

С о д е р ж а н и е

Майорова Е. К., Хайкин В. Б. Радиотелескоп РАТАН-600 как двухзеркальная апланатическая система	185
Алтунин В. И., Дементьев А. Ф., Липатов Б. Н., Нечаева М. Б., Окмянский В. А., Снегирев С. Д., Тихомиров Ю. В. Исследования неоднородностей плазмы солнечного ветра методом РСДБ на длинах волн 18 и 92 см в 1994–1996 гг.	197
Белов Ю. И., Китай Ш. Д., Наумов А. П., Рассадовский В. А., Яблочков М. Ю. О некоторых возможностях дистанционного зондирования атмосферы в микроволновом диапазоне с дрейфующих аппаратов	207
Кравцов Ю. А., Чурюмов А. Н. Вклад крутых неровностей в радиояркостную температуру океана	217
Копейкин В. В., Попов А. В. Принципы построения голографического подповерхностного радара	224
Воробьёв В. В. Статистические свойства одномерного обращения волнового поля, дифрагированного на двумерном фазовом экране	234
Гальченко Н. А., Вартамян С. А. Дифракция поверхностных электромагнитных волн на обрыве многослойной диэлектрической структуры	234
Метелёв С. А. Об эффективности работы пространственных сепараторов сигнала и помех, построенных по критерию средней квадратичной ошибки	250
Моисеев С. Н. Марковские симметричные устойчивые процессы	264
Трифонов А. П., Корчагин Ю. Э. Оптимальный приём прямоугольного импульса с неизвестными моментами появления и исчезновения	271

РАДИОТЕЛЕСКОП РАТАН-600 КАК ДВУХЗЕРКАЛЬНАЯ АПЛАНАТИЧЕСКАЯ СИСТЕМА

Е. К. Майорова, В. Б. Хайкин

Приводятся результаты расчётов характеристик радиотелескопа РАТАН-600 в режиме «радио-Шмидт телескоп». Плоский отражатель и круговое зеркало антенны рассчитываются как двухзеркальная апланатическая система с planoидным зеркалом, которое осуществляет «шмидтовскую» коррекцию волнового фронта волны, падающей под произвольным углом к горизонту. Выведены формулы и создан комплекс программ для расчёта конфигурации зеркал антенной системы, оптимизированы её основные параметры. Показана возможность длительного (порядка 1 часа) сопровождения источников в этом режиме при длине волны больше 2 см и горизонтальной апертуре антенны 100 м и при длине волны больше 4 см и апертуре 150 м.

ВВЕДЕНИЕ

Радиотелескоп РАТАН-600 относится к пассажным телескопам рефлекторного типа с «ножевой» диаграммой направленности (ДН). Отражающая поверхность антенны состоит из отдельных элементов, расположенных по окружности. Диаграмма направленности формируется путем специального расположения отражающих элементов кругового отражателя (главного зеркала). Профилем главного зеркала в зависимости от высоты наблюдаемого источника может быть парабола, эллипс или окружность, в фокусе которых устанавливается облучатель. Подробно конструкция телескопа описана в работе [1].

Радиотелескоп РАТАН-600 обладает высокой разрешающей способностью и чувствительностью, однако время экспозиции космического источника при наблюдении в штатном режиме невелико и определяется временем прохождения источника через неподвижную ДН. Увеличение времени накопления сигнала путем сопровождения источника является актуальной задачей с точки зрения повышения эффективности работы радиотелескопа. Решение этой проблемы позволит на порядки увеличить его чувствительность и существенно расширить круг астрофизических задач, решаемых с помощью РАТАН-600. Режим длительного сопровождения особенно важен для спектральных исследований, для изучения быстропеременных космических объектов, таких как пульсары, для изучения динамики солнечных процессов.

В настоящее время увеличить время экспозиции источника до 2 мин без сокращения апертуры антенны позволяет режим «скольжения» [2]. Сопровождать источник в течении нескольких часов можно в режиме «эстафеты», однако в этом режиме в 5÷6 раз сокращается апертура антенны [3].

Кардинальное решение проблемы, т. е. осуществление максимального времени слежения за источником с полной апертурой, возможно с помощью антенной системы «Юг+Плоский», состоящей из плоского перископического отражателя, расположенного в Южной части радиотелескопа РАТАН-600, и облучателя, перемещающегося по дуговому рельсовому пути, проложенному между перископом и главным зеркалом (рис. 1). В этом режиме сопровождение источника требует соответствующего изменения угла наклона элементов плоского зеркала, движения облучателя по дуговым рельсам и непрерывной перестановки элементов главного зеркала по азимуту и радиусу так, чтобы его поверхность представляла собой параболический цилиндр с вертикальной образующей, установленный в соответствии с азимутом отраженного от перископа фронта волны [1, 4].

Этот наиболее эффективный режим («бегущая парабола») остается пока нереализованным, поскольку требует существенного усовершенствования автоматической системы управления (АСУ) радиотелескопа и автоматизации движения облучателя.

Метод «радио-Шмидт телескоп», исследование которого предлагается в настоящей работе, также может быть реализован с помощью антенной системы «Юг+Плоский». Для слежения за источником, как и в режиме «бегущая парабола», осуществляется изменение в небольших пределах угла наклона плоского зеркала и используется движущийся по дуговому пути облучатель. Отличительной особенностью этого режима является неподвижность элементов главного зеркала в процессе сопровождения источника.

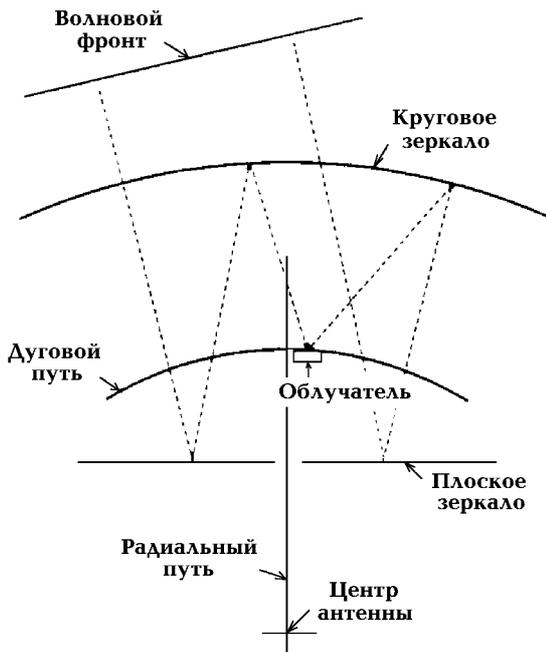


Рис. 1

1. РАСЧЕТ СИСТЕМЫ

В оптике теория предфокальных апланатических систем из двух зеркал была разработана К. Швардшильдом, Кретьеном, Д. Д. Максуповым. В 30-х годах Райт предложил и рассчитал конструкцию укороченного Шмидт-телескопа [7]. Телескоп Райта представляет собой апланатическую систему, где наряду со сферической аберрацией устраняется и кома. Однако такая система имеет меньшее, чем система Шмидта, поле зрения.

В настоящей работе для расчета двухзеркальной апланатической системы мы использовали предложенную в работе [8] методику, основанную на исследовании дифференциальных уравнений, решение которых позволяет найти точные выражения для поверхностей зеркал, имеющих ось вращения. Вывод формул основывался на условии получения исправленного от сферических аберраций изображения на оси системы (принцип Ферма) и условия апланатизма (условия синусов Аббе).

Хотя плоский и круговой отражатели радиотелескопа РАТАН-600 не являются поверхностями вращения, выражения, полученные в работе [8], могут быть использованы для расчета кривых, по которым должны выставляться центры отдельных элементов зеркал, когда угол места H_a фронта падающей волны равен нулю. В этом случае в приближении геометрической оптики ход лучей в горизонтальном сечении системы полностью совпадает с ходом лучей в меридиональном сечении зеркал, имеющих ось вращения, что объясняется распространением цилиндрической волны и фокусировкой лучей лишь в горизонтальной плоскости. Однако формулы, полученные в работе [8], становятся неприменимы, когда фронт падающей волны наклонен к горизонту на отличный от нуля угол.

В основе метода лежит идея создания на базе плоского и кругового отражателей предфокальной апланатической двухзеркальной системы с широким полем зрения, свободной от сферической аберрации и комы. В оптике к таким системам относятся системы Швардшильда, Ричи-Кретьена, «зеркальный Шмидт» и «зеркальный Райт». Две последние являются системами с планоидным зеркалом — частным случаем двухзеркальных апланатических систем. У планоидов кривизна поверхности при его вершине равна нулю, так что фокусное расстояние всей системы приблизительно равно фокусному расстоянию второго зеркала. В антенной системе «Юг+Плоский» радиотелескопа РАТАН-600 планоидом является плоское зеркало. Отметим, что впервые идея «шмидтовской» коррекции волнового фронта радиотелескопа была выдвинута Арсаком и осуществлена на системе Крауса в Нансе [5, 6].

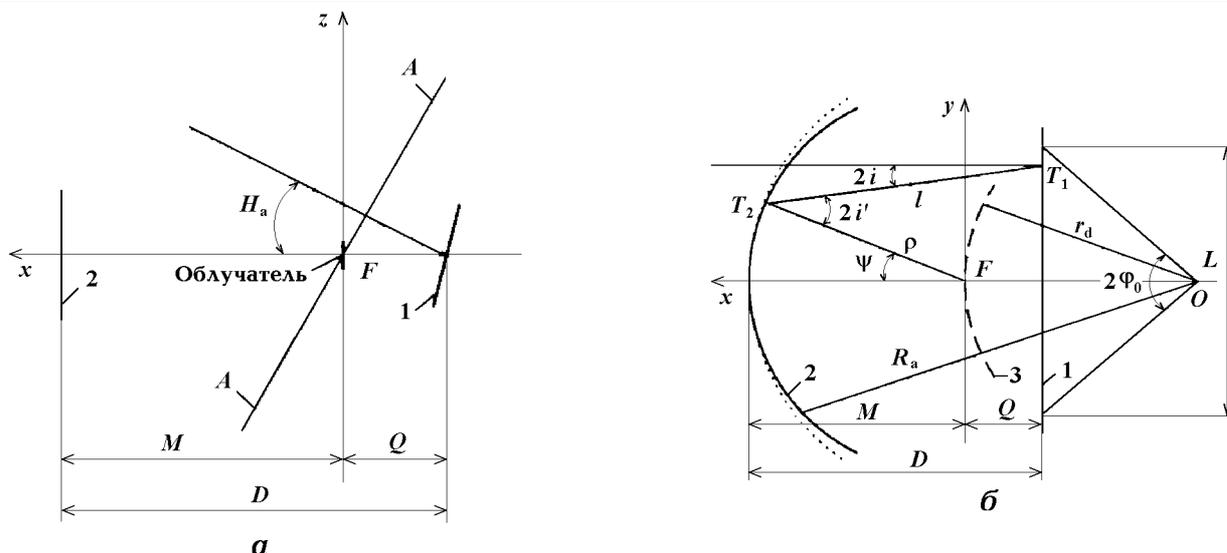


Рис. 2. Ход лучей в двухзеркальной системе радиотелескопа РАТАН-600 в вертикальной (а) и горизонтальной (б) плоскостях, когда угол места H_a фронта падающей волны отличен от нуля. Здесь и на последующих рисунках цифра 1 обозначает плоское зеркало, 2 — круговое зеркало, 3 — дуговой путь

Проведем расчет конфигурации зеркал, позволяющей осуществить фокусировку лучей, падающих под произвольным углом к горизонту. Азимут падающих на плоское зеркало лучей составляет по отношению к оси антенной системы угол $\alpha = 0^\circ$. Ход лучей в вертикальной и горизонтальной плоскостях показан на рис. 2.

Геометрические размеры антенной системы «Юг+Плоский»: расстояние D между вершинами зеркал составляет 184 м, расстояние Q между облучателем, находящимся на дуговом рельсовом пути, и вершиной плоского зеркала равно 52 м, расстояние M от мнимого фокуса облучателя до вершины кругового отражателя равно 132 м. Начало декартовой системы координат (x, y) и полюс полярной системы (ρ, ψ) помещаются в фокусе антенны F . Для дальнейших расчетов удобно ввести безразмерные переменные $d = D/F'$, $q = Q/F'$, $m = M/F'$ и относительное фокусное расстояние антенной системы $f' = 1$, где F' — эквивалентное фокусное расстояние всей системы.

Условие отсутствия сферической аберрации задается выражением

$$\rho + l - x \cos H_a = 2d + q(1 - \cos H_a), \quad (1)$$

которое описывает тот факт, что сумма оптических путей от плоскости фронта волны (AA), падающей под углом H_a к горизонту, до фокуса F одинакова для всех лучей. Здесь ρ — расстояние от точки пересечения луча с круговым зеркалом до фокуса F , l — расстояние между точками пересечения луча с зеркалами, $x \cos H_a$ — расстояние от плоскости фронта падающей волны до плоского зеркала. Условие синусов Аббе при отсутствии комы имеет вид

$$y = \sin \psi. \quad (2)$$

Учитывая геометрические соотношения

$$\begin{aligned} x &= \rho \cos \psi - l \cos 2i, & \psi &= 2i' - 2i, \\ y &= \rho \sin \psi + l \sin 2i, & \operatorname{tg} i' &= \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{d\psi} \end{aligned}$$

в фокусирующей системе, а также выражения (1), (2), приходим к следующему дифференциальному уравнению:

$$\frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{d\psi} = \frac{\operatorname{tg}(\psi/2) - G}{1 + G \operatorname{tg}(\psi/2)}, \quad (3)$$

где

$$G = \frac{T - \sqrt{T^2 - B^2 (1 - \cos^2 H_a)}}{B(1 - \cos H_a)},$$

$$T = 2d + q(1 - \cos H_a) - \rho(1 - \cos \psi \cos H_a), \quad B = (1 + \rho) \sin \psi.$$

Дифференциальное уравнение (3) решалось численно методом Рунге—Кутты. Создан комплекс программ, позволяющих рассчитывать параметры x, y, ρ, l и i фокусирующей системы в зависимости от величины эквивалентного фокусного расстояния системы F' , размера плоского зеркала L , угла падения фронта волны H_a . Угол H_a , на который рассчитывалась система, будем называть углом формирования антенны. Приведем выражения для x, i, l :

$$l = \frac{T}{1 + \cos H_a (1 - G^2)/(1 + G^2)}, \quad i = \arctg G, \tag{4}$$

$$x = \rho \cos \psi - \frac{T}{\cos H_a + (1 + G^2)/(1 - G^2)}. \tag{5}$$

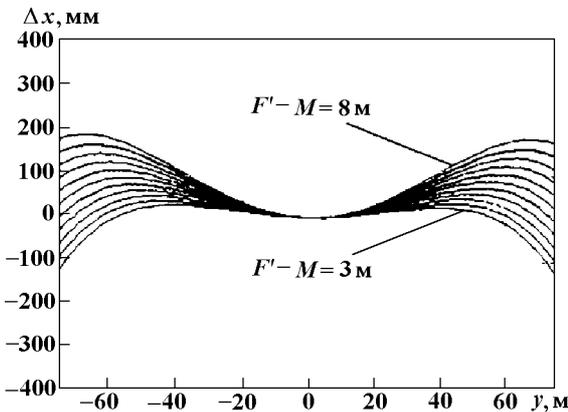


Рис. 3

На рис. 3 показано, как меняется форма плоского отражателя в режиме «радио-Шмидт телескоп» при изменении параметра $(F' - M)$ в интервале $3 \div 8$ м с шагом 0,5 м при $H_a = 0^\circ$. Величина $\Delta x = x(y) - x(0)$ обозначает изменение продольной координаты плоского зеркала. Кривые, по которым должен выставляться круговой отражатель, представляют собой квазиокружности, сплюснутые к краям раскрыва.

При изменении угла H_a от 0 до 90° форма плоского зеркала подобна приведенным на рис. 3 кривым, меняется лишь величина максимального изменения продольной координаты Δx_{\max} (от 14 до 29 мм при апертуре 100 м и от 67 до 134 мм при апертуре 150 м).

Форма кругового отражателя с изменением угла H_a практически не меняется, и с высокой степенью точности сохраняется зависимость $\rho(\psi)$, полученная при $H_a = 0^\circ$. Последняя, в свою очередь, совпадает с результатами расчетов формы кругового отражателя, выполненными по формуле из работы [8]:

$$\frac{1}{\rho} = \frac{\xi}{d} + \frac{d^{1/(d-1)} (1 - \xi)^{d/(d-1)}}{d + q (d - \xi)^{1/(d-1)}}, \tag{6}$$

где $\xi = \sin^2(\psi/2)$.

Круговой отражатель радиотелескопа РАТАН-600 состоит из отдельных элементов, которые могут перемещаться в радиальном направлении в пределах $\pm 0,5$ м от основной окружности радиуса $R_a = 288$ м; диапазон перемещений элементов по азимуту составляет $\pm 6^\circ$, по углу места — $0 \div 50^\circ$. Элементы плоского зеркала в штатном режиме перемещаются только по углу места (в интервале $0 \div 50^\circ$), изменение их положения в продольном (меридиональном) направлении и по азимуту можно осуществить лишь с помощью специальных юстировочных приспособлений не более чем на 200 мм по продольной координате и на 2° по азимуту.

Основной целью расчета было нахождение таких конфигураций зеркал, при которых выставляется максимальное число элементов плоского и кругового отражателей, т. е. получение антенной системы с максимальной эффективной площадью при наибольшем времени слежения за источником. При фиксированных значениях D , Q и M антенной системы «Юг+Плоский» это можно сделать, варьируя величину эквивалентного парафаксиального фокуса всей системы F' . Из условия планоидности системы следует, что значения F' не должны сильно отличаться от фокусного расстояния кругового зеркала M .

При расчете конфигураций зеркал методом последовательных приближений находились оптимальные значения парафаксиального фокуса системы F'_{opt} , при которых продольные смещения элементов плоского зеркала минимальны при заданных значениях L . Расчеты показали, что максимальный горизонтальный размер плоского зеркала, при котором его элементы не выходят за допустимые границы, составляет $150 \div 170$ м ($2\varphi_0 = 30 \div 34^\circ$). Максимальный раскрыв кругового отражателя $2\varphi_r = 40^\circ$. Здесь $2\varphi_0$ и $2\varphi_r$ — углы, под которыми видны раскрывы соответственно плоского и кругового отражателей из центра антенны O (см. рис. 1).

Были рассчитаны также конфигурации зеркал при изменении положения облучателя между вершинами плоского и кругового отражателей. Расстояние между зеркалами не менялось. Расчеты показали, что величина максимального смещения элементов плоского зеркала по продольной координате уменьшается по мере приближения облучателя к плоскому зеркалу и достигает своего наименьшего значения при $M = 184$ м, величина же максимальных радиальных смещений элементов кругового отражателя минимальна при $M = 144$ м. Из этого следует, что, помещая облучатель вблизи плоского зеркала на радиальном рельсовом пути, мы получим максимальную горизонтальную апертуру антенны (около 200 м), возможность же сопровождения источников при этом будет ограничена. Однако такой способ наблюдения может быть эффективен в режиме обзора неба с использованием вращения Земли, а также при установке в фокальной линии облучателя многоэлементной антенной решетки. Для достижения наибольшего времени слежения за источником облучатель должен перемещаться по дуговому пути с радиусом 144 м.

2. РАСЧЕТ ФАЗОВОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПОЛЯ И ДН РАДИОТЕЛЕСКОПА ПРИ НАБЛЮДЕНИЯХ В АЗИМУТАХ ПРИ $H_a \neq H_i$

В дальнейшем будем полагать, что поверхности зеркал составлены из бесконечного числа элементов, горизонтальные размеры которых стремятся к нулю. Элементы плоского и кругового отражателей устанавливаются по кривым, заданным выражениями (2), (3), (5). Последние были выведены для случая, когда плоская волна падает на плоское зеркало под углом H_a к горизонту, при этом направление распространения волны составляет с осью антенной системы азимутальный угол $\alpha = 0^\circ$ (случай прохождения источника через меридиан). Рассчитаем фазовое распределение поля в раскрыве антенны, когда угол наблюдения источника $H_i \neq H_a$, а азимут $\alpha \neq 0^\circ$.

Элементы кругового отражателя выставляются строго вертикально и образуют квазикруговой цилиндр с вертикальной образующей, элементы плоского зеркала наклонены относительно горизонта на угол $H_u/2$. В случае, когда азимут источника не равен нулю, углы H_u и H_i связаны соотношением

$$\operatorname{tg} H_u = \frac{\operatorname{tg} H_i}{\cos \alpha}. \quad (7)$$

Облучатель смещен по дуговому пути от оси системы, и положение нового фокуса F_d в полярной системе координат, центр которой O' располагается на оси системы на расстоянии p от точки O , задается координатами (r_d, α) (рис. 4). Сумма оптических путей S от фокуса F_d до плоскости AA фронта волны, падающей под углом H_i к горизонту, равна

$$S = t_h + l + \rho', \quad (8)$$

где t_h — расстояние от плоскости AA, проходящей через вершину плоского зеркала, до точки T_1 на плоском зеркале, l — расстояние между точками T_1 и T_2 на поверхности плоского и кругового отражателей, ρ' — расстояние от точки T_2 на поверхности кругового отражателя до фокуса F_d или радиус-вектор точки T_2 в полярной системе координат (ρ', ψ') . Прямой A на рис. 4. показана линия пересечения плоскости AA с горизонтальной плоскостью.

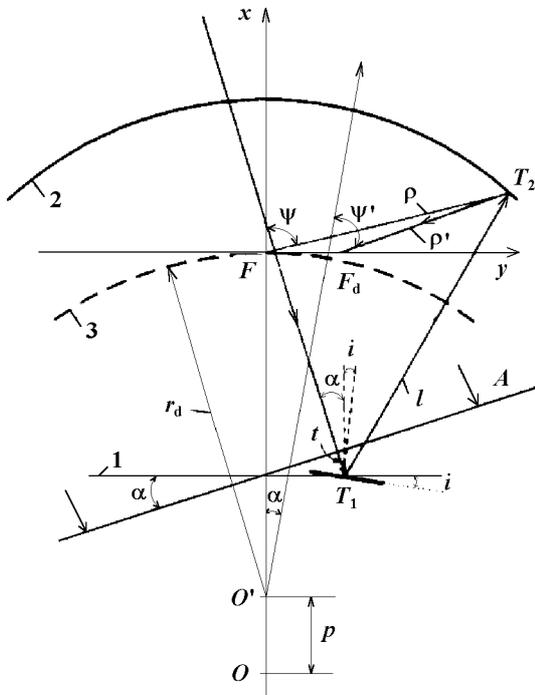


Рис. 4

Определим фазовое распределение поля на апертуре, выраженное в линейной мере: $\Delta S(\psi') = S(\psi') - S(0)$. При этом учтем, что

$$t_h = t \cos H_1 = (y_1 \sin \alpha - x_1 \cos \alpha) \cos H_1. \quad (9)$$

Координаты x_1, y_1 плоского зеркала и угол i между касательной к кривой в точке T_1 и осью y рассчитывались по формулам (2), (4), (5) для угла формирования антенны H_a .

Прямая, проходящая через точку T_1 с координатами (x_1, y_1) и углом наклона $(\alpha_0 - i)$ к оси y , описывается уравнением

$$y_1 - y = (x_1 - x) \operatorname{tg}(\alpha_0 - i), \quad (10)$$

где α_0 — азимутальный угол отраженного луча при $i = 0$,

$$\sin \alpha_0 = \sin(\alpha - i) \cos H_1. \quad (11)$$

Для нахождения координаты точки T_2 , в которой луч пересекает круговой отражатель, и величины l численными методами решалось трансцендентное уравнение относительно угла ψ :

$$y_1 - \rho \sin \psi = (x_1 - \rho \cos \psi) \operatorname{tg}(\alpha_0 - i). \quad (12)$$

При решении этого уравнения для ρ использовалось выражение (6), полученное при $H_a = 0^\circ$, поскольку, как уже отмечалось выше, $\rho(\psi)$ не зависит от H_a .

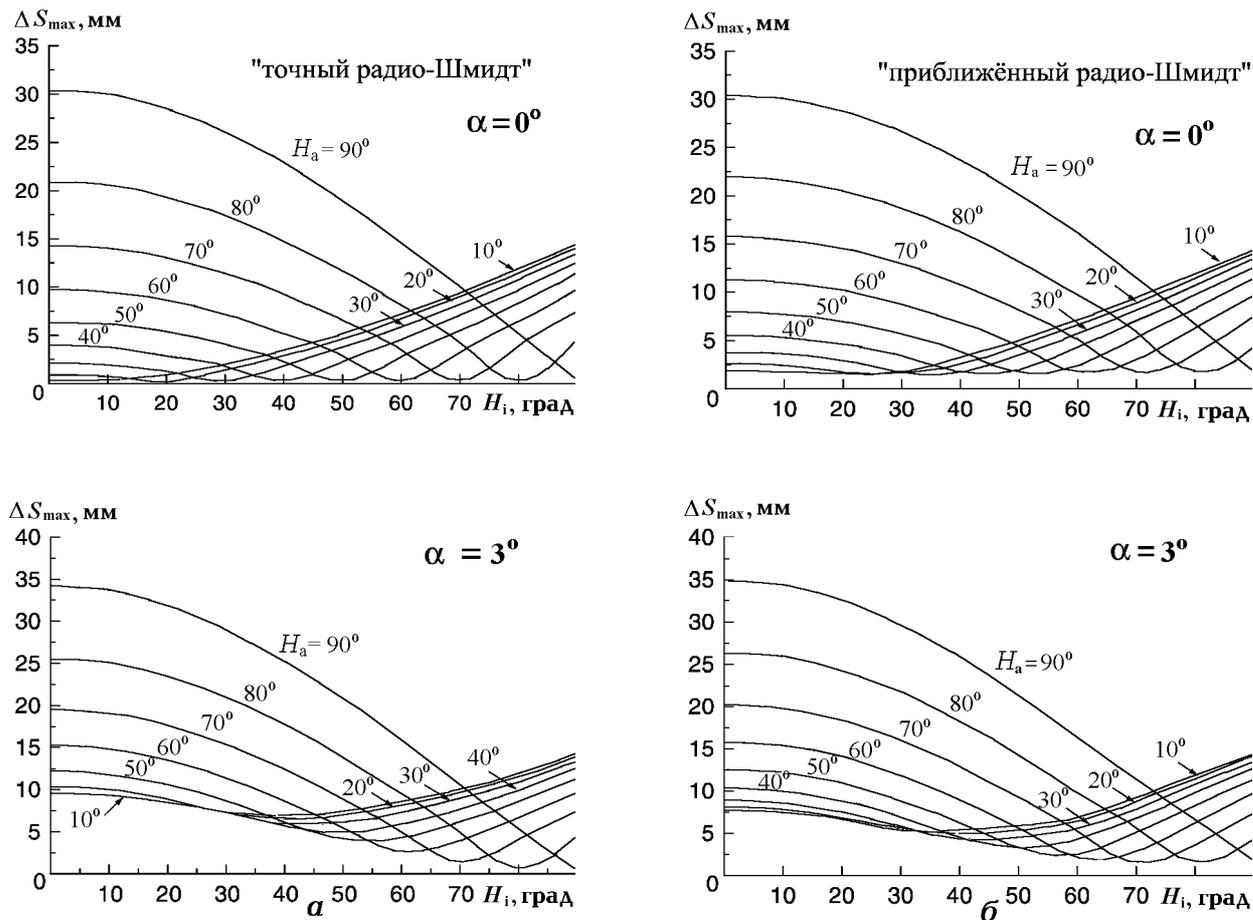


Рис. 5

Зная положение точки T_2 в системе координат (ρ, ψ) и положение (r_d, α) фокуса F_d на дуге, путем несложных преобразований находилась радиус-вектор точки T_2 в системе координат (ρ', ψ') .

Расчеты проводились для двух случаев. В первом при формировании поверхности плоского зеркала центры отдельных элементов зеркала выставляются строго по кривым, заданным выражениями (2), (4), (5). В этом случае элементы плоского зеркала смещаются по продольной координате и разворачиваются по азимуту. Назовем этот режим «точный радио-Шмидт телескоп».

Второй случай, названный «приближенный радио-Шмидт телескоп», предполагает смещение элементов плоского зеркала только по продольной координате, угол разворота элементов по азимуту равен нулю. Аналогичным образом осуществляется «шмидтовская» коррекция волнового фронта на радиотелескопе в Нансе.

На рис. 5 показаны результаты расчетов фазы поля в апертуре антенны для режимов «точный» (а) и «приближенный радио-Шмидт телескоп» (б) при $L = 100$ м, $\alpha = 0; 3^\circ$ и различных H_a . По оси ординат отложены значения максимального набег фазы на апертуре ΔS_{\max} , по оси абсцисс — угол наблюдения источника H_i . Линейная составляющая фазы предварительно вычиталась, поскольку она не приводит к искажению ДН, а только к ее развороту. Таким образом, по этим кривым можно оценить, какова будет максимальная фазовая ошибка при наблюдениях источника с углом места H_i , когда антенна сформирована на угол $H_a \neq H_i$. Из рассмотрения семейств кривых, представленных на рис. 5, можно сделать следующие выводы.

Как и следовало ожидать, синфазное распределение поля на апертуре антенны (или близкое к син-

фазному в режиме «приближенный радио-Шмидт телескоп»), соответствующее $\Delta S = 0$, реализуется при наблюдении источников, у которых угол наблюдения равен углу формирования антенны и $\alpha = 0^\circ$, а также источников с отличными от нуля азимутальными углами $H_i \simeq H_a \geq 70^\circ$. Для антенной системы, рассчитанной на низкие ($H_a = 0 \div 10^\circ$) и средние ($H_a = 30 \div 60^\circ$) углы, максимальная фазовая ошибка растет с увеличением азимутального угла.

В диапазоне H_a от 0 до 20° зависимости $\Delta S_{\max}(H_i)$ отличаются незначительно, так что с антенной, рассчитанной на угол $H_a = 0^\circ$, возможно наблюдение источников, угол наблюдения которых не превышает 20° .

Расчет зависимостей $\Delta S_{\max}(H_i)$ для $L = 150$ м показал, что их характер сохраняется с изменением размеров апертуры, меняется лишь абсолютное значение максимального набега фазы на апертуре.

И, наконец, в режиме «приближенный радио-Шмидт телескоп» при азимутальных углах $3 \div 5^\circ$ и укороченной апертуре ($L = 100$ м) максимальные фазовые ошибки меньше или равны ΔS_{\max} в режиме «точный радио-Шмидт телескоп». Такое же утверждение можно сделать и для апертуры 150 м для углов $H_a \leq 60^\circ$. Поэтому далее при расчете ДН радиотелескопа основное внимание будет уделено режиму «приближенный радио-Шмидт телескоп».

Более детальные исследования показали, что уменьшить фазовые ошибки, обусловленные комой, при $\alpha > 0^\circ$ можно, изменяя конфигурацию рельсового пути, по которому движется облучатель. Были рассчитаны оптимальные радиусы кривизны рельсового пути для фиксированных значений азимутального угла α . На рис. 6 приведены зависимости максимального набега фазы при оптимальной кривизне дуги для углов формирования антенны $H_a = 30; 45^\circ$ в режиме «точный радио-Шмидт телескоп». Сплошной линией показаны зависимости $\Delta S_{\max}(H_i)$ для реального дугового пути, пунктирной — для дугового пути с оптимальной кривизной. Горизонтальный размер апертуры $L = 100$ м.

Из приведенных зависимостей видно, что при наблюдении источников, угол наблюдения которых $H_i = H_a$, и использовании дугового рельсового пути оптимальной кривизны распределение поля на апертуре будет практически синфазно в диапазоне азимутальных углов от -5 до 5° , что соответствует примерно часовому сопровождению источника с неискаженной ДН антенны. При наблюдениях источников с углом места $H_i \neq H_a$ синфазность нарушается. Кроме того, для каждого угла формирования антенны существует своя оптимальная дуга рельсового пути, так что полностью избавиться от фазовых искажений на всех высотах не удастся. Однако снижение величины ΔS_{\max} в некотором диапазоне H_i происходит, и весьма существенное.

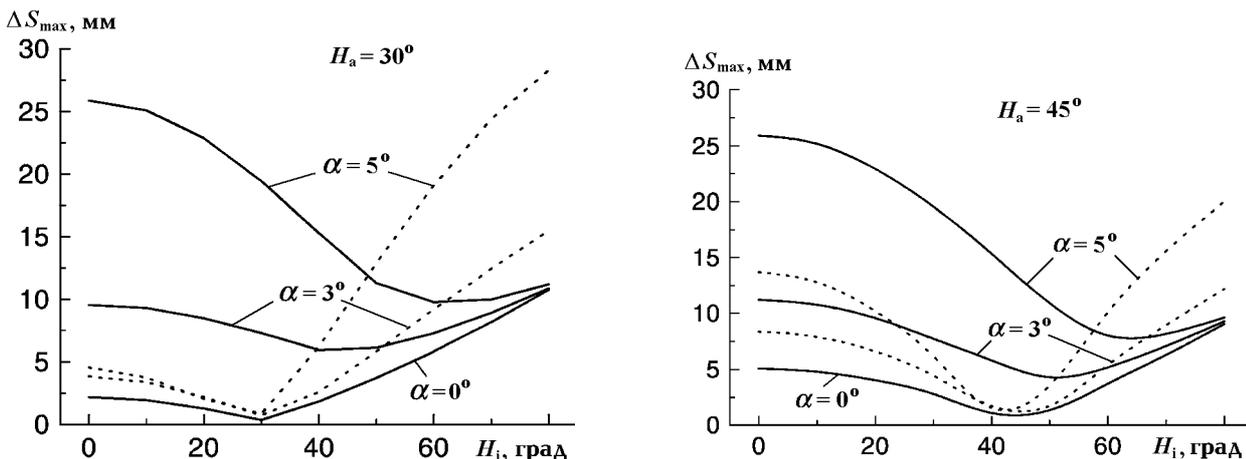


Рис. 6

Рассчитанные таким образом распределения фазы поля на апертуре использовались для расчета диаграммы направленности радиотелескопа. ДН рассчитывалась по стандартной программе, учитыва-

ющей все особенности геометрии антенной системы РАТАН-600, исходя из ДН первичного облучателя (рупора) [9]. Расчеты проводились для существующего дугового рельсового пути.

Примеры ДН F радиотелескопа РАТАН-600 в режиме «приближенный радио-Шмидт телескоп» на длине волны $\lambda = 4$ см при наблюдении источников с высотами $H_i = 10; 20; 30; 40; 50; 60; 70^\circ$ и $\alpha = 0; 3^\circ$ даны на рис. 7. Угол формирования антенны $H_a = 30^\circ$, горизонтальный размер апертуры $L = 100$ м. Как видно, форма ДН мало меняется как с изменением высоты наблюдаемого источника, так и с изменением азимутального угла в диапазоне $\alpha = 0 \div 3^\circ$

Более полную картину дают зависимости максимума F_{\max} ДН радиотелескопа от угла места наблюдаемого источника H_i , рассчитанные для ряда длин волн. Эти зависимости приведены на рис. 8. Расчеты проводились при $\lambda = 1; 2; 4$ и 8 см при горизонтальной апертуре антенны $L = 100$ м для трех значений угла формирования антенны $H_a = 0; 30$ и 45° . Кривые 1–3 на рис. 8 соответствуют указанным значениям угла формирования антенны в режиме «приближенный радио-Шмидт телескоп», кривая 4 — значению $H_a = 30^\circ$ в режиме «точный радио-Шмидт телескоп».

Анализ полученных зависимостей позволяет утверждать, что с помощью антенной системы «Юг+Плоский» можно построить фокусирующую систему, так называемый «радио-Шмидт телескоп», который позволит осуществлять длительное сопровождение источника — от получаса (при $\alpha \simeq -3 \div 3^\circ$) до часа (при $\alpha \simeq -5 \div 5^\circ$) — без существенных искажений ДН в широком диапазоне длин волн и углов места наблюдаемого источника.

При существующем дуговом рельсовом пути режим «приближенный радио-Шмидт» является более универсальным, чем режим «точный радио-Шмидт», к тому же он проще в реализации.

Режим «точный радио-Шмидт телескоп» имеет преимущество на коротких волнах ($\lambda \simeq 1$ см при $L = 100$ м, $\lambda \simeq 2$ см при $L = 150$ м), а также при близких к нулю азимутах наблюдения. Если придать оптимальную кривизну рельсовому пути, по которому движется облучатель, то предпочтительней окажется режим «точный радио-Шмидт телескоп», поскольку в этом режиме при одном из углов наблюдения мы будем иметь практически неискаженную ДН при длительном сопровождении источника и существенное уменьшение искажений в некотором диапазоне углов наблюдения.

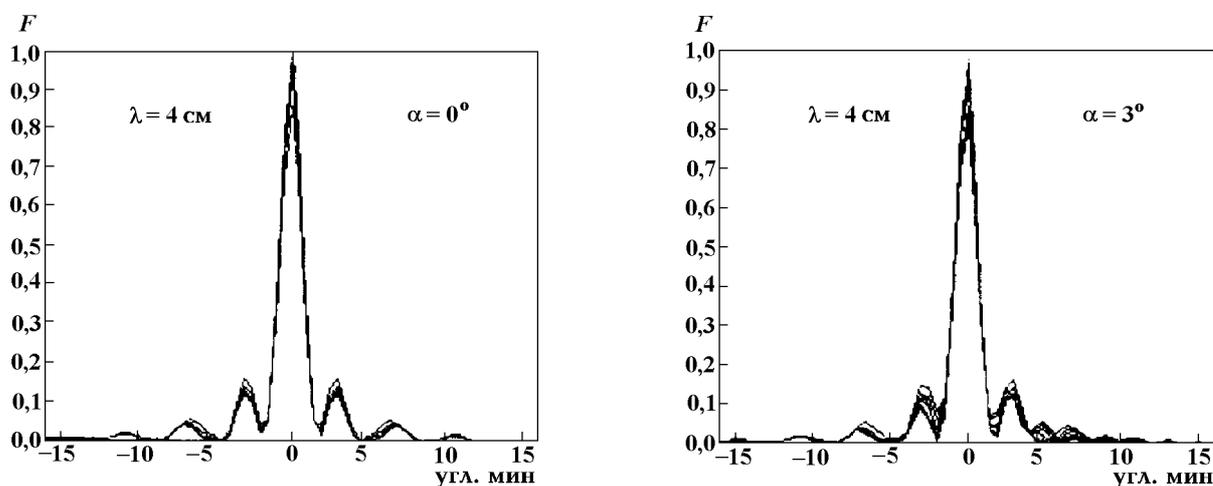


Рис. 7

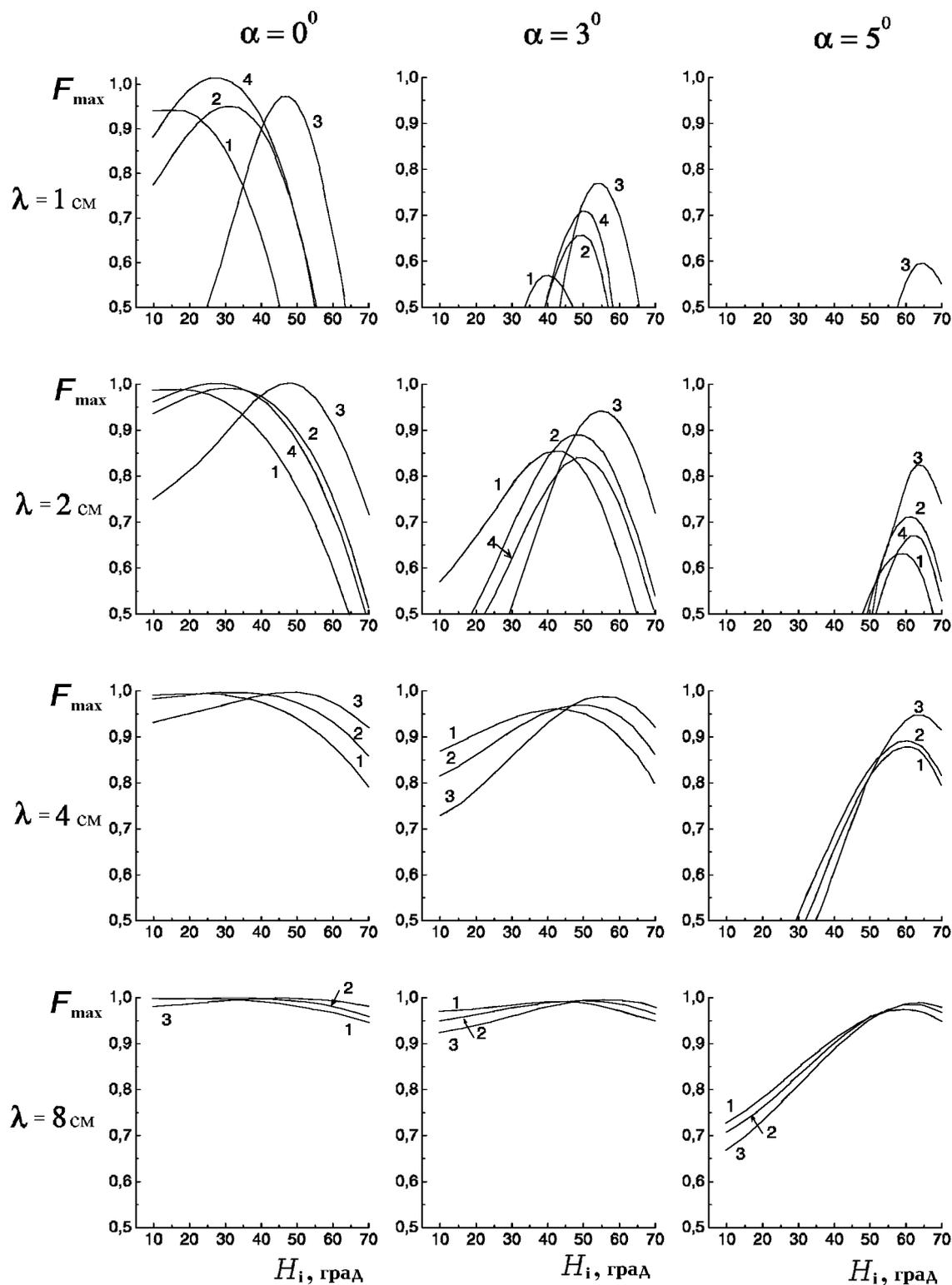


Рис. 8

Что касается выбора угла формирования антенны, наиболее оптимальным нам представляется диапазон углов H_a от 0 до 30° . При таких H_a диапазон углов H_i , в котором можно наблюдать источники с сопровождением при допустимых потерях (в качестве критерия можно принять 20÷30 % от максимума ДН по мощности), максимален. Однако окончательный выбор можно сделать, исходя из конкретной астрофизической задачи.

Расчеты показали, что более коротковолновым является режим с укороченной апертурой ($L = 100$ м). Режим с апертурой 150 м даст большую эффективную площадь, но использовать его можно на волнах при $\lambda \gtrsim 4$ см при существующем дуговом рельсовом пути.

Для задач, требующих недлительного сопровождения источника, а лишь накопления сигнала, на одном склонении можно использовать режим «точный радио-Шмидт» с апертурой антенны до 170÷200 м, рассчитанный на заданный угол $H_a = H_i$. Широкое поле зрения достигается за счет размещения на фокальной линии облучателя многоэлементной антенной решетки [10].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В результате проведенных исследований выведены формулы и создан комплекс программ для расчета поверхностей плоского и кругового отражателей радиотелескопа РАТАН-600 в режиме двухзеркальной апланатической системы, так называемый «радио-Шмидт телескоп».

Рассчитаны фазовые распределения поля на апертуре и ДН радиотелескопа в режимах «точный» и «приближенный радио-Шмидт телескоп». Проведена оптимизация основных параметров фокусирующей системы радиотелескопа в этом режиме.

Расчеты, проведенные в широком диапазоне углов и длин волн, позволили получить материал, на базе которого можно выбрать тот или иной режим («точный» или «приближенный радио-Шмидт телескоп») в зависимости от поставленной астрофизической задачи.

Было показано, что в режиме «приближенный радио-Шмидт телескоп» при существующем дуговом пути возможно длительное (порядка 1 часа) сопровождение источников при длине волны $\lambda > 2$ см с апертурой антенны 100 м и при $\lambda > 4$ см с апертурой 150 м. При оптимизации радиуса кривизны рельсового пути, по которому перемещается облучатель, можно будет проводить длительные наблюдения с минимальными искажениями ДН на длинах волн вплоть до 1 см.

ЛИТЕРАТУРА

1. Хайкин С. Э., Кайдановский Н. Л., Парийский Ю. Н., Есепкина Н. А. // Изв. ГАО. 1972. № 188.
2. Мингалиев М. Г., Петров З. Е., Филипенко В. И., Черков Л. Н. // Астрофиз. исслед. (Изв. САО). 1976. № 19. С. 76.
3. Голубчина О. А. // Астрофиз. исслед. (Изв. САО). 1986. № 21. С. 75.
4. Шиврис О. Н. // Астрофиз. исслед. (Изв. САО). 1980. № 12. С. 134.
5. Arzac J. Report interne, Radioastronomie. — Obs. de Meudon, 1960.
6. Biraud F. These de doctorat d'etat es sciences. — Nancy, 1969.
7. Amateur telescope making advanced. — Munn and co. inc., 1946. P. 401.
8. Попов Г. М., Попова М. Б. // Изв. КрАО. 1976. № 54. С. 272.
9. Коржавин А. Н. // Астрофиз. исслед. (Изв. САО). 1979. № 11. С. 170.
10. Khaikin V. B., Majorova E. K., Shifman R. G. et al. // Proceedings of 2nd ESA Workshop on Millimetre Wave Technology and Applications, Espoo, Finland, 1998.

Специальная астрофизическая
обсерватория РАН,
пос. Нижний Архыз, Россия

Поступила в редакцию
27 мая 1999 г.

RADIO TELESCOPE RATAN-600 AS A TWO-MIRROR APLANATIC SYSTEM*E. K. Mayorova and V. B. Khaikin*

We present the results of calculations of the characteristics of the radio telescope RATAN-600 in the "Radio-Schmidt Telescope" mode. The flat reflector and the main antenna mirror are calculated as a two-mirror aplanatic system with the planoid mirror providing the "Schmidt" correction of the wave front of a wave incident at an arbitrary angle to the horizon. The formulas are derived and the codes are developed which allow one to calculate the configuration of the antenna-system mirrors. It is shown that a long-term (up to 1 hr) tracking of cosmic sources at wavelengths exceeding 2 cm and 4 cm using the horizontal aperture of 100 m and 150 m, respectively, can be performed in the considered operation mode.

