

Содержание

<b>Алексеев В. А., Липатов Б. Н., Резникова В. Э.</b> Радиолокационная длиннобазовая интерферометрия: анализ возможностей применения для определения характеристик вращения планет.....	675
<b>Урядов В. П., Леонов А. М., Понятов А. А., Бойко Г. Н., Терентьев С. П.</b> О вариациях характеристик КВ сигнала на трассе наклонного зондирования во время солнечного затмения 11 августа 1999 г. ....	682
<b>Сергеев И. Ю., Сорокин В. М., Яценко А. К.</b> Низкочастотное излучение осесимметричного тока в ионосферной плазме .....	688
<b>Свердлов Ю. Л., Сергеева Н. Г.</b> Расчёт поперечника рассеяния авроральных неоднородностей.....	696
<b>Кириянов О. Е., Михайлов Г. Д., Тосенко В. М.</b> Оценка влияния аэрозольных осадков на работоспособность РЛС.....	703
<b>Дубинов А. Е., Селемир В. Д., Царёв А. В.</b> Фазированные антенные решётки на основе виркаторов. численные эксперименты .....	709
<b>Беглоян Э. А., Кочарян В. Г., Лазиев Э. М.</b> Структура поля черенковского излучения в волноводе .....	715
<b>Беляев Б. А., Титов М. М., Тюрнев В. В.</b> Коэффициент связи нерегулярных микрополосковых резонаторов .....	722
<b>Двоян Г. В., Гулян А. Г., Мартиросян Р. М., Пирумян Г. А., Агаджанян А. С.</b> СВЧ поляриметр с синхронной регистрацией параметров Стокса .....	728
<b>Божков В. Г., Геннеберг В. А., Кукин Л. М., Федосеев Л. И.</b> Исследование характеристик преобразовательно-усилительных модулей 3-миллиметрового диапазона длин волн для многолучевых приёмных систем радиовидения.....	732
<b>Белоусов В. И., Денисов Г. Г., Чирков А. В.</b> Методы расчёта и управления параметрами собственных колебаний простейших двухзеркальных резонаторов .....	738
<b>Запевалов В. Е., Павельев А. Б., Хижняк В. И.</b> Экспериментальная проверка естественной схемы рекуперации энергии электронного пучка в коаксиальном гиротроне .....	747
<b>Памяти И. Л. Берштейна</b> .....	752

УДК 520.844:520.874.3:523.4-1/-8-327

## РАДИОЛОКАЦИОННАЯ ДЛИННОБАЗОВАЯ ИНТЕРФЕРОМЕТРИЯ: АНАЛИЗ ВОЗМОЖНОСТЕЙ ПРИМЕНЕНИЯ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ХАРАКТЕРИСТИК ВРАЩЕНИЯ ПЛАНЕТ

*В. А. Алексеев, Б. Н. Липатов, В. Э. Резникова*

Исследована возможность и описана методика определения параметров вращения планет при помощи радиолокационной длиннобазовой радиоинтерферометрии с использованием узкополосного зондирующего сигнала наземной передающей станции. Показано, что радиоинтерферометрический способ по сравнению с обычной радиолокацией даёт возможность достаточно точно определить практически мгновенные (усреднённые на мерном интервале в несколько месяцев) угловую скорость и ориентацию оси вращения планеты в пространстве. С помощью численного моделирования проведена оценка погрешностей эксперимента.

Радиолокационная длиннобазовая интерферометрия — новое в мировой практике направление — подразумевает дополнение обычной радиолокации тел солнечной системы (планет, астероидов, комет) сверхдлиннобазовой интерферометрией (РСДБ) сигналов, отражённых этими телами. Такое дополнение позволяет получить совершенно новый инструмент для трёхмерных измерений: радиолокатор обладает разрешением по дальности и радиальной скорости, а РСДБ — по углу и скорости изменения угла. Наличие нескольких приёмных пунктов РСДБ, разнесённых между собой на тысячи километров, позволяет получить примерно одинаковую линейную разрешающую способность ( $100 \div 300$  м) по всем трём пространственным координатам для планет земной группы.

Одним из аспектов применения локации методом РСДБ является определение параметров собственного вращения планет. Традиционные методы определения этих параметров с помощью обычной радиолокации требовали проведения многолетних экспериментов и подразумевали получение усреднённых за эти периоды значений. Так, по наблюдениям в течение восьмилетнего интервала [1] была сделана оценка периода вращения Венеры, который составил  $243,06 \pm 0,05$  земных суток. Ориентация оси вращения не уточнялась, углы наклона оси принимались равными  $\alpha = 273^\circ$ ,  $\delta = 66^\circ$  (по данным [2]).

Метод РСДБ-локации, применение которого для этой цели было предложено А. Л. Зайцевым и В. И. Холиным [3, 4], даёт возможность получения почти мгновенных, усреднённых лишь на мерном интервале в несколько месяцев, угловой скорости и ориентации оси вращения планет.

Идея определения параметров вращения небесного тела состоит в следующем. Результаты картографирования планет радиолокационным способом [5] свидетельствуют о наличии на их поверхности малоразмерных областей с аномальными отражающими характеристиками (светлых и тёмных участков). Выберем такой участок поверхности, чтобы его видимые угловые размеры были близки к максимальному разрешению интерферометра по углу. Таких участков может быть несколько. Они дадут аномальные выбросы или провалы в спектре интерференционного отклика на рассеянные сигналы и такие же эффекты на корреляционной огибающей. Предлагается отслеживать перемещение этих аномалий с течением времени, выделяя из траекторий их движения составляющие, ответственные за вращение их вокруг центра масс тела.

### 1. ОТКЛИК НАЗЕМНОЙ ИЗМЕРИТЕЛЬНОЙ СИСТЕМЫ НА РАССЕЯННЫЙ ТЕЛОМ ЗОНДИРУЮЩИЙ СИГНАЛ

Введём систему координат с началом отсчёта, совпадающим с центром Земли. Положение передающего и приёмного пунктов зададим векторами  $\mathbf{R}_0$  и  $\mathbf{R}_i$  соответственно. Положение центра масс

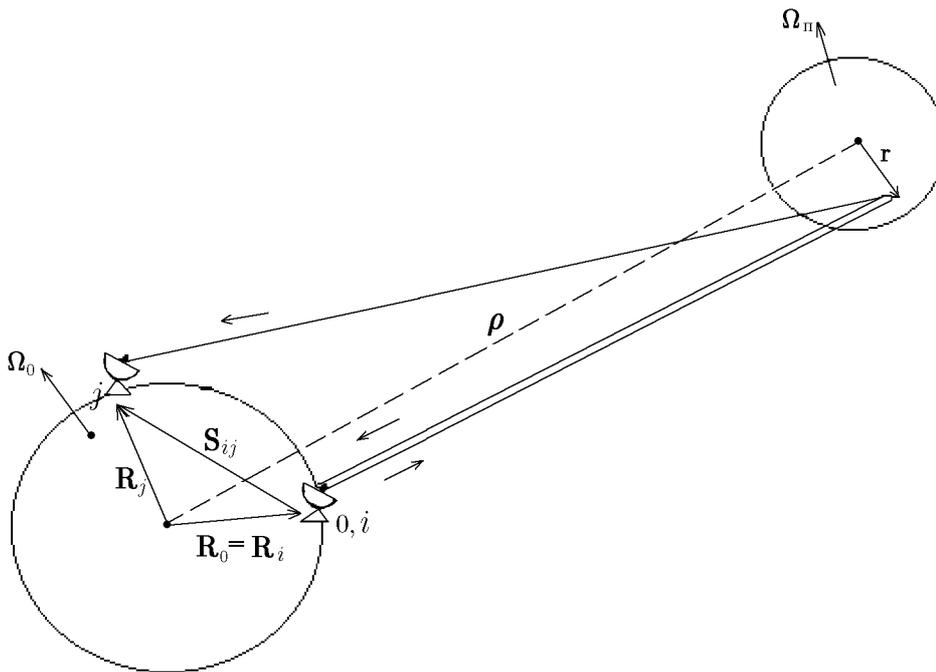


Рис. 1

объекта относительно геоцентра обозначим вектором  $\rho$ , а положение произвольной точки на поверхности объекта зададим вектором  $\mathbf{r}$ , проведённым в данную точку из центра масс объекта (рис. 1).

Зондирование объекта производится гармоническим сигналом частоты  $f_0$  из наземного передающего пункта  $\mathbf{R}_0$ :

$$S_0 \sim \exp(j2\pi f_0 t). \tag{1}$$

В приёмном пункте  $\mathbf{R}_i$  в момент времени  $t + (\tau_0 \uparrow + \tau_i \downarrow)$  принимается сигнал, рассеянный всей видимой поверхностью объекта:

$$S_i \sim \int_{\Delta r} A(\mathbf{r}) \exp \{j2\pi f_0 [t + (\tau_0 \uparrow + \tau_i \downarrow)]\} d\mathbf{r}, \tag{2}$$

где  $\tau_0 \uparrow$  — время распространения зондирующего сигнала от излучающей антенны до точки  $\mathbf{r}$  объекта,  $\tau_i \downarrow$  — время распространения рассеянного точкой  $\mathbf{r}$  сигнала до приёмного пункта  $\mathbf{R}_i$ ,  $A(\mathbf{r})$  — амплитуда сигнала, рассеянного точкой  $\mathbf{r}$  (в общем случае комплексная величина). Интегрирование производится по всем точкам видимой поверхности объекта  $\Delta r$ .

В приёмном пункте принятый и излучённый сигналы подвергаются взаимнокорреляционной обработке — перемножаются между собой с переменным временным сдвигом  $\tau$ . Затем производится фурье-анализ, при этом сигнал накапливается в течение времени  $T$  с вводимым переменным сдвигом по частоте  $f$ . В результате общий вид отклика системы в приёмном пункте  $\mathbf{R}_i$  имеет вид

$$V_{i0}(f, \tau) \sim \int_{\Delta r} A(\mathbf{r}) \exp \Phi_{i0} \text{sinc}[\pi T (f_0 \beta_i - f)] d\mathbf{r}, \tag{3}$$

где  $\Phi_{i0}$  — фазовый сдвиг сигналов,  $\beta_i$  — скорость изменения суммарной задержки ( $f_0 \beta_i$  — доплеровский сдвиг частоты принимаемого сигнала). Параметр  $\beta_i$  содержит, в частности, составляющие, связанные с положением и движением точки  $\mathbf{r}$  относительно центра масс небесного тела.

## 2. ОСНОВНЫЕ МЕТОДИЧЕСКИЕ СООТНОШЕНИЯ

Модель точечного аномального образования на планете зададим через  $\delta$ -функцию Дирака:

$$A(\mathbf{r}) = A^* \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}^*), \quad (4)$$

где  $\mathbf{r}^*$  и  $A^*$  характеризуют соответственно положение точки на планете и амплитуду рассеянного ею сигнала.

Проинтегрировав (3) с учётом (4), получим отклик на сигнал, отражённый от такого участка, в приёмном пункте  $\mathbf{R}_i$ :

$$V_{i0}^*(f, \tau) \sim A^* \exp \Phi_{i0}^* \operatorname{sinc}[\pi T (f_0 \beta_i^* - f)]. \quad (5)$$

Аналогичный отклик будет получен в  $j$ -м приёмном пункте. Для каждого из пунктов можно определить значения  $f_i^*$  и  $f_j^*$ , максимизирующие модули функций  $V_{i0}^*(f, \tau)$  и  $V_{j0}^*(f, \tau)$  для соответствующего аномального образования. Разность этих значений

$$F_{ij} = f_j^* - f_i^* \quad (6)$$

называется в радиоинтерферометрии частотой интерференции и является главной измеряемой величиной, которая функционально связана с положением  $\mathbf{r}^*$  аномальной области.

Отслеживая изменения  $F_{ij}$  во времени, можно определить искомые параметры вектора  $\boldsymbol{\Omega}_n$  угловой скорости вращения планеты, т. е. его длину  $\Omega_n$  и угловые координаты  $\alpha$  и  $\delta$  в исходной экваториальной системе координат  $x, y, z$  (рис. 2а).

Связь частоты интерференции  $F_{ij}$  с геометрическими параметрами — вектором базы интерферометра  $\mathbf{S}_{ij}$ , вектором угловой скорости вращения Земли  $\boldsymbol{\Omega}_0$ , расстоянием от геоцентра до центра масс планеты  $\rho$  и прицельным вектором  $\mathbf{r}_n^*$  — проекцией вектора  $\mathbf{r}^*$  на плоскость, перпендикулярную  $\boldsymbol{\rho}$  (рис. 2б), выражается основным методическим соотношением

$$c\rho (F_{ij} - F_{\text{цп}})/f_0 = (\mathbf{r}_n^*, [\boldsymbol{\Omega}_0, \mathbf{S}_{ij}]). \quad (7)$$

Здесь  $F_{\text{цп}}$  определяет вклад поступательного движения планеты (её центра масс) по орбите относительно Земли в частоту интерференции;  $c$  — скорость света.

Информация об искомым параметрах содержится в прицельном векторе  $\mathbf{r}_n^*$  с учётом его зависимости от времени. Разность  $F_{ij} - F_{\text{цп}}$  в левой части (7) представляет собой составляющую измеряемой частоты интерференции, ответственную за положение аномальной области и её движение относительно центра масс планеты. Для простоты изложения мы будем полагать, что составляющая частоты интерференции, ответственная за движение центра масс планеты, а также расстояние  $\rho$  могут быть рассчитаны с достаточной точностью по эфемеридным данным. Более точная процедура определения составляющей  $F_{ij} - F_{\text{цп}}$  может быть выполнена путём организации дифференциальных наблюдений методом РСДБ рассеянного планетой излучения и излучения близко расположенных на небе внегалактических радиоисточников (последовательно в одном сеансе), закрепляющих квазиинерциальную радиосистему координат.

Итак, левая часть формулы (7)  $K = c\rho (F_{ij} - F_{\text{цп}})/f_0$  является известной величиной:  $F_{ij}$  измеряется,  $\rho$  и  $F_{\text{цп}}$  рассчитываются,  $c$  и  $f_0$  — известные константы. Чтобы найти зависимость правой части (7) от интересующих нас параметров вектора  $\boldsymbol{\Omega}_n$ , определим сначала положение точки  $\mathbf{r}^*$  в планетоцентрической системе координат  $x', y', z'$  (рис. 2а), ось  $z'$  которой направлена по оси вращения тела, а ось  $x'$  лежит в плоскости векторов  $\boldsymbol{\Omega}_0$  и  $\boldsymbol{\Omega}_n$ :

$$\begin{aligned} r'_x &= a \cos[\Omega_n (t - t^*)], \\ r'_y &= a \sin[\Omega_n (t - t^*)], \\ r'_z &= b, \end{aligned} \quad (8)$$

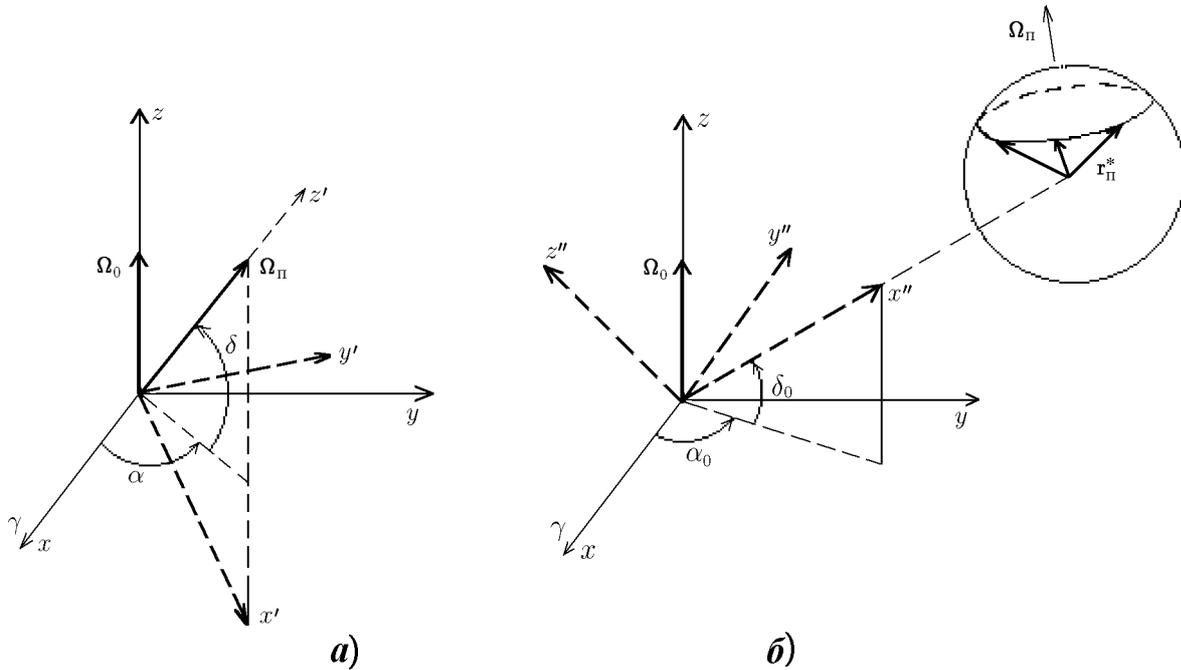


Рис. 2

где  $a$  и  $b$  — экваториальная и полярная составляющие вектора  $\mathbf{r}^*$ ,  $t^*$  — момент времени, в который точка пересекает нулевой меридиан системы  $x, y, z$ . Перейдя затем к промежуточной геоцентрической системе координат  $x'', y'', z''$  (рис. 2б), образованной путём поворота исходной системы  $x, y, z$  на углы  $\alpha_0$  и  $\delta_0$  (прямое восхождение и склонение центра масс планеты на момент наблюдений) таким образом, что ось  $x''$  направлена в центр зондируемой планеты, и учитывая, что  $\mathbf{r}_\Pi^* = \mathbf{r}^* - \mathbf{e}_\rho (\mathbf{e}_\rho, \mathbf{r}^*)$ , где  $\mathbf{e}_\rho$  — единичный вектор в направлении  $\rho$ , можно привести методическое соотношение (7) к простому виду

$$K = r''_{\Pi y} \Omega_0 S''_x + r''_{\Pi z} \Omega_0 S''_y \sin \delta_0, \tag{9}$$

где  $r''_{\Pi y}$  и  $r''_{\Pi z}$  — компоненты вектора  $\mathbf{r}_\Pi^*$  в системе  $x'', y'', z''$ ;  $S''_x$  и  $S''_y$  — компоненты вектора базы  $S_{ij}$  в той же системе координат.

Мы получили связь измеряемой величины  $F_\Pi$  с проекциями прицельного вектора  $\mathbf{r}_\Pi^*$ , которые в свою очередь связаны с искомыми величинами системой из двух уравнений с шестью неизвестными, среди которых, помимо интересующих нас  $\Omega_\Pi$ ,  $\alpha$  и  $\delta$ , имеются ещё три неизвестных, определяющих положение выбранной точки на планете:

$$\begin{aligned} r''_{\Pi y} &= a \sin(\alpha - \alpha_0) \sin \delta \cos[\Omega_\Pi (t - t^*)] + a \cos(\alpha - \alpha_0) \sin[\Omega_\Pi (t - t^*)] + b \sin(\alpha - \alpha_0) \cos \delta; \\ r''_{\Pi z} &= -a \sin \delta_0 \cos(\alpha - \alpha_0) \sin \delta \cos[\Omega_\Pi (t - t^*)] - a \cos \delta_0 \cos \delta \cos[\Omega_\Pi (t - t^*)] + \\ &\quad + a \sin \delta_0 \sin(\alpha - \alpha_0) \sin[\Omega_\Pi (t - t^*)] - b \sin \delta_0 \cos(\alpha - \alpha_0) \cos \delta + b \cos \delta_0 \sin \delta. \end{aligned} \tag{10}$$

### 3. ПРОЦЕДУРА ПРОВЕДЕНИЯ ИЗМЕРЕНИЙ

Из соотношения (9) видно, что раздельно определить величины  $r''_{\Pi y}$  и  $r''_{\Pi z}$  можно, делая минимум два измерения частоты интерференции  $F_\Pi$  (имея два значения  $K$ ) при отличающихся параметрах  $S''_x$  и

$S_y''$  базовой линии. Это можно осуществить двумя путями: 1) производя два последовательных измерения на одной базовой линии с интервалом в несколько часов, используя изменение  $S_x''$  и  $S_y''$  за счёт вращения Земли; 2) делая одновременно измерения на двух различных по длине и ориентации базовых линиях (для быстро вращающихся планет типа Марса). Тем самым получим систему из двух уравнений типа (9), из которой легко определить величины  $r_{ny}''$  и  $r_{nz}''$ , при условии  $\delta_0 \neq 0$ . Очевидно, что эту процедуру необходимо повторить ещё минимум дважды, чтобы получить систему из шести уравнений, разрешимую относительно шести неизвестных.

Исходя из сказанного, процедура проведения измерений при минимальном наборе измерительных данных представляется следующей. Для одной базовой линии проводится пара измерений  $F_n$  с интервалом 2–4 часа либо частота интерференции измеряется одновременно на двух базовых линиях. Такой сеанс наблюдений повторяется ещё дважды с интервалами 1–2 месяца (время, за которое существенно изменится видимая ориентация вектора  $\Omega_n$ ). На основе шести измерений получаем систему из шести уравнений с шестью неизвестными, которая решается методом наименьших квадратов последовательными приближениями, для чего система предварительно линеаризуется.

Число условных уравнений в системе будет больше, если увеличить количество сеансов наблюдений, число задействованных в эксперименте приёмных пунктов и отслеживать более одной аномальной области на планете, что в результате приведёт к повышению точности определения неизвестных.

#### 4. ОЦЕНКА ПОГРЕШНОСТЕЙ ЭКСПЕРИМЕНТА С ПОМОЩЬЮ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Для оценки формальных погрешностей определения параметров вращения планет нами была разработана программа, осуществляющая численное моделирование реальных экспериментов по локации планет методом РСДБ. С целью оптимизации процедуры наблюдений программа позволяет варьировать следующие параметры: число приёмных пунктов (от одного до четырёх) и их координаты, количество и дату проведения сеансов наблюдений, интервалы между ними, число аномальных участков и их положение на планете. В зависимости от сочетания варьируемых в программе параметров число условных уравнений системы менялось от 6 до 180.

Среднеквадратическую ошибку определения величины  $K$  получим из основного методического соотношения (7), полагая, что величины  $\rho$  и  $F_{\text{цп}}$  вычисляются с пренебрежимо малой погрешностью:

$$\sigma K = \rho(t)c\sigma_{F_n}/f_0. \quad (11)$$

Погрешность  $\sigma_{F_n}$  измерения частоты интерференции обусловлена двумя главными факторами: аппаратной ошибкой  $\sigma_{\text{ап}} \approx (\text{Ш/С})/T$ , где Ш/С — отношение среднеквадратичной мощности шума к мощности полезного сигнала на выходе интерферометра,  $T$  — время накопления энергии отражённого сигнала, и ошибками  $\sigma_{\text{пр}}$ , связанными с относительными фазовыми флуктуациями на трассах распространения сигналов:

$$\sigma_{F_n} \sim \sqrt{\sigma_{\text{ап}}^2 + \sigma_{\text{пр}}^2}. \quad (12)$$

Величину  $\sigma_{\text{ап}}$  можно оценить из соотношения

$$\sigma_{\text{ап}} \approx \frac{1}{T} \sqrt{\frac{2\pi\lambda^2\rho^4kT_{\text{ш}}}{P_{\text{п}}T A_{\text{изл}}A_{\text{пр}}\sigma}}, \quad (13)$$

где  $\lambda$  — длина волны излучения,  $T_{\text{ш}}$  — шумовая температура приёмной системы,  $k$  — постоянная Больцмана,  $P_{\text{п}}$  — мощность излучаемого сигнала,  $A_{\text{изл}}$  и  $A_{\text{пр}}$  — эффективные площади излучающей и приёмной антенн,  $\sigma$  — эффективная площадь сечения рассеивающей области на планете.

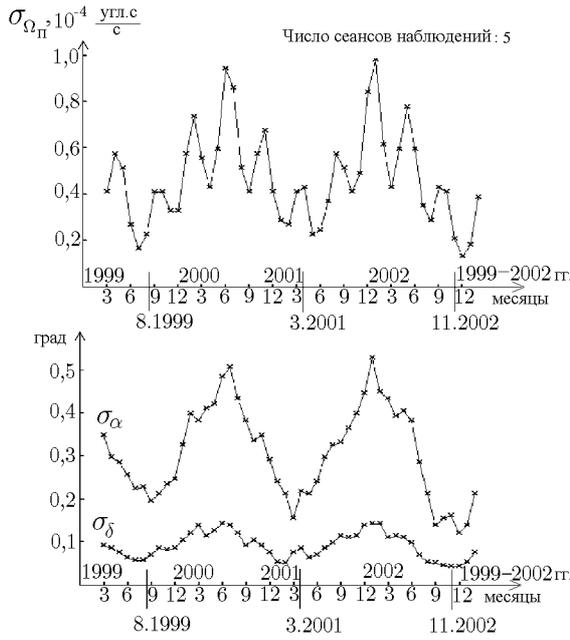


Рис. 3

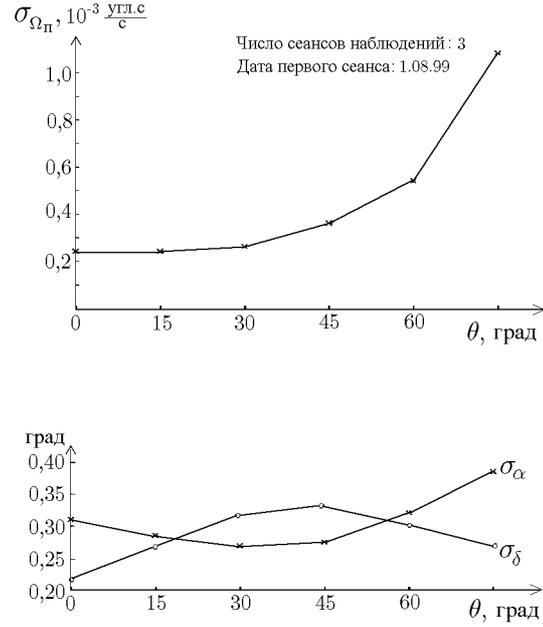


Рис. 4

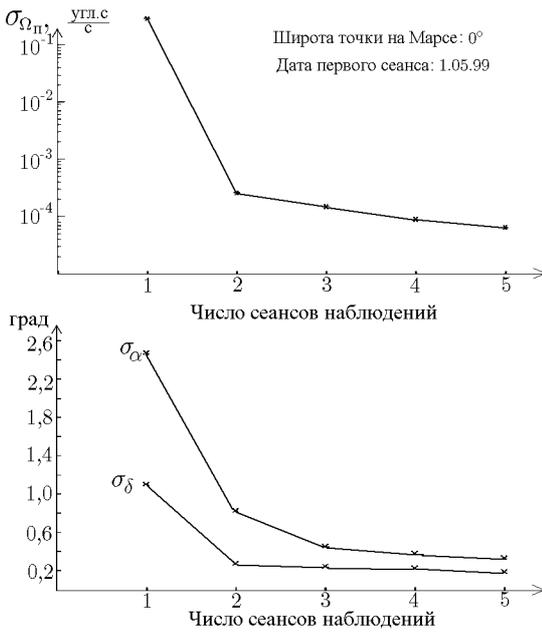


Рис. 5

В наших оценках мы исходили из параметров планетного локатора в Евпатории ( $P_{\pi} \sim 150$  кВт,  $A_{\text{изл}} \sim 2000$  м<sup>2</sup>,  $\lambda_{\text{пр}} = 6$  см), приёмных антенн РТ-70 в Уссурийске и Евпатории, РТ-64 в Медвежьих Озёрах и РТ-32 в Светлом ( $A_{\text{пр}} \sim 2000, 1800$  и  $400$  м<sup>2</sup>,  $T_{\text{ш}} \sim 40$  К) и полагали, что локальная рассеивающая область имеет эффективную площадь порядка  $10$  км<sup>2</sup>. При этом расстояние  $\rho$  по мере движения планет по орбите может меняться в широких пределах ( $40 \div 260$  Гм для Венеры,  $56 \div 380$  Гм для Марса). Частотную ошибку, связанную с флуктуациями фазы сигналов на трассе их распространения, мы принимали равной  $\sigma_{\text{пр}} \sim 3 \cdot 10^{-4}$  Гц, полагая, что она вызвана в основном тропосферой Земли [6], поскольку влияние неоднородностей ионосферы Земли и солнечного ветра в сантиметровом диапазоне длин волн сравнительно мало, а фазовые возмущения в атмосферах планет взаимно коррелированы для прямого и отражённого сигналов, т. к. трассы их распространения практически совпадают.

Оценки, сделанные с помощью численного моделирования, показали, что при проведении эксперимента на базе Евпатория—Уссурийск по наблюдению Марса на мерном интервале 2 месяца достижима следующая точность измерений:  $\sigma_{\alpha} = 0,1^{\circ}$ ;  $\sigma_{\delta} = 0,2^{\circ}$ ;  $\sigma_{\Omega_{\pi}} = 5 \cdot 10^{-10}$  рад/с, что соответствует погрешности определения периода его вращения  $\sigma_T = 0,3$  с.

Аналогичные оценки для наблюдений Венеры при мерном интервале 4 месяца для 2-х выбран-

ных точек на той же базе дают  $\sigma_\alpha = 0,2^\circ$ ;  $\sigma_\delta = 0,1^\circ$ ;  $\sigma_{\Omega_{\text{п}}} = 8 \cdot 10^{-11}$  рад/с. Как правило, минимальные ошибки измерений будут достигаться при проведении наблюдений вблизи нижнего соединения для Венеры и противостояния для Марса, когда расстояния до них минимальны.

Пример расчёта формальных погрешностей  $\sigma_{\Omega_{\text{п}}}$ ,  $\sigma_\alpha$ ,  $\sigma_\delta$  для Венеры, сделанный на 4 года (1999–2002 гг.) приведён на рис. 3. В смоделированном эксперименте сопровождалась две точки с широтами  $0^\circ$  и  $30^\circ$ . На оси времени нанесены моменты нижних соединений Венеры с Солнцем.

Зависимости  $\sigma_{\Omega_{\text{п}}}$ ,  $\sigma_\alpha$ ,  $\sigma_\delta$  от широты  $\theta$  выбранной на Марсе точки показаны на рис. 4.

Рис. 5 демонстрирует зависимость этих ошибок от числа сеансов наблюдений (на примере Марса). Один сеанс состоит из шести измерений частоты интерференции  $F_{\text{и}}$  с интервалом 2 часа. Интервал между сеансами — 1 месяц.

Для получения приведённых выше зависимостей в расчётах использовались следующие базы: Евпатория—Усурийск, длина 6 896 км; Евпатория—Медвежьи Озёра (Москва), длина 1 232 км; Евпатория—Светлое (Санкт-Петербург), длина 1 717 км.

Работа выполнена в целях поддержки планируемых экспериментов по локации методом РСДБ в рамках проекта 1.9.4.3 ГНТП «Астрономия».

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Головкин В. К., Кузнецов Б. И., Петров Г. М., Хасянов А. Ф. // Астрон. ж. 1976. Т. 53, вып. 2.
2. Carpenter R. L. // Astron. J. 1970. V. 75, № 1. P. 61.
3. Холин И. В. // Изв. вуз. Радиофизика. 1992. Т. 35, № 5. С. 433.
4. Holin G.V., Zaitsev A.L. // Тез. докл. конф. «Современные проблемы теоретической астрономии». С.-Петербург, 1996.
5. Alan E. E. // Radio Sci. V. 5, № 2. P. 425.
6. Губанов В. С., Финкельштейн А. М., Фридман П. А. Введение в радиоастрометрию. — М.: Наука, 1983.

Научно-исследовательский  
радиофизический институт,  
г. Нижний Новгород, Россия

Поступила в редакцию  
27 апреля 2000 г.

#### RADAR-VLBI METHOD: THE ANALYSIS OF ITS CAPABILITIES FOR DETERMINATION OF PLANET-ROTATION PARAMETERS

*V. A. Alekseev, B. N. Lipatov, and V. A. Reznikova*

We study the possibility and describe the technique of determination of planet spin vector using the Radar Very-Long Baseline Interferometry. In this method, a narrow-band sounding signal of a ground-based transmitting station is used. It is shown that, compared to usual clean-radar techniques, the radio interferometric method allows one to determine almost “instant” values (averaged over an observation interval of a few months) of the angular velocity and spin vector of a planet. The experimental errors are estimated using the numerical modeling.

*V. A. Алексеев, Б. Н. Липатов, В. Э. Резникова*

УДК 550.388.2

## О ВАРИАЦИЯХ ХАРАКТЕРИСТИК КВ СИГНАЛА НА ТРАССЕ НАКЛОННОГО ЗОНДИРОВАНИЯ ВО ВРЕМЯ СОЛНЕЧНОГО ЗАТМЕНИЯ 11 АВГУСТА 1999 Г.

*В. П. Урядов, А. М. Леонов, А. А. Понятов, Г. Н. Бойко, С. П. Терентьев*

Представлены результаты измерений характеристик КВ сигнала на трассе Прага—Нижний Новгород во время затмения 11 августа 1999 г. Получено, что днём во время затмения с фазой покрытия около 68÷85 % происходило увеличение на 10 дБ амплитуды КВ сигнала и рост частоты квазипериодических замираний. Дана интерпретация наблюдаемых эффектов. На основе моделирования показано, что рост амплитуды связан с уменьшением потерь на поглощение вследствие уменьшения на 30÷45 % электронной концентрации в слоях *D* и *E* ионосферы, а увеличение частоты флуктуаций обусловлено биениями интерферирующих мод, имеющих различные доплеровские смещения частоты в результате вариаций фазовых путей во время экранировки Луной солнечного излучения. Получена оценка темпа изменения электронной концентрации во время затмения  $dN/dt \sim (2\div 2,5) \cdot 10^2 \text{ см}^{-3}\text{с}^{-1}$ .

### ВВЕДЕНИЕ

Солнечные затмения представляют уникальную возможность для исследования динамики ионосферных процессов, обусловленных взаимодействием солнечного излучения с верхней атмосферой Земли. Экранировка Луной солнечного излучения приводит к изменению баланса ионизации в относительно небольшой области на пути движения лунной тени. Реакция ионосферы на резкое выключение и включение источника ионизации проявляется в уменьшении электронной концентрации в *D*, *E* и *F* областях, появляются дополнительные ионосферные наклоны. Согласно теории [1] движение лунной тени со сверхзвуковой скоростью в атмосфере Земли является источником акустико-гравитационных волн. Изучение этого эффекта представляет значительный научный интерес с точки зрения моделирования волновых процессов в условиях контролируемых вариаций потока солнечной радиации. Радиоволны, проходящие через область затмения в ионосфере, будут испытывать вариации угла прихода, амплитуды и доплеровского смещения частоты. Регистрация и анализ этих эффектов в сочетании с моделированием имеют важное значение для тестирования и уточнения существующих моделей ионосферы. В настоящей работе представлены результаты измерений динамических характеристик КВ сигнала на трассе наклонного зондирования (НЗ) во время затмения 11 августа 1999 г. и проведено моделирование наблюдаемых эффектов.

### РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТА И МОДЕЛИРОВАНИЯ

Наблюдения проводились на трассе Прага—Нижний Новгород протяжённостью около 2000 км в день затмения 11 августа 1999 г. и в контрольные дни 9, 10, 12 и 13 августа с 9:00 до 13:00 UT. Регистрировалась амплитуда сигнала радиовещательной станции Праги ( $f = 11\,885$  кГц). В качестве приёмной антенны использовался вертикальный штырь, максимум диаграммы направленности которого составляет угол приблизительно  $20^\circ$  с горизонтом [2]. В Европе полоса лунной тени перемещалась от южной Англии и проходила через северо-восток Франции, южную Германию, Австрию и Румынию. Трасса НЗ проходила в полосе затмения с фазой покрытия около 68÷85 %.

