\eta) = V(\hat\tau)/T_2^2$ нормированной длительности стохастического сигнала (1) от параметра q (5), рассчитанные по формулам (13), (27). При этом предполагалось, что спектр мощности случайного процесса $\xi(t)$ описывается формулой (10), априорная плотность вероятности длительности — формулой (11), $\eta_1 = 0{,}1$; $\eta_2 = 1$. Кривые на рис. 5 построены при $\mu_{\min} = 10$, а на рис. 6 при $\mu_{\min} = 50$. Кривые *1* на этих рисунках построены для $z_{\max} = 0$, кривые *2* — для $z_{\max} = 10$. Там же штриховыми линиями показаны зависимости предельного значения безусловного рассеяния $V_0(\hat\eta) \equiv V_0(\hat\eta\,|\,\eta_0)$ от параметра q, рассчитанные по формуле (28). Сопоставление рис. 5 и 6 показывает, что безусловное рассеяние нормированной МП оценки длительности убывает с ростом $\mu_{\min}$, $z_{\max}$ и q. Кроме того, с увеличением $z_{\max}$ и уменьшением $\mu_{\min}$ зависимость рассеяния нормированной МП оценки длительности от параметра q (5) становится менее явной.

Использование байесовского алгоритма оценивания при квадратичной функции потерь обеспечивает минимум среднего квадрата ошибки (рассеяния) оценки. Байесовская оценка длительности в рассматриваемом случае определяется как [8]

$$\tau_{\text{Б}} = \int\limits_{T_1}^{T_2} \tau W(\tau) \exp[M(\tau)]\,\mathrm{d}\tau \left\{ \int\limits_{T_1}^{T_2} W(\tau) \exp[M(\tau)]\,\mathrm{d}\tau \right\}^{-1}.$$

Структурная схема байесовского измерителя длительности приведена на рис. 4, из которого следует исключить блок *4*. Остальные блоки обозначают: *5* — нелинейный элемент с экспоненциальной

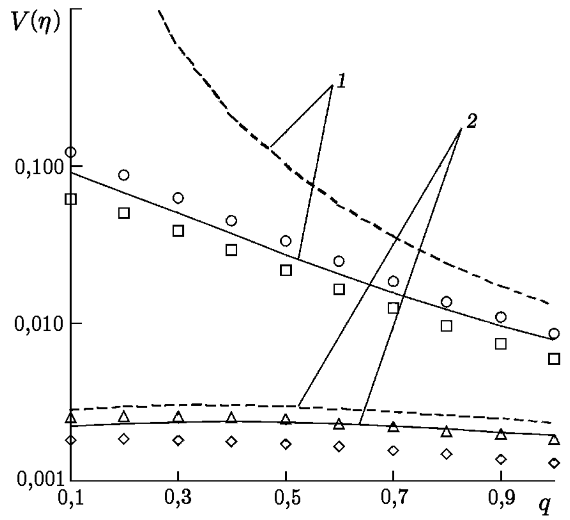


Рис. 5

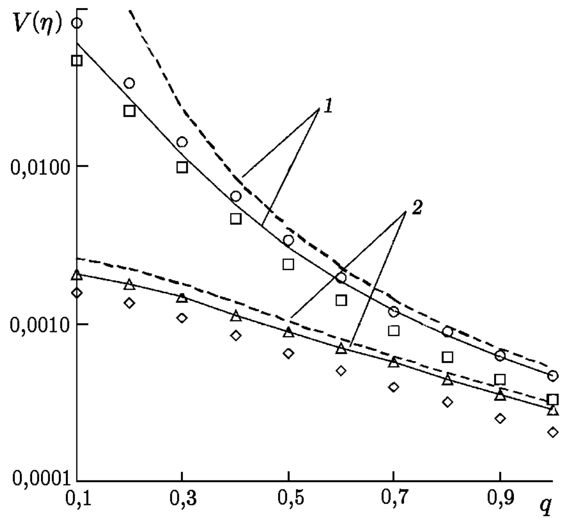


Рис. 6

характеристикой, *6* — генератор линейно изменяющегося напряжения, *7* — интеграторы на интервале времени $[T_1, T_2]$. Очевидно, что аппаратурная реализация байесовского измерителя длительности несколько сложнее реализации МП измерителя. Тем не менее, как и в [1–3], структурная схема байесовского измерителя длительности является одноканальной по оцениваемому параметру. Это существенно облегчает аппаратурную реализацию байесовского алгоритма оценки.