УДК 523.62-726

ИССЛЕДОВАНИЯ НЕОДНОРОДНОСТЕЙ ПЛАЗМЫ СОЛНЕЧНОГО ВЕТРА МЕТОДОМ РСДБ НА ДЛИНАХ ВОЛН 18 И 92 СМ В 1994–1996 ГГ.

*В. И. Алтунин¹, А. Ф. Дементьев², Б. Н. Липатов², М. Б. Нечаева², В. А. Окмянский²,
С. Д. Снегирев², Ю. В. Тихомиров²*

В работе рассмотрены возможности исследования структуры неоднородностей плазмы солнечного ветра с помощью многоэлементных комплексов радиоинтерферометрии со сверхдлинной базой (РСДБ). Приведены результаты, полученные авторами на основе анализа данных международных экспериментов по РСДБ, проведенных в 1994–1996 гг. на длинах волн 18 и 92 см. Делается предположение о том, что неоднородности имеют вид сильно вытянутых (на несколько сотен тысяч километров) вдоль направления солнечного ветра “струй” с поперечным масштабом 1,5–2,0 тыс. км. В пределах отдельных “струй” неоднородности примерно изотропны по направлению. Сделан анализ ограничений, налагаемых межпланетной средой на работу систем РСДБ в дециметровом диапазоне длин волн.

В настоящее время основными методами исследования космических сред солнечной системы являются метод мерцаний, основанный на измерении сцинтилляций интенсивности принимаемого излучения от дискретных космических радиоисточников, и метод дисперсной интерферометрии когерентного излучения на кратных частотах с борта космического аппарата, находящегося вне исследуемой среды. Эти методы имеют известные ограничения. Мерцания обусловлены только относительно мелкомасштабными неоднородностями среды, не превышающими размера первой зоны Френеля $\sqrt{\lambda R}$, где λ — длина волны, R — расстояние до неоднородностей. Отсюда следует, что для относительно большой длины волны просвечивающего излучения $\lambda = 92$ см ответственные за мерцания масштабы неоднородностей межпланетной плазмы не превышают 400 км при расстоянии до них порядка 1 а. е. Кроме того, при сильных фазовых возмущениях проходящего через исследуемую среду излучения космического радиоисточника (например вблизи от Солнца) мерцания претерпевают насыщение. Метод дисперсной интерферометрии дает информацию о состоянии просвечиваемой среды только в узкой области вдоль направления траектории космического аппарата и может использоваться лишь эпизодически, во время его полета.

В последние несколько лет для изучения межпланетной среды применяется метод радиоинтерферометрии со сверхдлинной базой (РСДБ). При применении этого метода излучение от источника до далеко разнесенных между собой на сотни и тысячи километров антенн интерферометра проходит через неоднородные среды по разным трассам с различными фазовыми и групповыми скоростями. Поскольку интерферометр является инструментом для измерения степени взаимной когерентности радиоизлучения источника, принятого в разнесенных пунктах, то фаза интерферометрического отклика Φ может быть использована для прямых измерений пространственной структурной функции D флуктуаций фазы, вызванных влиянием неоднородностей межпланетной плазмы:

$$D(d) = \langle (\Phi(x) - \Phi(x - d))^2 \rangle, \quad (1)$$

где d имеет смысл проекции базы интерферометра на плоскость волнового фронта, угловые скобки соответствуют усреднению по ансамблю реализаций, а координата x отсчитывается вдоль базы интерферометра.

Поскольку d достигает в РСДБ тысяч, а в случае космического интерферометра — сотен тысяч и более километров, имеется возможность прямых исследований пространственных характеристик

неоднородностей плазмы солнечной короны и межпланетной среды с масштабами, недоступными методу мерцаний.

Слабые неоднородности приводят к изменению фазы интерферометрического отклика. При наличии сильных неоднородностей в просвечиваемой среде фазовые искажения отклика переходят в частотные. Поэтому по фазовому портрету интерференционного отклика можно исследовать слабые неоднородности, спектральный же состав интерференционного отклика и его положение в плоскости взаимных частотно-временных сдвигов дают информацию о характеристиках сильных неоднородностей. При этом индикаторами состояния турбулентной околосолнечной среды служат ширина и форма спектральной линии интерференционного отклика.

Таким образом, метод РСДБ позволяет изучать пространственно-временную структуру средне- и крупномасштабных неоднородностей околосолнечной плазмы и межпланетной среды, просвечиваемых внегалактическими радиоисточниками, а также представляет возможность расширить диапазон исследований как в сторону очень слабых, так и в сторону интенсивных неоднородностей. Информативность наблюдений методом РСДБ возрастает при одновременных измерениях на нескольких базах с разными ориентациями и длинами; в этом случае можно судить также и о форме (анизотропии) неоднородностей.

В данной работе приведен краткий обзор работ по исследованию неоднородностей околосолнечной плазмы методом РСДБ и описаны результаты исследований физических характеристик неоднородностей межпланетной среды, полученные авторами статьи в международных экспериментах по РСДБ в 1994–1996 гг.

Первый эксперимент по РСДБ по просвечиванию околосолнечной турбулентной среды сигналами автоматической межпланетной станции «Венера-15» с длиной волны 30 см состоялся 27 июня 1984 года на базе Крым—Подмосковье длиной 1200 км [1]. Для наблюдений использовались антенны диаметром 70 и 25 м и аппаратный комплекс РСДБ Научно-исследовательского радиофизического института (НИРФИ) [2]. Измерения проводились на элонгации 3° . Было зафиксировано значительное, в среднем до 8 Гц, уширение спектра интерференционного сигнала, вызванное неоднородностями корональной плазмы. Зарегистрировано также изменение ширины линии с 7,9 до 9,5 Гц в течение 20 мин. Форма спектральной линии интерференционного колебания была аппроксимирована лоренцевой функцией, что, как показано в работе [1], соответствует спектральному индексу 3 пространственного спектра мощности неоднородностей в области масштабов, не превышающих в данном случае 1 000 км.

В 1989–1990 гг. тем же коллективом были проведены эксперименты по радиоинтерферометрическому исследованию околосолнечной плазмы с просвечиванием ее радиоизлучением квазаров (длина волны 18 см, приемные пункты: Евпатория, Усурийск, Медвежье Озера). В экспериментах исследовались характеристики спектра турбулентности плазмы и анизотропия ее неоднородностей. Результаты этих наблюдений подтвердили выводы, сделанные в [1]. Заметной анизотропии неоднородностей с масштабами в несколько тысяч километров и элонгациях $10 \div 15^\circ$ отмечено не было [3].

Наблюдения космических радиоисточников на малых угловых расстояниях от Солнца с целью исследования неоднородностей солнечной корональной плазмы проводились также на инструментах с относительно малыми базами. Таким образом, эти наблюдения, в отличие от наших, были чувствительны к меньшим (до нескольких десятков километров) масштабам неоднородностей.

Такой эксперимент описан в статье [4]. Исследования проводились в октябре 1983 г. и октябре 1985 г. на частотах 1665 и 4885 МГц; наблюдался источник 3C279 на элонгации от Солнца $0,6 \div 3,3^\circ$ с использованием решетки NRAO VLA. Длины проекций базовых линий решетки (от 7 до 35 км) определяли масштабы неоднородностей, к которым был чувствителен интерферометрический комплекс. Авторы констатируют наличие высокоанизотропных неоднородностей околосолнечной плазмы.

Данные своих наблюдений авторы [4] сопоставили с данными более ранних экспериментов по изучению анизотропии коронального рассеяния, проведенных другими исследователями [5–9]. В боль-

шинстве из этих работ исследовалось угловое рассеяние Крабовидной туманности (на элонгации более $1,3^\circ$) с помощью радиогелиографов в Culgoora и Clark Lake. Также проводились наблюдения с использованием VLA [10, 11]. В этих экспериментах пространственное перекрытие VLA давало двухмерную информацию о неоднородностях плотности с масштабами $0,2 \div 2$ км на угловых расстояниях от Солнца $1,2 \div 2,5^\circ$.

Объединив результаты исследований по анализу зависимости амплитуды функции видности от длины и позиционного угла базовых линий, в [4] делается вывод о наличии неоднородностей, направленных вдоль радиуса Солнца. Отметим, что это согласуется и с нашими выводами, сделанными в этой статье.

Авторы [4] обращают внимание на два важных момента. Во-первых, анизотропия неоднородностей зависит от их масштаба: при масштабах больших 10 км степень анизотропии выше, чем при масштабах меньших 2 км. Во-вторых, мелкомасштабная анизотропия на 50 % больше в период повышенной солнечной активности, чем в период спокойного Солнца (следует отметить, что наши эксперименты проводились в 1994–1996 гг. — во время пониженной солнечной активности). В работе [12] приведены результаты измерений методом РСДБ флуктуаций плотности солнечного ветра в 1989–1991 гг. Наблюдались источники на элонгациях относительно Солнца от $2,66$ до $13,29^\circ$ (частота 5 ГГц и 8,42 ГГц), исследовались неоднородности плотности с пространственными масштабами от 200 до 2000 км. Данные обнаруживают слабые доказательства существования неоднородностей, вытянутых вдоль солнечного ветра. Степень анизотропии значительно меньше, чем полученная в работе [4] на таких же элонгациях источников, но на меньших пространственных масштабах.

Современная техника независимого когерентного приема излучения космических источников позволила на основе существующих радиотелескопов организовывать интерферометрические комплексы с базами различных длин и ориентаций. В 1994–1996 гг. были проведены четыре многоцелевые международные сессии наблюдений внегалактических радиоисточников и Солнца методом РСДБ на частотах 327 и 1665 МГц (основные данные по этим экспериментам можно найти в работе [13]). В них принимали участие (в разных комбинациях) приемные пункты VLBA-сети (NRAO), Италии (Medicina, Noto), Австралии (Титбинбилла), Южной Африки (Харт РАО), а также российские приемные пункты в Медвежьих Озерах (ТНА-1500), Пушино (РТ-22) и Уссурийске (П-2500). В рамках этих экспериментов нами была начата программа исследований характеристик неоднородностей плазмы солнечного ветра по спектральным возмущениям интерферометрических откликов от просвечивающего среду излучения внегалактических радиоисточников для широкой области их элонгаций относительно Солнца (от 3 до 140°). Первичная обработка магнитных записей (MARK-2) экспериментальных данных производилась на корреляторе JPL (NASA, США); вторичная обработка, направленная на решение задач программы — в НИРФИ. Подобные эксперименты были продолжены также в 1997–1998 гг., полученные в них данные в настоящее время обрабатываются.

Влияние межпланетной плазмы на интерференцию проиллюстрировано на рис. 1, где представлены спектрограммы интерференционных откликов от радиоисточников, наблюдавшихся при различных элонгациях относительно Солнца на частоте 1665 МГц. Мы аппроксимировали полученные спектры интерферометрических откликов лоренцевой функцией вида

$$S(F) = S_0 \frac{\sigma^2}{\sigma^2 + (F - F_0)^2}, \quad (2)$$

как наиболее точно описывающей спектральную форму отклика в области элонгаций $5 \div 20^\circ$, где уширение спектра ярко выражено. Здесь σ имеет смысл полуширины линии на уровне 0,5 от максимума, F — частота, F_0 — частота центра линии (максимума). Аппроксимация производилась методом наименьших квадратов. Функция (2) предварительно линеаризовывалась, и относительно неизвестных σ , S_0 и F_0 составлялась система линейных условных уравнений, в правые части которых подставлялись экспериментальные значения спектрограмм. Поскольку функция (2) от неизвестных параметров су-

щественно нелинейна, то применялась итерационная процедура последовательных приближений до получения устойчивого решения по заданному критерию.

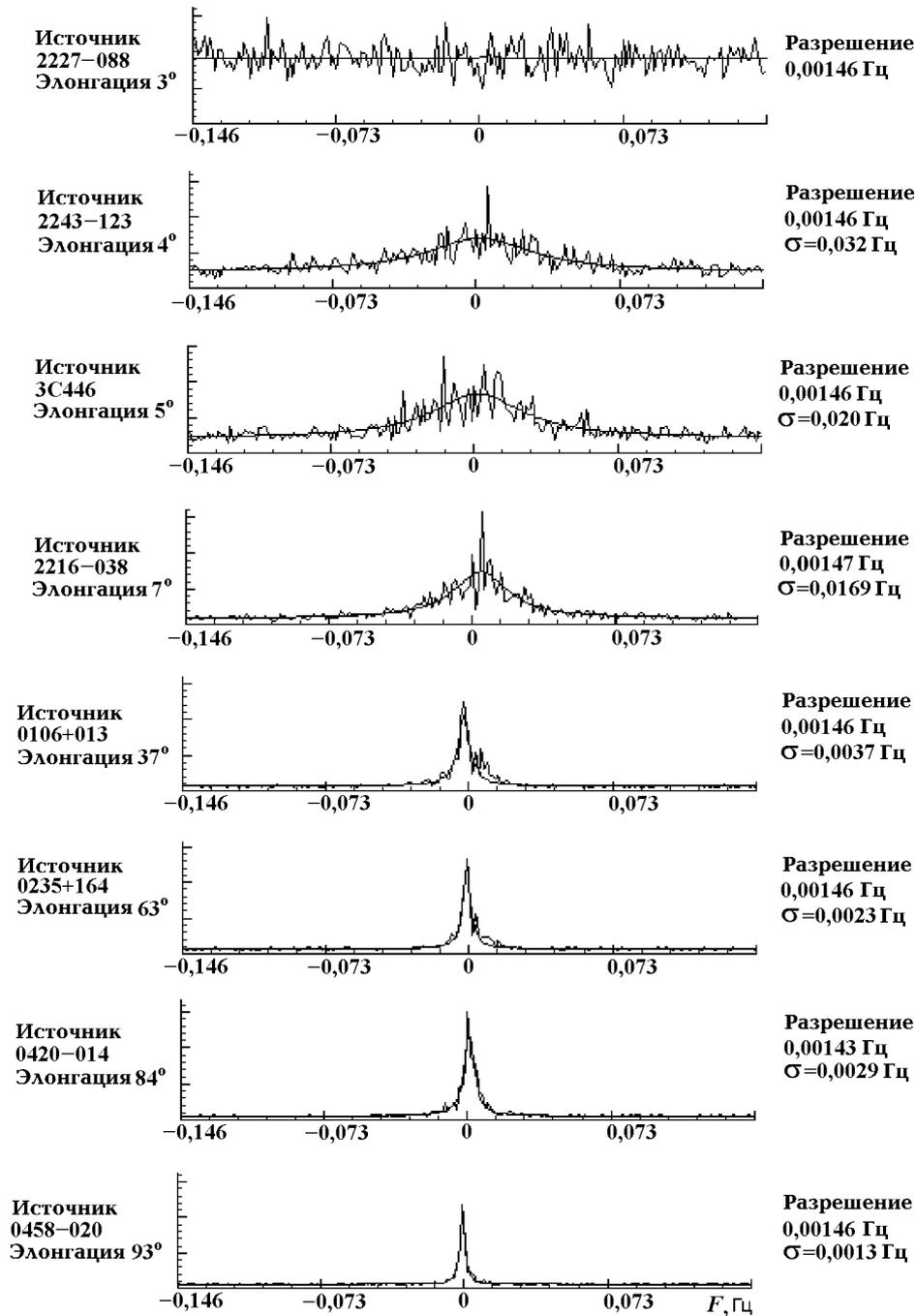


Рис. 1. Спектрограммы интерферометрических откликов при наблюдении космических радиисточников при различных элонгациях относительно Солнца (база Пушино—Медвежье Озера, частота 1665 МГц, 27 февраля 1995 г.)

Как указывалось выше, зависимость (2) соответствует спектральному индексу пространственного спектра мощности неоднородностей плазмы солнечного ветра приблизительно равному трем и свиде-

тельствует о диффузном законе относительных нестационарных фазовых флуктуаций на трассах распространения радиоволн, соответствующих быстрым дельта-коррелированным флуктуациям частоты. В своем анализе в качестве индикатора состояния среды мы брали величину 2σ , т. е. ширину аппроксимирующей функции. Связь этой величины с параметрами турбулентности солнечного ветра дается выражением [1]

$$2\sigma = \frac{77,7}{\pi} \left(\frac{C_n}{\lambda} \right)^2 rV, \tag{3}$$

где C_n — структурная постоянная коэффициента преломления турбулентной плазмы, λ — длина волны излучения, r — расстояние от центра Солнца до трассы распространения сигналов, V — скорость турбулентного потока.

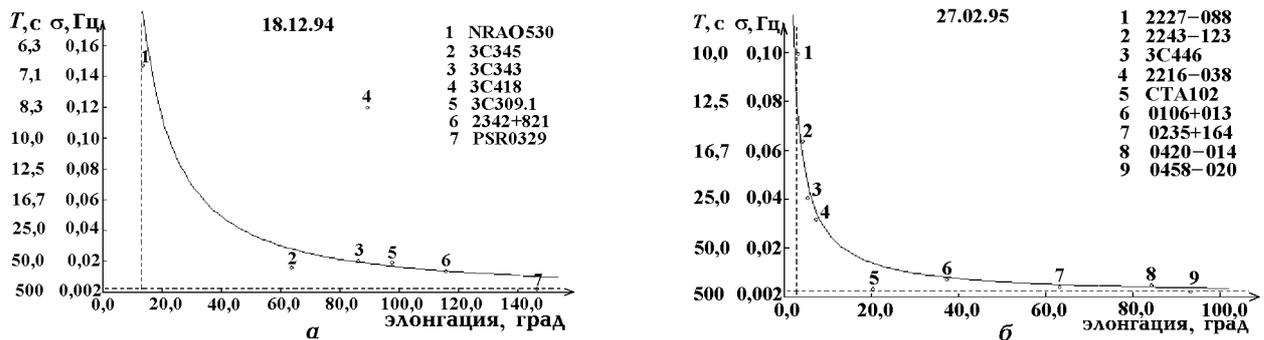


Рис. 2. Зависимость ширины σ спектра интерференции и соответствующего максимального времени T когерентного накопления энергии сигнала от углового расстояния радиоисточника относительно Солнца на частоте 327 МГц (а) и 1665 МГц (б) (линейный масштаб)

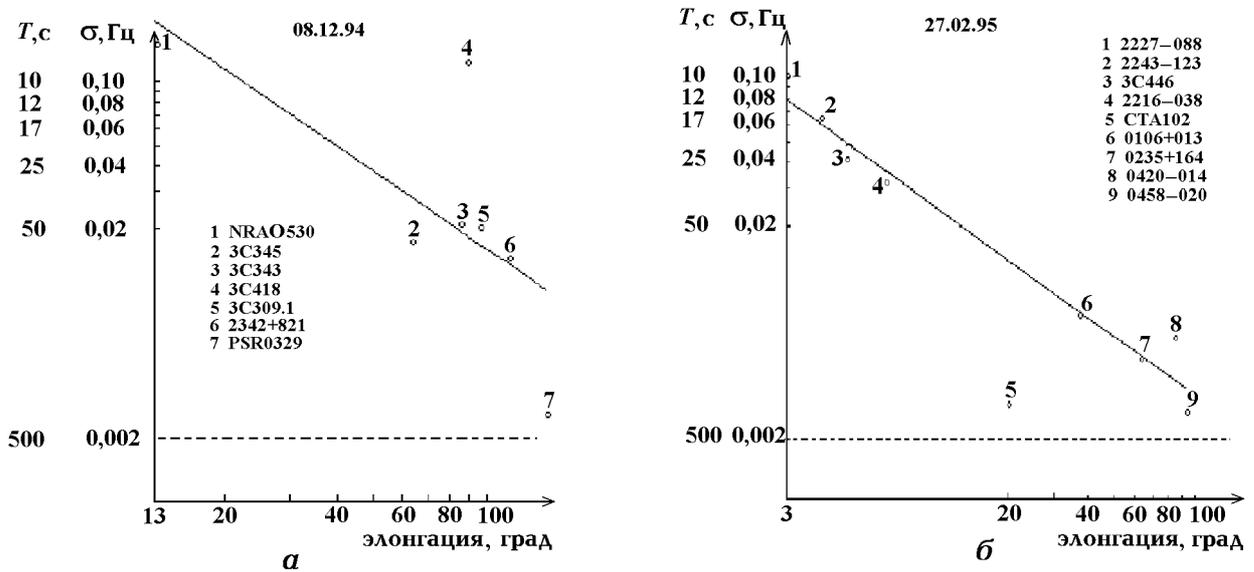


Рис. 3. Зависимость ширины σ спектра интерференции и соответствующего максимального времени T когерентного накопления энергии сигнала от углового расстояния радиоисточника относительно Солнца на частоте 327 МГц (а) и 1665 МГц (б) (логарифмический масштаб)

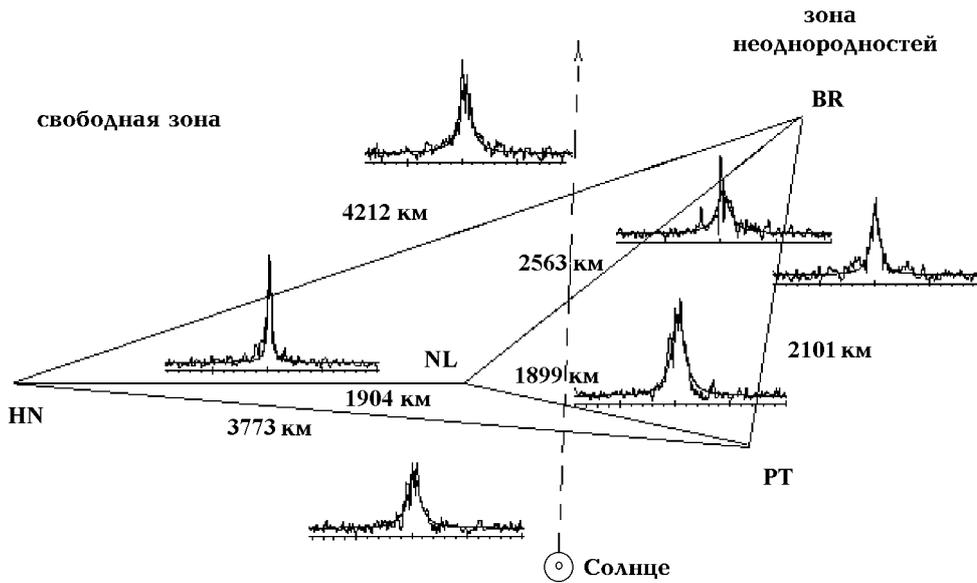


Рис. 4. Спектры интерференции источника 3C345 при его наблюдении одновременно на различных базовых линиях; базы измерительной РСДБ-сети проецируются на UV-плоскость, перпендикулярную направлению на источник. Наблюдения проводились 05.12.94 в 17:01 UT

Таблица 1

база	длина базы, км	ширина отклика, Гц
Brewster—Hancock	4212	0,0172
Brewster—North Liberty	2563	0,0156
North Liberty—Hancock	1904	0,0042
Pie Town—Hancock	3773	0,0162
Pie Town—Brewster	2101	0,0116
Pie Town—North Liberty	1899	0,0168

Следует отметить, что удовлетворительный результат дает также аппроксимация спектров гауссовой функцией, соответствующей более круто спадающему степенному спектру мощности неоднородностей плазмы с показателем четыре [1]. Однако в области небольших элонгаций применение лоренцевой функции привело к заметно меньшим среднеквадратичным невязкам аппроксимации, что связано с более адекватным представлением этой функцией поведения «крыльев» реальных спектров. Из сводных данных, опубликованных в монографии [14], следует, что для достаточно больших элонгаций (больше 15°) спектр мощности неоднородностей плазмы становится более крутым, с показателем 3,8÷4,0, что лучше соответствует гауссовой форме спектра интерференции. Однако по экспериментальным данным за 1994–1996 гг. на длинах волн 18 и 92 см авторам не удалось достаточно достоверно различить преимущества той или иной модели представления спектров на больших элонгациях, поскольку само уширение спектров на этих углах невелико. В то же время разница в значениях величины 2σ , полученной для обеих моделей аппроксимации, оказалась незначительной даже для достаточно малых элонгаций, поэтому авторы остановились на лоренцевой модели, распространив ее на всю исследовавшуюся область элонгаций.

На рис. 2 и 3 показана полученная нами усредненная зависимость ширины спектра интерференционного сигнала от элонгации для частот приема 327 и 1665 МГц (соответственно в линейном и в логарифмическом масштабах). Мы аппроксимировали методом наименьших квадратов эту зависимость степенной функцией с показателем 0,87÷0,95 на обеих частотах. На вертикальных осях графиков указаны также максимальные времена T когерентного накопления энергии сигнала в системах РСДБ при

измерении амплитуды функции видности источников, соответствующие уширению спектра интерференции.

Влияние неоднородностей межпланетной среды на работу систем РСДБ можно считать существенным в области элонгаций до 30° на частоте 1665 МГц и до 80° на частоте 327 МГц. Оно остается заметным до углов 90° (1665 МГц) и 140° (327 МГц), переходя в ионосферный фон. Интерференция сигналов наблюдалась при угловом расстоянии источников от Солнца более 3° (1665 МГц) и 13° (327 МГц). При меньших расстояниях фазовая когерентность сигналов полностью нарушается. Эти результаты важны при планировании экспериментов по РСДБ на частотах 327 и 1665 МГц.

Применение многоэлементного комплекса РСДБ и сравнение спектров интерферометрических откликов, полученных одновременно на базах различной ориентации, позволяет судить о пространственной конфигурации неоднородностей межпланетной среды. При анализе откликов от источников, расположенных на разных элонгациях от Солнца, нами были получены данные, позволяющие предположить наличие достаточно крупномасштабной «струйной» структуры околосолнечной плазмы в виде узких протяженных областей, вытянутых вдоль солнечного ветра. Поперечный размер таких областей оценивается приблизительно в $1,5 \div 2$ тыс. км, а продольный — не менее нескольких сотен тысяч километров.

На рис. 4 представлены проекции баз радиоинтерферометрического комплекса (пункты VLBA: Brewster (BR), Pie Town (PT), Hancock (HN), North Liberty (NL)) на UV -плоскость (или плоскость фронта проходящей волны) для источника 3С345 (63° от Солнца), а также спектры интерферометрических откликов для каждой базы на частоте 327 МГц. Пунктирная линия на рисунке указывает направление от Солнца и условно разделяет зону неоднородностей над пунктами Brewster и Pie Town (на всех базовых линиях, содержащих эти пункты, линии интерференции значительно расширены) и относительно свободную от неоднородностей зону над пунктами North Liberty и Hancock (уширение линии на этой базе незначительно и может быть объяснено влиянием ионосферы, см. табл. 1). В свободной зоне заметные неоднородности отсутствуют в течение достаточно продолжительного времени (время когерентного накопления в данном случае 513 с), за которое солнечный ветер проходит расстояние (при его скорости порядка 500 км/с) $250 \div 300$ тыс. км. В то же время в зоне неоднородностей возмущения присутствуют весь этот промежуток времени, как это видно из рис. 5, на котором показаны

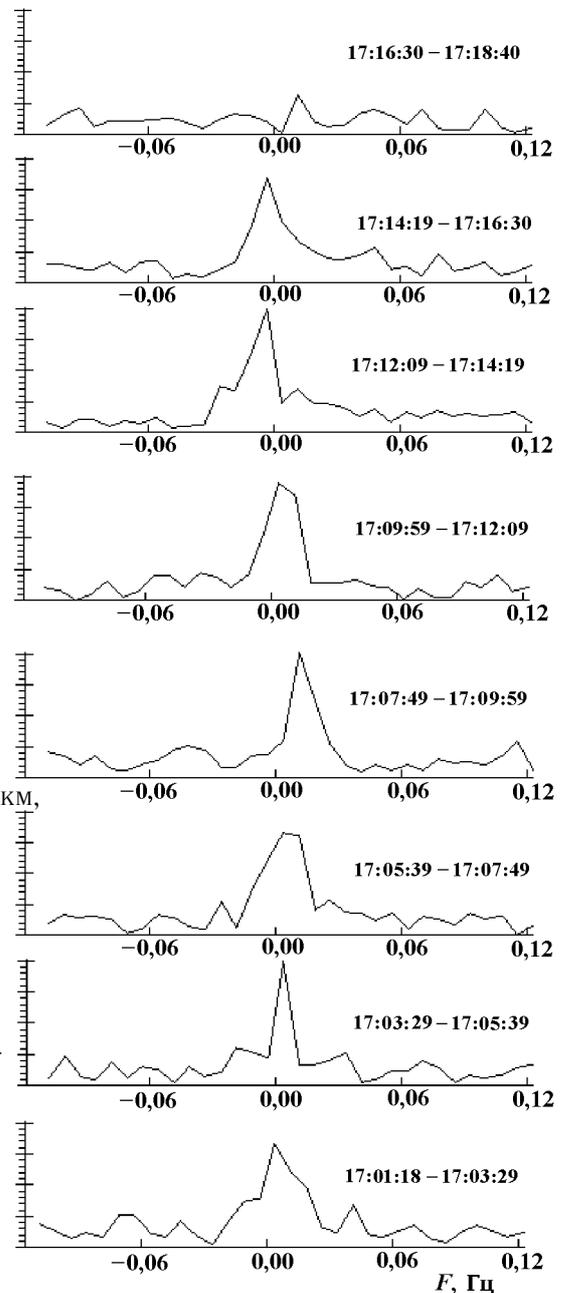


Рис. 5. Спектры интерференции от источника 3С345 для последовательных участков записи длительностью по 130 с. Наблюдения проводились 05.12.94 с 17:01:18 UT до 17:18:40 UT на частоте 326 МГц с разрешением 0,00768 Гц

спектрограммы интерференции для нескольких последовательных более коротких (по 130 с) участков записи сигналов источника для базы Pie Town—North Liberty. На рис. 5 хорошо прослеживается непрерывная деформация формы спектра в течение 15 минут и флуктуации положения его максимума по частоте, эквивалентные «дрожанию» видимого углового положения источника на небе.

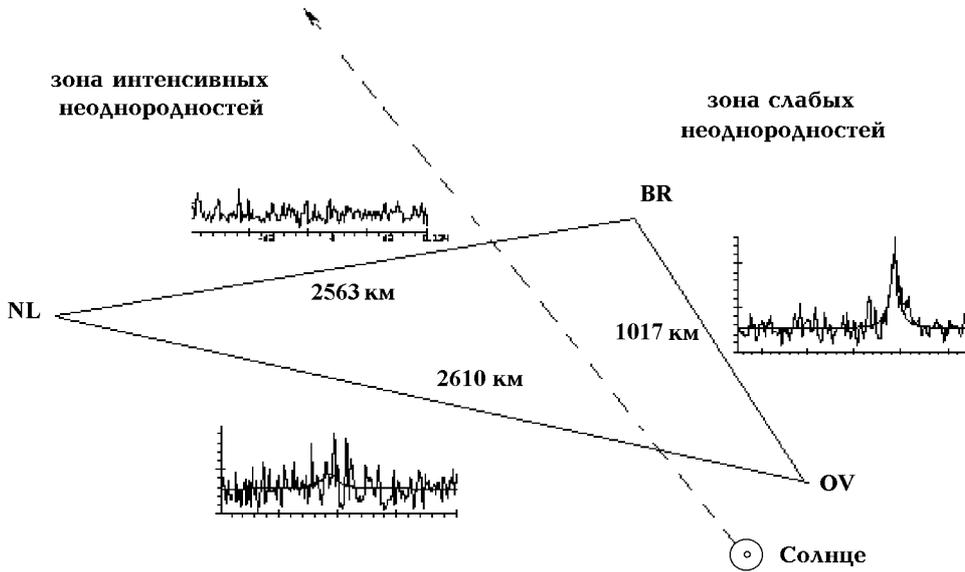


Рис. 6. Спектры интерференции источника NRAO530 при одновременном наблюдении его на различных базовых линиях; базы измерительной РСДБ-сети проецируются на UV-плоскость (в направлении на источник); время когерентного накопления 513 с. Наблюдения проводились 08.12.94 в 17:01 UT на частоте 327 МГц

На рис. 6 показаны аналогичные результаты наблюдения источника NRAO530, но уже вблизи от Солнца (элонгация 13°). Здесь наблюдается аналогичный эффект, но на фоне более сильных неоднородностей корональной плазмы, обусловленных близостью Солнца. Полностью свободной зоны здесь уже нет (уширение спектра на базе Brewster—Owens Valley (OV) существенно превышает то, которое можно ожидать от ионосферы), но общий характер предполагаемой «струйной» структуры сохраняется.



Рис. 7. Ширина спектров интерференции для различных эффективных длин проекции базовых линий на небо

На рис. 7 показана зависимость ширины спектра интерференции в зоне неоднородностей от эффективной длины базовой линии для случая, показанного на рис. 4. Из рис. 7 видно, что в области неоднородности заметной зависимости ширины спектров откликов от проекции длины базы в области масштабов 2÷4 тыс. км нет. Это говорит о том, что неоднородности имеют размер, меньший размера минимальной базы (на рис. 4 это база Pie Town—North Liberty, имеющая длину 1899 км). При этом, поскольку разные базы имеют различные позиционные углы, то неоднородности в пределах отдельных струй изотропны по направлению.

Важный вопрос, возникающий при интерпретации полученных нами результатов и требующий дальнейших исследований — влияние ионосферы Земли на интерферометрические измерения. Как видно из наших данных, влияние ионосферы в рассмот-

ренных случаях должно быть мало. Во-первых, об этом свидетельствует зависимость ширины отклика от углового расстояния от Солнца. Из графиков (рис. 3) следует, что общий ионосферный фон, который прослеживается при больших элонгациях относительно Солнца, в несколько раз меньше уширения спектра для рассматриваемых случаев. Во-вторых, наблюдения на всех приемных пунктах проводились днем при примерно одинаковых состояниях ионосферы. (Были задействованы антенны VLBA-сети. Примерное местное время проведения сеанса для каждого приемного пункта: Pie Town — 09 ч; Owens Valley — 09 ч; North Liberty — 11 ч; Hancock — 12 ч; Brewster — 09 ч).

Итак, результаты нашей работы показывают, что методом РСДБ (по спектральному составу интерференционного отклика и его положению в плоскости взаимных частотно-временных сдвигов) можно исследовать более крупномасштабные неоднородности в короне или сверхкороне Солнца, чем это позволяет метод мерцаний, в широких пределах элонгаций и позиционных углов радиоисточников относительно Солнца. Применение для этих задач многоэлементных РСДБ-сетей позволило получить дополнительную информацию об анизотропии неоднородностей, а именно сделать вывод о «струйной» структуре крупномасштабных неоднородностей солнечного ветра. Наши результаты хорошо вписываются в общую картину неоднородностей солнечного ветра и межпланетной среды, полученную из данных других экспериментов. Вместе с тем, для построения полной картины структуры околосолнечного пространства на сегодняшний день данных недостаточно. Поэтому мы планируем наряду с обработкой и анализом данных, полученных из наблюдений методом РСДБ в 1997–1998 гг., продолжить наблюдения на отдельных частотах, а также расширить программу исследований путем проведения экспериментов по просвечиванию короны и сверхкороны Солнца одновременно на нескольких частотах. С этой целью в настоящее время радиотелескопы в Старой Пустыни и Зименках оборудуются приемно-регистрирующими комплексами РСДБ для работы одновременно на частотах 327 МГц и 610 МГц.

Авторы выражают благодарность сотрудникам АКЦ ФИАН С. Ф. Лихачеву и И. Е. Молотову за организацию и проведение международных экспериментов по РСДБ, а также всем сотрудникам российских и зарубежных обсерваторий, принимавших участие в их проведении.

Работы поддерживаются грантами INTAS (№ 96–0183), РФФИ (№ 99–02–16914), ГНТП «Астрономия» (№ 2.1.1.1, 2.1.3.3).

ЛИТЕРАТУРА

1. Алексеев В. А., Алтунин В. И., Бирюков А. В., Гатэлюк Э. Д., Дементьев А. Ф., Князев Н. А., Крюков А. Е., Липатов Б. Н., Рудаков В. А., Сизов А. С. // Письма в АЖ. 1986. Т. 12, № 6. С. 486.
2. Алексеев В. А., Антипенко А. А., Гатэлюк Э. Д., Дементьев А. Ф., Князев Н. А., Крюков А. Е., Липатов Б. Н., Рат Р. Н., Сизов А. С. Препринт НИРФИ № 206. Горький, 1986. 53 с.
3. Алексеев В. А., Гатэлюк Э. Д., Липатов Б. Н., Рудаков В. А., Сизов А. С., Вышлов А. С. // Межрег. конф. радиоастрон. исслед. солнечной системы, г. Н. Новгород, 1992. Тез. докл. С. 87.
4. Armstrong J. W., Coles W. A., Kojima M., Rickett B. J. // *Astrophys. J.* 1990. V. 358. P. 685.
5. Hewish A., Okoye S. E. // *MNRAS.* 1967. V. 137. P. 287.
6. Erickson W. C. // *Astrophys. J.* 1969. V. 139. P. 1290.
7. Blessing R. G., Dennison P. A. // *Astron. Soc. Aust.* 1972. V. 2. P. 84.
8. Ward B. D. Ph. D. thesis. — University of Adelaide, 1975.
9. Erickson W. C., Mahoney M. Private communication, 1986.
10. Cornwell T. J., Anantharamaiah K. R., Narayan R. // *Radio Wave Scattering in the Interstellar Medium*, ed. by J. Cordes, B. Rickett, D. Backer. New York: American Institute of Physics, 1988. P. 92.
11. Narayan R., Anantharamaiah K. R., Cornwell T. J. // *MNRAS.* 1989. V. 241. P. 403.
12. Spangler S. R., Sakurai T. // *Astrophys. J.* 1995. V. 445, № 2. P. 999.

13. Гирин И. А., Лихачев С. Ф., Молотов И. Е., Чуприков А. А., Дементьев А. Ф., Липатов Б. Н., Нечаева М. Б., Снегирев С. Д., Тихомиров Ю. В. // Изв. вуз. Радиофизика. 1999. Т. 42, № 12. С. 1127.
14. Яковлев О. И. Космическая радиофизика — М.: Научная книга, 1998. — 432 с.

¹ Jet Propulsion Laboratory (NASA),
USA; ² Научно-исследовательский
радиофизический институт,
г. Н. Новгород, Россия

Поступила в редакцию
2 июля 1999 г.

**VLBI RESEARCH OF IRREGULARITIES OF THE SOLAR-WIND PLASMA
AT 18 AND 92 CM WAVELENGTHS IN 1994–1996**

*V. I. Altunin, A. F. Dement'ev, B. N. Lipatov, M. B. Nechaeva, V. A. Okmyanskiy, S. D. Snegirev, and
Yu. V. Tikhomirov*

We discuss the capabilities of VLBI studies of irregularities of the solar-wind plasma using multi-element radio interferometric facilities. We analyze the data obtained during international VLBI experiments at decimeter wavelengths (92 and 18 cm) in 1994–1996 and supposed that the irregularities have a “stream” structure. The “streams” are strongly elongated in the solar-wind direction (longitudinal size of about a few hundred thousand kilometers) and have the transverse size of about 0.5–2.0 thousand kilometers. The irregularities inside a single “stream” are almost isotropic. We discuss the restrictions imposed on operation of decimeter VLBI systems due to effects of the interplanetary medium.

УДК 537.86.029; 551.510.52

О НЕКОТОРЫХ ВОЗМОЖНОСТЯХ ДИСТАНЦИОННОГО ЗОНДИРОВАНИЯ АТМОСФЕРЫ В МИКРОВОЛНОВОМ ДИАПАЗОНЕ С ДРЕЙФУЮЩИХ АППАРАТОВ

Ю. И. Белов, Ш. Д. Китай, А. П. Наумов, В. А. Рассадковский, М. Ю. Яблоков

Исследованы физические условия радиометрического зондирования высотного распределения влажности в нетрадиционной для подобных задач спектральной области — окне прозрачности атмосферы в окрестности длины волны $\lambda \sim 3$ мм — с борта воздушного шара, дрейфующего на высоте тропопаузы. Решена обратная задача, обсуждается точность восстановления профилей влажности.

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время дистанционные исследования атмосферы в микроволновом диапазоне ведутся с различных платформ: с поверхности Земли и с летательных аппаратов (с бортов ИСЗ, самолетов, вертолетов). В последние годы осуществляется также подготовка ряда кругосветных полетов воздушных шаров, в рамках которых планируется решение широкого круга задач, а в некоторых проектах преследуются и научные интересы. В качестве примера можно привести подготовку научного эксперимента по глобальному мониторингу атмосферных параметров во время беспосадочного полета воздушного шара вокруг Земли [1]. Идея кругосветных полетов воздушных шаров связана с наличием струйных течений атмосферных воздушных масс в районе тропопаузы, направленных с запада на восток, которые имеют ширину $40 \div 160$ км и вертикальную протяженность около 2 км. Скорость ветра на оси течения достигает величины $400 \div 500$ км/час, что, в принципе, позволяет облететь Землю на воздушном шаре за неделю.

В середине 90-х годов нижегородский Научно-исследовательский радиофизический институт (НИРФИ) получил предложение голландских коллег поставить аппаратуру дистанционного зондирования на борт воздушного шара, полет которого планировался под эгидой UNICEF и Международной ассоциации по аэронавтике. В НИРФИ был подготовлен радиометр трехмиллиметрового диапазона длин волн [2] для установки на борту воздушного шара и работы в условиях низких температур и давлений с целью осуществления глобального мониторинга атмосферы и подстилающей поверхности в планетарном масштабе. На шаре планировалась также установка аппаратуры Лейденского университета для исследований в инфракрасном диапазоне. Полет этого воздушного шара пока отложен, однако теоретическая проработка и компьютерное моделирование отдельных научных задач были выполнены и представляют самостоятельный интерес.

В данной работе рассмотрена одна из задач, решение которой в принципе возможно в упомянутом проекте, хотя авторы статьи не связывают жестко условия ее рассмотрения с реализацией проекта [1] по траекторным и сезонным параметрам.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Целью настоящей работы является теоретическое рассмотрение особенностей дистанционного зондирования высотных распределений влажности из измерений теплового радиоизлучения в атмосфере-

ном окне прозрачности на длинах волн $\lambda \sim 3$ мм с борта летательного аппарата ограниченного подъема (на примере воздушного шара). Физической предпосылкой проведения радиометрического мониторинга влажности в миллиметровом окне прозрачности $\lambda \sim 3$ мм является наличие заметного влияния атмосферы на характеристики теплового излучения этого диапазона: коэффициент молекулярного поглощения электромагнитного излучения при стандартных условиях на уровне моря составляет около 0,3 дБ/км, т. е. даже несколько превышает соответствующую величину в линии водяного пара $\lambda = 1,35$ см (см., например, [3]), в которой обычно проводятся дистанционные исследования влагосодержания. В другом окне прозрачности $\lambda = 8$ мм поглощение в ясной атмосфере весьма незначительное, а в более коротковолновых окнах $\lambda = 2$ мм и $\lambda = 1,5$ мм оно возрастает и в определенной степени экранирует излучение поверхности и нижних слоев атмосферы. Технические характеристики радиометра [2], адаптированного к условиям полета на воздушном шаре, были следующими: рабочая частота $\nu = 94$ ГГц (длина волны $\lambda = 3,2$ мм); полоса приема 1,9 ГГц; чувствительность 0,1 К при времени интегрирования сигнала 1 с; антенна специального профиля с диаметром 10 см. Сканирующая система антенны позволяла отклонять главный луч в пределах $\pm 30^\circ$ по углу места при средней ориентации луча на горизонт.

В работе проведено компьютерное моделирование экспериментов по дистанционному зондированию атмосферы и системы атмосфера—подстилающая поверхность (А—ПП) на длине волны $\lambda = 3,2$ мм, решена прямая задача и сформулированы условия для постановки обратной задачи. В результате решения обратной задачи по определению высотных профилей удельной влажности получены статистические оценки точности восстановления, которые сопоставлены с климатическими вариациями влажности. Отметим, что в настоящее время решена задача по восстановлению профиля влажности из радиометрических измерений в окне прозрачности $\lambda \sim 3$ мм в наземном и надирном спутниковом вариантах [4, 5]. Рассмотренная в статье задача имеет свою специфику, связанную с геометрическими особенностями зондирования (возможность сканирования вдоль, а также выше и ниже горизонта в ограниченных угловых пределах), которая требует особого анализа условий дистанционной диагностики.

2. ПРЯМАЯ ЗАДАЧА

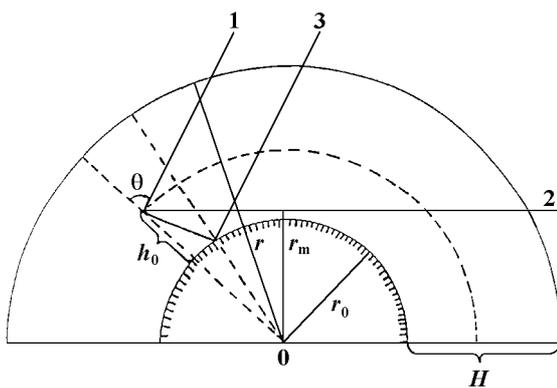


Рис. 1

атмосферы, лежащие ниже уровня h_0 ; 3 — траектория третьего типа, когда луч при зондировании ниже горизонта на зенитных углах $\theta \geq \theta^*$ испытывает отражение от подстилающей поверхности. В этом случае яркостная температура атмосферы определяется тремя компонентами: излучением поверхности, ослабленным атмосферой, собственным излучением слоя атмосферы высотой h_0 и нисходя-

При приеме радиотеплового излучения, осуществляемом внутри атмосферы, можно выделить три типа траекторий луча в зависимости от характера пересечения слоев атмосферы лучом визирования. На рис. 1, заимствованном из [6], представлена схема дистанционного зондирования атмосферы и системы А—ПП с летательного аппарата, дрейфующего на высоте $h_0 < H$, где H — высота верхней границы атмосферы. Здесь 1 — траектория первого типа, когда при зондировании выше горизонта на зенитных углах $0 \leq \theta \leq \pi/2$ луч пересекает слои атмосферы один раз; 2 — траектория второго типа, когда при зондировании вдоль горизонта на зенитных углах $\pi/2 \leq \theta \leq \theta^*$, где θ^* — угол касания луча с поверхностью, луч дважды проходит слои

щим излучением атмосферы, переотраженным поверхностью. Радиус-вектор, который соответствует точке траектории, расположенной на минимальном расстоянии от подстилающей поверхности, равен $r_m = r_0 + z_m$, где r_0 — радиус Земли, z_m — высота данной точки над поверхностью (прицельный параметр), r — модуль радиус-вектора текущей точки траектории. Выражения для яркостных температур в каждом из рассмотренных случаев приведены в ряде статей и монографий (см., например, [6–8]). Оценки показали, что при высоте полета $h_0 = 15$ км угол касания $\theta^* \approx 94^\circ$. Каждому зенитному углу зондирования соответствует свой прицельный параметр z_m : при $\theta = 91^\circ$ $z_m \approx 14$ км; при $\theta = 92^\circ$ $z_m \approx 11$ км; при $\theta = 93^\circ$ $z_m \approx 6$ км.