Из экспериментов по наблюдению затмения [3–5] известно, что реакция ионосферы на солнечное затмение зависит от геофизических условий: наличие сильных геомагнитных возмущений может

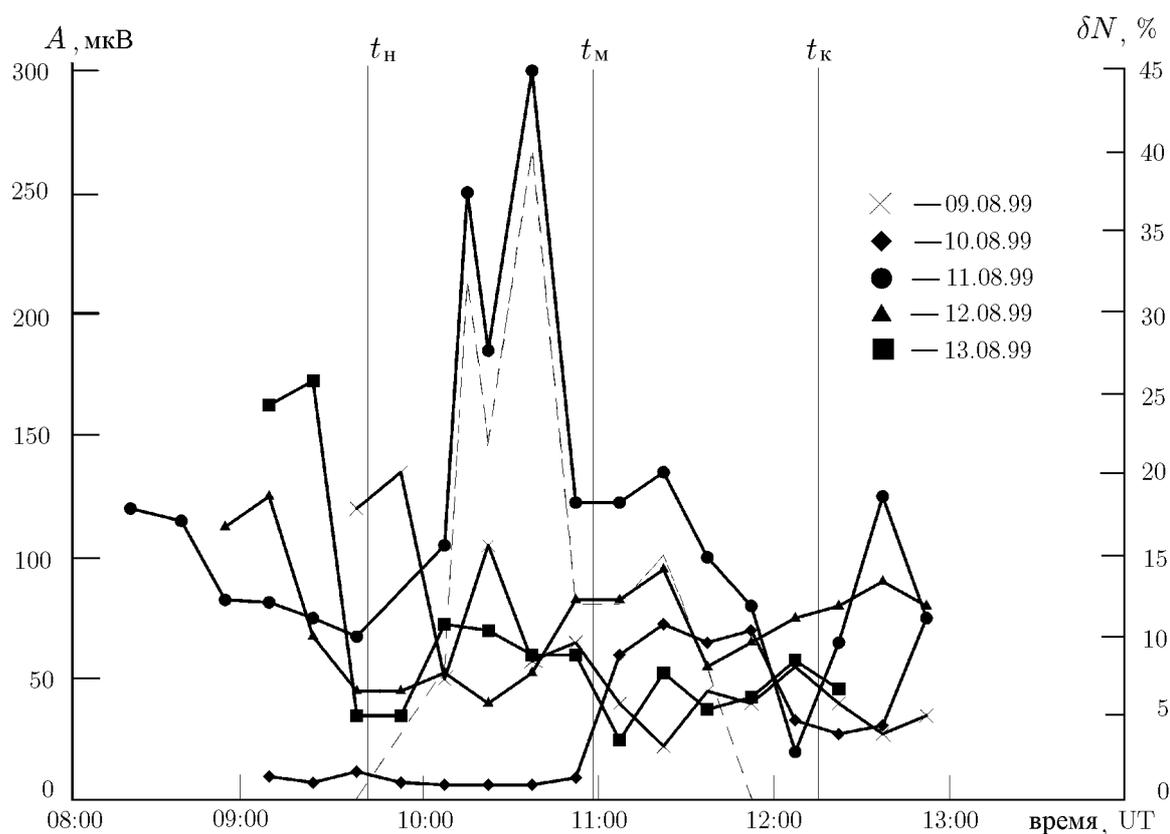


Рис. 1. Временной ход амплитуды сигнала в день затмения 11.08.99 и в контрольные дни на трассе Прага—Нижний Новгород,  $f = 11\,885$  кГц; пунктирная линия — расчётные данные

маскировать эффекты солнечного затмения. Первый день измерений, 9 августа, характеризовался повышенной магнитной активностью ( $\Sigma K_p = 27$ ), в остальные дни, включая день затмения, отмечалась умеренно-спокойная геофизическая обстановка: 10 августа  $\Sigma K_p = 15$ , 11 августа  $\Sigma K_p = 18$ , 12 августа  $\Sigma K_p = 21$ , 13 августа  $\Sigma K_p = 20$ . Эффект солнечного затмения наиболее ярко проявился в увеличении амплитуды принимаемого сигнала. На рис. 1 показан временной ход амплитуды сигнала во время затмения и в контрольные дни. Вертикальными линиями на рисунках отмечены начало ( $t_n$ ), окончание ( $t_k$ ) и момент максимального покрытия ( $t_m$ ) для средней точки трассы на высоте ионосферы ( $h = 100$  км). Выбор этой точки в качестве реперной связан с тем обстоятельством, что мы наблюдаем суммарное влияние пространственного эффекта затмения на протяжённой трассе НЗ. Из рисунка видно, что во время затмения произошло резкое увеличение амплитуды сигнала, достигающее почти 10 дБ. Временной интервал эффекта усиления амплитуды составляет около 50 минут. Момент максимального усиления амплитуды опережает примерно на 20–25 минут момент максимального покрытия тенью средней точки трассы. По-видимому, это связано с тем обстоятельством, что на первой половине трассы, расположенной ближе к передатчику, затмение наступает раньше и фаза покрытия больше (на первой половине трассы фаза приблизительно  $77 \div 85$  %, на второй —  $68 \div 77$  %).

При интерпретации эффекта увеличения амплитуды сигнала необходимо иметь в виду, что затмение происходило днём (с 10 до 12 UT). Поэтому данный эффект естественно связать с уменьшением потерь на поглощение из-за уменьшения электронной концентрации в поглощающих слоях  $D$  и  $E$  ионосферы во время экранировки Луной солнечного излучения. Отметим, что определённый вклад в увеличение амплитуды принимаемого сигнала может давать фокусировка радиоволн на крупномасштабном воз-

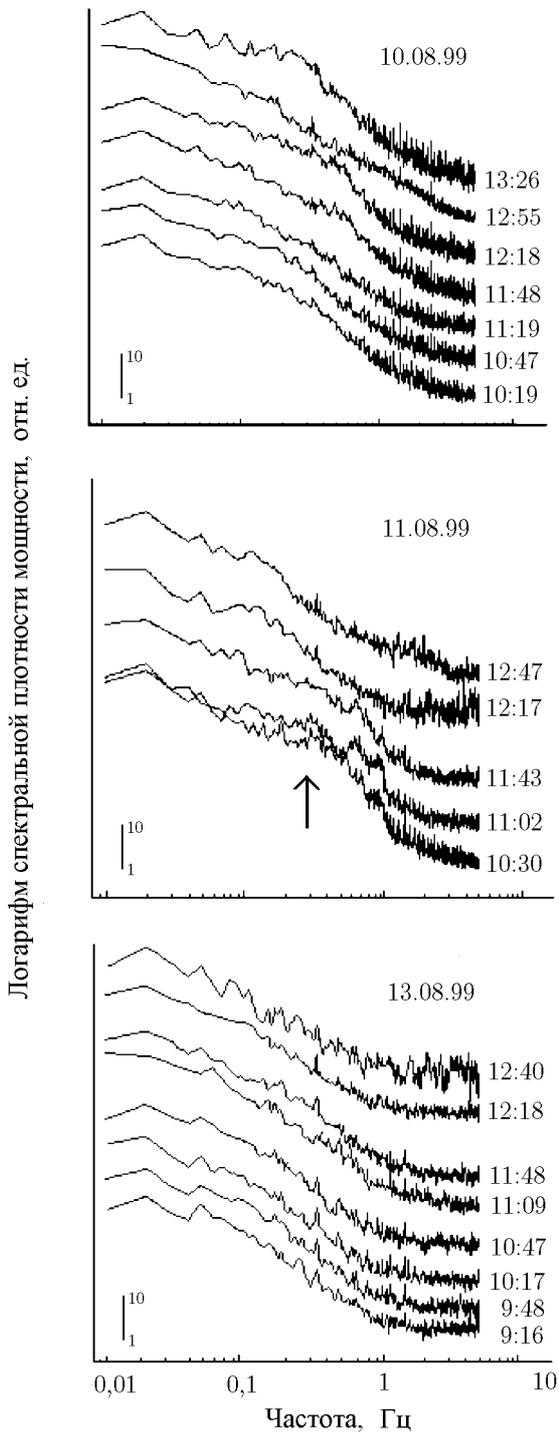


Рис. 2. Спектры амплитуды КВ сигнала на трассе Прага—Нижний Новгород

глобальной модели ионосферы IRI-90 без учёта магнитного поля. Ионограмма рассчитывалась с учётом энергетических характеристик сигнала. Моды, амплитуды которых не превышали порог 8 дБ относительно уровня сигнала с максимальной амплитудой, не наносились на график (это моды 1E и 2E,

мушении электронной концентрации при движении лунной тени вдоль трассы распространения. Для оценки степени уменьшения электронной концентрации проводилось численное моделирование амплитуды сигнала в соответствии с экспериментальной зависимостью временного хода амплитуды во время затмения. В расчётах использовалась глобальная модель ионосферы IRI-90. Ионосферные параметры корректировались по станции Чилтон вблизи Лондона, полученным по сети Интернет, и по данным ЛЧМ зондирования на трассе Йошкар-Ола—Нижний Новгород. Результаты расчёта представлены на рис. 1 пунктирной линией (шкала относительного уменьшения электронной концентрации  $\delta N$  приведена справа). Из рисунка видно, что на разных стадиях покрытия тенью Луны трассы распространения уменьшение электронной концентрации изменяется от 10 до 45 % (во время максимального эффекта). При этом достигается хорошее совпадение экспериментальных и расчётных данных.

Второй эффект, наблюдавшийся во время затмения, — это изменение характера флуктуаций принимаемых сигналов. Замирания сигнала были квазипериодические, частота флуктуаций возрастала в 1,5–2 раза, а глубина замираний была близка к единице. Для анализа этого эффекта проводился расчёт спектра флуктуаций на основе автокорреляционной функции амплитуды сигнала. На рис. 2 представлены примеры спектров, рассчитанные для измерений в день затмения и в контрольные дни в различные моменты времени. Как видно из рисунков, во время затмения ( $t = 10:30$  UT) имеет место усиление спектральных составляющих в интервале частот  $0,3 \div 0,7$  Гц (отмечен стрелкой).

Эффект увеличения частоты квазипериодических флуктуаций амплитуды сигнала во время затмения мы связываем с интерференцией различных мод сигнала, несущие частоты которых имеют доплеровский сдвиг из-за вариаций фазовых путей. Для анализа модовой структуры сигнала проводился расчёт ионограмм. На рис. 3 показана ионограмма НЗ на трассе Прага—Нижний Новгород, рассчитанная по

уровень которых не достигал порога вследствие низкой эффективности антенн при малых углах излучения/приёма (около  $3 \div 8^\circ$ ) и относительно больших потерь на поглощение по сравнению с модами  $1F$  и  $2F$ ). Из рис. 3 видно, что для частоты  $f = 11\,885$  кГц реализуется двухмодовое распространение нижним и верхним лучами моды  $1F$ .\*

Для такой модели распространения при сложении двух квазимонохроматических сигналов с амплитудами  $A_1$  и  $A_2$  и близкими частотами  $\omega_1$  и  $\omega_2$  результирующая амплитуда имеет вид [6]

$$A(t) = A_1 [1 + m^2 + 2m \cos(\Delta\omega t)]^{1/2}, \quad (1)$$

где  $m = A_2/A_1$ ,  $\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1$ .

Для каждой моды доплеровское смещение частоты записывается в виде [7]

$$f_d = -\frac{f}{c} \frac{d}{dt} \int n ds, \quad (2)$$

где интегрирование проводится вдоль траектории луча,  $c$  — скорость света. Пренебрегая влиянием магнитного поля для изотропной плазмы с показателем преломления  $n = (1 - \alpha_0 N/f^2)^{1/2}$ , получим

$$f_d = -\frac{f}{c} \int \frac{\partial n}{\partial N} \frac{\partial N}{\partial t} ds = \frac{\alpha_0}{2cf} \int \frac{\partial N}{\partial t} \frac{ds}{n}. \quad (3)$$

В дальнейшем для оценок будем полагать, что  $\partial N/\partial t$  не изменяется с высотой. Отметим, что измерения во время солнечных вспышек, сопровождающихся увеличением электронной концентрации, также дают зависимость  $\partial N/\partial t = \text{const}$  [8]. Тогда

$$f_d = \frac{\alpha_0}{2cf} \frac{\partial N}{\partial t} (P_{\text{гр}})_{\text{ион}}, \quad (4)$$

где  $(P_{\text{гр}})_{\text{ион}}$  — групповой путь для ионосферного участка трассы зондирования между передатчиком и приёмником.

Таким образом, в случае двухмодового распространения нижним и верхним лучами для разницы доплеровских частот имеем

$$\Delta f = f_{d1} - f_{d2} = \frac{\alpha_0}{2cf} \frac{\partial N}{\partial t} [(P_{\text{гр}1} - P_{\text{гр}2})_{\text{ион}}]. \quad (5)$$

С помощью соотношения (5) по наблюдаемой разности доплеровских частот можно оценить усреднённое по высоте ионосферного слоя вдоль траектории луча изменение электронной концентрации  $\partial N/\partial t$ . Эта величина имеет важное значение при изучении баланса ионизации и динамики ионосферных процессов. При проведении оценки следует учитывать соотношение амплитуд интерферирующих мод. Как видно из (1), при условии  $m \ll 1$   $A(t) \simeq A_1 [1 + m \cos(\Delta\omega t)]$ , в то время как при  $m \simeq 1$   $A(t) \simeq 2A_1 \cos(\Delta\omega t/2)$ . Согласно экспериментальным данным и расчётам амплитуды интерферирующих мод близки между собой ( $m \simeq 1$ ). В этих условиях

$$(\Delta f_d)_{\text{экс}} = \frac{\Delta f}{2} = \frac{\alpha_0}{4cf} \frac{\partial N}{\partial t} [(P_{\text{гр}1} - P_{\text{гр}2})_{\text{ион}}]. \quad (6)$$

\* Заметим, что магнитоионное расщепление сигнала на обыкновенную и необыкновенную компоненты может приводить к увеличению числа интерферирующих мод до трёх—четырёх и уширению спектра амплитуды огибающей сигнала.

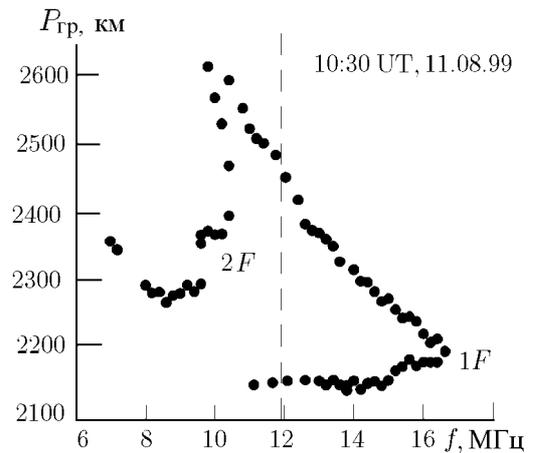


Рис. 3. Расчётная ионограмма наклонного зондирования на трассе Прага—Нижний Новгород

Оценку величины  $\partial N/\partial t$  сделаем для момента времени 10:30 UT, когда влияние затмения на характеристики КВ сигналов было наибольшим. Пренебрегая различием внеионосферных частей  $P_{\text{гр}}$  для нижнего и верхнего лучей, сомножитель в квадратных скобках в (6) берём из расчётных ионограмм, представленных на рис. 3. Для значений  $(\Delta f_{\text{д}})_{\text{экср}} = 0,4 \div 0,5$  Гц и  $(\Delta P)_{\text{расч}} \sim 325$  км получаем  $\partial N/\partial t \sim (2 \div 2,5) \cdot 10^2 \text{ см}^{-3} \text{ с}^{-1}$ . Эта оценка согласуется с результатами измерений  $\partial N/\partial t$  в экспериментах по наблюдению воздействия солнечных вспышек на ионосферную плазму [9].

### ВЫВОДЫ

Результаты исследования влияния солнечного затмения на характеристики КВ сигнала на протяжённой трассе НЗ с фазой покрытия трассы  $68 \div 85$  % состоят в следующем.

1) Во время затмения уменьшение электронной концентрации в нижней ионосфере (в слоях  $D$  и  $E$ ) достигает 45 %.

2) Оценка динамики изменения электронной концентрации, сделанная на основе измерения разности доплеровских частот многомодового сигнала, даёт усреднённое по высоте ионосферного слоя значение  $\partial N/\partial t \sim (2 \div 2,5) \cdot 10^2 \text{ см}^{-3} \text{ с}^{-1}$ .

В заключение заметим, что для детального изучения эффектов солнечного затмения необходимо проведение комплексных исследований, сочетающих различные методы наблюдений. Полномасштабные исследования позволят получить широкий набор ключевых параметров, описывающих ионосферные процессы в условиях контролируемых вариаций солнечного излучения.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект Э 98–02–16023).

### ЛИТЕРАТУРА

1. Chimonas G., Hines C. O. // J. Geophys. Res. 1970. V. 75. P. 875.
2. Айзенберг Г. З., Белоусов С. П., Журбенко Э. М. и др. Коротковолновые антенны. — М.: Радио и связь, 1985. — 536 с.
3. Butcher E. C., Downing A. M., Cole K. D. // J. Atm. Terr. Phys. 1979. V. 41. P. 439.
4. Ivanov V. A., Ryabova N. V., Shumaev V. V., Uryadov V. P. et al. // J. Atm. Solar-Terr. Phys. 1998. V. 60. P. 1013.
5. Жеребцов Г. А., Медведев А. В., Потехин А. П., Шпынев Б. Г. // Исследования по геомагнетизму, аэрономии и физике Солнца. 1998. Вып. 109. Ч. I. С. 46.
6. Гоноровский И. С. Радиотехнические цепи и сигналы. — М.: Сов. радио, 1971. — 672 с.
7. Дэвис К. Радиоволны в ионосфере. — М.: Мир, 1973. — 502 с.
8. Намазов С. А., Новиков В. Д., Хмельницкий И. А. // Изв. вуз. Радиофизика. 1975. Т. 18, Э4. С. 473.
9. Agy V., Baker D. M., Jones R. M. // NBS Tech. Note. 1965. P. 306.

Научно-исследовательский  
радиофизический институт,  
г. Нижний Новгород, Россия

Поступила в редакцию  
29 марта 2000 г.

**VARIATIONS IN THE CHARACTERISTICS OF A HF SIGNAL OVER AN OBLIQUE SOUNDING PATH  
DURING THE SOLAR ECLIPSE ON AUGUST 11, 1999**

*V. P. Uryadov, A. M. Leonov, A. A. Ponyatov, G. N. Boiko, S. P. Terent'ev*

We present the results of measurements of HF-signal characteristics over the Praga – Nizhny Novgorod path during the solar eclipse on August 11, 1999. A 10-dB increase in the HF-signal amplitude and an increase in the frequency of quasiperiodic fading were observed during daytime in the course of the eclipse with phase  $\sim 68 \div 85\%$ . The interpretation of the effects observed is given. On the basis of simulation, we show that the increase in the amplitude is related to the decrease in absorption losses which are caused by the corresponding decrease in the electron density in low *D*- and *E*-layers by about  $30 \div 45\%$ . At the same time, the increase in the frequency fading is stipulated by beating of the modes having different Doppler shifts, which occurs due to phase-path variations during the eclipse. We obtain an estimate for the rate of electron-density variation during the eclipse:  $dN/dt \sim (2 \div 2.5) \cdot 10^2 \text{ cm}^{-3} \text{ s}^{-1}$ .

## НИЗКОЧАСТОТНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ ОСЕСИММЕТРИЧНОГО ТОКА В ИОНОСФЕРНОЙ ПЛАЗМЕ

*И. Ю. Сергеев, В. М. Сорокин, А. К. Яценко*

Рассмотрена задача об излучении и распространении низкочастотных электромагнитных волн в однородной ионосферной плазме с проводимостями Холла и Педерсена, генерируемых осесимметричным током. Получено аналитическое выражение для полей, вызванных импульсным радиальным и кольцевым током. Показано, что электромагнитное излучение распространяется волной внутри конуса вдоль магнитного поля. Вне конуса поле распространяется по закону диффузии. Пространственно-временные характеристики сигнала определяются проводимостями ионосферы.

### ВВЕДЕНИЕ

При проведении активных экспериментов в ионосфере, например со взрывной инъекцией легко ионизируемых элементов, наблюдаются низкочастотные электромагнитные импульсные сигналы [1, 2]. Для интерпретации данных наблюдения в работе [3] рассмотрены пространственно-временные характеристики импульсов низкочастотных электромагнитных волн в ионосферной плазме, распространяющихся под углом к геомагнитному полю. Проведён расчёт импульсной функции плоских волн. Показано, что импульсная функция имеет осциллирующий характер. Форма огибающей импульса определяется проводимостью Педерсена, а период осцилляций зависит от проводимостей Холла и Педерсена. Период возрастает с увеличением расстояния и угла между направлением распространения и геомагнитным полем, изменяясь в интервале  $0,01 \div 1$  с. В реальной ситуации, однако, излучателем является ограниченный в пространстве ток. Как показано в работе [4], ударная волна в ионосфере формирует аксиально-симметричные излучающие токи. В [4] также получены характеристики низкочастотного импульсного излучения таких токов без учёта проводимости Холла. Ниже рассмотрено низкочастотное электромагнитное излучение импульсных аксиально-симметричных токов в ионосфере при произвольном соотношении между проводимостями Холла и Педерсена.

### 1. ИМПУЛЬСНАЯ ФУНКЦИЯ ОСЕСИММЕТРИЧНОГО ТОКА

Возмущение магнитного поля  $\mathbf{B}$  и электрическое поле  $\mathbf{E}$  в ионосферной плазме определяется из квазистационарных уравнений Максвелла:

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \quad \operatorname{rot} \mathbf{B} = \frac{4\pi}{c} (\hat{\sigma} \mathbf{E} + \mathbf{j}),$$

где  $\mathbf{j}$  — сторонний ток,  $\hat{\sigma}$  — тензор проводимости ионосферной плазмы,  $c$  — скорость света. Элементами тензора являются  $\sigma_{\parallel}$ ,  $\sigma_{\text{P}}$  и  $\sigma_{\text{H}}$  — продольная проводимость и проводимости Педерсена и Холла соответственно. В ионосфере выполняется неравенство  $\sigma_{\parallel} \gg \{\sigma_{\text{P}}, \sigma_{\text{H}}\}$ , используя которое, будем полагать равным нулю продольное электрическое поле и плотность заряда во всём пространстве. Введём векторный потенциал по формулам

$$\mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t}, \quad \mathbf{B} = \operatorname{rot} \mathbf{A}.$$

В цилиндрической системе координат  $(\rho, \phi, z)$ , применяя преобразование Фурье по  $z, t$  и преобразование Ганкеля первого порядка по  $\rho$ , из уравнений Максвелла и закона Ома для компонент потенциала получим

$$\begin{aligned} \left(\frac{i\omega}{\nu} - k^2\right) A_\rho(\gamma, k, \omega) + \frac{i\omega}{\nu} g A_\phi(\gamma, k, \omega) &= -\frac{4\pi}{c} j_\rho(\gamma, k, \omega), \\ -\frac{i\omega}{\nu} g A_\rho(\gamma, k, \omega) + \left(\frac{i\omega}{\nu} - k^2 - \gamma^2\right) A_\phi(\gamma, k, \omega) &= -\frac{4\pi}{c} j_\phi(\gamma, k, \omega), \end{aligned}$$

где  $\nu = c^2/4\pi\sigma_P$ ,  $g = \sigma_H/\sigma_P$ ,

$$\begin{aligned} \mathbf{A}(\gamma, k, \omega) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \exp(i\omega t) \int_{-\infty}^{+\infty} \exp(ikz) \int_0^\infty \rho J_1(\gamma\rho) A(\rho, z, t) d\rho dz dt, \\ \mathbf{j}(\gamma, k, \omega) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \exp(i\omega t) \int_{-\infty}^{+\infty} \exp(ikz) \int_0^\infty \rho J_1(\gamma\rho) \mathbf{j}(\rho, z, t) d\rho dz dt. \end{aligned}$$

Здесь  $J_1$  — функция Бесселя первого порядка. Решая эту систему относительно  $A_\rho(\gamma, k, \omega)$ ,  $A_\phi(\gamma, k, \omega)$  и воспользовавшись обратными преобразованиями Фурье и Ганкеля, получим выражение для потенциала в следующем виде:

$$A_i(\rho, z, t) = \int_{-\infty}^t dt' \int_0^\infty d\rho' \int_{-\infty}^{+\infty} dz' G_{ij}(\rho, \rho', z - z', t - t') j_j(\rho', z', t'), \quad (1)$$

где функция Грина  $G_{ij}$  представляет собой матрицу, элементы которой определяются интегралами:

$$G_{ij}(\rho, \rho', z, t) = \frac{4\nu}{c(1+g^2)} \rho' \eta(t) \int_0^\infty dk \cos(kz) \int_0^\infty d\gamma \gamma J_1(\gamma\rho) J_1(\gamma\rho') M_{ij}(\gamma, k, t) e^{-\Gamma(\gamma, k)t} \quad (2)$$

В формуле (2)  $\eta(t)$  — единичная функция. Индексы  $i, j$  принимают значения  $\rho, \phi$ . Элементы матрицы  $M_{ij}$  в (2) определяются следующими выражениями:

$$\begin{aligned} M_{\rho\rho} &= \cos(\Omega(\gamma, k)t) + [\nu(k^2 + \gamma^2) - \Gamma(\gamma, k)] \frac{\sin(\Omega(\gamma, k)t)}{\Omega(\gamma, k)}, \\ M_{\phi\phi} &= \cos(\Omega(\gamma, k)t) + [\nu k^2 - \Gamma(\gamma, k)] \frac{\sin(\Omega(\gamma, k)t)}{\Omega(\gamma, k)}, \\ M_{\rho\phi} &= -M_{\phi\rho} = -g \left( \cos(\Omega(\gamma, k)t) - \Gamma(\gamma, k) \frac{\sin(\Omega(\gamma, k)t)}{\Omega(\gamma, k)} \right), \end{aligned}$$

где

$$\Omega(\gamma, k) = \frac{\nu}{2(1+g^2)} \sqrt{4k^2 g^2 (\gamma^2 + k^2) - \gamma^4}, \quad \Gamma(\gamma, k) = \frac{\nu}{2(1+g^2)} (\gamma^2 + 2k^2). \quad (3)$$

## 2. РАСЧЁТ ФУНКЦИИ ГРИНА

Для вычисления интегралов (2), определяющих функцию Грина, воспользуемся приближённым выражением

$$\Omega(\gamma, k) = \mu \frac{g^2}{1+g^2} k \sqrt{\gamma^2 + k^2}, \quad (4)$$

*И. Ю. Сергеев и др.*

где  $\mu = c^2/(4\pi\sigma_H)$ . Обоснование применимости такого приближения приведено в Приложении 1. Используя выражение (4), представим функцию Грина в виде

$$G_{ij}(\rho, \rho', z, t) = \frac{4\nu}{c(1+g^2)} \rho' \eta(t) K_{ij}, \tag{5}$$

где элементы матрицы  $K_{ij}$  определяются следующим образом:

$$\begin{aligned} K_{\rho\rho} &= H_1 + \nu H_2 + \frac{\nu(1+2g^2)}{2g^2} H_3, \\ K_{\phi\phi} &= H_1 + \nu H_2 - \frac{\nu}{2g^2} H_3, \\ K_{\rho\phi} &= -K_{\phi\rho} = -gH_1 + \frac{\nu}{g} H_2 + \frac{\nu}{2g} H_3. \end{aligned}$$

В этих равенствах  $H_1, H_2, H_3$  представляют собой интегралы:

$$\begin{aligned} H_1 &= \int_0^\infty d\gamma \int_0^\infty dk \gamma J_1(\gamma\rho) J_1(\gamma\rho') \exp\left[-\frac{\nu t}{2(1+g^2)} \gamma^2\right] \times \\ &\quad \times \cos(kz) \cos\left(\mu \frac{g^2}{1+g^2} tk \sqrt{k^2 + \gamma^2}\right) \exp\left[-\frac{\nu t}{1+g^2} k^2\right], \\ H_2 &= \frac{1}{\mu} \int_0^\infty d\gamma \int_0^\infty dk \gamma J_1(\gamma\rho) J_1(\gamma\rho') \exp\left[-\frac{\nu t}{2(1+g^2)} \gamma^2\right] \times \\ &\quad \times k \cos(kz) \frac{\sin\left(\mu \frac{g^2}{1+g^2} tk \sqrt{k^2 + \gamma^2}\right)}{\sqrt{k^2 + \gamma^2}} \exp\left[-\frac{\nu t}{1+g^2} k^2\right], \\ H_3 &= \frac{1}{\mu} \int_0^\infty d\gamma \int_0^\infty dk \gamma^3 J_1(\gamma\rho) J_1(\gamma\rho') \exp\left[-\frac{\nu t}{2(1+g^2)} \gamma^2\right] \times \\ &\quad \times \cos(kz) \frac{\sin\left(\mu \frac{g^2}{1+g^2} tk \sqrt{k^2 + \gamma^2}\right)}{k \sqrt{k^2 + \gamma^2}} \exp\left[-\frac{\nu t}{1+g^2} k^2\right]. \end{aligned} \tag{6}$$

Их значения, полученные в Приложении 2, позволяют записать функцию Грина (5) в виде

$$G_{ij}(\rho, \rho', z, t) = \frac{\sqrt{2\pi\nu}}{c(1+g^2)} \rho' \frac{\eta(t)}{(\lambda t)^{3/2}} \sum_{n=0}^\infty \left(\frac{z^2}{\lambda t}\right)^n \frac{1}{(2n)!} L_{ij}^n \Psi(g, x, y), \tag{7}$$

где

$$\Psi(g, x, y) = \frac{1}{\sqrt{g^2 + x^2 - x + y}} I_1\left(\frac{\rho\rho'}{\lambda t (\sqrt{g^2 + x^2 - x + y})}\right) \exp\left(\frac{\rho^2 + \rho'^2}{2\lambda t (\sqrt{g^2 + x^2 - x + y})}\right).$$

В формуле (7)  $L_{ij}^n$  — линейный оператор:

$$L_{ij}^n = A_{ij} \frac{\partial^n}{\partial x^n} \Big|_{x=1} \psi_+(g, x) + B_{ij} \frac{\partial^n}{\partial x^n} \Big|_{x=1} \psi_-(g, x) - C_{ij} \frac{\partial^{(n-1)}}{\partial x^{n-1}} \Big|_{x=1} \psi_-(g, x) \frac{\partial}{\partial y} \Big|_{y=1}$$

при  $n \geq 1$ ,

$$L_{ij}^0 = A_{ij}\psi_+(g, x) + B_{ij}\psi_-(g, x) + C_{ij} \int_0^g d\xi \psi_+(\xi, x) \frac{\partial}{\partial y} \Big|_{y=1},$$

где

$$\psi_{\pm}(g, x) = \frac{\sqrt{\sqrt{g^2 + x^2} \pm x}}{\sqrt{g^2 + x^2}}, \quad \lambda = \frac{c^2 \sigma_P}{4\pi(\sigma_P^2 + \sigma_H^2)},$$

$$A_{\rho\rho} = 1, \quad A_{\rho\phi} = -A_{\phi\rho} = -g, \quad A_{\phi\phi} = 1; \quad B_{\rho\rho} = g, \quad B_{\rho\phi} = -B_{\phi\rho} = 1, \quad B_{\phi\phi} = g;$$

$$C_{\rho\rho} = -\frac{1 + 2g^2}{g}, \quad C_{\rho\phi} = -C_{\phi\rho} = -1, \quad C_{\phi\phi} = \frac{1}{g}.$$

### 3. ЗАКОНОМЕРНОСТИ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ИМПУЛЬСНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

Как видно из выражения (7), полученная функция Грина выражается через сходящийся ряд при любых значениях  $t, \rho$ . Компоненты потенциала электромагнитного поля произвольного осесимметричного тока определяются формулами (1) и (7). В качестве примера рассмотрим излучение тока, мгновенно протекающего по бесконечно тонкому кольцу радиуса  $\rho_0$ , которое расположено в плоскости  $z = 0$ . Плотность такого тока определяется выражением

$$j_{\phi} = q\delta(\rho - \rho_0)\delta(z)\delta(t),$$

где  $\delta$  — дельта-функция. Подставляя это равенство в (1), получим компоненты потенциала:

$$A_{\rho} = qG_{\rho\phi}(\rho, \rho_0, z, t); \quad A_{\phi} = qG_{\phi\phi}(\rho, \rho_0, z, t).$$

Выражение (7) позволяет получить пространственно-временное распределение компонент векторного потенциала поля, излучаемого импульсным тонким током. Для расчёта такого распределения воспользуемся сферической системой координат:  $r^2 = \rho^2 + z^2$ ,  $\theta$  — угол между  $r$  и осью  $z$ . Расчёты производились аналитически с помощью пакета символьных вычислений Maple. Для построения графиков использовались первые сто слагаемых суммы (7). На рис. 1 приведены рассчитанные по формуле (7) зависимости поля от расстояния при разных углах распространения импульса в момент времени  $t = \rho_0^2/\lambda$  (на графиках обозначено  $G^* = \sqrt{2\pi} \lambda / (c\rho_0^2)$ ). На рис. 2 приведены результаты расчёта пространственного распределения поля в различные моменты времени, а на рис. 3 — рассчитанные по формуле (7) зависимости поля от времени на различных расстояниях от источника под углом  $\theta = 30^\circ$ . Расчёты показывают, что импульсный кольцевой ток, расположенный в плоскости, перпендикулярной магнитному полю, генерирует в ионосферной плазме электромагнитные возмущения, характер распространения которых существенно меняется в зависимости от угла  $\theta$  между направлением распространения и магнитным полем. В интервале углов  $0 < \theta \leq 10 \div 20^\circ$  поле переносится волновым пакетом, имеющим резко выраженный осциллирующий характер. С ростом угла количество осцилляций в волновом пакете убывает, а на экваторе (при  $\theta = 90^\circ$ ) поле распространяется в виде однополярного импульса,

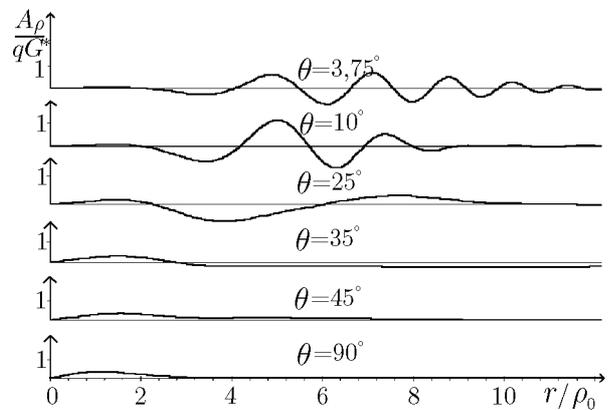


Рис. 1. Зависимость компоненты  $A_{\rho}$  векторного потенциала от расстояния  $r$  для различных углов  $\theta$

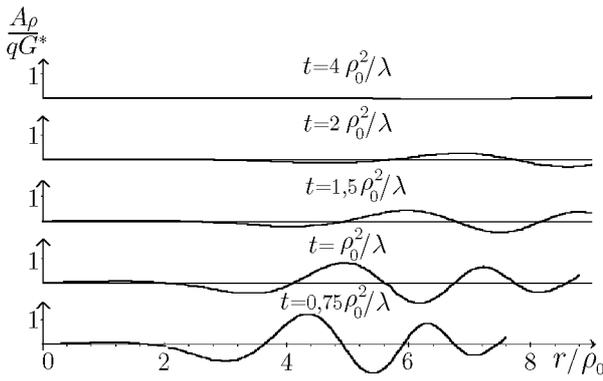


Рис. 2. Зависимость компоненты  $A_\rho$  векторного потенциала от расстояния  $r$  в различные моменты времени  $t$  для  $\theta = 7,5^\circ$

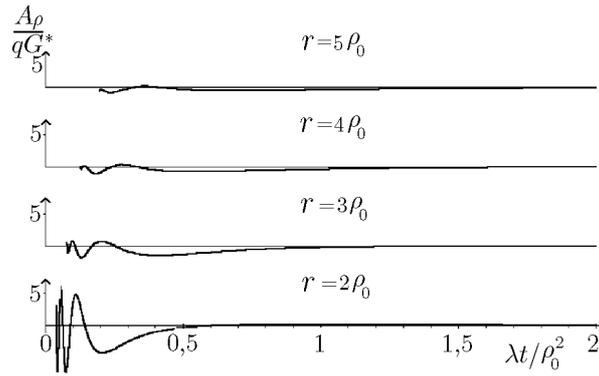


Рис. 3. Зависимость компоненты  $A_\rho$  векторного потенциала от времени  $t$  на различных расстояниях от источника для  $\theta = 30^\circ$

который расплывается по закону диффузии. Дисперсия приводит к тому, что частота колебаний убывает с течением времени от начала импульса в диапазоне от 100 до 1 Гц. Из графиков следует, что фазовая скорость в волновом пакете растёт с увеличением частоты. Огибающая волнового пакета расплывается в соответствии с законом диффузии. Характер убывания амплитуды с расстоянием свидетельствует о каналировании импульса в окрестности магнитной силовой линии, пересекающей начало координат.

Полученные характеристики электромагнитного излучения согласуются с экспериментальными данными. В ряде активных экспериментов наблюдались осциллирующие электромагнитные возмущения вблизи той силовой линии геомагнитного поля, которая пересекала область активного воздействия.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе получено выражение для поля осесимметричного тока в однородной ионосферной плазме с проводимостью Педерсена и Холла. Проведён расчёт импульсной функции такого тока. Внешнее магнитное поле направлено перпендикулярно плоскости, в которой расположен излучающий ток. Импульсная функция получена для произвольного соотношения между проводимостями Холла и Педерсена. Показано, что в конусе с углами примерно до  $20^\circ$  к направлению магнитного поля электромагнитное возмущение распространяется в виде осциллирующего волнового пакета с частотной дисперсией, частота наполнения пакета убывает со временем. Характерная групповая скорость и длительность волнового пакета, а также частота его наполнения увеличиваются при уменьшении угла между направлением распространения и внешним магнитным полем. В поперечном направлении поля переносятся по закону диффузии. Амплитуда электрического поля излучения возрастает при уменьшении угла, а затем убывает, достигая нулевого значения на силовой линии магнитного поля, пересекающей начало координат. Для ионосферной плазмы характерная частота осцилляций изменяется в диапазоне от единиц до нескольких сотен герц. Фазовая скорость убывает при удалении от источника в интервале  $10 \div 100$  км/с. Распространение огибающей волнового пакета подчиняется закону диффузии. При малых углах зависимость электромагнитного возмущения от времени носит ярко выраженный осциллирующий характер. С увеличением угла осцилляции исчезают, и поле распространяется в виде однополярного импульса.

Полученные результаты качественно согласуются с экспериментальными данными, полученными при регистрации электромагнитных эффектов во время взрывных инъекций легко ионизируемых элементов в ионосферной плазме. Показано, что наблюдаемые характеристики электромагнитных возмуще-

ний, такие как каналирование вдоль магнитного поля, наличие осцилляций, спектральный интервал, характерные величины фазовой и групповой скорости, могут быть интерпретированы на основе полученных в работе результатов. Для более детального сопоставления с экспериментом необходим расчёт свёрток найденной функции Грина с временной зависимостью излучающих токов, формируемых в области взрывной инжекции.

Работа частично поддержана РФФИ (грант Э 99–05–65650).

