

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Известия высших учебных заведений

РАДИОФИЗИКА

ежемесячный научно-технический журнал

Издаётся с апреля 1958 г.

Том XLIII № 12

Нижний Новгород

2000

Содержание

Абранин Э. П., Базелян Л. Л., Цыбко Я. Г. Амплитудные профили солнечных радио- всплесков IIIId типа с эхо-компонентой и глобальная дислокация их элементарных ква- зимонохроматических источников	1027
Батухтин В. И., Иванов В. А., Колчев А. А., Розанов С. В. Измерение доплеровского сме- щения частоты отдельных лучей с помощью ЛЧМ-ионозонда	1044
Тамбовцев В. И. Разделение зарядов в ионизованных потоках	1055
Рапопорт В. О., Митяков Н. А. О возможности использования метеорадаара миллиметро- вого диапазона длин волн для радиоакустического зондирования атмосферы	1059
Коган Л. П. О распространении волн в волноводе с резонансной периодической неодно- родностью импеданса границы	1066
Малыкин Г. Б., Позднякова В. И., Шерешевский И. А. Асимптотические характеристики эволюции степени поляризации немонахроматического излучения в одномодовых во- локонных световодах со случайными кручениями осей линейного двулучепреломления. II. Асимптотическое поведение степени поляризации при больших длинах волокна	1078
Егоров А. А. Восстановление характеристик и определение параметров статистической нанометровой шероховатости поверхности по данным рассеяния в планарном оптиче- ском волноводе	1090
Муякшин С. И., Односецев В. А., Орлов И. Я. О возможности использования изгибных волн при создании акустических преобразователей для систем неразрушающего кон- троля	1100
Содержание т. 43 журнала "Известия высших учебных заведений. Радиофизика" за 2000 год	1109
Именной указатель т. 43 журнала "Известия высших учебных заведений. Радиофизика" за 2000 год	1117

УДК 523.985.77

АМПЛИТУДНЫЕ ПРОФИЛИ СОЛНЕЧНЫХ РАДИОВСПЛЕСКОВ III_d ТИПА С ЭХО-КОМПОНЕНТОЙ И ГЛОБАЛЬНАЯ ДИСЛОКАЦИЯ ИХ ЭЛЕМЕНТАРНЫХ КВАЗИМОНОХРОМАТИЧЕСКИХ ИСТОЧНИКОВ

Э. П. Абранин¹, Л. Л. Базелян¹, Я. Г. Цыбко²

Возможность непосредственных наблюдений естественного радиоэха на Солнце следует считать практически доказанной. Простая, в принципе, эхо-гипотеза относительно природы временного расщепления солнечных радиовсплесков III_d типа выдержала решающую экспериментальную проверку. Это можно утверждать на основании новых позиционных данных с учётом ранее опубликованных сведений, полученных посредством антенной системы УТР-2 в разные годы, начиная с 1973 г.

Впервые в большом количестве декаметровые всплески типа III_d, имеющие чётко выраженную эхоподобную компоненту, удалось зарегистрировать при помощи радиогелиографа на частотах 20 и 25 МГц летом 1992 г. Один день, 6 июля, элементарные (квазимонохроматические) источники короткоживущих бимодальных всплесков III_d типа наблюдались особенно часто; тогда задержка их второго пика (зависящая от гелиодолготы активной области) была максимальной и составляла примерно 7 секунд.

Все эти двойные радиовсплески были локализованы в центральной области солнечной короны, а их видимые элементарные источники не казались стационарными (как и в случае моноимпульсных «лимбовых» событий III_d типа на данной радиочастоте f). За время жизни τ_{Σ} такой динамичный пульсирующий источник способен, по крайней мере, один раз радикально менять свою позицию на небесной сфере в поле зрения двумерного гелиографа. Затухая, эхоподобный всплеск, формирующийся сравнительно медленно, иногда мог скачком изменить своё местоположение. Что касается его короткого ($3 \div 4$ с) предвестника с крутым фронтом, то во время этой предварительной радиовспышки источник обычно вёл себя как эфемерный суб- или ультра-релятивистский объект, движущийся с околосветовой скоростью по траектории глобального масштаба.

Судя по всему, дважды пульсирующий узкополосный ($\Delta f/f \sim 0,01$) радиовсплеск с амплитудно-временным профилем III_d типа в целом представляет собой довольно продолжительный ($\tau_{\Sigma} \approx 10 \div 20$ с) транзитный отклик атмосферы Солнца на кратковременную вспышку гармонического радиоизлучения, генерируемого в реальном, вероятно, стационарном и компактном источнике. Своеобразие этого сложного двугорбого профиля определяется не только наличием зеркально отражающей поверхности в глубине короны вблизи соответствующего плазменного уровня. Важную роль также играют некие непрозрачные или полупрозрачные структуры в интервале высот средней короны. В частности, благодаря их сильному влиянию корональный первоисточник бимодального всплеска виден на Земле в тех или иных не прямых лучах до прихода солнечного радиоэха в виде дополнительного запаздывающего всплеска.

ВВЕДЕНИЕ

Семейство специфических записей одного из первых декаметровых всплесков III_d типа с эхо-компонентой, зарегистрированных при помощи двумерного радиогелиографа (ДРГ-25) на базе антенны УТР-2, было проанализировано в нашей статье [1]. Короткоживущие (время жизни $\tau_{\Sigma} < 20$ с) пульсирующие источники таких бимодальных радиовсплесков локализуются в центральной области солнечной короны [2]. Для центральных событий спектрального типа III_d характерной особенностью дискретных квазимонохроматических (с относительной полосой частот $\Delta f/f \sim 0,01$) элементов прерывистого динамического спектра излучения, генерируемого на 2-й гармонике плазменной частоты ($f \approx 2f_p$), является их чёткое временное расщепление. Такие же узкополосные спектральные компоненты менее сложных всплесков III_d типа, ассоциирующихся с оптической активной областью (AR) в западной или восточной прилимбовой зоне, имеют одnogорбый амплитудный профиль $I(t)$ и плавно затухают без дополнительных пульсаций [2, 3]. В атмосфере Солнца, как нам представляется, реальный компактный источник, вспышка которого инициирует узкополосный радиовсплеск с амплитудным

профилем IIIд типа, фактически выступает в той же роли, что и автономный бортовой передатчик зондирующего сигнала, используемый для исследования Луны и планет с помощью космических аппаратов методом двухпозиционной радиолокации [4].

Несколько амплитудных профилей $I(t)$ расчётных сигналов точечного источника предельно коротких радиоимпульсов 2-й гармоники ($f = 2f_p = 80$ МГц), излучающего на уровне R_s , где $f_p(R_s) = 40$ МГц, в стандартной модели короны $N_e(R)$ с хаотическими неоднородностями ΔN_e электронной плотности ($\Delta N_e/N_e \ll 1$), продемонстрировал автор аналитической статьи [5] (см. также [6, 7]). Форма этих импульсных сигналов, т. е. возможных откликов короны на гипотетическую мгновенную радиовспышку, сильно зависит от гелиодолготы $|l|$ её экваториального источника. Если источник локализован в пределах центрального сектора ($|l| < 50^\circ$) и излучает по всем направлениям изотропно, то в пункт приёма (на расстоянии от центра Солнца $R = 210R_\odot = 1$ а. е.) один за другим приходят два радиоимпульса — прямой и зеркально отражённый в глубине короны вблизи уровня R_r ($f_p(R_r) = 80$ МГц, $R_r < R_s$). Временной интервал между их максимумами $\hat{t}_2 - \hat{t}_1 = T_2$ и длительность τ_2 смоделированного радиоэха определяются радиальным масштабом $R(f_p) - R(2f_p)$ и пространственными флуктуациями плотности корональной плазмы; при этом согласно [5] длительность первого импульса $\tau_1 < \tau_2$, а его амплитуда в момент пика $I(\hat{t}_1) \gg I(\hat{t}_2)$.

Примеры радиометрических записей $I(t)$ элементарных узкополосных ($\Delta f \sim 0,1$ МГц) всплесков с эхоподобной компонентой, наблюдавшихся на фиксированных частотах от 15 до 30 МГц во время центральных шумовых бурь излучения IIIд типа, содержатся в наших статьях [2, 3, 8–11]. У этих бимодальных всплесков с нулевым частотным дрейфом амплитуда первоначального импульса, обычно длившегося $2 \div 3$ с, не всегда превышала амплитуду эхо-компоненты. Задержка радиоэха явно зависела от гелиодолготы соответствующей активной области (AR) и при $|l| \approx 0$ была максимальной: $T_2^{\max} \approx 7$ с. Как правило, эхоподобные всплески с характерным пологим фронтом легко идентифицировались даже в тех случаях, когда их предвестники не были хорошо заметны. Нередко заключительная стадия бимодального радиовсплеска получается растянутой во времени. Тогда при $t > \hat{t}_2$ он затухает немонотонно и может ритмично пульсировать несколько раз с периодом $\tilde{T} \approx T_2$, что свидетельствует о возможности формирования в атмосфере Солнца многократного квазипериодического радиоэха [8, 11].

Весьма интересными и совершенно нетривиальными оказались предварительные результаты позиционных гелиографических наблюдений (на частоте $f = 25$ МГц в 1981 году) одиночного всплеска IIIд типа с чётко выраженной эхо-компонентой [1]. Для данного события согласно радиометрической записи на частоте 25 МГц амплитуда $I(\hat{t}_1) > I(\hat{t}_2)$, задержка радиоэха $T_2 \approx 6,5$ с, а суммарное время жизни видимого источника $\tau_\Sigma \approx \tau_1 + \tau_2 \approx 17$ с. Вспыхнувший в средней короне — на уровне, соответствующем плазменной частоте $f_p = 12,5$ МГц — пульсирующий источник узкополосного радиоизлучения 2-й гармоники не оставался неподвижным в поле зрения ДРГ-25 и стремительно перемещался в плоскости солнечного диска с околосветовой скоростью (преимущественно в западном направлении) по траектории глобального масштаба. Судя по всему, в реальном — стационарном и компактном — источнике процесс генерации радиоволн длился не более 1 с, а эффекты их распространения в корональной плазме ярко проявили себя при формировании не только эхоподобного радиовсплеска, но и его интенсивного короткого ($\tau_1 \approx 4$ с) предвестника на первых секундах развития события.

Чтобы получить достаточно полную информацию, необходимую для понимания того, где именно и каким образом исходный пакет радиоволн трансформируется в короне, следует изучить поведение видимых пульсирующих источников во время других центральных радиовсплесков IIIд типа. С этой целью и была предпринята данная экспериментальная работа.

АНАЛИЗ НАБЛЮДЕНИЙ

По данным Радиоастрономической обсерватории УТР-2, в летние месяцы 1981–1991 гг. всплески IIIд типа с эхоподобной компонентой наблюдались нечасто и отмечались либо как изолированные эпизодические события, либо в составе малочисленных групп спектрально однородных бимодальных всплесков. Условия для спектральных [10] и позиционных наблюдений таких всплесков исключительно удачно складывались во время декаметровый шумовой радиобури (в диапазоне длин волн $10 \text{ м} < \lambda < 20 \text{ м}$) в июле 1992 г., когда корональная область источников IIIд типа ассоциировалась с долгоживущей активной областью AR 7216. Последняя согласно [12] была видна в северном полушарии вблизи экватора и прошла центральный меридиан фотосферы 5 июля. Начавшись 27 июня, шумовая буря излучения IIIд типа продолжалась две недели, пока область AR 7216 вследствие вращения Солнца проходила по его диску от восточного края до западного. Несколько дней на ранней и заключительной стадиях этой радиобури в окрестностях Солнца — сначала на востоке, а затем на западе — регистрировались простые лимбовые всплески без эхо-компоненты. Многие из них по своим спектральным и амплитудно-временным характеристикам (см. [3, 10]) практически не отличались от первых (лидирующих) компонент двойных центральных всплесков, наблюдавшихся 5 дней подряд с 3 июля в течение средней стадии радиобури. Больше всего двухкомпонентных всплесков было зарегистрировано 6 июля; тогда их временное расщепление достигло максимальной величины.

В качестве примера на рис. 1 слева представлены три комплекта амплитудных профилей $I(t)$ для одного центрального и двух лимбовых всплесков из числа зарегистрированных гелиографом ДРГ-25/20 на частоте 25 МГц в процессе наблюдений шумовой бури 29 июня, 6 и 9 июля 1992 г. Справа аналогичным способом показаны гелиографические записи на частоте 20 МГц. Кроме того, здесь же вверху приведены три карты видимой полусферы Солнца [12], на которых обозначено местоположение AR 7216 в указанные дни.

Рассмотрим крайнюю левую колонку профилей $I(t)$. Это, по сути дела, копия фрагмента многоканальной амплитудной записи (МАЗ) сигналов $I(t)$ в полулогарифмическом масштабе, которую выдал гелиограф, реагируя в течение 4-х секунд на данное конкретное событие IIIд типа в солнечной короне. Каждая дорожка МАЗ соответствует определённой квадратной площадке $s = 25 \times 25'$ прямоугольной области $S \approx 40s \approx 2 \times 3,3^\circ$ с диском Солнца посередине. Сорок (5×8) центральных точек условных квадратов s разнесены по склонению δ и часовому углу h с одинаковым шагом $D \approx 25'$. В эти точки поочерёдно нацеливается продольная ось карандашной диаграммы направленности, сканирующей с частотой 4 Гц область обзора S . С той же частотой, т. е. 4 раза в секунду, вдоль каждой дорожки МАЗ регистрируются один за другим последовательные отсчёты интенсивности шумового сигнала $I(t)$. В основании колонок указано время начала регистрации всплесков.

Глядя на специфические записи ДРГ-25/20, надо помнить, что ширина остронаправленного дискретно сканирующего (скачущего) луча этого солнечного инструмента зависит от рабочей частоты f и приблизительно равна $50'/60'$ по нулевому уровню. Конечно, для оценки видимых размеров и исследования угловой структуры корональных источников нетеплового излучения в декаметровом радиодиапазоне необходима антенная система с более высоким угловым разрешением [13, 14]. Тем не менее, как показывает практика, наш радиогелиограф на базе УТР-2 в качестве инструмента позиционных измерений этих источников вполне себя оправдывает [1–3, 15], и возможности его модернизации ещё не исчерпаны.

На рис. 1 над шестью семействами профилей $I(t)$ расположены в ряд восемь рамок с квадратными ячейками. В двух особых рамках зафиксировано (без учёта ионосферной рефракции) положение солнечного диска относительно центра прямоугольной области обзора гелиографа в то время, когда регистрировались сложные бимодальные всплески на частотах 25 и 20 МГц. Каждая из шести остальных клетчатых (5×8) рамок служит миниатюрным табло: оно позволяет определить по затемнённым

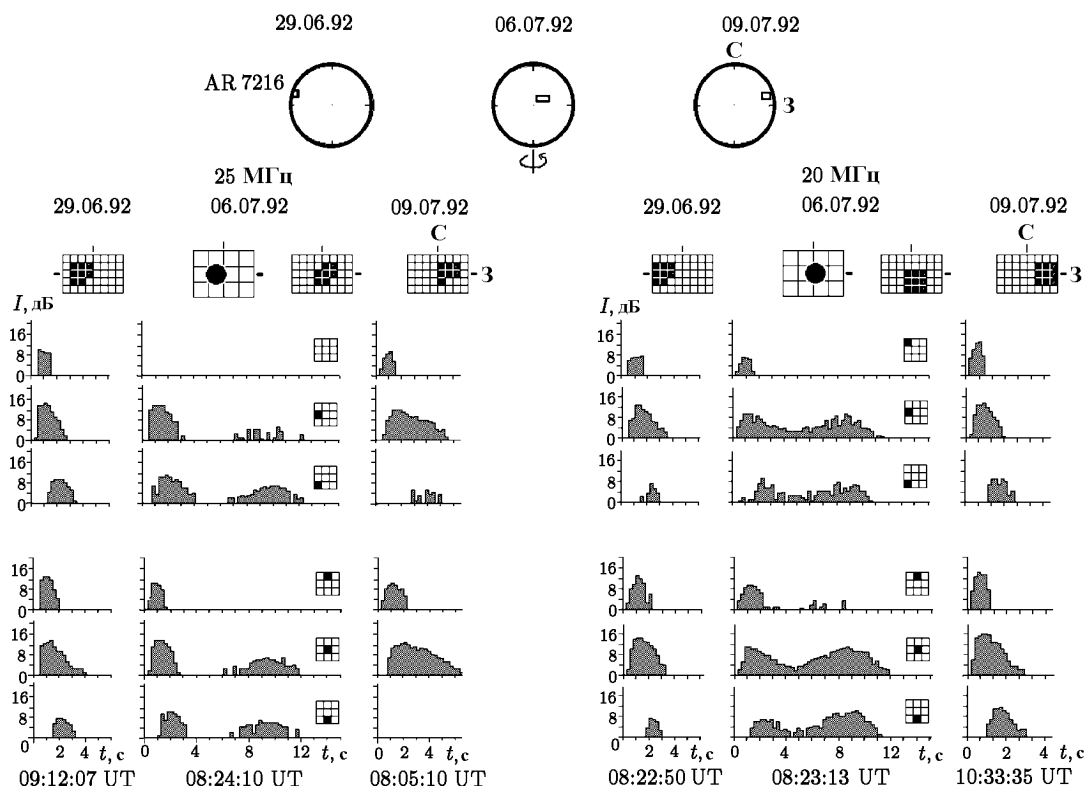


Рис. 1. Иллюстрация первичных результатов угловой гелиографической селекции излучения элементарных (квазимонохроматических) источников лимбовых и центральных (простых и бимодальных) радио-всплесков с прерывистым динамическим спектром III d типа (генерируемых в солнечной короне на 2-й гармонике, $f \approx 2f_p$). В указанные дни двухнедельной шумовой бури, которая ассоциировалась с активной областью AR 7216, радиогелиограф на базе антенны УТР-2 регистрировал эти декаметровые (длина волны $\lambda < 20$ м) всплески в большом количестве

(активным) ячейкам, какому квадрату s на небесной сфере соответствует профиль сигнала $I(t)$ на той или иной дорожке МАЗ.