Коэффициенты молекулярного поглощения основных газовых компонент атмосферы вычислялись согласно [3] в предположении, что вклады отдельных линий суммируются, т. е. интерференцией спектральных линий пренебрегалось. Для водяного пара это предположение выполняется с достаточной степенью точности, т. к. спектральные линии H_2O удалены друг от друга на интервалы, превышающие их ширины. Иная ситуация имеет место для полосы поглощения O_2 при длине волны $\lambda \approx 5$ мм, где при атмосферном давлении $P \geq 100$ мм рт.ст. спектральные линии перекрываются. В настоящее время интерференционные эффекты учитываются в теории Розенкранца [9], которая улучшает описание поглощающих свойств молекул кислорода в самой полосе $\lambda \approx 5$ мм, что нельзя сказать об относительных окнах прозрачности. По этой причине в работе использовалось соотношение из [3], лучше соответствующее эксперименту при $\lambda = 3,2$ мм, чем соотношение из [9].

При многочастотном зондировании системы А—ПП можно получить сведения о физических свойствах отдельных компонент этой системы. В данной работе рассмотрены возможности дистанционного зондирования на одной длине волны только характеристик влагосодержания атмосферы, а влияние подстилающей поверхности необходимо учитывать в интегральном излучении системы А—ПП. Учет излучательных свойств поверхности осуществлялся в соответствии с методикой, подробно изложенной в [10]. Прямая задача решалась для условий зондирования как над водной поверхностью с температурой T_n и соленостью S , так и для случая зондирования над территориями с различными значениями энергетического коэффициента отражения R .

Основная цель решения прямой задачи в данной работе состоит в оценке вариаций яркостных температур ΔT_y , обусловленных вариациями высотного распределения влажности при постоянной полной массе водяного пара на луче зрения антенны, и в сопоставлении этих оценок с моделируемой точностью радиометрических измерений δT_p . При выполнении соотношения $\Delta T_y > \delta T_p$ постановка обратной задачи имеет физический смысл.

Для оценки значений и вариаций яркостных температур системы А—ПП на длине волны $\lambda = 3,2$ мм в трех рассмотренных выше случаях дистанционного зондирования (ДЗ) использовалась обычная модельная экспоненциальная зависимость удельной влажности q от высоты (до высоты $h \approx 16$ км) с последующим постоянным значением удельной влажности до высот фотодиссоциации водяного пара. Зависимость яркостной температуры от зенитного угла θ в случае зондирования выше горизонта носит монотонный нелинейный характер, значения T_y возрастают от 0,4 до 6 К для интервала углов $\theta = 60 \div 89^\circ$. При этом вариация ΔT_y не превышает 1 К.

На рис. 2 приведены результаты расчетов радиояркостной температуры атмосферы в диапазоне зенитных углов $91 \div 93^\circ$. Значение T_y в этом случае резко возрастает приблизительно от 20 К до 250 К (кривая 1). Вариация яркостной температуры при зондировании вблизи горизонта приведена на рис. 3. На рис. 2 представлены также значения яркостной температуры T_y при зондировании системы А—ПП над гладкой водной поверхностью с температурой $T_n = 288$ К ($S = 0$) при $\theta \approx 95 \div 120^\circ$ (зондирование ниже горизонта). В этом случае определенный вклад в излучение вносит подстилающая поверхность и, как следствие, результаты расчетов зависят от поляризации принимаемого излучения. Кривая 2 на рис. 2 соответствует вертикальной поляризации, кривая 3 — горизонтальной поляризации.

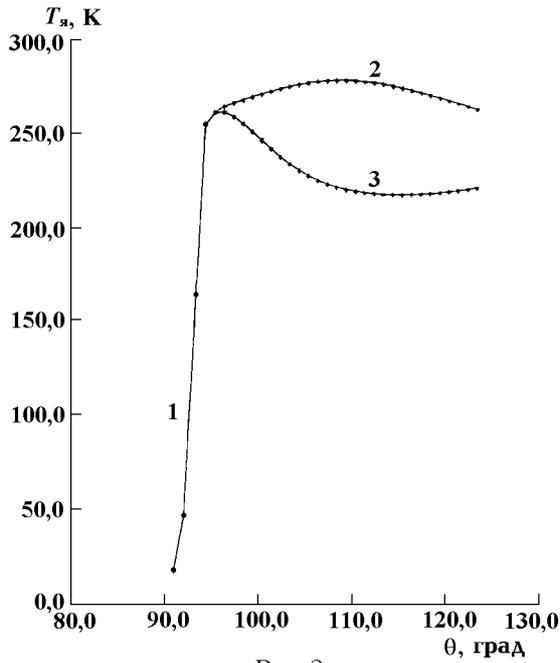


Рис. 2

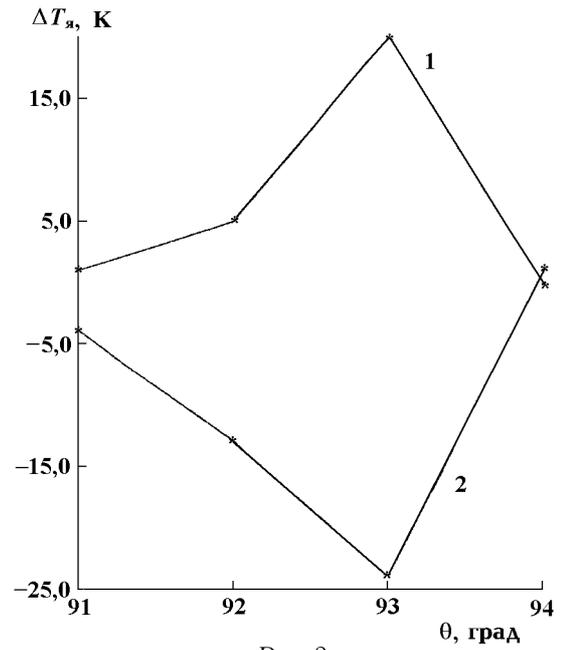


Рис. 3

Рис. 4 (для вертикальной поляризации) и 5 (для горизонтальной поляризации), полученные для тех же условий, что и рис. 2, иллюстрируют вклад отдельных компонент в суммарное радиоизлучение системы А—ПП (кривая 1). Как видно из представленных результатов, вклад атмосферной

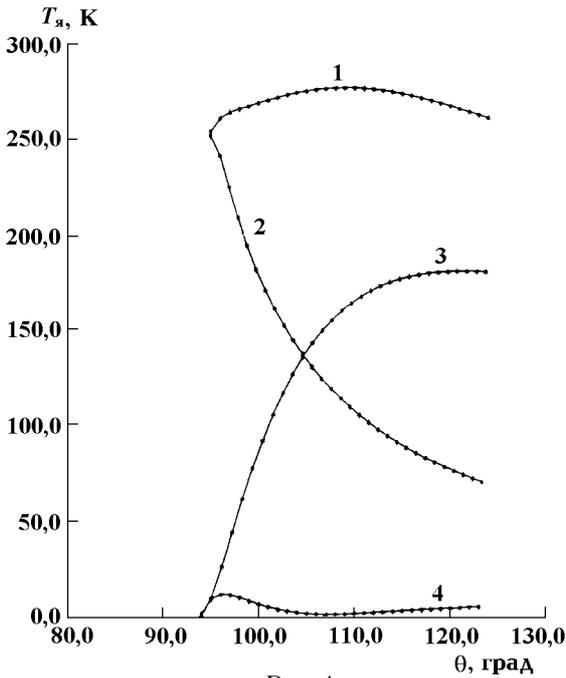


Рис. 4

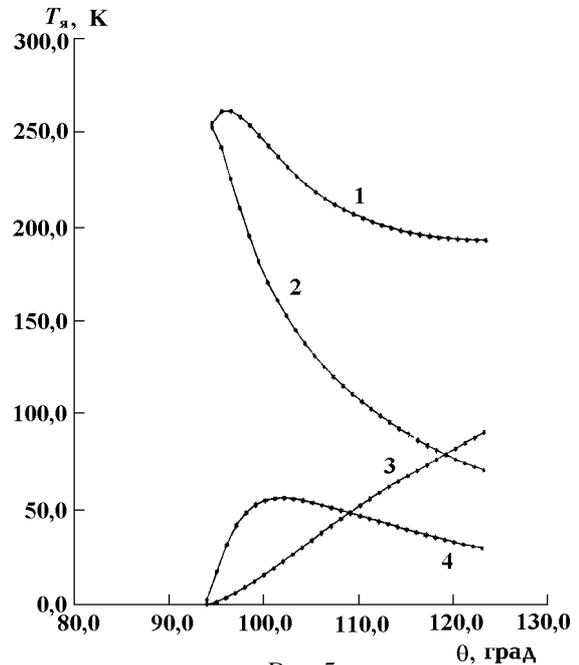


Рис. 5

составляющей (кривые 2 на рис. 4 и 5) является преобладающим вплоть до зенитных углов $\theta \sim 105^\circ$ для вертикальной поляризации и до $\theta \sim 120^\circ$ для горизонтальной поляризации. Вклад радиоизлучения поверхности (кривая 3) достигает приблизительно $150 \div 180$ К при зенитных углах $\theta \approx 105 \div 120^\circ$ для вертикальной поляризации и составляет примерно $50 \div 100$ К при тех же зенитных углах для горизонтальной поляризации. Нисходящее радиоизлучение атмосферы, переотраженное поверхностью

(кривая 4), составляет не более 1 % общего радиоизлучения системы А—ПП для вертикальной поляризации и возрастает приблизительно до 20 % для горизонтальной поляризации.

Вариации яркостной температуры при зондировании ниже горизонта приведены на рис. 6 (излучение предполагается горизонтально поляризованным). При этом кривые 1 на рис. 3, 6 соответствуют положительным отклонениям параметров (приземной влажности и показателя экспоненты) в модельной зависимости $q(h)$, а кривые 2 — отрицательным отклонениям. Из данных, представленных на рис. 3, видно, что $\Delta T_{\text{я}}$ изменяется приблизительно от 2 К до 20 К. В случае зондирования ниже горизонта (поляризация излучения горизонтальная) вариации яркостной температуры достигают 5 К, тогда как для вертикально поляризованного излучения $\Delta T_{\text{я}}$ не пре-

Из приведенных результатов следует, что если осуществлять выбор способа зондирования только по угловой зависимости вариаций яркостной температуры, то предпочтительным представляется зондирование вдоль горизонта. Однако в этом случае возникают серьезные проблемы пространственной привязки получаемых профилей влажности. При зондировании ниже горизонта вариации $\Delta T_{\text{я}}$ меньше, чем в предыдущем случае, однако здесь существенны проблемы, связанные с учетом влияния подстилающей поверхности. Тем не менее, при осуществлении общего подхода к решению рассматриваемой задачи, когда возможно получение дополнительной информации о характере поверхности и ее радиационных свойствах, решение обратной задачи представляется более целесообразным. Поэтому нами для анализа был выбран именно этот вариант дистанционного зондирования высотных профилей влажности с борта воздушного шара.

Из полученных значений $\Delta T_{\text{я}}$ следует, что для восстановления высотных профилей влажности по результатам дистанционного зондирования с борта воздушного шара на длине волны $\lambda = 3,2$ мм необходимо выполнять соответствующие радиометрические измерения с погрешностью около $0,5 \div 1$ К. Далее радиометрический эксперимент моделируется для случая горизонтально поляризованного излучения. Увеличение солёности воды до 40 % и изменение температуры поверхности приблизительно на 15 К практически не влияет на вариации яркостной температуры, обусловленные вариациями профиля влажности (разница между соответствующими вариациями составляет не более 0,1 К). При дистанционном зондировании над сушей для предельного случая $R \rightarrow 0$ анализируемые вариации яркостной температуры даже несколько увеличиваются. Изложенное является обоснованием для постановки обратных задач ДЗ над разными типами земной поверхности при наличии дополнительной информации о ее радиационных свойствах.

Влияние полосы приема радиометра на точность радиометрических измерений не превышает указанных выше погрешностей измерения, поскольку молекулярное поглощение в окне прозрачности 94 ГГц на интервале ± 1 ГГц меняется очень плавно и интегрирование по этой полосе дает значения яркостной температуры, почти совпадающие со значениями $T_{\text{я}}$ в центре полосы.

Влияние диаграммы направленности антенны на точность зондирования высотного распределения влажности связана с пространственным усреднением принимаемого излучения. Заметим, что поскольку в окрестности используемых углов зондирования (см. ниже) зависимости как яркостной температуры, так и ее вариаций носят монотонный характер, ошибка измерения из-за усреднения по ширине

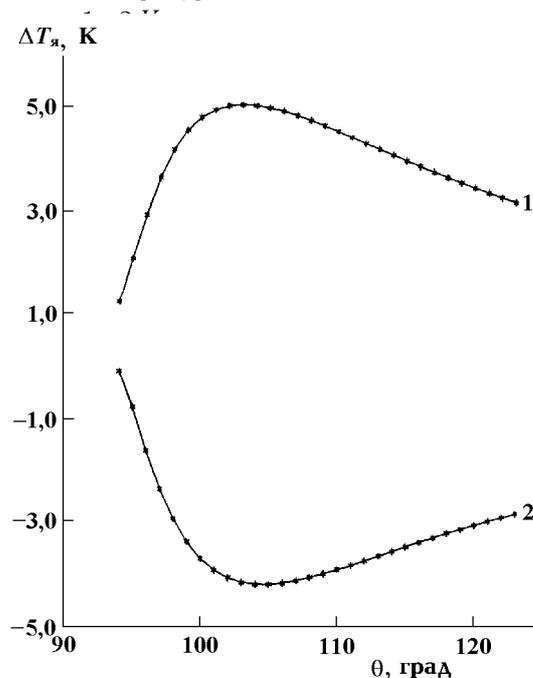


Рис. 6

диаграммы направленности даже для антенны диаметром 10 см не превышает $0,1 \div 0,2$ К. При этом не происходит заметного ухудшения точности восстановления высотного профиля удельной влажности (при использованной в модели погрешности $\delta T_p \approx 0,5 \div 1$ К), хотя линейные размеры области пространственного разрешения меняются в этом случае для приземных слоев атмосферы в пределах $5 \div 15$ км в зависимости от угла зондирования. Кроме того, влияние диаграммы направленности антенны на точность измерения яркостной температуры может быть учтено стандартными методами (например введением весовой гауссовой функции при интегрировании сигнала), однако этот вопрос имеет скорее технический, чем физический характер и поэтому не рассматривается в данной работе, тем более, что в ней отсутствует жесткая привязка к какому-либо определенному проекту.

3. ОБРАТНАЯ ЗАДАЧА

Задача восстановления высотного профиля удельной влажности из дистанционных радиометрических измерений представляет собой нелинейную некорректную задачу, поэтому в качестве исходного уравнения используется уравнение для вариаций яркостной температуры δT_y , которые можно определить как разность между текущим и средним значениями.

В настоящее время получены строгие выражения для вариаций яркостной температуры при наземном зондировании и зондировании с ИСЗ в надир [12]. По аналогии с этими результатами в работе получены выражения для вариаций яркостной температуры в случае приема микроволнового излучения внутри атмосферы при зондировании ниже горизонта:

$$\begin{aligned} \delta T_y = & \int_0^{h_0} \delta \rho(z) \gamma_{в.п.}(z) [T(z) - T_y^\uparrow(z)] \exp \left[- \int_z^{h_0} \bar{\gamma}(z') \frac{dz'}{\eta_0(\theta, z')} \right] \frac{dz}{\eta_0(\theta, z)} + \\ & + R(\theta) \exp \left[- \int_0^{h_0} \bar{\gamma}(z) \frac{dz}{\eta_0(\theta, z)} \right] \int_0^H \delta \rho(z) \gamma_{в.п.}(z) [T(z) - T_y^\downarrow(z)] \times \\ & \times \exp \left[- \int_0^z \bar{\gamma}(z') \frac{dz'}{\eta_0(\theta, z')} \right] \frac{dz}{\eta_0(\theta, z)}. \end{aligned} \quad (1)$$

Выражение (1) получено для известных высотного распределения температуры $T(z)$ и энергетического коэффициента отражения $R(\theta)$. По этой причине в нем отсутствуют члены, описывающие вариации этих величин. В (1) $\bar{\gamma}(z)$ — среднее значение суммарного коэффициента поглощения атмосферы на высоте z , $T_y^\uparrow(z)$ и $T_y^\downarrow(z)$ — яркостные температуры соответственно уходящего и нисходящего радиоизлучения на уровне z , $\gamma_{в.п.}(z)$ — значения удельного коэффициента поглощения водяного пара, $\delta \rho(z) = \rho(z) - \bar{\rho}(z)$ — вариация абсолютной влажности, $\eta_0(\theta, z) = \sqrt{1 - \{[n(r_0 + h_0)/n(r_0 + z)] \sin \theta\}^2}$, $n(r)$ — показатель преломления воздуха.

Решение обратной задачи восстановления удельной влажности осуществлялось по замкнутой схеме: данные радиометрического эксперимента численно моделировались на ПЭВМ с учетом случайной нормально распределенной погрешности δT_p .

На основании выражений, связывающих соответствующие характеристики влажности, интегральное уравнение (1) для вариаций удельной влажности $\delta q(z)$ можно записать в общем виде:

$$\delta T_y = \int_0^{h_0} \delta q(z) W(z) dz, \quad (2)$$

где $W(z)$ — весовая функция интегрального уравнения. На рис. 7 приведены высотные зависимости весовых функций интегрального уравнения (2) для набора из шести углов зондирования $\theta = 94,5; 95, 96; 98; 100; 105^\circ$ (кривые 1–6 соответственно). Как видно из рис. 7, дальнейшее увеличение угла зондирования практически не дает дополнительной информации для восстановления. Ниже приведены результаты восстановления высотного распределения влажности из измерений яркостной температуры, моделируемых при приведенных зенитных углах.

Конечно-разностной аппроксимацией уравнение (2) сводится к системе алгебраических уравнений [13]:

$$\mathbf{A} \delta \mathbf{q} = \delta \mathbf{T}_я. \quad (3)$$

Система уравнений (3) решалась методом статистической регуляризации с использованием итераций. Выражение для восстановленных значений удельной влажности (вектор удельной влажности) имеет следующий вид [13]:

$$\mathbf{q} = \bar{\mathbf{q}} + \mathbf{B}_{qq} \mathbf{A}^T (D\mathbf{I} + \mathbf{A} \mathbf{B}_{qq} \mathbf{A}^T)^{-1} \delta \mathbf{T}_я. \quad (4)$$

В (4) \mathbf{A}^T — транспонированная матрица системы уравнений (3), D — среднеквадратичная ошибка измерений яркостной температуры $T_я$, \mathbf{I} — единичная матрица, \mathbf{B}_{qq} — корреляционная матрица удельной влажности.

При первой итерации для расчета значений $T_я^\uparrow(z)$ и $T_я^\downarrow(z)$ используются средние значения удельной влажности. В каждой следующей итерации для расчета этих величин используются восстановленные на предыдущем шаге значения удельной влажности. Одной из особенностей метода статистической регуляризации является возможность оценки ожидаемой среднеквадратичной ошибки σ_0 определения искомой величины:

$$\sigma_0 = \text{Tr} \left[(\mathbf{B}_{qq}^{-1} + \mathbf{A}^T (D\mathbf{I})^{-1} \mathbf{A})^{-1} \right] / L, \quad (5)$$

где оператор Tr означает суммирование диагональных элементов соответствующей матрицы, L — количество высотных уровней, на которых восстанавливаются профили удельной влажности.

Из численных экспериментов с использованием ансамбля метеоданных следует, что восстановление профилей удельной влажности дает лучшие результаты, чем прогноз этих профилей методом статистической экстраполяции с привязкой к значениям влажности на высоте дрейфа аппарата. Характерные примеры восстановления удельной влажности приведены на рис. 8, 9. На этих рисунках сплошные кривые обозначают зондовые значения удельной влажности, принимаемые за искомые профили, штриховые линии — статистически экстраполированные профили, пунктирные линии — восстановленные значения удельной влажности.

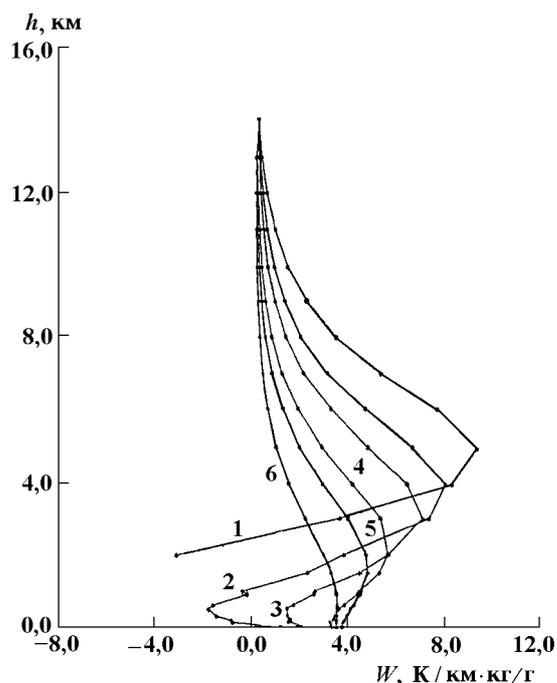


Рис. 7

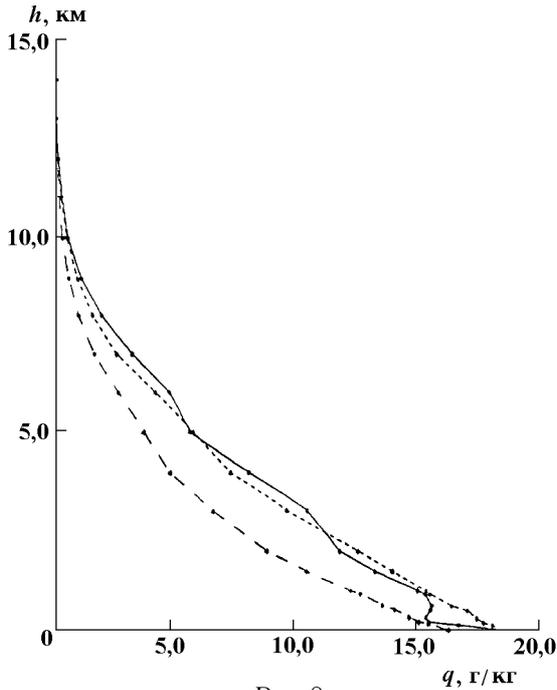


Рис. 8

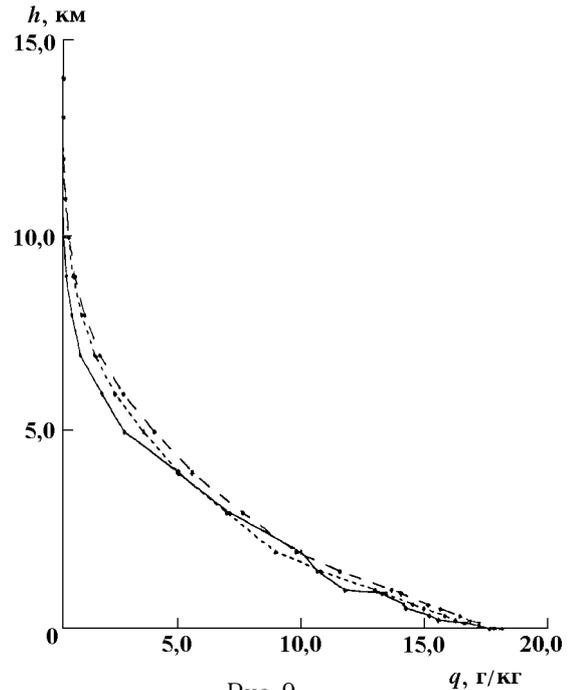


Рис. 9

Итерационный процесс повышает точность восстановления влажности. Количество итераций, которое целесообразно использовать при решении поставленной обратной задачи, с учетом заданной погрешности измерений δT_p , не превышает 3÷4. Для оценки точности восстановления профиля влажности при каждой итерации вычислялась среднеквадратичная погрешность восстановления на различных уровнях:

$$\sigma_q^b(h) = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N [q_i(h) - q_i^{зонд}(h)]^2}, \tag{6}$$

где $q_i(h)$ — восстановленное значение удельной влажности, $q_i^{зонд}(h)$ — зондовое значение удельной влажности, N — количество реализаций зондовых данных. Среднеквадратичная погрешность статистической экстраполяции оценивалась следующим образом:

$$\sigma_q^э(h) = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N [q_i^э(h) - q_i^{зонд}(h)]^2}, \tag{7}$$

где $q_i^э(h)$ — экстраполированные профили влажности.

На рис. 10 представлены значения среднеквадратичной погрешности восстановления для первых трех итераций (кривые 1–3) в сопоставлении со среднеквадратичной погрешностью статистической экстраполяции высотного распределения удельной влажности (кривая 4). Полученные результаты свидетельствуют, что среднеквадратичные погрешности восстановления для каждой итерации на всех выбранных высотных уровнях в 1,5÷2 раза меньше погрешности оптимальной статистической экстраполяции. Климатические вариации высотного распределения удельной влажности изменяются приблизительно от 3,81 до 0,01 г/кг и примерно в 2 раза больше погрешностей экстраполированных значений влажности. Отметим, что при моделировании радиометрического эксперимента с точностью измерений $\delta T_p = 0,5$ К погрешность восстановления близка к представленным выше значениям (они получены при $\delta T_p = 1$ К). Улучшение точности восстановления заметно на высотах $h \leq 1$ км и составляет около 1 %.

В работе выполнены оценки ожидаемой среднеквадратичной ошибки метода статистической регуляризации в соответствии с формулой (5). Установлено, что для $\delta T_p = 0,5$ К указанная погрешность

$\sigma_0 \approx 0,48$ г/кг, а для $\delta T_p = 1$ К погрешность $\sigma_0 \approx 0,55$ г/кг. Отметим, что полученная в численных экспериментах средняя по уровням высот ошибка восстановления близка к этим величинам и составляет около 0,66 г/кг.

Одной из проблем, возникающих при практической реализации восстановления характеристик влажности из радиометрических измерений в окнах прозрачности водяного пара, является адаптация моделей молекулярного поглощения к результатам конкретных измерений, связанная с расхождением теоретических и экспериментальных данных по $\gamma_{в.п.}$. Успех решения этой проблемы определяет принципиальные возможности восстановления профиля влажности, т. к. от точности задания коэффициента $\gamma_{в.п.}$ существенно зависит точность ядра интегрального уравнения (2) и, следовательно, точность решения обратной задачи. Характерные способы адаптации моделей поглощения на примере наземных радиометрических измерений рассмотрены в [4]. Поэтому здесь мы не касаемся подобных вопросов. Важно отметить лишь то, что при успешном решении проблемы адаптации моделей поглощения использование изложенной в данной статье методики окажется эффективным для получения физической информации о влагосодержании атмосферы.

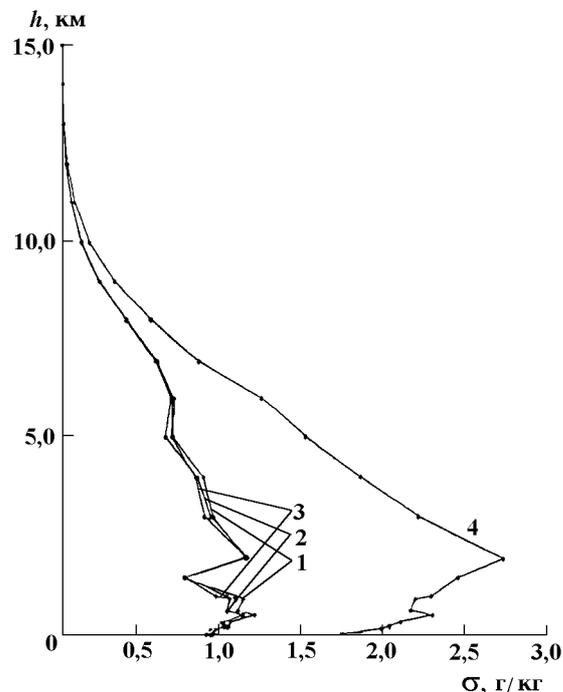


Рис. 10

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе осуществлено численное моделирование радиометрического эксперимента на длине волны $\lambda = 3,2$ мм для высоты полета воздушного шара $h_0 \approx 15$ км и зенитных углов визирования $60 \div 120^\circ$, решены прямая и обратная задачи радиометрического зондирования, выполнено сравнение точности восстановления и точности оптимальной статистической экстраполяции профиля удельной влажности на высотах $h \leq 15$ км.

Показано, что погрешность восстановления в 1,5–2 раза меньше погрешности статистической экстраполяции влажности, что свидетельствует об эффективности решения соответствующей обратной задачи в рассмотренной геометрии зондирования.

ЛИТЕРАТУРА

1. Gannon R. // Popular Science. 1996. № 5. P. 53.
2. Коротков В. К., Орлова О. О., Рассадовский В. А., Синенко А. С. // Тез. докл. Всесоюзной НТК. — Л., 1988.
3. Наумов А. П. // Труды 1-й Всесоюзной школы-симпозиума по распространению миллиметровых и субмиллиметровых волн в атмосфере. — М.: ИРЭ АН СССР, 1983. С. 21.
4. Наумов А. П., Ошарина Н. Н. // Изв. РАН. Сер. Физика атмосферы и океана. 1999. Т. 35, № 6. С. 762.
5. Наумов А. П., Ошарина Н. Н. // Исследование Земли из космоса. 1998. № 6. С. 16.
6. Степаненко В. Д., Шукин Г. Г., Бобылев А. П., Матросов С. Ю. Радиотеплолокация в метеорологии. — Л.: Гидрометеоиздат, 1987. — 283 с.
7. Башаринов А. Е., Гурвич А. С., Егоров С. Т. Радиоизлучение Земли как планеты. — М.: Наука, 1974. — 188 с.
8. Ulaby T. F., Moore K. R., Fung A. K. // Microwave remote sensing: Active and passive III. USA: Artch House Inc., 1986. P. 1379.
9. Rozenkranz Ph. W. // IEEE Trans. on Antennas and Propagat. 1975. V. AP-23, № 4. P. 498.
10. Шутко А. М. СВЧ-радиометрия водной поверхности и почвогрунтов. — М.: Наука, 1996. — 190 с.
11. Наумов А. П., Рассадовский В. А. // Изв. АН СССР. Сер. Физика атмосферы и океана. 1978. Т. 14, № 7. С. 716.
12. Маркина Н. Н., Наумов А. П., Сумин М. И. // Радиотехника и электроника. 1985. Т. 30, № 5. С. 851.
13. Турчин В. Ф., Козлов В. П., Малкевич М. С. // УФН. 1970. Т. 102, вып. 3. С. 345.

Научно-исследовательский
радиофизический институт,
г. Н. Новгород, Россия

Поступила в редакцию
7 апреля 1999 г.

**ON SOME CAPABILITIES OF THE MICROWAVE REMOTE SENSING
OF THE ATMOSPHERE FROM DRIFTING VEHICLES**

Yu. I. Belov, Sh. D. Kitai, A. P. Naumov, V. A. Rassadovsky, and M. Yu. Yablokov

We study physical conditions of the radiometric sensing of the humidity height profiles in the 3-mm atmospheric window (a nontraditional spectral region for such problems) from a balloon drifting at a tropopause height. The inverse problem is solved and the accuracy of the humidity-profile reconstruction is discussed.

ВКЛАД КРУТЫХ НЕРОВНОСТЕЙ В РАДИОЯРКОСТНУЮ ТЕМПЕРАТУРУ ОКЕАНА

Ю. А. Кравцов¹, А. Н. Чурюмов²

Предложен новый механизм изменения яркостной температуры океана, обусловленный вкладом крутых мезомасштабных волн, и оценён вклад таких волн в яркостную температуру океана. При оценках крутая волна моделировалась наклонной площадкой. Оценки показали, что при настильных углах наблюдения изменение радиояркостной температуры, вызванное наличием крутых неровностей, может достигать нескольких градусов Кельвина. При наблюдении с близкого расстояния при настильных углах зависимость яркостной температуры будет иметь всплески, аналогичные тем, что наблюдаются при обратном рассеянии. Эти всплески вызваны попаданием обрушивающихся волн в область наблюдения.

ВВЕДЕНИЕ

Исследования последнего времени указывают на существенную роль заостренных обрушивающихся волн в обратном рассеянии радиоволн X -диапазона [1–4]. Настоящая работа призвана показать, что обрушивающиеся мезомасштабные волны могут также дать заметный вклад в радиояркостную температуру океана. Мы проиллюстрируем этот новый эффект на основе простой модели крутых неровностей в виде наклонной площадки.

В настоящее время известны два механизма формирования радиотеплового излучения океана. Первый, нерезонансный механизм связан с влиянием уклонов крупномасштабных волн на поглощательные свойства поверхности [5–8]. Этот механизм позволяет объяснить отличие ΔT_V яркостной температуры океана от яркостной температуры ровной поверхности, составляющее порядка нескольких градусов Кельвина. Однако нерезонансный механизм далеко не полностью объясняет наблюдаемую анизотропию теплового излучения. Оказалось, что азимутальная зависимость микроволнового излучения океана обусловлена не только (и даже не столько) изменениями уклонов крупномасштабной компоненты волнения (нерезонансный механизм), но также и резонансными эффектами, возникающими при определенном соотношении между длиной электромагнитного излучения λ и длиной гравитационно-капиллярной волны Λ . Такие резонансные эффекты, теоретически предсказанные в работе [9] и экспериментально обнаруженные в работе [10], получили название «критических явлений». Резонансные явления связаны с существованием тепловых поверхностных электромагнитных волн, распространяющихся вдоль границы вода—воздух. Такие волны не обнаруживают себя, пока водная поверхность плоская. Однако при наличии мелкомасштабных гравитационно-капиллярных возмущений с длиной волны $0,5 \div 5,0$ см поверхностные электромагнитные волны сантиметрового диапазона могут трансформироваться в объемные распространяющиеся моды благодаря дифракции на поверхностной решетке, образуемой мелкомасштабным волнением.

Ни один из упомянутых механизмов не описывает эффекты, связанные с наличием на поверхности моря мезомасштабных (высотой $10 \div 20$ см) крутых заостренных волн. Такие волны порождают два новых эффекта. Во-первых, крутые волны вызывают дополнительное поглощение электромагнитного излучения, рассеянного на заостренной кромке волны, при его вторичном отражении от водной поверхности (рис. 1а). Здесь имеется в виду рассеяние вспомогательных

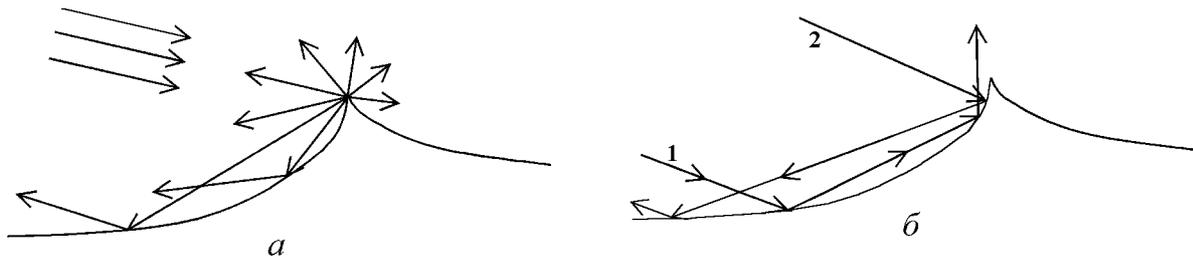


Рис. 1 Механизмы дополнительного поглощения, связанные с крутыми заостренными волнами: а — поглощение краевых волн, образующихся на кромке заостренной волны; б — увеличение поглощения, обусловленное двукратным отражением лучей. Цифрами 1 и 2 обозначены лучи, испытывающие двойное отражение

волн, привлеченных для расчета поглощения в соответствии с законом Кирхгофа, согласно которому интенсивность излучения поверхности пропорциональна ее поглощательной способности. Во-вторых, крутые волны делают возможным двойное отражение вспомогательной падающей волны (рис. 1б), что приводит к усилению поглощения и, как следствие, к увеличению яркостной температуры.

Оценим относительный вклад этих двух эффектов. Краевая рассеянная волна формируется вблизи вершины морской волны в области, размер которой сравним с длиной волны λ электромагнитного излучения. Область, в которой имеет место двукратное отражение, имеет размер порядка высоты h обрушивающейся волны. Для рассматриваемого нами случая радиоволн X-диапазона ($\lambda \sim 3$ см) и крутых волн высотой порядка 10 см [1–4] это означает, что отношение вклада краевой волны к вкладу двойного отражения, оцениваемое как λ/h , мало. Поэтому в дальнейшем мы ограничимся рассмотрением только эффекта двойного отражения.

Отметим, что оценки влияния переотражений на яркостную температуру излучения океана уже делались в работе [11], где было показано, что их вклад для морской поверхности невелик. Однако в работе [11] спектр волнения предполагался гауссовым, что несправедливо при наличии обрушений. Ни спектр волнения, который учитывал бы обрушения волн, ни его зависимость от состояния поверхности и внутренних волн нам не известны. Поэтому более продуктивным для учета крутых неровностей нам представляется подход, основанный не на полном знании спектра волнения, а на расчете излучения отдельных обрушающихся волн и последующем усреднении.

ОЦЕНКИ ЯРКОСТНОЙ ТЕМПЕРАТУРЫ ТЕПЛОвого ИЗЛУЧЕНИЯ В МОДЕЛИ КРУТОЙ ВОЛНЫ В ВИДЕ НАКЛОННОЙ ПЛОЩАДКИ

Яркостная температура равновесного теплового излучения морской поверхности в соответствии с законом Кирхгофа определяется по формуле

$$T_B = AT,$$

где A — коэффициент поглощения поверхности для данной поляризации, T — физическая температура океана. Нас будет интересовать не сама яркостная температура, а ее изменение, вызванное наличием крутой неровности,

$$\Delta T_B = T_B - T_B^0,$$

где T_B^0 — яркостная температура идеально ровной поверхности для данной поляризации.

Коэффициент поглощения определяется как отношение поглощенной энергии к падающей:

$$A = \frac{\int \mathbf{s} \, df}{|\mathbf{S}_0| F_{\perp}}, \tag{1}$$

где \mathbf{S} обозначает вектор Пойнтинга на поверхности воды, \mathbf{S}_0 — вектор Пойнтинга падающей волны, $d\mathbf{f} = \mathbf{n} df$ — элемент поверхности жидкости, \mathbf{n} — нормаль к поверхности, направленная в воду, F_{\perp} — площадь поперечного сечения падающей волны (см. рис. 2). В числителе (1) записан поток энергии в воду; интегрирование ведется по части поверхности, освещенной рассматриваемым пучком радиоизлучения. Морская вода является хорошим проводником, что позволяет нам воспользоваться граничным условием Леонтовича и переписать (1) в виде

$$A = \frac{1}{F_{\perp}} \operatorname{Re} [\sqrt{\varepsilon}] \int \frac{|\mathbf{E}_t|^2}{|\mathbf{E}_0|^2} df = \frac{1}{F_{\perp}} \operatorname{Re} \left[\frac{1}{\sqrt{\varepsilon}} \right] \int \frac{|\mathbf{H}_t|^2}{|\mathbf{H}_0|^2} df, \quad (2)$$

где \mathbf{E}_t и \mathbf{H}_t обозначают тангенциальные компоненты соответственно электрического и магнитного полей у поверхности воды, а \mathbf{E}_0 и \mathbf{H}_0 — электрическое и магнитное поля падающей волны.

Расчет коэффициента поглощения проведем для модели обрушивающейся волны в виде наклонной площадки, изображенной на рис. 2. Эта модель, хотя и нереалистична, но отражает две основные особенности обрушивающихся волн: крутизну переднего фронта и возможность зеркальных переотражений. Для простоты мы рассматриваем двумерную задачу и считаем, что площадка движется по направлению к наблюдателю. Угол наклона фронта волны обозначим α , ее высоту — h .

Как видно из рис. 2, наличие крутой неровности делает возможным двукратное отражение вспомогательной волны, что приводит к увеличению коэффициента поглощения и, как следствие, яркостной температуры.

Как уже было отмечено, вклад краевых эффектов пренебрежимо мал, поэтому для расчетов мы воспользуемся представлениями физической оптики. Тогда тангенциальная компонента электрического поля на горизонтальной поверхности воды в случае горизонтальной поляризации (когда вектор \mathbf{E}_0 параллелен поверхности океана) равна

$$\mathbf{E}_t = \mathbf{E}_0 [1 + R_h(\gamma)] + \mathbf{E}_0 \theta(\gamma + 2\alpha - \pi) R_h(\pi - \alpha - \gamma) [1 + R_h(\gamma + 2\alpha - \pi)] \exp[ikl(1 + \cos(2\gamma + 2\alpha - \pi))].$$

Здесь $R_h(\gamma)$ — френелевский коэффициент отражения для волны с горизонтальной поляризацией, зависящий от угла скольжения γ , отсчитываемого от поверхности, l — расстояние между двумя точками отражения (одна точка лежит на крышке волны, а вторая — на горизонтальной поверхности перед волной), $k = 2\pi/\lambda$. Функция Хэвисайда θ введена здесь для учета того, что волна, отраженная от фронта обрушивающейся волны, может и не отразиться второй раз от горизонтальной поверхности воды, если угол скольжения γ достаточно мал. Аналогично на наклонной поверхности

$$\mathbf{E}_t = \mathbf{E}_0 [1 + R_h(\alpha + \gamma)] + \mathbf{E}_0 R_h(\gamma) [1 + R_h(\alpha - \gamma)] \exp[ikl(1 - \cos 2\gamma)].$$

В этом случае двукратное отражение имеет место при любом угле скольжения. В случае вертикальной поляризации аналогичные формулы могут быть написаны для \mathbf{H}_t .

Вышеприведенные значения полей на поверхности океана должны быть подставлены в интеграл в (2). При этом интегрирование в (2) следует проводить по наклонной поверхности и по той части горизонтальной поверхности, на которую помимо падающего излучения попадает и излучение, отраженное от фронта морской волны. Для получения изменения коэффициента поглощения ΔA , связанного с наличием крутых неровностей, из полученного интеграла следует вычесть коэффициент поглощения для

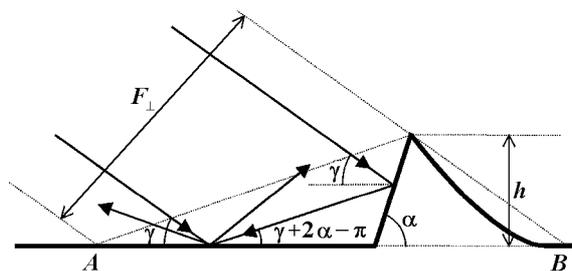


Рис. 2. Модель крутой волны в виде наклонной площадки

ровной поверхности, на которую попадали бы лучи, падающие на область предыдущего интегрирования (на рис. 2 это область между точками A и B).

Вычисления приводят к следующему результату. Изменение яркостной температуры, вызванное наличием крутых неровностей, составляет

$$\Delta T_{\text{Вh}} = T \frac{n}{\sin \gamma} \Delta W_{\text{h}} \operatorname{Re} \sqrt{\varepsilon} \quad (3)$$

для горизонтальной поляризации и

$$\Delta T_{\text{Вv}} = T \frac{n}{\sin \gamma} \Delta W_{\text{v}} \operatorname{Re} \frac{1}{\sqrt{\varepsilon}} \quad (4)$$

для вертикальной поляризации. Здесь n — линейная плотность крутых волн (их количество на единицу длины), ε — диэлектрическая проницаемость морской воды,

$$\begin{aligned} \Delta W_{\text{h,v}} = & \frac{h}{\sin \alpha} [|1 + R_{\text{h,v}}(\alpha + \gamma)|^2 + |R_{\text{h,v}}(\gamma)|^2 |1 + R_{\text{h,v}}(\alpha - \gamma)|^2 - \\ & - \frac{h \sin(\alpha + \gamma)}{\sin \alpha} \left[\frac{|1 + R_{\text{h,v}}(\gamma)|^2}{\sin \gamma} + \theta(\gamma + 2\alpha - \pi) \frac{|1 + R_{\text{h,v}}(\gamma + 2\alpha - \pi)|^2}{\sin(\gamma + 2\alpha)} |R_{\text{h,v}}(\alpha + \gamma)|^2 \right], \end{aligned} \quad (5)$$

где $R_{\text{h,v}}(\gamma)$ обозначает френелевский коэффициент отражения для соответствующей поляризации, зависящий от угла скольжения γ . В окончательных выражениях опущены члены порядка λ/h , возникающие при вычислении интегралов в окрестности границ интервала интегрирования.