## ПРИЛОЖЕНИЕ 1

Покажем, что функцию  $\Omega(\gamma, k)$  можно заменить её приближённым значением:

$$\Omega(\gamma, k) = \frac{\nu}{2(1+g^2)} \sqrt{4k^2g^2(\gamma^2 + k^2) - \gamma^4} \approx \mu \frac{g^2}{1+g^2} k \sqrt{\gamma^2 + k^2}.$$

Рассмотрим приближение  $\sigma_R \gg \sigma_H$ . В этом случае интегралы по  $\gamma$ , через которые выражаются элементы функции Грина (см. Приложение 2), можно представить в виде

$$\int_0^\infty f(\gamma, \Omega(\gamma)) \exp\left[-\frac{\nu t}{2(1+g^2)} \gamma^2\right] d\gamma.$$

При  $\Omega(\gamma)t < 1$  функция  $f(\gamma, \Omega(\gamma))$  слабо зависит от  $\Omega$ , и её можно заменить значением  $f(\gamma, 0)$ . При  $\gamma^2 \geq 2(1+g^2)/(tv)$  экспонента мала, и существенного вклада в интеграл на этом интервале подынтегральная функция не даёт. Поэтому замена функции  $\Omega(\gamma)$  её приближённым значением мало меняет величину интеграла. Если  $\gamma^2$  мало, то  $\Omega(\gamma)t < 1$ , и замена функции  $\Omega(\gamma)$  её приближённым значением также не меняет величину интеграла. Следует заметить, что если в этом случае  $k$  настолько велико, что  $\Omega(\gamma)t \geq 1$  и приближённое значение  $\Omega$  отличается от её точного значения, то убывающая экспонента  $\exp\left[-\frac{\nu t}{(1+g^2)} k^2\right]$  (см. Приложение 2) приводит к тому, что интеграл стремится к нулю. Следовательно, отличие приближённого значения  $\Omega$  от точного на значении интеграла не скажется.

Рассмотрим приближение  $\sigma_H \gg \sigma_R$ . В этом случае воспользуемся предельным переходом

$$\frac{\nu}{2(1+g^2)} \sqrt{4k^2g^2(\gamma^2 + k^2) - \gamma^4} \xrightarrow{g \rightarrow \infty} \mu \frac{g^2}{1+g^2} k \sqrt{\gamma^2 + k^2},$$

из которого следует, что приближённое значение  $\Omega$  асимптотически стремится к точному значению. При этом возможен случай, когда  $k$  мало, и наибольшим слагаемым под корнем является  $\gamma^4$ , которое опускается в приближённом значении  $\Omega$ . Однако эта ситуация соответствует приближению  $\sigma_R \gg \sigma_H$ , рассмотренному выше. Кроме того, значения  $k$  расположены в пределах  $|k| < 1/g$ , и интервал переменных интегрирования  $\gamma$  и  $k$ , в котором не выполняется приведённый выше предел, стремится к нулю с ростом отношения  $\sigma_H/\sigma_R$ .

Таким образом, в случае  $g \rightarrow 0$  оценка интеграла имеет точность, которую даёт метод перевала. В обратном случае ( $g \rightarrow \infty$ ) получаем его точное значение. Следовательно, для проведения расчётов с достаточной степенью точности можно пользоваться приближённым значением:

$$\Omega(\gamma, k) = \mu \frac{g^2}{1+g^2} k \sqrt{\gamma^2 + k^2}.$$

## ПРИЛОЖЕНИЕ 2

Найдём значение интеграла

$$H_1 = \int_0^\infty d\gamma \int_0^\infty dk \gamma J_1(\gamma\rho) J_1(\gamma\rho') \exp\left[-\frac{\nu t}{2(1+g^2)}\gamma^2\right] \times \\ \times \cos(kz) \cos\left(\mu\frac{g^2}{1+g^2}tk\sqrt{k^2+\gamma^2}\right) \exp\left[-\frac{\nu t}{1+g^2}k^2\right].$$

Для этого изменим порядок интегрирования и произведём замену переменных:

$$\mu\frac{g^2}{1+g^2}t = \alpha, \quad \mu\frac{g}{1+g^2}t = \beta.$$

Представим  $\cos(kz)$  в виде бесконечного ряда Маклорена. В результате интеграл по  $k$  представим в виде ряда:

$$\int_0^\infty dk \cos(kz) \cos\left(\mu\frac{g^2}{1+g^2}tk\sqrt{k^2+\gamma^2}\right) \exp\left[-\frac{\nu t}{1+g^2}k^2\right] = \\ = \sum_{n=0}^\infty \frac{z^{2n}}{(2n)!} \frac{\partial^n}{\partial \beta^n} \int_0^\infty dk \cos\left(\alpha\sqrt{(k^2+\gamma^2/2)^2 - (\gamma^2/2)^2}\right) \exp(-\beta k^2) = \\ = \sqrt{\frac{\pi}{8}} \sum_{n=0}^\infty \frac{z^{2n}}{(2n)!} \frac{\partial^n}{\partial \beta^n} \frac{\sqrt{\sqrt{\alpha^2+\beta^2}+\beta}}{\sqrt{\alpha^2+\beta^2}} \exp\left[-\gamma^2\left(\sqrt{\alpha^2+\beta^2}-\beta\right)/2\right].$$

При выводе этого равенства использовано значение табличного интеграла [5]

$$\int_0^\infty \frac{x \exp\left(-\beta\sqrt{x^2+c^2}\right)}{\sqrt{x^2+c^2}\sqrt{\sqrt{x^2+c^2}-c}} \cos(\alpha x) dx = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{\sqrt{\beta+\sqrt{\alpha^2+\beta^2}}}{\sqrt{\alpha^2+\beta^2}} \exp\left(-c\sqrt{\alpha^2+\beta^2}\right).$$

Таким образом, для  $H_1$  получается следующее выражение:

$$H_1 = \sqrt{\frac{\pi}{8}} \sum_{n=0}^\infty \frac{z^{2n}}{(2n)!} \frac{\partial^n}{\partial \beta^n} \frac{\sqrt{\sqrt{\alpha^2+\beta^2}+\beta}}{\sqrt{\alpha^2+\beta^2}} \int_0^\infty \gamma J_1(\gamma\rho) J_1(\gamma\rho') \exp\left[-\left(\sqrt{\alpha^2+\beta^2}-\beta+\beta'\right)\gamma^2/2\right] d\gamma.$$

В этом выражении производится дифференцирование по  $\beta$ , а затем полагается  $\beta' = \beta$ . Для вычисления интеграла по  $\gamma$  следует воспользоваться табличным интегралом [5]

$$\int_0^\infty \exp(-\alpha x) J_m(2b\sqrt{x}) J_m(2c\sqrt{x}) dx = \frac{1}{a} I_m(-2bc/a) \exp[-(b^2+c^2)/a],$$

где  $I_m$  — модифицированная функция Бесселя порядка  $m$ . Таким образом,  $H_1$  представляется в виде ряда:

$$H_1 = \sqrt{\frac{\pi}{8}} \sum_{n=0}^\infty \frac{z^{2n}}{(2n)!} \frac{\partial^n}{\partial \beta^n} \frac{\sqrt{\sqrt{\alpha^2+\beta^2}+\beta}}{\sqrt{\alpha^2+\beta^2}} \frac{1}{\delta} I_1(\rho\rho'/\delta) \exp\left(-\frac{\rho^2+\rho'^2}{2\delta}\right),$$

где  $\delta = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2} - \beta + \beta'$ .

Вычисление интегралов  $H_1$  и  $H_2$  осуществляется аналогичным образом путём преобразования их к табличным интегралам. В результате получим

$$H_2 = \sqrt{\frac{\pi}{8}} \frac{1}{\mu} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^{2n}}{(2n)!} \frac{\partial^n}{\partial \beta^n} \frac{\sqrt{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2} - \beta}}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} \frac{1}{\delta} I_1(\rho\rho'/\delta) \exp\left(-\frac{\rho^2 + \rho'^2}{2\delta}\right),$$

$$H_3 = -\sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{\mu} \int_0^\alpha d\alpha \frac{\sqrt{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2} + \beta}}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} \frac{\partial}{\partial \beta'} \frac{1}{\delta} I_1(\rho\rho'/\delta) \exp\left(-\frac{\rho^2 + \rho'^2}{2\delta}\right) +$$

$$+ \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{\mu} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{z^{2n}}{(2n)!} \frac{\partial^{n-1}}{\partial \beta^{n-1}} \frac{\sqrt{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2} - \beta}}{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} \frac{\partial}{\partial \beta'} \frac{1}{\delta} I_1(\rho\rho'/\delta) \exp\left(-\frac{\rho^2 + \rho'^2}{2\delta}\right).$$

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Kelley M. C., Pedersen A., Fahleson U. V. et al. // J. Geophys. Res. 1974. V. 79, Э 19. P. 2859.
2. Schutz S., Adams G. J., Mozer F. S. // J. Geophys. Res. 1973. V. 78, Э 28. P. 6634.
3. Сорокин В. М., Ященко А. К. // Известия вуз. Радиофизика. 1992. Т. 35, Э 5. С. 375.
4. Метёлкин Е. В., Сорокин В. М. // Космические исследования. 1996. Т. 34, Э 3. С. 264.
5. Градштейн И. С., Рыжик И. М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. — М.: Физматгиз, 1962. 1096 с.

Институт земного магнетизма,  
ионосферы и распространения  
радиоволн РАН, г. Троицк, Россия

Поступила в редакцию  
27 января 2000 г.

#### LOW-FREQUENCY RADIATION OF AN AXIALLY SYMMETRIC CURRENT IN THE IONOSPHERIC PLASMA

*I. Yu. Sergeev, V. M. Sorokin, and A. K. Yashchenko*

We consider the problem on emission low-frequency electromagnetic waves by an axially symmetric current and propagation of these waves in a homogeneous ionospheric plasma with Hall and Pedersen conductivities. We obtain an analytical expressions for the fields generated by pulsed radial and ring currents. It is shown that the electromagnetic radiation propagates as a wave along the cylinder parallel to the magnetic field. The field propagation outside the cone is described by diffusion law. The spatio-temporal characteristics of the signal are determined by the ionospheric conductivities.

## РАСЧЁТ ПОПЕРЕЧНИКА РАССЕЙЯНИЯ АВРОРАЛЬНЫХ НЕОДНОРОДНОСТЕЙ

Ю. Л. Свердлов, Н. Г. Сергеева

Для расчёта поперечника рассеяния единичного объёма авроральных неоднородностей необходимо знание полного закона формирования неоднородностей, включая его линейную и нелинейную стадии. В данной работе расчёт поперечника рассеяния выполнен на основе простейшей идеализированной нелинейной модели образования авроральной неоднородности — модели Сент-Мориса и Шлегеля. Показано, что теоретическая кривая зависимости поперечника рассеяния единичного объёма от частоты радара, рассчитанная на основе этой модели, хорошо совпадает с экспериментальной кривой.

### 1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

В соответствии с общей теорией рассеяния радиоволн слабыми ионосферными неоднородностями, распределёнными по большому объёму [1], основной функцией, характеризующей мощность обратного рассеяния, служит поперечник рассеяния единичного объёма

$$\sigma_0(2\mathbf{k}) = 8\pi^3 r_e^2 (\Delta N)^2 \Phi(2\mathbf{k}), \quad (1)$$

где  $\mathbf{k}$  — волновой вектор излучения радара,  $r_e$  — классический радиус электрона,  $\Delta N$  — концентрация электронов в неоднородности,

$$\Phi(2\mathbf{k}) = (8\pi^3)^{-1} \int B_0(\boldsymbol{\rho}) \exp(-j2\mathbf{k}\boldsymbol{\rho}) d\boldsymbol{\rho} \quad (2)$$

— пространственный спектр неоднородности, выраженный через преобразование Фурье от нормированной автокорреляционной функции  $B_0(\boldsymbol{\rho})$ . Последняя записывается в виде

$$B_0(\boldsymbol{\rho}) = B_0^{-1}(0) \langle n(\mathbf{r}, t) n^*(\mathbf{r} + \boldsymbol{\rho}, t) \rangle, \quad (3)$$

где угловые скобки означают усреднение по пространству и времени,  $n(\mathbf{r}, t)$  — зависимость формы неоднородности электронной концентрации от координат и времени,  $n^*$  — комплексно-сопряжённая функция.

Из (1)–(3) видно, что расчёт поперечника рассеяния единичного объёма  $\sigma_0(2\mathbf{k})$  невозможен без знания закона формирования авроральной неоднородности  $n(\mathbf{r}, t)$ , причём необходимо знать полный закон, включая как линейную, так и нелинейную стадии.

Между тем теория неустойчивости Фарли—Бунемана (Ф—Б) позволяет установить только линейную стадию формирования спектра авроральной неоднородности:

$$n(\mathbf{k}, t) = n_0(\mathbf{k}) \exp(\gamma(\mathbf{k})t - j\Omega(\mathbf{k})t), \quad (4)$$

где  $n_0(\mathbf{k})$  — спектр исходной неоднородности,  $\gamma(\mathbf{k})$  и  $\Omega(\mathbf{k})$  — инкремент и частота плоских волн Ф—Б. Анализ выражения (4), выполненный в [2], показывает, что развитие неустойчивости Ф—Б приводит к уширению спектра исходной неоднородности  $n_0(\mathbf{k})$ , а уширение спектра связано, как известно, с уменьшением её первоначального размера  $T$ .

Что касается заключительной (нелинейной) стадии формирования авроральной неоднородности, вопрос по сей день остаётся открытым. По поводу нелинейной стадии существует только ряд гипотез, некоторые из которых обсуждены в работе [2]. В ней показано, что наиболее обоснованной физической гипотезой о нелинейной стадии процесса является гипотеза Сент-Мориса и Шлегеля [3]. В их гипотезе предполагается, что до некоторого момента  $t = t_m$  происходит обычный экспоненциальный рост гармоник спектра (4), а затем какие-то нелинейные процессы приводят к быстрому исчезновению спектра и, следовательно, к исчезновению неоднородности. Физика этих процессов в [3] не обсуждается, но в работе [2] изложен ряд соображений по этому поводу. В ней, в частности, показано, что в процессе сжатия авроральной неоднородности её размер в направлении движения становится меньше длины свободного пробега заряженных частиц. Отсюда следует, что процессы, протекающие внутри сжимающейся неоднородности, становятся в этом направлении бесстолкновительными по отношению к нейтральным частицам [4]. Последнее, в свою очередь, означает, что на заключительном этапе сжатия неоднородности этот процесс протекает адиабатически и сопровождается быстрым разогревом заряженных частиц. Разогретые частицы разлетаются из потенциальной ямы неоднородности, что и приводит к её исчезновению.

Аппроксимируя участок быстрого исчезновения неоднородности скачкообразным обращением концентрации электронов в ней в нуль, в [2] получена простейшая идеализированная нелинейная модель образования авроральной неоднородности

$$n_1(\mathbf{r}, t) = \begin{cases} n(\mathbf{r}, t), & 0 \leq t \leq t_m; \\ 0, & t < 0, t > t_m, \end{cases} \quad (5)$$

где

$$n(\mathbf{r}, t) = (8\pi^3)^{-1} \int n_0(\mathbf{k}) \exp(\gamma(\mathbf{k})t - j\Omega(\mathbf{k})t + j\mathbf{k}\mathbf{r}) d\mathbf{k} \quad (6)$$

— фурье-преобразование спектра (4) по волновому вектору  $\mathbf{k}$ ,  $t_m$  — время, за которое первоначальный размер неоднородности  $T$  (порядка нескольких метров) уменьшается до весьма малой величины (порядка  $5 \div 10$  см).

В данной работе показано, как с помощью этой простейшей модели можно рассчитать поперечник рассеяния единичного объёма авроральной неоднородности (1). В ней также проведено сопоставление результатов теоретического расчёта с экспериментальными результатами Лидабранда и других [5].

## 2. РАСЧЁТ ПОПЕРЕЧНИКА РАССЕЯНИЯ ЕДИНИЧНОГО ОБЪЁМА

Если записать нормированную автокорреляционную функцию (3) в виде

$$B_0(\boldsymbol{\rho}) = (B_0(0)t_m)^{-1} \int_0^{t_m} dt \int n(\mathbf{r}, t)n^*(\mathbf{r} + \boldsymbol{\rho}, t) d\mathbf{r}, \quad (7)$$

где

$$B_0(0) = t_m^{-1} \int_0^{t_m} dt \int |n(\mathbf{r}, t)|^2 d\mathbf{r},$$

и подставить в неё (6), то в (7) окажутся функции  $n$  и  $n^*$ , зависящие от  $\mathbf{k}$ . Обозначив в первой из них вектор  $\mathbf{k}$  через  $\mathbf{k}'$ , а во второй — через  $\mathbf{k}''$ , получим в подынтегральном выражении (7) дельта-функцию:

$$(8\pi^3)^{-1} \int \exp[-\gamma(\mathbf{k}'' - \mathbf{k}')\mathbf{r}] d\mathbf{r} = \delta(\mathbf{k}'' - \mathbf{k}').$$

Осуществив с её помощью интегрирование по  $\mathbf{k}'$ , придём к выражению

$$B_0(\boldsymbol{\rho}) = (B_0(0)t_m)^{-1} \int_0^{t_m} dt \int n_0^2(\mathbf{k}') \exp(2\gamma(\mathbf{k}')t + j\mathbf{k}'\boldsymbol{\rho}) d\mathbf{k}', \quad (8)$$

в котором

$$B_0(0) = t_m^{-1} \int_0^{t_m} dt \int n_0^2(\mathbf{k}) \exp(2\gamma(\mathbf{k})t) d\mathbf{k},$$

или, после интегрирования по  $t$ ,

$$B_0(0) = \int n_0^2(\mathbf{k}) [2\gamma(\mathbf{k})t_m]^{-1} \{\exp[2\gamma(\mathbf{k})t_m] - 1\} d\mathbf{k}. \quad (9)$$

При подстановке (8) в (2) вновь получается дельта-функция:

$$(8\pi^3)^{-1} \int \exp[-\gamma(2\mathbf{k} - \mathbf{k}')\boldsymbol{\rho}] d\boldsymbol{\rho} = \delta(2\mathbf{k} - \mathbf{k}').$$

Осуществив с её помощью интегрирование по  $\mathbf{k}'$ , придём к простому выражению для пространственного спектра:

$$\Phi(2\mathbf{k}) = [8\pi^3 B_0(0)t_m]^{-1} n_0^2(2\mathbf{k}) \int_0^{t_m} \exp[2\gamma(2\mathbf{k})t] dt, \quad (10)$$

которое после интегрирования по  $t$  приобретает вид

$$\Phi(2\mathbf{k}) = (8\pi^3)^{-1} n_0^2(2\mathbf{k}) B_0^{-1}(0) \{\exp[2\gamma(2\mathbf{k})t_m] - 1\} / (2\gamma(2\mathbf{k})t_m). \quad (11)$$

Обратим внимание на то, что при расчёте (11) мы пользовались только одним условием — ограниченностью времени жизни неоднородности  $0 \leq t \leq t_m$ , не накладывая никаких ограничений на вид функций  $\gamma(\mathbf{k})$  и  $\Omega(\mathbf{k})$ . Ими, в принципе, могут быть любые сложные функции, получаемые из численного решения кинетического дисперсионного уравнения. Подстановка (11) в (1) даёт искомое выражение для поперечника рассеяния единичного объёма авроральных неоднородностей:

$$\sigma_0(2\mathbf{k}) = G(0) n_0^2(2\mathbf{k}) \{\exp[2\gamma(2\mathbf{k})t_m] - 1\} / (2\gamma(2\mathbf{k})t_m), \quad (12)$$

где  $G(0) = r_e^2 (\Delta N)^2 / B_0(0)$ .

Конкретизируем теперь содержащийся в (9) и (12) спектр исходной неоднородности  $n_0(\mathbf{k})$ . Предположим, что в результате турбулентного распада крупномасштабной неоднородности с размером в несколько сот метров образуются практически изотропные мелкомасштабные неоднородности с размерами  $T$  порядка нескольких метров [6, 7]. Каждая из таких неоднородностей описывается некоторой изотропной функцией  $n_0(r) = \Delta N n_1(r)$  с максимальным значением  $n_1(0) = 1$  в точке  $r = 0$ . Тогда, записав  $n_1(r)$  в виде  $n_1(r) = \exp[\ln n_1(r)]$  и разложив  $\ln n_1(r)$  в ряд Маклорена до квадратичного члена включительно, получим

$$n_1(r) = \exp(-r^2/T^2). \quad (13)$$

Здесь учтено, что  $dn/dr$  в точке максимума обращается в нуль,  $d^2n(0)/dr^2 < 0$ , и обозначено  $T^2 = 2 [d^2n(0)/dr^2]^{-1}$ . Из (13) следует, что любую изотропную неоднородность можно в первом приближении считать гауссовой с пространственным спектром

$$n_0(\mathbf{k}) = f(0) \exp(-k^2 T^2/4),$$

где  $f(0) = \pi^{3/2} \Delta N T^3$ . При подстановке этого спектра в (9) и (12) множитель  $f^2(0)$  сокращается, и (12) приобретает вид

$$\sigma_0(2\mathbf{k}) = G(0) \{ \exp[-2k^2 T^2 + 2\gamma(2\mathbf{k})t_m] - \exp[-2k^2 T^2] \} / (2\gamma(2\mathbf{k})t_m). \quad (14)$$

Выражение (14) можно преобразовать к более простой форме, если учесть, что вектор  $\mathbf{k}$  в нём совмещён с геометрическим центром авроральной неоднородности. Запишем этот вектор в сферической системе координат:  $\gamma(2\mathbf{k}) = \gamma(2k, \Psi, \varphi)$ , где  $\Psi$  и  $\varphi$  — ракурсный и азимутальный углы, и разложим инкремент  $\gamma$  в ряд Тейлора по степеням  $\Psi$  и  $\varphi$ . С учётом того, что инкремент неустойчивости Ф—Б достигает максимального значения при некотором  $\Psi = \Psi_m$  и  $\varphi = 0$  [8], его разложение в точке максимума запишется в виде

$$\gamma(2k, \Psi, \varphi) = \gamma(2k, \Psi_m, 0) - \Pi(2k, \Psi - \Psi_m, \varphi).$$

Функция  $\Pi$  здесь содержит только квадратичные (и более высоких порядков) степени  $(\Psi - \Psi_m)$ ,  $\varphi$  и обращается в нуль при  $\Psi = \Psi_m$ ,  $\varphi = 0$ . Считая, что отражения от авроральных неоднородностей регистрируются при оптимальных условиях ( $\Psi = \Psi_m$ ,  $\varphi = 0$ ), получим простое выражение для поперечника рассеяния единичного объёма, зависящее только от модуля вектора  $\mathbf{k}$ :

$$\sigma_0(2k) = G(0) [\exp(-2k^2 T^2 \varepsilon) - \exp(-2k^2 T^2)] / (2\gamma(2k, \Psi_m, 0)t_m), \quad (15)$$

где

$$\varepsilon = 1 - 2\gamma(2k, \Psi_m, 0)t_m / (2k^2 T^2). \quad (16)$$

Параметр  $\varepsilon$  в (15) характеризует степень уменьшения первоначального размера  $T$  исходной неоднородности, обусловленного развитием неустойчивости Ф—Б. Иными словами,  $\varepsilon$  здесь весьма малая величина. Полагая её близкой к нулю, получим из (16)

$$2\gamma(2k, \Psi_m, 0)t_m = (1 - \varepsilon) 2k^2 T^2 \approx 2k^2 T^2. \quad (17)$$

Подстановка (17) в (15) с учётом того, что  $\exp(-2k^2 T^2 \varepsilon) \gg \exp(-2k^2 T^2)$ , приводит к следующему выражению для поперечника рассеяния единичного объёма авроральной неоднородности:

$$\sigma_0(2k) = G(0) \exp(-2k^2 T^2 \varepsilon) / (2k^2 T^2). \quad (18)$$

### 3. СОПОСТАВЛЕНИЕ ТЕОРИИ С ЭКСПЕРИМЕНТОМ

Экспериментальное определение зависимости относительного поперечника рассеяния единичного объёма авроральных неоднородностей от частоты радара выполнено Лидабрандом и др. [5] на специально изготовленной для этой цели шестичастотной радиолокационной установке. Поперечник рассеяния единичного объёма определялся в [5] из обычного соотношения

$$\sigma_0(2k) = \sigma_V(2k) / V_f,$$

где  $V_f$  — величина импульсного объёма,  $\sigma_V(2k)$  — поперечник рассеяния импульсного объёма, рассчитываемый по обычной радиолокационной формуле

$$\sigma_V(2k) = P_{\text{пр}}(2k) (4\pi)^3 R^4 / (P_{\text{пер}} G^2 \lambda^2).$$

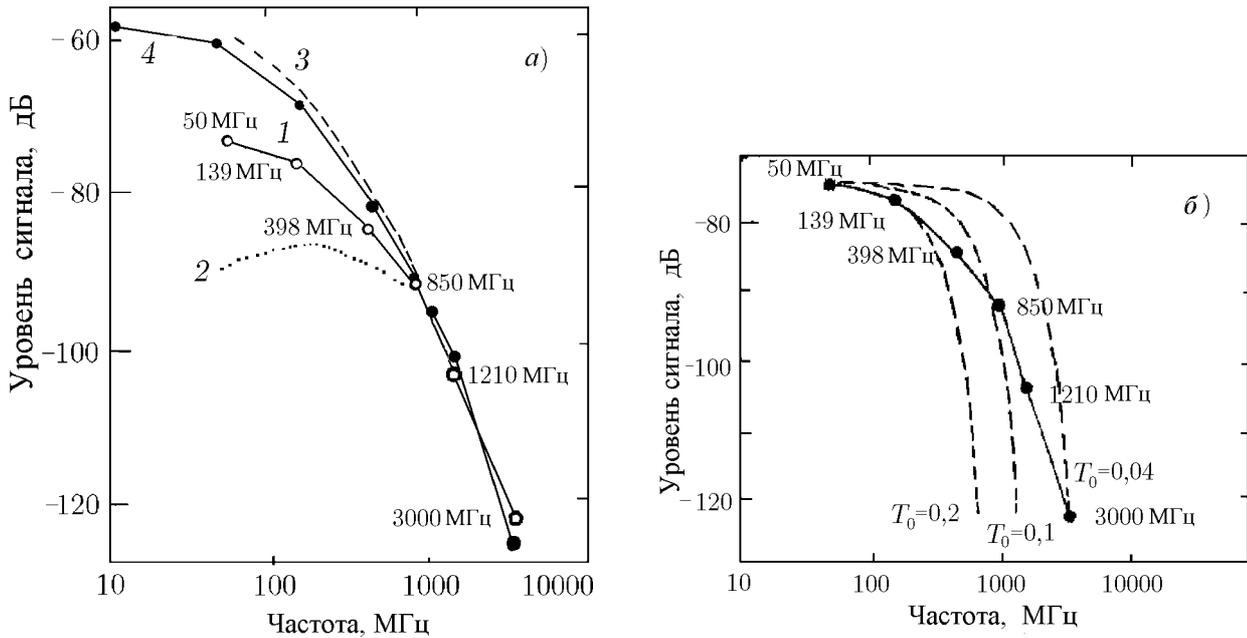


Рис. 1. Сопоставление экспериментальной кривой Лидабранда с теоретическими кривыми: а) кривая 1 — в предположении о частичном заполнении диаграммы антенны рассеивающим слоем, кривая 2 (пунктирная) — для случая полного заполнения диаграммы, кривая 3 (штриховая) — для точечной неоднородности, кривая 4 — теоретическая зависимость, рассчитанная по формуле (18); б) сплошная линия — экспериментальная кривая; штриховые линии — теоретические кривые Букера для трёх значений параметра  $T_0$

Здесь  $P_{пр}$  — суммарная мощность сигнала на входе приёмного устройства,  $P_{пер}$  — импульсная мощность передатчика,  $R$  — расстояние до центра неоднородности,  $G$  — коэффициент усиления антенны,  $\lambda = 2\pi/k$  — длина волны зондирующего сигнала.

Сравнительно широкие диаграммы направленности антенн в УКВ диапазоне делают определение импульсного объёма  $V_f$  в этом диапазоне затруднительным. Поэтому авторы [5] построили две предельные кривые (рис. 1а), из которых одна (кривая 2) соответствует предположению о полном заполнении диаграммы направленности антенны рассеивающим слоем, а вторая (кривая 3) предположению о точечной цели. Авторы полагали, что истинная зависимость (кривая 1) располагается где-то между предельными кривыми и соответствует частичному заполнению диаграммы антенны.

Поскольку полученное в данной работе выражение (18) авторам [5] было неизвестно, они сопоставили экспериментальную зависимость с известным букеровским выражением для поперечника рассеяния авроральных неоднородностей [9]. Для расчёта этого поперечника Букер задался простейшей анизотропной гауссообразной автокорреляционной функцией

$$B(\rho) = \exp[-(x^2 + y^2)/(2T_0^2) - z^2/(2L^2)] \tag{19}$$

и получил с её помощью следующее выражение для поперечника рассеяния единичного объёма:

$$\sigma_0(2\mathbf{k}) = (2\pi)^{3/2} r_e^2 (\Delta N)^2 T_0^2 L \exp(-2k^2 T_0^2 - 2k^2 L^2 \sin^2 \Psi), \tag{20}$$

в котором  $T_0$  — поперечный размер неоднородности ( $T_0 \sim 0,1$  м),  $L$  — продольный размер ( $L > 10$  м),  $\Psi$  — ракурсный угол.

Считая отражения от авроральных неоднородностей зеркальными ( $\Psi = 0$ ), авторы [5] сопоставили относительную теоретическую зависимость Букера

$$\sigma_0(2k)/\sigma_0(0) = \exp(-2k^2 T_0^2) \tag{21}$$

для трёх значений параметра  $T_0$  (штриховые линии на рис. 1б) с результатами эксперимента (сплошная линия) и обнаружили между ними существенное различие. Это, по их мнению, свидетельствует о том, что поперечник рассеяния единичного объёма авроральных неоднородностей должен находиться не с помощью простейшей букеровской гипотезы (19), а непосредственно рассчитываться из теории неустойчивости Ф—Б.

Сопоставление полученного на основе этого подхода выражения (18) с результатами эксперимента Лидабранда приведено на рис. 1а (кривая 4). Видно, что в отличие от кривых Букера (21) теоретическая зависимость (18) хорошо совпадает с верхним граничным значением экспериментальной кривой. Последнее естественно, так как при зеркальном отражении от авроральных неоднородностей радиолуч должен быть ортогонален к их большим осям, которые в отличие от простейшей букеровской модели (20) отклонены от магнитных силовых линий на малый угол  $\Psi = \Psi_m \sim 0,2^\circ$  [8]. Поэтому в отражении может участвовать только весьма тонкий слой авроральных неоднородностей, расположенных на фиксированной высоте  $h$ , для которой выполняется условие ортогональности.

Хорошее совпадение теоретической зависимости (18) с экспериментом обусловлено множителем  $2k^2T^2$  в знаменателе, появляющимся в результате интегрирования спектра (10) по времени  $t$ . Наличие этого множителя означает, что при весьма малых значениях  $\varepsilon \ll 1$  и сравнительно небольших волновых числах  $k$  числитель в (18) близок к единице, и поперечник рассеяния будет пропорционален  $k^{-2} \sim \lambda^2$ . В другом предельном случае (при больших  $k$ ) начинает сказываться экспоненциальный множитель  $\exp(-2k^2T^2\varepsilon)$ , и убывание поперечника оказывается пропорциональным более высоким степеням  $\lambda$ . Именно такая закономерность (см. рис. 2) была обнаружена авторами работы [5].

Помимо сказанного, сопоставление теоретической кривой (18) с экспериментом позволяет оценить величину параметра  $\varepsilon$ . Теоретическая кривая, приведённая на рис. 1а, соответствует значению  $\varepsilon \sim 2 \cdot 10^{-4}$ .

#### 4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В основе данной работы лежит простейшая идеализированная нелинейная модель образования авроральных неоднородностей, предложенная в работе [2]. С помощью этой модели впервые удалось рассчитать поперечник рассеяния единичного объёма авроральных неоднородностей, образующихся в результате развития неустойчивости Ф—Б. Хорошее совпадение теоретической зависимости поперечника рассеяния единичного объёма от частоты радара с экспериментальной кривой Лидабранда и других [5] свидетельствует, по нашему мнению, о перспективности дальнейшего использования предложенной модели для практических целей.

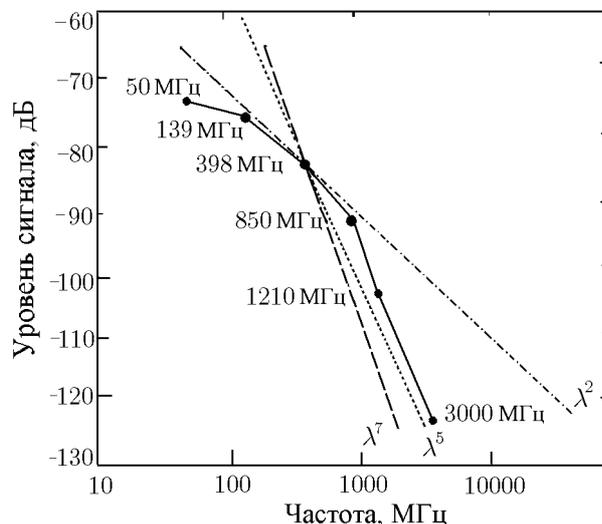


Рис. 2. Сопоставление экспериментальной кривой Лидабранда с различными зависимостями от длины волны. До 850 МГц экспериментальная зависимость пропорциональна  $\lambda^2$  (штрихпунктирная линия), выше 850 МГц — более высоким степеням  $\lambda$

## ЛИТЕРАТУРА

1. Рытов С. М., Кравцов Ю. А., Татарский В. И. Введение в статистическую радиофизику. II. Случайные поля. — М.: Наука, 1978. — 463 с.
2. Свердлов Ю. Л. // Изв. вуз. Радиофизика. (в печати).
3. St.-Maurice J. P., Schlegel K. // J. Geophys. Res. 1983. V. 88, № A5. P. 4087.
4. Свердлов Ю. Л. // Моделирование процессов в верхней полярной атмосфере. — Мурманск: Полярный геофизический институт КНЦ РАН. 1998. С. 311.
5. Leadbrandt R. L., Larson A. G., Hodges J. // J. Geophys. Res. 1967. V. 72, № 15. P. 3877.
6. Гершман Б. Н., Игнатъев Ю. А., Каменецкая Г. Х. Механизмы образования ионосферного спорадического слоя  $E_s$  на разных широтах. — М.: Наука, 1976. — 106 с.
7. Keskinen M. J., Sudan R. N., Ferch R. L. // J. Geophys. Res. 1979. V. 84, № A4. P. 1419.
8. Ossakow S. L., Papadopoulos K., Orens J. H., Coffey T. // J. Geophys. Res. 1975. V. 80, № 1. P. 141.
9. Booker H. G. // J. Atmos. Terr. Phys. 1956. V. 8. P. 204.

Полярный геофизический институт  
КНЦ РАН, г. Мурманск, Россия

Поступила в редакцию  
27 апреля 2000 г.

## CALCULATION OF THE SCATTERING CROSS-SECTION OF AURORAL IRREGULARITIES

*Yu. L. Sverdlov and N. G. Sergeeva*

Calculation of the scattering cross-section per unit volume of auroral irregularities requires the law describing the irregularity formation at both linear and nonlinear stages to be comprehensively known. In this paper, we calculate the scattering cross-section using a simple idealized nonlinear model proposed by St.-Maurice and Schlegel. It is shown that the theoretical dependence of the scattering cross-section per unit volume on the radar frequency, calculated in the framework of this model, is in a very well agreement with the experimental curve.

УДК 621.396.67

## ОЦЕНКА ВЛИЯНИЯ АЭРОЗОЛЬНЫХ ОСАДКОВ НА РАБОТОСПОСОБНОСТЬ РЛС

О. Е. Кирьянов, Г. Д. Михайлов, В. М. Тосенко

Оценена погрешность расчёта вероятности обнаружения цели РЛС из-за влияния аэрозольных осадков (АО) на элементах антенно-фидерного тракта станции. В рамках решаемой задачи разработана методика расчёта диаграммы направленности зеркальной антенны при наличии на её рефлекторе и облучателе детерминированных слоёв АО произвольной формы с известной комплексной относительной диэлектрической проницаемостью. Приведён пример оценки относительной ошибки расчёта вероятности обнаружения цели (относительно уровня 0,9 без учёта АО) для характерного на практике случая обледенения антенны.

Прогнозирование работоспособности РЛС неизбежно связано с необходимостью учёта ситуаций, когда элементы антенно-фидерного тракта станции покрыты слоем аэрозольных осадков (обледенение, загрязнение аэрозолями пыльных бурь, пожаров и т. п.). Неучёт влияния АО может привести к значительным ошибкам расчёта показателей работоспособности РЛС, например вероятности обнаружения цели с относительной погрешностью  $K_P(P_0) = 1 - P_{\text{сл}}/P_0$ , где  $P_0$ ,  $P_{\text{сл}}$  — вероятности обнаружения без учёта и с учётом АО. При этом величина  $K_P(P_0)$  зависит от многих факторов, характеризующих влияние АО (фазовых искажений, поглощения в осадке, дисперсионного увеличения длительности широкополосных сигналов и т. д.), среди которых наиболее существенным представляется относительное снижение  $K_G = G_{\text{сл}}/G$  коэффициента усиления (КУ)  $G_{\text{сл}}$  антенны, покрытой АО, по сравнению с исходным значением  $G$ . В этом случае, учитывая известные зависимости вероятности обнаружения радиолокационного сигнала с неизвестными амплитудой и начальной фазой от заданной вероятности ложной тревоги  $P_{\text{лт}}$  и параметра обнаружения  $q$  [1] и представляя параметр обнаружения с учётом АО как  $q_{\text{сл}} \approx q(K_G)^2$ , нетрудно показать, что

$$K_P(P_0) = 1 - P_0^{-1} P_{\text{лт}}^{1/(1-K_G^2+K_G^2 \lg P_{\text{лт}}/\lg P_0)} \quad (1)$$

В свою очередь, полагая, что КПД антенны без АО равен единице, можно записать

$$G_{\text{сл}} = \frac{4\pi F_{\text{сл}}(\theta, \varphi)}{\int_0^\pi \int_0^{2\pi} F(\theta, \varphi) \sin \theta \, d\theta \, d\varphi}, \quad F_{\text{сл}}(\theta, \varphi) = \frac{|\mathbf{E}(\theta, \varphi)|^2}{|\mathbf{E}_0(\theta, \varphi)|^2}, \quad (2)$$

где  $F_{\text{сл}}(\theta, \varphi)$ ,  $F(\theta, \varphi)$  и  $\mathbf{E}$ ,  $\mathbf{E}_0$  — диаграммы направленности и поля излучения антенны с АО и без них соответственно,  $\theta$  и  $\varphi$  — углы в сферической системе координат.