Аналізу радиогелиограмм странных (аномально коротких) моноимпульсных всплесков III d типа, наблюдавшихся на частоте 20 МГц 29 июня и 9 июля 1992 г. в диаметрально противоположных периферийных областях короны, посвящена наша предыдущая статья [3]. Что касается пульсирующих всплесков III d типа, зарегистрированных 6 июля в центральной области солнечной короны, то сначала (см. [10]) были определены основные параметры и качественные характеристики их динамического спектра. Внимательно ознакомившись с материалами наблюдений, мы для иллюстрации на рис. 2 привели ещё несколько гелиографических записей этих центральных всплесков, выполненных на частотах 20 и 25 МГц. Здесь, как и на рис. 1, показаны колонки взаимосвязанных профилей $I(t)$. В основании колонок указано время начала двойных всплесков с эхоподобной компонентой, которая постепенно формируется при $t > 4$ с. Этот процесс может продолжаться значительно дольше по сравнению с длительностью первоначальной импульсной радиовспышки, затухающей в течение нескольких секунд при $t > \hat{t}_1 \approx 1$ с.

Для измерения временных интервалов $T_2 = \hat{t}_2 - \hat{t}_1$, характеризующих запаздывание максимума эхо-всплесков, использовались амплитудные записи солнечных узкополосных радиометров непрерывного действия, которые по своей чувствительности выгодно отличаются от ДРГ-25/20. В статье [10] приведены среднестатистические значения $\overline{T}_2(20 \text{ МГц}) = 7,2 \text{ с}$ и $\overline{T}_2(25 \text{ МГц}) = 7,3 \text{ с}$,

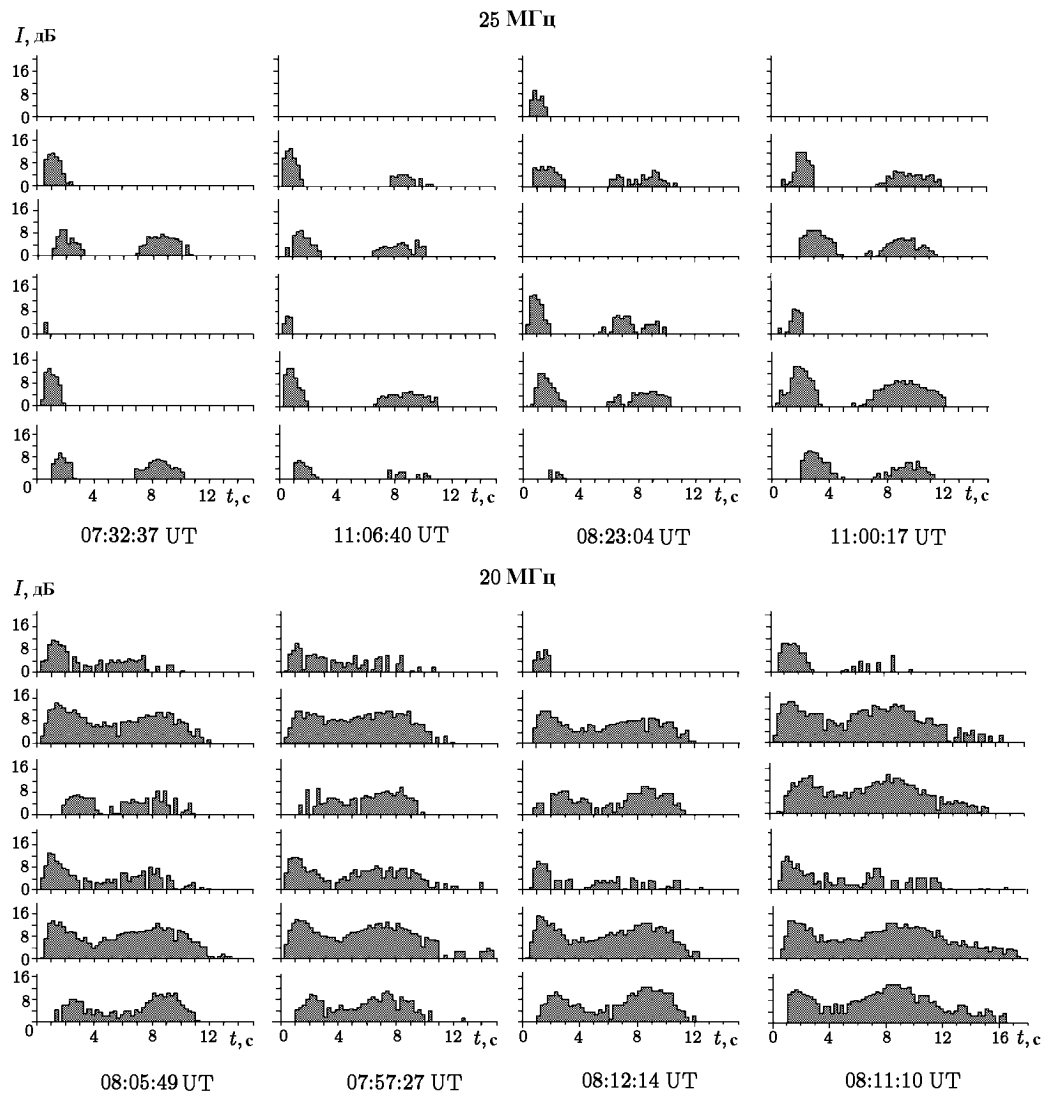


Рис. 2. Примеры специфических гелиограмм элементарных узкополосных ($\Delta f/f \sim 0.01$) двойных всплесков, наблюдавшихся 6 июля 1992 г., когда бимодальные радиовсплески IIIд типа отмечались особенно часто, а задержка их второй (эхоподобной) компоненты, зависящая от гелиодолготы активной области, была максимальной

найденные с точностью ± 0.1 с. Таким образом (по крайней мере в узком диапазоне $20 \text{ МГц} \leq f \leq 25 \text{ МГц}$), частотная зависимость $T_2(f)$ себя никак не проявила. Тем не менее, бимодальные всплески (на 20 и 25 МГц), у которых $T_2(20 \text{ МГц}) \approx T_2(25 \text{ МГц})$, нельзя считать идентичными. Этот вывод подтверждают и гелиограммы на рис. 2. Согласно имеющимся радиометрическим данным [10] общий вид (конфигурация) и некоторые параметры амплитудно-временного профиля обсуждаемых двойных всплесков существенно меняются с понижением частоты f . Если сравнивать время затухания $\tau_d(f) = \tau_1(f) - \hat{t}_1(f)$ первоначальных радиовсплесков, то нетрудно заметить, что (в среднем) $\tau_d(20 \text{ МГц}) > \tau_d(25 \text{ МГц})$ и, соответственно, $\tau_1(20 \text{ МГц}) > \tau_1(25 \text{ МГц})$. Событиям 06.07.92 на частотах 20 и 25 МГц не свойственно отношение пиковых амплитуд $I(\hat{t}_1)/I(\hat{t}_2) = p_f < 1$, и согласно записям на верхней частоте почти всегда доминировала первоначальная радиовспышка, причём во многих случаях $p_{25 \text{ МГц}} \gg 1$. Напротив, эхо-всплески на нижней частоте в общем не выглядели слабыми отголоска-

ми своих предшественников: в среднем для них $I(\hat{t}_2)$ не на много меньше $I(\hat{t}_1)$. Как правило, в записи на частоте 20 МГц радиоэхо начинало нарастать до того момента, когда интенсивность плавно затухающего предвестника понизится до уровня космического фона. На конце пульсирующего всплеска с двугорбым амплитудным профилем $I(t)$ бывает заметна невысокая ступенька (см. рис. 2 и [10]). При наличии такой ступеньки длительность (немонотонно затухающей) эхо-компоненты пульсирующего всплеска возрастает в 1,5–2 раза, и его суммарное время жизни τ_Σ оказывается в пределах $15 \div 20$ с.

Радиометры частотных каналов 20 и 25 МГц зафиксировали 06.07.92 десятки довольно мощных всплесков IIIд типа, но в силу разных причин далеко не все они зарегистрированы гелиографом более или менее удачно, т. е. без каких-либо серьёзных искажений. Приступив к изучению полученных в тот день гелиографических записей, мы решили в данной предварительной статье ограничиться анализом пяти таких событий на частоте 20 МГц. Здесь прежде всего имеется в виду типичный двойной всплеск с эхо-компонентой, которому отвечает вторая справа колонка профилей $I(t)$ на рис. 1.

В соответствии с полной гелиограммой этого узкополосного всплеска на частоте 20 МГц (начавшегося в 08:23:13 UT и длившегося 12 с) составлен помещённый на рис. 3 амплитудно-временной гелиографический псевдопортрет его пульсирующего источника. Подобные наглядные изображения получаются для кратковременных солнечных событий как результат угловой гелиографической селекции нетеплового радиоизлучения яркой корональной области при работе антенны УТР-2 в режиме двумерного радиогелиографа. Представленные справа на рис. 3 атрибуты помогают ориентироваться в прямоугольном поле S размером 5×8 условных квадратов s , с девятью (3×3) близлежащими активными квадратами которого однозначно связаны графические изображения сигналов в девяти (3×3) окнах портрета с одинаковой линейной шкалой интенсивности, выраженной в относительных единицах. В каждом окне ступенчатый амплитудно-временной профиль шумового сигнала $I(t) > 1$ продублирован слегка сглаженным графиком $2\bar{I}(t) > 2$.

После знакомства с рис. 1 трудно было ожидать, что на рис. 3 сложится картина, свидетельствующая о стационарности пульсирующего источника данного квазимонохроматического радиовсплеска на частоте 20 МГц. Такую панораму амплитудных профилей $I(t)$ невозможно смоделировать, полагая, что в поле зрения гелиографа компактный короткоживущий источник радиоволн всё время остаётся неподвижным.

По стечению обстоятельств, на рис. 3 особенно выделяется двугорбый профиль в центральном окне. Значит, эффективный центр пульсирующего источника (с угловыми размерами распределения яркости меньше $D \approx 25'$) на планисфере перемещался только в пределах одного определённого квадрата $s = 25 \times 25'$, символическое изображение которого на минитабло непосредственно окружают по периметру ещё восемь активных квадратов.

Чтобы точнее определить угловое положение барицентра этого динамичного источника в разные моменты времени, графики девяти взаимосвязанных сигналов оптимальным образом сгруппированы и сопоставлены на рис. 4. Здесь слева направо выстроились три двухстворчатых окна с горизонтальной шкалой $\bar{I}$ в относительных единицах; вертикальные оси с шкалой времени ($0 \leq t \leq 12$ с) делят их пополам. В среднем окне для сравнения построены только две пары графиков $\bar{I}(t)$. Происхождение любого из них легко выяснить с помощью значков-индикаторов, расположенных прямо под окном (например, левый прерывистый график есть прототип амплитудного профиля $I_{02}(t)$, ранее представленного в левом нижнем углу рис. 3). Для полноты картины на рис. 4 в боковых окнах построены пять других графиков, которые в среднем окне отсутствуют; слева показаны три из них, справа — два. Как видим, во время предварительной радиовспышки некоторые сигналы (I_{02} , I_{12} , I_{22}) запаздывают; они появляются и нарастают на 2-й секунде. Другие сигналы с простым моноимпульсным профилем (I_{00} , I_{10} , I_{20}) в течение первых 2-х секунд успевают полностью сформироваться и понизиться до исходного уровня $I(0) = 1$. В дальнейшем все бимодальные сигналы постепенно ослабевают, и на 5-й секунде их

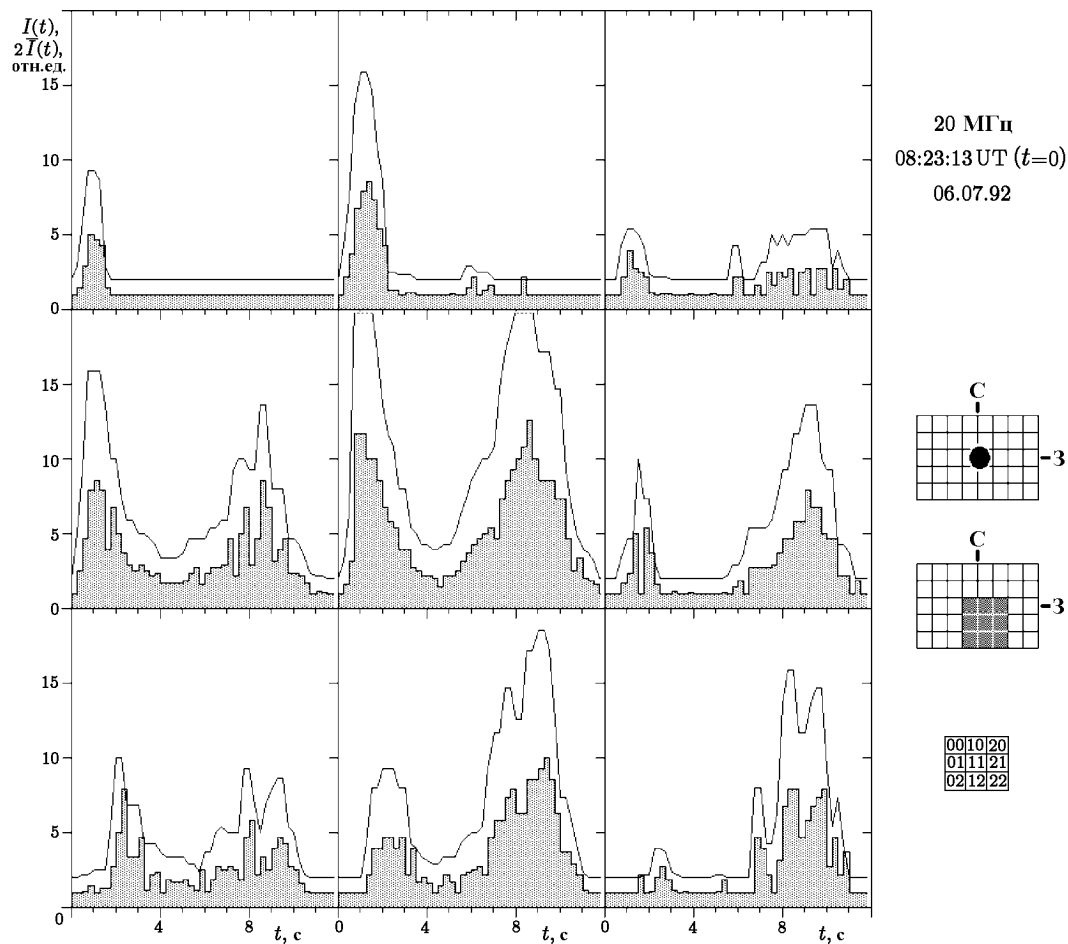


Рис. 3. Амплитудно-временной гелиографический псевдопортрет элементарного источника бимодального радиовсплеска для одного из множества спектрально однородных событий IIId типа, отмеченных в центральной области солнечной короны 6 июля 1992 г. (см. соответствующую гелиограмму на частоте 20 МГц на рис. 1)

амплитуды примерно одинаково малы и держатся в пределах $1 < I < 2$. Затем при $t > 6$ с почти синхронно начинается повторное усиление всех сигналов за исключением двух моноимпульсных. Вновь появившиеся сигналы могли заметно флуктуировать и достигли своих максимальных уровней на 9-й или 10-й секунде. Последовавший за этим окончательный спад сигналов продолжался $1 \div 3$ с и завершился не позднее 12-й секунды.