На рис. 3а приведены построенные по формулам (3)–(5) графики зависимости приращения яркостной температуры от угла скольжения для поверхности воды, покрытой модельными волнами высотой $h = 10$ см с плотностью $n = 0,01 \text{ м}^{-1}$ (к сожалению, экспериментальные данные о характерных значениях плотности обрушений отсутствуют; значение n выбрано на основании оценок, сделанных в [1]). Сплошные кривые соответствуют вертикальной поляризации падающего излучения, штриховые — горизонтальной. Цифрой 1 помечены кривые для угла наклона площадки $\alpha = 90^\circ$, цифрой 2 — для $\alpha = 60^\circ$. Из графиков видно, что при настильных углах наблюдения приращение яркостной температуры может оказаться существенным, особенно на горизонтальной поляризации. На вертикальной поляризации поглощение на ровной поверхности увеличивается при углах наблюдения, близких к углу Брюстера (около 7° для выбранного значения диэлектрической проницаемости). Поэтому добавление наклоненной площадки или ничего существенно не добавляет (как при $\alpha = 90^\circ$), или заставляет часть лучей отражаться от фронта волны при углах, далеких от угла Брюстера, уменьшая тем самым поглощение и яркостную температуру. Последнее объясняет возникновение отрицательных приращений $\Delta T_{\text{Вv}}$ для волн с $\alpha = 60^\circ$ при углах, близких к углу Брюстера.

Отметим, что при стремлении угла скольжения к нулю приращение яркостной температуры отнюдь не стремится к бесконечности, как это следует из формул (3) и (4). Рост $\Delta T_{\text{В}}$ при $\gamma \rightarrow 0$ ограничен возможностью взаимного затенения крутых волн, которое начинается при угле скольжения $\gamma \sim 2nh$.

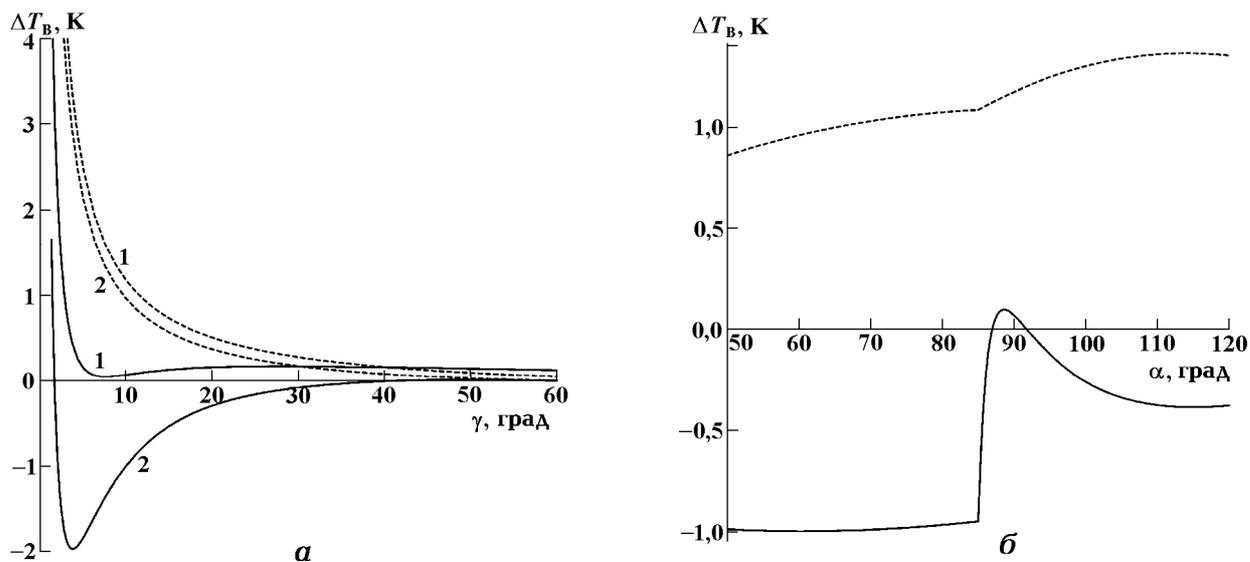


Рис. 3 а — графики зависимости приращения яркостной температуры от угла скольжения γ . Цифрой 1 помечены зависимости для угла наклона фронта волны $\alpha = 90^\circ$, цифрой 2 — для $\alpha = 60^\circ$. б — графики зависимости приращения яркостной температуры от угла наклона α фронта волны при $\gamma = 10^\circ$. Все графики построены для высоты волн $h = 10$ см, их линейной плотности $n = 0,01 \text{ м}^{-1}$ и диэлектрической проницаемости морской воды $\epsilon = 49,32 + 39,53i$ (для длины волн падающего излучения 3,2 см, температуры воды 10°C и солености 35 ‰ [12]). Сплошные кривые соответствуют вертикальной поляризации, штриховые — горизонтальной

На рис. 3б представлены построенные по формулам (3)–(5) графики зависимости приращения яркостной температуры от угла наклона α фронта волны при угле скольжения $\gamma = 10^\circ$. Из рис. 3б видно, что обе кривые имеют излом, соответствующий углу α , при котором становится возможным вторичное отражение (от горизонтальной поверхности) той волны, которая ранее испытала отражение от наклоненной площадки. На горизонтальной поляризации ΔT_B лишь медленно уменьшается с уменьшением α , тогда как на вертикальной поляризации при углах наклона площадки, заметно отличающихся от 90° , приращение яркостной температуры становится отрицательным благодаря исчезновению эффекта Брюстера для части падающей волны.

Из рис. 3а видно, что приращение яркостной температуры, вызванное наличием крутых обрушивающихся волн, наиболее существенно при настильных углах наблюдения. Однако при таких углах рассеяние морской поверхностью электромагнитного излучения небосвода (подсветка) дает значительное приращение яркостной температуры (расчеты проводились по формулам работы [13] и дают яркостную температуру атмосферы, равную 9 К при длине волны $\lambda = 3$ см и скользящем угле $\gamma = 5^\circ$). Поэтому при выбранных нами оценочных значениях плотности и размерах обрушивающихся волн их влияние будет незначительным на фоне вклада от рассеяния излучения небосвода. Между тем, если линейный размер области, видимой радиометром, сделать достаточно малым, то в формулах (3) и (4) под n следует понимать ее обратный размер. Тогда при попадании в эту область хотя бы одного обрушения приращение яркостной температуры будет резко возрастать и может оказаться заметным на фоне подсветки. Например, если линейный размер видимой радиометром области вдоль луча зрения составляет 10 м, то приращения яркостных температур на рис. 3 следует увеличить в 10 раз, при этом влияние обрушений будет заметно даже при достаточно больших углах скольжения. Поэтому при наблюдении с близкого расстояния (например с корабля или пирса) зависимость яркостной температуры от времени будет испытывать резкие всплески при попадании одиночных обрушивающихся волн в область, видимую радиометром. Это явление аналогично хорошо известным всплескам обратно рассеянного

сигнала [14, 15], которые также возникают при попадании крутых волн в наблюдаемую область.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, крутые мезомасштабные неровности на поверхности океана могут оказать заметное влияние на яркостную температуру его теплового излучения при настильных углах наблюдения в условиях, когда направление визирования противоположно направлению движения крутых волн. При наблюдении с близкого расстояния появление обрушений может приводить к всплескам наблюдаемой радиояркостной температуры, когда хотя бы одна обрушивающаяся волна попадает в площадку, видимую радиометром. Однако при наблюдении больших участков моря, в которые попадает много крутых волн, их вклад в яркостную температуру не столь заметен при той плотности обрушений, которая использовалась нами для оценок.

Указанный эффект необходимо учитывать также при интерпретации радиометрических измерений. В частности, обсуждаемый эффект ограничивает потенциальную точность радиометрической спектрометрии, т. е. задач восстановления спектра мелкомасштабной компоненты волнения из радиометрических данных [16]. Анизотропия теплового излучения крутых волн является фактором, который позволяет судить о преимущественном направлении их движения, которое часто совпадает с направлением ветра. Отметим еще, что тепловое излучение крутых волн может служить индикатором внутренних волн в океане, так как внутренние волны стимулируют обрушения мезомасштабных поверхностных волн [1, 2, 17].

Авторы признательны Ю. Г. Трохимовскому за ценные советы, а также Российскому фонду фундаментальных исследований (грант № 98–02–16217), Федеральной целевой программе «Интеграция» (грант № А0029/99) и программе по фундаментальным исследованиям в области авиационной и ракетно-космической техники (грант № 98–1717), частично поддержавшим выполнение данной работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кравцов Ю. А., Митягина М. И., Чурюмов А. Н. // Изв. вуз. Радиофизика. 1999. Т. 42, № 3. С. 240.
2. Churyumov A. N., Kravtsov Yu. A., Litovchenko K. Ts., Mityagina M. I. // Proc. Intern. Conf. Math. Methods in Electromagnetic Theory (June 2–5, 1998, Kharkov, Ukraine). 1998. P. 889.
3. Кравцов Ю. А., Митягина М. И., Чурюмов А. Н. // Изв. РАН. Серия физическая. 1999. Т. 63, № 12. С. 2404.
4. Churyumov A. N., Kravtsov Yu. A. // Waves in Random Media. 2000. V. 10, № 1. (in press)
5. Stogryn A. // IEEE Trans. Antennas Propag. 1967. V. AP-15, № 2. P. 278.
6. Hollinger J. P. // IEEE Trans. Geosci. Electr. 1971. V. GE-9(3). P. 165.
7. Wu S. T., Fung A. K. // J. Geophys. Res. 1972. № C-77. P. 5917.
8. Gasiewski A. J., Kunkee D. B. // Radio Science. 1994. V. 29, № 6. P. 1449.
9. Кравцов Ю. А., Мировская Е. А., Попов А. Е., Троицкий И. А., Эткин В. С. // Изв. АН СССР. Сер. Физика атмосферы и океана. 1978. Т. 14, № 7. С. 733.
10. Эткин В. С., Ворсин Н. Н., Кравцов Ю. А. и др. // Изв. вуз. Радиофизика. 1978. Т. 21, № 3. С. 454.
11. Михайлова Д. В., Фукс И. М. // Радиотехника и электроника. 1993. № 6. С. 1016.
12. Райзер В. Ю., Черный И. В. Микроволновая диагностика поверхностного слоя океана. — СПб.: Гидрометеиздат, 1994.
13. Liebe H. J. // Intern. J. Infrared and Millimeter Waves. 1989. V. 10, № 10. P. 631.
14. Kalmykov A. I., Pustovoytenko V. V. // J. Geophys. Res. 1976. V. 81, № 12. P. 1960.

15. Lee P. H. Y., Barter J. D., Beach K. L., Hindman C. L., Lake B. M., Rungaldier H., Shelton J. C., Williams A. B., Yee R., Yuen H. C. // *J. Geophys. Res.* 1995. V. 100, № C-2. P. 2591.
16. Трохимовский Ю. Г. // *Исследование Земли из космоса.* 1997. № 1. С. 39.
17. Кравцов Ю. А., Кузьмин А. В., Лаврова О. Ю., Митник Л. М., Митягина М. И., Сабинин К. Д., Трохимовский Ю. Г. // *Исследование Земли из космоса.* 1997. № 6. С. 43.

¹ Институт космических исследований РАН и Центр космических исследований Польской академии наук;

² Московский педагогический государственный университет, г. Москва, Россия

Поступила в редакцию
8 июня 1999 г.

EFFECT OF STEEP WAVES ON THE RADIO BRIGHTNESS TEMPERATURE OF THE OCEAN

Yu. A. Kravtsov and A. N. Churyumov

We propose a new mechanism changing the brightness temperature of the ocean due to the effect of steep mesoscale waves. The contribution of such waves to the brightness temperature is estimated assuming that a steep wave is modeled by a skewed facet. The results show that the steep waves give rise to an increase in the brightness temperature at low grazing angles, which amounts to several kelvins. The temporal dependence of the brightness temperature measured at low grazing angles from a close distance should exhibit spikes similar to those observed in the backscattered signals. The spikes appear when the breaking waves enter the observed area.

УДК 524.1:550.383

ПРИНЦИПЫ ПОСТРОЕНИЯ ГОЛОГРАФИЧЕСКОГО ПОДПОВЕРХНОСТНОГО РАДАРА

В. В. Копейкин, А. В. Попов

В работе обсуждается принципиальная схема и варианты алгоритмов обработки сигналов голографического подповерхностного радара. Рассматривается модельный пример голографического изображения дискретного точечного рассеивателя. Приводится оценка уровня рассеянного сигнала в задаче подповерхностного радиозондирования.

ВВЕДЕНИЕ

Подавляющее большинство радиолокаторов подповерхностного зондирования — георадаров — используют в качестве зондирующего сигнала короткий импульс без несущей, имеющий всего несколько осцилляций. Полоса частот такого импульса может лежать в диапазоне от единиц мегагерц до десятков гигагерц. Как правило, георадары используют слабонаправленные антенны, а положение рассеивающего объекта определяется по задержке отраженного сигнала при той или иной схеме сканирования. По полосе используемых частот георадары можно разделить на низкочастотные (1 ÷ 50 МГц), среднечастотные (50 ÷ 500 МГц) и высокочастотные (выше 500 МГц). Каждый из этих классов радаров имеет свою область применимости [1].

Низкочастотные радары характеризуются большой глубиной зондирования (до сотен метров), но плохим разрешением по глубине (от десятков сантиметров до метров). Основная область их применения — геология.

Среднечастотные радары позволяют производить зондирование на глубину от единиц до десятков метров, имея разрешение от единиц до десятков сантиметров. Эти параметры позволяют широко использовать их в самых различных областях: инженерной геологии, археологии, экологических исследованиях, городском хозяйстве и т. д. [2, 3].

Высокочастотные радары имеют максимальное разрешение (от сантиметров до миллиметров), но незначительную глубину зондирования, которая, как правило, не превышает нескольких десятков сантиметров. Они могут быть использованы для контроля дорожных покрытий, поиска арматуры в железобетонных стенах и т. п.

Все перечисленные типы георадаров используют антенные системы, которые располагаются в непосредственной близости от зондируемой поверхности, чаще всего просто кладутся на нее. Помимо чисто практических сложностей (трудность позиционирования на местности, возможная опасность сканирования) такая «близорукость» георадара приводит к ряду принципиальных проблем:

1) диаграмма направленности радара становится неконтролируемой и сильно зависит от параметров подстилающей поверхности;

2) изменение свойств среды в ближней зоне антенны влияет на ее входные характеристики, что приводит к невозможности согласовать выходные цепи приемника и передатчика с антенной по электрическим параметрам;

3) в ближней зоне антенны пространственное разрешение радара определяется не длиной волны, а апертурой антенны. Здесь возникает противоречие по обеспечению максимального разрешения в ближней и дальней зонах.

В низкочастотных и среднечастотных радарах с таким положением вещей приходится мириться, поскольку невозможно использовать другие типы антенн из-за их физической нереализуемости по габаритам. Для высокочастотных радаров существует возможность «оторвать» антенную систему от зондируемой поверхности и обеспечить хорошее угловое разрешение, поскольку требуемые для этого размеры антенны уже физически реализуемы. В качестве таких антенн наиболее перспективны многоэлементные антенные решетки, позволяющие регистрировать амплитудно-фазовую структуру отраженного сигнала. Эта информация дает возможность восстановить объемное распределение рассеивателей, основываясь на хорошо известном принципе голографии [4].

В приложении к радиолокации идея голографии трансформировалась в принцип радара с синтезированной апертурой (см, например, [5]), позволяющий преодолеть ограничения на физически реализуемые размеры антенных решеток. В литературе сообщается и об успешных опытах применения этого подхода к задаче подземного радиозондирования [6]. Голографический алгоритм обработки данных позволяет резко увеличить пространственное разрешение георадара и синтезировать трехмерное изображение подземных объектов.

При всей привлекательности метода синтезированной апертуры, в работе [6] указывается на ряд проблем, снижающих его эффективность в задачах подповерхностного зондирования: трудоемкость съемки данных по площади, погрешности позиционирования антенны, сложность учета дифракционных эффектов при импульсной схеме зондирования, возможная неоднородность среды, в которой расположен объект зондирования. В значительной степени эти трудности, неизбежные для среднечастотных радаров, снимаются при работе на более высоких частотах в монохроматическом или многочастотном режиме. При этом уменьшение длины волны и зондируемого объема позволяет физически реализовать многоэлементную антенную решетку, необходимую для создания голографического радиоизображения. Линейные антенные решетки используются, в частности, для увеличения скорости контроля дорожных покрытий [7]; создание объемного голографического подповерхностного радара принесло бы неоценимую пользу при строительных работах и археологических исследованиях.

Техническая реализация голографического радара требует ответа на ряд принципиальных вопросов: выбор рабочей частоты, параметров антенной решетки, чувствительности и динамического диапазона приемника и т. д. В настоящей работе даются самые общие оценки дифракционных эффектов и уровня рассеянного сигнала, определяющие пространственное разрешение и чувствительность подповерхностного локатора. Обсуждается алгоритм восстановления пространственной структуры рассеянного поля методом параболического уравнения и использование многочастотного режима для оценки параметров среды. Более детальное описание вычислительной процедуры и результаты численного моделирования предполагается дать в отдельной статье (см. также [8]).

1. ОДНОЧАСТОТНЫЙ ГОЛОГРАФИЧЕСКИЙ РАДАР

Основное назначение голографического радара — дать видимое пространственное изображение объекта в радиоволновом диапазоне, используя информацию о распределении амплитуды и фазы рассеянного монохроматического поля по апертуре антенны. В этом проявляется аналогия между принципом работы этого прибора и оптической голографией [4]. Конечно, при простейших алгоритмах обработки сигналов останутся искажения истинных размеров деталей объекта, расположенных внутри прозрачных или полупрозрачных сред, подобно тому, как это имеет место в оптической голографии. Отметим, что точно такие же искажения характерны и для зрительного восприятия в неоднородных средах, что не мешает глазу справляться с задачей обнаружения и идентификации объектов.

Функциональная схема одночастотного голографического радара показана на рис. 1. Он состоит из передатчика монохроматического сигнала 1, конструктивно совмещенного с передающей рупорной антенной 2, которая облучает исследуемый объект 3 в некотором диапазоне углов. Рассеянный объектом

сигнал регистрируется на антенной решетке 4. Измерение квадратурных компонент (т. е. действительной и мнимой части комплексной амплитуды сигнала) относительно несущей частоты производится в каждом элементе решетки, представляющем собой в простейшем случае обычный электрический диполь. Приемный блок 5, последовательно опрашивающий диполи, фиксирует амплитуду и фазу принятого сигнала. Эта информация используется блоком обработки сигнала 6 для математического восстановления объемного распределения рассеянного поля. Получаемое радиоизображение рассеивающих объектов отображается на экране компьютера 7, возможно, с использованием средств стереоскопического видения.

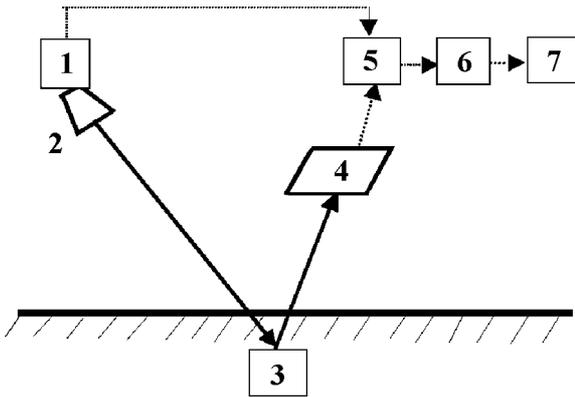


Рис. 1. Структурная схема голографического радара

оно не выполняется, что является причиной искажений их истинных размеров. Отметим также, что многократные переотражения от неоднородной структуры объекта могут вызвать дополнительную подсветку деталей (т. е. искажение их светимости), хорошо известную как в оптической голографии, так и в обычной фотографии.

Введем трехмерные декартовы координаты x, y, z и совместим плоскость $z = 0$ с плоскостью апертуры антенны, которая представляет собой прямоугольник $-X \leq x \leq X, -Y \leq y \leq Y$. Пусть (x_0, y_0, z_0) есть координаты узла пространственной сетки в объеме объекта. Очевидно, что физически можно рассчитывать на восстановление деталей объекта, соизмеримых с длиной волны λ в среде, поэтому и шаг сетки должен быть порядка λ . На апертуре антенны введем другую сетку, узлы которой совпадают с положением приемных диполей. Пусть $(\xi, \eta, 0)$ — координаты одного из элементов антенной решетки.

Будем считать, что каждый узел пространственной сетки является элементарным источником сферической волны некоторой амплитуды A , которую необходимо оценить. Распределение амплитуды рассеяния $A(x_0, y_0, z_0)$ по пространству (в узлах сетки) и есть искомое радиоизображение объекта. Определим расстояние R_0 между узлами двух сеток, которое является функцией пяти переменных ξ, η, x_0, y_0, z_0 :

$$R_0 = \sqrt{(\xi - x_0)^2 + (\eta - y_0)^2 + z_0^2}. \tag{1}$$

Каждый элемент рассеивающего объекта является источником сферической волны, создающей в плоскости антенны распределение поля

$$E_0(\xi, \eta) = \frac{F}{R_0} \exp(ikR_0), \tag{2}$$

где $F(x_0, y_0, z_0) = A \exp(i\Phi)$ — комплексная амплитуда рассеяния этого элемента, $k = 2\pi/\lambda$ — волновое число. Здесь и далее множитель $\exp(-i\omega t)$ опущен. В реальных условиях определение неизвест-

Рассмотрим наиболее простой алгоритм восстановления изображения объекта. Вначале сделаем некоторые предположения. Пусть нам ничего не известно о форме и материале объекта. Будем предполагать, что он состоит из большого числа элементов, соизмеримых с длиной волны, каждый из которых переизлучает сферическую волну, распространяющуюся в вакууме, и направляет часть рассеянного сигнала на плоскость антенной апертуры (здесь для простоты мы отвлекаемся от специфики задач подповерхностного зондирования, требующей учета эффектов преломления на границе зондируемой среды). Отметим, что условие распространения рассеянной волны в вакууме справедливо только для внешних деталей объекта, для внутренних деталей

ной амплитуды рассеяния $A(x_0, y_0, z_0)$ сводится к статистическому оцениванию измеряемой функции $E_0(\xi, \eta) = E_0(\xi, \eta, x_0, y_0, z_0)$ по аддитивной смеси сигнала и белого шума $\tilde{E} = E_0 + E_{\text{noise}}$. Основываясь на предположении о большом количестве элементарных переизлучателей, в соответствии с центральной предельной теоремой будем считать, что результирующее поле \tilde{E} представляет собой двумерную случайную δ -коррелированную функцию, распределенную по нормальному закону [9].

Решение задачи определения амплитуды рассеяния методом максимального правдоподобия для непрерывных функций при бесконечной апертуре антенны выражается через двумерный интеграл

$$A(x, y, z) = \left| \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{E}(\xi, \eta) E^*(\xi, \eta, x, y, z) d\xi d\eta \right|. \quad (3)$$

Здесь $E(\xi, \eta, x, y, z) = \exp(ikR)/R$ — поле, создаваемое на приемной апертуре элементарным точечным источником с координатами (x, y, z) ; звездочкой обозначено комплексное сопряжение.

Дискретным аналогом выражения (3) является сумма

$$A(x, y, z) = \left| \sum_{n=-N}^N \sum_{m=-M}^M \tilde{E}_{n,m} E_{n,m}^*(x, y, z) W_{n,m} \right|. \quad (4)$$

Здесь $n = \xi/\Delta x$ — номер узла сетки антенной апертуры по оси x , $m = \eta/\Delta y$ — номер узла сетки по оси y , Δx и Δy — шаги сетки соответственно по осям x и y , $W_{n,m}(\xi, \eta)$ — некоторая действительная двумерная весовая «функция окна», предназначенная для сглаживания краевых эффектов, связанных с конечностью размеров антенной апертуры.

Выражение (3) применимо и в более сложных случаях, если имеется дополнительная информация об объекте. Например, пусть нам известно, что на расстоянии $z = L$ находится бетонная стена с известной диэлектрической проницаемостью ε . Для элементарного точечного источника, расположенного на расстоянии $z \geq L$, следует рассчитать более реальную картину поля в плоскости антенны, чем простая сферическая волна, и использовать ее в качестве пробной функции E' . В этом случае для объектов, расположенных в стене, можно восстановить истинные геометрические размеры их внешнего контура. Самый простой (но не самый точный) способ учета среды — для всех $z \geq L$ растянуть пространственную сетку вдоль оси z в $\sqrt{\varepsilon}$ раз.

Алгоритм получения изображения точечных рассеивателей (4) может быть модифицирован и для поиска более крупных объектов, для которых известно рассеянное поле, например, при поиске металлических или диэлектрических предметов в почве на фоне мешающего действия природных неоднородностей. Используя известную диаграмму рассеяния в качестве функции E' , мы получим максимальную корреляцию в точке расположения искомого объекта. При этом, как и при любом оптимальном фильтре, пространственное изображение формы объекта будет искажено. Однако, ориентируясь на распределение амплитуды рассеяния, мы сможем принять оптимальное с точки зрения теории максимального правдоподобия решение о наличии и пространственном расположении объекта.

2. МОДЕЛЬНЫЙ ПРИМЕР ПОСТРОЕНИЯ ГОЛОГРАФИЧЕСКОГО ИЗОБРАЖЕНИЯ

Проиллюстрируем работу предлагаемого алгоритма на простейшем модельном примере одного точечного рассеивателя, расположенного в свободном пространстве. Пусть (x_0, y_0, z_0) — координаты рассеивателя, облучаемого плоской волной e^{ikz} . Создаваемая им рассеянная сферическая волна

$$E_0(\xi, \eta) = \frac{e^{ik(z_0+R_0)}}{R}, \quad (5)$$

где $R_0 = \sqrt{(\xi - x_0)^2 + (\eta - y_0)^2 + z_0^2} \approx z_0 + [(\xi - x_0)^2 + (\eta - y_0)^2]/(2z_0)$, регистрируется на апертуре приемной антенны $-a < \xi < a$, $-b < \eta < b$ в плоскости $z = 0$. Задачей голографии является построение изображения рассеивающего объекта, которое в данном случае в идеале должно быть светящейся точкой с координатами (x_0, y_0, z_0) . Описанный выше алгоритм сводится к вычислению интеграла

$$I(x, y, z) = \int_{-a}^a \int_{-b}^b E_0(\xi, \eta) E^*(\xi, \eta) d\xi d\eta, \tag{6}$$

представляющего собой свертку измеренного поля (5) с полем пробной сферической волны с центром в некоторой точке (x, y, z) :

$$E(\xi, \eta) = \frac{e^{ik(z+R)}}{R}, \tag{7}$$

где $R = \sqrt{(\xi - x)^2 + (\eta - y)^2 + z^2} \approx z + [(\xi - x)^2 + (\eta - y)^2]/(2z)$. Мы будем называть дифракционным изображением рассеивающего объекта абсолютную величину интеграла (6) $A(x, y, z) = |I(x, y, z)|$, зависящую от координат пробного источника (x, y, z) . В рассматриваемой модели этот интеграл вычисляется явно:

$$I \approx \frac{e^{2ik(z_0-z)}}{zz_0} \int_{-a}^a \int_{-b}^b \exp \left\{ ik \left[\frac{(\xi - x_0)^2 + (\eta - y_0)^2}{2z_0} - \frac{(\xi - x)^2 + (\eta - y)^2}{2z} \right] \right\} d\xi d\eta. \tag{8}$$

Очевидно, что интеграл (8) распадается на два одномерных интеграла ($I = I_x I_y$), сводящихся к интегралам Френеля:

$$I_x(x, z) = \exp \left\{ \frac{ik(x - x_0)^2}{2(z_0 - z)} \right\} \sqrt{\frac{2}{k|z - z_0|}} \int_{t_-}^{t_+} e^{it^2 \operatorname{sgn}(z - z_0)} dt, \tag{9}$$

где $t_{\pm} = \left(\frac{x_0 z - x z_0}{z_0 - z} \pm a \right) \sqrt{\frac{k|z - z_0|}{2z z_0}}$. Аналогичное выражение для I_y получается из (9) заменой величин x и a соответственно на y и b .

На рис. 2 представлен результат вычисления функции $A_x = |I_x(x, z)|$ для модельного двумерного примера: длина волны $\lambda = 3$ см, полуширина апертуры $a = 50$ см, координаты линейного рассеивателя $x_0 = 15$ см, $z_0 = 100$ см. Видно, что функция A_x имеет максимум в точке (x_0, z_0) , соответствующей положению рассеивающего объекта. Размытость максимума определяется дифракционными эффектами, прежде всего ограниченностью приемной апертуры (заметим, что в трехмерной задаче при перемножении функций $A_x(x, z)$ и $A_y(x, z)$ острота максимума увеличивается). Краевые эффекты приводят к появлению резких гребней, соединяющих источник с краями апертуры. Их величина, а также острота максимума может регулироваться путем выбора подходящей весовой функции. Приведем два примера. Рис. 3 соответствует функции окна $W(\xi) = \cos(\pi\xi/(2a))$. Как видно, при этом краевые гребни исчезают, но ухудшается локализация объекта по глубине. Поэтому в ряде случаев может оказаться полезным противоположный прием — использование весовой функции, сосредоточенной у краев апертуры. При этом, как показывает рис. 4, соответствующий функции окна $W(\xi) = 1 - \cos(\pi\xi/(2a))$, максимум функции $A_x(x, z)$ обостряется, что означает увеличение пространственного разрешения прибора.

Практический алгоритм построения радиоизображения целесообразно строить на основе численных методов решения волнового уравнения. Большой универсальностью и вычислительной эффективностью обладает параболическое уравнение Леонтовича—Фока [10, 11]. В рассмотренном выше

примере мы уже фактически использовали это приближение. Действительно, легко видеть, что ядро интегрального преобразования (8) является функцией Грина параболического уравнения

$$2ik \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0, \quad (10)$$

описывающего распространение достаточно узкого волнового пакета $E = u(x, y, z) e^{ikz}$. Таким образом, формула (8) осуществляет приближенное восстановление пространственной структуры рассеянного поля («миграцию») по его измеренному распределению $E_0(\xi, \eta)$ на апертуре антенны.

Вопросы численного решения волнового параболического уравнения хорошо разработаны (см., например, [12–15]). Неоценимым преимуществом этого подхода является возможность обобщения на случай неоднородной фоновой среды. Для моделирования распространения в неограниченном пространстве могут быть использованы граничные условия прозрачности [16] по периметру апертуры приемной антенны. При необходимости может быть использована широкоугольная модификация параболического уравнения [17], снимающая ограничение на параксиальность волнового пакета. Параболическое уравнение удобно для работы с реальными данными и позволяет легко учесть неоднородность зондируемой среды.

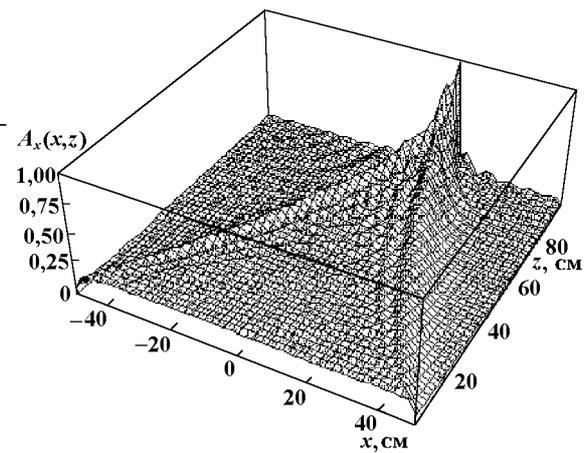


Рис. 2. Голографическое изображение линейного рассеивателя. Длина волны $\lambda = 3$ см, координаты рассеивателя $x_0 = 15$ см, $z_0 = 100$ см. Приемная апертура -50 см $< x < 50$ см, $W(\xi) = \{1$ при $|\xi| \leq a$; 0 при $|\xi| > a\}$

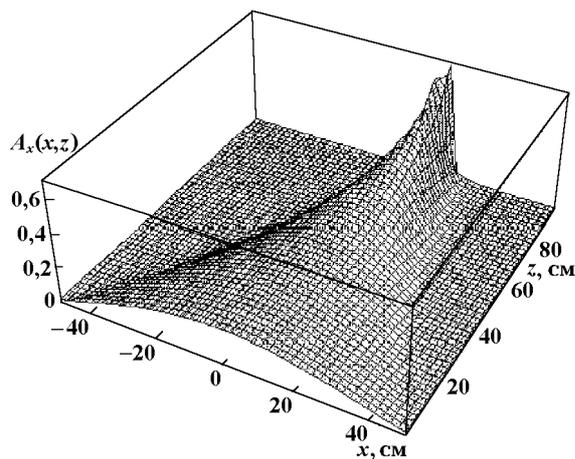


Рис. 3. Голографическое изображение линейного рассеивателя для тех же условий, что и на рис. 2, при $W(\xi) = \cos(\pi\xi/(2a))$

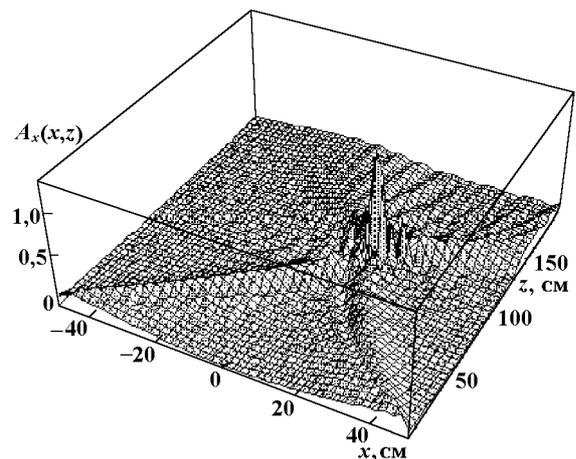


Рис. 4. Голографическое изображение линейного рассеивателя для тех же условий, что и на рис. 2, при $W(\xi) = 1 - \cos(\pi\xi/(2a))$

3. МНОГОЧАСТОТНЫЙ ГОЛОГРАФИЧЕСКИЙ РАДАР

Заметим, что начальные фазы рассеянной волны, а следовательно и значения двумерного интеграла в (3) или двойной суммы в (4), являются комплексными величинами, определяемыми условиями засветки: расстоянием от источника до переизлучателя, показателем преломления среды, наличием многократных переотражений. Однако фаза источника засветки (передающей антенны) может считаться постоянной, что определяется конструкцией прибора, в котором квадратурные компоненты принимаемых сигналов измеряются относительно сигнала несущей частоты передатчика. Это позволяет проводить абсолютные измерения фазы рассеянного сигнала, несущей дополнительную информацию о рассеивателе и среде распространения. Очевидно, что рассмотренная в п. 1 операция свертки измеряемого поля $\tilde{E}(\xi, \eta)$ с элементарной пробной волной $E(\xi, \eta)$ позволяет оценить не только амплитуду A , но и фазу Φ элементарного рассеивателя (2). Это, в свою очередь, при условии проведения измерений на ряде близких частот (не менее двух) позволяет рассчитывать на решение обратной задачи радиозондирования, т. е. на восстановление истинной геометрии объектов в прозрачных средах и показателя преломления зондируемой среды.

Схема многочастотного голографического радара остается прежней (см. рис. 1), однако появляется возможность перестройки прибора по частоте. Алгоритм решения обратной задачи основан на том, что время τ распространения сигнала от передающей до приемной антенны может быть определено через производную фазы Φ по частоте ω как

$$\tau = \frac{\partial \Phi}{\partial \omega}. \quad (11)$$

С другой стороны, время распространения в неоднородной среде в геометрическом приближении определяется выражением

$$\tau = \frac{1}{c} \int n(l) dl, \quad (12)$$

где n — показатель преломления среды, l — расстояние вдоль луча, c — скорость света в вакууме [18]. Эти формулы связывают вариации фазы со свойствами среды вдоль трассы распространения.

Для случая локально-плоской слоистой среды обратная задача может быть решена с привлечением элементарных геометрических формул. Рассмотрим простейший пример. Будем считать, что зондируемая среда в диапазоне рабочих частот не обладает частотной дисперсией. Это условие обеспечивает неизменность радиоизображения объекта при малом сдвиге частоты. Для каждого элемента изображения на каждой из частот определим комплексную амплитуду рассеянного сигнала:

$$Ae^{i\Phi} = \sum_{n=-N}^N \sum_{m=-M}^M \tilde{E}_{n,m} E_{n,m}^* W_{n,m}. \quad (13)$$

Время задержки сигнала для каждого элемента изображения вычислим по разности фаз $\Delta\Phi$ для разности частот $\Delta\omega$: $\tau = \Delta\Phi/\Delta\omega$.

Рассчитаем истинное положение двух элементов изображения, один из которых находится на поверхности среды, а радиоизображение другого — на кажущемся расстоянии $\Delta\tilde{z}$ внутри среды. То, что волна от первого источника распространяется в свободном пространстве, сразу же определится из измеренного времени задержки, которое для нее будет равно $\tau = l/c$. Следовательно, положение первого источника на радиоизображении является истинным.

Истинное положение второго источника относительно поверхности среды на основании закона Снеллиуса равно $\Delta z = n \Delta\tilde{z}$. Волна проходит это расстояние за время $\Delta\tau = 2 \Delta\tilde{z} n^2/c$, откуда получим выражение для показателя преломления среды

$$n = \sqrt{\frac{\Delta\tau c^2}{2 \Delta\tilde{z}}}. \quad (14)$$

Для объектов более сложной формы потребуются, естественно, более сложные расчеты прямой задачи, чем в этом элементарном примере.

4. ОЦЕНКА УРОВНЯ РАССЕЯННОГО СИГНАЛА

Приведем энергетическую оценку уровня сигнала, рассеянного подповерхностным диэлектрическим объектом. Пусть излучатель мощностью P_0 освещает площадку земной поверхности радиуса B (см. рис. 5)

Поток энергии, падающий на рассеивающий объект 2 радиуса r , находящийся на небольшой глубине d в почве с диэлектрической проницаемостью ε_1 и проводимостью σ_1 , равен

$$P_1 = P_0 T_1^2 e^{-2\beta d} \frac{r^2}{B^2}, \quad (15)$$

где $T_1 = 2 \cos \theta_0 / (\cos \theta_0 + \sqrt{\varepsilon_1 - \sin^2 \theta_0})$ — френелевский коэффициент прохождения, а $\beta = 2\pi\sigma_1 / (c\sqrt{\varepsilon_1})$ — показатель затухания радиоволн в почве. Мощность, рассеянную объектом 2 в верхнее полупространство, можно оценить как

$$P_2 = P_1 R_2^2 \tilde{T}_1^2 e^{-2\beta d}, \quad (16)$$

где R_2 — коэффициент отражения от границы раздела сред с электрическими параметрами ε_1 и ε_2 (ε_2 — диэлектрическая проницаемость объекта), а \tilde{T}_1 — коэффициент обратного прохождения из почвы в воздух.

Мощность отраженного сигнала, падающая на элемент антенной решетки dA , зависит от диаграммы рассеяния диэлектрического объекта 2. Качественную оценку можно получить при минимальных размерах объекта порядка длины волны, когда можно считать, что рассеяние изотропно в верхнем полупространстве. Тогда доля потока энергии, приходящаяся на элемент $dA \sim 2\lambda$, равна

$$P_3 = P_2 \int_{-dA/(2h)}^{dA/(2h)} \sin \theta d\theta \approx \frac{1}{2} P_2 \left(\frac{\lambda}{h} \right)^2, \quad (17)$$

где h — высота решетки над поверхностью Земли. Окончательная формула имеет вид

$$P_3 \approx \frac{1}{2} T_1^2 R_2^2 \tilde{T}_1^2 e^{-4\beta d} \left(\frac{r\lambda}{Bh} \right)^2 P_0. \quad (18)$$

Для численных оценок возьмем случай нормального падения, когда $|T_1 \tilde{T}_1| \sim 1$, а коэффициент $|R_2| \sim (\sqrt{\varepsilon_1} - \sqrt{\varepsilon_2}) / (\sqrt{\varepsilon_1} + \sqrt{\varepsilon_2})$. Для характерных значений электрических параметров ($\varepsilon_1 = 9$, $\varepsilon_2 = 4$, $\sigma = 10^{-2}$ См/м (10^8 ед. СГСЭ)) и геометрических размеров ($b = 100$ см, $d = 10$ см, $r = 3$ см, $\lambda = 3$ см, $h = 200$ см) имеем $R_2 = 0,2$, $\beta = 7 \cdot 10^{-4}$, откуда окончательно $P_3 = 10^{-8} P_0$.

Конечно, для практических приложений требуется учет возможной неоднородности подповерхностной среды и шероховатости границы раздела. Эти вопросы рассматривались, в частности, в работе [19], где показано, что в типичных условиях мощность сигнала, рассеянного границей воздух—земля, примерно на 20 дБ ниже радарного отклика зондируемого объекта.

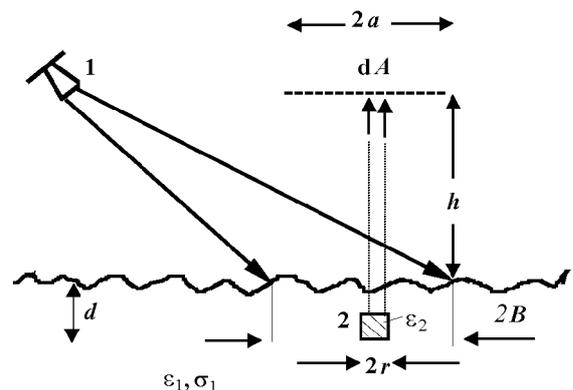


Рис. 5. Схема формирования рассеянного сигнала

Приведенная оценка уровня рассеянного сигнала показывает, что при чувствительности приемника порядка 10^{-8} Вт мощность зондирующего передатчика может не превышать единиц ватт. Указанные параметры технически достижимы при использовании стандартной элементной базы. Проблема защиты приемника от прямого излучения передатчика может быть решена путем использования узконаправленной передающей антенны, поглощающих экранов и обеспечения большого динамического диапазона входных цепей приемника и аналого-цифрового преобразователя.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Существующие в настоящее время высокочастотные импульсные радары во многих приложениях весьма неудобны. Результаты измерений, получаемые путем детального сканирования поверхности раздела, представляются в виде двух- или трехмерной радарограммы, расшифровка которой является сложной и неоднозначной задачей. Кроме того, на практике такое сканирование не всегда возможно, а в некоторых случаях и опасно.

Высокочастотный голографический радар позволит «видеть» с расстояния в несколько метров весь объект в целом, а его стереоскопическое изображение — наиболее привычная для человека форма представления информации об окружающей среде — может существенно облегчить практическое решение обратной задачи.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 98–05–64626).

ЛИТЕРАТУРА

1. Peters L., Poirier M., Barnes M. // 4th Intern. Conf. on Ground Penetrating Radar, Geological Survey of Finland, 1992. P. 7.
2. Kopeikin V. V. et al. // 11th Intern. Microwave Conf., Warsaw. 1996. V. 2. P. 509.
3. Kopeikin V. V. et al. // 6th Intern. Conf. on Ground Penetrating Radars, Sendai, Japan, 1996. P. 515.
4. Борн М., Вольф Э. Основы оптики. — М.: Наука, 1973. — 720 с.
5. Зверев В. А. Физические основы формирования изображений волновыми полями. — Н. Новгород: ИПФ РАН, 1998. — 250 с.
6. Halman J. I., Shubert K. A., Ruck G. T. // IEEE Trans. Antennas Propagat. 1998. V. 46, № 7. P. 1023.
7. Daniels D. J. // Surface-Penetrating Radar. London: IEE, 1996. P. 300.
8. Виноградов В. А., Попов А. В. // 19 Всерос. конф. «Распространение радиоволн»: Тезисы докл. — 459 с.
9. Рытов С. М., Кравцов Ю. А., Татарский В. И. Введение в статистическую радиофизику. Ч. 2. Случайные поля. — М.: Наука, 1978. — 464 с.
10. Леонтович М. А. Избранные труды. Теоретическая физика. — М.: Наука, 1985. — 430 с.
11. Фок В. А. Проблемы дифракции и распространения электромагнитных волн. — М.: Сов. радио, 1970. — 518 с.
12. Малюжинец Г. Д. // УФН. 1959. Т. 69, № 2. С. 321.
13. Попов А. В. // Журн. вычисл. матем. и мат. физики. 1968. Т. 8, № 5. С. 1140.
14. Тапперт Ф. // Распространение волн и подводная акустика. — М.: Мир, 1980. — 230 с.
15. Завадский В. Ю. Моделирование волновых процессов. — М.: Наука, 1991. — 272 с.
16. Роров А. V. // Radio Science. 1996. V. 31, № 6. P. 1781.
17. Клаербоут Дж. Ф. Теоретические основы обработки геофизической информации. — М.: Недра, 1981. — 304 с.

18. Кравцов Ю. А., Орлов Ю. Н. Геометрическая оптика неоднородных сред. — М.: Наука, 1980. — 304 с.
19. Dogaru T., Carin L. // IEEE Trans. Antennas Propagat. 1998. V. 46, № 3. P. 360.

Институт земного магнетизма,
ионосферы и распространения
радиоволн РАН, г. Троицк,
Московская обл., Россия

Поступила в редакцию
17 ноября 1998 г.

CONCEPTS OF THE HOLOGRAPHIC SUBSURFACE RADAR

V. V. Kopeikin and A. V. Popov

We discuss general concepts of construction and signal-processing algorithms of the holographic subsurface radar. A model example of the holographic imaging of a discrete point scatterer is considered. The estimate of the scattered field in the problem of subsurface radio sounding is given.

СТАТИСТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ОДНОМЕРНОГО ОБРАЩЕНИЯ ВОЛНОВОГО ПОЛЯ, ДИФРАГИРОВАННОГО НА ДВУМЕРНОМ ФАЗОВОМ ЭКРАНЕ

В. В. Воробьев

Теоретически исследованы статистические свойства одномерных обращений волнового поля. Показано, что при измерениях в точках, лежащих на оси статистической симметрии, существуют инварианты обращённого поля — мнимая и действительная части логарифма нормированной функции когерентности, по которым просто восстанавливаются двухточечные моменты распределения фазы на экране. Сформулированы уравнения для восстановления моментов распределения фазы в общем случае. В численном эксперименте показана возможность нахождения решения этих уравнений методом итераций. Исследована область сходимости итерационного метода при вариациях различных параметров.