Следовательно, в рассматриваемом приближении задача оценки влияния АО на работоспособность РЛС сводится к расчёту диаграммы направленности (ДН)  $F_{\text{сл}}(\theta, \varphi)$  антенны, покрытой осадками. В ряде случаев, в частности когда антенна РЛС находится за радиопрозрачным укрытием (РПУ), для определения  $F_{\text{сл}}(\theta, \varphi)$  могут быть использованы приближённые методы расчёта ДН с учётом метеофакторов [2]. Однако для широкого класса задач оценки влияния АО использование подобных подходов не всегда методически оправдано или возможно. Так, приближённый расчёт ДН антенны (например по методу [2, 3]) в случаях, когда распределение АО не является однородной или медленно меняющейся функцией координат, может приводить к значительным погрешностям оценок. Кроме того, в современных РЛС достаточно широко используются зеркальные антенны открытого типа (без РПУ), для которых задача расчёта ДН с учётом наличия на элементах антенной системы АО с различными распределениями гораздо сложнее рассмотренной в [2]. Тем самым обуславливается актуальность решения такой задачи в настоящей работе.

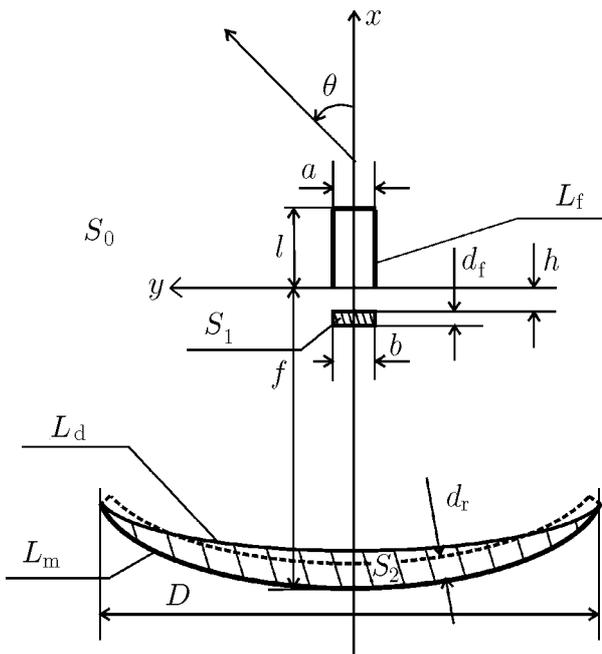


Рис. 1

Исходя из анализа потенциально уязвимых для аэрозольных осадков звеньев РЛС с зеркальными антеннами, будем полагать, что основное влияние могут оказывать АО на рефлекторе и облучателе антенны. При этом будем рассматривать АО как детерминированное, произвольной формы покрытие с известной толщиной  $d$  слоя в каждой точке апертуры антенны и заданной комплексной относительной диэлектрической проницаемостью  $\epsilon$  осаждаемого вещества.

В общем случае расчёт ДН  $F_{\text{сл}}(\theta, \varphi)$  зеркальной антенны, на элементах которой находятся слои АО произвольной формы, затруднён. Однако для цилиндрических зеркальных антенн, длина образующих которых много больше длины волны, полагая, что распределение АО не меняется вдоль образующей, задача определения ДН может быть сведена к менее сложной двумерной задаче дифракции. Такой подход оправдан ещё и тем, что согласно [4] ДН осесимметричной зеркальной антенны в главных плос-

костях может совпадать с ДН цилиндрической антенны в поперечной плоскости в случае равных соответствующих размеров сечений антенн и одинаковых характеристик облучателей. Отсюда можно полагать, что коэффициенты  $K_G$  для зеркальной и цилиндрической антенн произвольных размеров при воздействии АО с одинаковыми распределениями будут примерно равными. Поэтому далее  $K_G$  будем определять из решения двумерной задачи дифракции на цилиндрических зеркальных антеннах.

Рассмотрим зеркальную антенну с облучателем в виде открытого конца плоского волновода, источником возбуждения которого является нить линейного синфазного электрического тока, расположенная внутри облучателя параллельно образующей ( $E$ -поляризация волны). Временную зависимость тока возбуждения выберем в виде  $\exp(i\omega t)$ . Пусть на бесконечно тонких металлических облучателе и рефлекторе антенны находятся АО произвольной формы сечениями  $S_1$  и  $S_2$  соответственно (рис. 1). При этом полагаем, что облучатель антенны закрыт радиопрозрачным (с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon = 1$ ) защитным кожухом толщиной  $h$ , исключаяющим непосредственный контакт АО и облучателя.

Границы сечения  $S_2$  и области свободного пространства  $S_0$  образуют замкнутый контур  $L_r = L_m + L_d$ , где  $L_m$  и  $L_d$  — части контура со стороны рефлектора и слоя АО соответственно (рис. 1). Облучатель, в свою очередь, характеризуется контуром  $L_f$ .

В такой постановке задача определения ДН антенны, покрытой АО, относится к классу задач дифракции электромагнитных волн на цилиндрических структурах [5]. Универсальным методом решения подобных задач является метод интегральных уравнений, являющийся строгим и применимым для структур различного рода и формы [4–6]. В рамках этого метода рассматриваемая двумерная дифракционная задача сводится к получению и решению системы интегральных уравнений для трёх взаимодействующих объектов: металлического экрана (облучателя), а также диэлектрического (АО перед облучателем) и металлодиэлектрического (АО на рефлекторе) тел. Отметим, что без учёта взаимодействия объектов двумерные задачи дифракции  $E$ -поляризованной волны на отдельных облучателе, АО перед ним и рефлекторе с АО могут быть сформулированы в виде интегральных уравнений относительно поверхностного тока на контуре  $L_f$  облучателя [4, 5], электрического поля в сечении  $S_1$  [6], а также электрических полей и их нормальных производных на контуре  $L_r$  [5] соответственно.

Для вывода интегральных уравнений используем следующий подход. Сначала получим истокооб-

разные представления для электрических полей  $E_2(x_0, y_0)$  и  $E(x_0, y_0)$  в произвольных точках области  $S_2$  и областей  $S_0$  и  $S_1$  соответственно:

$$E_2(x_0, y_0) = - \int_{L_m} \frac{\partial E_2(s)}{\partial n_s} G(\rho) h(s) ds - \int_{L_d} \left[ \frac{\partial E_2(s)}{\partial n_s} G(\rho) - E_2(s) \frac{\partial G(\rho)}{\partial n_s} \right] h(s) ds, \quad (3)$$

где  $(x_0, y_0) \in S_2$ ;

$$E(x_0, y_0) = - \int_{L_d} \left[ \frac{\partial E_1(s)}{\partial n_s} G_0(\rho) - E_1(s) \frac{\partial G_0(\rho)}{\partial n_s} \right] h(s) ds + \int_{L_m} \frac{\partial E_1(s)}{\partial n_s} G_0(\rho) h(s) ds - \quad (4)$$

$$- i k_0 Z_0 \int_{L_f} j(s) G_0(\rho) h(s) ds + k_0^2 \int_{S_1} E(x', y') (\varepsilon - 1) G_0(\rho) dx' dy' + E_0(x_0, y_0),$$

где  $(x_0, y_0) \in S_0, S_1$ . Здесь  $E_0(x_0, y_0) = -k_0 Z_0 H_0^{(2)}(k_0 \sqrt{(x_0 - x_s)^2 + (y_0 - y_s)^2})/4$  — поле первичного источника,  $(x_s, y_s)$  — координаты источника,  $E_1(s)$ ,  $\partial E_1(s)/\partial n_s$  и  $E_2(s)$ ,  $\partial E_2(s)/\partial n_s$  — поля и их нормальные производные на контуре  $L_r$  в областях  $S_0$  и  $S_2$  соответственно,  $\mathbf{n}_s$  — внутренняя нормаль к контуру  $L_r$ ,  $j(s)$  — ток на контуре  $L_f$ ,  $E(x', y')$  — поле в сечении  $S_1$ ,  $G_0(\rho) = -i H_0^{(2)}(k_0 \rho)/4$  и  $G(\rho) = -i H_0^{(2)}(k \rho)/4$  — двумерные функции Грина бесконечных областей с волновыми числами  $k_0 = 2\pi/\lambda$  и  $k = 2\pi\sqrt{\varepsilon}/\lambda$ ,  $\lambda$  — длина волны в свободном пространстве,  $\rho$  — расстояние между источником и точкой наблюдения,  $H_0^{(2)}(x)$  — функция Ханкеля второго рода нулевого порядка,  $Z_0$  — сопротивление свободного пространства,  $x(s)$ ,  $y(s)$  — параметрические уравнения контура,  $h(s) = \sqrt{(dx(s)/ds)^2 + (dy(s)/ds)^2}$  — коэффициент Ламе контура.

Если точку наблюдения  $(x_0, y_0)$  поместить в сечение  $S_1$ , выражение (4) становится первым искомым интегральным уравнением.

Поместив точку наблюдения  $(x_0, y_0)$  на контуры  $L_m$  или  $L_f$ , из условия равенства нулю электрического поля на металле и с учётом непрерывности электрических полей ( $E_1(s) = E_2(s) = E(s)$ ) и их нормальных производных ( $\partial E_1(s)/\partial n_s = \partial E_2(s)/\partial n_s = \partial E(s)/\partial n_s$ ) на контуре  $L_d$  получим второе и третье интегральные уравнения:

$$\int_{L_m} \frac{\partial E_2(s)}{\partial n_s} G(\rho) h(s) ds + \int_{L_d} \left[ \frac{\partial E(s)}{\partial n_s} G(\rho) - E(s) \frac{\partial G(\rho)}{\partial n_s} \right] h(s) ds = 0, \quad (5)$$

где  $(x_0, y_0) \in L_m$ ;

$$\int_{L_d} \left[ \frac{\partial E(s)}{\partial n_s} G_0(\rho) - E(s) \frac{\partial G_0(\rho)}{\partial n_s} \right] h(s) ds + \int_{L_m} \frac{\partial E_1(s)}{\partial n_s} G_0(\rho) h(s) ds - \quad (6)$$

$$- i k_0 Z_0 \int_{L_f} j(s) G_0(\rho) h(s) ds + k_0^2 \int_{S_1} E(x', y') (\varepsilon - 1) G_0(\rho) dx' dy' = -E_0(x_0, y_0),$$

где  $(x_0, y_0) \in L_m, L_f$ .

Поместив точку наблюдения  $(x_0, y_0)$  в (3), (4) на контур  $L_d$  и просуммировав эти выражения с учё-

том свойств потенциалов простого и двойного слоёв [7], получим четвертое уравнение:

$$\begin{aligned}
 E(x_0, y_0) - \int_{L_m} \frac{\partial E_1(s)}{\partial n_s} G_0(\rho) h(s) ds + \int_{L_m} \frac{\partial E_2(s)}{\partial n_s} G(\rho) h(s) ds + \\
 + \int_{L_d} \frac{\partial E(s)}{\partial n_s} [G(\rho) - G_0(\rho)] h(s) ds - \int_{L_d} E(s) \left[ \frac{\partial G(\rho)}{\partial n_s} - \frac{\partial G_0(\rho)}{\partial n_s} \right] h(s) ds + \\
 + i k_0 Z_0 \int_{L_f} j(s) G_0(\rho) h(s) ds - k_0^2 \int_{S_1} E(x', y') (\varepsilon - 1) G_0(\rho) dx' dy' = E_0(x_0, y_0),
 \end{aligned} \quad (7)$$

где  $(x_0, y_0) \in L_d$ .

Для вывода последнего, пятого интегрального уравнения возьмём нормальные производные от выражений (3) и (4), поместим точку наблюдения  $(x_0, y_0)$  на контур  $L_d$  и просуммируем эти выражения:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial E(x_0, y_0)}{\partial n_0} - \int_{L_m} \frac{\partial E_1(s)}{\partial n_s} \frac{\partial G_0(\rho)}{\partial n_0} h(s) ds + \int_{L_m} \frac{\partial E_2(s)}{\partial n_s} \frac{\partial G(\rho)}{\partial n_0} h(s) ds + \\
 + \int_{L_d} \frac{\partial E(s)}{\partial n_s} \left[ \frac{\partial G(\rho)}{\partial n_0} - \frac{\partial G_0(\rho)}{\partial n_0} \right] h(s) ds - \int_{L_d} E(s) \left[ \frac{\partial^2 G(\rho)}{\partial n_s \partial n_0} - \frac{\partial^2 G_0(\rho)}{\partial n_s \partial n_0} \right] h(s) ds + \\
 + i k_0 Z_0 \int_{L_f} j(s) \frac{\partial G_0(\rho)}{\partial n_0} h(s) ds - k_0^2 \int_{S_1} E(x', y') (\varepsilon - 1) \frac{\partial G_0(\rho)}{\partial n_0} dx' dy' = \frac{\partial E_0(x_0, y_0)}{\partial n_0},
 \end{aligned} \quad (8)$$

где  $(x_0, y_0) \in L_d$ ,  $\mathbf{n}_0$  — нормаль к контуру  $L_d$  в точке  $(x_0, y_0)$ .

Полученная система интегральных уравнений характеризуется тем, что подынтегральные выражения в (4)–(8) при совпадении точек источника и наблюдения не имеют особенностей сильнее логарифмической [4]. Поэтому для численного решения системы (4)–(8) целесообразно использовать метод коллокации [4]. При этом сечение  $S_1$  и контуры  $L_f$ ,  $L_m$ ,  $L_d$  разбиваются на достаточно малые элементы, в которых неизвестные считаются постоянными. В результате интегральные уравнения сводятся к системе линейных алгебраических уравнений относительно неизвестных в центральных точках этих элементов. После нахождения неизвестных по (4) вычисляется поле  $E$  излучения антенны в дальней зоне, по (2) — её ДН с учётом АО, а по (1) — величина  $K_P(P_0)$ , характеризующая влияние аэрозольного осадка на работоспособность РЛС.

Заметим, что предложенный подход к оценке влияния АО может быть использован и для антенны, находящейся за радиопрозрачным укрытием. Отличия заключаются в получении соответствующей системы интегральных уравнений для расчёта ДН антенны с покрытым осадками РПУ. При этом в качестве неизвестных могут быть выбраны поверхностные токи на рефлекторе и облучателе, а также электрические поля внутри РПУ и АО.

Для примера на рис. 2 приведены результаты расчётов по выражениям (2)–(8) ДН зеркальной параболической антенны со следующими параметрами: раскрыв  $D = 12\lambda$ , фокусное расстояние  $f = 8\lambda$ , ширина волновода  $a = 0,8\lambda$ , длина волновода  $l = 1,5\lambda$ . Принято, что слой АО перед облучателем плоский с толщиной  $d_f = 0,075\lambda$  и шириной  $b = 0,8\lambda$ , расстояние между раскрывом облучателя и слоем  $h = 0,05\lambda$ , координаты первичного источника  $x_s = 1,25\lambda$ ,  $y_s = 0$ . Профили осадков на рефлекторе выбраны двух видов: равномерный толщиной  $d_r = 0,15\lambda$  и равный ему по площади сечения слой АО, ограниченный двумя параболическими кривыми (заштрихованная область над рефлектором, см. рис. 1). Комплексная относительная диэлектрическая проницаемость АО  $\varepsilon = 3,28 - 0,082i$  соответствует диэлектрической проницаемости морского льда в сантиметровом диапазоне длин волн [2].

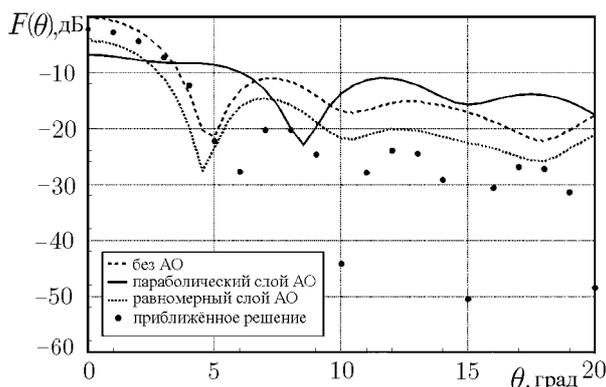


Рис. 2

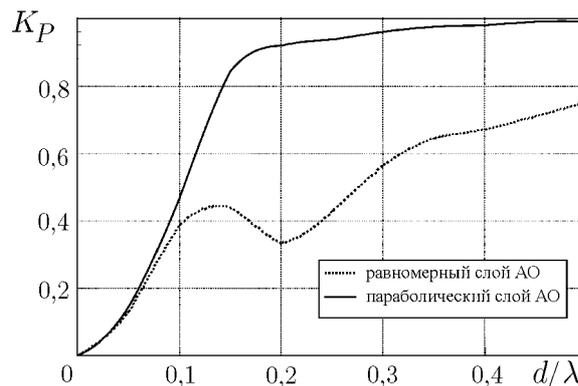


Рис. 3

Кроме того, на рис. 2 показана ДН антенны с равномерными слоями АО на рефлекторе и облучателе, рассчитанная приближённо по [3]. При этом наличие АО на рефлекторе учитывалось с помощью импедансных граничных условий [8], а на облучателе — с помощью коэффициента прохождения волноводной моды через плоский диэлектрический слой [9]. Для условий примера приближённое решение даёт завышенный на 1,9 дБ коэффициент усиления антенны, а при изменении  $\epsilon$  аэрозольного осадка — до 3 дБ. Кроме того, наблюдается значительное расхождение ДН в области боковых лепестков, что обусловлено неучётом в приближённом расчёте затенения рефлектора антенны облучателем, а также рассеяния волны на облучателе.

Сравнение результатов расчёта ДН зеркальной антенны при наличии на рефлекторе равномерного и параболического слоёв АО (рис. 2) показывает, что в рассмотренном случае неравномерность толщины осадка приводит к дополнительному снижению коэффициента усиления антенны на 3 дБ, а также к увеличению ширины ДН почти в два раза и уровня боковых лепестков на  $6 \div 10$  дБ. Это может быть объяснено тем, что слой осадка переменной толщины приводит к большему отклонению распределения поля в раскрыве антенны от синфазного.

Соответствующие зависимости величины  $K_P(P_0 = 0,9)$  от средней толщины  $d$  АО для равномерного ( $d = d_r$ ) и равного ему по площади сечения параболического слоёв при  $d_f = d/2$  приведены на рис. 3. Тем самым результаты расчёта подтверждают существенное влияние АО и, как следствие, необходимость их учёта при оценке работоспособности РЛС в реальных условиях.

Таким образом, предложен подход к оценке работоспособности РЛС с учётом характерного на практике случая наличия на элементах зеркальной антенны аэрозольных осадков, который позволяет уточнять прогнозируемые показатели работоспособности РЛС на этапе эксплуатации.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Радиолокационные устройства (теория и принципы построения) / Под ред. В. В. Григорина-Рябова. — М.: Сов. радио, 1970.
2. Замятин В. И., Ключников А. С., Швец В. И. Антенные обтекатели (конструктивно-радиотехнический расчёт с учётом метеофакторов). — Минск: Изд-во БГУ, 1980.
3. Михайлов Г. Д., Кирьянов О. Е., Тосенко В. М. // Сб. докл. IV Международной НТК «Радиолокация, навигация и связь». Т. 3. — Воронеж, 1998. — С. 1731.
4. Захаров Е. В., Пименов Ю. В. Численный анализ дифракции радиоволн. — М.: Радио и связь, 1982.
5. Назарчук З. Т. Численное исследование дифракции волн на цилиндрических структурах. — Киев: Наукова думка, 1989.

6. Richmond J. H. // IEEE Trans. on antennas and propagation. 1965. V. AP-13, Э 3. P. 334.
7. Сивов А. Н. // Радиотехника и электроника. 1968. Т. 13, Э 8. С. 1494.
8. Миллер М. А., Таланов В. И. // Изв. вузов. Радиофизика. 1961. Т. 4, Э 5. С. 795.
9. Нефёдов Е. И. Дифракция электромагнитных волн на диэлектрических структурах. — М.: Наука, 1979.

5 ЦНИИ МО РФ, г. Воронеж,  
Россия

Поступила в редакцию  
11 мая 1999 г.

#### ESTIMATION OF THE EFFECT OF AEROSOL PRECIPITATIONS ON RADAR OPERABILITY

*O. E. Kiryanov, G. D. Mikhailov, and V. M. Tosenko*

We estimate an error of the target-detection probability by a radar, which results from the effect of aerosol precipitations (AP) deposited on the elements of its antenna—feeder system. In the framework of this problem, we develop a technique for calculating the antenna pattern in the case where its feeder and reflector are covered by a given AP layer with arbitrary shape and known complex relative dielectric permittivity. The example of calculation of the relative error (with respect to 0.9 confidence level calculated neglecting the effect of AP) of the target-detection probability is given for the typical case of antenna freezing.

УДК 538.562+621.385.6

## ФАЗИРОВАННЫЕ АНТЕННЫЕ РЕШЁТКИ НА ОСНОВЕ ВИРКАТОРОВ. ЧИСЛЕННЫЕ ЭКСПЕРИМЕНТЫ

*А. Е. Дубинов, В. Д. Селемир, А. В. Царёв*

Представлены результаты компьютерного моделирования двух различных схем построения ФАР на основе СВЧ генераторов с виртуальным катодом — виркаторов. Отдельно рассмотрены активная и пассивная схемы ФАР. Показано, что в случае активной схемы ФАР степень подстройки виркатора под задающий генератор растёт с ростом мощности последнего, а в случае пассивной схемы степень когерентности двух виркаторов волноводной связью растёт с ростом коэффициента связи.

### ВВЕДЕНИЕ

Одно из самых важных направлений в развитии техники сверхмощных СВЧ генераторов с виртуальным катодом (ВК) — виркаторов — связано с созданием фазированных антенных решёток (ФАР) на их основе. Обзор современного состояния экспериментальных исследований в этом направлении представлен в [1].

Различают два подхода в построении ФАР: подход, основанный на пассивной схеме синхронизации, когда виркатеры с волноводной связью самосинхронизируются, и подход, основанный на активной схеме, когда синхронизация виркатеров осуществляется с помощью внешнего задающего генератора сравнительно небольшой мощности. Возможна также комбинированная схема, в которой каждый виркатор имеет волноводную связь со смежным виркатером в решётке и одновременно управляется задающим генератором. Все эти схемы экспериментально исследовались в «Физикс интернэшнл компани», США. В частности, в работе [2] исследовалась взаимная синхронизация двух виркатеров волноводной связью (пассивная схема), в работах [3–5] исследовалось управление виркатерами с помощью релятивистского магнетрона (активная схема), в работе [6] исследовалась комбинированная схема синхронизации. Укажем также работы других групп исследователей, выполненные в этом направлении [7, 8].

Теоретический анализ, приведённый в работах [2–6], был основан на известной работе Роберта Адлера [9], опубликованной более 50 лет назад. Основная идея анализа заключается в том, что каждый виркатор представляется в виде одиночного осциллятора Ван-дер-Поля. Однако такое представление является сильно упрощённым и неадекватным реальной ситуации, т. к. за виркатером закрепилась репутация источника широкополосного СВЧ излучения со сложной динамикой взаимодействия. Поэтому виркатор как динамический объект можно удовлетворительно описать лишь в виде большого ансамбля сильно взаимодействующих осцилляторов.

Наиболее подходящим для этих целей является метод крупных частиц, позволяющий не только качественно, но и количественно моделировать динамику электронов-осцилляторов в пространстве взаимодействия виркатера.

В данном обзоре представлены результаты моделирования ФАР на основе виркатеров, выполненные с помощью «particle-in-cell» варианта метода крупных частиц. Для этого использовался известный полностью самосогласованный релятивистский электромагнитный код «КАРАТ» (версия 70720–xz), описанный в [10] и любезно предоставленный В. П. Таракановым.

### 1. МОДЕЛИРОВАНИЕ УПРАВЛЕНИЯ СПЕКТРОМ ГЕНЕРАЦИИ ВИРКАТОРА С ПОМОЩЬЮ ВНЕШНЕГО СВЧ СИГНАЛА (АКТИВНАЯ СХЕМА)

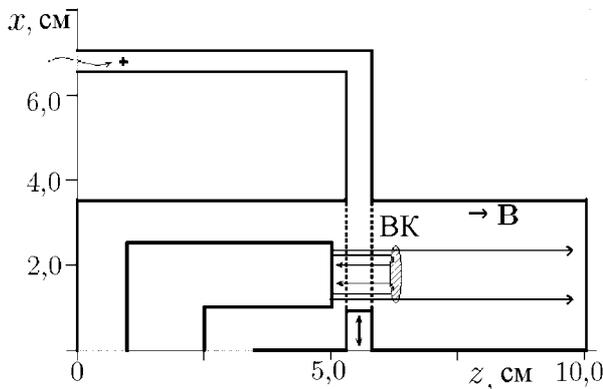


Рис. 1. Геометрия виркатора с внешним управлением. Тонкими стрелками показаны траектории электронов

В данном разделе представлены результаты моделирования управления спектром выходного излучения виркатора внешним монохроматическим сигналом, подведённым к виркатору с помощью однодогового волновода. Рассмотренная задача представляет интерес не только в контексте построения активной ФАР, но и для анализа возможности работы виркатора в качестве усилителя СВЧ мощности.

Геометрия области моделирования с указанием необходимых размеров показана на рис. 1 в координатах  $xz$ ; в направлении оси  $y$  система однородна. Виркатор представлял собой систему двух камер, диодной и дрейфовой, отделённых друг от друга двумя анодными сетками. К межсеточному зазору с одной

стороны подключён волновод, а с другой стороны имеется выступ. Высота выступа регулировалась, чем моделировался настроечный короткозамкнутый поршень. Такой способ подвода внешнего СВЧ сигнала выбран нами не случайно: в [11] для увеличения эффективности связи внешнего сигнала с виркатором было предложено подводить сигнал как можно ближе к области формирования излучения (в данном случае — в середине потенциальной ямы катод—ВК). Отметим, что двухсеточные виркаторы ранее рассматривались в [12, 13].

Вывод генерируемого виркатором СВЧ излучения производится через волновод внешней связи. Для регистрации компонентов СВЧ поля управляющего и генерируемого сигналов на выходе волновода располагался датчик, местоположение которого показано на рис. 1 крестиком.

Считалось, что на систему наложено сильное продольное магнитное поле  $\mathbf{B}$  величиной 50 кГс. Геометрия диодной и дрейфовой камер (диодный зазор 3 мм), диодное напряжение (120 кВ) и плотность тока на катоде (2,5 кА/см на единицу длины оси  $y$ ) были подобраны так, чтобы свободный виркатор генерировал широкополосное излучение, включающее частоту 10 ГГц.

Внешний СВЧ сигнал в виде ТЕМ-волны подавался по волноводу и, отражаясь от короткозамкнутого поршня, формировал в волноводном канале стоячую волну. Положение поршня было подобрано таким образом, чтобы область пучности стоячей волны располагалась напротив катода (выступ поршня 9 мм).

Работа виркатора осуществлялась следующим образом: на катод подавался прямоугольный импульс напряжения через 1 нс после того, как включался внешний СВЧ сигнал. Это разделение по времени позволило обеспечить окончание переходного процесса установления стоячей волны к началу прохождения пучком межсеточного зазора.

В расчётах варьировалась амплитуда стоячей волны. На рис. 2 приведены осциллограммы СВЧ поля  $E_z$  с датчика в отсутствие и при наличии внешнего СВЧ сигнала амплитудой 10 кВ/см (для сравнения укажем, что амплитуда ускоряющего поля в диоде составляла 400 кВ/см).

Анализ этих данных показал, что в отсутствие внешнего сигнала излучение генерируемое виркатором является хаотичным и широкополосным, в то время как при наличии внешнего сигнала виркатор генерирует более регулярный и узкополосный сигнал, его амплитуда в 5–7 раз превышает амплитуду управляющего сигнала. Заметны особенности динамики влияния внешнего сигнала: по крайней мере в течение первого периода колебаний, длящегося примерно 0,5 нс, генерируемые сигналы на рис. 2а и б почти совпадают. Из этого можно сделать заключение о характерном времени процесса настройки

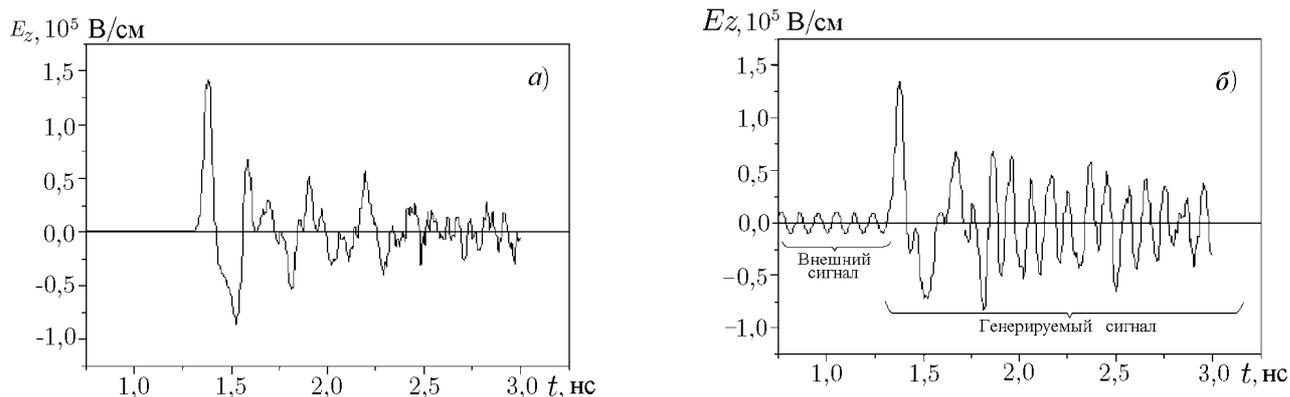


Рис. 2. Расчётные осциллограммы с датчика свободного виркатора (а) и виркатора с внешним управлением (б)

виркатора под внешний сигнал.

Кроме того, рис. 2а показывает, что динамика подстройки частоты под внешний сигнал не соответствует модели возбуждаемого осциллятора Ван-дер-Поля [9], частота которого постепенно изменяется в сторону частоты внешнего сигнала. В нашем случае виркатор практически сразу начинает генерировать излучение на частоте внешнего сигнала.

На рис. 3 показаны спектры мощности сигналов, генерируемых в виркаторе при различных амплитудах стоячей волны в межсеточном зазоре (от 100 В/см до 10 кВ/см). Во всех спектрах заметны пики на частотах 4 и 10 ГГц, но при высокой амплитуде внешнего сигнала пик на частоте 10 ГГц в спектре генерируемого сигнала становится преобладающим.

Таким образом, путём компьютерного моделирования установлена управляемость спектра выходного излучения виркатора внешним СВЧ сигналом.

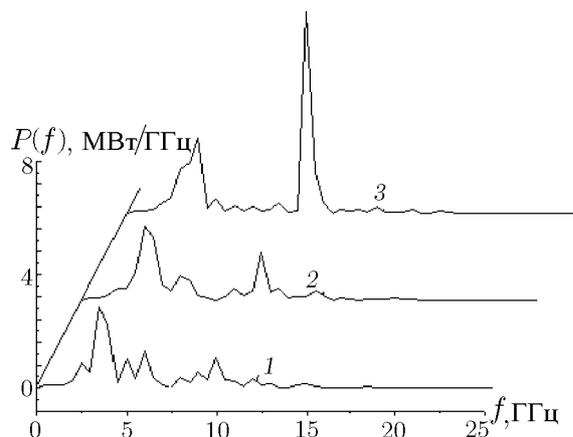


Рис. 3. Спектры мощности сигнала в волноводе в сечении расположения датчика при следующих значениях амплитуды внешнего управляющего сигнала в межсеточном зазоре: 1 — 100 В/см; 2 — 1 кВ/см; 3 — 10 кВ/см

## 2. МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЗАИМНОЙ СИНХРОНИЗАЦИИ ДВУХ ВИРКАТОРОВ, СВЯЗАННЫХ ВОЛНОВОДОМ (ПАССИВНАЯ СХЕМА)

Геометрия области моделирования показана на рис. 4. Уровни запитки виркаторов и их размеры были выбраны так, чтобы область генерации (потенциальная яма катод—ВК) примерно соответствовала виркатору из предыдущего раздела. Считалось, что к виркаторам одновременно прикладывается прямоугольный импульс напряжения 100 кВ на один виркатор и 115 кВ — на другой. Как показывают расчёты, ширина потенциальной ямы виркаторов примерно одинакова, в то же время глубина ям различается на 15 кВ. Это не должно приводить к заметному отличию частот колебаний электронов в обеих потенциальных ямах вследствие существенного релятивизма, но спектры выходного излучения несвязанных виркаторов демонстрируют хаотическую и турбулентную динамику электронных потоков.

В расчётах варьировался коэффициент связи виркаторов путём изменения ширины волновода связи и изучалась структура осциллограмм поля  $E_{1z}(t)$  и  $E_{2z}(t)$  в местах расположения датчиков в обоих виркаторах (см. рис. 4, датчики показаны крестиками).

Было уделено особое внимание выработке критериев оценки степени синхронизации виркаторов. Анализ фурье-образов сигналов, их взаимной корреляции не позволяет наглядно выявить особенности

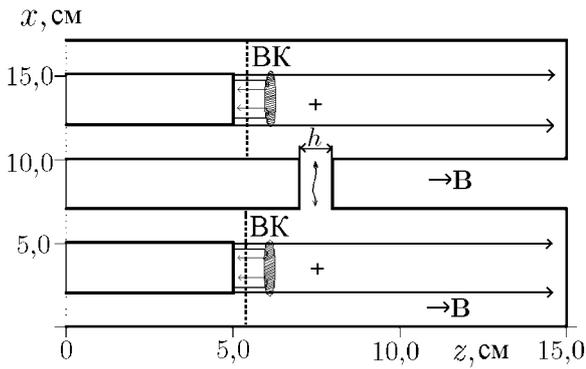


Рис. 4. Геометрия двух виркаторов, связанных волноводом

сигналов синхронизированы и когерентны, а если функция когерентности близка к нулю, то соответствующие составляющие независимы.

Однако функция когерентности всё же не полностью отражает степень синхронизации, т. к. на те составляющие спектра, для которых  $\gamma(f) \approx 1$ , может приходиться небольшая часть энергии генерируемого излучения. Поэтому нами была введена частотная функция  $\theta(f)$ , определяемая как

синхронизации на каждой выделенной частоте. На наш взгляд, наиболее наглядный результат может быть получен при использовании частотной функции когерентности  $\gamma(f)$  [14, 15], определяемой как

$$\gamma(f) = \frac{C_{12}^2(f)}{C_{11}(f)C_{22}(f)}, \quad (1)$$

где  $C_{ij}(f)$  — автокорреляционные функции двух сигналов при  $i = j$  и взаимная корреляционная функция при  $i \neq j$ ,  $f$  — частота. Напомним, что выполняется неравенство  $0 \leq |\gamma(f)| \leq 1$ , и если на данной частоте функция когерентности близка к единице, то соответствующие составляющие спектра двух сигналов синхронизированы и когерентны, а если функция когерентности близка к нулю, то соответствующие составляющие независимы.

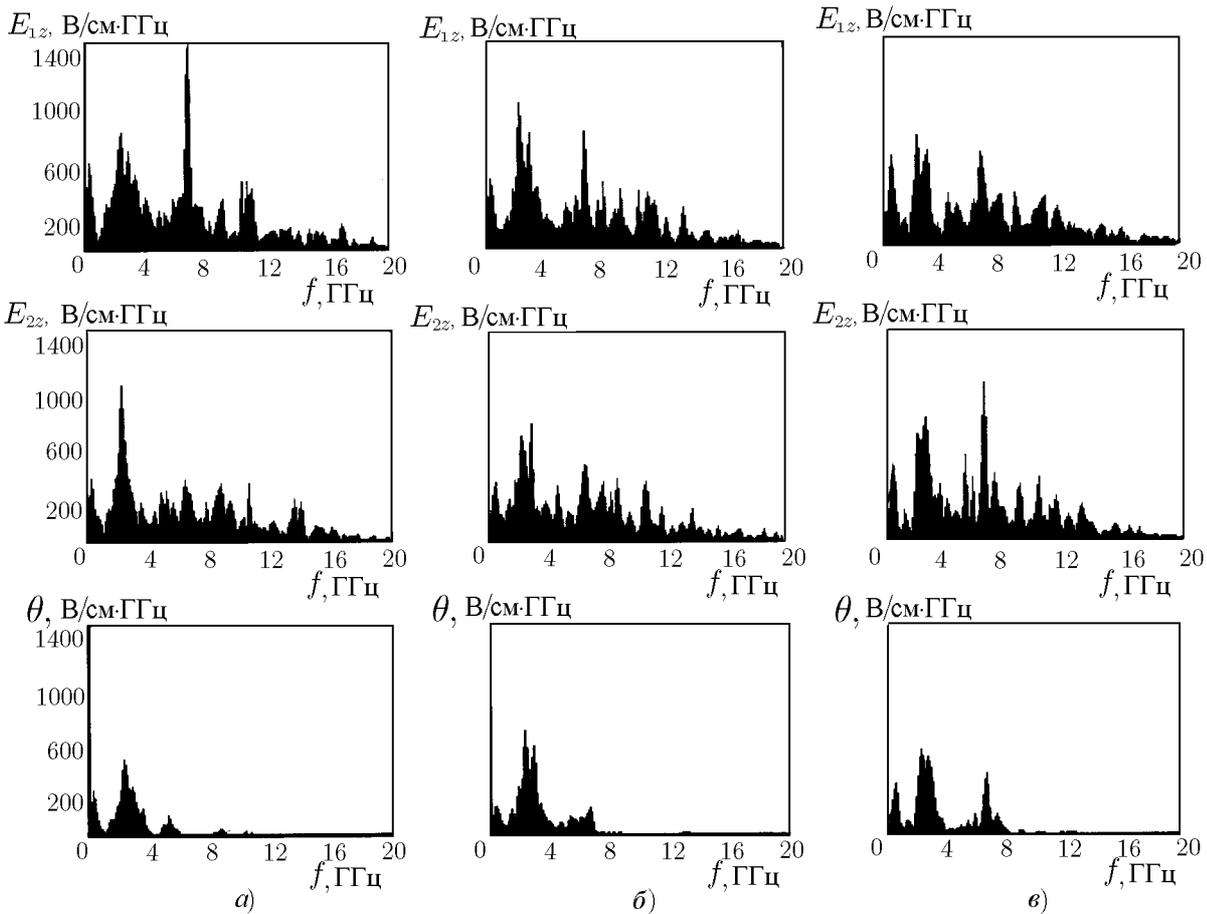


Рис. 5. Фурье-образы сигналов  $E_{1z}(t)$  и  $E_{2z}(t)$  и частотные зависимости когерентности  $\theta(f)$  для различных значений ширины  $h$  волновода связи: а)  $h = 2$  мм; б)  $h = 8$  мм; в)  $h = 14$  мм

$$\theta(f) = \sqrt{E_{1z}(f)E_{2z}(f)}\gamma(f), \quad (2)$$

а в качестве критерия синхронизации в диапазоне частот от  $f_0$  до  $f_0 + \Delta f$  была выбрана величина

$$\Theta = \frac{1}{\Delta f} \int_{f_0}^{f_0 + \Delta f} \theta(f) df. \quad (3)$$

Удобство частотной функции  $\theta(f)$  и критерия  $\Theta$  заключается в том, что они выражаются в тех же единицах измерения, что и спектры сигналов  $E_{1z}(f)$  и  $E_{2z}(f)$  и, кроме того, количественно отображают уровень синхронизации и когерентности на данной частоте или в данном диапазоне частот.