Следует отметить, что теоретический анализ байесовского измерителя, как и байесовского обнаружителя, осуществить не удаётся. В связи с этим исследование эффективности байесовских алгоритмов обнаружения и оценивания было выполнено методами статистического моделирования на ЭВМ. Кроме этого, на ЭВМ моделировались также МП алгоритмы обнаружения стохастического сигнала и оценивания его неизвестной длительности с целью установления границ применимости асимптотических формул (8), (9), (13), (27), (28).

3. РЕЗУЛЬТАТЫ СТАТИСТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Статистическое моделирование алгоритмов обнаружения и оценивания длительности стохастического сигнала (1), где $\xi(t)$ обладает спектром мощности (10), выполнялось на ЭВМ. Для такого процесса выражение, определяющее логарифм ФОП (4), перепишется в виде

$$M(\tau) = M(\eta T_2) = \widetilde{M}(\eta) = q M_y(\eta)/(1+q) + z_{\max} M_x(\eta)/(1+q) - E_1 \eta. \tag{29}$$

Здесь

$$\eta = \tau/T_2,\ E_1 = \mu_{\min} \ln(1+q)/\eta_1 + z_{\max}^2 \left[2\,(1+q)\right]^{-1},$$

$$M_y(\eta) = \int\limits_0^{\eta} \widetilde{y}^2(\widetilde{t})\, d\widetilde{t}, \quad \widetilde{t} = t/T_2, \tag{30}$$

$$M_x(\eta) = \sqrt{2} \int\limits_0^{\eta} \widetilde{x}(\widetilde{t})\, \mathrm{d}\widetilde{t}, \tag{31}$$

$$\widetilde{y}(\widetilde{t}) = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \widetilde{x}(t')\widetilde{H}(\widetilde{t}-t')\,\mathrm{d}t', \tag{32}$$

$$\widetilde{H}(\widetilde{t}) = \sin(2\pi\mu_{\min}\widetilde{t}/\eta_1)/(\pi\widetilde{t}), \tag{33}$$

$$\widetilde{x}(\widetilde{t}) = \theta_0\widetilde{s}(\widetilde{t},\eta_0) + \widetilde{n}(\widetilde{t}), \quad \widetilde{s}(\widetilde{t},\eta_0) = \widetilde{\xi}(\widetilde{t})I\left[(\widetilde{t}-\eta_0/2)/\eta_0\right], \tag{34}$$

$$\widetilde{\xi}(\widetilde{t}) = \xi(\widetilde{t}T_2)\,\sqrt{T_2/N_0}\,, \tag{35}$$

$$\widetilde{n}(\widetilde{t}) = n(\widetilde{t}T_2)\,\sqrt{T_2/N_0}\,. \tag{36}$$

Подставляя (34)–(36) в (30)–(32), получаем

$$M_x(\eta) = \theta_0 M_{xs}(\eta) + M_{xN}(\eta), \quad \widetilde{y}(\widetilde{t}) = \theta_0\widetilde{y}_s(\widetilde{t}) + \widetilde{y}_N(\widetilde{t}),$$

$$M_{xs}(\eta) = \sqrt{2}\int\limits_0^{\eta} \widetilde{s}(\widetilde{t},\eta_0)\,\mathrm{d}\widetilde{t}, \tag{37}$$

$$M_{xN}(\eta) = \sqrt{2}\int\limits_0^{\eta} \widetilde{n}(\widetilde{t})\,\mathrm{d}\widetilde{t}, \tag{38}$$

$$\widetilde{y}_N(\widetilde{t}) = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \widetilde{n}(t')\widetilde{H}(\widetilde{t}-t')\,\mathrm{d}t', \tag{39}$$

$$\widetilde{y}_s(\widetilde{t}) = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \widetilde{s}(t',\eta_0)\widetilde{H}(\widetilde{t}-t')\,\mathrm{d}t'. \tag{40}$$

Таким образом, для получения логарифма ФОП (29) необходимо формировать (38), (39) как функционалы от одной и той же реализации нормированного белого шума $\widetilde{n}(\widetilde{t})$ (36). При наличии сигнала ($\theta_0 = 1$) необходимо ещё формировать (37), (40) как функционалы от одной и той же реализации нормированного случайного процесса (35).