ВВЕДЕНИЕ

Приближение фазового экрана широко применяется при решении задач зондирования атмосфер Земли и планет солнечной системы с помощью радио- и оптического излучения. На основе этого приближения получают данные о характеристиках регулярных и случайных неоднородностей самого фазового экрана и, при дополнительных предположениях, данные о структуре неоднородностей на трассе распространения. Если имеется возможность измерения дифрагированного волнового поля на некоторой двумерной поверхности, то восстановление характеристик фазового экрана не представляет сложностей. Поле на фазовом экране рассчитывается по формулам обращения дифракционных интегралов. Однако реально осуществить такие измерения удастся только в оптике (в системах обращения волнового фронта) при исследовании мелкомасштабных объектов, размеры которых сравнимы с размерами оптической апертуры. При радиозондировании измерения дифракционного поля проводятся обычно лишь в точках, лежащих на некоторой линии, например на траектории низкого спутника. Задача восстановления характеристик двумерного фазового экрана по данным таких измерений является в общем случае некорректной. Тем не менее, при некоторых априорных предположениях о структуре поля на экране можно восстановить некоторые его статистические характеристики. Наиболее просто это сделать в предположении однородности флуктуаций фазы на экране. Теория флуктуаций за таким экраном детально разработана [1], и для восстановления характеристик можно использовать измерения как амплитудных и фазовых флуктуаций, так и измерения функции когерентности волнового поля. Более сложным является случай, когда одновременно существуют и регулярные, и случайные неоднородности. Аналитические соотношения между характеристиками волнового поля в плоскости наблюдения и характеристиками фазового экрана в этом случае удастся получить только в случае, когда флуктуации интенсивности в плоскости наблюдения являются слабыми [2–6], т. е. нет больших выбросов интенсивности (ни регулярных, ни случайных).

В настоящей работе исследуются возможности применения одномерного обращения волнового поля для восстановления характеристик фазового экрана. Получены соотношения между характеристиками экрана и обращенной волны, применимость которых не ограничена условиями малости флуктуаций интенсивности волнового поля в плоскости наблюдения.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Предполагается, что исходное двумерное фазовое распределение $S(z, y)$ на экране представимо в виде

$$S(z, y) = \frac{k}{2R}(z^2 + y^2) + S_0(z) + S_1(z, y),$$

где k — волновое число, R — расстояние от точечного источника до экрана, $S_0(z)$ — регулярная составляющая фазового набега, вносимого атмосферой, зависящая только от одной координаты z (оси статистической симметрии), $S_1(x, y)$ — случайная составляющая фазового набега, которая является статистически однородной функцией двух координат z и y (с нормальным распределением с нулевым средним). При этом регулярная составляющая фазового набега $S_0 = \langle S(z, y) \rangle$. Угловыми скобками здесь и далее обозначается усреднение по ансамблю реализаций. Таким образом, на выходе экрана имеем распределение комплексной амплитуды волнового поля в виде

$$E_0(z, y) = \exp \left[i \left(k \frac{z^2 + y^2}{2R} + S_0(z) + S_1(z, y) \right) \right]. \quad (1)$$

Дифрагированное поле E_d измеряется в плоскости, отстоящей на расстоянии L от фазового экрана, на прямой, наклоненной к оси z под углом θ . Если обозначить через l координату на этой прямой, то в параксиальном приближении функция $E_d(l)$ задается выражением

$$E_d(l) = \frac{k}{2i\pi L} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} E_0(z, y) \exp \left[ik \frac{(l \cos \theta - z)^2 + (l \sin \theta - y)^2}{2L} \right] dz dy. \quad (2)$$

Определим одномерное дифракционное преобразование $U(Z)$ поля $E_d(l)$ как

$$U(Z) = \sqrt{\frac{ik}{2\pi L}} \int_{-\infty}^{+\infty} E_d(l/\cos \theta) \exp \left[-ik \frac{(l - Z)^2}{2L} \right] dl. \quad (3)$$

Преобразование выбрано таким, чтобы для случая одномерного начального поля на фазовом экране, т. е. когда $E_0(z, y) = E_0(z)$, функция $U(Z)$ в точности совпадала с $E_0(Z)$.

2. ФУНКЦИЯ КОГЕРЕНТНОСТИ ОБРАЩЕННОГО ПОЛЯ

Учитывая соотношения (2), (3), для функции $U(Z)$ имеем выражение

$$U(Z) = - \left(\frac{ik}{2\pi L} \right)^{3/2} \int E_0(z_1, y) \exp \left[i \frac{k}{2L} \left((z_1 - z_2)^2 + (z_2 \operatorname{tg} \theta - y)^2 - (Z - z_2)^2 \right) \right] dz_1 dz_2 dy.$$

Далее предполагается, что интервал интегрирования по всем переменным равен $(-\infty, +\infty)$. Определим функцию когерентности поля U как $G(Z_1, Z_2) = \langle U(Z_1)U^*(Z_2) \rangle$, где звездочка означает комплексное сопряжение, а угловые скобки — усреднение по реализациям фазовых экранов. В предположении, что случайные фазовые набеги S_1 локально однородны, распределены по нормальному закону и что существует их структурная функция

$$D(z_1, z_2, y_1, y_2) = \langle (S_1(z_1, y_1) - S_1(z_2, y_2))^2 \rangle = D(z_1 - z_2, y_1 - y_2),$$

функцию G можно записать в виде

$$\begin{aligned}
 G(Z_1, Z_2) = & \left(\frac{k}{2\pi L}\right)^3 \int \exp \left[i(S_0(z_1) - S_0(z_2)) - \frac{1}{2}D(z_1 - z_2, y_1 - y_2) \right] \times \\
 & \times \exp \left[\frac{ik}{2} \left(\frac{z_1^2 - z_2^2 + y_1^2 - y_2^2}{R} + \frac{(z_1 - z_3)^2 - (z_2 - z_4)^2 + (y_1 - z_3 \operatorname{tg} \theta)^2 - (y_2 - z_4 \operatorname{tg} \theta)^2}{L} \right) \right] \times \\
 & \times \exp \left[-\frac{ik}{2} \left(\frac{(Z_1 - z_3)^2 - (Z_2 - z_4)^2}{L} \right) \right] dz_1 dz_2 dz_3 dz_4 dy_1 dy_2. \tag{4}
 \end{aligned}$$

По четырем переменным в этом выражении можно провести интегрирование, воспользовавшись одним из определений δ -функции, а именно

$$\int \exp(\pm ipqY) dY = \frac{2\pi}{p} \delta(q). \tag{5}$$

В результате выражение для функции G приводится к виду

$$\begin{aligned}
 G(Z, z) = & \frac{kF}{2\pi L^2} \exp \left[ik \frac{Zz}{R} \right] \exp [i\Psi_0(Z + \eta, z + b\xi)] \times \\
 & \times \exp \left[-\frac{ik}{L} p_0 \eta (\xi - p_1 z) + \frac{ik}{F} bZ\xi - \frac{1}{2}D(z + b\xi, a\xi) \right] d\eta d\xi, \tag{6}
 \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned}
 Z = \frac{1}{2}(Z_1 + Z_2), \quad z = Z_1 - Z_2, \quad F = \frac{RL}{R + L}, \quad a = \frac{R}{R + L} \operatorname{tg} \theta, \quad b = \frac{L}{R + L} \operatorname{tg}^2 \theta, \\
 p_0 = 1 - \frac{L}{R} \operatorname{tg}^2 \theta, \quad p_1 = \frac{R + L}{R - L \operatorname{tg}^2 \theta}, \quad \Psi_0(Z, z) = S_0(Z + z/2) - S_0(Z - z/2) \tag{7}
 \end{aligned}$$

Если измерения поля проводятся на оси статистической симметрии (т. е. $\theta = 0$), то параметры a и b равны нулю. В этом случае интегралы в (6) вычисляются с помощью соотношения (5):

$$G(Z, z) = \frac{R}{R + L} \exp \left[i\Psi_0(Z, z) + \frac{ik}{R} Zz - \frac{1}{2}D(z, 0) \right]. \tag{8}$$

Это соотношение является основным результатом работы. Из него следует, что мнимая и действительная части логарифма нормированной функции когерентности обращенного поля U

$$\ln \frac{G(Z, z)}{G(Z, 0)} = \ln(G_0(Z, z)) = i\Psi_0(Z, z) + \frac{ik}{R} Zz - \frac{1}{2}D(z, 0) \tag{9}$$

при произвольных распределениях регулярной фазы и величине флуктуаций фазы на экране являются статистическими инвариантами, не зависящими от расстояния между фазовым экраном и плоскостью наблюдения.

Эти инварианты могут быть использованы для восстановления регулярной разности фаз на экране и структурной функции флуктуаций, а также для проверки применимости статистических гипотез, используемых при интерпретации данных. Часто используется, например, предположение о том, что фазовый экран является одномерным (плоскостным). В этом случае вместо соотношения (8) для усредненных величин G и Ψ_0 для случайных величин $\tilde{G}(Z, z) = U(Z + z/2)U^*(Z - z/2)$, $\tilde{G}_0(Z, z) =$

$E_0(Z + z/2)E_0^*(Z - z/2)$ и $\tilde{\Psi}_0(Z, z) = S(Z + z/2) - S(Z - z/2)$ должны выполняться следующие соотношения:

$$\operatorname{Im} \left[\ln \frac{\tilde{G}(Z, z)}{\tilde{G}(Z, 0)} \right] = \tilde{\Psi}_0(Z, z) + \frac{k}{R}Zz, \quad \operatorname{Re} \left[\ln \frac{\tilde{G}(Z, z)}{\tilde{G}(Z, 0)} \right] = 0. \quad (10)$$

При обработке данных измерений двумерного поля последнее соотношение в общем случае не будет выполняться, т. е. действительная часть логарифма функции G может быть отличной от нуля. По флуктуациям реальной части логарифма и ее среднему значению можно судить о степени «двумерности» неоднородностей.

Важным обстоятельством является то, что для восстановления характеристик фазового экрана по функции когерентности обращенного поля не требуется знание высот перигеев лучей и углов рефракции (или доплеровского смещения частоты), для вычисления которых необходимо дифференцировать данные фазовых измерений.

Инвариантность является следствием статистической симметрии задачи относительно оси z . При отсутствии симметрии, в частности при измерениях на прямой, наклоненной относительно оси z под углом θ , соотношения между логарифмами функций когерентности начального и обращенного полей изменятся. В этом случае не удастся найти точных аналитических соотношений между указанными величинами. Тем не менее, существуют простые приближенные соотношения, точность которых удовлетворительна для ряда практических приложений.

3. ПЛОСКАЯ ПАДАЮЩАЯ ВОЛНА

В случае плоской падающей волны (при $L/R \rightarrow 0$) $b = 0$, $a = \operatorname{tg} \theta$, $p_0 = p_1 = 1$. При этом

$$G(Z, z) = \frac{k}{2\pi L} \int \exp \left[i\Psi_0(Z + \eta, z) + \frac{ik}{L}\eta(z - \xi) - \frac{1}{2}D(z, a\xi) \right] d\eta d\xi. \quad (11)$$

Поскольку $\Psi_0(Z, 0) = 0$, из (11) следует закон сохранения средней интенсивности обращенного поля плоской волны:

$$G(Z, 0) = 1. \quad (12)$$

Формулу (11) можно записать также в виде двух последовательных преобразований Фурье:

$$G(Z, z) = \frac{k}{2\pi L} \int V(z, \eta) \exp \left[i \left(\Psi_0(Z + \eta, z) + \frac{k}{L}z\eta \right) \right] d\eta, \quad (13)$$

$$V(z, \eta) = \int W(z, y) \exp \left[-\frac{ik}{L}\eta y \right] dy, \quad (14)$$

где $W(z, y) = \exp[-D(z, ay)/2]$, что удобно для расчета функции G численными методами и для проведения оценок.

Определим величину $R_W(z)$ как полуширину функции $W(z, y)$ по уровню $1/e$ по координате y , т. е. как корень уравнения $D[z, aR_W(z)] - D(z, 0) = 2$. В случае степенных функций, когда

$$D(z, y) = C(z^2 + \beta^2 y^2)^\alpha, \quad (15)$$

где C , β и α — некоторые константы, это уравнение всегда имеет действительный положительный корень, причем $R_W(0) = (2/C)^{2/\alpha}/(\beta a)$. Функция $V(z, \eta)$, являющаяся преобразованием Фурье от $W(z, y)$ по y , имеет характерный масштаб убывания

$$R_V(z) = \frac{L}{kR_W(z)}, \quad R_V(0) = \beta a \frac{L}{k} \left(\frac{C}{2} \right)^{2/\alpha}. \quad (16)$$

Пусть H — характерный масштаб изменения регулярного набега фазы $S_0(z)$. При выполнении условия $R_V(z) \ll H$ интеграл по переменной η в (11) можно приближенно вычислить, раскладывая регулярную разность фаз в ряд по η :

$$\Psi_0(Z + \eta, z) = \Psi_0(Z, z) + A(Z, z)\eta + B(Z, z)\eta^2 + \dots \tag{17}$$

При учете только линейного члена этого разложения интеграл (11) равен

$$G(Z, z) = \exp[i\Psi_0(Z, z) - D[z, \operatorname{tg} \theta q(Z, z)z]/2], \tag{18}$$

где

$$q(Z, z) = 1 + \frac{L}{kz}A(Z, z) = 1 + \frac{L}{kz} \frac{\partial \Psi_0(Z, z)}{\partial Z}. \tag{19}$$

Величина $kz/A(Z, z)$ имеет смысл среднего на интервале z радиуса кривизны волнового фронта. Соответственно величина $q(Z, z)$ является коэффициентом рефракционного ослабления, или коэффициентом дефокусировки.

Таким образом, в данном приближении мнимая часть логарифма функции G равна $\Psi_0(Z, z)$ — регулярной разности фаз в точках Z_1 и Z_2 , на которой не сказывается наличие случайных неоднородностей. Реальная часть логарифма функции (структурная функция флуктуаций фазы обращенной волны) при $\theta \neq 0$ не является инвариантом: она зависит от угла θ , от расстояния между экраном и плоскостью наблюдения и от коэффициента регулярного рефракционного ослабления $q(Z, z)$, который согласно (19) вычисляется по мнимой части логарифма функции G .

Следующие (абберационные) члены разложения в (17) приводят к поправкам, ограничивающим применимость формулы (18). Оценки поправок можно получить, учитывая квадратичный по η член разложения. Интегрирование по координате η в соотношении (11) приводит к выражению

$$G(Z, z) = \frac{k}{2L} \sqrt{\frac{i}{\pi B(Z, z)}} \exp[i\Psi_0(Z, z)] \int \exp[-iP(Z, z)(\xi - q(Z, z)z)^2 - D(z, a\xi)/2] d\xi, \tag{20}$$

где $P(Z, z) = k^2/(4B(Z, z)L^2)$.

Оценим интеграл в (20) для степенной структурной функции (15) методом перевала. Обозначим $\gamma = \beta \operatorname{tg} \theta$ (параметр β в формуле (15) — коэффициент асимметрии неоднородностей по координатам z и y). Пусть $z_1(Z, z) = q(Z, z)z + \delta(Z, z)$ — точка перевала, в которой производная от показателя экспоненты равна нулю. Если смещение $\delta(Z, z)$ этой точки относительно ее положения $z_0(Z, z) = q(Z, z)z$ при $B = 0$ мало, то решение уравнения для этого смещения

$$\delta(Z, z) = \frac{i}{4P(Z, z)} D'(z, a[q(Z, z)z + \delta(Z, z)]),$$

где $D'(z, y) = \partial D(z, y)/\partial y$, можно находить методом итераций. В первом приближении этого метода

$$\delta(Z, z) = \frac{i}{4P(Z, z)} D'[z, aq(Z, z)z].$$

Для степенной структурной функции (15) в результате получим

$$G(Z, z) = \exp [i(\Psi_0(Z, z) + \Delta\Psi(Z, z)) - (D[z, aq(Z, z)z] + \Delta D(Z, z))/2], \tag{21}$$

где поправки $\Delta\Psi(Z, z)$ и $\Delta D(Z, z)$ определяются формулами

$$\Delta\Psi(Z, z) = w(Z, z)f_1(Z, z)D_1(Z, z) [1 - f_2(Z, z)f_1(Z, z)D_1(Z, z)], \tag{22}$$

$$\Delta D(Z, z) = 2w^2(Z, z)f_1^2(Z, z)D_1^2(Z, z)[1 - 2f_2(Z, z)f_1(Z, z)D_1(Z, z)], \quad (23)$$

в которых $D_1(Z, z) = D[z, aq(Z, z)z]$,

$$w(Z, z) = \left(\frac{L}{kz}\right)^2 \frac{B(Z, z)}{q^2(Z, z)}, \quad f_1(Z, z) = \frac{\alpha\eta(Z, z)[1 + (2\alpha - 1)\eta(Z, z)]}{[1 + \eta(Z, z)]^2}, \quad (24)$$

$$f_2(Z, z) = \left(\frac{1 + \eta(Z, z)}{1 + (2\alpha - 1)\eta(Z, z)}\right)^2, \quad \eta(Z, z) = [\gamma q(Z, z)]^2, \quad \gamma = \beta \operatorname{tg} \theta. \quad (25)$$

В общем случае поправки $\Delta\Psi$ и ΔD определяются семью параметрами, характеризующими регулярную рефракцию ($B(z)$, $A(z)$), случайные неоднородности (C , α , β) и геометрию измерений (L , θ). В качестве условия, при котором можно пренебречь поправкой $\Delta\Psi$, можно выбрать $|\Delta\Psi| \leq \Delta S$, где ΔS — квадратный корень из дисперсии ошибки фазовых измерений.

Конкретные оценки будем проводить для параметров эксперимента GPS—Microlab-1 [7]. В нем точность измерений ограничивается величиной «шумов» системы определения расстояния между приемником и передатчиком и составляет приблизительно 3 мм, или 0,1 радиан в пересчете на фазу. Таким образом, условием малости поправки к разности фаз будет $|\Delta\Psi| < 0,1$. Поправкой ΔD при этом можно пренебречь с достаточным основанием, так как она составляет не более 0,02.

Чтобы иметь наглядное представление о величине поправки, она была рассчитана при значениях параметров эксперимента GPS—Microlab-1: $k = 10^4 \text{ км}^{-1}$, $L = 3000 \text{ км}$, для случая экспоненциальной (в среднем) атмосферы: $S_0(Z) = S_0 \exp(-Z/H)$, где $H = 7 \text{ км}$. Величина S_0 равна фазовому набегу на той высоте Z_0 , относительно которой отсчитываются координаты Z_1 и Z_2 . При выбранных значениях волнового числа k и высоты H величина S_0 определяется соотношением $S_0 = 2,65 \cdot 10^6 \pi \Delta n(Z_0)$, в котором $\Delta n(Z_0)$ — отличие атмосферного показателя преломления от единицы на высоте Z_0 . Для такой модели

$$\begin{aligned} \Psi_0(Z, z) &= S_0 \exp[-Z/H] (\exp[-z/(2H)] - \exp[z/(2H)]), \\ A(Z, z) &= -\Psi_0(Z, z)/H, \quad B(Z, z) = \Psi_0(Z, z)/(2H^2). \end{aligned} \quad (26)$$

Показатель степени α в формуле (15) задавался равным 5/6, соответствующим локально однородной турбулентности. Значение S_0 выбрано равным 200π , что соответствует высоте зондирования равной приблизительно 10 км.

На рис. 1 приведены значения поправок $\Delta\Psi$ к средней разности фаз, вычисленные при $Z = 0$ по формуле (22), как функции от величины $D_1(z)$. Для некоторых из значений параметров поправки находились также с помощью численного интегрирования выражений (13) и (14) без использования приближений. С графической точностью результаты приближенных и точных вычислений совпали.

Как видно из рисунка, поправка может быть пренебрежимо малой в широкой области изменения параметров. Основной вклад в поправку, когда она заметна, вносит второе слагаемое в скобках в формуле (22). Поэтому для ее оценки можно использовать следующую простую формулу

$$|\Delta\Psi(Z, z)| = |B(Z, z)R_{\text{турб}}^2|, \quad (27)$$

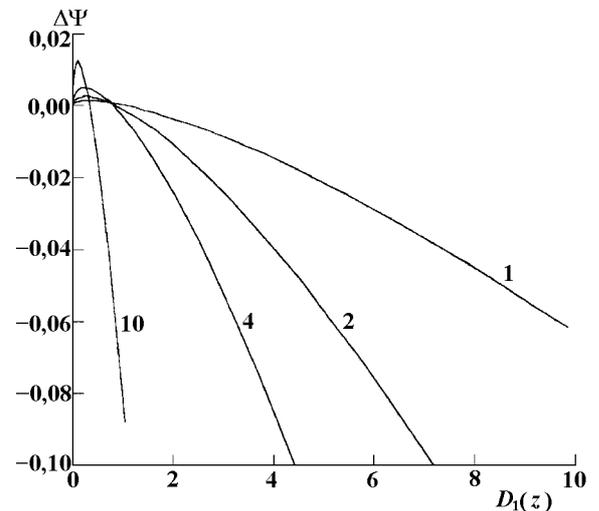


Рис. 1. Зависимость «абберационной» поправки $\Delta\Psi$ к регулярной разности фаз обращенной волны от структурной функции $D_1(z)$ при $Z = 0$. У кривых указаны значения параметра γ

где $R_{\text{turb}} = \left| \frac{L\alpha\eta(Z, z)D_1(Z, z)}{kzq(Z, z)[1 + \eta(Z, z)]} \right|$. Величина R_{turb} является эффективной протяженностью области влияния турбулентности в рассматриваемой задаче; по порядку величины R_{turb} совпадает с введенной ранее длиной R_V .

Итак, проведенные оценки показывают, что абберационные поправки к соотношениям между характеристиками падающей и обращенной волн могут быть пренебрежимо малыми в достаточно широких для приложений диапазонах изменения параметров, характеризующих регулярную и случайную рефракцию. В случае плоской падающей волны пренебрежение абберационными поправками приводит к простым соотношениям для восстановления характеристик фазового экрана:

$$\begin{aligned}\Psi(Z, z) &= \Psi_0(Z, z) = \text{Im}[\ln(G(Z, z))], \\ D(z, q(Z, z)z) &= -2 \text{Re}[\ln(G(Z, z))], \\ q(Z, z) &= 1 + \frac{L}{kz} \frac{\partial \Psi(Z, z)}{\partial Z}.\end{aligned}\quad (28)$$

4. ИСТОЧНИК НА КОНЕЧНОМ РАССТОЯНИИ ОТ ЭКРАНА

В случае конечных расстояний R от источника до экрана соотношения между характеристиками падающей и обращенной волн даже в пренебрежении абберационными поправками являются более сложными. При учете только линейного члена разложения в формуле (17) интеграл (6) дает

$$\frac{G(Z, z)}{G(Z, 0)} = \exp [i\Psi(Z, z) + ikZz/R - D[Q(Z, z)z, aq(Z, z)z]/2], \quad (29)$$

где

$$\Psi(Z, z) = \Psi_0[Z, Q(Z, z)z] + \frac{k}{F} bq(Z, z)Zz, \quad Q(Z, z) = 1 + bq(Z, z), \quad (30)$$

а величина $q(Z, z)$ определяется как корень уравнения

$$q(Z, z) = p_1 + \frac{L}{kp_0z} A[Z, (1 + bq(Z, z))z], \quad A(Z, z) = \frac{\partial \Psi_0(Z, z)}{\partial Z}. \quad (31)$$

В отличие от случая плоской волны, когда функция $\Psi(Z, z) = \Psi_0(Z, z)$ и фактор рефракционного ослабления $q(Z, z)$ определяется согласно соотношениям (28) просто через производную функции Ψ , в случае сферической волны для восстановления функций $q(Z, z)$ и $\Psi_0(Z, z)$ по функции $\Psi(Z, z)$ требуется, вообще говоря, решение системы неявных уравнений (30), (31).

Отметим, что даже в отсутствие регулярной и случайной рефракции, т. е. при $\Psi_0(Z, z) = 0$, $A(Z, z) = 0$, $D(z, y) = 0$, $q = p_1 = L/(F - bL)$, функция $\Psi(Z, z)$ отлична от нуля:

$$\Psi(Z, z) = kbqZz/F = kZz/R_{\text{eff}},$$

где $R_{\text{eff}} = R(\text{ctg}^2 \theta - (L/R))/(1 + L/R)$.

Отличие в распределении фаз падающей и обращенной волн обусловлено неадекватностью одномерного обращения двумерной задаче дифракции. Вопросы существования решения системы уравнений (30), (31) относительно функции $\Psi_0(Z, z)$ и методов нахождения этого решения в общем случае не исследовались. Поскольку решение существует при отсутствии регулярной рефракции (и при ее наличии, если $\theta = 0$), можно предположить, что оно существует, по крайней мере, при достаточно малых, но конечных величинах углов θ или при малых значениях величины $A(Z, z)$. Естественно предположить, что для нахождения решения при этом применимы итерационные процедуры. Ниже изложены результаты проверки сходимости одной из них.

Перейдем в уравнениях (30), (31) к координатам $Z, \xi = [1 + bq(Z, z)]z = \tilde{Q}(Z, \xi)z$. В этих координатах имеем

$$\Psi(Z, \xi/\tilde{Q}) = \Psi_0(Z, \xi) + \frac{k}{F}(1 - 1/\tilde{Q})Z\xi, \quad (32)$$

$$\tilde{Q}(Z, \xi) = \frac{1 + bp_1}{1 - b \frac{L}{kp_0\xi} \frac{\partial \Psi_0(Z, \xi)}{\partial Z}}. \quad (33)$$

Применим для нахождения решения системы уравнений (32), (33) метод итераций, в котором приближение с номером n ($n = 1, 2, \dots$) рассчитывается по формулам

$$\tilde{Q}_n(Z, \xi) = \frac{1 + bp_1}{1 - b \frac{L}{kp_0\xi} \frac{\partial \Psi_{0,n-1}(Z, \xi)}{\partial Z}}, \quad \Psi_{0,n}(Z, \xi) = \Psi(Z, \xi/\tilde{Q}_{n-1}) - \frac{k}{F} \left(1 - \frac{F}{L\tilde{Q}_{n-1}}\right) Z\xi. \quad (34)$$

В качестве нулевого приближения выберем

$$\tilde{Q}_0(Z, \xi) = 1, \quad \Psi_{0,0}(Z, \xi) = \Psi(Z, \xi). \quad (35)$$

Конкретные расчеты проведены для случая экспоненциальной регулярной атмосферы (26). Расстояния между спутниками и фазовым экраном выбраны равными соответственно $R = 20\,000$ км, $L = 3\,000$ км. Функции Ψ и $\Psi_{0,n}$ и их производные рассчитывались на дискретной сетке, а в промежутке между узлами интерполировались кубическими сплайнами по алгоритму, не требующему задания граничных условий на производные (с использованием схемы с отсутствием граничных узлов). Оказалось, что если итерационная процедура сходится, то сходится быстро: для восстановления Ψ_0 с ошибкой $|\Delta\Psi| \leq 0,1$, нужно не более 4-х итераций, причем в каждой последующей итерации ошибка восстановления уменьшается приблизительно на порядок. Область сходимости зависит от угла θ и высоты точки перигея луча. Так, при $S_0 = 100\pi$ (что соответствует средней высоте перигея луча приблизительно равной 15 км) процедура сходится, если $\text{tg } \theta < 0,8$ ($\theta < 40^\circ$); при $S_0 = 200\pi$ (высота луча 10 км) — если $\text{tg } \theta < 0,6$ ($\theta < 30^\circ$); при $S_0 = 400\pi$ (высота луча 5 км) — если $\text{tg } \theta < 0,4$ ($\theta < 22^\circ$). Отметим, что нулевое приближение (35), которое соответствует восстановлению функции Ψ_0 по формулам для плоской волны, применимо только при очень малых углах θ . Так, при $S_0 = 200\pi$ оно обеспечивает необходимую точность лишь при $\theta < 2^\circ$.

5. ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Исследованы возможности восстановления статистических характеристик фазового экрана, содержащего одномерные регулярные и двумерные случайные неоднородности, по одномерным разрезам дифрагированного на фазовом экране волнового поля (по значениям амплитуды и фазы поля, заданным на некоторой прямой в плоскости наблюдения). Показано, что для восстановления удобно использовать функцию когерентности обращенного одномерного поля.

Сформулировано функциональное уравнение для определения характеристик фазового экрана по характеристикам обращенной волны. Оно является статистически строгим и допускает простое решение, если дифрагированное поле задано на оси статистической симметрии. В общем случае, когда волновое поле задано на прямой, наклоненной относительно оси симметрии, уравнение является приближенным. Сделаны оценки корректности приближений. Показано, что возможно нахождение решения этого уравнения методом итераций.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, проект № 97-02-16894.

ЛИТЕРАТУРА

1. Рытов С. М., Кравцов Ю. А., Татарский В. И. Введение в статистическую радиофизику. Ч. 2. — М.: Наука, 1978. — 464 с.
2. Hubbard W. B., Jokipii J. R., Wilking B. A. // *Icarus*. 1978. V. 34, № 2. P. 374.
3. Wo R., Ishimaru A., Yang F. Ch. // *Radio Science*. 1980. V. 15, № 3. P. 695.
4. Гурвич А. С. // *Изв. вуз. Радиофизика*. 1984. Т. 27, № 8. С. 951.
5. Гурвич А. С., Кан В. // *Изв. РАН. Физика атмосферы и океана*. 1997. Т. 33, № 3. С. 314.
6. Яковлев О. И. *Космическая радиофизика*. — М.: Научная книга, 1998. — 432 с.
7. Rocken C., Anthes R., Exner M., Hunt D., Sokolovskiy S., Ware R., Gorbunov M., Schreiner W., Feng D., Herman B., Kuo Y.-H., Zou X. // *J. Geophys. Res.* 1997. V. 102, № D-25. P. 29849.

Институт физики атмосферы
им. А. М. Обухова РАН, г. Москва,
Россия

Поступила в редакцию
16 февраля 1999 г.

**STATISTICAL PROPERTIES OF ONE-DIMENSIONAL INVERSION OF A WAVE FIELD
DIFFRACTED FROM A TWO-DIMENSIONAL PHASE SCREEN**

V. V. Vorobyov

We study theoretically the statistical properties of one-dimensional inversions of a wave field. We show that the real and imaginary parts of the logarithm of the normalized coherency function are the invariants of the inverted field in the case where the measurements are performed at the points on the statistical-symmetry axis. Using these invariants, one can easily reconstruct the two-point statistical moments of the phase distribution on the screen. We derive the equations for the reconstruction of the phase-distribution moments in the general case. Numerical simulations show that these equations can be solved by an iterative technique. The convergence range of the iteration method is studied.

УДК 621.396.67

ДИФРАКЦИЯ ПОВЕРХНОСТНЫХ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН НА ОБРЫВЕ МНОГОСЛОЙНОЙ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ СТРУКТУРЫ

Н. А. Гальченко, С. А. Вартамян

Решена трёхмерная задача дифракции поверхностных LE- и LM-волн на полубесконечной многослойной диэлектрической структуре (МДС), возбуждаемой печатным вибратором. Определены интегральные коэффициенты отражения и диаграмма направленности излучения обрыва МДС.

При разработке антенных систем СВЧ и КВЧ диапазона, а также приборов интегральной оптики важной проблемой является решение задачи дифракции электромагнитных волн на полубесконечной многослойной диэлектрической структуре (МДС). При этом наиболее важными характеристиками являются коэффициент отражения поверхностной волны и диаграмма направленности излучения плоского раскрыва (обрыва) МДС. В настоящее время достаточно хорошо исследованы двумерные задачи такого типа [1–4].

Решения трехмерных задач, которые не менее важны для практики, разработаны в существенно меньшей степени. Применительно к анализу устройств интегральной оптики трехмерные задачи, как и двумерные, решены только в предположении отсутствия зависимости структуры электромагнитного поля падающей поверхностной волны от расстояния до источника и от типа источника этой волны, т. е. в случае, когда источник возбуждения находится достаточно далеко [5, 6].

В СВЧ и КВЧ диапазоне источник возбуждения поверхностных волн находится, как правило, в непосредственной близости от раскрыва МДС, поэтому такое предположение является неприменимым. В этом случае при определении характеристик печатных антенн с конечной протяженностью диэлектрика задачу сводят к двумерной [7], используя приближенную волноводную модель или применяют различные сочетания строгих методов решения интегральных уравнений с методами физической оптики и геометрической теории дифракции [8–11].

Весьма эффективными при анализе большого числа трехмерных задач, связанных с расчетом неоднородностей в открытых структурах, оказались метод моментов [12, 13] и вариационный метод [5, 6, 14], предложенный первоначально для исследования нерегулярных металлических волноводов [15]. Однако обобщение этих методов на случай открытых трехмерных структур с учетом зависимости структуры электромагнитного поля падающей поверхностной волны от типа источника вызывает значительные трудности. Эти трудности носят принципиальный характер и обусловлены необходимостью введения нового понятия — интегрального коэффициента отражения для поверхностной волны, имеющей непрерывный спектр.

Действительно, при наличии неоднородности в закрытой волноведущей структуре коэффициент отражения для каждой моды дискретного спектра волн не зависит от способа возбуждения (типа источника) данной моды и поэтому может служить характеристикой рассматриваемой неоднородности. Совершенно иная ситуация имеет место для открытых структур в случае непрерывного спектра падающей волны. Независимое рассмотрение задачи дифракции для фиксированного элемента непрерывного спектра поверхностной волны («собственной моды») — некоего аналога дискретного спектра волн — при небольшом расстоянии от источника возбуждения является физически бессодержательным: коэффициент отражения волны с учетом спектрального разложения ее по системе собственных мод, являясь в целом интегральной характеристикой, будет зависеть от типа ее источника и, таким образом, в общем случае не может однозначно характеризовать рассматриваемую неоднородность.

Н. А. Гальченко, С. А. Вартамян

243

В настоящей работе предложен достаточно общий метод решения задачи дифракции поверхностных электромагнитных волн на полубесконечной МДС, возбуждаемой симметричным вибратором, используемым в конструкциях логопериодических печатных вибраторных антенн (рис. 1). При выводе интегрального уравнения для тонкого электрического вибратора используется модель бесконечно малого зазора, справедливая для вибраторов с $W/(2l) \leq 0,06$ [16]. Напряжение $+V_0/2$ и $-V_0/2$ между соответствующими плечами вибратора и электрической стенкой в плоскости $x = 0$ при $y = \pm b_1$ считается известным. Метод базируется на вариационных принципах, которые реализуются на основе разложения тензорной функции Грина по LM- и LE-модам (собственным волнам) МДС и свободного пространства [17, 18].

Геометрия задачи изображена на рис. 1. Диэлектрические слои расположены в плоскости xz симметрично относительно плоскости $y = 0$. Диэлектрическая проницаемость равна ϵ_1 при $|y| < b_1$, ϵ_2 при $b_1 < |y| < b_2$ и ϵ_3 при $|y| > b_2$. Слева на обрыв МДС набегают поверхностные LM- и LE-волны. Они возбуждают вторичные волны типа LM и LE, распространяющиеся в обе стороны от раскрыва. Электрическое поле \mathbf{E} и магнитное поле \mathbf{H} на раскрыве (в плоскости $z = 0$) может быть представлено в виде спектральных разложений [17, 18]:

$$\mathbf{E} = \begin{cases} \int_0^\infty (v) a_{ku} (v) \mathbf{E}_{ku}^{(1)+} du + \int_0^\infty (v) b_{ku} (v) \mathbf{E}_{ku}^{(1)-} du + \sum_{i=1}^2 \sum_{\mu=1}^\infty \int_0^\infty (i) b_{\mu u} (i) \mathbf{E}_{\mu u}^{(1)-} du, & z \leq 0; \\ \sum_{i=1}^2 (i) \mathbf{E}^{(2)}, & z > 0, \end{cases} \quad (1)$$

$$\mathbf{H} = \begin{cases} \int_0^\infty (v) a_{ku} (v) \mathbf{H}_{ku}^{(1)+} du + \int_0^\infty (v) b_{ku} (v) \mathbf{H}_{ku}^{(1)-} du + \sum_{i=1}^2 \sum_{\mu=1}^\infty \int_0^\infty (i) b_{\mu u} (i) \mathbf{H}_{\mu u}^{(1)-} du, & z \leq 0; \\ \sum_{i=1}^2 (i) \mathbf{H}^{(2)}, & z > 0. \end{cases} \quad (2)$$

Штрих у знака суммирования означает, что в эту сумму не входит слагаемое с индексом $\mu = k$ при $i = v$. Индексом i (или v) конкретизируется тип волны: $i = 1$ — LM-волны, $i = 2$ — LE-волны, индексом μ (или k) — номер поверхностной волны. Цифрами 1 и 2 в скобках отмечаются величины, относящиеся соответственно к МДС и к правому полупространству ($z \geq 0$). Индексами + и – отмечены соответственно прямые и обратные волны; u — поперечное волновое число.

Выражение для полей в МДС (при $z \leq 0$), возбуждаемых различными печатными вибраторами получено в [16, 19]. Поле в области $z \geq 0$ определим через электрический ($v = 1$) и магнитный ($v = 2$) векторные потенциалы $(v) \mathbf{A}_e^o$, направленные вдоль оси y :

$${}^{(1)} A_y^o{}^{(2)}(\mathbf{r}) = \int_{V'} j_y^o(\mathbf{r}') {}^{(1)} \Psi_e^o(\mathbf{r}, \mathbf{r}') dv', \quad {}^{(2)} A_y^o{}^{(2)}(\mathbf{r}) = \int_{V'} j_y^m(\mathbf{r}') {}^{(2)} \Psi_e^o(\mathbf{r}, \mathbf{r}') dv', \quad (3)$$

где

$${}^{(1)} \Psi_e^o = \frac{1}{4\pi^2 j} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{-j(\chi_1 x + \Gamma z)}}{\Gamma} e^{j\chi_1 x'} \left\{ \begin{matrix} \cos(\chi_2 y) \cos(\chi_2 y') \\ -\sin(\chi_2 y) \sin(\chi_2 y') \end{matrix} \right\} d\chi_1 d\chi_2,$$

$${}^{(2)} \Psi_e^o = \frac{1}{4\pi^2 j} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{-j(\chi_1 x + \Gamma z)}}{\Gamma} e^{j\chi_1 x'} \left\{ \begin{matrix} -\sin(\chi_2 y) \sin(\chi_2 y') \\ \cos(\chi_2 y) \cos(\chi_2 y') \end{matrix} \right\} d\chi_1 d\chi_2,$$

$\Gamma = \sqrt{k^2 - \chi_1^2 - \chi_2^2}$, $k = 2\pi/\lambda$ — волновое число, λ — длина волны в вакууме, \mathbf{j}^o и \mathbf{j}^m — плотности электрического и магнитного токов, j — мнимая единица. Индексы o и e , как и в [18], задают характер

симметрии относительно горизонтальной плоскости $y = 0$: o — нечетная (электрическая стенка), e — четная (магнитная стенка). В дальнейшем, где это не вызывает неоднозначного толкования, индексы o и e опускаются. Рассмотрим случай, когда слева на обрыв МДС набегают k -ая поверхностная ЛЕ-волна. Введем следующие обозначения для падающей волны:

$${}^{(v)}\mathbf{E}_k^{(1)p} = \int_0^\infty {}^{(v)}a_{ku} {}^{(v)}\mathbf{E}_{ku}^{(1)+} du, \quad {}^{(v)}\mathbf{H}_k^{(1)p} = \int_0^\infty {}^{(v)}a_{ku} {}^{(v)}\mathbf{H}_{ku}^{(1)+} du,$$

и для рассеянных (отраженных) волн:

$${}^{(v)}\mathbf{E}_\mu^{(1)s} = \int_0^\infty {}^{(v)}b_{\mu u} {}^{(v)}\mathbf{E}_{\mu u}^{(1)-} du, \quad {}^{(v)}\mathbf{H}_\mu^{(1)s} = \int_0^\infty {}^{(v)}b_{\mu u} {}^{(v)}\mathbf{H}_{\mu u}^{(1)-} du.$$

Задавая поле \mathbf{E} на основе (1), с учетом ортогональности волн [5, 20] получим соотношение

$$\int_S [\mathbf{E}, {}^{(2)}\mathbf{H}_k] ds = [1 + {}^{(2)}R_k(E)] \int_S [{}^{(2)}\mathbf{E}_k^{(1)p}, {}^{(2)}\mathbf{H}_k^{(1)p}] ds, \quad (4)$$

где

$${}^{(2)}R_k(E) = \frac{\int_S [{}^{(2)}\mathbf{E}_k^{(1)s}, {}^{(2)}\mathbf{H}_k^{(1)p}] ds}{\int_S [{}^{(2)}\mathbf{E}_k^{(1)p}, {}^{(2)}\mathbf{H}_k^{(1)p}] ds},$$

$ds = \mathbf{i}_z dx dy$, \mathbf{i}_z — орт декартовой системы координат, S — плоскость раскрытия $z = 0$. Удовлетворяя условию непрерывности магнитного поля на границе $z = 0$, на основе (2) можно получить следующие выражения:

$$1 + {}^{(2)}R_k(H) = \frac{\int_S [{}^{(2)}\mathbf{E}_k^{(1)p}, {}^{(2)}\mathbf{H}^{(2)}] ds}{\int_S [{}^{(2)}\mathbf{E}_k^{(1)p}, {}^{(2)}\mathbf{H}_k^{(1)p}] ds}, \quad (5)$$

где

$${}^{(2)}R_k(H) = \frac{\int_S [{}^{(2)}\mathbf{E}_k^{(1)p}, {}^{(2)}\mathbf{H}_k^{(1)s}] ds}{\int_S [{}^{(2)}\mathbf{E}_k^{(1)p}, {}^{(2)}\mathbf{H}_k^{(1)p}] ds}.$$

При вычислении коэффициентов ${}^{(2)}R_k(E)$ и ${}^{(2)}R_k(H)$ — интегральных коэффициентов отражения соответственно по электрическому и магнитному полю, определяемых соотношениями (4), (5), автоматически реализуется интегрирование собственных мод по поперечному волновому числу u . Учитывая физический смысл введенных коэффициентов, можно записать соотношение

$${}^{(2)}R_k(E) = -{}^{(2)}R_k(H) = {}^{(2)}R_k. \quad (6)$$

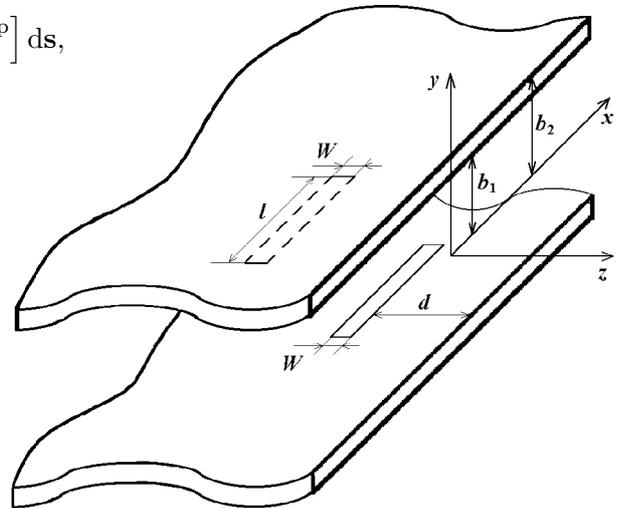


Рис. 1

Используя (4)–(6), получим стационарный функционал

$$\frac{(1 - {}^{(2)}R_k)}{(1 + {}^{(2)}R_k)} = {}^{(2)}\rho \frac{\int_S [{}^{(2)}\mathbf{E}_k^{(1)P}, {}^{(2)}\mathbf{H}^{(2)}] ds}{\int_S [{}^{(2)}\mathbf{E}_k^{(1)P}, {}^{(2)}\mathbf{H}_k^{(1)P}] ds}, \quad (7)$$

в котором коэффициент

$${}^{(2)}\rho = \frac{\int_S [{}^{(2)}\mathbf{E}_k^{(1)P}, {}^{(2)}\mathbf{H}_k^{(1)P}] ds}{\int_S [\mathbf{E}, {}^{(2)}\mathbf{H}_k^{(1)P}] ds}$$

играет роль нормировочного множителя для рассеянного поля ${}^{(2)}\mathbf{H}^{(2)}$. При вычислении рассеянного поля ${}^{(2)}\mathbf{H}^{(2)}$ в полупространстве $z \geq 0$ значения векторного потенциала $A_y^{e(2)}(\mathbf{r})$ в плоскости раскрытия $z = 0$ необходимо умножить на два, так как формула (3) справедлива для свободного пространства.

В дальнейшем ограничимся простейшей формой вариационной методики, используя в стационарном функционале в качестве пробного поля \mathbf{E} поле падающей волны. Подставляя (1) в (3), (7), получим искомое решение задачи.

Выражение (7) является электрической формулировкой вариационного принципа. Задача дифракции LM-мод решается аналогичным образом на основе магнитной формулировки вариационного принципа. В итоге для определения интегрального коэффициента ${}^{(1)}R_k$ получим стационарный функционал

$$\frac{(1 + {}^{(1)}R_k)}{(1 - {}^{(1)}R_k)} = {}^{(1)}\rho \frac{\int_S [{}^{(1)}\mathbf{E}^{(2)}, {}^{(1)}\mathbf{H}_k^{(1)P}] ds}{\int_S [{}^{(1)}\mathbf{E}_k^{(1)P}, {}^{(1)}\mathbf{H}_k^{(1)P}] ds}, \quad (8)$$

где

$${}^{(1)}\rho = \frac{\int_S [{}^{(1)}\mathbf{E}_k^{(1)P}, {}^{(1)}\mathbf{H}_k^{(1)P}] ds}{\int_S [{}^{(1)}\mathbf{E}_k^{(1)P}, \mathbf{H}] ds}.$$

Как и в предыдущем случае, ограничимся простейшей формой вариационной методики, подставляя в стационарный функционал (8) в качестве пробного поля \mathbf{H} поле падающей волны. Стационарность формул (7), (8) обеспечивает результаты расчета коэффициентов отражения с погрешностями следующего порядка малости по отношению к погрешностям определения пробных полей \mathbf{E} и \mathbf{H} . Относительная ошибка вычисления коэффициента отражения используемым методом обычно не превышает $5 \div 7\%$ [5, 21, 22].