Результаты расчётов для трёх различных значений ширины волновода связи представлены на рис. 5. Из этих расчётов видно, что с увеличением коэффициента связи синхронизация на частотах вблизи 2 ГГц растёт по амплитуде и по величине диапазона частот, но более заметно растёт синхронизация в рабочем диапазоне частот генерации виркаторов, вблизи 7 ГГц. Зависимость критерия синхронизации  $\Theta$  от ширины  $h$  волновода связи для всего диапазона частот от 0 до 20 ГГц, показанная на рис. 6, почти везде возрастающая, если же взять более узкий диапазон частот вблизи 7 ГГц, то рост  $\Theta$  будет монотонным. Таким образом, можно сделать вывод, что спектральные особенности взаимосинхронизации двух связанных виркаторов во многом сходны с особенностями управления спектром выходного излучения виркатора с помощью внешнего сигнала, рассмотренными в предыдущем разделе.

Также представляет интерес вопрос о стабильности поддержания определённого сдвига фаз между основными составляющими спектра выходного излучения виркаторов. По сути, стабильность сдвига фаз — основная техническая задача при построении управляемой ФАР. Нами был вычислен методом скользящего временного окна сдвиг фаз между гармониками с частотой 7 ГГц и проанализирована его эволюция при различных коэффициентах связи. Результаты этих вычислений представлены на рис. 7, из которого видно, что с ростом коэффициента связи стабильность поддержания сдвига фаз улучшается.

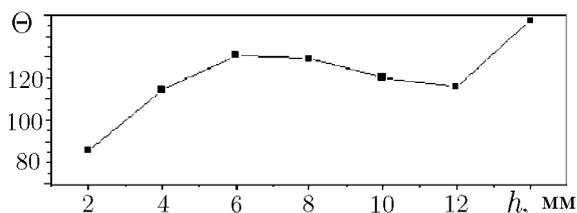


Рис. 6. Зависимость критерия синхронизации  $\Theta$ , вычисленного в диапазоне  $0 \div 20$  ГГц, для различных значений ширины  $h$  волновода связи

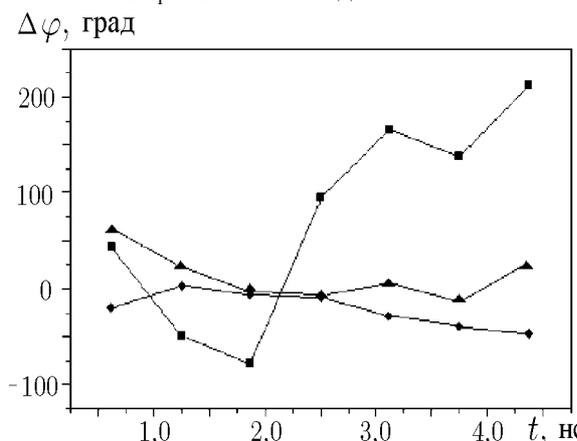


Рис. 7. Эволюция сдвига фаз между составляющими спектра выходного излучения виркатора на частоте 7 ГГц при различной ширине волновода связи: квадратики —  $h = 2$  мм; треугольники —  $h = 8$  мм; ромбы —  $h = 14$  мм

### 3. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Представленные результаты компьютерного моделирования двух различных способов управления СВЧ генерацией виркаторов с целью создания ФАР на их основе однозначно свидетельствуют о том, что:

1) виркатор является СВЧ генератором, характеристиками выходного излучения которого легко можно управлять с помощью внешнего задающего СВЧ генератора сравнительно небольшой мощности;

2) виркаторы, связанные волноводом, синхронизируются, причём с ростом коэффициента связи степень когерентности их СВЧ генерации возрастает, а стабильность поддержания определённого сдвига фаз улучшается.

Авторы выражают благодарность В. П. Тарakanову за помощь в работе.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Дубинов А. Е., Селемир В. Д. // Зарубежная радиоэлектроника. 1995, Э 4. С. 54.
2. Sze H., Price D., Harteneck B. // J. Appl. Phys. 1990. V. 67, Э 5. P. 2278.
3. Woo W., Benford J., Fittinghoff D. et al. // J. Appl. Phys. 1989. V. 65, Э 2. P. 861.
4. Price D., Sze H., Fittinghoff D. // J. Appl. Phys. 1989. V. 65, Э 12. P. 5185.
5. Price D., Sze H. // IEEE Trans. Plasma Sci. 1990. V. 18, Э 3. P. 580.
6. Sze H., Price D., Harteneck B., Cooksey N. // J. Appl. Phys. 1990. V. 68, Э 7. P. 3073.
7. Hendricks K. J., Adler R., Noggle R. C. // J. Appl. Phys. 1990. V. 68, Э 2. P. 820.
8. Григорьев В. П., Жерлицын А. Г., Коваль Т. В. и др. // Письма в ЖТФ. 1988. Т. 14, Э 23. С. 2164.
9. Adler R. // Proc. IRE. 1946. V. 34, Э 6. P. 351.
10. Tarakanov V. P. // User's manual for code Karat. Springfield: Berkley Research Associate Inc., 1992.
11. Патент Э 2124250 РФ, МКИ Н 01 J 25/61 / Алёхин Б. В., Дубинов А. Е., Селемир В. Д. и др.; Заявл. 27.06.97; Опубл. 1998. БИ Э 36.
12. Miner L. M., Voss D. E., Koslover R. A. et al. // IEEE Trans. Electromagnetic Compatibility. 1992. V. 34, Э 3. P. 229.
13. Дубинов А. Е., Михеев К. В., Селемир В. Д., Судовцов А. В. // Тез. докл. 8 научн. шк. «Физика импульсных разрядов в конденсированных средах», Николаев, 1997. С. 29.
14. Бендат Дж., Пирсол А. Применение корреляционного и спектрального анализа. — М.: Мир, 1983.
15. Картер Г. К. // ТИИЭР. 1987. Т. 75, Э 2. С. 64.

Российский федеральный ядерный  
центр — Всероссийский  
научно-исследовательский  
институт экспериментальной  
физики, г. Саров, Нижегород. обл.,  
Россия

Поступила в редакцию  
22 января 1999 г.

#### PHASED ANTENNA ARRAYS BASED ON VIRCATORS. NUMERICAL EXPERIMENTS

*A. E. Dubinov, V. D. Selemir, and A. V. Tsarev*

We present the results of numerical simulations of two different design schemes for phased antenna arrays (PAAs) based on vircators, i.e., VHF oscillators with virtual cathodes. The active and passive schemes of PAA design are analyzed separately. It is shown that, in the case of active PAA scheme, the degree of vircator tuning to the reference oscillator increases with increasing power of the latter, while, in the case of passive PAA scheme, the coherence degree of two vircators due to waveguide coupling increases with increasing coupling coefficient.

## СТРУКТУРА ПОЛЯ ЧЕРЕНКОВСКОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В ВОЛНОВОДЕ

*Беглоян Э. А., Кочарян В. Г., Лазиев Э. М.*

Исследована структура поля излучения Вавилова—Черенкова в плоском и цилиндрическом волноводах, заполненных сплошной диэлектрической средой либо одноосным кристаллом. Показано, что излучение Вавилова—Черенкова формируется в виде пакетов волн, движущихся с одинаковыми групповыми и фазовыми скоростями. Рассмотрено излучение системы сгустков заряженных частиц.

Важной проблемой в двухпучковых схемах ускорения заряженных частиц является выбор ускоряющей структуры и механизма отбора энергии от генераторного пучка. Одной из перспективных моделей является волновод, заполненный диэлектрической средой [1], в котором генерируется излучение Вавилова—Черенкова. С этой точки зрения интересно исследовать структуру поля излучения Вавилова—Черенкова в волноводах.

### 1. ИЗЛУЧЕНИЕ ВАВИЛОВА—ЧЕРЕНКОВА В ПЛОСКОМ ВОЛНОВОДЕ

Рассмотрим излучение Вавилова—Черенкова в плоском волноводе, заполненном изотропной диэлектрической средой с проницаемостью  $\varepsilon$  и обладающем идеально проводящими стенками с координатами  $x = 0$ ,  $x = b$ . Волновод возбуждается бесконечной длинной заряженной нитью, расположенной вдоль оси  $y$  и движущейся со скоростью  $v$  вдоль оси  $z$ . Такая идеализированная модель позволяет получить аналитические выражения для поля излучения и наглядно представить интересующие нас особенности излучения Вавилова—Черенкова.

Для поля излучения имеем

$$E_z = -\frac{2\pi\sigma}{\varepsilon b} \sum_n \sin(\chi_n x_0) \sin(\chi_n x) \cos\left[\frac{\omega_n}{v}(z - vt)\right], \quad (1)$$

где  $\sigma$  — линейная плотность заряда нити,  $\chi_n = \pi n/b$ ,  $n$  — индекс моды поля,  $\omega_n = \chi_n v / \sqrt{\beta^2 \varepsilon - 1}$ ,  $x_0$  — координата проекции нити на ось  $x$ ,  $\beta = v/c$ ,  $c$  — скорость света. Остальные компоненты поля находятся обычным образом.

При  $x = x_0 = b/2$  (нить летит на равном удалении от стенок волновода) сумму в (1) можно вычислить аналитически и представить  $E_z$  в виде

$$E_z = -\frac{\pi\sigma}{2\varepsilon b} \frac{\sin(2N\alpha)}{\sin\alpha}, \quad \alpha = \frac{\pi(z - vt)}{2b\sqrt{\beta^2\varepsilon - 1}}. \quad (2)$$

При большом числе  $N$  суммируемых мод поле излучения отлично от нуля лишь в точках

$$\xi_k = |z - vt| = kb\sqrt{\beta^2\varepsilon - 1}, \quad (3)$$

где  $k = 1, 2, 3, \dots$ , причём при нечётных  $k$  величина  $E_z > 0$ , а при чётных —  $E_z < 0$ .

На рис. 1 представлены графики зависимости  $E_z$  от расстояния  $\xi = z - vt$  на траектории движения нити для первых ста волноводных мод. Параметры задачи выбраны следующими:  $b = 3,4$  см,  $\sigma = 2$  нК/м,  $\varepsilon = 3$ ,  $\beta = 1$ .

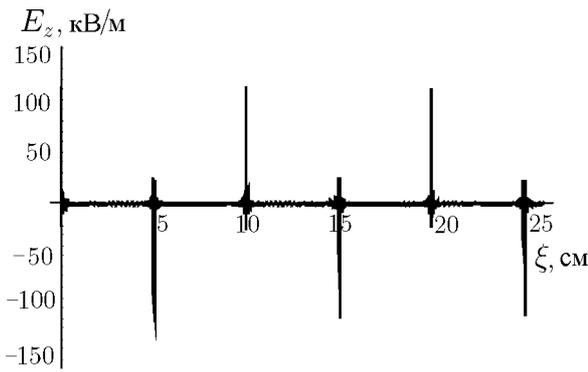


Рис. 1. Зависимость  $E_z$  от  $\xi = z - vt$  на оси пролёта заряженной нити. Число суммируемых мод  $N = 100$

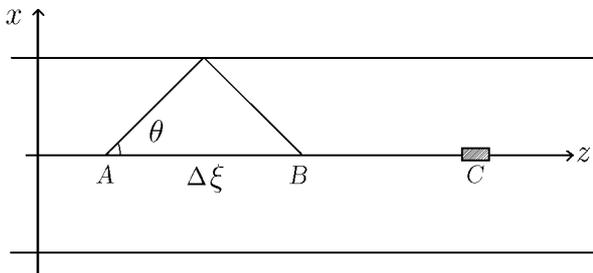


Рис. 2. Схема формирования излучения Вавилова—Черенкова

Физическая интерпретация полученных результатов заключается в следующем. Спектр излучения Вавилова—Черенкова в волноводе дискретный, однако все волноводные черенковские волны в средах с малой дисперсией имеют одинаковые фазовые  $v_\phi = v$  и групповые  $v_{гр} = v/\sqrt{\beta^2\epsilon - 1}$  скорости.

Разложим волноводные волны по плоским (парциальным) волнам. Двигаясь с одинаковыми фазовыми  $v_\phi = v$  и групповыми  $v_{гр} = c/\sqrt{\epsilon}$  скоростями, они формируют пакеты парциальных волн, распространяющихся под углом

$$\theta = \arccos \frac{1}{\beta\sqrt{\epsilon}} \tag{4}$$

к оси волновода [1]. Наличие стенок волновода приводит к многократным отражениям этих пакетов. Поскольку скорости волн, составляющих пакет, одинаковы, эти волны за равные промежутки времени доходят до оси волновода.

Если в точке  $A$  испущен пакет волн под углом  $\theta$ , то, отразившись от стенки волновода, он достигает точки  $B$  (рис. 2) на расстоянии

$$\Delta\xi = \frac{2b}{\sqrt{\beta^2\epsilon - 1}}. \tag{5}$$

За это время нить приходит в точку  $C$  с координатой

$$\frac{2b\beta^2\epsilon}{\sqrt{\beta^2\epsilon - 1}}. \tag{6}$$

Вычислив расстояние  $|BC| = z - vt$ , мы приходим к (3). После каждого отражения фаза всех парциальных волн меняется на  $\pi$ , поэтому каждый последующий пик является зеркальным отражением предыдущего.

Если вместо описанной выше заряженной нити в плоском волноводе движется бесконечная лента шириной  $l$  с равномерно распределённым зарядом, то для компоненты  $E_z$  поля излучения имеем

$$E_z = \begin{cases} \frac{4\sigma\sqrt{\beta^2\epsilon - 1}}{\epsilon l} \sum_n \frac{1}{n} \sin \frac{\chi_n(z - vt - l/2)}{\sqrt{\beta^2\epsilon - 1}} \sin(\chi_n x_0) \sin(\chi_n x) & \text{при } |z - vt| < l/2; \\ \frac{-8\sigma\sqrt{\beta^2\epsilon - 1}}{\epsilon l} \sum_n \frac{1}{n} \sin \frac{\chi_n l}{2\sqrt{\beta^2\epsilon - 1}} \cos \frac{\chi_n(z - vt)}{\sqrt{\beta^2\epsilon - 1}} \sin(\chi_n x_0) \sin(\chi_n x) & \text{при } |z - vt| > l/2. \end{cases}$$

На рис. 3 и 4 представлены графики зависимости компоненты  $E_z$  поля излучения от расстояния  $\xi = z - vt, x = x_0 = b/2$ . Как и в случае тонкой нити, наблюдаются пакеты волн излучения Вавилова—Черенкова, центры которых расположены на расстоянии  $\xi_k$ . Однако если в случае тонкой нити ширина этих пакетов была бесконечно малой, то в рассматриваемом случае ширина пакетов будет равна ширине заряженной ленты  $l$ . Это обстоятельство можно использовать, в частности, для определения ширины излучающей ленты, однако эта задача в рамках данной статьи не рассматривается.

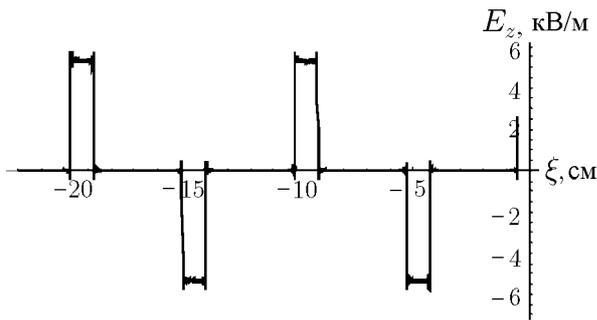


Рис. 3. Зависимость  $E_z$  от  $\xi = z - vt$  на оси  $z$  пролёта заряженной ленты при  $|z - vt| < l/2$ ;  $\sigma = 2$  нК/м

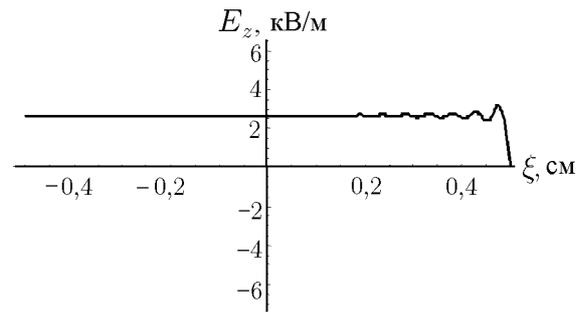


Рис. 4. Зависимость  $E_z$  от  $\xi = z - vt$  на оси  $z$  пролёта заряженной ленты при  $|z - vt| < l/2$ ;  $\sigma = 2$  нК/м

## 2. ИЗЛУЧЕНИЕ ВАВИЛОВА—ЧЕРЕНКОВА В ЦИЛИНДРИЧЕСКОМ ВОЛНОВОДЕ С ОДНОРОДНЫМ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИМ ЗАПОЛНЕНИЕМ

Рассмотрим регулярный цилиндрический волновод радиуса  $R$ , заполненный диэлектрической средой с проницаемостью  $\epsilon$ . Вдоль оси волновода движется сгусток заряженных частиц, имеющий форму цилиндра длины  $l$  и радиуса  $r_0$ , с равномерно распределённым зарядом. Если скорость сгустка такова, что  $\beta^2\epsilon \geq 1$ , в волноводе генерируется излучение Вавилова—Черенкова с отличными от нуля компонентами  $E_z$ ,  $E_r$ ,  $H_\varphi$  электромагнитного поля. Нас интересует составляющая  $E_z$  поля, которая имеет вид [2]

$$E_z = \begin{cases} -2A \sum_n \beta_{0n} \sin \frac{\alpha_{0n} l}{2R} \cos \frac{\alpha_{0n} (z - vt)}{R} & \text{при } |z - vt| < l/2; \\ A \sum_n \beta_{0n} \sin \left[ \frac{\alpha_{0n}}{R} \left( z - vt - \frac{l}{2} \right) \right] & \text{при } |z - vt| > l/2, \end{cases} \quad (7)$$

где

$$\beta_{0n} = \frac{J_0\left(\mu_{0n} \frac{r}{R}\right) J_1\left(\mu_{0n} \frac{r_0}{R}\right)}{\mu_{0n}^2 J_1^2(\mu_{0n})}, \quad \alpha_{0n} = \frac{\mu_{0n}}{\sqrt{\beta^2\epsilon - 1}}, \quad A = \frac{4q \sqrt{\beta^2\epsilon - 1}}{lr_0\epsilon},$$

$J_0(x)$  и  $J_1(x)$  — функции Бесселя соответственно нулевого и первого порядка,  $q$  — заряд сгустка,  $\mu_{0n}$  — корни функции Бесселя нулевого порядка; область, определяемая неравенством  $-l/2 < z - vt < l/2$ , соответствует области сгустка, неравенство  $z - vt < -l/2$  определяет область за сгустком.

На рис. 5, 6 приведено распределение компоненты  $E_z$  поля излучения в областях  $z - vt < -l/2$  и  $-l/2 < z - vt < l/2$  в системе отсчёта, связанной со сгустком. Суммирование ведётся для первых 15-ти волноводных мод в радиообласти, на которые приходится 95 % энергии излучения. Графики построены для следующих параметров задачи:  $\epsilon = 3$ ,  $l = 1$  см, число частиц в сгустке  $\tilde{n} = 3 \times 10^9$ ,  $r_0 = 0,5$  см,  $R = 2,7065$  см [3].

Как и в случае плоского волновода, излучение Вавилова—Черенкова формируется в виде пакетов парциальных волн с одинаковыми групповыми и фазовыми скоростями, распространяющихся под углом  $\theta = \arccos[1/(\beta\sqrt{\epsilon})]$  к оси волновода. Отражаясь от стенок волновода, они приходят на ось волновода на расстоянии

$$\Delta\xi_k = 2Rk \sqrt{\beta^2\epsilon - 1} \quad (8)$$

от сгустка, где  $k = 1, 2, 3, \dots$ . Отметим, что это выражение легко получается, если воспользоваться схемой, приведённой на рис. 2.

Беглоян Э. А. и др.

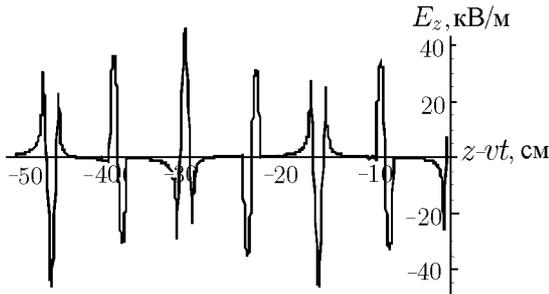


Рис. 5. Поле излучения сгустка заряженных частиц в цилиндрическом волноводе в области  $z - vt < -l/2$ ;  $\beta = 1$

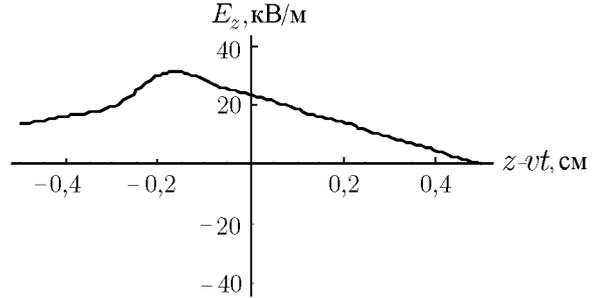


Рис. 6. Поле излучения сгустка заряженных частиц в цилиндрическом волноводе в области  $-l/2 < z - vt < l/2$ ;  $\beta = 1$

За сгустком наблюдаются пики излучения [3], которые повторяются группами, состоящими из четырёх пакетов волн. Первые два пика являются зеркальными отражениями двух последних. Это обстоятельство объясняется тем, что фазы волн, составляющих первые два пика, отличаются от фаз волн, составляющих последние два пика, на  $\pi$ , а фазы волн в соседних двух пиках отличаются на  $\pi/2$ .

Возникновение повторяющихся групп, состоящих из четырёх пиков излучения, не случайно и обусловлено электродинамическими свойствами круглого волновода. Действительно, собственные значения первой краевой задачи для поперечного сечения волновода для мод с индексом  $n > 1$  можно представить в виде

$$\lambda_{0n} = \frac{\mu_{0n}}{R} = \frac{\pi}{R} \left( n - \frac{1}{4} \right). \tag{9}$$

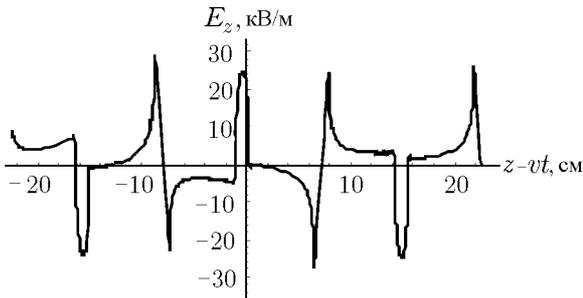


Рис. 7. Поле излучения длинного сгустка в цилиндрическом волноводе в области  $-l/2 < z - vt < l/2$ . Линейная плотность заряда сгустка  $\sigma = 0,48$  нК

Определим расстояние  $\Delta\xi_k$ , на котором фазы всех волноводных волн меняются на  $\Delta\varphi_k = k\pi/2$  в системе отсчёта, связанной со сгустком:

$$\Delta\varphi_k = \gamma_n \Delta\xi_k = \frac{k\pi}{2}, \tag{10}$$

где

$$\gamma_n = \sqrt{\frac{\omega_{0n}^2 \varepsilon}{c} - \lambda_{0n}^2}, \quad \omega_{0n} = \frac{\mu_{0n} v}{R \sqrt{\beta^2 \varepsilon - 1}}.$$

Подставляя (9) в (10) приходим к выражению (8).

Для достаточно длинных сгустков ( $l > \Delta\xi_k$ ) описанные выше пакеты волн формируются и в области, занимаемой сгустком. Такая ситуация показана на рис. 7.

### 3. ИЗЛУЧЕНИЕ ВАВИЛОВА—ЧЕРЕНКОВА В ЦИЛИНДРИЧЕСКОМ ВОЛНОВОДЕ, ЗАПОЛНЕННОМ ОДНООСНОЙ КРИСТАЛЛИЧЕСКОЙ СРЕДОЙ

Рассмотрим цилиндрический волновод, заполненный одноосной кристаллической средой, ось которой совпадает с осью волновода.

Численные оценки проведём для случая искусственного одноосного кристалла, который сконструирован как мелкослоистая среда, состоящая из слоёв диэлектрика толщины  $d$  (с проницаемостью  $\varepsilon$ ) и воздушных прослоек толщины  $a$  ( $\varepsilon = 1$ ). Если толщина слоёв мала по сравнению с длиной волны, так что

$$\left( \sqrt{\frac{\gamma_n}{\varepsilon \gamma_n}} + \sqrt{\frac{\varepsilon \gamma_n}{\gamma_n}} \right) \gamma_n d \ll 1, \quad \Gamma_n a \ll 1, \tag{11}$$

где  $\gamma_n^2 = \varepsilon\omega^2/c^2 - \lambda_n^2$ ,  $\Gamma_n^2 = \omega^2/c^2 - \lambda_n^2$ ,  $\lambda_n$  — собственные значения первой краевой задачи для поперечного сечения волновода, то мелкослоистую среду можно рассматривать как одноосный кристалл с диэлектрической проницаемостью

$$\hat{\varepsilon} = \begin{vmatrix} \varepsilon_r & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_r & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_z \end{vmatrix}, \quad \varepsilon_r = \frac{a + \varepsilon d}{a + d}, \quad \varepsilon_z = \frac{\varepsilon(d + a)}{\varepsilon a + d}. \quad (12)$$

Поле излучения сгустка заряженных частиц в этом случае также описывается выражением (7) с той лишь разницей, что теперь

$$\alpha_{0n} = \sqrt{\frac{\varepsilon_r}{\varepsilon_z}} \frac{\mu_{0n}}{\sqrt{\beta^2 \varepsilon_z - 1}}, \quad A = \frac{4q \sqrt{\beta^2 \varepsilon_r - 1}}{lr_0 \sqrt{\varepsilon_z \varepsilon_r}}. \quad (13)$$

Чтобы исключить отражения волн от границ раздела, надо подобрать толщины пластин и диэлектрическую проницаемость  $\hat{\varepsilon}$  таким образом, чтобы спектр излучения Вавилова—Черенкова попадал в область прозрачности мелкослоистой среды. В рассматриваемом случае необходимо, чтобы черенковские частоты

$$\omega_n = \sqrt{\frac{\varepsilon_r}{\varepsilon_z}} \frac{\lambda_n v}{\sqrt{\beta^2 \varepsilon_r - 1}} \quad (14)$$

удовлетворяли условию Брюстера в волноводе [4]:

$$\gamma_n = \varepsilon \Gamma_n. \quad (15)$$

Совместное выполнение условий (11) и (15) возможно лишь при определённых значениях  $a$  и  $d$ , удовлетворяющих уравнению

$$\frac{a}{d} = \frac{\beta(\varepsilon - 1) \sqrt{\varepsilon + 1} - (\varepsilon + 1 - \beta^2 \varepsilon)}{\varepsilon + 1 + \beta^2}. \quad (16)$$

Интересно отметить, что полученное соотношение не зависит от индекса  $n$  волноводной моды, а максимальное отношение  $a/d$  равно 1,61.

Механизм формирования излучения Вавилова—Черенкова в точности такой же, как и в случае однородного диэлектрического заполнения, с той лишь разницей, что в рассматриваемом случае

$$\gamma_n = \sqrt{\frac{\varepsilon_r}{\varepsilon_z} (\beta^2 \varepsilon_z - 1 - \lambda_n^2)}, \quad \omega_n = \sqrt{\frac{\varepsilon_r}{\varepsilon_z}} \frac{\mu_{0n} v}{R \sqrt{\beta^2 \varepsilon_z - 1}}. \quad (17)$$

Подставляя (17) в (10) получим расстояние между пиками:

$$\Delta \xi_k = 2R \sqrt{\frac{\varepsilon_z}{\varepsilon_r} \sqrt{\beta^2 \varepsilon_r - 1}}. \quad (18)$$

#### 4. ИЗЛУЧЕНИЕ СИСТЕМЫ СГУСТКОВ В ВОЛНОВОДЕ, ЗАПОЛНЕННОМ ГАЗООБРАЗНОЙ СРЕДОЙ

Если вдоль оси волновода движется система из  $N$  сгустков, центры которых отстоят друг от друга на расстоянии  $L$ , то в выражении для поля излучения (7) появляется множитель

$$F_{0n} = \frac{\sin \left[ N \mu_{0n} L / (2R \sqrt{\beta^2 \varepsilon - 1}) \right]}{\sin \left[ \mu_{0n} L / (2R \sqrt{\beta^2 \varepsilon - 1}) \right]}, \quad (19)$$

Беглоян Э. А. и др.

который имеет смысл форм-фактора системы сгустков. Из условия синфазного сложения излучения отдельных сгустков определим резонансный радиус волновода:

$$R_{0nk} = \frac{\mu_{0n}L}{2\pi k \sqrt{\beta^2 \epsilon - 1}}, \quad (20)$$

где  $k$  — номер гармоники частоты следования сгустков.

Как следует из (20), для каждой частоты черенковского спектра можно подобрать резонансный радиус волновода, при котором излучённые разными сгустками волны на этой частоте будут синфазно складываться. Волны, излучённые на других частотах, будут гасить друг друга. Эта ситуация приведена на рис. 8 для резонансного радиуса, соответствующего первой частоте черенковского спектра.

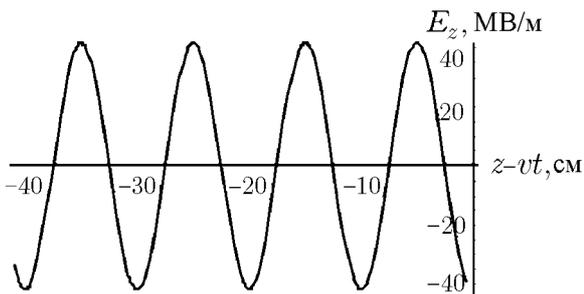


Рис. 8. Поле излучения системы из 30 000 сгустков в волноводе, заполненном газообразной средой с  $\epsilon = 1,05$ , число частиц в сгустке  $\tilde{n} = 3 \cdot 10^9$

При выборе значения диэлектрической проницаемости среды мы руководствовались следующими соображениями. Для прохождения сгустков в сплошном диэлектрике необходим канал. Излучение Вавилова—Черенкова формируется в области, заполненной диэлектриком. Пакеты волн движутся под черенковским углом и падают на границу канала под углом полного внутреннего отражения. В область, занимаемую каналом, они проходят в виде затухающих волн. При этом основная энергия излучения концентрируется в области, занимаемой диэлектрической средой.

Исходя из вышеизложенного и учитывая возможность использования рассматриваемой модели в качестве ускоряющей структуры в двухпучковой схеме ускорения заряженных частиц, мы в качестве диэлектрической среды рассматриваем газообразную среду с  $\epsilon = 1,05$ . Уменьшение диэлектрической проницаемости среды приводит к уменьшению потерь сгустка на излучение, но позволяет обойти трудности, связанные с наличием канала в сплошном диэлектрике.

Таким образом, излучение Вавилова—Черенкова в волноводах формируется в виде пакетов парциальных волн, движущихся под черенковским углом к оси волновода. Все парциальные волны независимо от индекса моды волны имеют одинаковые фазовые и групповые скорости. Отражаясь от стенок волновода, они накладываются друг на друга на траектории движения сгустков. В зависимости от геометрии поперечного сечения волновода на траектории движения сгустка возникают повторяющиеся группы пиков излучения Вавилова—Черенкова. Основной вклад в поле излучения дают первые 10–15 мод в радиообласти черенковского спектра.

Авторы признательны Э. Д. Газазяну за обсуждение результатов работы.

Работа выполнена при поддержке МНТЦ (грант А–087).

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Болотовский Б. М. // УФН. 1961. Т. 75, вып. 2. С. 295.
2. Газазян Э. Д., Лазиев Э. М. // Изв. АН Арм. ССР. Сер. физ-мат. наук. 1963. Т. 166, вып. 2. С. 79.
3. Begloyan E. A., Gazazian E. D., Kocharian V. G., Laziev V. G. // Linac 17, Tsukuba (Japan), 1994. V. 1. P. 230.
4. Арутюнян Х. С., Беглоян Э. А., Лазиев Э. М., Оксюзян Г. Г. Условие Брюстера в волноводе: Научное сообщение ЕрФИ–286 (11)–78.

Ереванский физический институт,  
г. Ереван, Армения

Поступила в редакцию  
9 сентября 1998 г.

**FIELD STRUCTURE OF THE ČERENKOV RADIATION IN A WAVEGUIDE**

*É. A. Begloyan, V. G. Kocharyan, and É. M. Laziev*

We study the field structure of the Vavilov–Čerenkov radiation in plain and cylindrical waveguides filled with a continuous dielectric or a uniaxial crystal. It is shown that the Vavilov–Čerenkov radiation has the form of wave packets propagating with the same phase and group velocities. Radiation of a system of charged-particle bunches is considered.

УДК 621.317.766.3

## КОЭФФИЦИЕНТ СВЯЗИ НЕРЕГУЛЯРНЫХ МИКРОПОЛОСКОВЫХ РЕЗОНАТОРОВ

Б. А. Беляев<sup>1</sup>, М. М. Титов<sup>2</sup>, В. В. Тюрнев<sup>1</sup>

Доказана эквивалентность резонансной и энергетической формулировок коэффициента связи для случая нерегулярных микрополосковых резонаторов. Получены формулы для расчёта коэффициента связи микрополосковых резонаторов при наличии скачка ширины полоскового проводника. Показано существование области, в которой коэффициент связи возрастает с увеличением расстояния между резонаторами.

## ВВЕДЕНИЕ

В теории СВЧ фильтров [1] для количественного описания взаимодействия пары резонаторов используют коэффициент связи  $k$ . В случае микрополосковых резонаторов (МПР) он обычно является монотонно убывающей функцией зазора  $S$  между проводниками резонаторов. Это значит, что заданная величина связи может реализовываться только при единственном значении зазора  $S$ .

Более сложная зависимость  $k$  от  $S$  может иметь место, когда МПР содержат нерегулярности в виде скачка ширины полоскового проводника. Такие нерегулярности используют для повышения селективных свойств микрополосковых фильтров [2–4]. Немонотонная зависимость  $k(S)$  может, в частности, возникнуть в микрополосковом фильтре решётчатого типа [5], в котором резонаторы связаны между собой по всей длине. В этом случае синтез и настройка фильтров значительно усложняются из-за появления области, в которой  $k$  возрастает с увеличением зазора  $S$  между резонаторами.

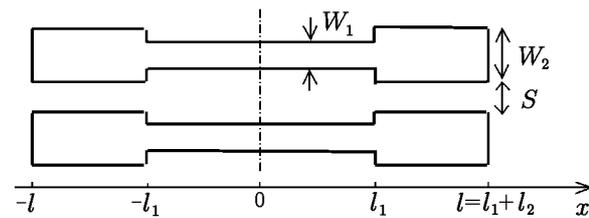


Рис. 1. Два нерегулярных микрополосковых резонатора

Очевидно, что знание зависимости  $k(S)$  будет полезным при синтезе и настройке фильтра.

В настоящей работе получены формулы для расчёта коэффициента связи двух симметричных нерегулярных МПР, изображённых на рис. 1.

## 1. ИСХОДНЫЕ ФОРМУЛЫ ДЛЯ РАСЧЁТА

Как известно [1], коэффициент связи резонаторов  $k$  является обобщением обычного коэффициента связи колебательных контуров. В случае симметричных резонаторов он может быть вычислен по формуле [6]

$$k = \frac{\omega_o^2 - \omega_e^2}{\omega_o^2 + \omega_e^2}, \quad (1)$$

где  $\omega_e$ ,  $\omega_o$  — резонансные частоты чётных и нечётных связанных колебаний. Эта формула даёт значение коэффициента связи на резонансной частоте одиночного резонатора. Знак коэффициента  $k$  указывает лишь на чётность низкочастотной и высокочастотной мод связанных колебаний.