В процессе моделирования вырабатывались отсчёты функций (34), (35), (39) с шагом $\Delta\widetilde{t}$ и функции (38) с шагом $\Delta\eta$. Дискретные отсчёты этих процессов формировались на основе последовательности независимых гауссовских случайных чисел методом скользящего суммирования [12]:

$$\widetilde{\xi}_j = z_{\max}/\sqrt{2} + \sqrt{\mu_{\min}q/\eta_1}\sum_{k=1}^{2p+1} C_k\beta_{k+j-1},$$

$$\widetilde{y}_{Nj} = \sqrt{\mu_{\min}/\eta_1}\sum_{k=1}^{2p+1} C_k\alpha_{k+j-p-1},$$

$$M_{xNi} = \sqrt{\Delta\widetilde{t}}\sum_{k=0}^{i\nu-1}\alpha_k, \quad \nu = \mathrm{int}(\Delta\eta/\Delta\widetilde{t}),$$

$$C_k = \frac{\sin\left[2\pi\mu_{\min}\,\Delta\widetilde{t}\,(k-p-1)/\eta_1\right]}{\pi\,(k-p-1)\,\sqrt{2\mu_{\min}\,\Delta\widetilde{t}/\eta_1}}\,. \tag{41}$$

Здесь α_k и β_k — независимые гауссовские случайные величины с нулевыми математическими ожиданиями и единичными дисперсиями, $\mathrm{int}(x)$ — целая часть x.

Число слагаемых p в (41) выбиралось таким образом, чтобы относительное отклонение дисперсии сформированного отсчёта от дисперсии моделируемого процесса не превышало заданную величину ε [6, 12], т. е.

$$\left|1 - \sum_{k=1}^{2p+1} C_k^2\right| < \varepsilon. \tag{42}$$

Полагая $p = 100$, получаем, что для процессов (35), (39) относительное отличие дисперсий $\varepsilon < 0{,}05$, а для процесса (38) $\varepsilon < 0{,}01$.

Для построения ступенчатой аппроксимации процессов (35), (39) был выбран шаг дискретизации

$$\Delta\widetilde{t} = 0{,}1\,\eta_1/\mu_{\min}. \tag{43}$$

При этом относительная среднеквадратичная погрешность аппроксимации реализаций этих процессов ступенчатыми функциями

$$\delta = \left\{\max_{t^*-\Delta/2<t<t^*+\Delta/2} \left\langle [\chi(t^*) - \chi(t)]^2 \right\rangle \Big/ \sigma_\chi^2\right\}^{1/2} \tag{44}$$

не превышала $\delta = 0{,}1$. В (44) t^* — одна из точек, в которых формировались отсчёты процесса $\chi(t)$, σ_χ^2 — его дисперсия. Соответственно, $\chi(t)$ — один из процессов (35), (39) или (38), $\Delta = \Delta\widetilde{t}$ при формировании (35), (39) и $\Delta = \Delta\eta$ при формировании (38). Для построения ступенчатой аппроксимации процесса (38) был выбран шаг дискретизации

$$\Delta\eta = \Delta\widetilde{t} = 0{,}1\,\eta_1/\mu_{\min}. \tag{45}$$

При таком выборе шага дискретизации среднеквадратичная погрешность ступенчатой аппроксимации процесса (38) $\delta \le 0{,}03$.

Сформированные согласно (41) ступенчатые аппроксимации процесса (35) использовались для вычисления интеграла (40). С учётом поведения импульсной характеристики (33) при замене интеграла конечной суммой использовался шаг дискретизации (43) и учитывался $2p+1$ отсчёт подынтегральной функции при $p = 100$. В результате среднеквадратичная относительная погрешность аппроксимации процессов (39), (40) была практически одинакова и не превышала 0,1. Интегралы в (30), (37) также заменялись конечными суммами с шагом дискретизации (43), а сами функции (30), (37) аппроксимировались ступенчатыми функциями с шагом (45). В результате функции (30), (37), а следовательно, и сам логарифм ФОП (29) формировались с относительной среднеквадратичной погрешностью, не превышающей 0,03.