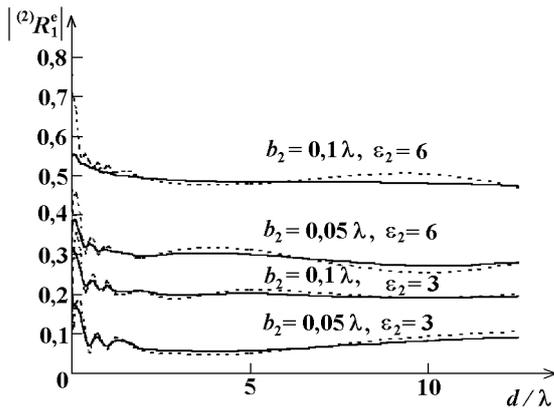


Рис. 2

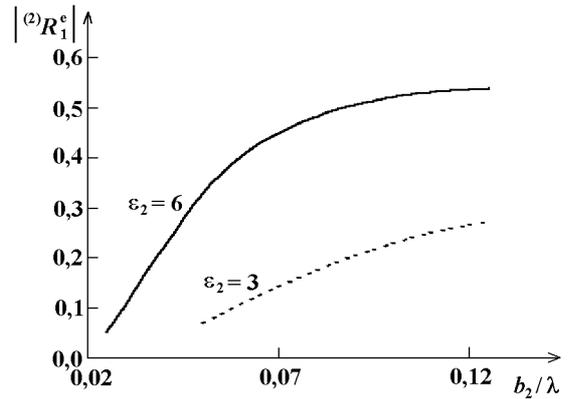


Рис. 3

Диаграмма направленности (ДН) излучения плоскости раскрыва МДС вычисляется через значения векторных потенциалов $^{(v)}A_y^{(2)}$ ($v = 1, 2$) (3) в дальней зоне методом перевала с переходом в сферическую систему координат ($x = R \cos \varphi \sin \theta$, $y = R \sin \varphi \cos \theta$, $z = R \cos \theta$) [19, 23]. При этом электрические и магнитные токи в (3) определяются через значения падающего поля $^{(2)}\mathbf{E}_k^{(1)P}$ и $^{(1)}\mathbf{H}_k^{(1)P}$ и интегральные коэффициенты отражения $^{(v)}R_k$:

$$j_y^{\text{э}} = (1 - ^{(1)}R_k) ^{(1)}H_{kx}^{(1)P}, \quad j_y^{\text{м}} = -(1 + ^{(2)}R_k) ^{(2)}E_{kx}^{(1)P}. \quad (9)$$

В практических конструкциях логопериодических печатных вибраторных антенн, использующих рассматриваемый печатный вибратор (рис. 1) в качестве базового элемента, толщина диэлектрических пластин $(b_2 - b_1)/\lambda \ll 1$, поэтому поверхностные волны LM_k^o и LE_k^o не возбуждаются. Поверхностной волной низшего типа в данной МДС является волна LE_1^e , для которой по формулам (3), (7), (9) ниже выполнен расчет коэффициента отражения $^{(2)}R_1^e$ и ДН излучения плоского раскрыва.

Определение распределения тока на печатном вибраторе и вычисление полей по формулам (1), (2) реализуется на основе методики, описанной в [16]. Интегралы по плоскости раскрыва S в (7) сводятся к простым замкнутым выражениям, содержащим элементарные функции. Вычисление рассеянного поля $^{(2)}\mathbf{H}^{(2)}$ в (7) через векторный потенциал $^{(2)}A_y^{(2)}(\mathbf{r})$ сводится к двойному интегрированию по χ_1 и χ_2 функций, имеющих сингулярности типа полюсов и точек ветвления. Переход к полярным координатам позволил свести их к вычислению интеграла от быстро убывающей функции, не имеющей особых точек.

Результаты расчета зависимости $|^{(2)}R_1^e|$ от d/λ и b_2/λ для $\epsilon_1 = 1$ и при различных значениях ϵ_2 приведены на рис. 2 и 3. На рис. 2 иллюстрируется зависимость интегрального коэффициента отражения $|^{(2)}R_1^e|$ от расстояния d/λ для поверхностной волны LE_1^e , возбуждаемой полуволновым вибратором (сплошные линии); пунктирные линии характеризуют случай, когда вибратор заменяется соответствующим электрическим диполем, ориентированным вдоль оси x . Существенная зависимость коэффициента отражения от типа источника поверхностной волны и расстояния от него до раскрыва МДС проявляется при $d/\lambda \leq 0,5$. Расчет зависимости $|^{(2)}R_1^e|$ от других параметров печатного вибратора показывает, что варьирование длины l и ширины W в пределах 20÷30 % при $d/\lambda \geq 0,5$ вызывает изменение коэффициента отражения на 1÷3%. На рис. 3 показана зависимость $|^{(2)}R_1^e|$ от толщины диэлектрических пластин $(b_2 - b_1)/\lambda$ для $b_1/\lambda = 0,0125$ при $d/\lambda = 0,5$. Для $d/\lambda > 1$ при увеличении толщины диэлектрических пластин величина $|^{(2)}R_1^e|$ стремится к значениям, определяемым формулой Френеля.

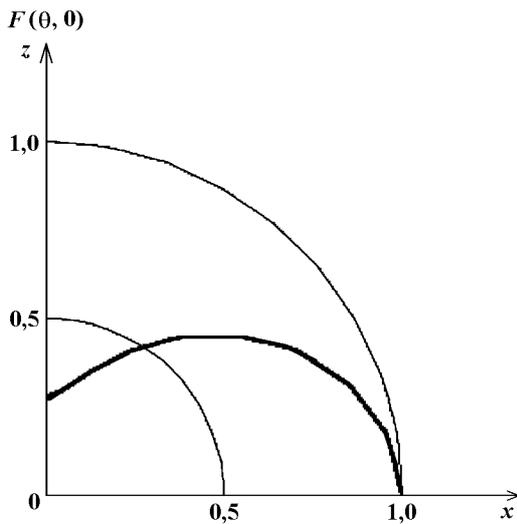


Рис. 4

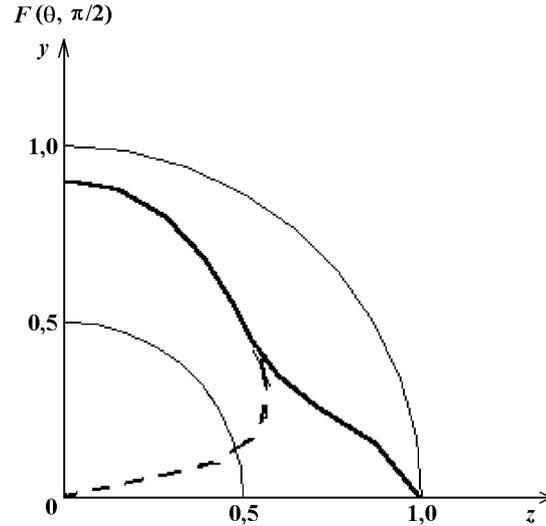


Рис. 5

Известно, что поверхностные волны, возбуждаемые в бесконечно протяженной МДС, не дают вклада в результирующее поле в дальней зоне вследствие экспоненциального убывания поля таких волн при удалении от плоскостей $y = \pm b_2$. Трансформация поверхностной волны в пространственную происходит на обрыве МДС, что может быть использовано в практических конструкциях печатных антенн.

Результирующие диаграммы направленности $F(\theta, \varphi)$ полуволнового вибратора в E - и H -плоскостях ($F(\theta, 0)$ и $F(\theta, \pi/2)$ соответственно) приведены на рис. 4 и 5, где сплошные линии соответствуют результирующей ДН, пунктирные — модели с бесконечно протяженной МДС; в плоскости E результирующая ДН соответствует ДН плоскости раскрыва МДС. На этих рисунках представлены расчеты ДН рассматриваемой структуры для полуволнового вибратора с параметрами $b_1 = 0,0125 \lambda$, $b_2 = 0,05 \lambda$, $\varepsilon_1 = \varepsilon_3 = 1$, $\varepsilon_2 = 3$, $d/\lambda = 0,5$, $l = \lambda/4$, $W = 0,1l$, $\lambda = 40$ см. Анализ проведенных расчетов показывает, что с учетом поля раскрыва полубесконечной МДС провал в результирующей ДН, характерный для модели бесконечно протяженной МДС, согласно которой излучение определяется только полем пространственной волны, исчезает.

Полученные результаты могут быть положены в основу расчета характеристик широкого класса печатных антенн, использующих в качестве подложек МДС конечных размеров.

ЛИТЕРАТУРА

1. Нефедов Е. И. Дифракция электромагнитных волн на диэлектрических структурах. — М.: Наука, 1979. — 272 с.
2. Vassallo C. // IEEE Proc. Pt. J. 1993. V. 137, № 4. P. 193.
3. Панченко Б. А. // Радиотехника. 1990. № 6. С. 63.
4. Васильев Е. Н., Полынкин А. В., Солодухов В. В. // Радиотехника и электроника. 1980. Т. 25, № 9. С. 1862.
5. Васильев А. Д., Маненков А. Б. // Изв. вуз. Радиофизика. 1987. Т. 30, № 3. С. 405.
6. Маненков А. Б. // Изв. вуз. Радиофизика. 1997. Т. 40, № 8. С. 1004.
7. Ghromi M., Bandrand H. // Electron. Lett. 1989. V. 25, № 13. P. 870.
8. Bokhari S. A., Mosig I. K., Gardiol F. E. // Electron. Lett. 1992. V. 27, № 22. P. 2091.
9. Huang J. // IEEE Trans. 1983. V. AP31, № 4. P. 649.
10. Bhattacharya A. K. // IEEE Trans. 1990. V. AP38, № 2. P. 152.

11. Vaudon F., Reineix A., Jecko B. // Electron. Lett. 1990. V. 27. P. 956.
12. Карвицкий Г. Э., Просвирин С. Л. // Доп. Нац. АН України. 1997. № 2. С. 90.
13. Карвицкий Г. Э., Просвирин С. Л. // Радиофизика и радиоастрономия. 1986. Т. 1, № 2. С. 237.
14. Маненков А. Б. // Изв. вуз. Радиофизика. 1982. Т. 25, № 12. С. 1484.
15. Левин Л. Теория волноводов. Методы решения волноводных задач. — М.: Радио и связь, 1981. — 311 с.
16. Гальченко Н. А., Вартаньян С. А. // Изв. вуз. Радиофизика. 1999. Т. 42, № 6. С. 551.
17. Гальченко Н. А., Вартаньян С. А. // IV Международная научн.-техн. конференция «Антенно-фидерные устройства, системы и средства радиосвязи» (Воронеж, май 1999).
18. Гальченко Н. А. // Изв. вуз. Радиофизика. 1999. Т. 42, № 5. С. 459.
19. Galchenko N., Vartanyan S. // Proc. Int. Conf. Mathematical Methods in Electromagnetic Theory, ММЕТ-98, Kharkov, 1998. V. 2. P. 562.
20. Вайнштейн Л. А., Маненков А. Б. // Лекции по электронике СВЧ и радиофизике. Кн. 1. — Саратов: СГУ, 1986. С. 141.
21. Маненков А. Б., Тигелис И. Г. // Изв. вуз. Радиофизика. 1999. Т. 42, № 1. С. 73.
22. Гальченко Н. А., Михалевский В. С., Синявский Г. П. Волноводы сложных сечений и полосковые линии. — Ростов-на-Дону: Изд-во Ростов. госуниверситета, 1978. — 175 с.
23. Марков Г. Т., Сазонов Д. М. Антенны. — М.: Энергия, 1975. — 528 с.

Ростовский государственный
университет, г. Ростов-на-Дону,
Россия

Поступила в редакцию
16 августа 1999 г.

**DIFFRACTION OF THE SURFACE ELECTROMAGNETIC WAVES
FROM A BREAK OF A MULTILAYER DIELECTRIC STRUCTURE**

N. A. Galchenko and S. A. Vartanyan

We solve the three-dimensional problem of diffraction of the surface LE- and LM-waves from a semi-infinite multilayer dielectric structure (MDS) excited by a printed dipole. The integral reflection coefficients and the angular pattern of the radiation from the MDS break are determined.

УДК 621.396:621.391.82

ОБ ЭФФЕКТИВНОСТИ РАБОТЫ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ СЕПАРАТОРОВ СИГНАЛА И ПОМЕХ, ПОСТРОЕННЫХ ПО КРИТЕРИЮ СРЕДНЕЙ КВАДРАТИЧНОЙ ОШИБКИ

С. А. Метелев

В работе исследована эффективность подавления помех в адаптивных пространственных сепараторах сигнала и помех, построенных по критерию средней квадратичной ошибки (СКО), для каналов радиосвязи. Рассмотрены три алгоритма: алгоритм минимизации СКО (МСКО), алгоритм МСКО с ортонормированием входных сигналов и алгоритм непосредственного обращения ковариационной матрицы входных процессов (НОМ). Показано, что перечисленные алгоритмы являются асимптотически оптимальными и эквивалентными друг другу. При их применении в нестационарных каналах связи конечное время усреднения в корреляторах приводит к тому, что алгоритм МСКО значительно уступает по эффективности двум другим, среди которых НОМ обеспечивает несколько лучшие характеристики компенсации помех. Эффективность алгоритмов исследована методами численного и натурального моделирования.

Пространственные сепараторы сигнала и помех представляют из себя устройства, реализующие класс алгоритмов пространственно-временной обработки сигналов (ПВОС), обеспечивающих разделение входной сигнально-помеховой смеси на составляющие и прием полезного сигнала (сигналов), для адаптивных антенных систем (ААС). Пространственные сепараторы могут найти приложение в таких областях, как связь, пеленгация, навигация, активная и пассивная локация объектов разной природы и др., при этом пространственные сепараторы могут применяться в различных диапазонах электромагнитных и акустических волн.

В зависимости от решаемых задач алгоритмы сепарации сигналов и помех могут быть построены по различным критериям. Одни из них реализуют разложение входных процессов по собственным векторам ковариационной матрицы [1, 2], другие минимизируют коэффициенты кросс-корреляции второго (и более высокого) порядка выходных процессов [3], третьи используют разные эталонные колебания для разделения компонент смеси [4]. Возможны, по-видимому, и другие принципы разделения смесей на компоненты в антенных колебаниях при помощи адаптивной обработки.

Применение сепараторов в каналах связи диктуется необходимостью компенсации имитационных помех (наряду с помехами других типов), не имеющих априорно известных различий с полезным сигналом. Качество приема сигналов определяется отношением мощности сигнала к мощности шума, а при наличии внешней помехи — отношением сигнал/(помеха+шум) (ОСПШ). Поэтому адаптивные пространственные сепараторы для радиосвязи должны оптимизироваться по критерию максимума ОСПШ. Известно [5], что в том случае, когда можно сформировать эталонный (опорный) сигнал, хорошо коррелированный с полезным сигналом и некоррелированный с помехой, компенсаторы помех можно построить по критерию средней квадратичной ошибки (СКО). Алгоритмы ПВОС по критерию СКО минимизируют среднее квадратичное отклонение выходного сигнала ААС от эталонного сигнала и максимизируют при этом ОСПШ. Исходя из этого, для компенсаторов помех в каналах связи представляется наиболее предпочтительным применять алгоритмы по критерию СКО.

Существует ряд адаптивных алгоритмов, решающих задачу вычисления весовых коэффициентов по критерию СКО, один из которых реализует непосредственное обращение выборочной ковариационной матрицы входных процессов (НОМ) [5], другие образуют целый класс градиентных алгоритмов, осуществляющих рекуррентное вычисление весов. В этом классе алгоритмов наиболее эффективными и экономичными по вычислительным затратам представляются алгоритм минимизации

СКО (МСКО) [5] (носящий также названия метод наименьших квадратов [6] или алгоритм Уидроу—Хоффа), а также алгоритм МСКО с предварительной ортонормировкой входных процессов [4].

Целью данной работы является сравнительный анализ эффективности сепараторов, построенных по трем перечисленным алгоритмам, в стационарных и нестационарных каналах радиосвязи. При этом акцент сделан на исследовании малоэлементных адаптивных антенных систем, состоящих из двух пространственно или поляризационно разнесенных антенных элементов. Такая конфигурация ААС наиболее применима для мобильных объектов радиосвязи.

1. АСИМПТОТИЧЕСКАЯ ОПТИМАЛЬНОСТЬ АЛГОРИТМОВ

В теории адаптивных антенных решеток хорошо известно уравнение Винера—Хоффа для оптимальных весовых коэффициентов, обеспечивающих минимизацию СКО и максимизацию ОСПШ:

$$\mathbf{w} = \mathbf{R}_{xx}^{-1} \mathbf{r}_{xd}, \quad (1)$$

где \mathbf{R}_{xx}^{-1} — обратная ковариационная матрица, \mathbf{r}_{xd} — вектор корреляции входных процессов $\mathbf{x}(t)$ с эталонным колебанием $d(t)$. Для сепаратора должен быть сформирован вектор эталонных колебаний $\mathbf{d}(t)$, поэтому вектор \mathbf{r}_{xd} и весовые коэффициенты превращаются в матрицы, а уравнение (1) принимает вид

$$\mathbf{W} = \mathbf{R}_{xx}^{-1} \mathbf{R}_{xd}, \quad (2)$$

$$\mathbf{R}_{xx} = \mathbf{E}\{\mathbf{x}^* \mathbf{x}^T\}, \quad (3)$$

$$\mathbf{R}_{xd} = \mathbf{E}\{\mathbf{x}^* \mathbf{d}^T\}, \quad (4)$$

$$\mathbf{z} = \mathbf{W}^T \mathbf{x}, \quad (5)$$

где \mathbf{x} , \mathbf{z} и \mathbf{d} — векторы входных, выходных и эталонных колебаний, $\mathbf{E}\{\dots\}$ — математическое ожидание, значки * и T обозначают соответственно комплексное сопряжение и транспонирование. Столбцы матрицы весовых коэффициентов представляют из себя векторы весов для разных выходов ААС. Количество выходов M не может превышать число ветвей разнесения N , поэтому число столбцов матрицы весовых коэффициентов $M \leq N$.

Для малоэлементных антенн не представляет труда оценить выборочную ковариационную матрицу, обратить ее и найти весовые коэффициенты из уравнения (2). Такое прямое решение называется алгоритмом непосредственного обращения матрицы (НОМ). Сепаратор, построенный по данному алгоритму, является оптимальным компенсатором помех на одном из своих выходов. На других выходах выделяются другие компоненты входной смеси (помехи).

Для ААС с большим числом ветвей разнесения резко возрастают вычислительные сложности нахождения и обращения выборочной ковариационной матрицы. С целью уменьшения вычислительных затрат разработаны градиентные алгоритмы, обеспечивающие сходимость решения к оптимальным весовым коэффициентам (2) путем пошаговой настройки весов и не требующие обращения ковариационной матрицы. Среди них наиболее простым является алгоритм МСКО (алгоритм Уидроу—Хоффа (УХ)), в котором в качестве оценки градиента ошибки выбран градиент оценки ошибки при использовании одного временного отсчета. При этом матрица \mathbf{W}_k весовых коэффициентов сепаратора на k -м отсчете находится из уравнения

$$\mathbf{W}_{k+1} = \mathbf{W}_k + 2\mu \mathbf{e}_k \mathbf{x}_k^\dagger, \quad (6)$$

$$\mathbf{e}_k = \mathbf{d}_k - \mathbf{W}_k^T \mathbf{x}_k, \quad (7)$$

$$\mathbf{z}_k = \mathbf{W}_k^T \mathbf{x}_k, \quad (8)$$

где \mathbf{e} — вектор сигналов ошибки, значок \dagger обозначает транспонирование и комплексное сопряжение.

В процессе настройки решение этого уравнения сходится к оптимальным весовым коэффициентам винеровского решения. Время сходимости регулируется шагом μ , который выбирается в интервале $0 < \mu \leq 1/2$. Для стационарных сигналов от статистического усреднения можно перейти к усреднению по времени, которое реализуется в корреляторах. Блок-схема алгоритма Уидроу—Хоффа для одного из каналов сепаратора приведена на рис. 1.

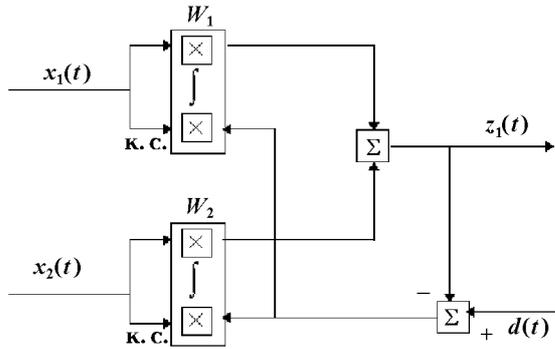


Рис. 1. Алгоритм минимизации средней квадратичной ошибки (УХ), к. с. — комплексное сопряжение, знак интеграла обозначает полный интегратор

мак автоматической регулировки уровня (АРУ). Алгоритм АРУ реализуется в виде вычисления нормы комплексного колебания, усреднения ее в фильтре низкой частоты (ФНЧ), извлечения квадратного корня и нормировки выходов ортогонализатора на эту величину. Ортонормированные колебания вместе с эталонными колебаниями поступают на M блоков УХ, в результате чего формируется M выходов сепаратора. Описанный алгоритм Уидроу—Хоффа с ортонормированием (УХО) обладает свойством динамической инвариантности: время сходимости основанной на нем вычислительной процедуры не зависит от соотношения уровней сигнала и помех в антенных колебаниях. С точки зрения свойств рабочей функции (зависимости квадрата ошибки от весовых коэффициентов) ортонормирование сигналов приводит к тому, что она превращается в параболоид вращения, а градиент ошибки при любом начальном значении весов направлен по пути наискорейшего спуска. Для таких сигналов ковариационная матрица и обратная матрица становятся единичными, и алгоритм МСКО становится эквивалентным алгоритму Ньютона.

Весовые коэффициенты алгоритма УХО после настройки равны оптимальным весовым коэффициентам (1). Наиболее просто это можно показать для практически важного случая ААС с двумя ветвями разнесения. В этом случае ковариационная матрица имеет вид

$$\mathbf{R}_{xx} = \begin{pmatrix} \overline{x_1^* x_1} & \overline{x_1^* x_2} \\ \overline{x_2^* x_1} & \overline{x_2^* x_2} \end{pmatrix},$$

где черта сверху обозначает усреднение по времени. Обозначим через $p_{1,2} = \overline{x_{1,2} x_{1,2}^*}$ — мощности входных процессов, $r = \overline{x_1 x_2^*}$ — коэффициент ковариации, тогда выражение для обратной ковариаци-

Алгоритм МСКО (УХ) довольно прост в реализации, но при большом отличии собственных чисел ковариационной матрицы время его сходимости значительно возрастает и определяется минимальным собственным числом. Существует несколько методов, корректирующих этот недостаток алгоритма МСКО (алгоритм Ньютона, последовательной регрессии и др. [6]). Один из них использован нами в [4] и заключается в выравнивании собственных чисел с помощью предпроцессора ортонормировки.

Входные сигналы поступают на ортогонализатор, который может быть построен по алгоритму Грама—Шмидта (в двухканальном случае это квадратурный автокомпенсатор, см. рис. 2), после чего их мощности нормируются в схе-

онной матрицы принимает вид

$$\mathbf{R}_{xx}^{-1} = \frac{1}{p_1 p_2 - |r|^2} \begin{pmatrix} p_2 & -r^* \\ -r & p_1 \end{pmatrix}.$$

Из уравнения Винера—Хопфа (2) получаем матрицу оптимальных весовых коэффициентов сепаратора:

$$\mathbf{W}_{\text{опт}} = \frac{1}{D} \begin{pmatrix} p_2 v_{11} - r^* v_{21} & p_2 v_{12} - r^* v_{22} \\ p_1 v_{21} - r v_{11} & p_1 v_{22} - r v_{12} \end{pmatrix}, \tag{9}$$

где $v_{ij} = \overline{x_i^* d_j}$ ($i, j = 1, 2$) — элементы матрицы корреляции эталонных сигналов с входными сигналами, $D = p_1 p_2 - |r|^2$ — детерминант ковариационной матрицы. К весовым коэффициентам (9) сходится после настройки и вычислительная процедура, основанная на алгоритме Уидроу—Хоффа (рис. 1).

Найдем стационарные весовые коэффициенты для алгоритма УХО (рис. 2). Весовой коэффициент ортогонализатора $w_0 = \overline{x_1 x_2^*} / \overline{x_2 x_2^*} = r/p_2$. Выходное колебание ортогонализатора $\xi_1 = x_1 - w_0 x_2$, второй канал данного устройства сквозной, т. е. $\xi_2 = x_2$. После схем АРУ колебания, поступающие на вход алгоритма УХ, имеют вид

$$y_1 = \frac{x_1 - w_0 x_2}{\sqrt{(x_1 - w_0 x_2)(x_1^* - w_0^* x_2^*)}} = \sqrt{\frac{p_2}{D}} (x_1 - w_0 x_2), \tag{10}$$

$$y_2 = \frac{x_2}{\sqrt{p_2}}. \tag{11}$$

Для таких колебаний с учетом их ортонормированности ($\overline{y_1 y_2^*} = 0, \overline{y_1 y_1^*} = \overline{y_2 y_2^*} = 1$) весовые коэффициенты УХ (9) принимают простой вид:

$$\mathbf{W}_{\text{УХ}} = \begin{pmatrix} v'_{11} & v'_{12} \\ v'_{21} & v'_{22} \end{pmatrix}, \tag{12}$$

где $v'_{ij} = \overline{y_i^* d_j}$.

С учетом (10), (11) получаем

$$\mathbf{W}_{\text{УХ}} = \begin{pmatrix} \sqrt{\frac{p_2}{D}} \left(v_{11} - \frac{r^*}{p_2} v_{21} \right) & \sqrt{\frac{p_2}{D}} \left(v_{12} - \frac{r^*}{p_2} v_{22} \right) \\ \frac{v_{21}}{\sqrt{p_2}} & \frac{v_{22}}{\sqrt{p_2}} \end{pmatrix}. \tag{13}$$

Теперь найдем выходные процессы после сумматоров:

$$\begin{aligned} \mathbf{z} &= \mathbf{W}_{\text{УХ}}^T \mathbf{y} = \begin{pmatrix} \sqrt{\frac{p_2}{D}} \left(v_{11} - \frac{r^*}{p_2} v_{21} \right) & \frac{v_{21}}{\sqrt{p_2}} \\ \sqrt{\frac{p_2}{D}} \left(v_{12} - \frac{r^*}{p_2} v_{22} \right) & \frac{v_{22}}{\sqrt{p_2}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sqrt{\frac{p_2}{D}} \left(x_1 - \frac{r}{p_2} x_2 \right) \\ \frac{x_2}{\sqrt{p_2}} \end{pmatrix} = \\ &= \frac{1}{D} \begin{pmatrix} (p_2 v_{11} - r^* v_{21}) x_1 + (p_1 v_{21} - r v_{11}) x_2 \\ (p_2 v_{12} - r^* v_{22}) x_1 + (p_1 v_{22} - r v_{12}) x_2 \end{pmatrix} = \mathbf{W}_{\text{опт}}^T \mathbf{x}. \end{aligned} \tag{14}$$

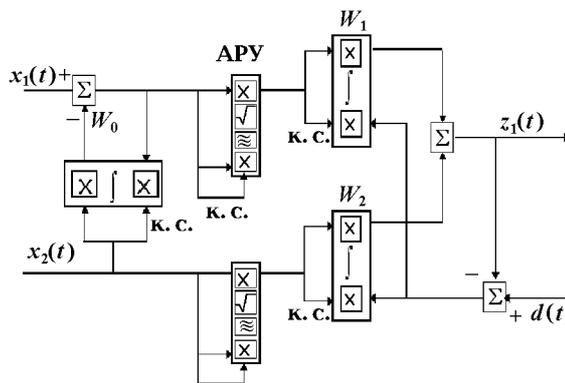


Рис. 2. Алгоритм Уидроу—Хоффа с ортонормирующим преобразованием антенных колебаний (УХО) для одного из каналов сепаратора

Таким образом, при представлении алгоритма УХО в форме двух адаптивных сумматоров с эквивалентными весовыми коэффициентами $\mathbf{W}_{\text{УХО}}$ оказывается, что $\mathbf{W}_{\text{УХО}} = \mathbf{W}_{\text{опт}}$, т. е. алгоритм УХО является оптимальным алгоритмом (так же, как и алгоритмы НОМ и УХ).

Проанализируем помехоустойчивость этих алгоритмов для двухканального сепаратора при наличии двух колебаний на антенных входах (полезного сигнала и помехи) и некоррелированных шумов. Под помехоустойчивостью здесь будем понимать величину ОСПШ на выходах алгоритма ПВОС. При этом будем считать мощности сигналов, помех и шумов в двух ветвях разнесения равными (это соответствует случаю пространственно разнесенных антенн с изотропными диаграммами направленности). Представим колебания в ветвях разнесения в следующем виде:

$$\begin{aligned} x_1(t) &= ac_s(t)e^{i\beta_s} + bc_p(t)e^{i\beta_p} + n_1(t)e^{i\eta_1(t)}, \\ x_2(t) &= ac_s(t)e^{i(\beta_s+\Delta\beta_s)} + bc_p(t)e^{i(\beta_p+\Delta\beta_p)} + n_2(t)e^{i\eta_2(t)}, \end{aligned} \quad (15)$$

где $n_1(t)e^{i\eta_1(t)}$, $n_2(t)e^{i\eta_2(t)}$ — некоррелированные шумы с единичной мощностью, $\overline{n_{1,2}(t)n_{1,2}^*(t)} = |n|^2 = 1$, a и b — нормированные на среднеквадратичную амплитуду шума амплитуды сигнала и помехи, $c_{s,p}(t)$ — модулирующие функции, имеющие свойства $\overline{c_{s,p}(t)c_{s,p}^*(t)} = 1$, $\overline{c_{s,p}(t)c_{p,s}^*(t)} = 0$, $\beta_{s,p}$ — начальные фазы сигнала и помехи, $\Delta\beta_{s,p}$ — разности фаз сигналов и помех на антенных элементах. Для таких колебаний и эталонных сигналов в виде модулирующих функций ($d_{1,2}(t) = c_{s,p}(t)$) оптимальные весовые коэффициенты имеют вид

$$\mathbf{W}_{\text{опт}}^T = \frac{1}{D} \begin{pmatrix} p_2 a e^{-i\beta_s} - r^* a e^{-i(\beta_s+\Delta\beta_s)} & p_1 a e^{-i(\beta_s+\Delta\beta_s)} - r a e^{-i\beta_s} \\ p_2 b e^{-i\beta_p} - r^* b e^{-i(\beta_p+\Delta\beta_p)} & p_1 b e^{-i(\beta_p+\Delta\beta_p)} - r b e^{-i\beta_p} \end{pmatrix}, \quad (16)$$

$$D = 2a^2b^2(1 - \cos(\Delta\beta)) + 2(a^2 + b^2) + 1, \quad (17)$$

где $\Delta\beta = \Delta\beta_s - \Delta\beta_p$ — отличие разностей фаз антенных колебаний сигнала и помехи. Используя весовые коэффициенты (16), можно найти выходные колебания сепаратора и вычислить мощности компонент этих колебаний, т. е. мощности сигнала C , помехи Π и шума Ш . После этого выражение для ОСПШ имеет вид $\text{ОСПШ} = C/(\Pi + \text{Ш})$. Для сигнального выхода сепаратора получим

$$C = \frac{4a^4}{D^2}(b^2[1 - \cos(\Delta\beta)] + 1)^2, \quad (18)$$

$$\Pi = \frac{2a^2b^2}{D^2}[1 + \cos(\Delta\beta)], \quad (19)$$

$$\text{Ш} = \frac{2a^2}{D^2}(2b^2[b^2 + 1][1 - \cos(\Delta\beta)] + 1). \quad (20)$$

Мощности помехи и шума на выходе зависят от трех параметров: уровней сигнала и помехи на входе и разности углов прихода (отличия разности фаз антенных колебаний) сигнала и помехи. На рис. 3 приведены зависимости $\Pi(b)$, $\text{Ш}(b)$, $C(b)$, $\text{ОСПШ}(b)$ при фиксированном уровне сигнала на входе $a = 10$ (входное ОСШ = 100, или 20 дБ). ОСПШ на входе с ростом уровня помехи падало от 100 до 0,01 (эта зависимость приведена на правом графике). Угловой разнос между сигналом и помехой на графиках являлся параметром, амплитуда помехи на входе менялась от 0 до 100.

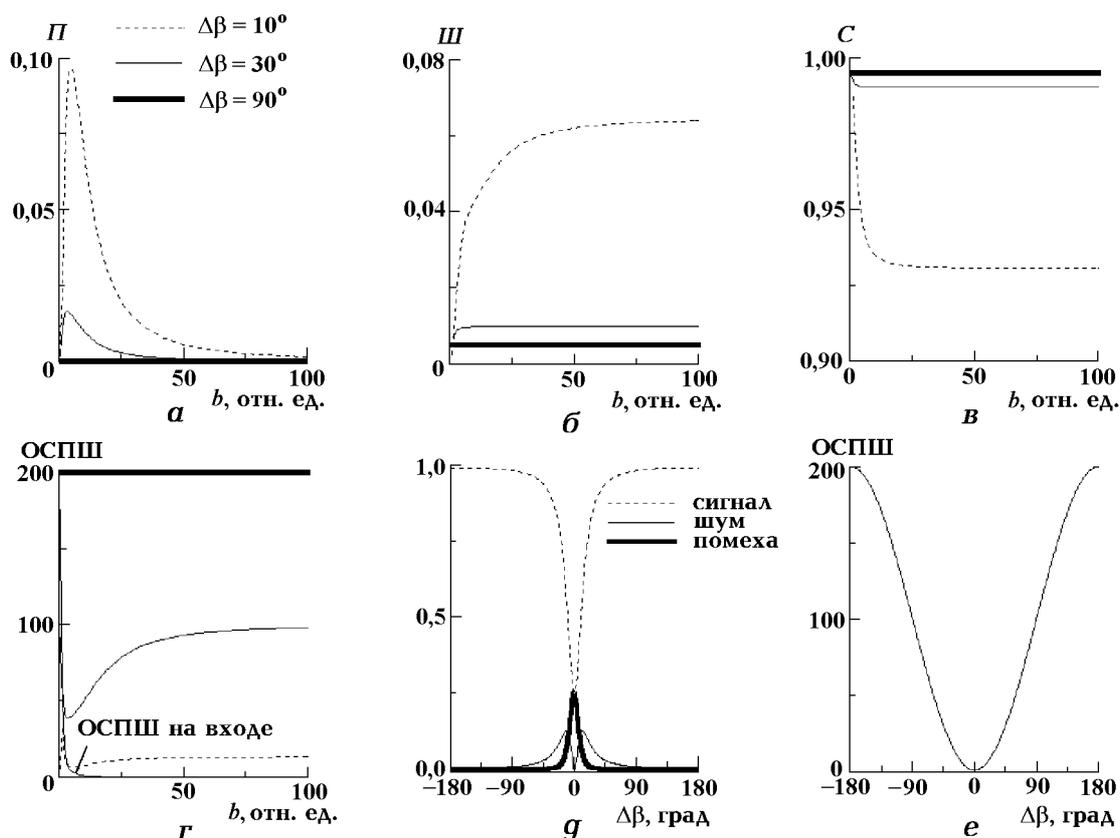


Рис. 3. Зависимости мощности нескомпенсированных остатков помехи (а), шумов (б), сигнала (в) и ОСПШ (г) на выходе сепаратора от амплитуды помехи на входе при трех величинах углового разности сигнала и помехи ($\Delta\beta = 10; 30; 90^\circ$); зависимости мощности сигнала, помехи и шумов (д) и ОСПШ (е) на выходе сепаратора от отличия разностей фаз сигнала и помехи в антенных колебаниях при $a = b = 10$

Из приведенных на рис. 3 зависимостей следует:

- 1) в отсутствие помехи ($b = 0$) на выходе сепаратора ОСПШ равно 200, т. е. достигается выигрыш 3 дБ по отношению к входному ОСШ за счет когерентного сложения сигнала из ветвей разнесения;
- 2) с появлением помехи ОСПШ на выходе сепаратора сначала падает так же, как и входное ОСПШ: скомпенсировать слабую помеху не позволяют некоррелированные шумы; при превышении уровня помехи на входе уровня шумов алгоритм начинает реагировать на помехи и происходит почти полная компенсация помехи;
- 3) выигрыш в 3 дБ при этом достигается только в случае ортогональных углов прихода сигнала и помехи, сближение азимуты приводит к резкому возрастанию шумов и нескомпенсированных остатков помехи, при этом уровень сигнала меняется слабо и остается близким к единице.

Зависимости уровня сигнала, шумов и нескомпенсированных остатков помехи на выходе сепаратора от отличия разностей фаз $\Delta\beta$ приведены на рис. 3д для уровня сигнала и помехи на входе 20 дБ ($a = b = 10$). На рис. 3е показано поведение ОСПШ при сближении углов прихода сигнала и помехи. Из этих графиков видно, что при уменьшении углового разности помехоустойчивость сепаратора падает — сигнал и помеха становятся неразличимы и выделяются на выходе с одинаковой мощностью.

Зависимость $ОСПШ(\Delta\beta)$ практически не изменяется при варьировании уровня помехи на входе

(это видно и из рис. 3г). Помехоустойчивость второго выхода сепаратора (для второго колебания, «помехи»), естественно, ведет себя точно также вследствие полной симметрии задачи. На втором выходе сепаратора, таким образом, выделяется чистая помеха с практически полностью подавленным полезным сигналом.

Как следует из вышеизложенного, оптимальные алгоритмы ПВОС обладают высокой эффективностью компенсации помех, или сепарации входных смесей на парциальные колебания. Количество ветвей разнесения можно увеличивать, что дает возможность разделять N колебаний и компенсировать на сигнальном выходе $N - 1$ помеху.

Однако приведенное выше рассмотрение проведено для бесконечно большого времени интегрирования

$$\tau_u \gg \tau_{s,p}, \quad (21)$$

где $\tau_{s,p}$ — характерное время изменения соответственно сигнала $c_s(t)$ и помехи $c_p(t)$, или характерный масштаб автокорреляционных функций сигнала и помехи; под τ_u понимается постоянная времени корреляторов и схем АРУ, которая для дискретных процессов выражается через период дискретизации T_d и шаг настройки 2μ уравнения (6) при помощи выражения $\tau_u = T_d/(2\mu)$.

При этом обеспечивается полная декорреляция колебаний в смеси, ковариационная матрица распадается на сумму матриц сигнальных, помеховых и шумовых колебаний и оценка весовых коэффициентов становится близкой к оптимальным весам. Полученные выше результаты справедливы в асимптотическом смысле — при возможности применять достаточно большое время интегрирования.

В реальных каналах связи, которые обладают конечным временем стационарности τ , время интегрирования должно быть ограничено, чтобы небольшая инерционность алгоритма позволяла отслеживать изменяющуюся сигнально-помеховую обстановку (СПО):

$$\tau_{s,p} \ll \tau_u \ll \tau. \quad (22)$$

Анализ помехоустойчивости алгоритмов ПВОС при конечном времени усреднения (интегрирования) сводится к решению нелинейных интегро-дифференциальных уравнений. Поэтому дальнейшее рассмотрение этого вопроса осуществлялось методом имитационного моделирования.

2. АНАЛИЗ ЭФФЕКТИВНОСТИ АЛГОРИТМОВ ПРИ КОНЕЧНОМ ВРЕМЕНИ УСРЕДНЕНИЯ

В предыдущем разделе предполагалось, что при построении алгоритмов сепаратора по критерию СКО существует способ формирования вектора эталонных колебаний, каждое из которых хорошо коррелирует с одним из компонентов входной смеси и плохо коррелирует с остальными колебаниями. В действительности формирование эталонных колебаний для произвольного вида сигналов представляет из себя самостоятельную задачу.

В [4] для сигналов с угловой манипуляцией предложен простой способ выделения эталонных колебаний (ЭК) из выходных сигналов сепаратора путем их жесткого ограничения и последующей ортогонализации ЭК, например, по алгоритму Грама—Шмидта. Воспользуемся таким подходом для формирования ЭК и в данной работе и исследуем на помехоустойчивость три асимптотически оптимальных алгоритма двухканального сепаратора сигналов с угловой манипуляцией (НОМ, УХ и УХО) с варьированием времени усреднения в корреляторах, или, другими словами, с варьированием полосы пропускания ФНЧ, использующихся при вычислении элементов ковариационной матрицы.

Обобщенная схема трех сепараторов может быть представлена в виде, изображенном на рис. 4.

Системы дискретных уравнений, описывающих работу трех указанных алгоритмов, выглядят следующим образом:

1) для всех трех алгоритмов вектор выходных сигналов формируется в адаптивных сумматорах ($\mathbf{z}_k = \mathbf{W}_k^T \mathbf{x}_k$), 1-й элемент вектора эталонных колебаний на k -м шаге образуется путем ограничения 1-го выхода сепаратора: $d_{1,k} = z_{1,k}/|z_{1,k}|$, второй элемент — путем ортогонализации ограниченного 2-го выхода сепаратора и первого эталонного колебания: $d_{2,k} = d_{1,k} - w_{\perp,k} z_{2,k}/|z_{2,k}|$. Весовой коэффициент ортогонализатора эталонных колебаний $w_{\perp,k}$, в свою очередь, вычисляется при помощи формулы $w_{\perp,k+1} = w_{\perp,k} + 2\mu (d_{1,k} - w_{\perp,k} d_{2,k}) d_{2,k}^*$;

2) весовые коэффициенты алгоритма УХ определяются из уравнения

$$\mathbf{W}_{k+1} = \mathbf{W}_k + 2\mu (\mathbf{d}_k - \mathbf{W}_k^T \mathbf{x}_k) \mathbf{x}_k^*; \quad (23)$$

3) весовые коэффициенты алгоритма УХО определяются из уравнения

$$\mathbf{W}_{k+1} = \mathbf{W}_k + 2\mu (\mathbf{d}_k - \mathbf{W}_k^T \mathbf{y}_k) \mathbf{y}_k^*; \quad (24)$$

в котором

$$y_{1,k} = x_{1,k} - w_{0,k} x_{2,k}, \quad (25)$$

$$y_{2,k} = x_{2,k}, \quad (26)$$

$$w_{0,k+1} = w_{0,k} + 2\mu (x_{1,k} - w_{0,k} x_{2,k}) x_{2,k}^* \quad (27)$$

4) весовые коэффициенты НОМ определяются из системы уравнений

$$\mathbf{W}_{k+1} = \mathbf{R}_{xx,k+1}^{-1} \mathbf{R}_{xd,k+1}, \quad (28)$$

$$\mathbf{R}_{xx,k+1} = (1 - 2\mu) \mathbf{R}_{xx,k} + 2\mu \mathbf{x}_{k+1}^* \mathbf{x}_{k+1}^T, \quad (29)$$

$$\mathbf{R}_{xd,k+1} = (1 - 2\mu) \mathbf{R}_{xd,k} + 2\mu \mathbf{x}_{k+1}^* \mathbf{d}_{k+1}^T. \quad (30)$$

Для имитационного моделирования использовалась стандартная схема генерации входных смесей из двух сигналов типа ЧТ с одинаковой скоростью следования символов (50 бод) [4], формирующихся по случайному закону, и разным частотным разносом в полосе приема (либо смесей ЧТ сигнала и шумоподобной помехи), что обеспечивало некоррелированность сигнала и сигналподобной помехи.

Колебания сигнала и помехи в ветвях разнесения имели разный фазовый сдвиг, отражающий различия их углов прихода. К сформированным сигнально-помеховым смесям согласно выражениям (15) добавлялись некоррелированные шумы, имеющие нормальное распределение комплексных амплитуд.

Такие смеси обрабатывались поочередно тремя обсуждаемыми алгоритмами. Исследовались зависимость ОСПШ от полосы пропускания ФНЧ корреляторов и время настройки алгоритмов при различных величинах сигнала и помехи, разности углов прихода и при различных типах помехи. На рис. 5 приведены зависимости выходного ОСПШ для трех алгоритмов от полосы пропускания ФНЧ F , которая связана с временем усреднения в корреляторах соотношением $F = 1/(2\pi\tau_u)$.

Из полученных зависимостей видно, что эффективность подавления помехи, как и следовало ожидать, падает с расширением полосы ФНЧ для всех трех алгоритмов. При этом НОМ имеет несколько лучшие характеристики по помехоустойчивости по сравнению с алгоритмами УХ и УХО (примерно на 1,5 дБ). Для алгоритмов УХ и УХО зависимости ОСПШ при одинаковых уровнях сигнала и помехи ведут себя подобным образом, однако при появлении разницы в уровнях сигнала и помехи на входе сепаратора динамика выходного процесса алгоритма УХ существенно отличается от выходных сигналов алгоритмов НОМ и УХО: время настройки УХ резко растет, а при мощной помехе ($b^2 \gg a^2$)

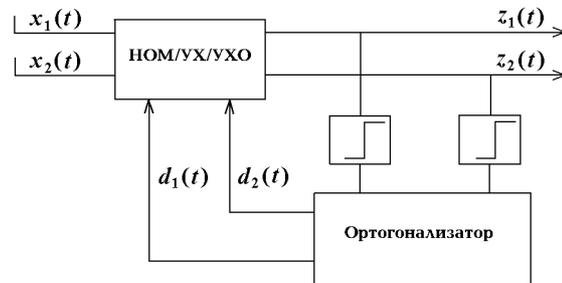


Рис. 4. Блок-схема двухканального сепаратора с формированием эталонных колебаний в петле обратной связи для сигналов с угловой манипуляцией

алгоритм УХ перестает работать совсем. Как отмечено выше, это связано с возрастанием времени настройки алгоритма МСКО при сильно отличающихся собственных числах ковариационной матрицы в асимптотическом пределе. При конечных временах усреднения оказывается, что алгоритм УХ не настраивается.

Представление о динамических характеристиках алгоритмов дают графики, приведенные на рис. 6. На них показано, как меняется время настройки (выраженное в единицах бит, длительность 1-го бита 20 мс) от полосы ФНЧ для каждого из алгоритмов при разных соотношениях уровней сигнала и помехи. Под временем настройки понимается интервал времени от начала работы алгоритма до момента достижения текущим ОСПШ уровня на 3 дБ меньшего установившегося значения ОСПШ. На рис. 6б и 6в кривые для алгоритма УХ отсутствуют — после включения алгоритма на интервалах наблюдения длительностью вплоть до 5000 бит компенсации помехи не происходит. Кроме этого, результаты расчетов позволяют сделать следующие выводы:

1) время настройки алгоритмов обратно пропорционально полосе ФНЧ (пропорционально времени τ_u);

2) при большом уровне сигнала, превышающем уровень некоррелированных шумов ($a^2 \gg 1$), настройка алгоритма НОМ происходит вдвое быстрее, чем алгоритма УХО;

3) с уменьшением мощности полезного сигнала время настройки алгоритма НОМ для узкополосных ФНЧ возрастает и становится значительно больше времени настройки алгоритма УХО (при $F = 0,5$ Гц настройка алгоритма НОМ происходит на порядок медленнее настройки алгоритма УХО). Время настройки алгоритма УХО слабо зависит от уровней входных колебаний.