При описании взаимодействия резонаторов наряду с коэффициентом связи  $k$  удобно использовать также коэффициенты индуктивной и ёмкостной связи резонаторов  $k_L$  и  $k_C$  [6]. В случае регулярных МПР, взаимодействующих по всей длине, эти коэффициенты на резонансных частотах равны

$$k_L = K_L, \quad k_C = -K_C, \quad (2)$$

где  $K_L$  и  $K_C$  — коэффициенты индуктивной и ёмкостной связи микрополосковых линий [7]. Коэффициент  $k$  связан с коэффициентами  $k_L$  и  $k_C$  формулой [6]

$$k = \frac{k_L + k_C}{1 + k_L k_C}. \quad (3)$$

На произвольной частоте  $\omega$ , как показано в [8], коэффициент связи регулярных МПР можно рассчитать по формуле (3). При этом зависящие от частоты коэффициенты  $k_L$  и  $k_C$  вычисляются по формулам

$$k_L = \frac{E_L^m}{E_L + E_C}, \quad k_C = \frac{E_C^m}{E_L + E_C}, \quad (4)$$

где  $E_L$  и  $E_C$  — энергия соответственно магнитного и электрического поля, запасённая каждым резонатором в отдельности, а  $E_L^m$  и  $E_C^m$  — энергия соответственно магнитного и электрического поля, запасённая резонаторами совместно. Для того чтобы знак коэффициента  $k$ , рассчитанного по формулам (3) и (4), совпал со знаком коэффициента  $k$ , рассчитанного по формуле (1), энергии  $E_L^m$  и  $E_C^m$  следует вычислять для чётных связанных колебаний.

## 2. РАСЧЁТ КОЭФФИЦИЕНТОВ СВЯЗИ РЕЗОНАТОРОВ

Используя определение (4), получим формулы для коэффициентов индуктивной и ёмкостной связи нерегулярных МПР на частоте  $\omega$  первого резонанса одиночного резонатора. В этом случае распределения тока и напряжения для обоих МПР в пренебрежении концевыми ёмкостями имеют вид

$$I(x) = \begin{cases} I \frac{\cos[\theta_1 x/l_1]}{\cos \theta_1} & \text{при } 0 \leq x \leq l_1; \\ I \frac{\cos[\theta_2(x-l)/l_2 + \pi/2]}{\sin \theta_2} & \text{при } l_1 \leq x \leq l, \end{cases} \quad (5)$$

$$U(x) = \begin{cases} Z_1 I \frac{\sin[\theta_1 x/l_1]}{\cos \theta_1} & \text{при } 0 \leq x \leq l_1; \\ Z_2 I \frac{\sin[\theta_2(x-l)/l_2 + \pi/2]}{\sin \theta_2} & \text{при } l_1 \leq x \leq l, \end{cases} \quad (6)$$

где  $Z_i$  — волновое сопротивление, а  $\theta_i = \sqrt{\epsilon_i} \omega l_i / c$  — электрическая длина  $i$ -го участка МПР на резонансной частоте,  $c$  — скорость света,  $i = 1; 2$ . Из условия непрерывности напряжения  $U(x)$  в точке  $x = l_1$  получается уравнение для резонансной частоты [2]:

$$\operatorname{tg} \theta_2 \operatorname{tg} \theta_1 = Z_2 / Z_1. \quad (7)$$

Произведём расчёт запасённой энергии:

$$E_L = \frac{1}{2} \int_{-l}^l L I^2 dx = L_1 \int_0^{l_1} I^2 dx + L_2 \int_{l_1}^l I^2 dx,$$

$$\begin{aligned}
E_C &= \frac{1}{2} \int_{-l}^l (C + C^m) U^2 dx = (C_1 + C_1^m) \int_0^{l_1} U^2 dx + (C_2 + C_2^m) \int_{l_1}^l U^2 dx, \\
E_L^m &= \int_{-l}^l L^m I^2 dx = 2L_1^m \int_0^{l_1} I^2 dx + 2L_2^m \int_{l_1}^l I^2 dx, \\
E_C^m &= - \int_{-l}^l C^m U^2 dx = -2C_1^m \int_0^{l_1} U^2 dx - 2C_2^m \int_{l_1}^l U^2 dx.
\end{aligned} \tag{8}$$

Здесь  $L_i$ ,  $C_i$  — погонные индуктивность и ёмкость  $i$ -го участка проводника одиночного МПР, а  $L_i^m$ ,  $C_i^m$  — погонные взаимные индуктивность и ёмкость  $i$ -го участка проводников связанных МПР. Заметим, что  $Z_i$  и  $\varepsilon_i$  — вовсе не параметры волны в одиночной микрополосковой линии, а некие усреднённые величины, определяемые формулами

$$Z_i = \sqrt{L_i / (C_i + C_i^m)}, \quad \varepsilon_i = c^2 L_i (C_i + C_i^m). \tag{9}$$

Величина  $C_i + C_i^m$  есть среднее арифметическое от  $C_i + 2C_i^m$  и  $C_i$ , являющихся полными погонными ёмкостями для нечётной и чётной волны.

Подставляя в (4) вычисленные энергии (8), получаем искомые формулы

$$k_L = \frac{K_{L1} L_1 l_1 [\cos^{-2} \theta_1 + \theta_1^{-1} \operatorname{tg} \theta_1] + K_{L2} L_2 l_2 [\cos^{-2} \theta_2 + \theta_2^{-1} \operatorname{tg} \theta_2]}{L_1 l_1 \cos^{-2} \theta_1 + L_2 l_2 \cos^{-2} \theta_2}, \tag{10}$$

$$k_C = - \frac{K_{C1} L_1 l_1 [\cos^{-2} \theta_1 + \theta_1^{-1} \operatorname{tg} \theta_1] + K_{C2} L_2 l_2 [\cos^{-2} \theta_2 + \theta_2^{-1} \operatorname{tg} \theta_2]}{L_1 l_1 \cos^{-2} \theta_1 + L_2 l_2 \cos^{-2} \theta_2}. \tag{11}$$

Здесь мы учли, что коэффициенты индуктивной и ёмкостной связи микрополосковых линий определяются формулами [7]

$$K_{Li} = \frac{L_i^m}{L_i}, \quad K_{Ci} = \frac{C_i^m}{C_i + C_i^m}. \tag{12}$$

При описании двух связанных микрополосковых линий обычно используют четыре параметра,  $\varepsilon_{ei}$ ,  $\varepsilon_{oi}$ ,  $Z_{ei}$  и  $Z_{oi}$ , являющиеся относительными эффективными диэлектрическими проницаемостями и волновыми сопротивлениями для чётных и нечётных волн. Выразим через них использованные в (7), (10) и (11) параметры [6]:

$$\begin{aligned}
K_{Li} &= \frac{\sqrt{\varepsilon_{ei}} Z_{ei} - \sqrt{\varepsilon_{oi}} Z_{oi}}{\sqrt{\varepsilon_{ei}} Z_{ei} + \sqrt{\varepsilon_{oi}} Z_{oi}}, \quad K_{Ci} = - \frac{\sqrt{\varepsilon_{ei}} / Z_{ei} - \sqrt{\varepsilon_{oi}} / Z_{oi}}{\sqrt{\varepsilon_{ei}} / Z_{ei} + \sqrt{\varepsilon_{oi}} / Z_{oi}}, \\
\varepsilon_i &= \frac{(\sqrt{\varepsilon_{ei}} Z_{ei} + \sqrt{\varepsilon_{oi}} Z_{oi})(\sqrt{\varepsilon_{ei}} / Z_{ei} + \sqrt{\varepsilon_{oi}} / Z_{oi})}{4}, \\
Z_i &= \sqrt{\frac{\sqrt{\varepsilon_{ei}} Z_{ei} + \sqrt{\varepsilon_{oi}} Z_{oi}}{\sqrt{\varepsilon_{ei}} / Z_{ei} + \sqrt{\varepsilon_{oi}} / Z_{oi}}}, \quad L_i = \frac{\sqrt{\varepsilon_{ei}} Z_{ei} + \sqrt{\varepsilon_{oi}} Z_{oi}}{2c}.
\end{aligned} \tag{13}$$

Таким образом, предположив правомерность формулы (4) в случае нерегулярных МПР, мы получили формулы (10), (11), которые совместно с формулами (3), (7) и (13) позволяют рассчитать коэффициент связи  $k$ .

В то же время  $k$  можно рассчитать и по простой формуле (1), если известны частоты связанных колебаний  $\omega_e$  и  $\omega_o$ . В рассматриваемом случае эти частоты являются корнями уравнений

$$\operatorname{tg} \theta_{e2} \operatorname{tg} \theta_{e1} = Z_{e2} / Z_{e1}, \quad \operatorname{tg} \theta_{o2} \operatorname{tg} \theta_{o1} = Z_{o2} / Z_{o1}, \tag{14}$$

где  $\theta_{ei} = \sqrt{\varepsilon_{ei}} l_i \omega_e / c$ ,  $\theta_{oi} = \sqrt{\varepsilon_{oi}} l_i \omega_o / c$ .

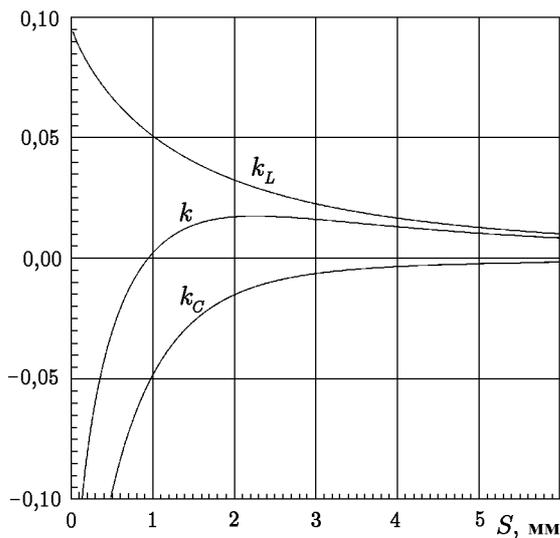


Рис. 2. Зависимости коэффициентов связи от зазора между резонаторами

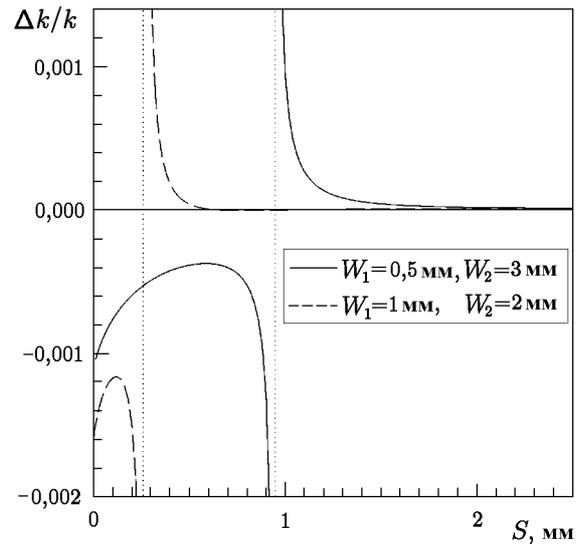


Рис. 3. Зависимости относительного различия коэффициентов связи от зазора между резонаторами

### 3. АНАЛИЗ КОЭФФИЦИЕНТОВ СВЯЗИ

Для доказательства эквивалентности резонансной формулировки коэффициента связи (1) и энергетической формулировки (3) и (4) в случае нерегулярных МПР проведём сравнение кривых  $k(S)$ , рассчитанных по формулам (1), (14) и по формулам (3), (10), (11).

Заметим, что при  $\theta_1 = 0$  или  $\theta_2 = 0$  формулы (10), (11) переходят в известные формулы (2) для регулярных МПР. Поэтому сравнение кривых  $k(S)$  проведём для промежуточного случая  $\theta_1 = \theta_2$ . В этом случае, как известно [2], суммарная электрическая длина резонатора  $2(\theta_1 + \theta_2)$  становится минимальной, если  $Z_2/Z_1 < 1$ , и максимальной, если  $Z_2/Z_1 > 1$ . При  $\theta_1 = \theta_2$  из формулы (7) получаем  $\theta_1 = \theta_2 = \arctg \sqrt{Z_2/Z_1}$ ,  $l_1/l_2 = \sqrt{\varepsilon_2/\varepsilon_1}$ .

На рис. 2 построены зависимости коэффициентов индуктивной и ёмкостной связи  $k_L$  и  $k_C$  от зазора  $S$  между резонаторами. Здесь же приведены рассчитанные по формуле (1) и по формуле (3) зависимости  $k(S)$ , неразличимые в масштабе рисунка. При расчёте использовались параметры связанных линий  $\varepsilon_{ei}$ ,  $\varepsilon_{oi}$ ,  $Z_{ei}$  и  $Z_{oi}$ , вычисленные в квазистатическом приближении [9]. Расчёт производился при толщине подложки  $h = 1$  мм, её относительной диэлектрической проницаемости  $\varepsilon_r = 10$ , ширине полосковых проводников  $W_1 = 0,5$  мм и  $W_2 = 3$  мм. При этом отношение  $l_1/l$  изменяется в пределах  $0,519 \div 0,525$ .

Видно, что коэффициенты  $k_L$  и  $k_C$  являются монотонными функциями зазора  $S$ , причём всегда  $k_L > 0$ , а  $k_C < 0$ . Напротив, коэффициент  $k$ , являющийся их «суммой», может быть немонотонной функцией, обращающейся в нуль при некотором зазоре. В этой точке имеет место взаимная компенсация индуктивного и ёмкостного взаимодействий. Совпадение двух кривых  $k(S)$  доказывает эквивалентность резонансной и энергетической формулировок коэффициента связи нерегулярных МПР.

Заметим, что наблюдаемое на рис. 2 совпадение кривых  $k(S)$  ещё не означает абсолютную тождественность формул (1) и (3). На рис. 3 приведены зависимости относительного различия коэффициентов связи, рассчитанных по формулам (1) и (3). Видно, что в точке  $S = S_0$ , где  $k(S_0) = 0$ , отношение  $\Delta k/k \rightarrow \infty$ . Для зависимости, изображённой сплошной линией, относительное различие  $S_0$  составляет  $\Delta S_0/S_0 = 0,5 \cdot 10^{-4}$ , а для зависимости, изображённой штриховой линией,  $\Delta S_0/S_0 = 2,6 \cdot 10^{-4}$ .

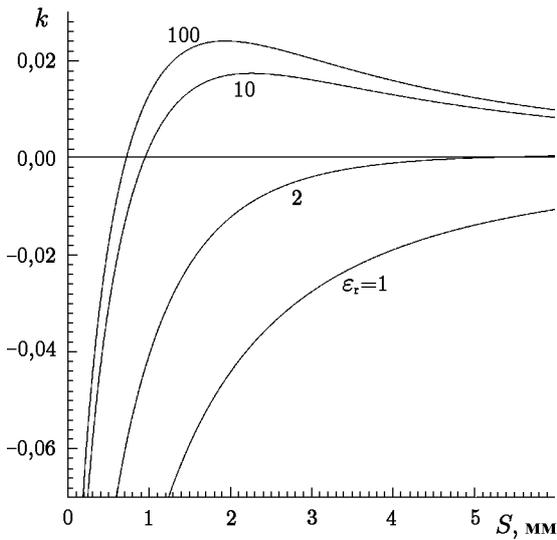


Рис. 4. Влияние диэлектрической проницаемости подложки на зависимость коэффициента связи от зазора

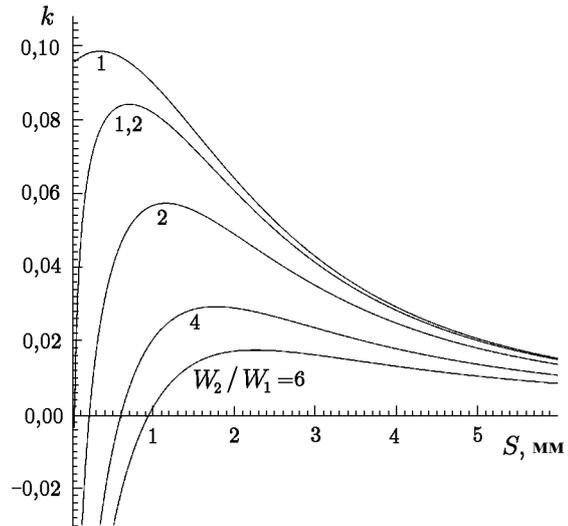


Рис. 5. Влияние отношения ширины полосковых проводников резонатора на зависимость коэффициента связи от зазора

Проследим влияние конструктивных параметров на зависимость  $k(S)$ . На рис. 4 видно, что аномальная область, в которой  $|k|$  возрастает с увеличением  $S$ , появляется только при  $\epsilon_r > \epsilon'_r$ . Величина  $\epsilon'_r$  убывает с уменьшением  $W_2/W_1$ . Для случая  $W_2/W_1 = 6$ , приведённого на рис. 4,  $\epsilon'_r \approx 2$ . Максимум  $k(S)$  убывает до нуля при уменьшении  $\epsilon_r$  до  $\epsilon'_r$ . Графики на рис. 5 показывают, что увеличение отношения  $W_2/W_1$  также приводит к уменьшению максимума  $k(S)$ .

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, для нерегулярных МПР численно впервые доказана эквивалентность резонансной и энергетической формулировок коэффициента связи. Получены формулы для расчёта коэффициента связи на частоте первого резонанса. Исследованы условия появления аномальной области, в которой коэффициент связи возрастает по абсолютной величине с увеличением расстояния между резонаторами. Это означает, что в микрополосковых фильтрах заданный уровень связи между нерегулярными МПР, характеризуемый абсолютной величиной их коэффициента связи, может быть реализован при одном, двух или даже трёх различных расстояниях между резонаторами.

Отметим, что развитый в работе метод можно использовать и при расчёте коэффициента связи нерегулярных резонаторов на произвольной частоте. Для этого следует лишь модифицировать функции распределения тока и напряжения (5), (6) в соответствии с условием возбуждения резонаторов подобно тому, как это сделано в [8].

### ЛИТЕРАТУРА

1. Маттей Г. Л., Янг Л., Джонс Е. М. Т. Фильтры СВЧ, согласующие цепи и цепи связи. Т. 1. — М.: Связь, 1971. — 439 с.
2. Makimoto M., Yamashita S. // IEEE Trans. Microwave Theory Tech. 1980. V. MTT-28, № 12. P. 1413.
3. А.С.1474763 СССР. Микрополосковый полосно-пропускающий фильтр / Николаев М. А.; Оpubл. 1989. БИ № 15.

4. Пат.2017280 РФ. Микрополосковый полосно-пропускающий фильтр /Беляев Б. А., Тюрнев В. В.; Оpubл. 1994. БИ № 14,
5. Аристархов Г. М., Вершинин Ю. П., Чернышев В. П. // Электронная техника. Сер. Микроэлектронные устройства. 1983. Вып. 1(37). С. 21.
6. Тюрнев В. В. Беляев Б. А. // Электронная техника. Сер. Электроника СВЧ. 1990. Вып. 4(428). С. 25.
7. Krage M. M., Haddad G. I. // IEEE Trans. Microwave Theory Tech. 1970. V. MTT-18, № 4. P. 217.
8. Беляев Б. А., Тюрнев В. В. // Электронная техника. Сер. СВЧ техника. 1992. Вып. 4(448). С. 23.
9. Тюрнев В. В. Квазистатическая теория связанных микрополосковых линий: Препринт Института физики им.Л. В. Киренского № 557 Ф. Красноярск, 1989. 19 с.

<sup>1</sup> Институт физики им.  
Л. В. Киренского СО РАН,  
г. Красноярск, <sup>2</sup> Сибирская  
аэрокосмическая академия,  
г. Красноярск, Россия

Поступила в редакцию  
26 октября 1998 г.

#### COUPLING COEFFICIENT OF IRREGULAR MICROSTRIP RESONATORS

*B. A. Belyaev, M. M. Titov, and V. V. Tyurnev*

We prove the equivalence of resonance and energetic definitions of the coupling coefficient in the case of irregular microstrip resonators. Formulas for calculation of the coupling coefficient of microstrip resonators with stepped width of the strip conductor are derived. The presence of a region in which the coupling coefficient increases with increasing spacing between the resonators is shown.

## СВЧ ПОЛЯРИМЕТР С СИНХРОННОЙ РЕГИСТРАЦИЕЙ ПАРАМЕТРОВ СТОКСА

*Г. В. Дворян, А. Г. Гулян, Р. М. Мартиросян, Г. А. Пирумян, А. С. Агаджанян*

Описан новый способ построения поляриметра, одновременно оценивающего все четыре поляризационных параметра измеряемого СВЧ сигнала с применением сложной фазовой и амплитудной модуляции. Показано, что благодаря применению определённого закона модуляции резко снижается зависимость точности измерения поляризационных параметров от систематических погрешностей измерителя. Приведена структурная схема поляриметра и его основные технические параметры.

Известно, что полную информацию о поляризации электромагнитных волн дают четыре параметра Стокса (см., например, [1]).

Одновременное измерение всех четырёх поляризационных параметров волны — непростая техническая задача, в особенности когда к точности измерения этих параметров предъявляются высокие требования.

Разработчикам таких измерителей хорошо известно, что конструирование поляриметров невозможно без применения фазовой и амплитудной модуляции входных СВЧ сигналов. При этом естественно возникает вопрос уменьшения влияния на точность измерений систематических погрешностей: ошибки выставления фазового индекса фазовых модуляторов, наличия паразитной амплитудной модуляции вследствие отражений и просачивания сигналов из одного канала в другой в результате рассогласования элементов микроволнового тракта и неидеальной развязки между каналами. Полностью избавиться от источников погрешностей невозможно, однако выбором законов фазовой и амплитудной модуляции входных СВЧ сигналов можно резко снизить влияние основных источников систематических погрешностей на точность измерений.

В данной работе описывается один специальный закон амплитудно-фазовой модуляции, позволяющий осуществить одновременное измерение следующих четырёх поляризационных параметров:

$$I = E_x^2 + E_y^2, \quad Q = E_x^2 - E_y^2, \quad U_1 = 2E_x E_y, \quad V_1 = \varphi_y - \varphi_x = \varphi. \quad (1)$$

где  $E_x$ ,  $E_y$  и  $\varphi_x$ ,  $\varphi_y$  — соответственно амплитуды и фазы поляризованных компонент сигнала. При этом ясно, что для полностью поляризованной волны  $Q^2 + U_1^2 = I^2$ , а для частично поляризованной  $Q^2 + U_1^2 < I^2$ . Параметры  $V_1$ ,  $Q$ ,  $U_1$  и  $I$  дают полную информацию о поляризации принимаемого сигнала.

Уместо отметить, что предлагаемый метод построения поляриметра пригоден как для сильных, так и для сравнительно слабых сигналов (у которых отношение сигнал/шум  $\leq 1$ ). Структурная схема предлагаемого поляриметра приведена на рис. 1.

Фазовый коммутатор  $\Phi M_1$  ортогональной компоненты  $E_x$  сигнала с циклической частотой  $\Omega_1$  производит коммутацию фаз  $-\alpha_1$  и  $\alpha_1$ , при этом коэффициент паразитной амплитудной модуляции равен  $m_1$ . Выражение для коэффициента передачи  $\Phi M_1$  с учётом паразитной амплитудной модуляции имеет вид [2]

$$K_{\Phi 1} = (1 + m_1 a_1) \exp(j a_1 \alpha_1), \quad (2)$$

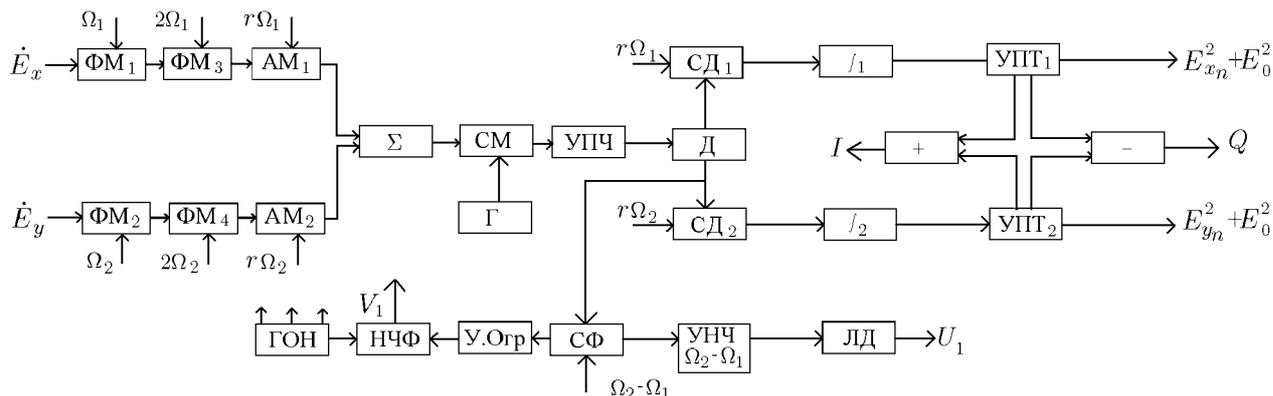


Рис. 1. Структурная схема СВЧ поляриметра повышенной точности

где [3]

$$a_1 = \frac{4}{\pi} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\sin[(2k+1)\Omega_1 t]}{2k+1} = \begin{cases} 1, & 2\pi n < \Omega_1 t < \pi + 2\pi n; \\ -1, & -\pi + 2\pi n < \Omega_1 t < 2\pi n. \end{cases} \quad (3)$$

Аналогично для фазового коммутатора ФМ<sub>2</sub>

$$K_{\Phi 2} = (1 + m_2 a_2) \exp(j a_2 \alpha_2), \quad (4)$$

$$a_2 = \frac{4}{\pi} \sum_{i=0}^{\infty} \frac{\sin[(2i+1)\Omega_2 t]}{2i+1}, \quad (5)$$

для фазового коммутатора ФМ<sub>3</sub>

$$K_{\Phi 3} = (1 + n_1 b_1) \exp(j b_1 \beta_1), \quad (6)$$

$$b_1 = \frac{4}{\pi} \sum_{l=0}^{\infty} \frac{\sin[2(2l+1)\Omega_1 t]}{2l+1}, \quad (7)$$

для фазового коммутатора ФМ<sub>4</sub>

$$K_{\Phi 4} = (1 + n_2 b_2) \exp(j b_2 \beta_2), \quad (8)$$

$$b_2 = \frac{4}{\pi} \sum_{s=0}^{\infty} \frac{\sin[2(2s+1)\Omega_2 t]}{2s+1}, \quad (9)$$

где  $m_2, n_1, n_2$  — коэффициенты паразитной амплитудной модуляции,  $\alpha_2, \beta_1, \beta_2$  — фазовые индексы коммутаторов ФМ<sub>2</sub>, ФМ<sub>3</sub> и ФМ<sub>4</sub>. Амплитудный модулятор АМ<sub>1</sub> работает по системе «да» или «нет» с частотой  $r\Omega_1$ , где  $r$  — рациональное число. Коэффициент передачи АМ<sub>1</sub> имеет вид

$$K_{A1} = (1 + C_1)/2, \quad (10)$$

где

$$C_1 = \frac{4}{\pi} \sum_{s_1=0}^{\infty} \frac{\sin[(2s_1+1)r\Omega_2 t]}{2s_1+1}. \quad (11)$$

Аналогично для амплитудного модулятора  $AM_2$

$$K_{A2} = (1 + C_2)/2, \quad (12)$$

$$C_2 = \frac{4}{\pi} \sum_{s_2=0}^{\infty} \frac{\sin[(2s_2 + 1)r\Omega_2 t]}{2s_2 + 1}. \quad (13)$$

Пусть на входы  $x$  и  $y$  поляриметра подаются СВЧ сигналы

$$\dot{E}_x = E_{x_n} e^{j(\omega t + \varphi_x)} + E_0 e^{j(\omega t + \varphi_1)}, \quad \dot{E}_y = E_{y_n} e^{j(\omega t + \varphi_y)} + E_0 e^{j(\omega t + \varphi_2)}, \quad (14)$$

где  $E_{x_n}$  и  $E_{y_n}$  — амплитуды поляризованных компонент сигналов,  $E_0$  — амплитуда неполяризованной части сигнала,  $\varphi_x$  и  $\varphi_y$  — начальные фазы поляризованных сигналов,  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  — их случайные фазы. На входе сумматора  $\Sigma$  с учётом коэффициентов передачи модуляторов эти сигналы преобразуются к виду

$$\begin{aligned} \dot{E}_x &= \left[ E_{x_n} e^{j(\omega t + \varphi_x)} + E_0 e^{j(\omega t + \varphi_1)} \right] (1 + m_1 a_1) (1 + n_1 b_1) (1 + C_1)/2, \\ \dot{E}_y &= \left[ E_{y_n} e^{j(\omega t + \varphi_y)} + E_0 e^{j(\omega t + \varphi_2)} \right] (1 + m_2 a_2) (1 + n_2 b_2) (1 + C_2)/2. \end{aligned} \quad (15)$$

Напряжение с выхода сумматора поступает на смеситель  $СМ$ , где к нему добавляется сигнал гетеродина  $\Gamma$ , а потом на усилитель промежуточной частоты  $УПЧ$  и детектор  $Д$ . На выходе СВЧ детектора выделяется низкочастотный сигнал

$$U = f_1 (\dot{E}_1 + \dot{E}_2) (\dot{E}_1^* + \dot{E}_2^*) + E_{ш.пр}^2 = f_1 (\dot{E}_1 \dot{E}_1^* + \dot{E}_2 \dot{E}_2^*) + f_1 (\dot{E}_1 \dot{E}_2^* + \dot{E}_2 \dot{E}_1^*) + E_{ш.пр}^2, \quad (16)$$

где  $E_{ш.пр}^2$  — мощность внутреннего шума приёмника,  $f_1$  — постоянный коэффициент, зависящий от параметров СВЧ приёмника. Сигнал (16), проходя через синхронный детектор  $СД_1$ , интегратор  $\int_1$  и усилитель постоянного тока  $УПТ_1$ , преобразуется в постоянное напряжение

$$\varepsilon_1 = \gamma_1 (E_{x_n}^2 + E_0^2), \quad (17)$$

которое не зависит ни от коэффициентов передачи фазовых коммутаторов, ни от внутреннего шума приёмника.

Аналогично на выходе  $УПТ_2$  получим постоянный сигнал

$$\varepsilon_2 = \gamma_2 (E_{y_n}^2 + E_0^2). \quad (18)$$

В выражениях (17) и (18)  $\gamma_1$  и  $\gamma_2$  — постоянные коэффициенты, зависящие от параметров синхронных детекторов, интеграторов и усилителей постоянного тока; при калибровке полагается  $\gamma_1 = \gamma_2$ . Из выражений (17) и (18) видно также, что при предложенной обработке входных СВЧ сигналов отдельные каналы поляриметра могут использоваться как модуляционные радиометры с частотой модуляции  $r\Omega_i$ , где  $i = 1; 2$ .

Через синхронный фильтр  $СФ$ , настроенный на циклическую частоту  $\Omega_2 - \Omega_1$ , проходит лишь часть постоянной составляющей сигнала (16), которая усиливается  $УНЧ$ , и поступает на линейный детектор  $ЛД$ . На выходе детектора в идеальном случае, т. е. в отсутствие паразитной модуляции и при  $\alpha_1 = \alpha_2 = \pi/2$  и  $\beta_1 = \beta_2 = \pi/4$ , выделяется сигнал

$$\varepsilon_{ЛД} = \frac{4}{\pi^2} \gamma_3 E_{x_n} E_{y_n}, \quad (19)$$

где  $\gamma_3$  — постоянный коэффициент, зависящий от параметров синхронного фильтра и УНЧ. При калибровке коэффициент усиления УНЧ выбирается таким образом, чтобы  $4\gamma_3/\pi^2 = 2\gamma_1 = 2\gamma_2 = 2\gamma$ , при этом  $\varepsilon_{\text{ЛД}} = 2\gamma E_{x_n} E_{y_n}$ . Сигнал с другого выхода фазового фильтра через усилитель-ограничитель вместе с опорным сигналом подаются на входы низкочастотного фазометра НЧФ, на выходе которого индицируется значение фазы  $\varphi = \varphi_y - \varphi_x$ . Суммируя сигналы с выходов УПТ<sub>1</sub> и УПТ<sub>2</sub>, находим

$$I = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 = \gamma (E_{x_n}^2 + E_{y_n}^2 + 2E_0^2). \quad (20)$$

Разность этих же сигналов равна

$$Q = \varepsilon_2 - \varepsilon_1 = \gamma (E_{y_n}^2 - E_{x_n}^2). \quad (21)$$

При этом очевидно, что

$$U_1 = \varepsilon_{\text{ЛД}} = 2\gamma E_{x_n} E_{y_n}, \quad V_1 = \varphi_y - \varphi_x. \quad (22)$$

Таким образом, мы получили видоизменённые параметры Стокса, которые полностью описывают поляризацию принимаемого СВЧ сигнала.

Ошибки измерения величин  $U_1$  и  $V_1$  в реальном случае, когда не исключаются паразитные амплитудные модуляции и неточно выставлены фазовые индексы, приведены в работе [3]. Точность измерения параметров  $I$  и  $Q$  описана в многочисленных работах по модуляционным радиометрам [4].

Следует отметить, что при наличии на входе калибровочного узла предложенная схема может работать как измеритель поляризации слабых сигналов.

Поляриметр был реализован на частоте 32 ГГц, при этом  $\Omega_1 = 2\pi \cdot 8 \cdot 130$  рад/с,  $\Omega_2 = 2\pi \cdot 9 \cdot 130$  рад/с,  $\Omega_2 - \Omega_1 = 260\pi$  рад/с,  $r = 1/6$ . Среднеквадратические ошибки составляют

$$\sqrt{(\delta I)^2} < 0,2; \quad \sqrt{(\delta Q)^2} < 0,2; \quad \sqrt{(\delta U_1)^2} < 0,2; \quad \sqrt{(\delta V_1)^2} < 0,2^\circ.$$

Данная работа выполнена в рамках проекта А-107, финансируемого Международным научно-техническим центром (МНТЦ).

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Канарейкин Д. Б. и др. Поляризация радиолокационных сигналов. — М.: Сов. радио, 1966.
2. Прудников А. П., Бричков Ю. А., Маричев О. Н. Интегралы и ряды. — М.: Наука, 1981.
3. Двоян Г. Ф., Гулян А. Г., Мартиросян Р. М., Пирумян Г. А., Агаджанян А. С. // Изв. вуз. Радиофизика. 1997. Т. 40, № 9. С. 1182.
4. Есепкина Н. А., Корольков Д. В., Парийский Ю. Н. Радиотелескопы и радиометры. — М.: Наука, 1973. — 416 с.

Институт радиофизики и  
электроники НАН Армении,  
г. Ереван, Армения

Поступила в редакцию  
10 сентября 1999 г.

#### VHF POLARIMETER WITH SYNCHRONOUS REGISTRATION OF THE STOKES PARAMETERS

*G. A. Dvoyan, A. G. Goullan, R. M. Martirosian, H. A. Piroumian, and A. S. Agadjanian*

*Г. В. Двоян и др.*

731

We describe a new design scheme for the polarimeter which allows one to estimate simultaneously all four polarization parameters of the measured VHF signal. In this scheme, complicated phase and amplitude modulation is used. It is shown that the measurement accuracy of the polarization parameters becomes almost independent of the systematic errors of the measuring device if a certain modulation law is used. The design scheme and specifications of the polarimeter are presented.

УДК 621.383.2

## ИССЛЕДОВАНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЬНО-УСИЛИТЕЛЬНЫХ МОДУЛЕЙ 3-МИЛЛИМЕТРОВОГО ДИАПАЗОНА ДЛИН ВОЛН ДЛЯ МНОГОЛУЧЕВЫХ ПРИЁМНЫХ СИСТЕМ РАДИОВИДЕНИЯ

*В. Г. Божков, В. А. Геннеберг, Л. М. Кукин, Л. И. Федосеев*

Кратко описывается устройство, а также методика и результаты измерений характеристик малогабаритного преобразовательно-усилительного модуля: в диапазоне  $81 \div 121$  ГГц двухполосная шумовая температура не превышает 1 000 К, а на частоте 115 ГГц она составляет  $390 \pm 30$  К, коэффициент передачи —  $49 \div 56$  дБ, полоса промежуточных частот — от 1 до 2 ГГц.

### ВВЕДЕНИЕ

В отличие от обычных систем построения радиотепловых изображений путём последовательного сканирования заданного сектора обзора пространства одиночным лепестком диаграммы направленно-сти применение многолучевых приёмных систем с одновременной независимой индикацией в каждом из  $N$  лучей позволяет в  $N$  раз уменьшить время обзора или в  $\sqrt{N}$  раз улучшить отношение сигнал/шум (при том же времени наблюдения и прочих равных условиях). Это особенно важно, когда становится очевидной нецелесообразность использования сверхвысокочувствительных приёмников, требующих глубокого охлаждения, как, например, при исследованиях высокотемпературных источников типа Солнца, горячей короткоживущей плазмы в установках термоядерного синтеза и в других подобных ситуациях, характеризующихся тем, что шумовая температура системы в значительной степени определяется температурой принимаемого излучения.

Достоинства многолучевых приёмных устройств наиболее полно раскрываются при работе в миллиметровых окнах прозрачности атмосферы. В этом случае при сравнительно небольших габаритах приёмных антенн удаётся, в частности, реализовать достаточно всепогодные системы для решения ряда прикладных задач радиотеплолокации (см. [1, 2]), а также добиться существенной экономии наблюдательного времени при радиоастрономических наблюдениях или при дистанционном зондировании окружающей среды с помощью как охлаждаемых, так и неохлаждаемых средств приёма.

Не касаясь особенностей многолучевых глубоко охлаждаемых систем (об этом см., например, [3, 4]) и уже появившихся многолучевых приёмников прямого усиления [5], отметим, что среди конструктивно-технологического многообразия неохлаждаемых многолучевых супергетеродинов, охватывающего как блокирование в матрицу ряда идентичных однолучевых модулей [1, 6], так и создание специальных матриц типа планарных антенн-смесителей [7–9] с общим радиооптическим входом, реально до сих пор в коротковолновой части миллиметрового диапазона наилучшие результаты получены с устройствами на базе волноводных приёмных модулей. Это не случайно, т. к. на частотах вплоть до 350 ГГц и в однолучевом исполнении смесители волноводного типа всё ещё остаются вне конкуренции [10].

Основываясь на вышесказанном и на собственном опыте разработок многолучевых приёмников как с радиооптическим входом [8], так и с использованием волноводных смесителей [11], в основу разрабатываемой системы радиовидения трёхмиллиметрового диапазона длин волн был заложен новый

базовый малогабаритный преобразовательно-усилительный модуль (ПУМ). Ниже, в разделе 1, кратко описаны особенности конструкции этого модуля, в разделе 2 — методика и результаты исследования основных характеристик ПУМ, в разделе 3 проведено сопоставление с данными других авторов, обозначены направления и перспективы дальнейших разработок.