На основе дискретных отсчётов логарифма ФОП (29) вырабатывались величины

$$M_{\mathrm{m}} = \max \widetilde{M}(n\,\Delta\eta), \quad n \in [n_{\min}, n_{\max}], \tag{46}$$

$$\hat{\tau} = T_2\,\Delta\eta \,\arg\sup \widetilde{M}(n\,\Delta\eta), \tag{47}$$

$$I = \frac{\Delta\eta}{1-\eta_1} \sum_{n=n_{\min}}^{n_{\max}} \exp\left[\widetilde{M}(n\,\Delta\eta)\right], \tag{48}$$

$$\tau_{\text{Б}} = T_2\,\Delta\eta \sum_{n=n_{\min}}^{n_{\max}} n \exp\left[\widetilde{M}(n\,\Delta\eta)\right] \left\{\sum_{n=n_{\min}}^{n_{\max}} \exp\left[\widetilde{M}(n\,\Delta\eta)\right]\right\}^{-1}, \tag{49}$$

$$n_{\min} = \mathrm{int}(\eta_1/\Delta\eta), \quad n_{\max} = \mathrm{int}(\eta_2/\Delta\eta) = \mathrm{int}(1/\Delta\eta).$$

Моделировались МП алгоритм обнаружения (7), обобщённый МП алгоритм обнаружения с оптимальным порогом $c^* = \arg\inf P_e(c)$, а также байесовский алгоритм обнаружения. Для этого формировались величины (46) и (48) при $\theta_0 = 0$ и $\theta_0 = 1$. Первая из них сравнивалась с порогами $c = 0$ и $c = c^*$, а вторая с порогом p_0/p_1. Если при $\theta_0 = 0$ соответствующий порог был превышен, то фиксировалась ошибка ложной тревоги. Если при $\theta_0 = 1$ выполнялись условия $I < p_0/p_1$ или $M_m < c$, то фиксировалась ошибка пропуска сигнала. В качестве оценок вероятностей ложной тревоги и пропуска сигнала использовались относительные частоты появления соответствующих ошибок. Для моделирования МП и байесовского алгоритмов оценивания длительности при $\theta_0 = 1$ формировались величины $\hat{\tau}$ (47) и $\tau_Б$ (49) соответственно. При этом согласно (11) истинное значение нормированной длительности $\eta_0 = \tau_0/T_2$ в каждом испытании выбиралось случайным, распределённым равномерно на интервале $[\eta_1, \eta_2]$.

В процессе моделирования было реализовано 10^4 циклов испытаний для каждого значения θ_0, $\mu_{\min}$, q и $z_{\max}$. Следовательно, с вероятностью 0,9 границы доверительных интервалов отклоняются от экспериментальных значений не более чем на 20 %.

Результаты моделирования приведены на рис. 2, 3 и рис. 5, 6. На рис. 2 и 3 нанесены экспериментальные значения средней вероятности ошибки байесовского и МП обнаружителя. Кружками показаны экспериментальные значения средней вероятности ошибки P_e МП обнаружителя при $c = 0$ и $z_{\max} = 0$, а треугольниками — при $c = 0$ и $z_{\max} = 10$. Экспериментальные значения средней вероятности ошибки МП обнаружителя с оптимизированным порогом нанесены квадратиками для $z_{\max} = 0$ и ромбиками для $z_{\max} = 10$. Экспериментальные значения средней вероятности ошибки для БО практически совпадают с соответствующими вероятностями ошибки для МП обнаружителя с оптимизированным порогом. Поэтому квадратики и ромбики на рис. 2 и 3 обозначают также экспериментальные значения средней вероятности ошибки БО для $z_{\max} = 0$ и $z_{\max} = 10$ соответственно.

Как следует из рис. 2 и 3, асимптотически точные теоретические формулы (8), (9) для характеристик МП обнаружителя при $\mu_{\min} \geq 10$ удовлетворительно аппроксимируют экспериментальные данные. Более того, если $z_{\max} \geq 10$, то теоретические формулы (8), (9) для характеристик обнаружения хорошо аппроксимируют экспериментальные данные при любых $\mu_{\min}$. Отметим также, что характеристики байесовского и МП обнаружителя с оптимизированным порогом почти полностью совпадают. Это позволяет рекомендовать формулы (8), (9) для расчёта средней вероятности ошибки при использовании БО: $P_{eБ} \simeq \inf P_e(c)$.