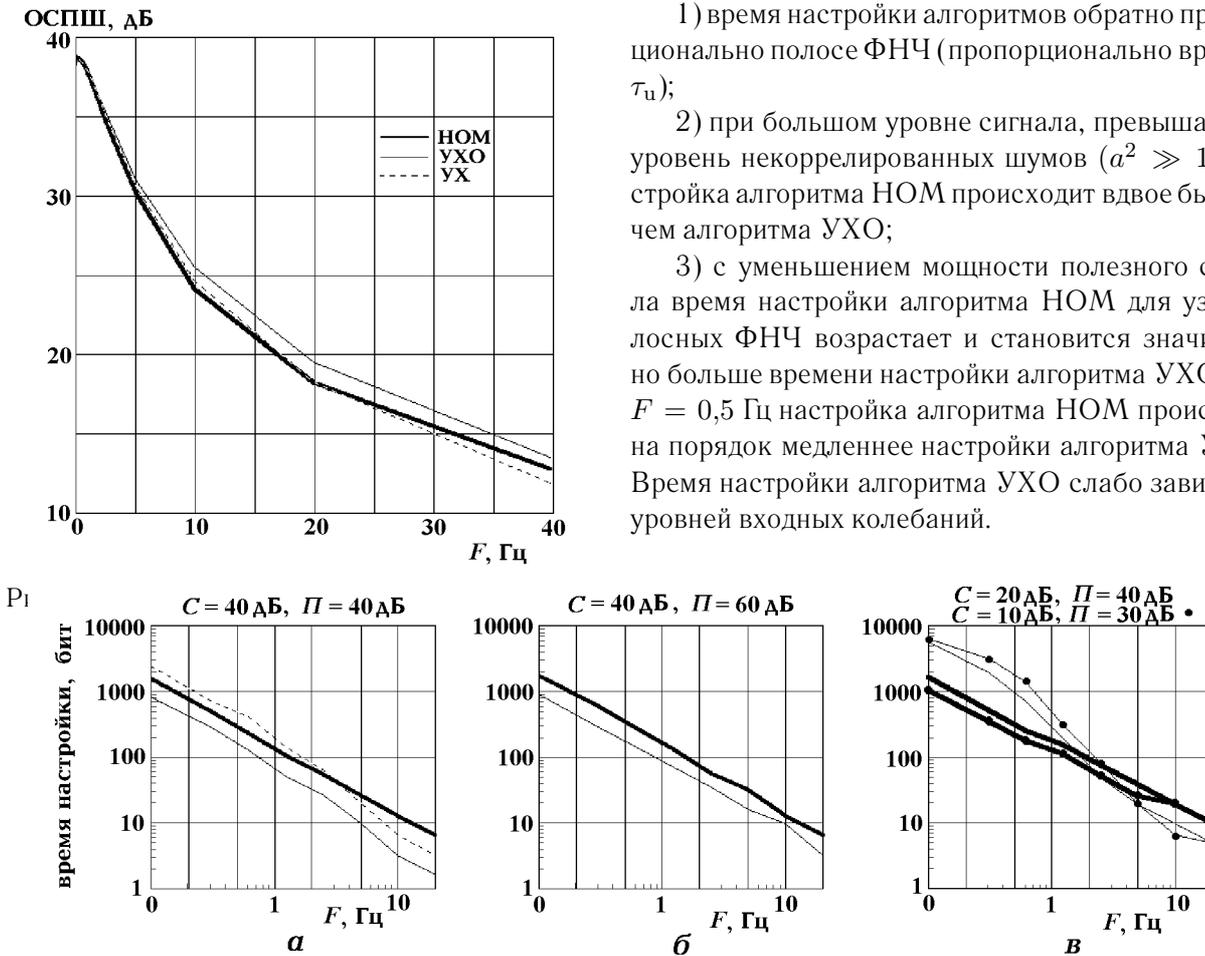


Рис. 6. Зависимости времени настройки алгоритмов от полосы ФНЧ для равных мощностей сигнала и помехи ($a^2 = b^2 = 40$ дБ, панель а) и для мощной помехи ($a^2 = 40$ дБ, $b^2 = 60$ дБ, панель б; $a^2 = 20(10)$ дБ, $b^2 = 40(30)$ дБ, панель в). Соответствие типов линий алгоритмам и остальные параметры сигнально-помеховой обстановки те же, что и для рис. 5

Таковы динамические свойства алгоритмов при наличии сигналоподобной помехи — колебания, имеющего угловую манипуляцию.

Если помеховое колебание имеет амплитудную модуляцию (частным случаем является флуктуационная, или шумоподобная, помеха), то процесс настройки алгоритма НОМ замедляется (см. рис. 7).

Из сравнения рис. 6 и 7 видно, что настройка алгоритма УХО (и УХ при равных уровнях сигнала и помехи) не зависит от типа помех и происходит с теми же характерными временами, а время настройки алгоритма НОМ в общем случае несколько превышает время настройки алгоритма УХО.

Каналы связи КВ диапазона являются каналами с сильной нестационарностью, причем характерное время изменения параметров приходящих в точку приема радиоволн иногда уменьшаются до $\tau = 0,1 \div 0,3$ с. Эта величина определяет верхнюю границу времени усреднения в корреляторах устройства ПВОС. Нижняя граница, как сказано выше (см. (22)), определяется манипуляционной скоростью в канале связи. За максимальное значение длительности информационного бита можно выбрать $\tau_{s,p} = 20$ мс (скорость 50 бод). Поэтому для реальных условий КВ канала приходится выбирать достаточно малое время усреднения $\tau_u = 0,03 \div 0,1$ с, что соответствует полосе ФНЧ $F = 2 \div 5$ Гц.

Для такой величины F потери ОСПШ остаются еще на приемлемом уровне (не превышают 10 дБ), а время настройки алгоритмов составляет порядка $20 \div 60$ бит (рис. 5, 6). При таких параметрах корреляторов сепаратора и произвольном соотношении уровней сигнала и помехи работоспособными являются только алгоритмы НОМ и УХО, которые имеют близкие показатели по эффективности подавления помехи.

С целью проверки сделанных выводов проведено тестирование алгоритмов в реальной сигнально-помеховой обстановке КВ канала связи, находящегося под воздействием помехи.

3. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ АЛГОРИТМОВ СЕПАРАТОРА В НАТУРНЫХ УСЛОВИЯХ

Для проверки эффективности алгоритмов в нестационарной СПО реального канала связи было проведено их тестирование на сигналах, записанных в виде файлов данных в проведенных трассовых экспериментах в КВ диапазоне.

В качестве тестов были выбраны несколько сеансов измерений, проведенных на полигоне «Ветлужский» (170 км на северо-восток от Нижнего Новгорода). В этих экспериментах прием сигналов осуществлялся двумя приемниками Р-160 («Вспышка») с общим опорным генератором с помощью двух разнесенных на 30 м вертикальных несимметричных вибраторов. Сигналы промежуточной частоты (ПЧ) приемников переносились на нулевую частоту с выделением квадратур и оцифровывались с частотой дискретизации 2 кГц 12-ти разрядным аналогово-цифровым преобразователем.

Полезный сигнал ЧТ-200 излучался локальным генератором с передающей антенны, расположенной на расстоянии 300 м от приемных антенн на частоте помех с амплитудной модуляцией (радиовещательная станция), с угловой манипуляцией (ЧТ) или на частоте шумоподобной помехи, прошедших через ионосферный канал и обладающих всеми свойствами нестационарного сигнала. Такая сигнально-помеховая смесь поступала на вход сепараторов. На одном выходе сепараторов выделялся полезный сигнал, на другом — помеха. Полоса ПЧ приемников составляла 300 Гц.

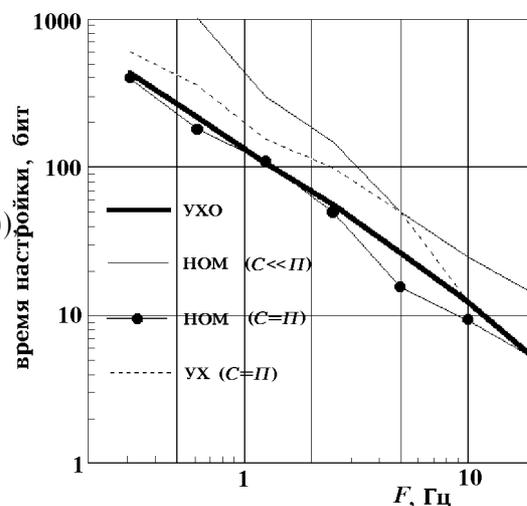


Рис. 7. Зависимости времени настройки алгоритмов от полосы ФНЧ при шумоподобной помехе с разной мощностью; параметры сигнала те же, что и на рис. 5

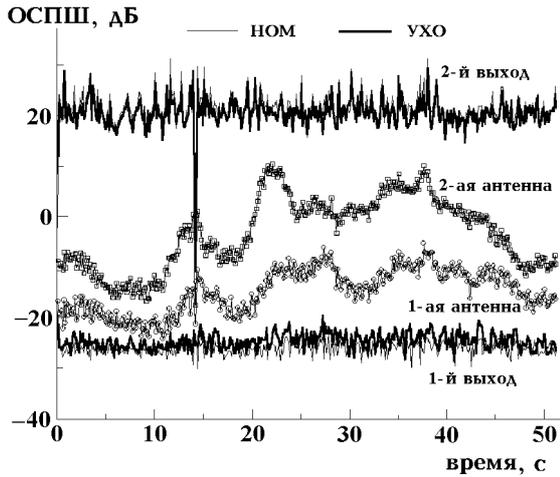


Рис. 8. Результаты обработки реальных сигналов (полезный сигнал ЧТ-200 и АМ помеха) алгоритмами УХО и НОМ. Несущая частота $f = 6996$ кГц, 13:10 MSK 17.09.96, “Ветлужский”

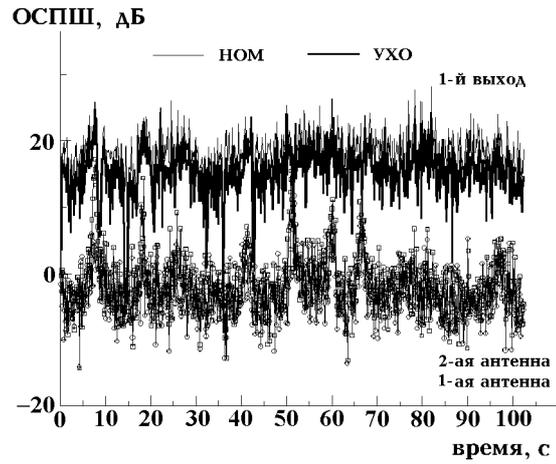


Рис. 9. Результаты обработки реальных сигналов (полезный сигнал ЧТ-200 и шумоподобная помеха) алгоритмами УХО и НОМ. Несущая частота $f = 6832$ кГц, 12:38 MSK 17.09.96, “Ветлужский”

Узкополосные фильтры основной селекции приемников (300 Гц) срезают боковые составляющие спектра амплитудно-модулированной (АМ) помехи, и она превращалась в почти монохроматическое колебание, частота которого несколько отличалась от частоты спектральных компонент полезного ЧТ сигнала. Это позволяло вычислить ОСПШ для колебаний первого и второго выходов сепаратора методом спектрального оценивания, как отношение суммы спектральных сигнальных компонент спектра мощности к сумме всех оставшихся спектральных составляющих. Таким же образом производилась оценка ОСПШ и для других типов помехи (субчастоты ЧТ помехи имели небольшую отстройку от субчастот полезного ЧТ сигнала).

На рис. 8 приведено поведение во времени ОСПШ на входе сепаратора (кривые помечены значками) — сигналы с двух антенн, преобразованные к ПЧ приемника, и на двух выходах сепаратора для алгоритмов НОМ и УХО. Полоса ФНЧ составляла 5 Гц. Результат работы сепаратора заключается в том, что несмотря на низкое входное ОСПШ полезный сигнал уверенно выделяется на втором выходе с ОСПШ около 20 дБ (верхние кривые). На первом выходе выделяется помеха, а полезный сигнал полностью скомпенсирован (нижние кривые), т. е. произошло полное разделение (сепарация) сигнала и помехи.

Сравнение эффективности работы двух алгоритмов показывает, что они имеют примерно одинаковую помехоустойчивость ($OSPSH_{НОМ} - OPSH_{УХО} = 0,7$ дБ), а флуктуации ОСПШ повторяют друг друга в деталях.

Тестирование алгоритма УХ показало, что его помехоустойчивость достаточно высока: среднее значение $\overline{OSPSH} = 20,9$ дБ на его выходе несколько выше ОСПШ на выходе алгоритма УХО (20,6 дБ) и ниже ОСПШ на выходе НОМ (21,3 дБ). Но время настройки алгоритма УХ составляет 12,6 с, что почти на два порядка превышает время настройки алгоритма УХО (0,17 с) и НОМ (0,17 с). Такая медленная настройка алгоритма УХ полностью перечеркивает его компенсационные способности.

Рис. 9 демонстрирует поведение ОСПШ двух алгоритмов для случая шумоподобной помехи. На входе сигнал слабее помехи (входное ОСПШ не превышает 0 дБ), в результате компенсации помехи он выделяется на первом выходе сепаратора со средним уровнем $\overline{OSPSH} = 15$ дБ для алгоритма УХО

и $\overline{\text{ОСПШ}} = 18,1$ дБ для алгоритма НОМ. В этом сеансе алгоритм НОМ выигрывает у алгоритма УХО около 3 дБ по помехоустойчивости. Заметим, что флуктуационная помеха не попадает на первый выход сепаратора благодаря способу формирования эталонного сигнала (ограничитель подавляет колебание с переменной амплитудой).

Относительно характеристик алгоритма УХ можно сказать, что ситуация похожа на предыдущую: $\overline{\text{ОСПШ}} = 18,07$ дБ, но время настройки составляет 6,7 с, тогда как время настройки алгоритма УХО по-прежнему 0,17 с, а время настройки алгоритма НОМ 0,34 с.

Алгоритмы тестировались и имитационной помехой. Был выбран сеанс, в котором полезный сигнал ЧТ-200 с несущей частотой 6677 кГц подмешивался к помехе типа ЧТ-200, прошедшей через ионосферный канал. Поведение ОСПШ во времени подобно графикам на рис. 8, поэтому здесь не приводится. При хорошем подавлении помехи в обоих алгоритмах эффективность алгоритма НОМ и в этом случае оказалась несколько выше эффективности алгоритма УХО ($\text{ОСПШ}_{\text{НОМ}} - \text{ОСПШ}_{\text{УХО}} = 1,6$ дБ). И в этом сеансе УХ настраивался недопустимо долго (1,7 с), в то время как алгоритм УХО сохранил стабильное время настройки (0,17 с), а время настройки алгоритма НОМ составило 0,25 с.

Таким образом, тестирование сепараторов в условиях реальной СПО с разными типами помех показало, что алгоритм непосредственного обращения ковариационной матрицы (НОМ), алгоритм минимизации СКО (метод наименьших квадратов, или алгоритм Уидроу—Хоффа (УХ)) и алгоритм МСКО с предварительным ортонормированием входных колебаний (УХО) близки по своей помехоустойчивости. Алгоритм НОМ обеспечивает выходное отношение сигнал/(помеха+шум) примерно на 1,5 дБ выше, чем алгоритм УХО; ОСПШ алгоритма УХ занимает промежуточное положение, что совпадает с результатами численных экспериментов (см. рис. 5).

Однако время настройки алгоритма УХ является недопустимо большим, зависит от параметров СПО и иногда в десятки раз превышает времена настройки алгоритмов УХО и НОМ, в то время как алгоритм УХО является динамически инвариантным алгоритмом и характеризуется постоянством времени настройки. Алгоритм НОМ по этим характеристикам близок к алгоритму УХО. Эти результаты также хорошо объясняются в рамках проведенных численных экспериментов: из рис. 6, 7 видно, что при выбранной инерционности ФНЧ время настройки алгоритма УХО (в отличие от алгоритмов НОМ и УХО) не зависит от типа помехи и уровней сигнала и помехи.

ВЫВОДЫ

Исследование характеристик алгоритмов пространственной обработки сигналов в адаптивных антенных системах, основанных на критерии среднего квадрата ошибки, показало их высокую эффективность при компенсации помех различных типов. Для борьбы с сигналоподобными (имитационными, ретрансляционными) помехами предложены алгоритмы сепарации сигнала и помех, не требующие априорного знания различий сигнального и помехового колебаний.

Рассмотрена помехоустойчивость сепараторов, основанных на алгоритмах непосредственного обращения ковариационной матрицы входных процессов, МСКО и МСКО с ортонормирующим предпроцессором входных сигналов. В асимптотическом пределе указанные алгоритмы эквивалентны друг другу. Ограничение времени усреднения в корреляторах приводит к тому, что эта эквивалентность алгоритмов нарушается. Применение численного моделирования позволило получить характеристики алгоритмов в различной сигнально-помеховой обстановке (с вариацией уровней сигнала и помехи, типа помехи, разности углов прихода сигнала и помехи). Показано, что алгоритм МСКО при реальных полосах пропускания ФНЧ начинает существенно проигрывать алгоритмам НОМ и УХО по своим динамическим характеристикам.

Тестирование исследуемых алгоритмов реальными сигналами подтвердило ограниченность алгоритма МСКО и динамическую инвариантность алгоритма УХО. Помехоустойчивость алгоритма НОМ

оказалась несколько выше алгоритма УХО, как и было предсказано в результате численных экспериментов.

Выбор алгоритма сепаратора между НОМ и УХО для устройства ПВОС в каналах связи зависит от требований к компенсатору помех: если максимизация ОСПШ является главным требованием при свободе выбора времени настройки, то необходимо применять алгоритм НОМ; если же сепаратор должен иметь гарантированное время настройки (например не выше 10 бит) при возможном небольшом проигрыше по ОСПШ (порядка 1,5 дБ), то выбор должен остаться за алгоритмом МСКО с ортономированием входных процессов (УХО).

ЛИТЕРАТУРА

1. Hacket C. M. // IEEE Trans. 1981. V. AES-17, № 2. P. 234.
2. Ефименко В. С., Харисов В. Н. // Радиотехника. 1996. № 7. С. 87.
3. Gorev P. V. // Seventh Annual International Conference on Wireless Communications (Wireless 95) in Marlborough Inn, Calgary, Alberta, Canada, 10–12 July 1995.
4. Метелев С. А., Шишкин Ю. В. // Изв. вуз. Радиофизика. 1997. Т. 40, № 3. С. 378.
5. Монзинго Р. А., Миллер Т. У. Адаптивные антенные решетки. Введение в теорию: Пер. с англ. — М.: Радио и связь, 1986. — 448 с.
6. Уидроу Б., Стирнз С. Адаптивная обработка сигналов: Пер. с англ. — М.: Радио и связь, 1989. — 440 с.

Государственное унитарное
предприятие НПП «Полет»,
г. Н. Новгород, Россия

Поступила в редакцию
22 марта 1999 г.

OPERATION EFFICIENCY OF SPATIAL SEPARATOR OF SIGNAL AND INTERFERENCE BUILT USING THE CRITERION OF MEAN SQUARE ERROR

S. A. Metelev

We analyze the efficiency of interference rejection in adaptive separators of signal and interferences for radio communication channels, built using the criterion of mean square error (MSE). Three algorithms are considered: minimization of MSE (MMSE), MMSE using preliminary orthonormalized input processes, and direct inversion of the covariance matrix of the input processes (DIM). It is shown that these algorithms are asymptotically optimal and equivalent to each other. If these algorithms are used in nonstationary communication channels, the MMSE algorithm is much less efficient than the others due to finite averaging time in the correlators. As far as the other two algorithms are concerned, the DIM algorithm has somehow better characteristics of interference rejection. Efficiency of the algorithms is studied using numerical simulations and hardware modeling.

УДК 550.388.2

МАРКОВСКИЕ СИММЕТРИЧНЫЕ УСТОЙЧИВЫЕ ПРОЦЕССЫ

С. Н. Моисеев

Методом порождающего процесса построена модель случайного линейного симметричного устойчивого марковского процесса, являющегося естественным обобщением марковского гауссовского процесса и сохраняющего его основное свойство — инвариантность по отношению к произвольным линейным преобразованиям. Разработаны методы анализа таких процессов, в частности, предложено использовать в качестве характеристики парной зависимости между значениями процесса в разные моменты времени информационную корреляционную функцию, с помощью которой в работе рассчитан интервал детерминации процесса.

ВВЕДЕНИЕ

В радиофизических приложениях широкое распространение получили марковские модели случайных процессов. Связано это, с одной стороны, с относительной простотой математического аппарата, лежащего в их основе, а с другой — с адекватностью описания с их помощью многих реальных физических процессов. Особенно следует выделить марковские гауссовские процессы, обладающие свойствами инвариантности по отношению к произвольным линейным преобразованиям, что делает их изучение и анализ наиболее простым. Однако существуют негауссовские линейные процессы, также инвариантные по отношению к линейным преобразованиям. Например, таким свойством обладает максимальная электронная концентрация спорадического слоя E ионосферы, описываемая линейным стохастическим дифференциальным уравнением первого порядка с порождающим шумом из распределения Коши [1, 2]. Далеко не все методы анализа, разработанные для гауссовских процессов, подойдут для процесса Коши, так как у него не существует моментов. В частности, взаимосвязь значений процесса в разнесенные моменты времени нельзя характеризовать корреляционной функцией несмотря на то, что процесс линейный.

1. ОБЩАЯ МОДЕЛЬ СИММЕТРИЧНОГО УСТОЙЧИВОГО ПРОЦЕССА

Линейные симметричные устойчивые случайные процессы $\{y(t), t \in T\}$, где T — интервал наблюдения, являются естественным обобщением гауссовских процессов, являющихся их частным случаем, и определяются аналогично: произвольный линейный функционал от $y(t)$ при фиксированном характеристическом показателе α есть симметричная устойчивая случайная величина $Y(a, b, \alpha)$ с характеристической функцией

$$\theta_Y(u) = \exp(jua - b|u|^\alpha),$$

где $a \in (-\infty, +\infty)$, $b > 0$, $\alpha \in (0, 2]$. Они образуют полный класс процессов, которые обладают подобным свойством, с двухпараметрическими (не считая α) одномерными распределениями. Гауссовские процессы получаются из них как частный случай при $\alpha = 2$, линейные процессы Коши — при $\alpha = 1$. При $\alpha < 2$ случайная величина $Y(a, b, \alpha)$ не имеет моментов выше α . Параметр a — медиана: $a = \text{med } Y(a, b, \alpha)$. Параметр b характеризует ширину плотности вероятностей симметричного устойчивого распределения: $E = (Y_{(0,75)} - Y_{(0,25)})/2 = \text{med } |Y(0, b, \alpha)|/2 = \lambda_\alpha b^{1/\alpha}$, где E — срединное (вероятное) отклонение, $Y_{(p)}$ — квантиль порядка p случайной величины $Y(a, b, \alpha)$, λ_α — корень

уравнения $\frac{4}{\pi} \int_0^\infty \exp\left[-\left(\frac{x}{\lambda_\alpha}\right)^\alpha\right] \frac{\sin x}{x} dx = 1$. Характеристический показатель α определяет тяжесть хвостов распределения: $P[Y(0, b, \alpha) > x] = O(x^{-\alpha})$, при $x \rightarrow \infty$, $\alpha < 2$.

Порождающими для линейных процессов являются процессы с независимыми приращениями. Выберем в качестве порождающего для $y(t)$ однородный симметричный устойчивый процесс $\{\xi(t), t \in T, P[\xi(t_0) = 0] = 1\}$, приращения которого $\xi(t_0), \xi(t_1) - \xi(t_0), \dots, \xi(t_n) - \xi(t_{n-1})$ для всех $t_0 < t_1 < \dots < t_n$ из T независимы и имеют симметричные устойчивые распределения:

$$\xi(t_k) - \xi(t_{k-1}) \stackrel{d}{=} Y(0, b(t_k - t_{k-1}), \alpha).$$

С помощью представления $\xi(t_n) = \sum_{i=1}^n [\xi(t_i) - \xi(t_{i-1})]$ получаем многомерную характеристическую функцию процесса $\xi(t)$:

$$\theta_\xi(u_1, \dots, u_n; t_1, \dots, t_n) = \exp\left\{-b \sum_{i=1}^n (t_i - t_{i-1}) \left|\sum_{k=i}^n u_k\right|^\alpha\right\}. \quad (1)$$

Процесс $\xi(t)$ — марковский стохастически непрерывный (по вероятности), а при $\alpha = 2$ — винеровский процесс (непрерывный с вероятностью 1). Приращения процесса $\xi(t)$ за время Δt имеют срединные отклонения пропорциональные $(\Delta t)^{1/\alpha}$. Отсюда следуют фрактальные (самоподобные) свойства $\xi(t)$: многомерные законы распределения (1) не меняются при одновременном изменении масштаба времени в λ раз и пространственного масштаба значений в $\lambda^{1/\alpha}$ раз:

$$\xi(t) \stackrel{d}{=} \lambda^{1/\alpha} \xi(t/\lambda) \quad \text{при любом } t \text{ и } \lambda > 0.$$

Здесь равенство $\stackrel{d}{=}$ относится ко всем конечномерным распределениям процесса $\xi(t)$. Траектория частицы в двумерном фазовом пространстве в случае, когда ее координаты описываются независимыми процессами $\xi(t)$, имеет фрактальную размерность точек поворота равную α [3].

Определим элементарную стохастическую меру

$$\zeta([t_1, t_2]) = \xi(t_2) - \xi(t_1).$$

Тогда линейный симметричный устойчивый процесс $y(t)$ можно представить через стохастический интеграл по элементарной стохастической мере $\zeta(\Delta)$ или через стохастический интеграл Стилтеса по процессу с независимыми приращениями $\xi(t)$:

$$y(t) = \int_{t_0}^t h(t, \tau) \zeta(d\tau) = \int_{t_0}^t h(t, \tau) d\xi(\tau), \quad (2)$$

где $h(t, \tau)$ — детерминированная функция. Интеграл в (2) понимается как предел сходящихся по распределению соответствующих интегральных сумм. В полном соответствии с вышеприведенным определением одномерное распределение процесса $y(t)$ (2) будет симметричным устойчивым:

$$y(t) \stackrel{d}{=} Y\left(0, b \int_{t_0}^t |h(t, \tau)|^\alpha d\tau, \alpha\right).$$

Введем в рассмотрение формальную производную

$$n(t) = \frac{d\xi(t)}{dt}. \quad (3)$$

Процесс $n(t)$ назовем симметричным устойчивым белым шумом с характеристическим показателем α . Белый шум $n(t)$ — стационарный в том смысле, что порождающий его процесс с независимыми приращениями $\xi(t)$ — однородный [4]. Аналог шума (3) в дискретном времени

$$n_{\Delta}(t) = (\xi(t + \Delta) - \xi(t)) / \Delta$$

имеет независимые в несовпадающие моменты времени значения, которые распределены по симметричному устойчивому закону

$$n_{\Delta}(t) \stackrel{d}{=} Y(0, b \Delta^{1-\alpha}, \alpha). \tag{4}$$

При фиксированном t среднее отклонение случайной величины (4) пропорционально $b^{\frac{1}{\alpha}} \Delta^{\frac{1}{\alpha-1}}$. Следовательно, рассматривая предел (4) при $\Delta \rightarrow 0$, получаем, что среднее отклонение симметричного устойчивого белого шума (3) с характеристическим показателем $\alpha \in (1, 2]$ будет бесконечным, с $\alpha \in (0, 1)$ — нулевым, а с $\alpha = 1$ — конечным. Поэтому конечномерных распределений белого шума $n(t)$ при $\alpha \neq 1$ не существует. Белый шум Коши $\{n(t), t \in T, \alpha = 1\}$ представляет собой бесконечное множество независимых случайных величин Коши $Y(0, b, \alpha)$, всюду плотно расположенных на T . Очевидно, что процесс $\{n(t), t \in T, \alpha = 1\}$ не является стохастически непрерывным ни в одной точке $t_k \in T$, так как не удовлетворяет условию

$$\lim_{t \rightarrow t_k} P\{|n(t) - n(t_k)| > \varepsilon\} = 0$$

для любого $\varepsilon > 0$ и имеет на T бесконечное число разрывов второго рода [5]. Следовательно, симметричный устойчивый белый шум (3) при любом α является обобщенной случайной функцией [4], которую имеет смысл рассматривать только под знаком интеграла. Выражение (2) можно формально переписать, используя белый шум $n(t)$:

$$y(t) = \int_{t_0}^t h(t, \tau) n(\tau) d\tau.$$

При этом мы получаем привычную радиотехническую трактовку формирования процесса $y(t)$: линейный симметричный устойчивый процесс (2) представляет собой отклик на выходе линейной системы с импульсной характеристикой $h(t, \tau)$, на вход которой воздействует симметричный устойчивый белый шум $n(t)$.

Выразим значение процесса $y(t)$ в произвольный момент времени через сумму независимых случайных величин $\eta(t_i, t_k), i = 1, 2, \dots, k$:

$$y(t_k) = \sum_{i=1}^k \eta(t_i, t_k),$$

где $\eta(t_i, t_k) = \int_{t_{i-1}}^{t_i} h(t_k, \tau) d\xi(\tau)$. Отсюда получаем многомерную характеристическую функцию процесса $y(t)$:

$$\theta_y(u_1, \dots, u_n; t_1, \dots, t_n) = \exp \left\{ -b \sum_{i=1}^n \int_{t_{i-1}}^{t_i} \left| \sum_{k=i}^n u_k h(t_k, \tau) \right|^{\alpha} d\tau \right\}. \tag{5}$$

В общем случае произвольной $h(t, \tau)$ при $\alpha < 2$ функция (5) не параметризуется.

2. МАРКОВСКАЯ МОДЕЛЬ

Положим

$$h(t, \tau) = h(t)h_0(\tau). \quad (6)$$

Тогда для любых $t_k < t_n$ из T

$$y(t_n) = \frac{h(t_n)}{h(t_k)} y(t_k) + h(t_n) \int_{t_k}^{t_n} h_0(\tau) d\xi(\tau). \quad (7)$$

Отсюда сразу следует марковость процесса (7), так как значение процесса в момент t_n не зависит от значений процесса в моменты времени $t < t_k$ при фиксированном значении $y(t_k)$, что означает отсутствие последствия. Характеристическая функция марковского процесса (7) в отличие от (5) параметризуется:

$$\theta_y(u_1, \dots, u_n; t_1, \dots, t_n) = \exp \left\{ - \sum_{i=1}^n \left| \sum_{k=i}^n u_k \mu_{ik} \right|^\alpha \right\}, \quad (8)$$

где $\mu_{ik} = h(t_k) \left(b \int_{t_{i-1}}^{t_i} |h_0(\tau)|^\alpha d\tau \right)^{1/\alpha}$ — параметры распределения (8). Конкретизируем функцию (6):

$$h(t, \tau) = h(t - \tau) = \exp\{-\beta(t - \tau)\},$$

где β — произвольная константа. В этом случае

$$y(t) = y_0 \exp(-\beta t) + \exp(-\beta t) \int_0^t \exp(\beta \tau) d\xi(\tau), \quad (9)$$

где $t_0 = 0$, $y_0 = y(0)$, $\xi(t) \stackrel{d}{=} Y(0, bt, \alpha)$. Выражение (9) можно трактовать как решение линейного стохастического дифференциального уравнения первого порядка

$$dy(t) + \beta y(t) dt = d\xi(t) \quad (10)$$

при начальном условии $y(0) = y_0$.

Распределения процесса (9) безгранично делимы. Любая безгранично делимая случайная величина может быть представлена в виде суммы гауссовской случайной величины и континуума независимых пуассоновских случайных величин [4]. Из прямого сравнения характеристической функции процесса (9) с общим видом характеристической функции безгранично делимого распределения следует, что при $\alpha = 2$ у процесса $y(t)$ отсутствует пуассоновская составляющая, а при $0 < \alpha < 2$ — гауссовская составляющая. Поэтому процесс $y(t)$ при $\alpha = 2$ является диффузионным процессом, почти все реализации которого непрерывны, а одномерная и переходная плотности вероятностей удовлетворяют дифференциальному уравнению Фоккера—Планка—Колмогорова [6]. При $0 < \alpha < 2$ процесс $y(t)$ является скачкообразным (чисто разрывным) с непрерывной областью возможных значений скачков. Это следует также из того, что процесс $\{y(t), 0 < \alpha < 2\}$, являясь стохастически непрерывным, не удовлетворяет условию усиленной непрерывности [7]

$$\lim_{\tau \rightarrow 0} P\{|y(t + \tau) - y(t)| > \varepsilon\} / \tau = 0$$

для любого $\varepsilon > 0$. Одномерные и переходные плотности вероятностей скачкообразных процессов удовлетворяют интегро-дифференциальному уравнению Колмогорова—Феллера [6]. Рецептурных методов решения таких уравнений, как известно, не существует. Однако поскольку $y(t)$ — линейный устойчивый процесс, его распределения легко найти непосредственно из уравнения (9). Одномерное распределение марковского процесса (9) будет симметричным устойчивым:

$$y(t) \stackrel{d}{=} Y\left(y_0 \exp(-\beta t), \frac{b}{\alpha\beta} [1 - \exp(-\alpha\beta t)], \alpha\right). \tag{11}$$

Условное распределение значения $y(t + \tau)$ при фиксированном значении $y(t)$ также является симметричным устойчивым при $\tau \geq 0$:

$$y(t + \tau)|_{y(t)} \stackrel{d}{=} Y\left(y(t) \exp(-\beta\tau), \frac{b}{\alpha\beta} [1 - \exp(-\alpha\beta\tau)], \alpha\right). \tag{12}$$

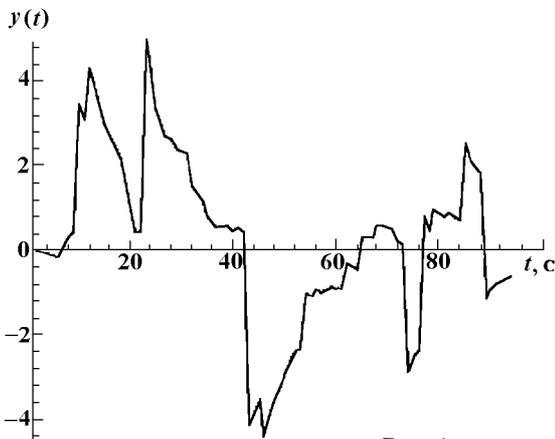


Рис. 1

Однако при $\tau < 0, \alpha < 2$ условное распределение не будет устойчивым. Это означает, что в отличие от гауссовских процессов ($\alpha = 2$) свойства линейного процесса $\{y(t), t \in T, \alpha < 2\}$ при движении из прошлого в будущее отличаются от его свойств при обратном движении, несмотря на то, что процесс остается марковским. Для иллюстрации этого факта на рис. 1 изображена реализация марковского процесса Коши ($\alpha = 1$), полученная моделированием при $\beta = b = 1 \text{ с}^{-1}, y(0) = 0$. Из рис. 1 хорошо видно, что характер поведения процесса действительно различен при различных направлениях движения по оси времени.

3. АНАЛИЗ ЗАВИСИМОСТЕЙ МЕЖДУ ОТСЧЕТАМИ СИММЕТРИЧНОГО УСТОЙЧИВОГО МАРКОВСКОГО ПРОЦЕССА

Распределения случайных величин (11) и (12) задают соответственно одномерную и переходную плотности вероятностей, тем самым полностью (в вероятностном смысле) описывая марковский процесс (9). Однако не всегда удобно пользоваться законами распределения. Зачастую достаточно более простых характеристик, наподобие среднего, дисперсии и нормированной автокорреляционной функции, которые широко используются в гауссовских моделях, но в общем случае не существуют для процесса (9). Аналогом среднего для процесса (9) является медиана, аналогом среднеквадратического отклонения — срединное отклонение. В качестве аналога нормированной автокорреляционной функции возьмем следующую характеристику взаимосвязи значений процесса $y_1 = y(t_1)$ и $y_2 = y(t_2)$:

$$R^2(t_1, t_2) = 1 - \exp\{-2\rho[p_2(y_1, y_2; t_1, t_2), p_1(y_1; t_1)p_1(y_2; t_2)]\}, \tag{13}$$

где $p_1(y_{1,2}; t_{1,2})$ и $p_2(y_1, y_2; t_1, t_2)$ — соответственно одномерная и двумерная плотности вероятностей процесса $y(t)$, $\rho[p(\mathbf{x}), q(\mathbf{x})] = \int_{S_p} p(\mathbf{x}) \ln(p(\mathbf{x})/q(\mathbf{x})) d\mathbf{x}$ — информационное расстояние Кульбака—Лейблера между абсолютно непрерывными относительно меры Лебега распределениями с плотностями вероятностей $p(\mathbf{x})$ и $q(\mathbf{x})$, $S_p = \{\mathbf{x} : p(\mathbf{x}) > 0\}$ — носитель распределения $p(\mathbf{x})$, \mathbf{x} — вектор

возможных значений случайных величин. Расстояние $\rho[p(\mathbf{x}), q(\mathbf{x})]$ в данном случае совпадает со средней взаимной информацией, содержащейся в значениях $y(t_1)$ и $y(t_2)$ относительно друг друга. Подобная (13) характеристика уже встречалась в литературе [8] под названием информационный коэффициент корреляции. Поэтому назовем $R(t_1, t_2)$ информационной корреляционной функцией. Перечислим без доказательства основные свойства функции $R(t_1, t_2)$, справедливые для произвольного процесса $y(t)$, имеющего абсолютно непрерывные относительно меры Лебега одномерные и двумерные распределения:

- 1) $0 \leq R(t_1, t_2) \leq 1$;
 - 2) $R(t_1, t_2) = R(t_2, t_1)$;
 - 3) $R(t_1, t_1) = 1$;
 - 4) $R(t_1, t_2) = 0$, если значения $y(t_1)$ и $y(t_2)$ независимы;
 - 5) если $R(t_1, t_2) = 0$, то значения $y(t_1)$ и $y(t_2)$ независимы;
 - 6) при функциональной связи значений $y(t_2) = f[y(t_1)]$, где $f(x)$ — произвольная неслучайная функция, $R(t_1, t_2) = 1$;
 - 7) функция $R(t_1, t_2)$ инвариантна по отношению к взаимно однозначным безынерционным преобразованиям процесса, то есть для преобразованного процесса $z(t) = f[y(t), t]$, где $f(x, t)$ — взаимно однозначная при каждом фиксированном t функция, $R_z(t_1, t_2) = R_y(t_1, t_2)$;
 - 8) если $y(t)$ — гауссовский процесс с нормированной корреляционной функцией $r(t_1, t_2)$, то $R(t_1, t_2) = |r(t_1, t_2)|$;
 - 9) для стационарного в узком смысле процесса $R(t_1, t_2) = R(t_2 - t_1)$;
 - 10) для существования $R(t_1, t_2)$ не требуется наличие конечных моментов у процесса $y(t)$.
- Информационная корреляционная функция процесса (9) имеет простой вид:

$$R(t_1, t_2) = \sqrt{1 - \left(\frac{1 - \exp(-\alpha\beta |\tau|)}{1 - \exp(-\alpha\beta |\max(t_1, t_2)|)} \right)^{2/\alpha}}, \quad (14)$$

где $\tau = t_2 - t_1$. Сравнивая (14) с параметрами распределений случайных величин (11), (12), можно выразить функцию $R(t_1, t_2)$ через отношение средних отклонений условного и безусловного распределений:

$$R^2(t_1, t_2) = 1 - \left(\frac{E_{y_1}(t_2)}{E(t_2)} \right)^{2/\alpha},$$

где $t_2 \geq t_1$, $E(t_2)$ и $E_{y_1}(t_2)$ — средние отклонения соответственно безусловного и условного (при фиксированном $y_1 = y(t_1)$) распределений значения $y(t_2)$.

При $\beta = 0$, когда процессы $y(t)$ и $\xi(t)$ стохастически эквивалентны, информационная корреляционная функция будет характеризовать взаимосвязь значений симметричного устойчивого процесса с независимыми приращениями:

$$R_\xi^2(t_1, t_2) = 1 - \left(\frac{|\tau|}{\max(t_1, t_2)} \right)^{2/\alpha}.$$

В стационарном режиме $\min(t_1, t_2) \rightarrow \infty$, $\beta > 0$, при этом функция $R(t_1, t_2)$ зависит только от интервала времени между значениями процесса:

$$R^2(\tau) = 1 - (1 - \exp(-\alpha\beta |\tau|))^{2/\alpha}, \quad (15)$$

и с ростом τ монотонно убывает. Поскольку процесс (9) марковский, то характеристика парной связи $R(\tau)$ дает полное описание зависимости между отсчетами процесса и с ее помощью можно рассчитать

его интервал детерминации (время статистической зависимости). Определим интервал детерминации процесса $y(t)$ (9) в стационарном режиме как такой интервал $\tau = \tau_\alpha$, в течение которого информационная корреляционная функция $R(\tau)$ уменьшается в 5 раз:

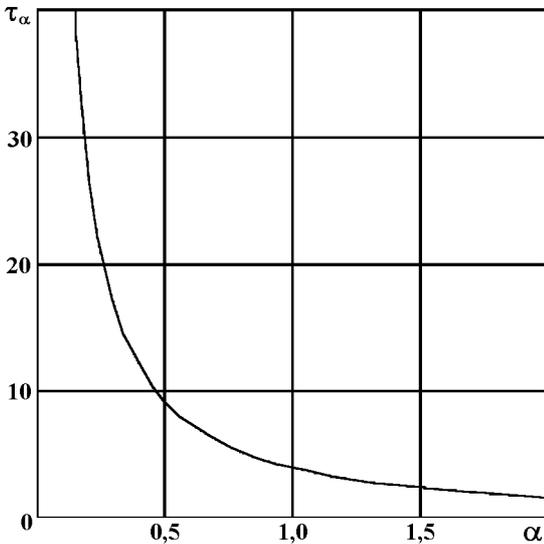


Рис. 2

$$\tau_\alpha \approx \ln(50/\alpha)/(\alpha\beta). \quad (16)$$

На рис. 2 изображено поведение интервала детерминации τ_α в зависимости от α при $\beta = 1$. Из рис. 2 хорошо видно, что утяжеление хвостов распределения, которое происходит при уменьшении α , приводит к росту интервала детерминации процесса $y(t)$. Это полностью согласуется с известным положением о том, что тяжелые хвосты распределений способствуют усилению взаимосвязи.

В заключение подчеркнем, что для анализа рассмотренных в этой работе линейных симметричных устойчивых марковских процессов, обобщающих гауссовские марковские процессы, можно использовать достаточно простой математический аппарат. Поэтому они заслуживают более широкого распространения в качестве моделей реальных радиофизических процессов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Моисеев С. Н. // Геомагнетизм и аэрономия. 1997. Т. 37, № 3. С. 107.
2. Моисеев С. Н. // Изв. вуз. Радиофизика. 1998. Т. 41, № 4. С. 438.
3. Зосимов В. В., Лямшев Л. М. // Акустический журнал. 1994. Т. 40, № 5. С. 709.
4. Пугачев В. С., Сеницын И. Н. Стохастические дифференциальные системы. Анализ и фильтрация. — М.: Наука, 1990. — 632 с.
5. Королюк В. С., Портенко Н. И., Скороход А. В., Турбин А. Ф. Справочник по теории вероятностей и математической статистике. — М.: Наука, 1985. — 640 с.
6. Тихонов В. И., Миронов М. А. Марковские процессы. — М.: Сов. радио, 1977. — 488 с.
7. Тихонов В. И. Статистическая радиотехника. — М.: Радио и связь, 1982. — 624 с.
8. Губарев В. В. Вероятностные модели. Ч. 1, 2. — Новосибирск, 1992. — 422 с.

Воронежский государственный университет, г. Воронеж, Россия

Поступила в редакцию
21 апреля 1999 г.

MARKOV SYMMETRIC STABLE PROCESSES

S. N. Moiseev

We use the method of generating process to construct a model of a random linear symmetric stable Markov process generalizing the Markov Gaussian process and keeping its basic property: invariance with respect to linear transformations. The methods of analysis of such processes are developed. In particular, we propose to use the information correlation function as a characteristic of the dependence performance between the process values. This function is used to calculate the dependence interval of the process.

ОПТИМАЛЬНЫЙ ПРИЕМ ПРЯМОУГОЛЬНОГО ИМПУЛЬСА С НЕИЗВЕСТНЫМИ МОМЕНТАМИ ПОЯВЛЕНИЯ И ИСЧЕЗНОВЕНИЯ

А. П. Трифонов, Ю. Э. Корчагин

Получены максимально правдоподобный и оптимальный (байесовский) алгоритмы обнаружения и измерения моментов появления и исчезновения прямоугольного импульса, наблюдаемого на фоне белого гауссовского шума. Найдены точные выражения для характеристик максимально правдоподобных алгоритмов. С помощью моделирования на ЭВМ определены характеристики байесовских алгоритмов.

ВВЕДЕНИЕ

В работе [1] рассмотрена задача приема прямоугольного импульса с неизвестной длительностью (моментом исчезновения). Показано, что полезный сигнал является разрывным по неизвестному параметру. Однако в различных приложениях радио- и гидролокации, радиосвязи, сейсмологии часто возникает необходимость приема сигнала, у которого неизвестны как момент появления, так и момент исчезновения [2, 3]. В работе [4] рассмотрена более общая задача обнаружения сигнала, претерпевающего скачкообразные изменения в M случайных моментах времени. В [5] исследованы оценки этих моментов. Подход, развитый в работах [4, 5], позволяет синтезировать алгоритмы обнаружения и оценки параметров сигнала с M скачкообразными изменениями. В частности, в работах [4, 5] рассмотрен прием прямоугольного импульса с неизвестными моментами появления и исчезновения, т. е. когда $M = 2$. Однако при наличии всего двух скачкообразных изменений сигнала оптимальный прием сигнала можно реализовать без решения полученных в [4, 5] довольно сложных нелинейных стохастических дифференциальных уравнений. Ниже показано, что как на основе метода максимального правдоподобия [6, 7], так и в рамках классического байесовского подхода [4–8] удается получить достаточно простые и относительно легко реализуемые алгоритмы обнаружения сигнала с неизвестными моментами появления и исчезновения и оценивания этих моментов.