## 1. КОНСТРУКЦИЯ МАЛОГАБАРИТНОГО ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЬНО-УСИЛИТЕЛЬНОГО МОДУЛЯ

Описываемый модуль включает в себя смеситель и малошумящий усилитель промежуточной частоты (УПЧ), встроенный в стандартный корпус смесителя с размерами  $26 \times 20 \times 10$  мм, аналогичный изображённому в [12], но с размерами входного (сигнального) и гетеродинного волновода  $1,2 \times 2,4$  мм. Отметим, что такая конструкция корпуса ПУМ, определяемая его двухвходным смесителем, не требует дополнительного диплексера, необходимого, в частности, в системах с радиооптическим входом, а благодаря встречному расположению сигнального и гетеродинного входов чрезвычайно просто вписывается, например, в двухрядную матрицу.

Сам смеситель представляет собой модифицированный вариант двухвходового балансного смесителя с монолитной интегральной схемой (МИС), изготовленной на базе арсенидогаллиевой структуры. Подобные МИС успешно используются в смесителях на частотах вплоть до 365 ГГц [10], подробно описаны в [10, 12–14] и отличаются от вышеупомянутой только размерами.

В отличие от прототипов [12, 14] конструкция смесителя описываемого ПУМ дополнена металлической перегородкой с отверстием, через которое проходит центральный полосок копланарной линии связи с трактом гетеродина. Подбором размеров перегородки и отверстия в ней удалось существенно увеличить развязку каналов сигнала и гетеродина (до 35 дБ против  $23 \div 27$  дБ в [13]) практически во всём рабочем диапазоне. Тем самым удалось уменьшить потери сигнала, а также улучшить степень баланса смесителя. Это проявилось в уменьшении потерь преобразования и шумовой температуры смесителя. К сожалению, при этом потребовалось несколько увеличить подводимую к нему мощность гетеродина.

Радикальное улучшение параметров ПУМ было достигнуто путём соединения вывода промежуточной частоты МИС через ёмкость непосредственно с затвором сравнительно высокоомного малошумящего НЕМТ-транзистора, являющегося входным каскадом УПЧ. При этом удалось обойти проблему согласования диодной пары с 50-омным трактом, для разрешения которой ранее требовался довольно большой ток смещения. С уменьшением же тока смещения уменьшился и выходной шум смесителя. Попутно были устранены потери в разъёмах и на переходах от микросхемы к разъёмам.

Усилитель промежуточной частоты состоит из двух каскадов усиления на НЕМТ-транзисторах типа ATF-36163 и двух каскадов на микросхемах типа INA-03184 и INA-10386 соответственно. Все элементы УПЧ смонтированы, как уже отмечалось, в стандартном корпусе смесителя. Общее усиление УПЧ составляет не менее 60 дБ в полосе частот от 1 до 2 ГГц, а его коэффициент шума не превышает 0,8 дБ. УПЧ остаётся линейным в интервале выходных сигналов до 10 мВт.

Питание УПЧ и схемы постоянного смещения (+12 В) подаётся через один из двух коаксиальных разъёмов корпуса. Со второго разъёма снимается усиленный сигнал промежуточной частоты, который может быть подан либо непосредственно на детектор, либо через дополнительный ответвитель, например, на схему выделения пилот-сигнала или на блок фильтров.

## 2. МЕТОДИКА И РЕЗУЛЬТАТЫ ИЗМЕРЕНИЙ ПАРАМЕТРОВ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЬНО-УСИЛИТЕЛЬНОГО МОДУЛЯ

Для измерения характеристик преобразовательно-усилительного модуля последний превращался в приёмник путём подключения к его гетеродинному входу аттенюатора и генератора сигналов типа

РГ4-14, предварительно прокалиброванного по частоте и по мощности, а к выходу УПЧ — квадратичного детектора. К сигнальному входу модуля подсоединялся диагональный рупор длиной 96 мм и диагональю 14 мм.

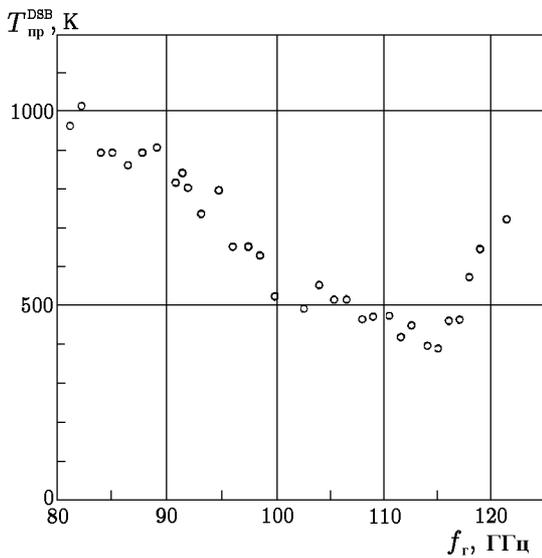


Рис. 1

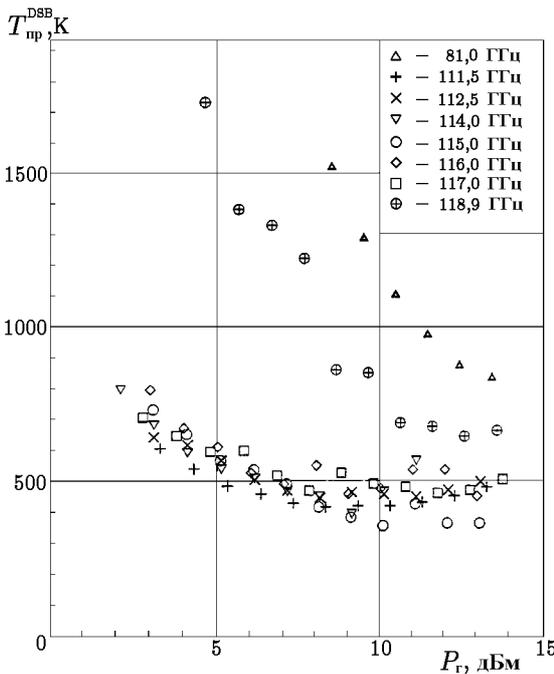


Рис. 2

Зависимость двухполосной шумовой температуры приёмника  $T_{\text{пр}}^{\text{DSB}}$  от мощности гетеродина  $P_r$  для нескольких частот гетеродина приведена на рис. 2. Как видно из этого рисунка, на частотах  $111,5 \div 117$  ГГц наблюдается минимум  $T_{\text{пр}}^{\text{DSB}}$ , лежащий в области значений мощности гетеродина от 8 до 11 дБм. Вблизи же крайних частот диапазона этот минимум либо только намечается (при  $f_r = 118,9$  ГГц), либо не достигается даже при уровнях около  $14 \div 15$  дБм (при  $f_r = 81,0$  ГГц).

В области наилучшей чувствительности была проведена проверка, не являются ли полученные значения шумовой температуры приёмника следствием не принятого во внимание приёма и на гармони-

Измерения параметров такого приёмника с антенной велись в режиме приёма одновременно по прямому и зеркальному каналам. Обработка результатов проводилась в предположении, что параметры этих каналов идентичны, а частотная характеристика каждого из них определяется только частотной характеристикой УПЧ.

Двухполосная шумовая температура приёмника  $T_{\text{пр}}^{\text{DSB}}$  определялась аналогично [14] методом тепловой калибровки в диапазоне перестройки частоты гетеродина РГ4-14. Для нахождения  $T_{\text{пр}}^{\text{DSB}}$  на каждой из частот перед рупором, подключённым к сигнальному входу приёмника, поочерёдно размещались две согласованные нагрузки, одна из которых находилась при комнатной температуре, а другая — при температуре кипящего азота. Размеры нагрузок были выбраны такими, чтобы рабочие поверхности их вспененного поглотителя с большим запасом перекрывали апертуру раскрыва диагонального рупора. При этом уровень выходного сигнала квадратичного детектора регистрировался с помощью цифрового вольтметра. На представительном ряде рабочих частот с помощью аттенюатора подбирались оптимальная мощность гетеродина.

Полученная зависимость двухполосной шумовой температуры приёмника  $T_{\text{пр}}^{\text{DSB}}$  от частоты гетеродина  $f_r$  при его мощности, близкой к оптимальной, приведена на рис. 1. Как видно из этого рисунка, в диапазоне от 81 до 121 ГГц двухполосная шумовая температура приёмника практически не превышает 1 000 К, в значительной части диапазона перестройки частоты гетеродина ( $97,5 \div 118,5$  ГГц) она меньше 600 К, а вблизи частоты гетеродина 115 ГГц двухполосная шумовая температура приёмника достигает минимума

$$T_{\text{пр}}^{\text{DSB}}(f_r = 115 \text{ ГГц}) = 390 \pm 30 \text{ К.}$$

ках частоты гетеродина (прежде всего чётных). Для этого между входом модуля и приёмным рупором дополнительно устанавливался запредельный фильтр (предельная частота 136 ГГц) с соответствующими волноводными переходами. Тепловая калибровка такой системы показала, что её двухполосная шумовая температура превышает 100 000 К, т. е. вкладом приёма на гармониках частоты гетеродина действительно можно пренебречь.

Для оценки эффективности подавления шумов гетеродина в балансном смесителе модуля излучение генератора РГ4-14 подавалось на гетеродинный вход модуля через дополнительный режектор шума — интерферометр Цендера—Маха с разностью хода, равной половине длины волны, соответствующей центральной частоте УПЧ. Интерферометр был изготовлен на базе сверхразмерного волновода и имел плавные пирамидальные переходы к основному сечению. Такая дополнительная режекция шума гетеродина приводила к незначительному улучшению двухполосной шумовой температуры, но не более чем на 4 процента.

### 3. ДИСКУССИЯ

Прежде чем рассматривать характеристики представляемого преобразовательно-усилительного модуля в свете его возможного применения в многолучевой приёмной системе, посмотрим на них с точки зрения использования модуля в составе обычного (однолучевого) приёмника.

Отметим сначала широкий рабочий диапазон модуля, реализуемый путём перестройки частоты гетеродина в диапазоне  $81 \div 121$  ГГц с сохранением двухполосной шумовой температуры приёмника на уровне, не превышающем 1 000 К, и равной  $390 \pm 30$  К вблизи 115 ГГц.

Что касается неперестраиваемых приёмников в вышеупомянутом диапазоне, то лучшие из них имеют в его длинноволновой части сопоставимую с описываемым модулем двухполосную шумовую температуру — около 700 К (например, монолитный модуль [15] для системы радиовидения на частоте 89 ГГц). В середине диапазона, на частоте 110 ГГц, исследованный модуль имеет почти на 100 К меньшую шумовую температуру, чем одни из лучших — приёмники 8-лучевой системы слежения за передвижением самолётов по аэродрому в тумане [1]. Сведениями же о неохлаждаемых приёмниках с двухполосной шумовой температурой, приближающейся к полученной в настоящей работе на частотах  $114 \div 115$  ГГц величине  $390 \pm 30$  К, авторы не располагают, хотя известно, что на более высокой частоте 136 ГГц уже была достигнута  $T_{\text{пр}}^{\text{DSB}} = 600$  К и прогнозировалось уверенное улучшение её до 400 К [16].

Уместно отметить, что шумовая температура описываемого модуля на частоте 115 ГГц не так уж далека от 325 К — минимальной шумовой температуры одного из лучших неохлаждаемых приёмников [17] с 5-каскадным усилителем высокой частоты (УВЧ), обеспечивающим усиление 25 дБ на частоте 90 ГГц. На частоте же 115 ГГц авторы [17] надеялись получить шумовую температуру не хуже 580 К. В настоящее время малошумящие монолитные интегральные УВЧ успешно разрабатываются и для более высоких частот. Так, в [18] сообщается о 6-каскадном усилителе с усилением более 15 дБ в диапазоне  $150 \div 210$  ГГц, но сведения о его шумовой температуре, к сожалению, не приводятся. Таким образом, есть основание считать, что по шумовой температуре в районе 115 ГГц описываемый модуль пока не уступает и лучшим неохлаждаемым приёмникам с УВЧ.

Возвращаясь к проблеме многолучевого приёма, необходимо сказать, что недостатком описываемого преобразовательно-усилительного модуля (впрочем, не проявляющимся при использовании его в составе отдельного приёмника) является необходимость подачи на его гетеродинный вход мощности  $6 \div 10$  мВт, требуемой для реализации предельной чувствительности. Эта мощность почти втрое превышает традиционный уровень, принятый при использовании многолучевых приёмных систем, запитываемых от одного общего гетеродина (обычно на диоде Ганна). В будущем, если не удастся снизить требуемую мощность гетеродина, по-видимому, придётся обратиться к синхронизации нескольких генераторов, хотя уже есть опыт [11] применения и одного мощного генератора на лавинно-пролётном

диоде в 8-лучевом приёмнике со смесителями, аналогичными использованным в настоящем модуле. Заметим, что снижение мощности гетеродина до традиционного уровня около 3 дБм приводит на частоте 115 ГГц к росту  $T_{\text{пр}}^{\text{DSB}}$  всего лишь до 550 К, т. е. до уровня, не уступающего лучшим неохлаждаемым приёмникам.

Проблемы гетеродина, как и проблемы радиосовместимости данного приёмника многолучевой системы с нестабилизированными или несинхронизованными гетеродинами других приёмников этой системы, не существует в случае использования блока приёмников прямого усиления, как, например, в [5]. Авторы этой работы построили 8-лучевую радиометрическую систему диапазона  $33 \div 36$  ГГц на базе 10-каскадных УВЧ с шумовой температурой  $260 \div 300$  К и усилением 50 дБ. Ясно, что в таком сложном устройстве немало своих проблем (например проблема общей и поканальной устойчивости системы). С ростом частоты эти проблемы подчёркиваются, требуется увеличение числа каскадов, т.к. усиление каждого из них падает (достаточно сравнить вышеприведённые данные [5] и [18]). Поэтому наиболее целесообразным представляется построение многолучевых систем на базе супергетеродинов с УВЧ на входе. При соответствующих параметрах УВЧ возможно и использование супергетеродинов со смесителями, работающими на гармониках частоты гетеродина, что существенно ослабило бы остроту проблемы радиосовместимости. Такой подход совсем недавно реализован в 16-лучевом охлаждаемом приёмнике диапазона  $85 \div 115$  ГГц [4]. Применение же в такой системе двухвходовых субгармонических смесителей [13], не требующих дополнительного диплексера, весьма заманчиво с точки зрения оптимизации конструкции.

В заключение отметим, что успешная разработка вышеописанного модуля, а также смесителей с монолитными интегральными схемами для частот вплоть до 365 ГГц [10] послужила основой уже начавшихся исследований, направленных на создание малогабаритных преобразовательно-усилительных модулей многолучевых приёмных систем, предназначенных для радиоастрономических наблюдений в последнем миллиметровом и в первом субмиллиметровом окнах прозрачности атмосферы.

Авторы признательны Межотраслевой научно-технической программе «Физика микроволн» (проекты 2.11 и 3.12) и Российскому фонду фундаментальных исследований (проект 99-02-16241) за долевое финансирование работ, благодарят В. И. Носова за предоставление автоматического цифрового частотомера диапазона  $70 \div 170$  ГГц, а также С. Е. Третьякову и А. В. Лапинова за помощь в оформлении материала.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Appleby R., Greed D. G., Anderton R. N., Lettington A. H. // SPIE Proc. V.2250: Intern. Conf. on Millimeter and Submillimeter Waves and Applications. 1994. P. 506.
2. Smith R. M., Trott K. D., Sunstrom B. M., Even D. // Microwave J. 1996. V.39, № 3. P. 22.
3. De Lange G., Konistis K., Hu Q. // Appl. Phys. Lett. 1999. V.75, № 6. P. 868.
4. Erixon N. R., Grosslein R. M., Erixon R. B., Weinreb S. // IEEE Trans. MTT. 1999. V.47, № 12. P. 2212.
5. Радзиховский В. Н., Горишняк В. П., Кузьмин С. Е., Шевчук Б. М. // Изв. вуз. Радиоэлектроника. 1999. Т. 42, № 3-4. С. 40.
6. Криворучко В. И., Куликов А. В. // В кн.: Физика микроволн: Сб. отчётов по научным проектам МНТП России «Физика микроволн». Нижний Новгород: Институт прикладной физики РАН, 1999. Т. 2. С. 299.
7. Neikirk D. P., Rutledge D. B., Muha M. S. et al. // IEEE Cat. No. 81CH1645-1 MTT: VI Intern. Conf. on Infrared and Millimeter Waves. 1981. P. Th-4-1.
8. Забытов Ю. М., Лебский Ю. В., Федосеев Л. И. и др. // Радиотехника и электроника. 1993. Т. 38, № 12. С. 2240.

9. Gerhart S. S., Rebeiz G. M. // IEEE Trans. MTT. 1994. V. 42, № 12. P. 2504.
10. Божков В. Г., Геннеберг В. А., Дрягин Ю. А., Федосеев Л. И. // Изв. вуз. Радиофизика. 1999. Т. 42, № 6. С. 537.
11. Божков В. Г., Геннеберг В. А. // Физика микроволн: Сб. отчётов по научным проектам МНТП России «Физика микроволн». Нижний Новгород: Институт прикладной физики РАН, 1999. Т. 2. С. 273.
12. Божков В. Г., Геннеберг В. А., Романовская В. Н. и др. // Радиотехника и электроника. 1992. Т. 41, № 7. С. 876.
13. Божков В. Г., Геннеберг В. А., Перфильев В. И. Монолитные и квазимонолитные модули и устройства миллиметрового и субмиллиметрового диапазона длин волн // Электронная промышленность (в печати).
14. Божков В. Г., Вдовин В. Ф., Воронов В. Н. и др. // Радиотехника и электроника. 1992. Т. 38, № 4. С. 736.
15. Guttich U. et al. // IEEE MTT-S Intern. Symp. Digest. 1996. V. 1. P. 21.
16. Eru I. I. // SPIE Proc. V. 2250: Intern. Conf. on Millimeter and Submillimeter Waves and Application. 1994. P. 533.
17. Pospieszalski M. W., Wollack E. J. // 1997 Topical Symposium on Millimeter Waves: Proceedings. — Shonan Village Center. Hayama, Kanagawa, Japan, 1997. P. 143.
18. Weinreb S. // XXVI General Assembly URSI: Abstracts. — Univ. Toronto, 1999. P. 833.

Институт прикладной физики РАН,  
г. Нижний Новгород, Россия

Поступила в редакцию  
22 декабря 1999 г.

**STUDY OF THE CHARACTERISTICS OF MIXER-AMPLIFIER MODULES  
FOR MULTI-BEAM 3-MM RECEIVERS OF IMAGING SYSTEMS**

*V. G. Bozhkov, V. A. Genneberg, L. M. Koukin, and L. I. Fedoseev*

We describe briefly the design of a small-size mixer-amplifier module, as well as the technique and results of measurements of its characteristics. The double-sideband noise temperature in the range 81–121 GHz is less than 1000 K between and equal to  $390 \pm 30$  K at 115 GHz. The gain is equal to  $49 \div 56$  dB, and the intermediate frequency range is 1 to 2 GHz.

УДК 537.874.6

## МЕТОДЫ РАСЧЁТА И УПРАВЛЕНИЯ ПАРАМЕТРАМИ СОБСТВЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ ПРОСТЕЙШИХ ДВУХЗЕРКАЛЬНЫХ РЕЗОНАТОРОВ

*В. И. Белоусов, Г. Г. Денисов, А. В. Чирков*

Представлены методы расчёта спектра и управления параметрами собственных колебаний открытых резонаторов. На примере проектирования и исследования в миллиметровом диапазоне длин волн модели резонатора оротрона продемонстрированы возможности разработанных программных и диагностических средств. Полученные численные и экспериментальные результаты хорошо согласуются. Разработанные методы и программные средства могут быть применены для проектирования открытых резонаторов в различных частотных диапазонах.

### ВВЕДЕНИЕ

Открытые резонаторы находят широкое применение в различных частотных диапазонах. Теория открытых резонаторов окончательно сложилась в 60-х годах (см., например, [1–3]). Были разработаны эффективные методы их проектирования и диагностики.

В данной статье авторы ни в коей мере не претендуют на новизну и полноту освещения проблем расчёта и управления параметрами волновых полей открытых резонаторов. Тем не менее, нам показалось возможным представить наше видение этих задач и продемонстрировать некоторые численные и экспериментальные результаты. Разработанные методы и программные средства для расчёта спектров и управления параметрами собственных колебаний открытых резонаторов позволяют получать результаты, хорошо согласующиеся с экспериментами.

### 1. МЕТОД РАСЧЁТА СПЕКТРА СОБСТВЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ ОТКРЫТОГО РЕЗОНАТОРА

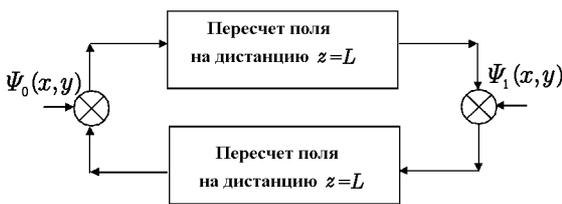


Рис. 1. Численная модель открытого двухзеркального резонатора с длиной  $L$

Рассмотрим простейший открытый резонатор, состоящий из двух зеркал. Для колебаний с узким спектром поперечных волновых чисел используется скалярное описание [1, 2]. Итерационный подход для расчёта собственных колебаний открытого резонатора впервые был предложен Фоксом и Ли в 1961 году [1] (см. рис. 1). Пусть зеркала резонатора при отражении поля изменяют его фазу на  $\Psi_0(x, y)$  и  $\Psi_1(x, y)$ . Начальное амплитудно-фазовое распределение поля на первом зеркале  $A_0^0(x, y) \exp[j\Phi_0^0(x, y)]$ . Для того чтобы определить

первую высокодобротную моду, необходимо циклически выполнять следующую процедуру:

1) пересчёт поля с первого зеркала на второе:

$$A_1^i(x, y) \exp[j\Phi_1^i(x, y)] = \int_S K(x, y, \xi, \gamma) A_0^i(\xi, \gamma) \exp[j\Phi_0^i(\xi, \gamma)] \exp[j\Psi_0(\xi, \gamma)] d\xi d\gamma; \quad (1)$$

2) пересчёт поля со второго зеркала на первое:

$$A_0^{i+1}(\xi, \gamma) \exp[j\Phi_0^{i+1}(\xi, \gamma)] = \int_S K(x, y, \xi, \gamma) A_1^i(x, y) \exp[j\Phi_1^i(x, y)] \exp[j\Psi_1(x, y)] dx dy, \quad (2)$$

где  $S$  — поверхность соответствующего зеркала,  $A_0^i, \Phi_0^i$  и  $A_1^i, \Phi_1^i$  — амплитуда и фаза поля соответственно на первом и втором зеркалах на  $i$ -м шаге,  $K(x, y, \xi, \gamma)$  — функция Грина уравнения Гельмгольца \* [4]:

$$K(x, y, \xi, \gamma) = \frac{kL}{2\pi jr} \frac{\exp[jkr]}{r}, \quad (3)$$

$$r = \sqrt{L^2 + (x - \xi)^2 + (y - \gamma)^2}, \quad (4)$$

$k$  — волновое число,  $L$  — длина резонатора. Итерационная процедура (1), (2) осуществляется до тех пор, пока с заданной точностью не будет выполнено равенство  $\eta^{i+1} = \eta^i$ , где

$$\eta^{i+1} = \frac{\left[ \int_S A_0^i(x, y) \exp[j\Phi_0^i(x, y)] A_0^{i+1}(x, y) \exp[-j\Phi_0^{i+1}(x, y)] ds \right]^2}{\int_S [A_0^i(x, y)]^2 ds \int_S [A_0^{i+1}(x, y)]^2 ds}. \quad (5)$$

Естественно, итерационный процесс, описанный выше, будет всегда сходиться к решению, имеющему наименьшие потери (наибольшую дифракционную добротность). Однако несложная модификация этого метода позволяет последовательно определить спектр собственных колебаний с различными поперечными индексами в порядке убывания добротности (рис. 2). Допустим, что мы знаем амплитудно-фазовое распределение поля  $S_n(x, y)$  на втором зеркале для  $N - 1$  первых наиболее высокодобротных собственных колебаний резонатора. Для того чтобы определить  $N$ -ую моду, необходимо циклически выполнять следующую процедуру до выполнения условия  $\eta^{i+1} = \eta^i$  (5):

1) пересчёт поля с первого зеркала на второе:

$$\begin{aligned} & A_1^i(x, y) \exp[j\Phi_1^i(x, y)] = \\ & = \int_S K(x, y, \xi, \gamma) A_0^i(\xi, \gamma) \times \\ & \times \exp[j\Phi_0^i(\xi, \gamma)] \exp[j\Psi_0(\xi, \gamma)] d\xi d\gamma; \quad (6) \end{aligned}$$

2) разложение поля на втором зеркале по уже найденным поперечным модам; весовой коэффициент  $n$ -й моды

$$c_n = \int S_n^*(x, y) A_1^i(x, y) \exp[j\Phi_1^i(x, y)] dx dy, \quad (7)$$

где  $n = 0, 1, \dots, N - 1$ ;

\* Функцию Грина в виде (3) имеет смысл использовать для описания полей в резонаторах с относительно большими зеркалами сложного профиля. В более простых случаях параксиальных пучков в качестве ядра обычно используют функцию  $K(x, y, \xi, \gamma) = k/(2\pi jL) \exp[jkL] \exp\{jk[(x - \xi)^2 + (y - \gamma)^2]/2L\}$ , которая является функцией Грина параболического уравнения.

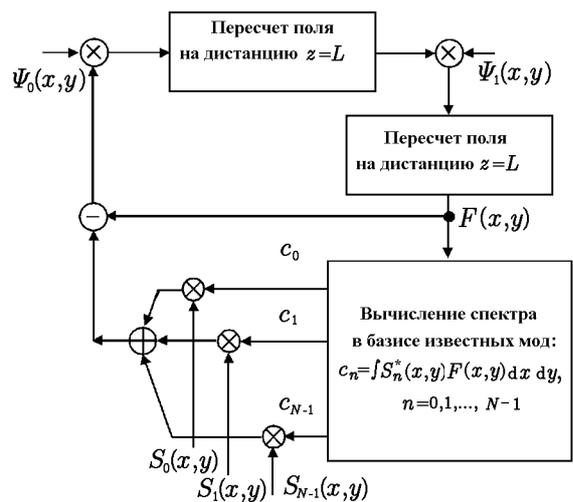


Рис. 2. Процедура расчёта  $N$ -го собственного колебания в открытом резонаторе

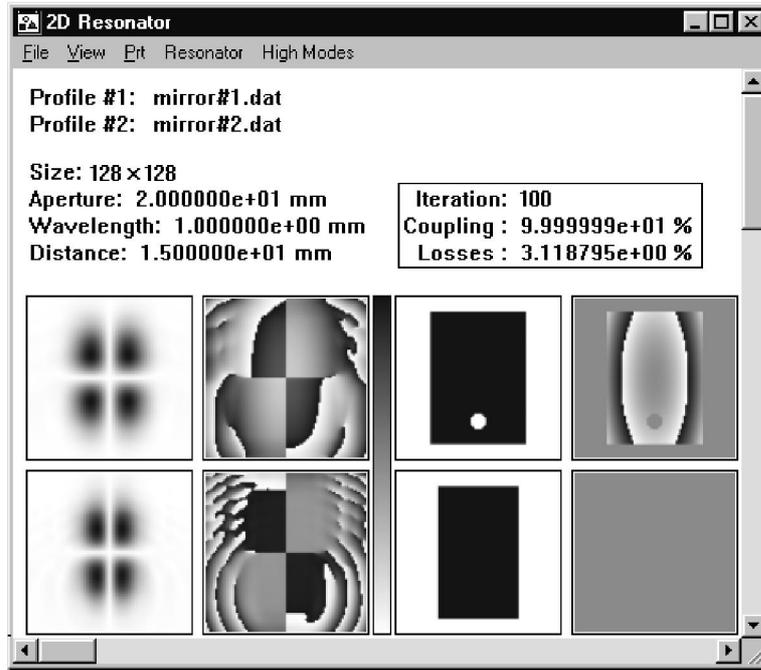


Рис. 3. Программа расчёта спектра собственных колебаний открытого резонатора. Первый и второй столбцы — амплитудные и фазовые распределения поля на зеркалах, третий и четвёртый столбцы — коэффициенты отражения и фазы зеркал. Представлена финальная стадия процесса поиска колебания с двумя вариациями по обеим координатам для резонатора с плоским и квадратичным зеркалами

3) исключение существующих мод с уже определёнными весами из поля на втором зеркале:

$$A_1^{i+1}(x, y) \exp[j\Phi_1^{i+1}(x, y)] = A_1^i(x, y) \exp[j\Phi_1^i(x, y)] - \sum_{n=0}^{N-1} c_n S_n(x, y); \quad (8)$$

4) пересчёт поля со второго зеркала на первое:

$$A_0^{i+1}(\xi, \gamma) \exp[j\Phi_0^{i+1}(\xi, \gamma)] = \int_S K(x, y, \xi, \gamma) A_1^{i+1}(x, y) \exp[j\Phi_1^{i+1}(x, y)] \exp[j\Psi_1(x, y)] dx dy. \quad (9)$$

Таким образом, с помощью данного метода мы определяем собственное колебание, ортогональное уже известным собственным колебаниям, но менее добротное. Поиск высших собственных колебаний, особенно в резонаторе с зеркалами сложной формы, рекомендуется начинать со случайного амплитудно-фазового распределения  $A_0^0(x, y) \exp[j\Phi_0^0(x, y)]$ , в котором заведомо содержатся все возможные собственные функции. Рекомендуется генерировать различные начальные условия в случае, если существуют вырожденные по добротности собственные функции, и процедура (см. рис. 2) не сходится. Требуемое количество итераций определяется разностью добротностей соседних собственных колебаний.

Затухание энергии поля в резонаторе за период определяет добротность колебания (мнимую часть собственной частоты). В двухзеркальном резонаторе с параксиальными волновыми пучками и зеркалами с небольшим прогибом  $\Delta l(x, y)$  ( $k\Delta l \leq 2\pi$ ) реальные части собственных частот могут быть определены известным образом [2, 3, 4]:

$$k_{qmn}L = q\pi + \Delta\varphi_{mn}, \quad (10)$$

где  $q$  — целое число, означающее продольный индекс колебания,  $\Delta\varphi_{mn}$  — аргумент собственного числа интегрального уравнения. Критерию (10) удовлетворяют, в частности, зеркала резонатора оротрона, исследуемого в описанном ниже эксперименте. В резонаторе с глубокими зеркалами сложной формы в общем случае реальная часть собственной частоты не может быть определена таким образом, т. к. иногда невозможно ввести понятие продольного индекса колебания и расстояния между зеркалами. При этом резонансные свойства такого объекта целесообразно исследовать путём рассеяния на нём через элементы связи (например через полупрозрачные участки зеркал) падающей волны, не ортогональной предполагаемому собственному колебанию. Это рассмотрение выходит за рамки настоящей статьи.

На основе оригинальных алгоритмов быстрого вычисления дифракционных интегралов Гюйгенса—Кирхгофа было разработано программное обеспечение для расчёта спектра собственных колебаний открытых резонаторов (рис. 3). Данные программные средства позволяют проектировать различные системы вывода энергии из резонаторов, в том числе и через полупрозрачные (перфорированные) участки на поверхности зеркал.

## 2. МЕТОДЫ УПРАВЛЕНИЯ ПАРАМЕТРАМИ СОБСТВЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ ОТКРЫТЫХ РЕЗОНАТОРОВ

Для различных приложений важна задача проектирования открытых резонаторов с заданными свойствами: пространственной структурой собственных колебаний (чаще всего для наиболее добротного колебания) и комплексным спектром собственных частот. Возможности управления параметрами собственных колебаний ограничены свойствами интегрального уравнения Гюйгенса—Кирхгофа (1). При существовании дифракционных ограничений решение задачи, как правило, имеет характер приближения к целевой функции. В данной статье описаны методы управления пространственной структурой основного колебания; возможности селекции собственных колебаний по потерям весьма подробно описаны в обзоре [3].

Рассмотрим два случая открытых резонаторов: с одним плоским и одним профилированным зеркалами (данная модель часто применима для анализа резонаторов различных электронных приборов, например оротронов), и более общий случай с двумя профилированными зеркалами.

Пусть в случае двухзеркального резонатора с одним плоским зеркалом мы хотим иметь заданное амплитудное распределение  $A_0(x, y)$  на плоском зеркале для первого наиболее добротного собственного колебания. Фаза желаемого распределения на плоском зеркале должна быть однородной. Простейший метод обеспечения заданного амплитудного распределения заключается в его пересчёте на второе зеркало и обращении на зеркале фазового фронта. Тогда фаза профилированного зеркала, обеспечивающая максимально близкое к заданному амплитудное распределение  $A'_0(x, y)$  на плоском зеркале, определяется как

$$\Psi_1(x, y) = -2 \arg \left[ \int_S K(x, y, \xi, \gamma) A_0(\xi, \gamma) d\xi d\gamma \right]. \quad (11)$$

Близость полученного распределения  $A'_0(x, y)$  к распределению  $A_0(x, y)$  определяется дифракционными ограничениями. На рис. 4 приведён численный пример управления формой наиболее добротного собственного колебания в двухзеркальном резонаторе с одним плоским зеркалом. Амплитудное распределение основного колебания на плоском зеркале резонатора близко к аббревиатуре Института прикладной физики. Фаза профилированного зеркала резонатора, обеспечивающая заданное изображение на плоском зеркале, приведена на рис. 4б.

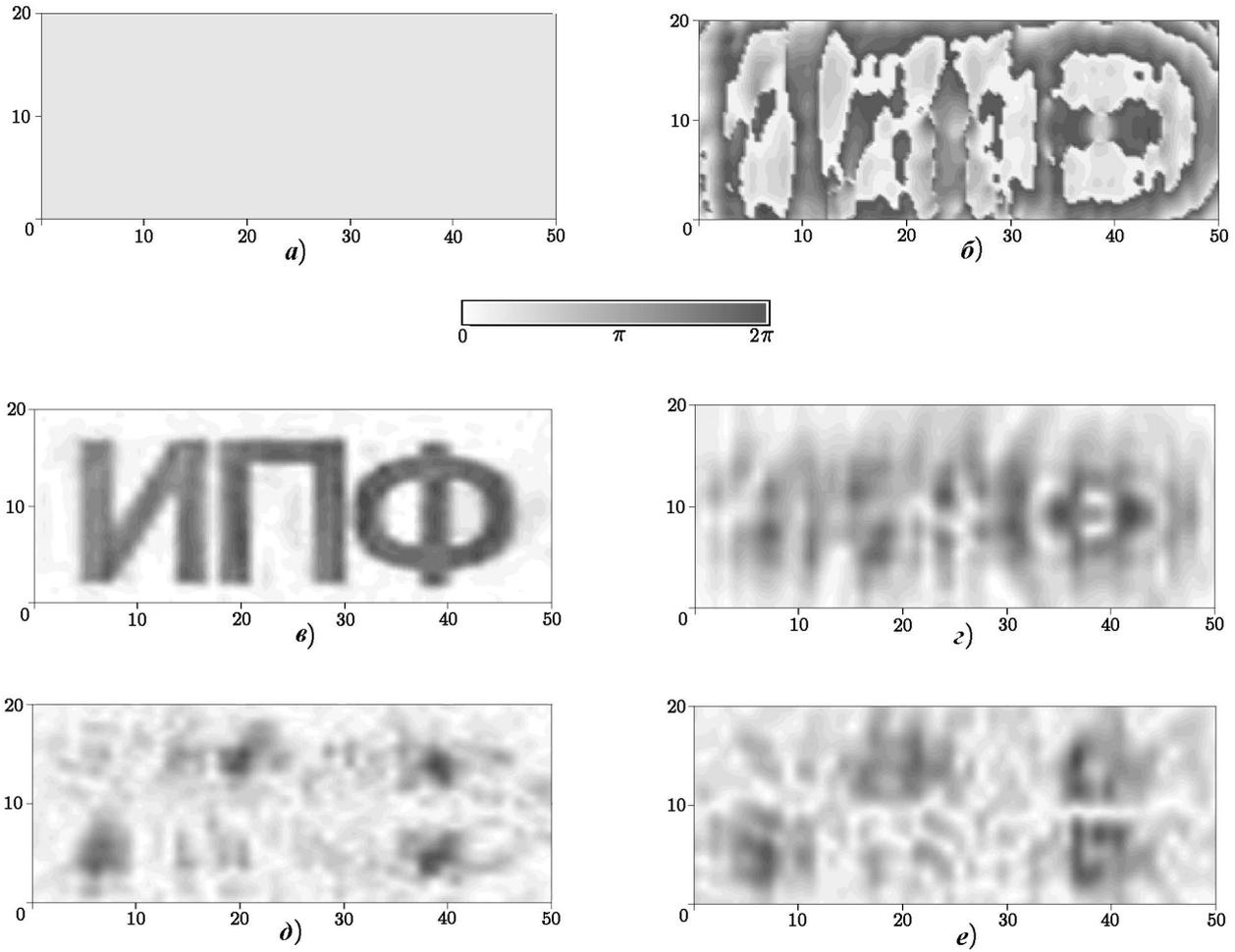


Рис. 4. Численный пример управления формой первого собственного колебания открытого резонатора с одним плоским зеркалом: фазы зеркал — *a*, *б*; амплитуда поля на зеркалах для первого собственного колебания (потери в резонаторе  $\Delta P = 4,6\%$  за проход) — *в*, *г*; амплитуда поля на зеркалах для второго собственного колебания ( $\Delta P = 20,3\%$  за проход) — *д*, *е*. Апертура  $20 \times 50\lambda$ , расстояние между зеркалами  $30\lambda$ , где  $\lambda$  — длина волны

Если резонатор имеет два профилированных зеркала, заданные амплитудные распределения поля  $A_0(x, y)$  и  $A_1(x, y)$  на зеркалах для первого наиболее добротного собственного колебания можно синтезировать с помощью известного итерационного метода [5, 6], решив систему интегральных уравнений

$$A_n(x, y) \exp[j\Psi_n(x, y)] = \int_S K(x, y, \xi, \gamma) A_m(\xi, \gamma) \exp[j\Psi_m(\xi, \gamma)] d\xi d\gamma, \tag{12}$$

где  $n$  и  $m$  — номера зеркал, принимающие значения 0 либо 1,  $\Psi_n(x, y)$  и  $\Psi_m(x, y)$  — фазы зеркал. В данной статье возможность управления формой собственного колебания продемонстрирована на примере проектирования резонатора оротрона.