Предполагается [1], что при повторной (более продолжительной) радиовспышке — во временном интервале $6 \text{ с} < t < 12 \text{ с}$ — на Солнце наблюдался не реальный, а мнимый источник излучения. При этом самые мощные сигналы I_{11} и I_{12} в целом мало отличались друг от друга. Источник эхоподобного всплеска при этом, по-видимому, находился всё время вблизи общей границы среднего нижнего (s_{12}) и центрального (s_{11}) квадратов. Он занимал достаточно большую площадь и поэтому не остался незамеченным, когда сканирующий луч гелиографа периодически направлялся на соседние квадраты, граничащие с квадратами s_{12} и s_{11} на востоке и на западе. Примерно в том же районе, где позднее высветился мнимый источник эхоподобного радиовсплеска, ещё существовал уже значительно ослабевший источник предварительной радиовспышки. Это можно утверждать, поскольку на 3-й секунде усиление запаздывающих сигналов I_{02} и I_{12} прекратилось, они попарно сравнились с монотонно зату-

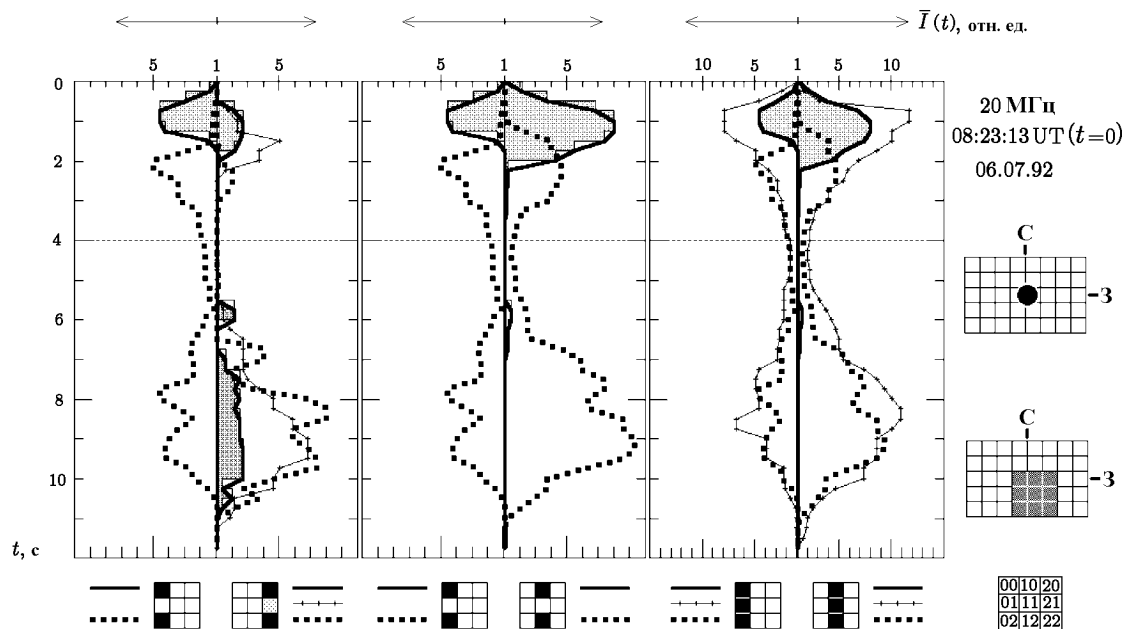


Рис. 4. Совмещённые и сопоставленные графические изображения 9-ти взаимосвязанных сигналов, выделенных благодаря угловой гелиографической селекции пульсирующего излучения видимого нестационарного источника IIIд типа, наблюдавшегося на частоте 20 МГц в течение 12 секунд с 08:23:13 UT 06.07.92 (см. рис. 3)

хавшими (при $t > 1$ с) сигналами I_{01} и I_{11} , а затем вместе с ними стремились к уровню $I = 1$ до конца 4-й секунды. Ранее, в момент времени $t = \hat{t}_1 \approx 1$ с, когда интегральная яркость радиоизображения всплеска-предвестника была максимальной, в группе наиболее значительных сигналов доминировал сигнал $I_{11} > I_{01} \approx I_{10}$. Следовательно, через одну секунду после начала события видимый источник ещё не мог находиться у южной границы центрального квадрата s_{11} и переместился сюда из его северо-восточной четверти. Это перемещение вниз по склонению δ на угловое расстояние $\delta^*(\hat{t}_1) - \delta^*(\hat{t}_1 + \Delta t) = \Delta\delta^* > D/2$ заняло по времени не более двух секунд ($\Delta t < 2$ с). Не исключено, что в первые мгновения своей жизни $t \approx \tilde{t}_0$ ($0 < \tilde{t}_0 < \hat{t}_1$), источник локализовался вблизи угловой точки квадрата s_{11} , где сходятся его восточная и северная границы; в таком случае разность координат $\delta^*(\tilde{t}_0) - \delta^*(\hat{t}_1 + \Delta t) = \delta^*(\Delta t) \approx D \approx 25'$, а интервал $\tilde{\Delta t} = (\hat{t}_1 + \Delta t - \tilde{t}_0) < 3$ с.

При $0 < t < \hat{t}_1 \approx 1$ с все сигналы, свидетельствующие о начале предварительной радиовспышки, быстро нарастали до максимальных уровней, и трудно сказать точно, откуда и когда её дрейфующий источник стартовал к югу. Первый критический момент времени $t_1^{\text{кр}} \approx \hat{t}_1 \approx 1$ с отмечен появлением запаздывающих сигналов, когда другие сигналы при $t > \hat{t}_1$ стали затухать с разными скоростями. В этот момент передний (южный) край дрейфующего и, вероятно, расширяющегося источника достиг границы между двумя соседними зонами пониженной чувствительности гелиографа, окружающими средний северный и средний южный квадраты s_{10} и s_{12} . Второй момент $t_2^{\text{кр}} \approx 2$ с наступил, когда самый мощный из коротких лидирующих сигналов резко оборвался вследствие того, что источник, продолжая свой путь в район южной границы промежуточного (центрального) квадрата s_{11} , покинул верхнюю (северную) зону.

В плоскости оптического диска Солнца, угловой диаметр которого около $30'$, величина D примерно соответствует расстоянию $1,6R_{\odot} \approx 10^6$ км. Такое линейное расстояние в картинной плоскости преодолел видимый источник предварительной радиовспышки, если справедлива наша максимальная оценка

углового расстояния $\widetilde{\Delta\delta}^* \approx D \approx 25' \gg \widetilde{\Delta h}^*$ между крайними точками северо-южной траектории его барицентра на небесной сфере, где $\widetilde{\Delta h}^*$ — перемещение источника по часовому углу. Получается, что за короткое время $\widetilde{\Delta t} < 3$ с этот нестационарный квазимонохроматический ($f = 20$ МГц) излучатель мог, как ультрарелятивистский объект, переместиться в атмосфере Солнца по траектории глобального масштаба. Здесь полезно напомнить, что в стандартной модели максимальной короны [16] плазменным уровням $f_p = 20$ и 10 МГц соответствуют гелиоцентрические радиусы $R(f_p) \approx 1,9$ и $2,4R_\odot$.

Прослеживая ход пунктирных графиков, сопоставленных на рис. 4 в среднем окне, легко видеть, что в конце предварительной вспышки излучения запаздывающие сигналы I_{02} и I_{12} не уступали друг другу по интенсивности, а во время эхоподобного всплеска явно превалировал сигнал I_{12} . Поэтому не приходится говорить о совпадении позиций, которые в своё время занимали источник эхоподобного всплеска и затухающий источник его предвестника. На наш взгляд, эти позиции в районе южной границы центрального квадрата s_{11} были заметно разнесены по часовому углу h , т. е. в направлении восток—запад, а по склонению δ они отличались не столь существенно.

Максимальные уровни сигналов, показанных на рис. 4, не превышали 12 дБ. Их графики $\bar{I}(t)$ характеризуют относительно слабый всплеск, эхо-компонента которого имеет сравнительно простой амплитудный профиль; на его заднем склоне отсутствует особенность типа ступеньки. У достаточно мощных бимодальных всплесков она обычно формировалась (см. [1, 8, 10]) на заключительной стадии при $12 \text{ с} < t < 20 \text{ с}$. Для одного такого всплеска, длившегося 17,5 с (см. крайнюю гелиограмму на рис. 2 внизу справа; $f = 20$ МГц; событие, начавшееся в 08:11:10 UT), графики $I(t)$ представлены на рис. 5. Сначала они построены в том же стиле, что и на предыдущем рис. 4. Затем на рис. 5 мы попытались их изобразить иным способом — отдельными частями в три уровня — с использованием полулогарифмического масштаба и горизонтальных осей с растянутой и сжатой шкалой времени. Верхний уровень занимают две реперные панели с графиками сигналов, регистрировавшихся в течение первых четырёх секунд ($0 < t < 4 \text{ с}$), т. е. во время предварительной радиовспышки. Графики этих сигналов в следующем интервале $4 \text{ с} < t < 13 \text{ с}$ показаны на среднем уровне. Наконец, в двух нижних панелях с временной шкалой $4 \text{ с} < t < 18 \text{ с}$ представлены графики $I(t)$ для эхоподобной компоненты всплеска, затухавшей немонотонно почти 10 с при $t > \hat{t}_2 \approx 8,5 \text{ с}$.

Анализируемое событие, начавшееся в 08:11:10 UT, в отличие от прочих связано не с девятью (3×3), а с шестью (3×2) активными квадратами s . Количество активных квадратов сократилось в силу того, что барицентр видимого источника всплеска с угловыми размерами, не превышавшими $D = 25'$, почти всё время находился в неширокой полосе картинной плоскости вблизи общей вертикальной линии квадратов s_{01} и s_{11} , средние точки которых разнесены только по часовому углу ($h_{11} - h_{01} \approx D = 25'$; $\delta_{11} = \delta_{01}$). Реакция гелиографа на дополнительную (запаздывающую) радиовспышку означает, что её видимый источник локализован в окрестности точки, равноудалённой от центров 4-х соседних активных квадратов — двух средних (s_{01} , s_{11}) и двух нижних (s_{02} , s_{12}). Если в указанной нейтральной точке происходит достаточно яркая вспышка радиоизлучения, реагирующий на неё гелиограф должен выдать записи 4-х сбалансированных сигналов с одинаковыми амплитудными профилями. В действительности же, согласно рис. 5, в интервале $4 \text{ с} < t < 12 \text{ с}$ довольно стройная картина 4-х основных графиков по каким-то причинам несколько искажена изображениями сигналов $I_{00} < I_{10}$, соответствующих паре верхних квадратов s_{00} и s_{10} . Эти слабые сигналы хотя бы частично могли быть обусловлены наличием боковых лепестков в карандашной диаграмме направленности приёмной антенны. Взаимные соотношения 4-х основных сигналов, сначала нараставших, а затем спадавших по мере развития эхоподобной вспышки при $t > 5 \text{ с}$, постоянно менялись в окрестности равновесного значения 0 дБ в пределах ± 2 дБ. Тем не менее, в окне с вертикальной осью времени t слева на рис. 5 две пары сопоставленных графиков $\bar{I}(t)$ в интервале $5 \text{ с} < t < 12 \text{ с}$ образуют довольно симметричную фигуру. Переломный момент наступил на 13-й секунде, когда синхронно затухающие сигналы опустились примерно на 8 дБ ниже своих максимальных уровней $I(\hat{t}_2) \approx 12$ дБ и спад двух из них су-

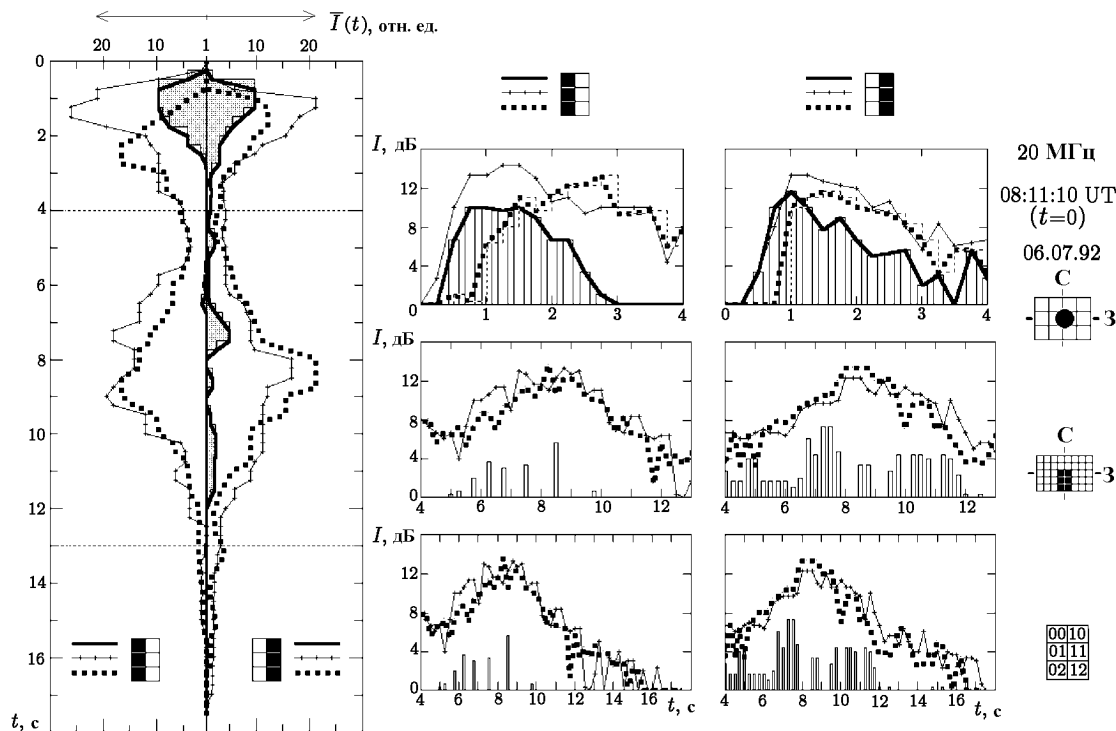


Рис. 5. Два варианта результатов обработки одной из гелиограмм 20 МГц (см. рис. 2), полученных во время радиовсплесков IIId типа с немонотонно затухающей (при $8 \text{ с} < t < 18 \text{ с}$) эхоподобной компонентой. Слева эти результаты представлены тем же способом, что и на рис. 4

щественно замедлился. Впечатление такое, что эхоподобный радиовсплеск в данном событии есть суперпозиция не менее двух последовательных всплесков излучения яркого (основного) и слабого (дополнительного) источников, заметно разнесённых в картинной плоскости только по часовому углу.

На заключительной стадии предварительной радиовспышки при $2 \text{ с} < t < 5 \text{ с}$ её видимый источник, судя по всему, тоже находился ниже воображаемой прямой $\delta(h) = \delta_{01} = \delta_{11}$, соединяющей на картинной плоскости центральные точки средних квадратов — левого (s_{01}) и правого (s_{11}). В указанный период времени источник продолжал затухать вблизи общей горизонтальной линии среднего и нижнего квадратов s_{01} и s_{02} . Он был несколько смещён к востоку от нейтральной точки, в районе которой при дальнейшем развитии события локализовался более яркий источник эхоподобного радиовсплеска. В самом начале события, на первой секунде (при $0 < t < \hat{t}_1 \approx 1 \text{ с}$), до появления двух запаздывающих сигналов, связанных с парой нижних квадратов s_{02} и s_{22} , круто нарастали две пары сигналов, соответствующих верхним (s_{00} , s_{10}) и средним (s_{01} , s_{11}) квадратам. При этом три из них по амплитуде уступали сигналу I_{01} . Стало быть, вспыхнувший источник находился сначала в северо-западной четверти левого среднего квадрата s_{01} . Отсюда затухающий (при $t > \hat{t}_1 \approx 1 \text{ с}$) источник предварительной вспышки быстро переместился на юг к общей границе квадратов s_{01} и s_{02} , где он затухал при $2 \text{ с} < t < 5 \text{ с}$. До конца проследить процесс его затухания при $t > 5 \text{ с}$ помешал постепенно усиливающийся эхоподобный радиовсплеск, видимый источник которого занимал самостоятельную позицию в районе крайней юго-западной точки квадрата s_{01} .