1. ОБНАРУЖЕНИЕ ПРЯМОУГОЛЬНОГО ИМПУЛЬСА С НЕИЗВЕСТНЫМИ МОМЕНТАМИ ПОЯВЛЕНИЯ И ИСЧЕЗНОВЕНИЯ

Рассмотрим задачу обнаружения прямоугольного импульса

$$s(t, \theta_1, \theta_2) = \begin{cases} a, & \theta_1 \leq t \leq \theta_2; \\ 0, & t < \theta_1, t > \theta_2, \end{cases} \quad (1)$$

наблюдаемого в течение интервала времени $[0, T]$ на фоне аддитивного гауссовского белого шума $n(t)$ с односторонней спектральной плотностью N_0 . Здесь a — амплитуда сигнала, моменты появления θ_1 и исчезновения θ_2 принимают значения из априорных интервалов

$$\theta_1 \in [\theta_{1 \min}, \theta_{1 \max}], \quad \theta_2 \in [\theta_{2 \min}, \theta_{2 \max}], \quad \theta_{1 \max} < \theta_{2 \min}, \quad (2)$$

и предполагаются случайными величинами с совместной априорной плотностью вероятности $W_{\text{пр}}(\theta_1, \theta_2)$. Тогда реализация наблюдаемых данных запишется в виде $x(t) = \gamma_0 s(t, \theta_{01}, \theta_{02}) + n(t)$, где θ_{01} и θ_{02} —

А. П. Трифонов, Ю. Э. Корчагин

истинные моменты появления и исчезновения. Дискретный параметр γ_0 принимает два значения: $\gamma_0 = 0$ (сигнал отсутствует в принятой реализации) и $\gamma_0 = 1$ (сигнал присутствует в принятой реализации). Предполагается, что априорные вероятности отсутствия и наличия сигнала известны и равны соответственно $p_0 = P(\gamma_0 = 0)$ и $p_1 = P(\gamma_0 = 1) = 1 - p_0$. По наблюдаемой реализации $x(t)$ необходимо оптимальным образом решить, какое значение имеет параметр γ_0 , т. е. определить, присутствует сигнал или нет.

Логарифм функционала отношения правдоподобия (ФОП) [6–8] в этом случае будет зависеть от трех неизвестных параметров γ , θ_1 и θ_2 . Будем считать, что интервал наблюдения $[0, T]$ удовлетворяет условию $0 \leq \theta_{1 \min} < \theta_{2 \max} \leq T$, так что сигнал (1) полностью размещается в этом интервале. Тогда в соответствии с [6, 8] логарифм ФОП может быть записан в виде

$$L(\gamma, \theta_1, \theta_2) = \frac{2\gamma a}{N_0} \int_{\theta_1}^{\theta_2} (x(t) - a/2) dt. \quad (3)$$

Оценка $\hat{\gamma}$ дискретного параметра γ в соответствии с алгоритмом максимального правдоподобия (МП) может быть найдена как

$$\hat{\gamma} = \arg \sup_{\gamma} \left[\sup_{\theta_1, \theta_2} L(\gamma, \theta_1, \theta_2) \right].$$

Учитывая, что $L(\gamma = 0, \theta_1, \theta_2) = 0$, получаем, что МП алгоритм обнаружения сигнала (1) заключается в сравнении с нулевым порогом величины абсолютного (наибольшего) максимума логарифма ФОП

$$\hat{\gamma} = \begin{cases} 1, & \text{если } L = \sup L(\theta_1, \theta_2) > 0; \\ 0, & \text{если } L = \sup L(\theta_1, \theta_2) < 0, \end{cases} \quad (4)$$

где

$$L(\theta_1, \theta_2) = L(\gamma = 1, \theta_1, \theta_2). \quad (5)$$

Вместо алгоритма (4) можно использовать обобщенный МП алгоритм обнаружения [6], основанный на сравнении абсолютного максимума логарифма ФОП с некоторым порогом c :

$$\hat{\gamma} = \begin{cases} 1, & \text{если } L > c; \\ 0, & \text{если } L < c. \end{cases} \quad (6)$$

Порог c в выражении (6) может выбираться исходя из различных критериев оптимальности.

Согласно алгоритмам (4), (6) приемник должен формировать двумерное случайное поле (5) для всех возможных значений неизвестных моментов появления и исчезновения. Поэтому его аппаратурная реализация оказывается значительно сложнее, нежели приемника, синтезированного в [4]. Действительно, нахождение величины L предполагает построение структуры, многоканальной по обоим неизвестным параметрам, а алгоритм, предложенный в [4], является одноканальным. Однако трудностей аппаратурной реализации алгоритма (6) частично удастся избежать, если представить логарифм ФОП (5) в виде суммы двух случайных процессов [9]: $L(\theta_1, \theta_2) = L_1(\theta_1) + L_2(\theta_2)$. Первый из них зависит только от момента появления θ_1 , а второй — только от момента исчезновения θ_2 :

$$L_1(\theta_1) = \frac{2a}{N_0} \int_{\theta_1}^{t_0} (x(t) - a/2) dt, \quad (7)$$

$$L_2(\theta_2) = \frac{2a}{N_0} \int_{t_0}^{\theta_2} (x(t) - a/2) dt, \quad (8)$$

где t_0 — произвольная точка, принадлежащая интервалу $(\theta_{1 \max}, \theta_{2 \min})$.

Согласно выражениям (7) и (8) функции $L_1(\theta_1)$ и $L_2(\theta_2)$ статистически независимы, т. к. представляют собой интегралы от белого шума на неперекрывающихся интервалах (θ_1, t_0) и (t_0, θ_2) . Тогда в (4) и (6)

$$L = L_1 + L_2, \quad L_1 = \sup L_1(\theta_1), \quad L_2 = \sup L_2(\theta_2), \quad (9)$$

где L_1 и L_2 — статистически независимые случайные величины.

Следовательно, величину L можно получить посредством раздельной максимизации функций (7) и (8), что существенно облегчает аппаратную реализацию приемника МП.

На рис. 1 штриховой линией выделена структурная схема МП обнаружителя прямоугольного импульса с неизвестными моментами появления и исчезновения, где обозначено: 1 и 1' — интеграторы на интервалах времени соответственно $[t_0, t]$, где $t \in [t_0, \theta_{2 \max}]$, и $[\theta_{1 \min}, t]$, где $t \in [\theta_{1 \min}, t_0]$, 2 — линия задержки на время $t = t_0 - \theta_{1 \min}$, 3 — пиковые детекторы, 6 — сумматор, 7 — решающее устройство, осуществляющее сравнение выходного сигнала сумматора 6 в момент времени $t = \max[\theta_{2 \max}, t_0 + \theta_{1 \max} - \theta_{1 \min}]$ с порогом c и выносящее решение о наличии сигнала, если порог превышен, и решение об отсутствии сигнала, если порог не превышен. Структурная схема МП обнаружителя является двухканальной и состоит из блоков, которые легко реализуются аппаратно или программно.

Качество обнаружения будем характеризовать средней вероятностью ошибки

$$P_e = p_0\alpha + p_1\beta, \quad (10)$$

где α — вероятность ошибки 1-го рода (ложной тревоги), $\beta = \int_{\theta_{1 \min}}^{\theta_{1 \max}} \int_{\theta_{2 \min}}^{\theta_{2 \max}} \beta(\theta_1, \theta_2) W_{\text{пр}}(\theta_1, \theta_2) d\theta_1 d\theta_2$ — безусловная вероятность ошибки 2-го рода (пропуска сигнала), а $\beta(\theta_{01}, \theta_{02})$ — условная вероятность пропуска сигнала с моментами появления и исчезновения соответственно θ_{01} и θ_{02} .

Вероятности ошибок ложной тревоги α и пропуска сигнала $\beta(\theta_{01}, \theta_{02})$ при использовании приемника МП определяются выражениями [6]

$$\alpha = P[\sup L(\theta_1, \theta_2) > c | H_0] = 1 - P_0(c), \quad (11)$$

$$\beta(\theta_{01}, \theta_{02}) = P[\sup L(\theta_1, \theta_2) < c | H_1] = P_1(c), \quad (12)$$

где $P_j(c) = P[\sup L(\theta_1, \theta_2) < c | H_j]$ — функции распределения величины абсолютного максимума случайного поля $L(\theta_1, \theta_2)$. Используя (9) и учитывая статистическую независимость функций (7) и (8), получаем, что

$$P_0(c) = P[L_1 + L_2 < c | H_0] = \int F_{20}(c - x, c - x, \theta_{2 \max}) dF_{10}(x, x, \theta_{1 \max}), \quad (13)$$

$$P_1(c) = P[L_1 + L_2 < c | H_1] = \int F_{21}(c - x, c - x, \theta_{2 \max}) dF_{11}(x, x, \theta_{1 \max}), \quad (14)$$

где

$$F_{ij}(u, v, \tau) = P \left[\sup_{\theta_{i \min} \leq \theta_i < \tau} L_i(\theta_i) < u, \quad \sup_{\tau \leq \theta_i \leq \theta_{i \max}} L_i(\theta_i) < v | H_j \right] \quad (15)$$

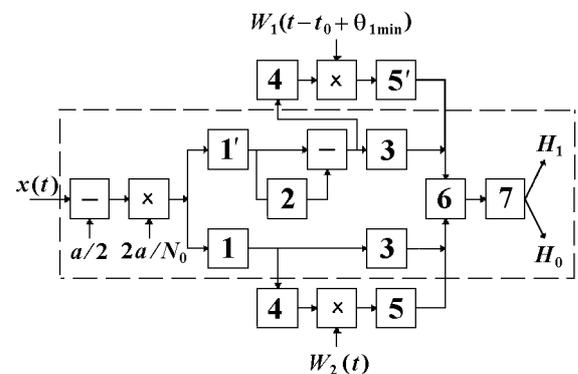


Рис. 1

— двумерная функция распределения абсолютных максимумов случайного процесса $L_i(\theta_i)$ в предположении справедливости гипотезы H_j , $i = 1, 2, j = 0, 1$, а θ_1 и θ_2 удовлетворяют (2). В результате замены переменных $\tau_i = (-1)^i (\theta_i - t_0)$ выражения (7) и (8) можно переписать в следующем виде:

$$L_i(\tau_i) = \frac{2a}{N_0} \int_0^{\tau_i} \{x[(-1)^i (t - t_0)] - a/2\} dt, \tag{16}$$

где $i = 1, 2$. Согласно (16) случайные процессы $L_i(\tau_i)$ совпадают с логарифмом ФОП в задаче приема сигнала с неизвестной длительностью, которая исследована в [8]. Там же найдены функции, аналогичные (15). Используя результаты работы [8], можно записать точные выражения для распределений (15):

$$F_{i0}(u, v, \tau) = \frac{1}{2\pi z \sigma_i \sqrt{\eta_{i\tau}}} \exp \left[(-1)^i \frac{(u - v)}{2} - \frac{z^2 \eta_{i\tau}}{8} \right] \int_0^\infty \int_0^\infty \exp \left[-\frac{(\xi - u\delta_{2i} - v\delta_{1i} - \sigma_i^2/2)^2}{2\sigma_i^2} \right] \times \\ \times \exp(\xi_1/2 - \xi/2) \chi[\xi_1, \xi, (-1)^i(u - v), z^2 \eta_{i\tau}] \varphi(z, \eta_i - \eta_{i\tau}, \xi_1/z) d\xi d\xi_1, \tag{17}$$

$$F_{i1}(u, v, \tau) = \frac{1}{2\pi z^2 \sigma_i \sqrt{2\pi |m_i| \rho_i}} \exp \left[(-1)^{i+1} \frac{(u - v)}{2} \frac{m_i}{|m_i|} - \frac{z^2}{8} (|m_i| + \rho_i) \right] \times \\ \times \int_0^\infty \int_0^\infty \int_0^\infty \exp \left[\frac{\xi}{2} - \frac{\xi_2}{2} \frac{m_i}{|m_i|} - \xi_1 \Theta(-m_i) - \frac{(\xi - u\delta_{2i} - v\delta_{1i} + \sigma_i^2/2)^2}{2\sigma_i^2} \right] \times \\ \times \chi[\xi_2, \xi_1, (-1)^i(u - v)\Theta(-m_i), z^2 |m_i|] \chi[\xi_1, \xi, (-1)^i(u - v)\Theta(m_i), z^2 \rho_i] \times \\ \times \varphi(z, q_i, \xi_2/z) d\xi d\xi_1 d\xi_2. \tag{18}$$

Здесь $\chi(y_1, y_2, y_3, y_4) = \exp[-(y_1 - y_2 + y_3)^2/(2y_4)] - \exp[-(y_1 + y_2 + y_3)^2/(2y_4)]$,

$$\varphi(y_1, y_2, y_3) = \Phi(y_1 \sqrt{y_2}/2 + y_3/\sqrt{y_2}) - \exp(-y_1 y_3) \Phi(y_1 \sqrt{y_2}/2 - y_3/\sqrt{y_2}),$$

$\Phi(x) = \int_{-\infty}^x \exp(-t^2/2) dt / \sqrt{2\pi}$ — интеграл вероятности, $\Theta(x) = 1$ при $x \geq 0$ и $\Theta(x) = 0$ при $x < 0$, δ_{ij} — символ Кронекера,

$$z^2 = 2a^2 T_{\max} / N_0 \tag{19}$$

— максимальное отношение сигнал/шум (ОСШ), $T_{\max} = \theta_{2 \max} - \theta_{1 \min}$ — максимальная длительность сигнала, $\eta_i = (\theta_{i \max} - \theta_{i \min})/T_{\max}$ — нормированные длины априорных интервалов,

$$\eta_{1\tau} = (\theta_{1 \max} - \tau)/T_{\max}, \quad \eta_{2\tau} = (\tau - \theta_{2 \min})/T_{\max}, \\ \rho_1 = [\theta_{1 \max} - \max[\theta_{01}, \tau]]/T_{\max}, \quad \rho_2 = [\min[\theta_{02}, \tau] - \theta_{2 \min}]/T_{\max}, \\ q_1 = [\min[\theta_{01}, \tau] - \theta_{1 \min}]/T_{\max}, \quad q_2 = [\theta_{2 \max} - \max[\theta_{02}, \tau]]/T_{\max}, \\ \sigma_1^2 = z^2 (t_0 - \theta_{1 \max})/T_{\max}, \quad \sigma_2^2 = z^2 (\theta_{2 \min} - t_0)/T_{\max}, \\ m_i = (-1)^{i+1} (\tau - \theta_{0i})/T_{\max}, \quad i = 1; 2.$$

Подставляя функцию (17) в (13), (18) в (14), а затем (13) и (14) соответственно в (11) и (12), получаем выражения для вероятностей ложной тревоги и пропуска сигнала:

$$\alpha = 1 - \frac{1}{\eta \sqrt{2\pi}} \int_0^\infty \int_0^\infty \exp \left[-\frac{(\xi_1 + \xi_2 - u_0 - z\eta/2)^2}{2\eta} \right] \left(\frac{\xi_1 + \xi_2 - u_0}{\sqrt{\eta}} - \frac{z\sqrt{\eta}}{2} \right) \times \\ \times \varphi(z, \eta_1, \xi_1) \varphi(z, \eta_2, \xi_2) d\xi_1 d\xi_2, \tag{20}$$

$$\begin{aligned}
\beta(\theta_{01}, \theta_{02}) &= \frac{\exp[-z^2(\mu_1 + \mu_2)/8]}{2\pi\sqrt{\mu_1\mu_2}} \int_0^\infty \int_0^\infty \int_0^\infty \int_0^\infty \exp\left[-\frac{(\xi_1 + \xi_3 - u_0 + z\eta/2)^2}{2\eta}\right] \times \\
&\times \left\{ \exp\left[-\frac{(\xi_2 - \xi_1)^2}{2\mu_1}\right] - \exp\left[-\frac{(\xi_2 + \xi_1)^2}{2\mu_1}\right] \right\} \varphi(z, \eta_1 - \mu_1, \xi_2) \times \\
&\times \left\{ \exp\left[-\frac{(\xi_4 - \xi_3)^2}{2\mu_2}\right] - \exp\left[-\frac{(\xi_4 + \xi_3)^2}{2\mu_2}\right] \right\} \varphi(z, \eta_2 - \mu_2, \xi_4) \times \\
&\times \left[\frac{\xi_1 + \xi_3 - u_0 + z\eta/2}{\sqrt{2\pi}\eta^{3/2}} \right] \exp\left[\frac{z(\xi_1 - \xi_2 + \xi_3 - \xi_4)}{2}\right] d\xi_1 d\xi_2 d\xi_3 d\xi_4, \quad (21)
\end{aligned}$$

где $\eta = T_{\min}/T_{\max}$, $T_{\min} = \theta_{2\min} - \theta_{1\max}$, $u_0 = c/z$ — нормированный порог,

$$\mu_1 = (\theta_{1\max} - \theta_{01})/T_{\max}, \quad \mu_2 = (\theta_{02} - \theta_{2\min})/T_{\max}. \quad (22)$$

Таким образом, выражения (17)–(21) позволяют рассчитать точные значения вероятностей ложной тревоги и пропуска сигнала (1) с неизвестными моментами появления и исчезновения.

Хорошо известно [6, 8], что при байесовском подходе оптимальным правилом обнаружения сигнала является правило, обеспечивающее минимум риска. Рассмотрим возможность применения классического байесовского подхода к обнаружению сигнала (1) с неизвестными моментами появления и исчезновения. Для синтеза байесовского алгоритма используем простую функцию потерь, у которой стоимости правильных решений принимаются нулевыми, а стоимости ошибок первого и второго рода одинаковыми, что соответствует критерию идеального наблюдателя. Тогда оптимальный (байесовский) алгоритм обнаружения сигнала (1) заключается в формировании величины

$$I = \int_{\theta_{1\min}}^{\theta_{1\max}} \int_{\theta_{2\min}}^{\theta_{2\max}} \exp[L(\theta_1, \theta_2)] W_{\text{pr}}(\theta_1, \theta_2) d\theta_1 d\theta_2 \quad (23)$$

и сравнении ее с порогом p_0/p_1 . Из сопоставления обобщенного МП алгоритма обнаружения (6) и байесовского алгоритма (23) следует, что порог c в алгоритме (6) может быть выбран таким же, как для байесовского алгоритма, т. е. равным $\ln(p_0/p_1)$.

Воспользуемся представлением логарифма ФОП $L(\theta_1, \theta_2)$ в виде суммы случайных процессов (7) и (8) и, полагая, что $W_{\text{pr}}(\theta_1, \theta_2) = W_1(\theta_1)W_2(\theta_2)$, перепишем выражение (23) в виде

$$I = I_1 I_2, \quad I_i = \int_{\theta_i\min}^{\theta_i\max} \exp[L_i(\theta_i)] W_i(\theta_i) d\theta_i. \quad (24)$$

Структурная схема такого обнаружителя приведена на рис. 1, из которого необходимо исключить блоки 3. На рис. 1 блоки 4 — нелинейные элементы с экспоненциальной характеристикой, блоки 5 и 5' — интеграторы на интервалах времени соответственно $[\theta_{2\min}, \theta_{2\max}]$ и $[t_0, t_0 + \theta_{1\max} - \theta_{1\min}]$. Сумматор 6 для реализации байесовского алгоритма обнаружения необходимо заменить на перемножитель. Пороговое устройство 7 осуществляет сравнение в момент времени $t = \max[\theta_{2\max}, t_0 + \theta_{1\max} - \theta_{1\min}]$ выходного сигнала перемножителя 6 с порогом p_0/p_1 и выносит решение о наличии сигнала, если порог превышен и об отсутствии сигнала, если порог не превышен. Из рис. 1 следует, что схема байесовского обнаружителя (БО) является одноканальной по каждому неизвестному параметру, однако она несколько сложнее схемы МП обнаружителя.

Рассмотрим характеристики МП обнаружителя импульса (1). На рис. 2 представлены зависимости средней вероятности ошибки P_e (10) от ОСШ z (19) при $\eta = 0,1$; $\eta_1 = \eta_2 = (1 - \eta)/2$ и равномерных априорных плотностях вероятности моментов появления и исчезновения

$$W_i(\theta_i) = \begin{cases} 1/(\theta_i \max - \theta_i \min), & \theta_i \min \leq \theta_i \leq \theta_i \max; \\ 0, & \theta_i < \theta_i \min, \theta_i > \theta_i \max. \end{cases} \quad (25)$$

Кривые 1 на рис. 2 построены для $p_0 = 0,1$, а кривые 2 — $p_0 = 0,7$. Штрих-пунктирные кривые соответствуют порогу обнаружения $c = 0$, штриховые — порогу $c = \ln(p_0/p_1)$.

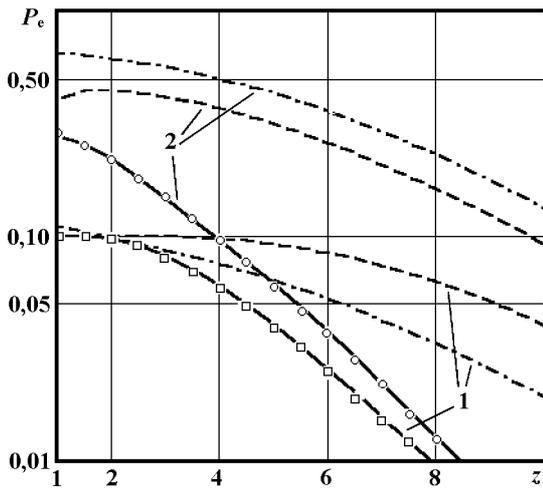


Рис. 2

В качестве критерия оптимальности можно выбрать критерий минимума средней вероятности ошибки (10) [6] и на его основе находить порог c . Очевидно, получаемый таким образом порог $c^* = \arg \inf P_e(c)$ будет зависеть от z и p_0 . Назовем этот порог оптимальным, а соответствующий алгоритм обнаружения — МП обнаружителем с оптимизированным порогом. Зависимости $P_e(z)$, показанные на рис. 2 сплошными линиями, соответствуют оптимизированному порогу обнаружения c^* .

Анализ зависимостей, приведенных на рис. 2, свидетельствует о целесообразности использования МП обнаружителя с оптимизированным порогом, особенно при малых значениях p_0 и не очень малых z , однако при этом должны быть известны априорные вероятности p_0, p_1 и плотности вероятности $W_i(\theta_i)$, где $i = 1; 2$.

Отметим, что теоретическое исследование БО (24) затруднительно и найти аналитически его характеристики не удастся.

2. ОЦЕНКА МОМЕНТОВ ПОЯВЛЕНИЯ И ИСЧЕЗНОВЕНИЯ СИГНАЛА

Рассмотрим теперь задачу оценки моментов появления и исчезновения импульса (1), полагая, что $p_1 = 1$. Алгоритм нахождения оценок максимального правдоподобия (ОМП) моментов появления и исчезновения состоит в поиске положения абсолютного максимума случайного поля $L(\theta_1, \theta_2)$ (5)

$$(\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2) = \arg \sup_{\theta_1, \theta_2} L(\theta_1, \theta_2).$$

Следовательно, структура МП алгоритма оценивания не зависит от априорной плотности вероятности параметров θ_1 и θ_2 . Логарифм ФОП $L(\theta_1, \theta_2)$ (5) можно представить в виде суммы двух статистически независимых случайных процессов $L_1(\theta_1)$ (7) и $L_2(\theta_2)$ (8). Следовательно, положение максимума случайного поля $L(\theta_1, \theta_2)$ по переменной θ_1 совпадает с положением максимума случайного процесса $L_1(\theta_1)$, а по переменной θ_2 — с положением максимума процесса $L_2(\theta_2)$. В результате для ОМП моментов появления и исчезновения можно записать

$$\hat{\theta}_i = \arg \sup L_i(\theta_i), \quad (26)$$

где $i = 1; 2$. Структурная схема МП измерителя моментов появления и исчезновения выделена на рис. 3 штриховой линией, где обозначено: 1 и 1' — интеграторы на интервалах времени соответственно

$[t_0, t]$, где $t \in [t_0, \theta_{2 \max}]$, и $[\theta_{1 \min}, t]$, где $t \in [\theta_{1 \min}, t_0]$, 2 — линия задержки на время $t = t_0 - \theta_{1 \min}$, 3 и 3' — устройства поиска абсолютных максимумов сигналов на интервалах $[\theta_{2 \min}, \theta_{2 \max}]$ и $[t_0, t_0 + \theta_{1 \max} - \theta_{1 \min}]$. Эти положения являются ОМП моментов появления и исчезновения сигнала (1).

Точность оценок будем характеризовать безусловными рассеяниями (средними квадратами ошибок) оценок моментов появления и исчезновения:

$$V(\hat{\theta}_i) = \int_{\theta_{i \min}}^{\theta_{i \max}} V(\hat{\theta}_i|\theta) W_i(\theta) d\theta, \quad (27)$$

где $i = 1; 2$,

$$V(\hat{\theta}_i|\theta_{0i}) = \int_{\theta_{i \min}}^{\theta_{i \max}} (\theta_i - \theta_{0i})^2 W_i(\theta_i|\theta_{0i}) d\theta_i \quad (28)$$

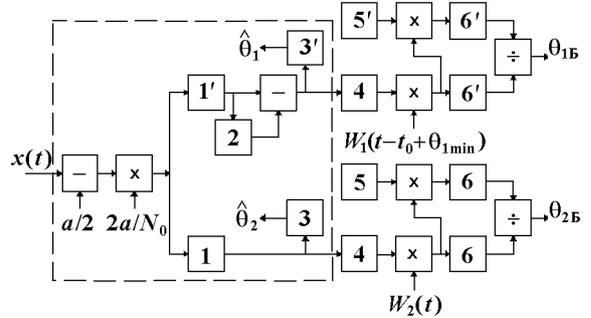


Рис. 3

— условные рассеяния ОМП моментов θ_1 и θ_2 , а

$W_i(\theta_i|\theta_{0i})$ — условные плотности вероятностей ОМП моментов появления и исчезновения сигнала (1). Согласно [8] плотности вероятностей $W_i(\theta_i|\theta_{0i})$ могут быть выражены через функции (18):

$$W_i(\theta_i|\theta_{0i}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial}{\partial \theta_i} \left[\frac{\partial F_{i1}(u, v, \theta_i)}{\partial u} \Big|_{v=u} \right] du. \quad (29)$$

Подставляя функции распределения (18) в (29), получаем точные выражения для плотностей вероятностей $W_i(\theta_i|\theta_{0i})$ в виде [9]

$$W_i(\theta_i|\theta_{0i}) = \frac{z^2}{2T_{\max}} \begin{cases} \Psi [z^2(\theta_{0i} - \theta_i)/(2T_{\max}), z^2\mu_i/2, z^2(\eta_i - \mu_i)/2], & \theta_{i \min} \leq \theta_i \leq \theta_{0i}; \\ \Psi [z^2(\theta_i - \theta_{0i})/2T_{\max}, z^2(\eta_i - \mu_i)/2, z^2\mu_i/2], & \theta_{0i} < \theta_i \leq \theta_{i \max}, \end{cases} \quad (30)$$

где

$$\Psi(y, y_1, y_2) = \frac{1}{2\sqrt{\pi}|y|^{3/2}} \left\{ \Phi \left(\sqrt{\frac{y_1 - y}{2}} \right) + \exp \left[-\frac{y_1 - y}{4} \right] / \sqrt{\pi(y_1 - y)} \right\} \times \\ \times \int_0^{\infty} \xi \exp \left[-\frac{(\xi + y)^2}{4y} \right] \left[\Phi \left(\frac{y + \xi}{\sqrt{2y_2}} \right) - \exp(-\xi) \Phi \left(\frac{y - \xi}{\sqrt{2y_2}} \right) \right] d\xi.$$

Используя (30), для рассеяний ОМП моментов появления и исчезновения (28) можем записать

$$V(\hat{\theta}_i|\theta_{0i}) = \frac{4T_{\max}^2}{z^4} \left[H(z^2(\eta_i - \mu_i)/2, z^2\mu_i/2) + H(z^2\mu_i/2, z^2(\eta_i - \mu_i)/2) \right], \quad (31)$$

где $H(x_1, x_2) = \int_0^{x_1} \xi^2 \Psi(\xi, x_1, x_2) d\xi$. Если θ_{0i} — внутренние точки априорных интервалов (2), то при достаточно больших ОСШ (19) находим асимптотическое выражение для рассеяний ОМП: $V(\hat{\theta}_i|\theta_{0i}) = 26T_{\max}^2/z^4$, которое совпадает с асимптотическим рассеянием ОМП длительности прямоугольного импульса [6, 8, 9].

Рассмотрим байесовский алгоритм оценивания моментов появления и исчезновения [7]. При синтезе оценки одного параметра сигнала наиболее распространенной является квадратичная функция потерь [7]. При оценке n параметров сигнала аналогом квадратичной функции потерь служит квадратичная форма [10]

$$C(\boldsymbol{\gamma}, \boldsymbol{\theta}) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n C_{ij} (\gamma_i - \theta_i) (\gamma_j - \theta_j).$$

Здесь $\boldsymbol{\gamma} = (\gamma_1, \dots, \gamma_n)$, $\boldsymbol{\theta} = (\theta_1, \dots, \theta_n)$, $\|C_{ij}\|$ — некоторая числовая матрица. Пусть $C_{ij} = c_i \delta_{ij}$, тогда квадратичная форма $C(\boldsymbol{\gamma}, \boldsymbol{\theta})$ представляет собой сумму квадратичных функций потерь для каждого оцениваемого параметра и при $n = 2$ запишется как

$$C(\gamma_1, \gamma_2, \theta_1, \theta_2) = c_1 (\gamma_1 - \theta_1)^2 + c_2 (\gamma_2 - \theta_2)^2. \quad (32)$$

Минимизация апостериорного риска [10]

$$R_{\text{ps}}(\gamma_1, \gamma_2) = \sum_{i=1}^2 k_i c_i \int_{\theta_i \min}^{\theta_i \max} (\theta_i - \gamma_i)^2 W_i(\theta_i) \exp[L_i(\theta_i)] d\theta_i, \quad (33)$$

где $k_i^{-1} = \int_{\theta_i \min}^{\theta_i \max} W_i(\theta_i) \exp[L_i(\theta_i)] d\theta_i$, $i = 1; 2$ — не зависящие от θ_1, θ_2 величины, равносильна минимизации средних квадратов ошибок (рассеяний) оценок. Положение минимума апостериорного риска (33) находим из решения системы уравнений $[\partial R_{\text{ps}}(\gamma_1, \gamma_2) / \partial \gamma_i]_{\gamma_i = \theta_{iB}} = 0$, где $i = 1; 2$,

$$\theta_{iB} = \frac{\int_{\theta_i \min}^{\theta_i \max} \theta_i W_i(\theta_i) \exp[L_i(\theta_i)] d\theta_i}{\int_{\theta_i \min}^{\theta_i \max} W_i(\theta_i) \exp[L_i(\theta_i)] d\theta_i}. \quad (34)$$

Поскольку оценки (34) не зависят от величин c_i , то без ограничения общности можно положить $c_1 = c_2 = 1$. Тогда риск [10]

$$R_B = \langle R_{\text{ps}}(\theta_{1B}, \theta_{2B}) \rangle = V(\theta_{1B}) + V(\theta_{2B}) \quad (35)$$

представляет собой сумму безусловных рассеяний байесовских оценок моментов появления и исчезновения. Точность ОМП моментов появления и исчезновения можно также характеризовать риском [10]

$$\widehat{R} = \langle R_{\text{ps}}(\widehat{\theta}_1, \widehat{\theta}_2) \rangle = V(\widehat{\theta}_1) + V(\widehat{\theta}_2), \quad (36)$$

где безусловные рассеяния $V(\widehat{\theta}_i)$ определены в (27).

Структурная схема байесовского алгоритма оценивания моментов появления и исчезновения изображена на рис. 3, из которого следует исключить блоки 3 и 3'. Здесь блоки 4 обозначают нелинейные элементы с экспоненциальной характеристикой, 5 и 5' — генераторы линейно меняющихся напряжений, пропорциональных t и $t - t_0$, с началами отсчета времени соответственно $t = 0$ и $t = t_0$, 6 и 6' — интеграторы на интервалах времени соответственно $[\theta_{2 \min}, \theta_{2 \max}]$ и $[t_0, t_0 + \theta_{1 \max} - \theta_{1 \min}]$. Как видно из рис. 3, аппаратная реализация байесовского измерителя моментов появления и исчезновения несколько сложнее МП измерителя. Тем не менее, блок-схема байесовского измерителя является одноканальной по каждому оцениваемому параметру. Это существенно облегчает реализацию байесовского алгоритма оценки.

На рис. 4 приведены зависимости условного и безусловного рассеяний ОМП момента появления от отношения сигнал/шум z (19) для $\eta = 0,1$, $\eta_1 = \eta_2 = (1 - \eta)/2$ и априорных плотностей вероятности (25). Сплошной линией на рис. 4 показано безусловное рассеяние ОМП, рассчитанное по формуле

(27), штриховой и штрих-пунктирной — условные рассеяния $V(\hat{\theta}_i|\theta_{0i})$, рассчитанные по формуле (31) при $\mu_1 = \mu_2 = (1 - 2\eta)/4$ (22) и $\mu_1 = \mu_2 = 0$ соответственно. Поскольку априорные интервалы (2) возможных значений моментов появления и исчезновения выбраны симметрично относительно точки t_0 и имеют одинаковую длину, то характеристики ОМП момента появления совпадают с характеристиками ОМП момента исчезновения.

На рис. 5 показаны зависимости риска (36) от ОСШ z (19) при использовании ОМП моментов появления и исчезновения сигнала (1) для $\eta_1 = \eta_2 = (1 - \eta)/2$, $\mu_1 = \mu_2 = (1 - 2\eta)/4$. Сплошная кривая соответствует значению $\eta = 0,1$, штриховая — $\eta = 0,25$.

Следует отметить, что теоретический анализ байесовского измерителя (как и байесовского обнаружителя) осуществить не удается. В связи с этим исследование эффективности байесовских алгоритмов обнаружения и оценки было выполнено методами статистического моделирования на ЭВМ.

3. РЕЗУЛЬТАТЫ СТАТИСТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Представим случайные процессы $L_1(\theta_1)$ (7) и $L_2(\theta_2)$ (8) в виде $L_i(\xi_i) = S_i(\xi_i, \xi_{0i}) + N_i(\xi_i)$, где $i = 1, 2$; $\xi_1 = (t_0 - \theta_1)/T_{\max}$, $\xi_2 = (\theta_2 - t_0)/T_{\max}$, $\xi_{01} = (t_0 - \theta_{01})/T_{\max}$, $\xi_{02} = (\theta_{02} - t_0)/T_{\max}$. Здесь $S_i(\xi_i, \xi_{0i}) = \langle L_i(\xi_i) \rangle = z^2 [\gamma_0 \min(\xi_i, \xi_{0i}) - \xi_i/2]$, $N_i(\theta_i) = (-1)^i (2a/N_0) \int_{t_0}^{\theta_i} n(t) dt$ — гауссовские случайные процессы с нулевыми средними значениями и дисперсиями $z^2 \xi_i$.

При моделировании вырабатывались отсчеты функций $N_i(\theta_i)$, где $i = 1, 2$. На основе сформированных дискретных отсчетов реализации этих процессов аппроксимировались ступенчатыми функциями с максимальной относительной среднеквадратической погрешностью $\varepsilon = 0,1$. Согласно [11] случайные процессы $N_i(\theta_i)$ представляются своими дискретными отсчетами как $N_i(n\Delta\xi) = z\varepsilon \sqrt{\eta/2} \sum_{k=0}^n X_i[k]$, где $X_i[k]$ — гауссовские независимые случайные величины с нулевыми средними значениями и единичными дисперсиями. Таким образом, дискретные отсчеты случайных процессов (7) и (8) формировались с шагом $\Delta\xi_1 = \Delta\xi_2 = \Delta\xi = \eta\varepsilon^2/2$ в виде

$$L_i(n\Delta\xi) = \frac{\eta}{2} z^2 \varepsilon^2 [\gamma_0 \min(n, n_{0i}) - n/2] + z\varepsilon \sqrt{\eta/2} \sum_{k=0}^n X_i[k],$$

где $n_{0i} = \text{ent}(2\xi_{0i}/(\eta\varepsilon^2))$, $\text{ent}(x)$ — целая часть числа x . На основе дискретных отсчетов случайных процессов (7) и (8) вырабатывались величины (24) и (34):

$$I = \frac{\varepsilon^4 \eta^2}{2\eta_1 \eta_2} \sum_{n=n_{\min}}^{n_{\max}} \exp[L_1(n\Delta\xi)] \sum_{n=n_{\min}}^{n_{\max}} \exp[L_2(n\Delta\xi)], \quad (37)$$

$$\xi_{1Б} = \frac{t_0 - \theta_{1Б}}{T_{\max}} = \frac{\varepsilon^2 \eta}{2} \sum_{n=n_{\min}}^{n_{\max}} n \exp[L_1(n\Delta\xi)] / \sum_{n=n_{\min}}^{n_{\max}} \exp[L_1(n\Delta\xi)], \quad (38)$$

$$\xi_{2Б} = \frac{\theta_{2Б} - t_0}{T_{\max}} = \frac{\varepsilon^2 \eta}{2} \sum_{n=n_{\min}}^{n_{\max}} n \exp[L_2(n\Delta\xi)] / \sum_{n=n_{\min}}^{n_{\max}} \exp[L_2(n\Delta\xi)],$$

где $n_{\min} = \text{ent}(1/\varepsilon^2)$, $n_{\max} = \text{ent}(1/(\eta\varepsilon^2))$.

Моделирование БО осуществлялось следующим образом. Формировалась величина I (37) при $\gamma_0 = 0$ и при $\gamma_0 = 1$ и сравнивалась с порогом p_0/p_1 . Если при $\gamma_0 = 0$ порог был превышен, то фиксировалась ошибка ложной тревоги. Если при $\gamma_0 = 1$ выполнялось условие $I < p_0/p_1$, то фиксировалась

ошибка пропуска сигнала. В качестве оценок вероятностей ложной тревоги и пропуска сигнала использовались относительные частоты появления соответствующих ошибок. При моделировании байесовского алгоритма оценивания формировались величины (38), которые являются нормированными байесовскими оценками моментов появления и исчезновения импульса (1). При этом истинные значения нормированных моментов появления и исчезновения выбирались либо фиксированными (при определении условных характеристик), либо случайными, распределенными равномерно на интервале $[\eta/2, 1/2]$ (при определении безусловных характеристик). В процессе моделирования было реализовано 10^5 циклов испытаний для каждого z . Следовательно, с вероятностью 0,9 границы доверительных интервалов отклоняются от экспериментальных значений средней вероятности ошибки P_e и условного и безусловного рассеяний не более чем на 15 % при $P_e > 10^{-3}$ и $V(\hat{\theta}_i)/T_{\max}^2 > 10^{-3}$, где $i = 1; 2$.

Результаты моделирования приведены на рис. 2, 4 и 5. На рис. 2 нанесены экспериментальные значения средней вероятности ошибки БО, которые изображены квадратиками для $p_0 = 0,1$ и кружочками для $p_0 = 0,7$. Сравнение экспериментальных значений со сплошными кривыми на рис. 2 свидетельствует о практически полном совпадении характеристик обнаружения БО и МП обнаружителя с оптимизированным порогом. Это позволяет рекомендовать формулы (20) и (21) для расчета вероятностей ошибки при использовании БО: $P_{eБ} \approx \inf P_e(c)$.

На рис. 4 нанесены экспериментальные значения условных и безусловных рассеяний байесовской оценки момента появления: квадратиками обозначено безусловное рассеяние байесовской оценки момента появления, кружочками — условное рассеяние байесовской оценки при $\mu_1 = \mu_2 = (1 - 2\eta)/4$ (см. 22), крестиками — условное рассеяние байесовской оценки при $\mu_1 = \mu_2 = 0$. Результаты моделирования байесовского измерителя и сравнение их с теоретическими формулами для характеристик МП измерителя показывают, что условное рассеяние байесовской оценки при $\mu_1 = \mu_2 = (1 - 2\eta)/4$ меньше условного рассеяния ОМП. Однако если $\mu_1 = \mu_2 = 0$, то при малых z условное рассеяние байесовской оценки меньше, а при больших z — больше условного рассеяния оценки максимального правдоподобия. Безусловное рассеяние байесовских оценок моментов появления и исчезновения меньше рассеяний ОМП при всех значениях отношения сигнал/шум. В частности, $\chi = V(\theta_{2Б})/V(\hat{\theta}_2) = V(\theta_{1Б})/V(\hat{\theta}_1) \approx 0,7$ при $z \geq 5$, что совпадает с аналогичным соотношением, полученным в [1, 12]. Если же отношение сигнал/шум мало ($z \leq 1$), то $\chi = V(\theta_{2Б})/V(\hat{\theta}_2) = V(\theta_{1Б})/V(\hat{\theta}_1) \approx 0,5$. При этом полученные значения χ практически не зависят от η .

На рис. 5 показаны экспериментальные значения риска (35) для $\eta = 0,1$ (кружочки) и $\eta = 0,25$ (квадратики). Как и следовало ожидать, риск при использовании байесовских оценок моментов появления и исчезновения меньше риска при использовании ОМП, что свидетельствует о более высокой точности байесовских оценок по сравнению с оценками максимального правдоподобия. С увеличением длины априорных интервалов (2) значение риска возрастает, особенно при небольших ОСШ.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

При одинаковом объеме априорной информации и равномерном распределении неизвестных моментов появления и исчезновения характеристики байесовского и максимально правдоподобного алгоритмов обнаружения практически совпадают. Следовательно, вместо относительно сложного байесовского обнаружителя можно использовать относительно простой максимально правдоподобный обнаружитель с оптимизированным порогом, т. к. средние вероятности ошибок этих двух алгоритмов практически одинаковы.

При оценке моментов появления и исчезновения прямоугольного импульса, если не требуется очень высокая точность оценки, возможно применение максимально правдоподобного измерителя, более просто реализуемого аппаратно. Если же необходимо обеспечить предельно достижимую точность оценки, то целесообразно использовать байесовский измеритель.

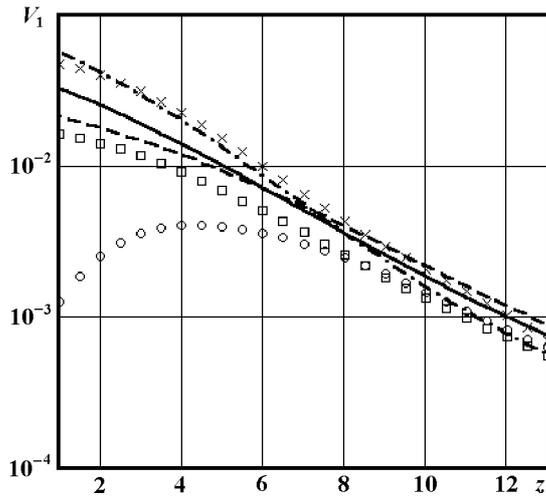


Рис. 4

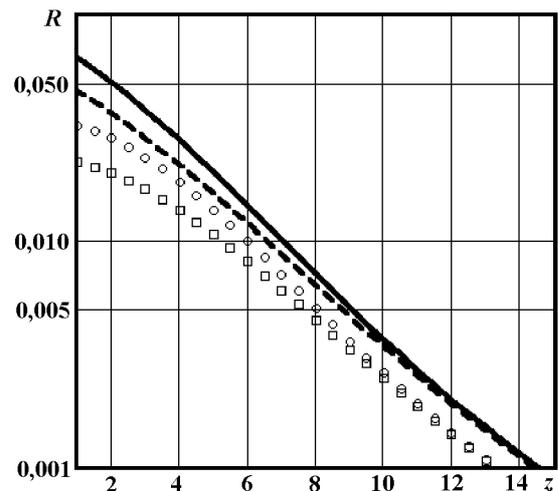


Рис. 5

Приведенные результаты получены при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований.

ЛИТЕРАТУРА

1. Трифонов А. П., Парфенов В. И., Мишин Д. В. // Изв. вуз. Радиофизика. 1997. Т. 40, № 12. С. 1531.
2. Репин В. Г. // Проблемы передачи информации. 1991. Т. 27, вып. 1. С. 61.
3. Тартаковский А. Г. // Проблемы передачи информации. 1988. Т. 24, вып. 2. С. 39.
4. Мальцев А. А., Силаев А. М. // Радиотехника и электроника. 1987. Т. 32, № 6. С. 1241.
5. Мальцев А. А., Силаев А. М. // Радиотехника и электроника. 1989. Т. 34, № 5. С. 1024.
6. Трифонов А. П. Теория обнаружения сигналов. — М.: Радио и связь, 1984. — С. 12.
7. Куликов Е. И., Трифонов А. П. Оценка параметров сигналов на фоне помех. — М.: Сов. радио, 1978.
8. Трифонов А. П., Шинаков Ю. С. Совместное различение сигналов и оценка их параметров на фоне помех. — М.: Радио и связь, 1986.
9. Трифонов А. П., Бутейко В. К. // Радиотехника и электроника. 1989. Т. 34, № 11. С. 2323.
10. Фалькович С. Е. Оценка параметров сигнала. — М.: Сов. радио, 1970.
11. Быков В. В. Цифровое моделирование в статистической радиотехнике. — М.: Сов. радио, 1971.
12. Ибрагимов И. А., Хасьминский Р. З. Асимптотическая теория оценивания. — М.: Наука, 1979.

Воронежский государственный
университет, г. Воронеж, Россия.

Поступила в редакцию
24 мая 1999 г.

**OPTIMAL RECEPTION OF A RECTANGULAR PULSE WITH UNKNOWN TIMES OF APPEARANCE AND
DISAPPEARANCE***A. P. Trifonov and Yu. E. Korchagin*

We synthesize the maximum-likelihood and optimum (bayesian) algorithms of detection and estimation of appearance and disappearance times of a rectangular pulse in the white-noise background. The rigorous expressions for the characteristics of the maximum-likelihood algorithms are found. The characteristics of the bayesian algorithms are obtained using numerical simulations.