### 3. ИЗМЕРЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ОТКРЫТЫХ РЕЗОНАТОРОВ

Экспериментальное исследование открытых резонаторов с зеркалами, спроектированными в соответствии с изложенной выше теорией, проводилось на частотах около 140 ГГц. Схема экспериментальной установки представлена на рис. 5. Стабилизированный источник питания (ЛОВ) обеспечивал кратковременную стабильность частоты  $\Delta f/f$  на уровне  $10^{-6}$ , что позволяло проводить измерения добротности колебаний, достигающей 50 000, с приемлемой точностью порядка 10 %. Резонатор состоял из двух медных зеркал, расположенных параллельно друг другу. Одно из зеркал было плоским с размерами  $10 \times 17\lambda$ . В качестве второго зеркала в экспериментах исследовалось три различных варианта: а) квадратичное зеркало с размерами  $12 \times 17\lambda$  и радиусами кривизны  $35\lambda$  и  $220\lambda$  по двум поперечным координатам; б) зеркало с размерами  $12 \times 20\lambda$  и радиусом кривизны  $35\lambda$  по горизонтальной координате, по вертикальной координате представляющее собой две окружности радиуса  $60\lambda$ , сопряжённые с плоским участком длиной  $7\lambda$  в центре зеркала; в) зеркало с размерами  $12 \times 20\lambda$  с радиусом кривизны  $35\lambda$  по горизонтальной координате и со сложным неквадратичным профилем по вертикальной координате. Расстояние между зеркалами резонатора равнялось  $15\lambda$ . В плоском зеркале были сделаны два отверстия связи диаметром 0,8 мм. В зоне контакта отверстий связи с волноводами стенка плоского зеркала имела толщину 0,3 мм. Для эффективного возбуждения пространственных мод с ненулевыми индексами отверстия связи были смещены от центра плоского зеркала на 5,2 мм вдоль его большей оси и на 3,7 мм вдоль меньшей оси. Модулированный по частоте сигнал ЛОВ через ферритовый вентиль и волномер поступал в резонатор и далее через выходное отверстие связи попадал на квадратичный детектор, усилитель и осциллограф. Развёртка осциллографа была синхронизована с напряжением, модулирующим частоту ЛОВ, что позволяло по полученной на экране осциллографа резонансной кривой стандартным способом определять добротность резонатора путём деления резонансной частоты на ширину этой кривой на уровне половины максимума,  $0,5U_{\max}$ .

Для измерений структуры поля собственных колебаний открытого резонатора была использована методика, представленная в [7]. Резонатор возбуждался на одной из собственных частот. Пробное тело, расположенное на сканирующем устройстве, перемещалось в промежутке между зеркалами резонатора. При этом регистрировался относительный уровень напряжения  $U$  на детекторе, связанный с амплитудой  $|E|$  поля в резонаторе [7]:

$$|E|^2 \sim \sqrt{\frac{U_{\max}}{U}} - 1. \quad (13)$$

Следует отметить, что точность этого метода измерений невысока в местах слабого поля. На рис. 6 представлены теоретическая и измеренная с помощью данного метода пространственная структура электромагнитного поля первых двух наиболее добротных колебаний для модели резонатора оротрона с зеркалом б). В табл. 1 приведены результаты расчёта и измерений характеристик собственных колебаний для модели резонатора оротрона с квадратичным зеркалом а). Здесь при расчётах добротности резонатора учитывались: 1) дифракционные потери в соответствии с изложенной выше теорией; 2) омические потери и потери, связанные с шероховатостью поверхности зеркал (около 0,15 % на каждом зеркале); 3) потери, связанные с рассеянием на отверстиях связи (порядка 0,1 %). В табл. 2 приведены теоретические и экспериментальные параметры оптимальной функции Эрмита—Гаусса нулевого порядка для первого наиболее добротного собственного колебания резонатора с зеркалом б).

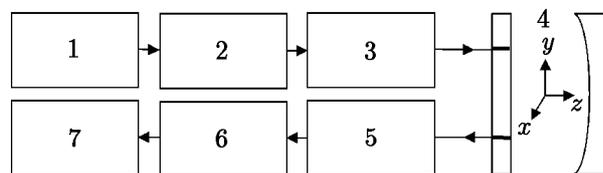


Рис. 5. Блок-схема экспериментальной установки: 1 — ЛОВ, 2 — ферритовый вентиль, 3 — волномер, 4 — резонатор, 5 — детектор, 6 — усилитель, 7 — осциллограф. В резонаторе показано координатное устройство для измерения структуры поля

Таблица 1

Вариации		Расчёт		Эксперимент	
$x$	$y$	Потери за проход, %	Нормированная собственная частота	Потери за проход, %	Нормированная собственная частота
0	0	0,53	1,0000	0,60	1,0000
1	0	0,91	1,0076	1,01	1,0063
0	1	1,02	1,0028	0,91	1,0023
1	1	1,41	1,0104	1,20	1,0086

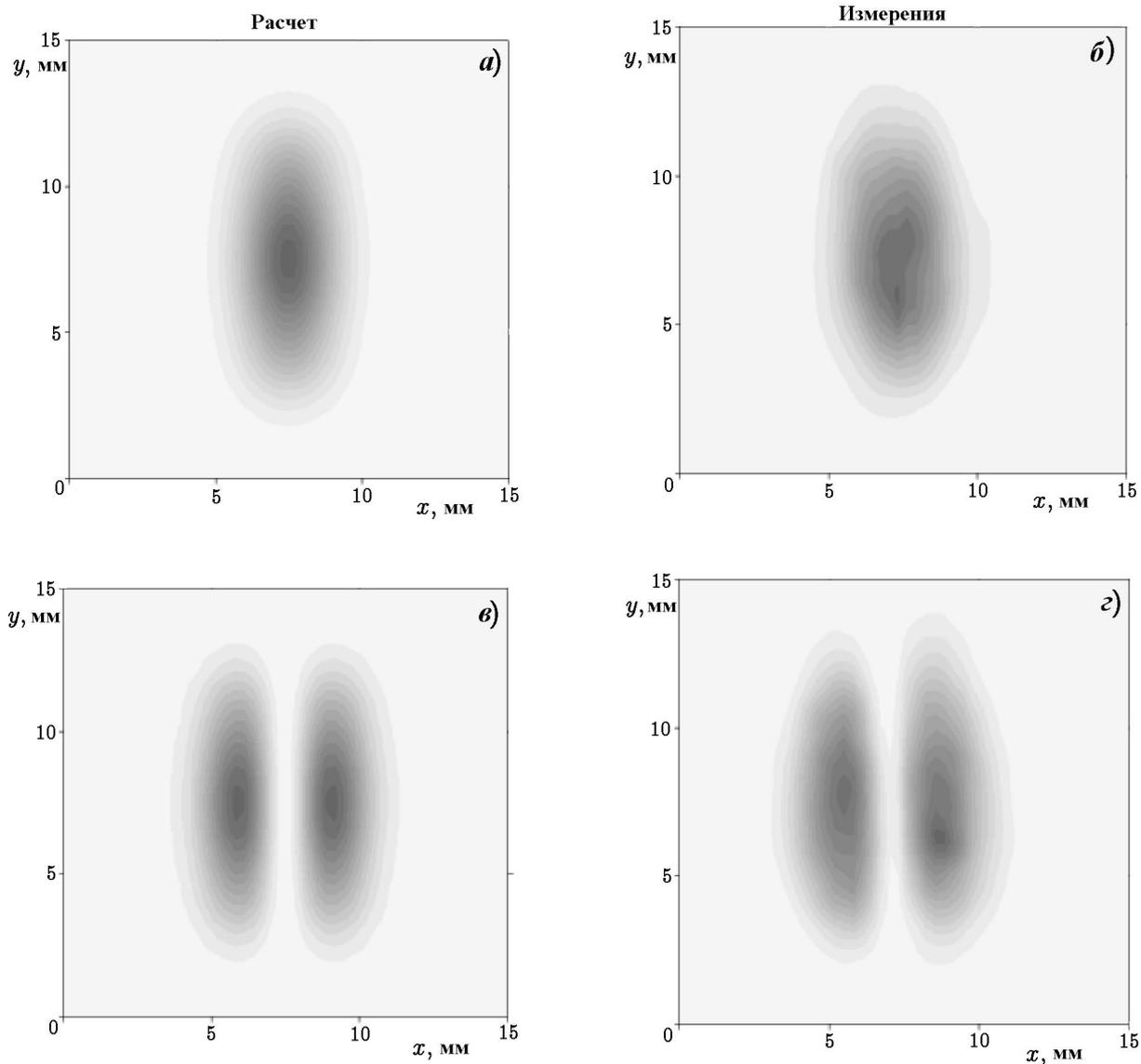


Рис. 6. Рассчитанные и измеренные распределения интенсивности поля на плоском зеркале для первых наиболее добротных собственных колебаний модели резонатора оротрона с квадратичным зеркалом. Резонатор: плоское зеркало  $10 \times 17\lambda$ ; квадратичное зеркало  $12 \times 20\lambda$  имеет в центре плоский участок  $7\lambda$ ; радиусы кривизны  $35\lambda$  и  $60\lambda$ ; расстояние между зеркалами  $15\lambda$



Рис. 7. Модель резонатора оротрона (а) и зеркало, создающее оптимальное распределение поля на решётке (в модели — на плоском зеркале) оротрона (б)

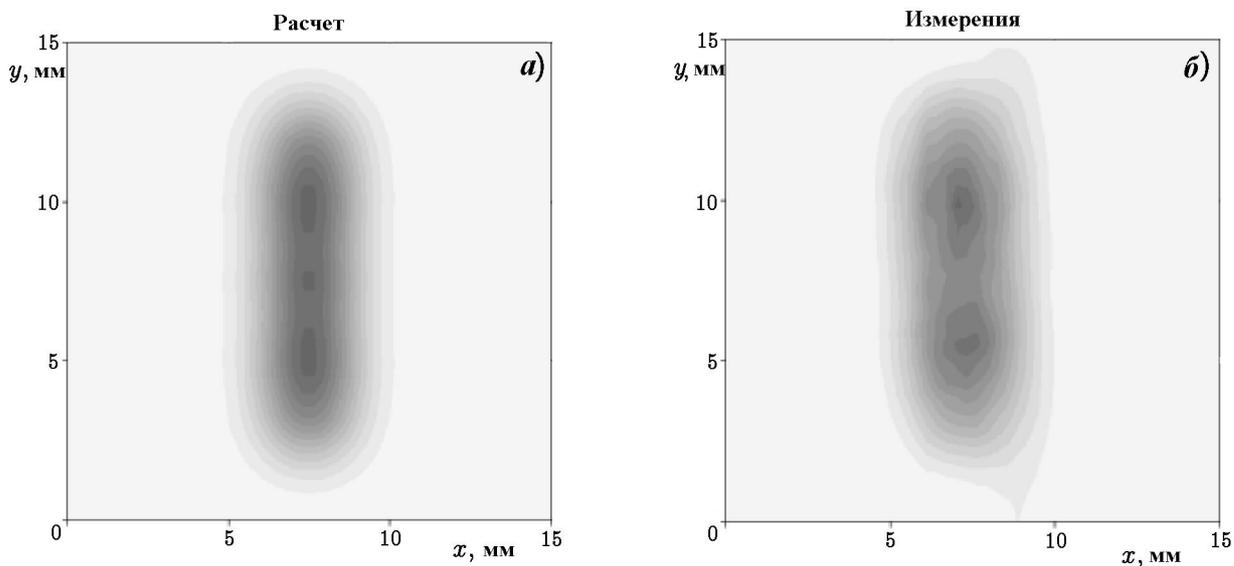


Рис. 8. Рассчитанное (а) и измеренное (б) распределения интенсивности поля на плоском зеркале для первого собственного колебания модели резонатора оротрона с оптимизированным зеркалом. Резонатор: плоское зеркало  $10 \times 17\lambda$ ; оптимизированное зеркало  $12 \times 20\lambda$  с глубиной прогиба  $0,96\lambda$ ; расстояние между зеркалами  $15\lambda$

Целью оптимизации этого резонатора при ограниченных размерах зеркал было создание распределения поля на плоском зеркале (в оротроне это частопериодическая решётка), по возможности более равномерного и протяжённого вдоль траектории электронного пучка. На рис. 7 представлена модель резонатора оротрона и оптимизированное зеркало в), рассчитанное с помощью метода (11). Вычисленное и измеренное распределения интенсивности поля на плоском зеркале для первого собственного колебания представлены на рис. 8. В табл. 3 приведены параметры оптимальной нулевой функции Эрмита—Гаусса для полученного наиболее добротного первого собственного колебания в модели резонатора оротрона с оптимизированным зеркалом.

Таблица 2

	Расчёт	Эксперимент
$a_x(\lambda)$	1,7	1,8
$a_y(\lambda)$	3,5	3,7
Взаимная мощность $\eta, \%$	97,1	

Таблица 3

	Расчёт	Эксперимент
$a_x(\lambda)$	1,7	1,8
$a_y(\lambda)$	4,3	4,4
Взаимная мощность $\eta, \%$	97,6	

Приведённые данные показывают хорошее соответствие экспериментальных и теоретических результатов и, следовательно, подтверждают адекватность изложенной выше теории.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В статье кратко описаны методы расчёта спектра и управления параметрами собственных колебаний открытых резонаторов. Возможности представленных методов проиллюстрированы на примере проектирования и исследования модели резонатора оротрона. Полученные экспериментальные данные подтверждают адекватность разработанных методов.

Разработанные диагностические средства для миллиметрового диапазона длин волн позволяют не только измерять частоты и добротности собственных колебаний открытых резонаторов, но и распределения интенсивности поля.

Разработанные программные средства для расчёта и управления параметрами собственных колебаний открытых резонаторов позволяют получать результаты, хорошо согласующиеся с экспериментальными. Данные программные средства могут быть применены для проектирования открытых резонаторов не только в миллиметровом диапазоне длин волн.

Авторы выражают признательность С. Н. Власову и Ф. С. Русину за плодотворные дискуссии.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Fox A. G., Li T. // Bell Sys. Tech. J. 1961. V. 40, № 2. P. 453.
2. Вайнштейн Л. А. Открытые резонаторы и открытые волноводы. — М.: Сов. Радио, 1966. — 476 с.
3. Авербах В. С., Власов С. Н., Таланов В. И. // Изв. вуз. Радиофизика. 1967. Т. 10, № 9–10. С. 1333.
4. Виноградова М. Б., Руденко О. В., Сухоруков А. П. Теория волн. — М.: Наука, 1979. — 384 с.
5. Тартаковский Л. Б., Тихонова В. К. // Радиотехника и электроника. 1959. № 12. С. 2016.
6. Каценеленбаум Б. З., Семёнов В. В. // Радиотехника и электроника. 1967. № 2. С. 244.
7. Косарев Е. Л., Ципенюк Ю. М. // Электроника больших мощностей. Вып. 5. — М.: Наука, 1968. — С. 105.

Институт прикладной физики РАН, г. Нижний Новгород,  
Россия

Поступила в редакцию  
7 марта 2000 г.

### CALCULATION AND PARAMETER-CONTROL METHODS OF EIGENMODES OF THE SIMPLEST TWO-MIRROR RESONATORS

*V. I. Belousov, G. G. Denisov, and A. V. Chirkov*

We present the methods of spectrum calculation and parameter control of open-resonator eigenmodes. Using the example of calculation and analysis of an orotron resonator in the millimeter wavelength range, we demonstrate the capabilities of the software and hardware developed. The numerical and experimental results show good coincidence. The developed methods and software may be used for the quasi-optical resonator design in various frequency ranges.

УДК 621.385.69

## ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ПРОВЕРКА ЕСТЕСТВЕННОЙ СХЕМЫ РЕКУПЕРАЦИИ ЭНЕРГИИ ЭЛЕКТРОННОГО ПУЧКА В КОАКСИАЛЬНОМ ГИРОТРОНЕ

*В. Е. Запезалов, А. Б. Павельев, В. И. Хижняк*

Показана возможность существенного увеличения КПД коаксиального гиротрона только за счёт раздельной подачи соответствующих потенциалов на его электроды (без каких-либо конструктивных изменений). Используемая схема пригодна также для ступенчатой перестройки частоты генерации и глубокой модуляции мощности выходного излучения.

Для электронно-циклотронного нагрева (ЭЦН) плазмы в будущих промышленных термоядерных реакторах (типа ITER) будут использоваться гиротронные энергетические комплексы с суммарной мощностью СВЧ излучения до 50÷100 МВт в режиме непрерывной генерации на частотах до 170 ГГц [1]. Естественно, стоимость создания и эксплуатации таких комплексов напрямую зависит от уровня выходной мощности и КПД единичного гиротронного модуля.

Ограничение выходной мощности непрерывного гиротрона, имеющее принципиальный характер, обусловлено нагревом стенок резонатора из-за высокочастотных омических потерь. Снижение тепловых нагрузок в резонаторе достигается главным образом за счёт увеличения его диаметра и использования в качестве рабочих высших типов пространственно-развитых мод. Однако этот путь ведёт к ухудшению электронной селекции, что чревато падением КПД и потерей устойчивости одномодовой генерации [2]. Для гиротронов с «традиционными» резонансными системами в виде отрезков полых слабонерегулярных цилиндрических волноводов указанное ограничение определяет предельную выходную мощность в коротковолновой части миллиметрового диапазона примерно на уровне 1 МВт. Снижение избирательности электронного пучка в резонаторах с увеличенным поперечным сечением может быть в значительной мере компенсировано в коаксиальных электродинамических системах благодаря дополнительной электродинамической селекции мод, которая достигается выбором подходящего диаметра и профиля внутреннего проводника [3, 4]. Согласно оценкам это обстоятельство позволяет в 2–3 раза повысить предельную выходную мощность коаксиального гиротрона по сравнению с обычным гиротроном того же частотного диапазона. Возможность селективного возбуждения гиротрона со сверхразмерным коаксиальным резонатором ( $D_p/\lambda \sim 30$ , где  $D_p$  — диаметр резонатора,  $\lambda$  — длина волны) и его эффективной одномодовой генерации продемонстрирована в [5–8].

Существенное увеличение полного КПД гиротронов стало возможным с применением рекуперации остаточной энергии электронного пучка [9–11], когда провзаимодействовавшие с полем электроны осаждаются на электродах с пониженным потенциалом по отношению к потенциалу электронного пучка в пространстве взаимодействия. Принципиальной особенностью таких генераторов является отличие потенциалов резонатора и коллектора и появление дополнительных изоляторов в тех или иных элементах конструкции гиротрона (в зависимости от выбранного способа его подключения к высоковольтным источникам питания). Разумеется, такая рекуперативная схема (одноступенчатая или многоступенчатая) пригодна для гиротронов любого типа. Однако специфика конструкции коаксиальной лампы с обращённой электронно-оптической системой (см., например, [12]) допускает более простую и естественную схему одноступенчатой рекуперации, не требующую введения дополнительных конструктивных элементов. Поскольку максимальная селекция рабочей моды в коаксиальном резонаторе реализуется при близких значениях радиусов электронного пучка и внутреннего проводника, потенциал электронного пучка в пространстве взаимодействия практически полностью определяется потенциалом внутреннего проводника. В этом случае схема включения коаксиального гиротрона с односту-

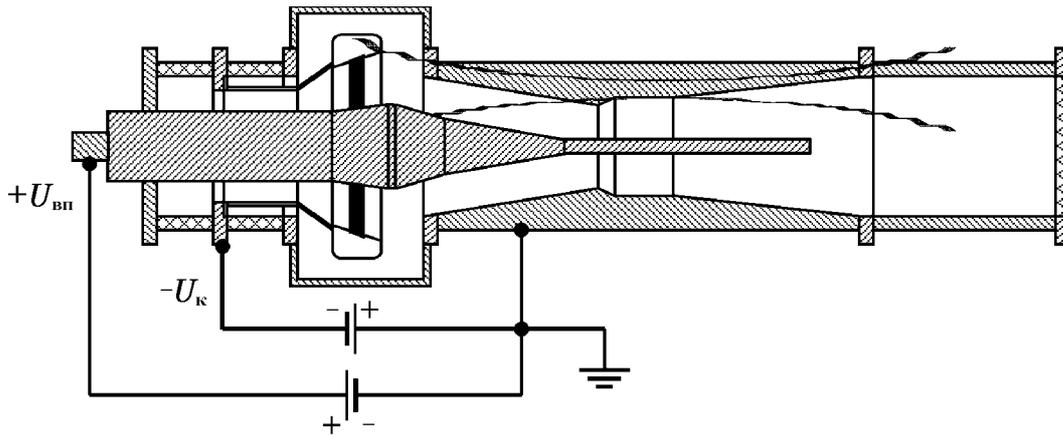


Рис. 1

пенчатой рекуперацией выглядит следующим образом (см. рис. 1). Коллектор и корпус лампы (включая внешнюю стенку резонатора) находятся под одним (как правило нулевым) потенциалом, на катод подаётся отрицательное напряжение  $-U_k$ , которое по абсолютной величине ниже расчётного ускоряющего напряжения  $U_0$ , а требуемый потенциал электронного пучка в области эмиттера и в пространстве взаимодействия обеспечивается за счёт подачи дополнительного положительного напряжения  $U_{вп} \approx U_0 - U_k$  на внутренний проводник. Максимальное отношение  $U_0/U_k$ , которое характеризует выигрыш в полном КПД генератора ( $\eta \approx \eta_0 U_0/U_k$ , где  $\eta_0$  — КПД без рекуперации), ограничивается появлением отражённых электронов на потенциальном барьере в выходном тракте лампы. Следует отметить, что, выбирая нужным образом  $U_k$  и меняя  $U_{вп}$ , можно не только провести рекуперацию энергии электронного пучка, но и осуществить быструю ступенчатую перестройку частоты генерации (в пределах нескольких процентов), а также модуляцию мощности выходного излучения. Иллюстрацией к сказанному могут служить результаты первых экспериментов по управлению параметрами электронного пучка в коаксиальном гиротроне, которые приведены ниже.

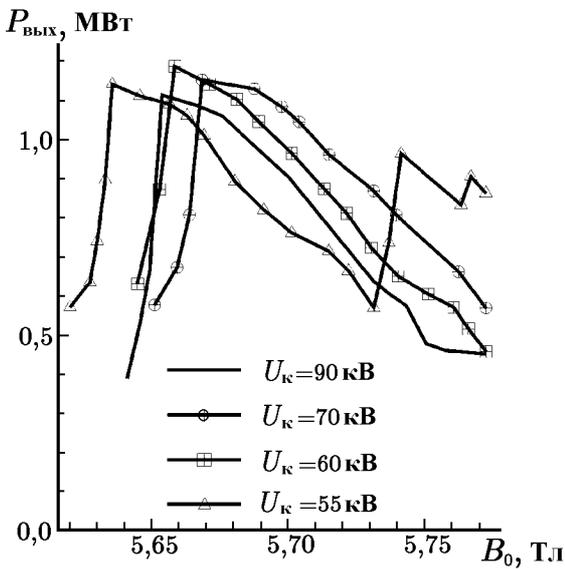


Рис. 2

Измерения проводились по описанной выше схеме на коаксиальном гиротроне с прямым выводом мощности [5] (частота 140 ГГц, выходная мощность  $P_{вых} = 1,5$  МВт, рабочая мода  $TE_{28,16}$ ). Эта лампа представляет собой короткоимпульсный лабораторный макет (русский вариант) квазинепрерывного коаксиального гиротрона, разрабатываемого при сотрудничестве с Исследовательским центром Карлсруэ (г. Карлсруэ, Германия). Следует отметить, что в результате длительной эксплуатации произошло некоторое ухудшение параметров обращённой электронной пушки, и в экспериментах

не удалось полностью восстановить реализованный ранее рабочий режим исследуемого гиротрона [5, 7] ( $U_0 = 90$  кВ, ток пучка  $I_0 = 50$  А, пич-фактор  $g \approx 1,3$ ;  $P_{вых} = 1,5$  МВт;  $\eta \approx 35\%$ ). Поэтому все измерения проводились с уменьшенным пич-фактором  $g$ , при пониженном уровне мощности (около 1,1 МВт) и начальном КПД  $\eta_0 \approx 30\%$ ). Отрицательное напряжение  $-U_k$  подавалось на катод

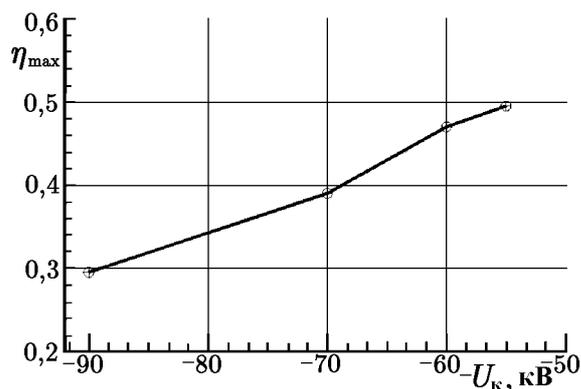


Рис. 3

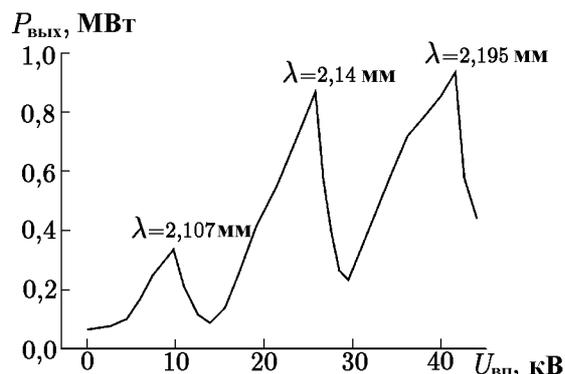


Рис. 4

с основного модулятора, а положительное напряжение  $U_{\text{вп}}$  на внутренний проводник — с дополнительного импульсного источника, синхронизованного с основным модулятором. При различных значениях  $U_k$  величина  $U_{\text{вп}}$  выбиралась таким образом, чтобы результирующее ускоряющее напряжение  $U_0 \approx U_{\text{вп}} + U_k$  электронного пучка в резонаторе сохранялось неизменным, равным 90 кВ. На рис. 2 изображены зоны генерации рабочей моды  $TE_{28,16}$  ( $\lambda \approx 2,14$  мм) в исследуемом гиротроне при фиксированном токе электронного пучка  $I_0 \approx 42$  А и нескольких напряжениях  $U_k$ . Согласно приведённым данным во всех режимах работы выходная мощность и форма её зависимости от статического магнитного поля  $B_0$  практически сохранялись. Начиная с  $U_{\text{вп}} \geq 20 \div 25$  кВ, в гиротроне наблюдались пробочные шумы, обусловленные сильным скачком потенциала электронного пучка в области обрыва внутреннего проводника. Это хорошо согласуется с теоретическими оценками интервала напряжений, при которых в данной лампе появляются отражённые электроны. Однако в режиме коротких импульсов возврат части электронов в пространство взаимодействия не приводил к развитию неустойчивостей и к снижению выходной мощности. Поэтому в описываемых экспериментах отношение  $U_0/U_k$  ограничивалось пробоями на внешних деталях в хвостовой части электронной пушки при больших напряжениях  $U_{\text{вп}}$  (по этой причине в режиме работы с  $U_k = 55$  кВ потенциал внутреннего проводника  $U_{\text{вп}}$  был несколько ниже требуемого, чем объясняется заметное смещение соответствующей зоны генерации на рис. 2 в область более низких магнитных полей). На рис. 3 представлены оптимизированные по величине статического магнитного поля значения КПД генерации  $\eta_{\max} \approx P_{\text{вых}}/(I_0 U_k)$ , соответствующие различным режимам работы (при  $U_0 \approx U_{\text{вп}} + U_k \approx 90$  кВ). Достигнутый при  $U_k = 55$  кВ максимальный КПД был близок к 50 %. Следует отметить, что полученные результаты имеют в значительной мере оценочный характер, т. к. конструкция данного генератора не была полностью приспособлена для работы в режиме рекуперации. Реализация подобной рекуперативной схемы в квазинепрерывном гиротроне потребует незначительного изменения геометрии выходного тракта (в частности небольшого увеличения протяжённости внутреннего проводника). Согласно оценкам в оптимальном варианте полный КПД коаксиального гиротрона с одноступенчатой рекуперацией энергии электронного пучка вполне может превышать 50 % в режиме максимальной мощности.

Рис. 4 иллюстрирует возможность применения двухпотенциального способа включения коаксиального гиротрона для ступенчатой перестройки частоты генерации и модуляции уровня выходной мощности. В этом эксперименте изменение потенциала внутреннего проводника производилось при фиксированных катодном напряжении ( $U_k = 65$  кВ) и внешнем магнитном поле ( $B_0 \approx 5,68$  Тл). При увеличении  $U_{\text{вп}}$  от 0 до 43 кВ ток пучка  $I_0$  нарастал от 30 до 36÷37 А. Здесь, как и в обычном гиротроне, при изменении ускоряющего напряжения  $U_0 \approx U_k + U_{\text{вп}}$  последовательно возбуждались несколько колебаний с близкими собственными частотами. Однако в случае коаксиального резонатора можно ожидать, что наличие селектирующего внутреннего проводника позволит с большей уверенностью управ-

влять видом приведённой на рис. 4 зависимости. В частности, меняя геометрию системы резонатор—электронный пучок, можно в некоторых пределах менять количество и состав мод, возбуждаемых в заданном интервале напряжений, соотношение мощностей мод, шаг перестройки по частоте. В случае же, когда при выбранных параметрах резонатора максимально селективируется одна выделенная мода, можно обеспечить достаточно глубокую модуляцию её мощности даже в резонаторах с очень большим поперечным сечением.

Таким образом, предварительные эксперименты показали, что при существенном выигрыше в выходной мощности (или в тепловых нагрузках в резонаторе) полный КПД коаксиального гиротрона с рекуперацией энергии электронного пучка, реализуемой за счёт отдельной подачи соответствующих напряжений между корпусом и катодом и корпусом и внутренним проводником, может приближаться к максимальному КПД традиционного гиротрона с одноступенчатым депресс-коллектором. Кроме того, использование коаксиальных резонаторов предоставляет дополнительные возможности при создании перестраиваемых по частоте гиротронов и генераторов с модуляцией выходной мощности.

Работа выполнена при поддержке МАЭ РФ.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Prater R et al. // Proc. of the 10th Joint Workshop on Electron Cyclotron Emission and Electron Cyclotron Heating, Ameland, the Netherlands, April, 1997.
2. Нусинович Г. С., Павельев А. Б., Хижняк В. И. // Радиотехника и электроника. 1989. Т. 33, № 3. С. 649.
3. Власов С. Н., Загрядская Л. И., Орлова И. М. // Радиотехника и электроника. 1976. Т. 21, № 7. С. 1485.
4. Iatrou C. T., Kern S., Pavelyev A. B. // IEEE Trans. Microwave Theory Tech. 1996. V. 41. P. 56.
5. Flyagin V. A., Khizhnyak V. I., Kuftin A. N., Manuilov V. N., Pavelyev A. B., Pavelyev V. G., Zapevalov V. E. // Digest of 22d Intern. Conf. on Infrared and Millimeter Waves, Wintergreen, Virginia, USA, July, 1997.
6. Piosczyk B. et al. // IEEE Trans. Plasma Science. 1997. V. 25, № 3. P. 460.
7. Pavelyev A. B., Flyagin V. A., Khizhnyak V. I., Manuilov V. N., Zapevalov V. E. // Proc. of Intern. University Conf. on Electronics and Radiophysics of Ultra-High Frequencies, St. Petersburg, Russia, May, 1999.
8. Piosczyk B. et al. // IEEE Trans. Plasma Sci. 1998. V. 26, № 3. P. 393.
9. Sakamoto K., Tsuneoka M., Kasugai A. // Fusion Eng. Des. 1995. P. 30.
10. Thumm M., Borie E., Dammertz G. // Digest of 19th Intern. Conf. on Infrared and Millimeter Waves, Sendai, JSAP Catalog № AP 941228.
11. Венедиктов Н. П., Глявин М. Ю., Запевалов В. Е., Куфтин А. Н. // Изв. вуз. Радиофизика. 1998. Т. 41, № 5. С. 670.
12. Lygin V. K., Manuilov V. N., Kuftin A. N., Pavelyev A. B., Piosczyk B. // Intern. J. Electronics. 1995. V. 79, № 2. P. 227.

Институт прикладной физики РАН, г. Нижний Новгород,  
Россия

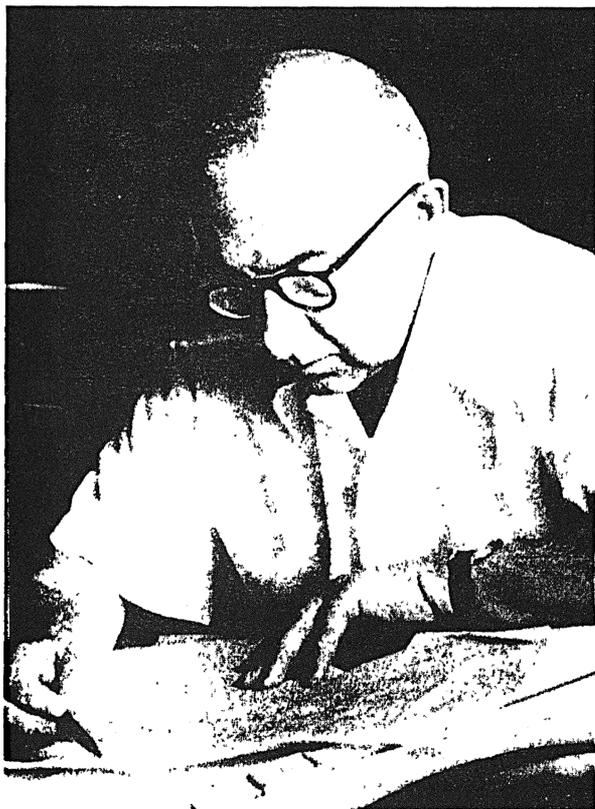
Поступила в редакцию  
17 мая 2000 г.

**EXPERIMENTAL TEST OF THE NATURAL SCHEME OF ELECTRON-BEAM ENERGY RECOVERY  
IN A COAXIAL GYROTRON**

*V. E. Zapevalov, A. B. Pavelyev, and V. I. Khizhnyak*

We demonstrate the possibility of a considerable increase in the efficiency of a coaxial gyrotron, which is achieved only by applying an appropriate voltage independently on its electrodes (without any other design modifications). The proposed scheme can also be used for frequency step tuning and deep modulation of the output power.

## ПАМЯТИ И. Л. БЕРШТЕЙНА



16 августа 2000 г. ушёл из жизни доктор физико-математических наук профессор Израиль Лазаревич Берштейн — один из ведущих представителей старшего поколения радиофизиков в Нижнем Новгороде. И. Л. Берштейн родился 22 ноября 1908 года в городе Могилёве. В 1931 г. по окончании электромеханического факультета Ленинградского политехнического института он был направлен на работу в Нижний Новгород, в Центральную военную исследовательскую радиолобораторию — ЦВИРЛ (позднее — завод им. Фрунзе), где в годы Великой Отечественной войны разрабатывал радиоприёмную аппаратуру для нужд армии и авиации.

В 1931 г. он начал заниматься научной работой под руководством А. А. Андропова, защитив в 1939 г. кандидатскую диссертацию «Флуктуации в автоколебательных системах». В 1946 г. И. Л. Берштейн был зачислен в ГИФТИ в отдел Г. С. Горелика и одновременно занял должность доцента, а впоследствии — профессора кафедры радиотехники вновь созданного радиофизического факультета ГГУ. В этот период им были разработаны методы измерения естественных флуктуаций амплитуды и частоты лампового генератора,

за что он был удостоен премии им. Л. И. Мандельштама АН СССР. Высокая чувствительность измерений малой разности фаз позволила ему в 1949 г. измерить эффект Саньяка на радиоволнах. Эти работы принесли И. Л. Берштейну широкую известность. В 1955 г. И. Л. Берштейн защищает докторскую диссертацию на тему «Исследование весьма малых изменений разности фаз в радио и оптике» и занимается разработкой оптических методов измерения малых механических смещений и повышением углового разрешения звёздного интерферометра Майкельсона. Позднее, заведя научным отделом в ГИФТИ, а затем в НИРФИ, И. Л. Берштейн изучал работу клистронных генераторов и привязку их частоты к частоте кварцевого генератора и аммиачного мазера. Сразу же после появления первых ОКГ он со свойственной ему увлечённостью начинает исследовать динамические и флуктуационные процессы в газовых лазерах, сплотив вокруг себя энтузиастов нового направления, многие из которых стали его учениками. С 1977 по 1986 г. И. Л. Берштейн руководил научной лабораторией в ИПФ АН, где занимался исследованием оптоволоконных интерферометров. Позднее в качестве ведущего научного сотрудника-консультанта он продолжил работы в области волоконной гироскопии и исследования полупроводниковых источников для волоконной оптики.

Около двадцати лет (1958—1976 гг.) И. Л. Берштейн принимал активное участие в работе редакционной коллегии журнала «Известия ВУЗов Радиофизика».

Вся жизнь и научная деятельность И. Л. Берштейна является достойным примером служения науке. Его работы в области флуктуаций автоколебательных систем и микрофазометрии являются классическими и оставили глубокий след в радиофизике. Память об И. Л. Берштейне навсегда сохраняют его коллеги и ученики.