В представленных на рис. 4 и 5 семействах зависимостей $\bar{I}(t)$ главным признаком нестационарности видимого источника предварительной вспышки узкополосного радиоизлучения являются графики уверенно формирующихся запаздывающих импульсных сигналов. Они возникают примерно в момент кульминации яркости предварительной вспышки и монотонно нарастают до максимальных уровней,

когда лидирующие сигналы постепенно или круто пошли на убыль. Обычно задержка максимума запаздывающих импульсов сравнима с длительностью быстро затухающих лидирующих импульсов. В одном нетипичном случае эта задержка оказалась небольшой, что может быть обусловлено искажениями фронта импульса посторонним сигналом, захваченным боковым лепестком диаграммы направленности антенны. На завершающем этапе предварительной вспышки, когда запаздывающие сигналы одновременно затухали, они были не менее интенсивными по сравнению с теми сигналами, которые на среднем этапе (в разгар вспышки) доминировали.

Разумеется, для понимания динамики нестационарного источника предварительной радиовспышки в поле зрения гелиографа немаловажное значение имеют также лидирующие сигналы, затухавшие быстрее и прекратившиеся раньше других. Сравнительно короткое время их затухания определяется в основном той скоростью, с которой источник систематически удалялся от своей исходной позиции на небесной сфере. Когда его угловой сдвиг становится достаточно большим, некоторые сигналы должны закончиться не по причине ослабления излучения, а вследствие стремительного дрейфа распределения радиояркости в плоскости солнечного диска.

Со своей стороны, запаздывающие сигналы первыми информируют не только о начавшемся движении вспыхнувшего источника, но также и о том, в каком примерно направлении он следовал. Для двух событий, согласно рис. 4 и 5, источник предварительной вспышки двигался в южном направлении, т. е. дрейфовал преимущественно вниз по склонению.

К аналогичному выводу можно прийти, изучив графические построения на рис. 6. Они выполнены использованным на рис. 5 способом для четырёх отдельных событий, одно из которых уже подробно обсуждалось (см. рис. 3 и 4); колонки амплитудных профилей, сформировавшихся во время наблюдений трёх остальных событий, были последовательно одна за другой показаны (в несколько упрощённом виде) на рис. 2 внизу. По числу событий рис. 6 делится на четыре части. Самому слабому всплеску с эхо-компонентой, начавшемуся в 08:23:13 UT, соответствует система графиков $I(t)$ в верхней части рисунка. Здесь, как и в каждой следующей части, графики сгруппированы в боковых и средних панелях, расположенных в двух уровнях. Реперы слегка укороченных панелей отличаются растянутой шкалой времени $0 < t < 4$ с. Количество графиков $I(t)$ определяется числом активных квадратов s , которое для всех 4-х событий одинаково и равно 9. Как видно, семейства графиков $I(t)$, отвечающие этим событиям, неидентичны. Они, естественно, при прочих равных условиях должны видоизменяться от случая к случаю, если исходные позиции динамических источников в поле зрения радиогелиографа не совпадают. Радиоизображения рассматриваемых пульсирующих всплесков с одинаковым временем жизни, по-видимому, мало отличались друг от друга. По крайней мере, нам не удалось обнаружить явные признаки того, что их барицентры перемещались в картинной плоскости по существенно разным траекториям. Точно определить эти траектории невозможно, поскольку радиогелиограф ДРГ-25/20 не обладает достаточно высоким угловым и временным разрешением.

Однако совокупность гелиографических данных в том виде, в котором они представлены на рис. 5 и 6, позволяет с помощью отрезков прямых линий схематически показать на рис. 7 возможное геометрическое место точек $P(h, \delta, t)$ для барицентра дрейфующего и скачущего радиоизображения узкополосного всплеска на частоте 20 МГц с двугорбым амплитудно-временным профилем. Построения в трёхмерном пространстве, спроецированные на плоскость рис. 7, выполнены в соответствии с радиометрической записью и гелиограммой конкретного события (начавшегося в 08:11:10 UT). Эта упрощённая схема эволюции данного события в пространственно-временной области является репрезентативным примером того, как в большинстве случаев развивались события IIIд типа, зарегистрированные на частоте 20 МГц 6 июля 1992 г. Если бы видимый источник узкополосного пульсирующего радиовсплеска (с нулевым частотным дрейфом) не стремился переместиться из одного места в другое, результат построения линии $P(h, \delta, t)$ оказался бы совсем иным. Понятно, что даже в случае стационарного источника моноимпульсной вспышки желательно иметь для анализа серию мгновен-

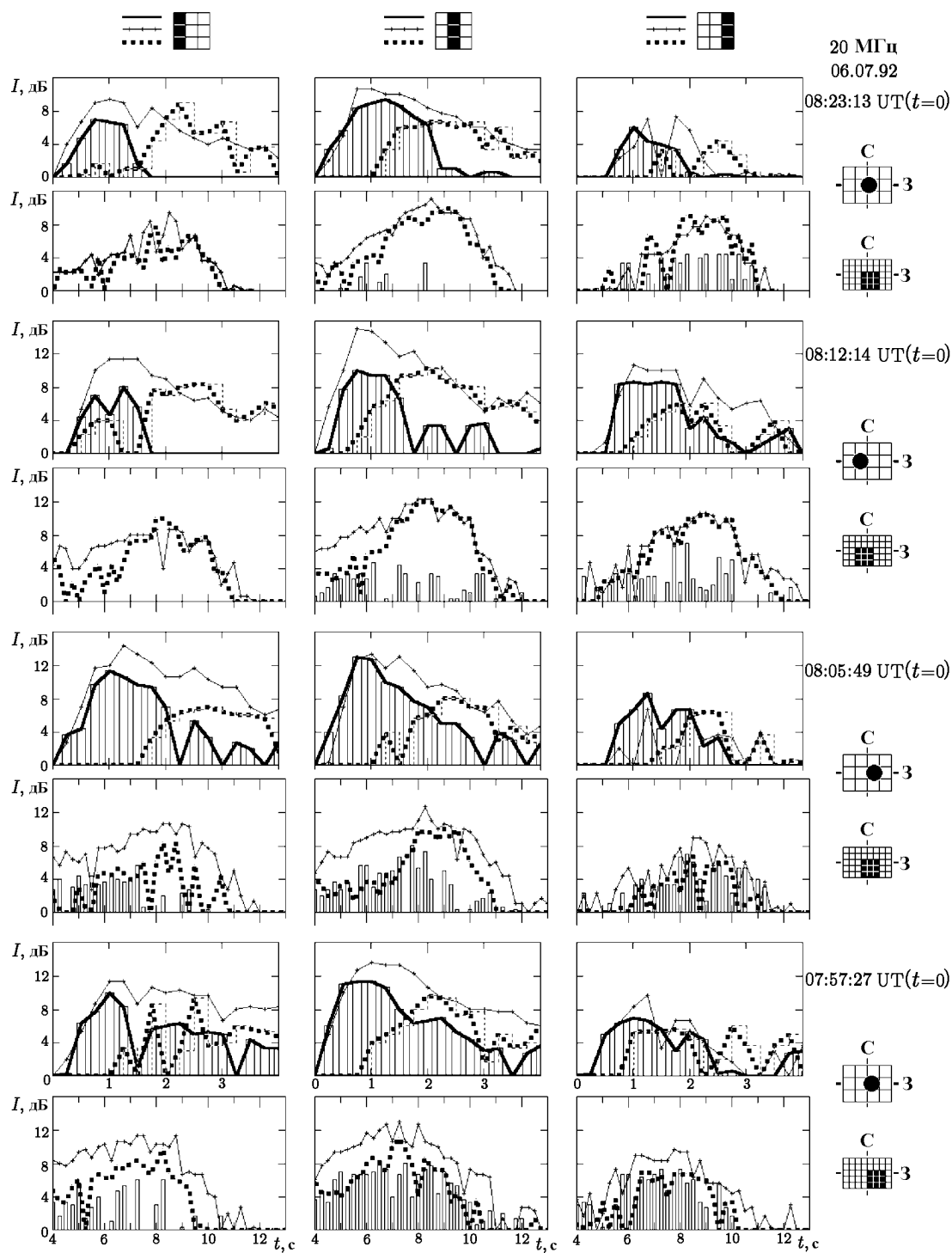


Рис. 6. Поведение на небесной сфере (в поле зрения двумерного гелиографа на частоте 20 МГц) элементарного динамического — дважды пульсирующего — источника радиоизлучения во время центральных событий III типа (сначала при $0 < t < 4$ с, а затем $4 \text{ с} < t < 13$ с)

ных радиоизображений, несущих в себе информацию относительно его угловой структуры и видимых размеров в последовательные моменты времени. Тем более важно располагать такой информацией при изучении декаметровых всплесков с эхо-компонентами. Несмотря на её отсутствие, намеченный в общих чертах на рис. 7 сценарий этих весьма своеобразных проявлений солнечной активности говорит о многом.

Условная точка отсчёта угловых небесных координат h и δ в квадрате $s = 25 \times 25'$ на рис. 7, скорее всего, не совпадает с центром солнечного диска ($h_\odot, \delta_\odot$). Для её привязки необходимо в процессе радиоастрономических наблюдений контролировать рефракцию декаметровых радиоволн в земной ионосфере, что сопряжено с известными трудностями (см., например, [17]). Прямолинейные участки фрагментарно намеченной извилистой траектории $P(h, \delta, t)$ видимого источника радиоволн лежат в двух взаимно ортогональных пространственно-временных плоскостях, причём один из них расположен на линии пересечения этих плоскостей. Почти всё время, за исключением короткого начального периода, положение пульсирующего источника существенно менялось только в направлении часовых углов h . За первым скачком в западном направлении следовал второй, если эхоподобная компонента всплеска затухала немонотонно. Напомним, кстати, что предварительные сведения о возможности такого повторного скачка содержатся в [1]. Заключительная ступенька в амплитудных радиометрических профилях узкополосных всплесков с эхо-компонентой часто отсутствует. Когда эта ступенька видна, по высоте она значительно ниже максимального уровня $I(\hat{t}_2)$ эхоподобного всплеска. Странное поведение его немонотонно затухающего квазимонохроматического источника, несомненно, нуждается в более подробной графической характеристике по сравнению с её упрощённым вариантом на рис. 7, согласно которому после короткой паузы один за другим в разных местах высвечиваются малоподвижные источники основной и дополнительной составляющей узкополосного эхоподобного радиовсплеска со ступенькой.

В поведении квазимонохроматического источника первоначальной моноимпульсной радиовспышки, предвещающей появление эхоподобного всплеска, тоже есть своя специфика. На ранней стадии развития этой вспышки, не позднее момента пика её яркости, видимый источник излучения начинает быстро дрейфовать в плоскости небесных координат. По мере затухания он, практически не меняя своё положение в направлении часовых углов h , всё больше и больше удаляется от исходной точки вниз по склонению δ . Этот скоротечный процесс до конца не прослеживается из-за нарастающей помехи со стороны источника эхоподобного всплеска, и не исключено, что угловое положение сильно ослабевшего всплеска-предвестника со временем стабилизируется.

Интересно сравнить результаты наших гелиографических наблюдений центральных всплесков-предвестников и таких же кратковременных лимбовых всплесков, которые (в отличие от первых) не сопровождалась эхоподобными всплесками и наблюдались слева и справа от Солнца в начале и в конце двухнедельной шумовой радиобури IIId типа, связанной с вполне определённой активной обла-

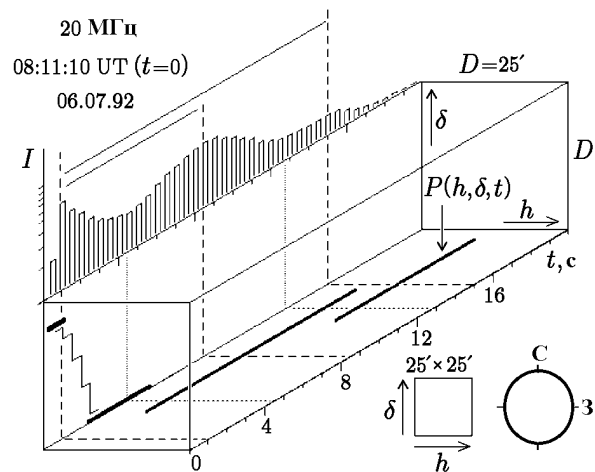


Рис. 7. Примерный типовой сценарий развития центрального события IIId типа в пространственно-временной области по наблюдениям на радиочастоте 20 МГц 6 июля 1992 г. Наряду с амплитудным радиометрическим профилем конкретного пульсирующего всплеска узкополосного излучения ($\Delta f/f \sim 0,01$) фрагментарно показана возможная извилистая траектория барицентра его динамического радиоизображения (с угловыми размерами меньше $30'$ и неизвестной конфигурацией)

стью фотосферы AR 7216 (CMP-05.07.92) [12]. По нашим сведениям (см. [3] и рис. 1), несколько дней, когда оптическая область AR 7216 была удалена от центрального меридиана (СМ) и находилась в восточной или западной прилиम्бовой зоне (над экватором), в радиодиапазоне $15 \text{ МГц} < f < 30 \text{ МГц}$ чаще всего регистрировались импульсивные всплески IIIId типа с аномально коротким временем жизни порядка 1 с. В методическом плане именно их было бы логично рассматривать как простейший вариант излучения IIIId типа. Тогда ко второй категории сложности следует отнести центральные пульсирующие всплески IIIId типа с чётко выраженной бимодальной структурой.

По данным оптического мониторинга [12] и согласно записям ДРГ-25/20, полученным 29 июня и 9 июля 1992 г. [3], активное образование AR 7216 на уровне фотосферы и корональная область локализации источников IIIId типа за 10 суток вследствие вращения Солнца переместились с востока на запад примерно на $1,8R_{\odot}$ и $7,5R_{\odot}$ соответственно. В указанные дни гелиограф зарегистрировал в окрестности Солнца множество коротких моноимпульсных радиовспышек, длившихся несколько секунд и способных быстро дрейфовать *вниз* по склонению. Во время этих вспышек их видимые квазимонохроматические источники могли перемещаться с околосветовой скоростью вдоль трансверсальных траекторий и не стремились попасть из периферийных в центральную область короны. Эти траектории в картинной плоскости сравнимы по длине с диаметром Солнца, составляющим около $30'$.

Разумеется, нет ничего странного в том, что у лимбовых всплесков IIIId типа эхо-компонента отсутствует, поскольку гелиоцентрические радиусы их реальных источников пересекают фотосферу — и расположенную над ней зеркально отражающую поверхность — в точках, близких к лимбу. Парадоксальный факт, действительно вызывающий удивление, состоит в следующем. С импульсивными источниками IIIId типа в дальних, диаметрально противоположных и центральной областях короны были связаны элементарные (короткоживущие и узкополосные) радиовсплески, которые одинаково дрейфуют в плоскости солнечного диска и вообще мало чем отличаются друг от друга (конечно, если не принимать во внимание то обстоятельство, что они в случае центральных событий, как правило, являются предвестниками эхоподобных всплесков).

После всего сказанного по поводу двух кажущихся наименее сложными разновидностей солнечных всплесков IIIId типа нельзя не упомянуть непосредственно относящиеся к теме статьи предварительные результаты спектральных и позиционных наблюдений в Радиообсерватории УТР-2 ещё одной шумовой бури IIIId типа в 1992 году. Она с перерывами продолжалась в течение восьми дней во второй декаде августа и тоже ассоциировалась с долгоживущей активной областью в *северном* полушарии: на этот раз день за днём часто вспыхивающие источники IIIId типа локализовались над областью AR 7260 (CMP-18.08.92) [18]. К сожалению, их излучение в центральном секторе гелиодолгот 18 и 19 августа было значительно слабее по сравнению с радиовспышками источников IIIId типа 6 июля в присутствии AR 7216 (CMP-05.07.92). В августе при помощи ДРГ-25/20 снова регистрировались кратковременные (около 1 с) всплески, которые в случае центральных событий (18 и 19 августа) примерно на $5 \div 6$ с опережали идущие вслед за ними эхоподобные всплески [11], а в случае лимбовых событий (12–14.08.92) дополнительными эхоподобными пульсациями не сопровождалась. Обычно гелиограф реагировал на эти моноимпульсные узкополосные ($\Delta f/f \sim 0,01$) радиовсплески (в центральной или восточной области короны) как на сигналы нестационарных объектов, быстро дрейфующих *вверх* по склонению δ и успевающих за время своего существования (т. е. за время всплеска, длящегося несколько секунд) преодолеть расстояние порядка $R_{\odot}$ в плоскости солнечного диска.