На рис. 5 и 6 приведены экспериментальные значения безусловного рассеяния МП и байесовской оценок нормированной длительности, которые обозначены кружками и треугольниками для МП оценки при $z_{\max} = 0$ и $z_{\max} = 10$ соответственно, а также квадратиками и ромбиками — для байесовской оценки при тех же условиях. Результаты моделирования МП измерителя свидетельствуют о том, что теоретические формулы (12), (27) удовлетворительно аппроксимируют экспериментальные данные, если $\mu_{\min} \geq 10$. Если же $z_{\max} \geq 10$, то точность аппроксимации экспериментальных данных теоретическими формулами (12), (27) почти не зависит от величины $\mu_{\min}$. Из рис. 5, 6 также следует, что область применимости теоретического предельного значения (28) рассеяния оценки несколько уже области применимости формулы (27). Действительно, при малых q, $z_{\max}$ и $\mu_{\min}$ теоретические зависимости $V_0(\hat{\eta}) = V_0(\hat{\eta}\,|\,\eta_0)$ (28) могут существенно отклоняться от экспериментальных значений. Кроме того, из рис. 5, 6 следует, что безусловное рассеяние байесовской оценки длительности меньше рассеяния МП оценки при всех q, $z_{\max}$ и $\mu_{\min}$. В частности, если $q \gtrsim 0{,}5$, то $V(\tau_Б)/V(\hat{\tau}) \simeq 0{,}7$, что совпадает с аналогичным соотношением, полученным в [13] для квазидетерминированного сигнала. Если же q мало ($q < 0{,}5$), то $V(\tau_Б)/V(\hat{\tau}) \simeq 0{,}4$.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

При использовании одинакового объёма априорной информации и равномерном априорном распределении неизвестной длительности стохастического сигнала характеристики максимально правдоподобного и байесовского алгоритмов обнаружения практически совпадают. Следовательно, вместо относительно сложного байесовского обнаружителя можно использовать более простой максимально правдоподобный обнаружитель с оптимизированным порогом. При оценке длительности стохастического сигнала, если не требуется очень высокая точность оценки, можно использовать максимально правдоподобный измеритель, более легко реализуемый аппаратурно. Если же необходимо обеспечить предельно достижимую точность оценки, то целесообразно использовать байесовский измеритель.

Работа выполнена при поддержке Минобразования РФ (проект ЕОО—3.5—5).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ванжа А. В., Силаев А. М. // Изв. вузов. Радиофизика. 1995. Т. 38, № 12. С. 1 257.
2. Трифонов А. П., Чернояров О. В. // Изв. вузов. Радиофизика. 1998. Т. 41, № 8. С. 1 058.
3. Трифонов А. П., Парфёнов В. И., Мишин Д. В. // Изв. вузов. Радиофизика. 1997. Т. 40, № 12. С. 1 531.
4. Кремер И. Я., Владимиров В. И., Карпухин В. И. Модулирующие помехи и приём радиосигналов. М.: Сов. радио, 1972. 480 с.
5. Харкевич А. А. Избранные труды. Т. 2. М.: Наука, 1973. С. 524.
6. Трифонов А. П., Нечаев Е. П., Парфёнов В. И. Обнаружение стохастических сигналов с неизвестными параметрами. Воронеж: ВГУ, 1991. 246 с.
7. Трифонов А. П. // Теория обнаружения сигналов. М.: Радио и связь, 1984. С. 12.
8. Куликов Е. И., Трифонов А. П. Оценка параметров сигналов на фоне помех. М.: Сов. радио, 1978. 296 с.
9. Трифонов А. П., Шинаков Ю. С. Совместное различение сигналов и оценка их параметров на фоне помех. М.: Радио и связь, 1986. 264 с.
10. Тихонов В. И., Миронов М. А. Марковские процессы. М.: Радио и связь, 1977. 488 с.
11. Терентьев А. С. // Радиотехника и электроника. 1968. Т. 13, № 4. С. 652.
12. Быков В. В. Цифровое моделирование в статистической радиотехнике. М.: Сов. радио, 1971. 326 с.
13. Ибрагимов И. А., Хасьминский Р. З. Асимптотическая теория оценивания. М.: Наука, 1979. 528 с.

Воронежский государственный университет, г. Воронеж, Россия

Поступила в редакцию 4 сентября 2000 г.

OPTIMAL RECEPTION OF A STOCHASTIC SIGNAL WITH UNKNOWN DURATION ON THE BACKGROUND OF WHITE NOISE

A. P. Trifonov, V. I. Parfenov, and D. V. Mishin

The algorithm of the optimal (bayesian) detection and estimation of duration of a stochastic signal on the background of white noise is obtained. Potential characteristics of the reception are determined by numerical simulations.