Таким образом, гелиографические наблюдения продолжительных шумовых радиобурь IIIId типа летом 1992 г. показали, что на частотах 20 и 25 МГц при определённых условиях импульсивные радиовспышки динамичных квазимонохроматических источников в короне — явление вполне ординарное и довольно частое. Основные правила поведения этих короткоживущих источников в поле зрения гелиографа, судя по имеющимся записям ДРГ-25/20, достаточно просты и, по-видимому, не зависят от ракурса области генерации излучения IIIId типа. Они могут быть существенно разными для источ-

ников, связанных с разными активными областями фотосферы (в чём легко убедиться даже при поверхностном рассмотрении гелиограмм многочисленных радиовсплесков, зарегистрированных во время двух шумовых бурь в середине и в конце лета 1992 г.). На наш взгляд, в поведении динамичных источников короткоживущих всплесков, если сравнивать две серии событий, связанные с AR 7216 и AR 7260, есть только одно весьма существенное расхождение. Оно выразилось в радикальном изменении направления глобальной дислокации видимых источников, обусловленной их стремительным дрейфом по склонению δ . Описанию поведения лимбовых источников типа III δ была посвящена наша статья [3], содержащая новую важную информацию, полученную в основном из наблюдений вышеупомянутой двухнедельной радиобури летом 1992 г. Следующим шагом в их изучении мог бы стать детальный анализ множества лимбовых событий, отмеченных позднее (в августе того же года), когда началась другая многодневная радиобура всплесков III δ типа. Вместе с тем, необходимо уделить внимание гелиографическим записям непродолжительных шумовых бурь III δ типа, которые в течение летних сезонов 1979–1993 гг. время от времени — обычно не реже одного раза в месяц — наблюдались в окрестности Солнца.

Что касается нашей базы гелиографических данных о вспышках пульсирующих источников III δ типа в районе центрального меридиана, то она получилась довольно значительной по объёму в основном благодаря успешным наблюдениям трёх шумовых бурь: двух вышеупомянутых в 1992 г. и одной в 1990 г. Анализ центральных событий III δ типа, зарегистрированных в июле 1990 г., выходит за рамки этой статьи. Однако уже сейчас мы можем, не вдаваясь в подробности, сообщить, что практически во всех случаях 24.07.90 небесные траектории динамичных источников предварительных вспышек были ориентированы приблизительно в направлении восток—запад, а не в направлении север—юг, как это было 06.07.92 (см. рис. 7). У нас нет данных, позволяющих подтвердить или категорически опровергнуть предположение о том, что в каких-то особых ситуациях видимый элементарный источник бимодального всплеска III δ типа может оставаться неподвижным. Во всяком случае, тотальные проверки записей ДРГ-25/20 с целью обнаружить убедительные примеры таких центральных событий не дали положительного результата.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Условия для спектральных и позиционных наблюдений солнечных радиовсплесков с эхо-компонентой на редкость благоприятно складывались в начале июля 1992 г. во время декаметровый ($10 \text{ м} < \lambda < 20 \text{ м}$) шумовой бури, когда корональные источники III δ типа были связаны с долгоживущей активной областью AR 7216 (СМР-05.07.92) в северном полушарии. На основании записей радиогелиографа ДРГ-25/20 составлен малый атлас, содержащий индивидуальные комплекты амплитудных профилей двойных всплесков, которые он регистрировал в течение одного дня (6 июля) на фиксированных частотах 20 и 25 МГц. Каждый такой комплект, полученный благодаря угловой гелиографической селекции принимаемого импульсивного радиоизлучения, позволяет определять местоположение его источника в разные моменты времени. Для центральных событий III δ типа, отмеченных в рекордном количестве за 6 часов непрерывных наблюдений 06.07.92, задержка максимума эхо-компоненты была экстремальной ($7,2 \pm 0,1 \text{ с}$). Хорошо выраженные запаздывающие эхо-всплески выглядели сравнительно слабыми на верхнем краю диапазона $20 \div 25 \text{ МГц}$, а на нижнем они почти не уступали по интенсивности своим предвестникам. Поэтому на данном этапе исследований основное внимание уделено гелиографическим записям на частоте 20 МГц.

Прежде всего, они свидетельствуют о том, что небесные координаты эхоподобного всплеска и его предвестника обычно не совпадают; позиции их видимых источников в короне могут быть удалены друг от друга на расстояние, соизмеримое с оптическим диаметром Солнца. Этот твёрдо установленный факт служит решающим аргументом в пользу нашей эхо-гипотезы [2] относительно происхождения второй (запаздывающей) компоненты всплесков излучения III δ типа, наблюдаемых в центральном секторе гелиодолгот.

Универсальная и чрезвычайно интересная особенность квазимонохроматических всплесков-предвестников, которые резко нарастают и плавно затухают в течение нескольких секунд, заключается в следующем. Короткоживущий видимый источник этих моноимпульсных вспышек узкополосного радиоизлучения не является стационарным и способен как эфемерный суб- или ультрарелятивистский объект передвигаться в плоскости солнечного диска с околосветовой скоростью. Результирующий сдвиг радиоизображения такого динамичного источника сравним по величине с угловым диаметром Солнца. В случае каждого события 6 июля источник предварительной вспышки, затухая, быстро дрейфовал преимущественно вниз по склонению (в южном направлении) и не успевал исчезнуть до начала эхоподобного всплеска. Последний формировался сравнительно медленно, а его местоположение заметно отличалось по часовому углу от месторасположения затухающего первоначального всплеска-предвестника в конце его эволюции.

Вероятнее всего, действительный локальный источник радиоимпульса 2-й гармоники ($f \approx 2f_p$), ответственный за пульсирующий всплеск IIIд типа на рабочей частоте f , быстро затухает и виден непосредственно лишь в самом начале события (до момента первого пика этого всплеска или немного дольше, т. е. в течение примерно 1 с). Всё остальное время (10–20 с) регистрируется сложный отклик солнечной короны, постепенно формирующийся за счёт тех или иных лучей пакета радиоволн, первоначально не направленных прямо в сторону Земли. При этом сильно сказывается влияние не только зеркально отражающей поверхности, ниже которой радиоизлучение, генерируемое на 2-й гармонике локальной плазменной частоты, не может проникать в глубь короны. По-видимому, исходный пакет радиоволн по мере развития события весьма существенно трансформируется под влиянием крупномасштабных достаточно плотных (непрозрачных или полупрозрачных) плазменных образований в интервале высот средней короны. Они как пассивные ретрансляторы сигналов, используемые на линиях радиосвязи, могут сначала препятствовать свободному выходу широкого пучка радиолучей моноимпульсного источника, которые, следуя во внешнее пространство, не заходят в нижние слои короны. По той же причине направления распространения радиоволн, отражённых в глубине короны, могут измениться, когда их лучи на своём пути от Солнца встречают «непредвиденные» препятствия. В такой ситуации процесс формирования солнечного радиоэха вполне может принять циклический характер, и на этот счёт имеются убедительные данные радиометрических наблюдений ритмично пульсирующих всплесков IIIд типа на частоте 25 МГц [11]. При наличии в окрестности локального первоисточника солнечной радиовспышки эффективно действующих виртуальных ретрансляторов более или менее значительные части её амплитудно-временного профиля и последовательных мгновенных распределений яркости должны быть обусловлены вкладом этих ретрансляторов. Новые ценные сведения, касающиеся энигматического поведения видимых источников декаметровых всплесков IIIд типа, стимулируют активные поиски подробных ответов на вопросы о том, как и какие именно структурные образования в короне Солнца влияют на траектории радиолучей, исходящих из области импульсивной генерации пакета радиоволн, в случае весьма своеобразных всплесков данного спектрального типа.

Работа велась частично при поддержке РФФИ (гранты № 99–02–17285, 00–02–17655).

ЛИТЕРАТУРА

1. Абранин Э. П., Базелян Л. Л., Цыбко Я. Г. // Изв. вузов. Радиофизика. 1998. Т. 41, № 1. С. 105.
2. Abranin E. P., Bazelyan L. L., Zaitsev V. V. et al. // Solar Phys. 1982. V. 72. P. 179.
3. Абранин Э. П., Базелян Л. Л., Цыбко Я. Г. // Изв. вузов. Радиофизика. 1999. Т. 42, № 5. С. 403.
4. Павельев А. Г., Кучерявенков А. И. // Итоги науки и техники. Сер. Радиотехника. — М.: ВИНТИ, 1994. Т. 44. С. 81.
5. Riddle A. C. // Solar Phys. 1974. V. 35. P. 153.
6. Steinberg J. L., Aubier-Giraud M., Leblanc Y., Boischot A. // Astron. Astrophys. 1971. V. 10. P. 362.
7. Caroubalos C., Heyvaerts J., Pick M., Trottet G. // Solar Phys. 1974. V. 37. P. 205.

8. Abranin E. P., Bazelyan L. L., Zaitsev V. V. et al. // Solar Phys. 1984. V. 91. P. 383.
9. Tsybko Ya. G. // Solar Phys. 1984. V. 92. P. 299.
10. Абранин Э. П., Базелян Л. Л., Цыбко Я. Г. // Астрон. журн. 1996. Т. 73. С. 939.
11. Абранин Э. П., Базелян Л. Л., Цыбко Я. Г. // Изв. вузов. Радиофизика. 1997. Т. 40, № 9. С. 1073.
12. Solar-Geophys. Data. 1992. № 577. Pt. 1.
13. Абранин Э. П., Базелян Л. Л., Гончаров Н. Ю. и др. // Астрон. журн. 1975. Т. 52. С. 993.
14. Abranin E. P., Bazelyan L. L., Goncharov N. Yu. et al. // Solar Phys. 1978. V. 57. P. 229.
15. Abranin E. P., Bazelyan L. L., Goncharov N. Yu. et al. // Solar Phys. 1980. V. 66. P. 393.
16. Аллен К. У. Астрофизические величины. — М.: Мир, 1977.
17. Абранин Э. П., Базелян Л. Л., Белей В. С. и др. // Изв. вузов. Радиофизика. 1991. Т. 34, № 10–12. С. 1120.
18. Solar-Geophys. Data. 1992. № 578. Pt. 1.

¹ Радиоастрономический институт, г. Харьков, Украина

Поступила в редакцию

² Научно-исследовательский радиофизический институт,
г. Нижний Новгород, Россия

14 сентября 2000 г.

AMPLITUDE PROFILES OF SOLAR TYPE III_d RADIO BURSTS WITH ECHO COMPONENTS AND GLOBAL DISLOCATION OF THEIR ELEMENTARY QUASI-MONOCHROMATIC SOURCES

E. P. Abranin, L. L. Bazelyan, and Ya. G. Tsybko

We prove experimentally the possibility of direct observations of natural radio echoes on the Sun. Generally simple echo hypothesis on the origin of time splitting in solar type III_d radio bursts sustained the crucial experimental test. These conclusions are based on both the new positional data and previous information obtained using the UTR-2 antenna system in different years since 1973.

For the first time in summer 1992, we were able to register a large number of decameter type III_d bursts with pronounced echo-like components using a radioheliograph at frequencies of 20 and 25 MHz. Elementary (quasimonochromatic) sources of short-lived bimodal type III_d bursts were observed especially often on July 6. In this case, the time delay of the second peak, which depends on heliolongitude of the active region, reached its maximum value of about 7 s.

All these double-peak bursts were localized in the central region of the solar corona, and, similar to the case of single-pulse "limb"-type III_d bursts at a given radio frequency f , the observed elementary sources of these events appeared to be nonstationary. Such a dynamic pulsating source can radically change, at least once, its location on the celestial sphere in the field of view of a two-dimensional radio heliograph during the burst lifetime τ_{Σ} . While decaying, an echo-like burst formed rather slowly may abruptly jump from one location to another. As far as short (3- to 4-s) steep-front precursor is concerned, its visible source behaved usually as an ephemeral sub- or ultrarelativistic object moving at a subluminal velocity over a global-scale trajectory.

To all appearances, a twice-pulsing, narrow-band ($\Delta f/f \sim 0.01$) radio burst with the intensity-time profile of type III_d is generally a quite prolonged ($\tau_{\Sigma} \approx 10\text{--}20$ s) transient response of the solar atmosphere to the short-term flare of harmonic radio emission generated in the real (probably motionless and compact) source. The feature of this complex double-peak profile is stipulated not only by the existence of a reflecting surface deep in the corona near the corresponding plasma level but also, to a considerable extent, by some opaque or semi-transparent structures located at heights of the middle corona. In particular, due to the strong influence of such structures, a coronal primary source of a bimodal burst can be seen on the Earth in some indirect rays before the solar radio echo and has the form of an additional delayed pulse.

УДК 621.371.25;550.388.2

ИЗМЕРЕНИЕ ДОПЛЕРОВСКОГО СМЕЩЕНИЯ ЧАСТОТЫ ОТДЕЛЬНЫХ ЛУЧЕЙ С ПОМОЩЬЮ ЛЧМ-ИОНОЗОНДА

В. И. Батухтин¹, В. А. Иванов¹, А. А. Колчев¹, С. З. Розанов²

Теоретически обоснован метод определения доплеровского смещения частоты отдельных лучей при радиозондировании ионосферы, основанный на использовании периодического ЛЧМ сигнала. Определены потенциальная разрешающая способность и диапазон измеряемых доплеровских частот. В результате применения метода установлена зависимость между доплеровским смещением частоты моды распространения и скоростью горизонтального смещения вершин её скачков вдоль радиотрассы Хабаровск—Йошкар-Ола. Обнаружены значимые корреляционные связи между доплеровским смещением частоты, шириной доплеровского спектра, временем стационарности канала распространения и порядком ионосферной моды.

ВВЕДЕНИЕ

Измерения вариаций частоты пробного сигнала составляют основу доплеровского метода радиозондирования. Этот метод широко используется для исследования ионосферных динамических процессов как естественного (фоновые перемещающиеся ионосферные возмущения, последствия землетрясений, солнечных затмений и др.), так и искусственного (взрывы, нагрев ионосферы мощным радиоизлучением и др.) происхождения. Однако доплеровские измерения не содержат информацию о модовой структуре ионосферного канала распространения, что затрудняет интерпретацию полученных данных. Поэтому важной является задача разработки метода одновременного определения доплеровского смещения частоты и времени группового запаздывания отдельных мод коротковолнового сигнала. В середине 70-х и начале 80-х годов для загоризонтных радиолокаторов [1, 2] и ультракоротковолновых радаров [3] был предложен метод одновременного определения дальности и скорости цели, основанный на использовании периодической последовательности сигналов с линейной частотной модуляцией (ЛЧМ). В работах [4, 5] обоснована возможность применения такого сигнала в случае наклонного зондирования ионосферы, когда пункты приёма и передачи разнесены на значительные расстояния (несколько тысяч км), и даны оценки параметров зондирующих сигналов.

Цель работы — разработка метода и аппаратно-программных средств для определения доплеровского смещения частоты отдельных лучей и проведение исследований на радиотрассе Хабаровск—Йошкар-Ола.

1. ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ОБОСНОВАНИЕ МЕТОДА

Зондирующий сигнал $a(t)$ представляет собой периодическую последовательность элементов с линейной частотной модуляцией. Каждый k -й элемент этой последовательности имеет вид

$$a_k(t) = a_0 \exp \left[2j\pi (f_p - \Delta f_s/2)t + j\pi \dot{f} t^2 \right], \quad (1)$$

где $t \in [(k-1)T_s, kT_s]$, $k = 1, 2, \dots, N$, N — число элементов в последовательности, f_p — рабочая частота, $\dot{f} = df/dt$ — скорость изменения частоты, a_0 — амплитуда сигнала, T_s — длительность элемента сигнала (период повторения), Δf_s — полоса частот элемента сигнала. Обработка такого сигнала, отражённого от ионосферы, в приёмнике состоит в умножении на сигнал гетеродина, комплексно

сопряжённый излучаемому. В результате этого частота сигнала на выходе приёмника становится равной разности частот принимаемого сигнала и сигнала гетеродина. Далее производится спектральный анализ и сигнала разностной частоты. Этим операциям соответствуют следующие математические соотношения:

$$A(t) = a_{\text{вых}}(t)a^*(t), \quad S(F) = \int_{-\infty}^{+\infty} a_{\text{вых}}(t)a^*(t)e^{-2j\pi Ft} dt, \quad (2)$$

где $A(t)$ — сигнал разностной частоты, $S(F)$ — его спектр, $a_{\text{вых}}(t)$ — сигнал на выходе из ионосферы.

Для описания распространения сигналов в ионосфере используется волновое уравнение, решение которого в приближении геометрической оптики является откликом радиолинии на сигнал вида $\exp(j\omega t)$. Этот отклик в радиотехнике определяет передаточную функцию радиолинии. Последнюю, для задачи с краевыми условиями, можно записать в виде

$$H(\omega, t) = |H(\omega, t)| \exp(j\varphi(\omega, t)) = \sum_{i=1}^n |H_i(\omega, t)| \exp\left(\frac{j\omega}{c} \Psi_i(\omega, t)\right) = \sum_{i=1}^n |H_i(\omega, t)| \exp(j\varphi_i(\omega, t)), \quad (3)$$

где $|H_i(\omega, t)|$ — модуль передаточной функции отдельного луча (медленно меняющаяся функция t), $\Psi_i(\omega, t)$ — эйконал для отдельного луча (также медленно меняющаяся функция t), $\varphi_i(\omega, t)$ — набег фазы отдельного луча в ионосфере, n — число приходящих лучей (мод).

Пусть зондирующий сигнал занимает в окрестности частоты $\omega_p = 2\pi f_p$ полосу частот $\Delta\omega_\omega = 2\pi \Delta f_\omega$, которая меньше полосы когерентности канала (т. е. диапазона частот с центром в точке f_p на краях которого набег нелинейной составляющей фазы из-за частотной дисперсии по абсолютной величине равен 1 рад [5]). Тогда для небольших масштабов времени $\Delta t = t - t_0$, где t_0 — начало отсчёта времени, фазу передаточной функции отдельного луча можно разложить в ряд Тейлора по степеням $\Delta\omega_\omega$ и Δt , ограничившись первой производной по частоте и второй производной по времени:

$$\varphi_i(\omega, t) \approx \varphi_i(\omega_0, t_0) + (\varphi_i)'_t \Delta t + (\varphi_i)'_\omega \Delta\omega_\omega + (\varphi_i)''_{tt} (\Delta t)^2 / 2 + \dots, \quad (4)$$

При этом можно считать, что $|H_i(\omega, t)| \approx |H_{0i}| = \text{const}$.

Как известно, первая производная от фазы по частоте равна времени группового запаздывания сигнала [6]:

$$(\varphi_i)'_\omega(\omega_p) = \tau_i(\omega_p). \quad (5)$$

Зависимость фазы от времени связана с доплеровским смещением частоты F_{di} :

$$(\varphi_i)'_t(t) = -\omega_{di} = -2\pi F_{di}. \quad (6)$$

В случае, когда на масштабе длительности сигнала фаза $\varphi_i(\omega, t)$ зависит от времени линейно ($|(\varphi_i)''_{tt} (\Delta t)^2 / 2| \ll 1$), параметры сигнала для каждого луча (амплитуда, частота, начальная фаза) остаются постоянными, и канал распространения можно считать стационарным. В случае, когда эта зависимость нелинейна ($|(\varphi_i)''_{tt} (\Delta t)^2 / 2| \gg 1$), канал распространения будет нестационарным.

Интервал времени $\Delta t = T_c$, на котором набег нелинейного слагаемого вида $0,5(\varphi_i)''_{tt} \Delta t^2$ не превосходит 1 радиан, можно назвать временем стационарности. Например, в случае однолучевого канала время стационарности равно [5]

$$T_{ci} = \frac{2}{\sqrt{\pi |(F_{di})'_t|}} = \frac{2}{\sqrt{\pi |D_i|}}, \quad (7)$$

где $D_i = (F_{di})'_t$ — скорость изменения доплеровского смещения частоты для i -й моды.

Считая канал стационарным, для первого элемента последовательности на выходе приёмника можно записать

$$S(F) = \sum_{i=1}^n \frac{|H_{0i}|}{2\pi} \exp(-2j\pi F_{di} t_0) S_{\text{вых}}(F + F_{di} - \dot{f}\tau_i), \quad (8)$$

где $S_{\text{вых}}(F)$ — спектр первого элемента сигнала на выходе приёмника в случае $H(\omega, t) = \text{const}$.

В условиях ионосферы обычно $\dot{f}\tau_i \gg F_{di}$, поэтому последний множитель в (8) достигает максимума на частотах, соответствующих времени запаздывания различных мод $F_{i\text{max}} \approx \dot{f}\tau_i$.

В этом случае время группового запаздывания i -й моды определяется выражением

$$\tau_i \approx F_{i\text{max}}/\dot{f}. \quad (9)$$

Соседние моды сигнала можно будет разрешить, если разность их групповых задержек удовлетворяет неравенству

$$|\tau_{i+1} - \tau_i| > \frac{1}{\dot{f}T_3} = \delta\tau, \quad (10)$$

где $\delta\tau$ — разрешающая способность метода.

Для произвольного k -го элемента зондирующего периодического сигнала можно записать следующее выражение: $a_k(t) = a(t - kT_3)$. Согласно свойству преобразования Фурье операция сдвига во временной области на kT_3 эквивалентна умножению спектра элемента на $\exp(-j\omega kT_3)$. В результате спектр k -го элемента на выходе приёмника будет иметь вид

$$S_k(F) = \sum_{i=1}^n \exp(2j\pi (F + F_{di}) kT_3) S_i(F), \quad (11)$$

где $S_i(F)$ — спектр первого элемента в последовательности, распространявшегося по i -му лучу.

Из-за линейности преобразования Фурье спектр периодической последовательности элементов будет равен сумме спектров отдельных элементов:

$$S(F) = \sum_{k=0}^{N-1} S_k(F) = \sum_{i=1}^n S_i(F) \sum_{k=0}^{N-1} \exp(-2j\pi (F + F_{di}) kT_3). \quad (12)$$

В выражении (12) последний сомножитель представляет собой сумму геометрической прогрессии, поэтому для $|S(F)|$ можно записать

$$|S(F)| = \sum_{i=1}^n |S_i(F)| \left| \frac{\sin[NT_3\pi (F + F_{di})]}{\sin[\pi T_3 (F + F_{di})]} \right|. \quad (13)$$

Первый сомножитель в (13) задаёт спектр одиночного элемента, а второй — спектр периодической последовательности. Вторым сомножителем достигает своего максимального значения, равного N , в точках $F_i = -F_{di} \pm k/T_3$, где k — целое число. Следовательно, спектр последовательности линейчатый. Первый сомножитель является стробирующим для второго, т. к. подавляет его составляющие для частот $|F - F_i| > 1/T_3$.

Итак, в случае, когда доплеровское смещение частоты отсутствует (т. е. $F_d = 0$), дискретные составляющие спектра наблюдаются на частотах, кратных $2\pi/T_3$. В случае $F_d \neq 0$ составляющие смещаются от этих частот вправо при $F_d < 0$ и влево при $F_d > 0$.

Разрешающая способность по доплеровскому сдвигу частоты равна $\delta F_d = 1/(NT_3)$, т. е. тем выше, чем длиннее периодический зондирующий ЛЧМ сигнал. Длительность элемента последовательности будет задавать масштаб по оси частот, равный $1/T_3$, который обеспечивает разрешающую способность

по времени группового запаздывания $\delta\tau_i = 1/(\dot{f}T_3)$. Например, если $\min F_d = 0,1$ Гц, а $\max F_d = 2,5$ Гц, то время зондирования составит $T_3 N = 10$ с, а период повторения (длительность элемента) $T_3 = 1/(2 \max F_d) = 0,2$ с, что соответствует 50-ти элементам в зондирующем сигнале. Разрешающая способность по τ при $\dot{f} = 10^5$ Гц/с составит 50 мкс.

Таким образом, структура зондирующего сигнала в виде периодической последовательности из N элементов с ЛЧМ после обработки в приёмнике методом сжатия в частотной области позволяет одновременно определять время распространения отдельной моды сигнала и её доплеровское смещение частоты. При этом разрешающая способность по τ и F_d может быть независимо изменена: первая — вариацией скорости перестройки частоты ЛЧМ сигнала $\dot{f}$, а вторая — изменением длительности последовательности NT_3 .

Далее рассмотрим последствия нестационарности однолучевого канала распространения. В этом случае, учитывая, что при зондировании ионосферы выполняются неравенства $(\varphi_i)''_{tt} N \ll 1$ и $(\varphi_i)''_{tt} \ll 1/T_3^2$, $S(F)$ можно записать в виде

$$S(F) = \sum_{i=1}^n S_i(F) \sum_{k=0}^{N-1} \exp \left\{ -j \left[2\pi(F + F_{di}) k T_3 - \pi (F_{di})'_t (k T_3)^2 \right] \right\}. \quad (14)$$

Если $(F_{di})'_t = 0$, то выражение (14) переходит в (12). В случае $(F_{di})'_t \neq 0$ спектр периодической последовательности искажается. Для оценки этих искажений при большом N сумму по k в (14) можно заменить интегралом

$$I(F) = \frac{1}{T_3} \int_0^{T_a} \exp \left\{ -j \left[2\pi(F + F_{di}) t - \pi (F_{di})'_t t^2 \right] \right\} dt, \quad (15)$$

где $T_a = NT_3$ — длительность сигнала. Вычисляя этот интеграл, находим

$$I(F) = \frac{1}{T_3} \sqrt{\frac{1}{2 (F_{di})'_t}} \exp \left(\frac{\pi j (F + F_{di})^2}{(F_{di})'_t} \right) [F(z_2) + F(z_1)], \quad (16)$$

где $F(z) = \int_0^z \exp(j\pi t^2/2) dt$ — интегралы Френеля,

$$z_1 = \frac{\sqrt{2}(F + F_{di})}{\sqrt{(F_{di})'_t}}, \quad z_2 = \frac{\sqrt{2}[(F_{di})'_t T_a - (F + F_{di})]}{\sqrt{(F_{di})'_t}}.$$

Функция $I(F)$ достигает максимального значения на частоте $F_{\max}$, для которой выполняется условие $[F(z_2) + F(z_1)]'_F = 0$, откуда $F_{\max} = F_{di} + (F_{di})'_t T_a/2$. Следовательно, спектральные составляющие с максимальной амплитудой расположены не на частоте F_{di} , как в случае стационарного канала, а на средней частоте $F_{\max}$ сигнала за время анализа. Учитывая, что функция $|F(z)|$ имеет максимум при $z = 1,2$, для T_a в точке экстремума получим

$$T_a \approx 1,65 / \sqrt{(F_{di})'_t} = 1,5 T_c. \quad (17)$$

В этой же точке своего минимального значения достигает ширина спектра сигнала $\delta F_{\min} \approx 0,7/T_c$. Отметим, что $\delta F_{\min}$ определяет потенциальную разрешающую способность данного метода по доплеровскому смещению частоты в нестационарном радиоканале.

2. МЕТОДИКА ОБРАБОТКИ ЗОНДИРУЮЩИХ СИГНАЛОВ

Обработку принятого многоэлементного периодического ЛЧМ сигнала можно производить с помощью либо двойного, либо «длинного» преобразования Фурье. В методике двойного преобразования сначала производится быстрое преобразование Фурье каждого элемента последовательности входного сигнала. Спектр произвольного элемента последовательности будет иметь вид

$$S_{ki}(\omega) = K_i(\omega) \exp(2j\pi F_{di} k T_3), \quad (18)$$

где $K_i(\omega)$ — спектр одиночного элемента. Сдвиг во времени на kT_3 приводит к появлению в спектре сигнала множителя $\exp(2j\pi F_{di} k T_3)$. Таким образом, каждая m -ая точка такого спектра является ячейкой разрешения по времени группового запаздывания. Далее, если из каждого полученного спектра взять m -ую точку, то получим новый временной ряд, состоящий из N членов. Эту последовательность отсчетов можно считать дискретными выборками функции времени:

$$S_{mi} = K_{mi} \exp(2j\pi F_{di} t_k), \quad (19)$$

где $t_k = kT_3$. Спектр этой функции равен

$$\begin{aligned} \hat{S}_{mi}(\omega) &= \int_0^{NT} K_{mi} \exp(2j\pi F_{di} t_k) \exp(-j\omega t_k) dt_k = \\ &= K_{mi} NT \exp\left[\frac{-j(\omega + 2\pi F_{di}) NT_3}{2}\right] \frac{\sin[(\omega + 2\pi F_{di}) NT_3/2]}{(\omega + 2\pi F_{di}) NT_3/2}. \end{aligned} \quad (20)$$

Функция $\hat{S}_{mi}$ является доплеровским спектром в m -й ячейке разрешения по времени группового запаздывания. В соответствии с рассмотренной методикой можно рассчитать доплеровский спектр и в любой другой ячейке.

Такая методика реализуется с помощью следующего алгоритма спектральной обработки сигнала. Сначала производится быстрое преобразование Фурье для каждого элемента зондирующего сигнала. Каждая m -ая точка спектра элемента является ячейкой разрешения по времени группового запаздывания. Находятся спектральные составляющие m_s , которые определяют различные моды зондирующего сигнала. Из каждого спектра импульсов последовательности берётся составляющая m_s , и из них формируется новая последовательность, состоящая из N (количество элементов в зондирующем сигнале) членов. Для каждой точки m составляется последовательность $S_{mi}(k)$, где $0 \leq k \leq N - 1$. Чтобы уменьшить уровень боковых составляющих, для каждой последовательности $S_{mi}(k)$ производится сглаживание весовой функцией. Поскольку динамический диапазон принимаемого сигнала составляет 40 дБ, в качестве весовой функции была выбрана функция Хемминга, которая имеет наименьшую ширину главного лепестка среди весовых функций с уровнем боковых лепестков менее 40 дБ [7].

Далее выполнялось быстрое преобразование Фурье сглаженной последовательности и определялась частота, на которой модуль спектра принимал максимальное значение F_{mi} . Доплеровское смещение частоты и время группового запаздывания i -й моды сигнала определялось следующими выражениями

$$F_{di} = -F_{mi}, \quad \tau_i = \frac{m_s}{T_3 \dot{f}}. \quad (21)$$

В случае длинного преобразования Фурье каждый импульс анализируемого сигнала представлялся в виде M выборок. Из N импульсов формировалась последовательность из MN отсчетов. После быстрого преобразования Фурье этой последовательности получался спектр $S^p(\omega)$, состоящий из $MN/2$ комплексных чисел.

Для i -го элемента длительностью T_3 формула для $|S_i^p(\omega)|$ будет иметь вид

$$|S_i^p(\omega)| = \frac{T_3}{2} \left| \frac{\sin[T_3(\omega - \beta\tau_i + 2\pi F_{di})/2]}{T_3(\omega - \beta\tau_i + 2\pi F_{di})/2} \right| \left| \frac{\sin[NT_3(\omega + 2\pi F_{di})/2]}{NT_3(\omega + 2\pi F_{di})/2} \right|. \quad (22)$$

При обработке сигнала по методике длинного преобразования Фурье весовой функцией Хемминга сглаживалась вся последовательность данных, подвергавшаяся быстрому преобразованию Фурье. При этом полоса анализа разбивалась на ячейки разрешения. Ширина первой ячейки составляла $1/(2T_3)$, а остальных — $1/T_3$. Находились ячейки m_s , занятые модами принимаемого сигнала, в которых модуль спектральной плотности принимал максимальное значение F_{mi} . Таким образом, доплеровское смещение частоты и время группового запаздывания i -й моды сигнала можно оценить следующим образом:

$$F_{di} = \frac{m_s}{T_3} - F_{mi}, \quad \tau_i = \frac{m_s}{T_3 f}. \quad (23)$$

Формула (23) аналогична выражению (21), т. е. обе методики обработки должны приводить к одинаковым результатам в определении F_{di} и τ_i .

Для обработки экспериментальных данных в данной работе использовался метод двойного преобразования Фурье, т. к. экспериментальные исследования показали, что вычислительные затраты при его практическом использовании оказались на 45 % меньше, а различия в параметрах доплеровских спектров не превышали 5 %.

3. УСЛОВИЯ ПРОВЕДЕНИЯ ЭКСПЕРИМЕНТА, РЕЗУЛЬТАТЫ И ИХ ИНТЕРПРЕТАЦИЯ

Эксперименты по измерению доплеровского смещения отдельных мод с использованием описанной методики проводились 8–9 декабря 1999 г. [8] и 13 апреля 2000 г. на трассе Хабаровск—Йошкар-Ола протяжённостью 5 500 км. Использовался модернизированный ионозонд с линейной частотной модуляцией [9]. Разрешающая способность аппаратуры по времени группового запаздывания составила 60 мкс, а по доплеровскому смещению частоты — 0,1 Гц. Передатчик ионозонда излучал периодический ЛЧМ сигнал с частотой повторения 10 Гц и девиацией частоты 149 кГц/с. В эксперименте 8–9 декабря центральные частоты в процессе эксперимента менялись с шагом 625 кГц, начальная частота измерения составляла 13,125 МГц. Продолжительность излучения на одной частоте была равна 10 с. Длительность сеанса измерений составила 6 минут. Было проведено 7 сеансов измерений: 4 сеанса 8 декабря и 3 сеанса 9 декабря. В эксперименте 13 апреля сигнал излучался на частоте 20,215 МГц. Длительность сеанса измерений составила 2 минуты. Было проведено 6 сеансов измерений. Эксперименты проводились в переходное время суток, когда по трассе перемещался терминатор (13:00–15:00 MSK — декабрь, 06:00–08:00 — апрель). Одновременно с измерением доплеровского смещения отдельных мод определялись ионограммы наклонного зондирования трассы.

Пример ионограммы, полученной 08.12.99 в 13:55 MSK, представлен на рис. 1. Выделены частоты, на которых проводилось измерение доплеровского смещения парциальных мод. В данном эксперименте осуществлялся приём трёх мод: $3F2$, $4F2$, $5F2$.

Сигнал с приёмника поступал на аналого-цифровой преобразователь, где выполнялось его преобразование в цифровую форму с частотой дискретизации 2 000 Гц. За время анализа формировалась последовательность временных отсчётов длиной $MN = 20\,000$, состоящая из $N = 100$ импульсов ЛЧМ сигнала по $M = 200$ отсчётов в каждом импульсе. Для получения результирующего спектра использовалось быстрое преобразование Фурье. Перед вычислением спектра каждый отсчёт в последовательности умножался на соответствующее значение весовой функции Хемминга, и массив дополнялся нулевыми значениями до ближайшей степени 2, т. е. 32 768. Время анализа для вычисления результирующего спектра было равно времени измерения на одной частоте, т. е. 10 с.

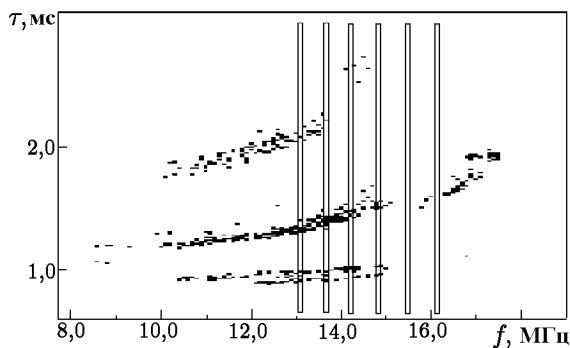


Рис. 1

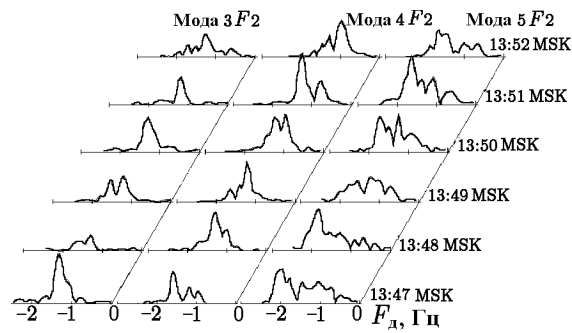


Рис. 2

Для каждой принятой моды измерялись: доплеровское смещение частоты F_d (Гц), ширина доплеровского спектра на уровне 6 дБ W (Гц) и скорость измерения доплеровского смещения частоты D (Гц/мин). Таким образом, за сеанс снимались шесть значений F_d , шесть значений W и пять значений D . Из выражения (7) определялось время стационарности T_c . Полученные значения усреднялись и использовались далее для анализа. Общее количество усреднённых значений каждого параметра за всё время наблюдения составило 105.

На рис. 2 представлены графики зависимости $F_d(t)$, полученные 08.12.99, для трёх принятых мод $3F2$, $4F2$, $5F2$ на частоте 13,125 МГц. Из рис. 2 видно, что с ростом номера моды увеличивается доплеровское смещение частоты F_d и ширина доплеровского спектра W .

Доплеровское смещение частоты в данном эксперименте изменялось в диапазоне от -1,2 до -2,8 Гц, а скорость изменения доплеровского смещения частоты от -0,35 до 0,15 Гц/мин. Максимальная ширина доплеровского спектра составила 0,39 Гц, а минимальное время стационарности — 10 с, т. е. в данном эксперименте канал распространения на масштабе времени анализа (10 с) можно считать стационарным. На рис. 3, 4 и 5 представлены гистограммы распределений F_d , W и T_c соответственно для всего объёма экспериментальных данных (рис. 3а, 4а, 5а — для моды $3F2$; рис. 3б, 4б, 5б — для моды $4F2$; рис. 3в, 4в, 5в — для моды $5F2$).

Из рис. 3 видно, что доплеровское смещение частоты принимаемого сигнала растёт с увеличением порядка моды. Среднее значение F_d для моды $3F2$ составило -1,2 Гц, для моды $4F2$ — -1,35 Гц и для моды $5F2$ — -1,65 Гц. На один скачок приходился прирост доплеровского смещения частоты $0,15 \div 0,3$ Гц.

Ширина доплеровского спектра в данном эксперименте также увеличивалась с ростом порядка моды (см. рис. 4). Среднее значение W для моды $3F2$ составило 0,27 Гц, для моды $4F2$ — 0,29 Гц и для моды $5F2$ — 0,31 Гц. Это, вероятно, связано с большим влиянием диффузной многолучёвости на моды высшего порядка (см. рис. 1). Время стационарности частоты принимаемого сигнала уменьшалось с ростом порядка моды, и среднее значение T_c для моды $3F2$ составило 32 с, для моды $4F2$ — 27 с, для моды $5F2$ — 22 с.

Исследования корреляционных связей измеренных параметров выявили значимые корреляционные зависимости доплеровского смещения частоты F_d от номера моды i и рабочей частоты f_p (средние значения коэффициентов корреляции -0,48 и -0,4), а также параметров W и T_c от номера моды (средние значения коэффициентов корреляции 0,6 и 0,5). Уравнения линейной регрессии для них имеют вид $F_d(i) = -0,223i - 1,165$ Гц, $F_d(f_p) = -0,049f_p$ [МГц] - 0,678 Гц, $W(i) = (0,223i + 0,27)$ Гц, и $T_c(i) = (4,623i + 31,744)$ с где $i = 0$ (мода $3F2$), 1 (мода $4F2$), 2 (мода $5F2$).

На рис. 6 изображены графики доплеровского смещения частоты $F_d(t)$, зарегистрированные 08.12.99. Каждый график содержит экстремум $F_d(t)$, время достижения которого уменьшается с ростом номера моды. Последнее можно объяснить перемещением терминатора на рассматриваемой трассе, результаты моделирования распространения сигнала на которой показаны на рис. 7. Среднее рас-

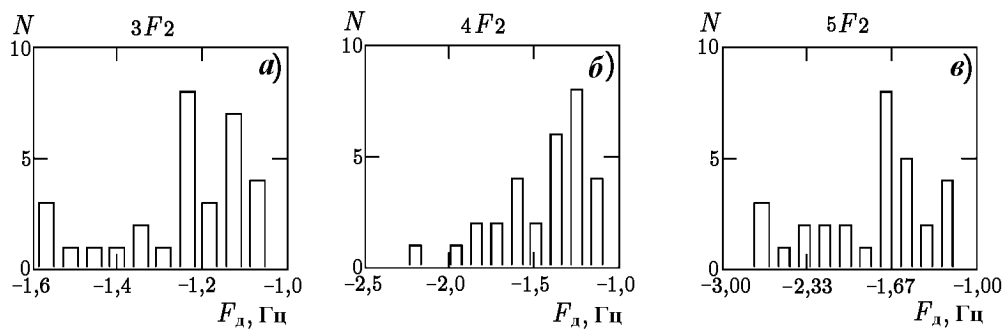


Рис. 3

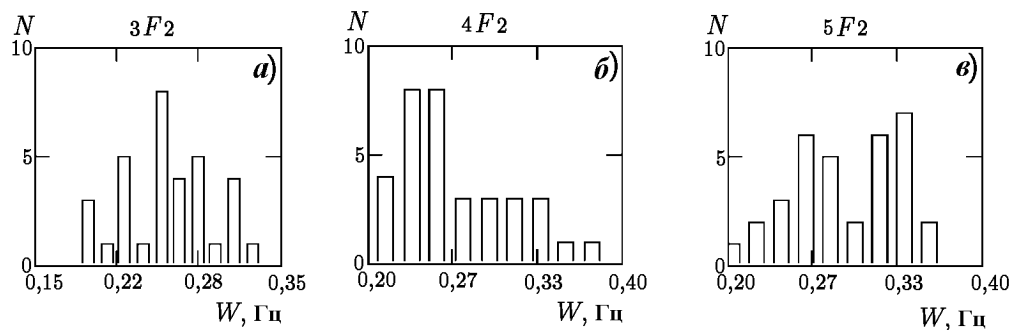


Рис. 4

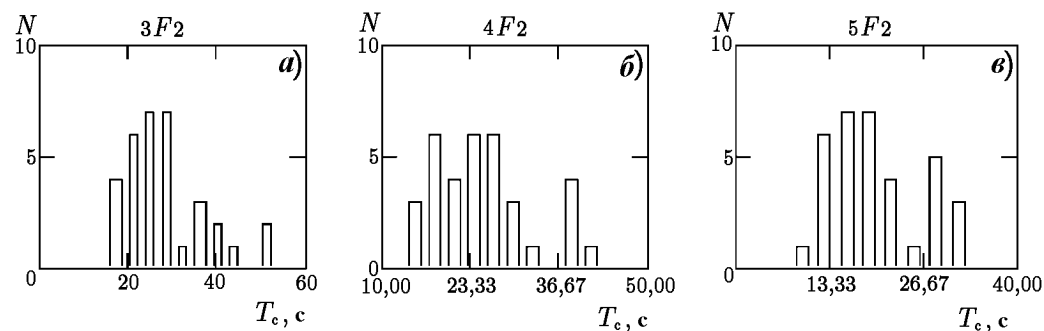


Рис. 5

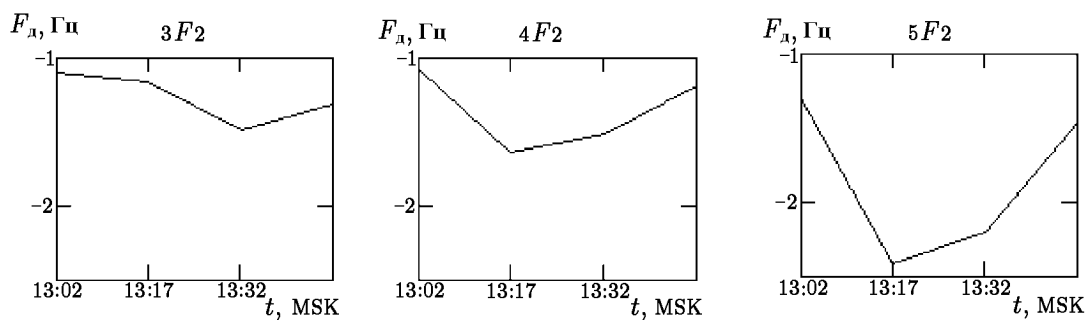


Рис. 6

стояние между вершинами скачков мод $3F_2$ и $5F_2$ составляет 150 км, а временной сдвиг между экстремальными значениями $F_d(t)$ — 15 мин. Эти значения соответствуют скорости перемещения возмущения в 600 км/ч (скорость перемещения терминатора на этих широтах приблизительно равна 550 км/ч).

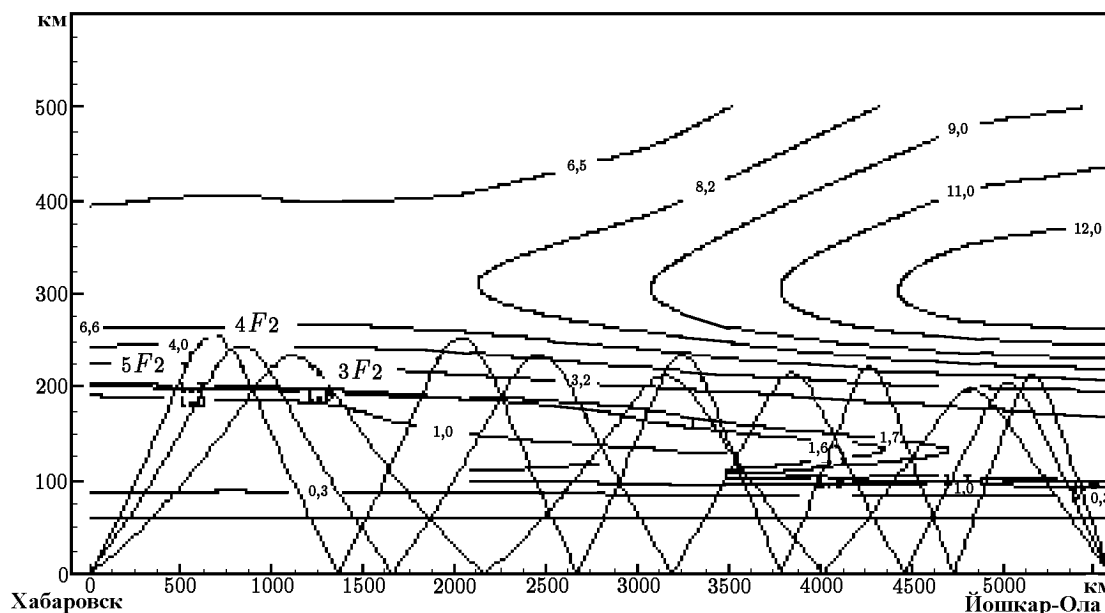


Рис. 7. Изолинии плазменной частоты (в МГц) и траектории мод $3F_2$, $4F_2$, $5F_2$ в эксперименте 08.12.99, 13:02 MSK

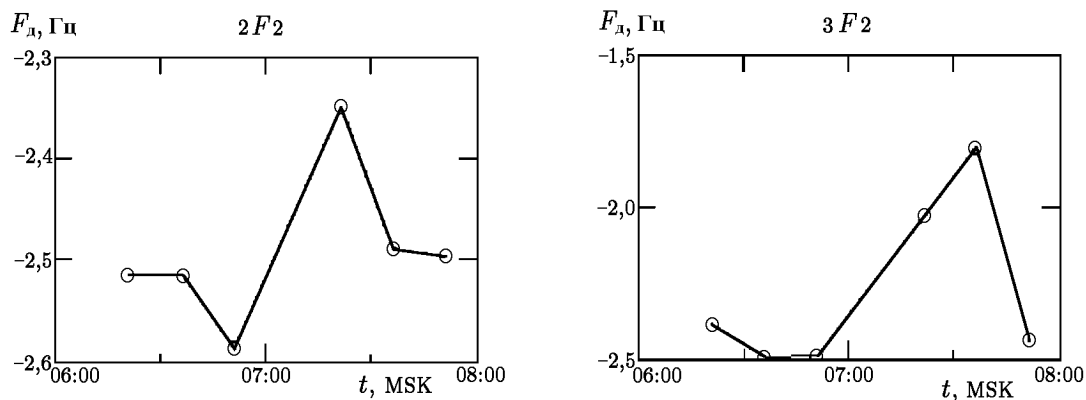


Рис. 8

В апрельском эксперименте наблюдались две моды, $2F_2$ и $3F_2$. Характеристики доплеровских спектров были близки к характеристикам, полученным в декабрьском эксперименте. Среднее значение F_d для моды $2F_2$ было равно $-2,5$ Гц, для моды $3F_2$ — $-2,3$ Гц; среднее значение W для моды $2F_2$ составило $0,12$ Гц, для моды $3F_2$ — $0,15$ Гц; среднее значение времени стационарности T_c для моды $2F_2$ было равно 37 с, для моды $3F_2$ — 18 с. Близкие значения характеристик доплеровских спектров в этих экспериментах, вероятно, связаны с тем, что основной вклад в доплеровское смещение частоты вносит горизонтальное перемещение вершин скачков мод распространения вдоль радиотрассы от Хабаровска к Йошкар-Оле из-за движения терминатора (среднее смещение вершины скачка составило 320 км за 1 час в декабрьском эксперименте и 500 км за 1 час в апрельском эксперименте). На рис. 8 изображено изменение доплеровского смещения частоты $F_d(t)$ в эксперименте 13.04.00. Отличие этой зависимости от зависимости, изображённой на рис. 6, состоит в том, что время наступления экстремума $F_d(t)$ увеличивается с ростом номера моды.

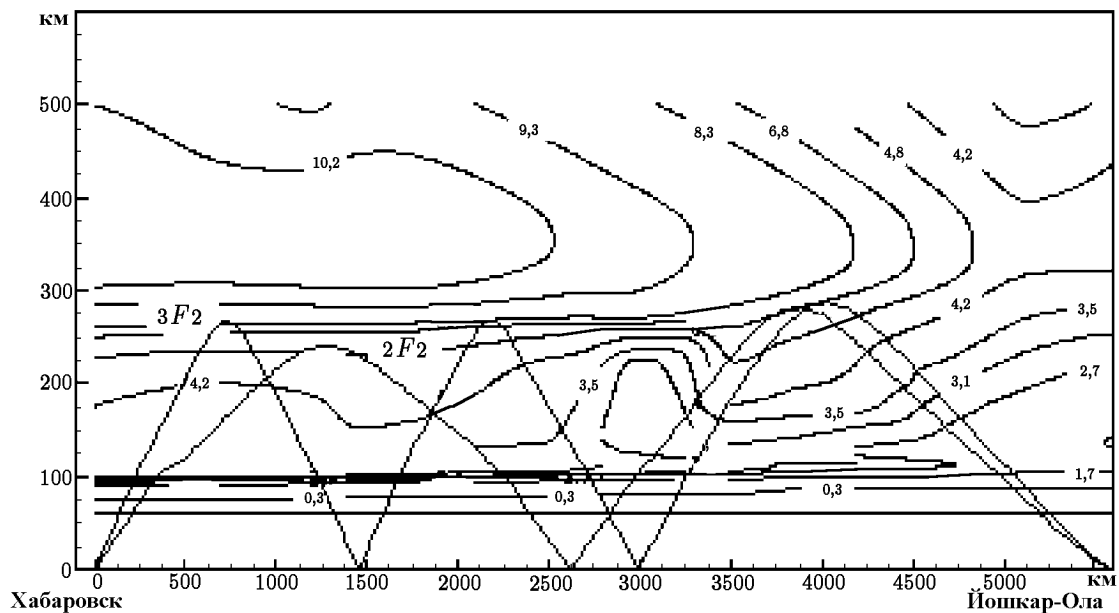


Рис. 9. Изолинии плазменной частоты (в МГц) и траектории мод $2F_2$, $3F_2$ в эксперименте 13.04.00, 07:21 MSK

На рис. 9 приведены результаты моделирования траекторий радиоволн для этого эксперимента. Из рис. 9 видно, что основное изменение электронной концентрации приходится на последний скачок, в то время как для рис. 7 эти изменения приходятся на предыдущие скачки. Это и определяет отличие в поведении зависимостей $F_d(t)$ для разных мод в экспериментах, проведенных 08.12.99 и 13.04.00. Из рис. 9 также видно, что на форму траектории моды $2F_2$ существенное влияние оказывает слой E. Этим можно объяснить тот факт, что средний доплеровский сдвиг частоты для моды $2F_2$ больше, чем для моды $3F_2$ в эксперименте 13.04.00.

Приведённые результаты свидетельствуют о том, что применение метода одновременного определения F_d и времени группового запаздывания отдельных мод распространения позволяет существенно расширить возможности ЛЧМ-ионозонда в исследованиях ионосферного распространения коротких волн и динамических процессов в верхней атмосфере Земли.

ВЫВОДЫ

1) Разработаны метод и технические средства, позволяющие определять доплеровское смещение частоты отдельных лучей, времена их группового запаздывания и стационарности канала распространения.

2) Анализ эффективности алгоритмов двойного и «длинного» преобразования Фурье для вычисления доплеровских спектров показал, что вычислительные затраты при использовании первого алгоритма на 45 % меньше, чем второго, в то время как различия амплитуды и ширины полученных доплеровских спектров не превышают 5 %.

3) Экспериментально установлено, что во время прохождения терминатора на радиотрассе Хабаровск—Йошкар-Ола основной вклад в доплеровское смещение частоты вносит горизонтальное перемещение вершин скачков мод распространения вдоль радиотрассы. Значения F_d для наблюдаемых мод находились в диапазоне $F_d = -2,8 \div 1,2$ Гц, ширина их доплеровских спектров $W = 0,2 \div 0,35$ Гц, а время стационарности $T_c = 10 \div 50$ с. Обнаружено, что ширина доплеровского спектра растёт, а время стационарности уменьшается с ростом порядка моды.

4) Установлено, что горизонтальная скорость перемещения глобального возмущения электронной концентрации вдоль радиотрассы близка к скорости перемещения терминатора на этих широтах.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проекты № 99–02–17309, 00–02–31009).

ЛИТЕРАТУРА

1. Earl G. F., Ward B. D. // Radio Sci. 1987. V. 22, № 2. P. 275.
2. Barrick D. E. FM-CW radar signals and digital processing: Tech. Rep. NOAA ERL 283-WPL-26.
3. James P. K. // Radio Sci. 1980. V. 15. P. 151.
4. Иванов В. А., Колчев А. А., Шумаев В. В. Проблемы распространения и дифракции электромагнитных волн. — М.: МФТИ, 1994. — С. 73.
5. Иванов В. А., Колчев А. А., Чернов А. Г., Шумаев В. В. Вопросы дифракции и распространения электромагнитных волн. — М.: МФТИ, 1998. — С. 122.
6. Гершман Б. Н., Ерухимов Л. М., Яшин Ю. Я. Волновые явления в ионосфере и космической плазме. — М.: Наука, 1984.
7. Хэррис Ф. Дж. // ТИИЭР. 1978. Т. 66, № 1. С. 5.
8. Батухтин В. И., Иванов В. А., Колчев А. А. // Труды VI Международной конференции «Радиолокация, навигация и связь» (RLNCC 2000). Воронеж, Россия, 2000. Т. 2. С. 1711.
9. Иванов В. А., Малышев Ю. Б., Нога Ю. В., Терехов С. А., Урядов В. П., Шумаев В. В. // Радиотехника. 1991. № 4. С. 69.

¹ Марийский государственный технический университет,
г. Йошкар-Ола, Россия

Поступила в редакцию
29 сентября 2000 г.

² Институт космофизических исследований и
распространения радиоволн ДВО РАН, п. Паратунка
Камчатской обл., Россия

MEASUREMENT OF DOPPLER FREQUENCY SHIFTS ON INDIVIDUAL RAYS USING CHIRP SOUNDER

V. I. Batuhitin, V. A. Ivanov, A. A. Kolchev, and S. V. Rozanov

We prove theoretically a method for measuring Doppler frequency shifts on individual rays, in which periodic chirp signals are used. The potential resolution and frequency range of Doppler-shift measurements are determined. Application of this method yields the dependence between the Doppler shift of propagation-mode frequency and the velocity of horizontal displacement of the peaks of its hops over the Khabarovsk–Yoshkar-Ola radio path. Significant correlations between the Doppler shift, width of Doppler spectrum, steady-state time of propagation channel, and mode number are discovered.

УДК 533.9

РАЗДЕЛЕНИЕ ЗАРЯДОВ В ИОНИЗОВАННЫХ ПОТОКАХ

В. И. Тамбовцев

Рассматриваются модели электрокинетического разделения зарядов в ионизованных потоках в квазистатическом и динамическом приближениях. Соответствие результатов анализа с известными данными убеждает в том, что изучаемые явления можно наблюдать в слое D ионосферы.

Плотность ионосферы на высоте слоя D ещё велика, и частота столкновений электронов с нейтральными частицами достигает величины $\nu_e = 10^7 \text{ с}^{-1}$, что обуславливает сильно выраженные поглощающие свойства среды [1]. В ионизованном газе, которым, в частности, и заполнен слой D , релаксация локального заряда определяется временем Максвелла $\tau_p = \varepsilon_0/\sigma$, где σ — коэффициент статической электропроводности, ε_0 — электрическая постоянная (формулы записываются в СИ). Известно, что $\sigma = n_e e^2 / (2m_e \nu_e)$, где e — элементарный заряд, n_e — концентрация электронов, m_e — масса электрона, следовательно $\tau_p = 2\nu_e / \omega_e^2$. На высоте 70 км в условиях дневной ионосферы $\tau_p \approx 10^{-5} \text{ с}$ [2]. Частота столкновений ν_e на два порядка превышает расчётное значение электронной плазменной частоты ω_e , определяемой выражением $\omega_e^2 = n_e e^2 / (m_e \varepsilon_0)$. По этой причине в слое D плазменные колебания не возникают, и при $\tau \gg \tau_p$ выполняется условие квазинейтральности. Однако в потоках ионизованного газа возникает эффект электрического динамо [2, 3].

В баллистических экспериментах в условиях, соответствующих натурным, в ионизованном следе за телом, омываемом гиперзвуковым газовым потоком, наблюдалась электрическая структуризация шлейфа [4]. Также происходило разделение зарядов в ударной волне при вытекании газа в вакуум [5]. В потоке химически активной плазмы в МГД-канале с помощью электрических зондов были обнаружены волны заряда с весьма высокими частотами (радиочастоты) [6]. На основании результатов обсуждаемых экспериментов можно утверждать, что в потоках ионизованного газа реализуются условия для возникновения электронно-ионной структуры с возбуждением электрокинетических колебаний.

Рассмотрим электрокинетический механизм разделения зарядов в ионизованных потоках. Будем считать поток изотермическим объектом, в котором ионизационное равновесие определяется законом Саха. Уравнение движения Эйлера для частиц типа a с зарядом q_a при взаимодействии с нейтральными частицами типа b выглядит следующим образом:

$$n_a m_a \frac{\partial \mathbf{w}_a}{\partial t} + n_a m_a (\mathbf{w}_a \nabla) \mathbf{w}_a + \nabla [\mathbf{P}_a] + n_a q_a \mathbf{E} = n_a m_a (\mathbf{w}_b - \mathbf{w}_a) \nu_{ab}. \quad (1)$$

Здесь $\mathbf{w}_a$ и $\mathbf{w}_b$ — массовые скорости частиц, ν_{ab} — частота соударений частиц типа b с частицами типа a , n_a и m_a — их концентрация и масса соответственно, $\mathbf{E}$ — вектор напряжённости электрического поля, $[\mathbf{P}_a]$ — тензор давления, который в плотной среде следует заменить скаляром: $P_a = kTn_a$, где k — постоянная Больцмана, T — температура.

Если правая часть уравнения (1) отражает взаимодействие частиц разного сорта через соударения (вязкое трение), то действие одних заряженных частиц на другие определяется кулоновскими силами через напряжённость поля $\mathbf{E}$; согласно формуле Лапласа—Пуассона $\varepsilon_0 \nabla \mathbf{E} = e(n_i - n_e)$, где n_e и n_i — концентрация электронов и ионов соответственно. В рассматриваемом случае уравнение движения Эйлера (1) для электронов и для ионов и формулу Лапласа—Пуассона необходимо дополнить уравнением движения нейтральной компоненты. Получается система, состоящая как минимум из

четырёх уравнений. Если же среда неподвижна, то в уравнении (1) исчезают слагаемые, которые содержат время и скорости. При этом естественно получаются уравнения Больцмановского распределения для электронов или ионов, при подстановке которых в уравнение Пуассона определяется масштаб разделения зарядов, или радиус Дебая: $\delta^2 = \varepsilon_0 kT / (2e^2 n_e)$. На расстоянии δ образуется плазменный потенциал $\varphi_0 = -kT / (2e) \ln(m_i / m_e)$.

Рассмотрим механизм пространственной структуризации электрических зарядов в стационарном потоке ионизованного газа, когда характерное время процесса значительно превышает τ_p . Для неподвижных зарядов сорта a с концентрацией n'_a из (1) в случае одномерного потока в изотермическом приближении получаем:

$$kT \frac{dn'_a}{dx} + n'_a q_a E = n'_a m_a w_b \nu_{ab}. \quad (2)$$

В левой части (2) перед объёмной кулоновской силой знак берётся в алгебраическом смысле согласно направлению вектора $\mathbf{E}$ относительно массовой скорости потока $\mathbf{w}_b$. В рассматриваемом случае в правой части (2) находится «возмущающая» сила, а в левой — «уравновешивающие» силы с одинаковыми знаками. В правой части (2) относительная скорость рассматриваемых частиц сорта a равняется массовой скорости w_b , т. к. в потоке эти частицы как бы неподвижны. Слева зависящие от скорости члены просто отсутствуют. Интегрируя (2), находим электрокинетическое распределение:

$$n'_a = n_{a0} \exp \left[\frac{1}{kT} \left(-q_a \Delta\varphi + \int_0^x m_a \nu_{ab} w_b dx \right) \right]. \quad (3)$$

Интегральная часть показателя этого распределения определяет действие столкновительных сил. Асимптотическое приближение $w_b \rightarrow 0$ для малого неравновесного значения концентрации n'_a позволяет допустить, что $n_{a0} = n_a$.

Продолжим рассмотрение одномерного течения. Электрокинетическое распределение (3) представим и для электронов $n_e(x)$, и для ионов $n_i(x)$ относительно равновесного значения $n_0 = n_{i0} = n_{e0}$. Для электронов в показателе распределения у всех слагаемых будет знак плюс, а для ионов — минус. Подставим полученные распределения (3) в уравнение Пуассона. Результат запишем в линейном приближении относительно интегралов столкновений и потенциала φ :

$$\frac{d^2\varphi}{dx^2} = -\frac{n_0 e}{\varepsilon_0 kT} \left[2e\varphi + \int_0^x (m_i \nu_i - m_e \nu_e) w_b dx \right]. \quad (4)$$

Здесь ν_i и ν_e — частоты столкновений соответственно ионов и электронов с нейтральными молекулами. Переходя к напряжённости поля, из (4) получаем

$$\frac{d^2 E}{dx^2} + \frac{2n_0 e^2 E}{\varepsilon_0 kT} = \frac{n_0 e}{\varepsilon_0 kT} w_b (m_i \nu_i - m_e \nu_e). \quad (5)$$

Здесь $\varepsilon_0 kT / (2e^2 n_e) = \delta^2$ — радиус Дебая. Левая часть уравнения (5) имеет гармоническое решение, а правая приводит к постоянному смещению:

$$E(x) = -A \operatorname{Re} \exp(jx/\delta) + w_b (m_i \nu_i - m_e \nu_e) / (2\delta^2 e), \quad (6)$$

где j — мнимая единица.

Выражение (6) характеризует структуру квазистатической волны электрического поля. Амплитуду A определим из граничного условия: при $x = 0$ полагаем, что $E = 0$. Таким образом, периодическая

структура с волновым числом $2\pi/\lambda = 1/\delta$ и амплитудой A смещается на величину сторонней напряжённости поля $E_0 = w_b (m_i \nu_i - m_e \nu_e)/(2\delta^2 e)$, равной амплитуде A .

Из-за высокой частоты столкновений исследуемая среда является абсолютно и конвективно устойчивой, т. е. собственные электрические колебания в ней не возбуждаются и не усиливаются [7]. Рассмотрим динамический процесс ($\tau \ll \tau_p$) возбуждения в струе ионизованного газа вынужденных ионных колебаний, впервые исследованных в работе [8]. Ионы при движении взаимодействуют со стационарной волной (6) электрического поля, а электроны как бы заморожены в поток. Из уравнения (1) в системе отсчёта, связанной со струей, получим дифференциальное уравнение относительного движения для ионов:

$$n_i m_i \partial w_i / \partial t + \nu_i n_i m_i w_i + n_i^2 e^2 x / \varepsilon_0 = e n_i A \exp(j w_b t / \delta). \quad (7)$$

Здесь $w_b / \delta = \omega_0$ — частота вынужденных колебаний. Заметим, что ω_0 отличается от ионной плазменной частоты $\omega_i^2 = n_i e^2 / (\varepsilon_0 m_i)$. Продольные колебания, как показано в [9], распространяются в среде со скоростью струи w_b , образуя бегущую волну. Из (7) для комплексной амплитуды волны $\dot{B}$ получается дисперсионное соотношение

$$\dot{B}(\omega_i^2 - \omega_0^2 + j \omega_0 \nu_i) = e A / m_i, \quad (8)$$

которое выполняется для $\omega_0 > 1/\tau_p$, т. е. для верхней частотной ветви ($\omega_0 > \omega_i$) выражения (8). С учётом сказанного из (8) приближённо можно получить коэффициент трансформации амплитуды:

$$\dot{B} / A = e / [m_i (-w_b^2 / \delta^2 + j \nu_i w_b / \delta)], \quad (9)$$

где ν_i — частота столкновений ионов с нейтральными частицами, которая на два порядка меньше частоты столкновений ν_e электронов, $\delta \sim 10^{-5}$ м.

Анализ выражения (9) показывает, что в ионизованном потоке могут возникать вынужденные колебания, амплитуда которых определяется лишь мнимой частью, т. к. действительная часть этого выражения пренебрежимо мала. Например, при $w_b = 100$ м/с амплитуда колебаний соизмерима с радиусом Дебая, при этом $\omega_0 = 10^7$ Гц.

Таким образом, в работе показана возможность существования в ионизованных потоках, например, в области D ионосферы электрокинетических механизмов разделения и структуризации зарядов, а также возбуждения их колебаний. Рассмотренные явления, скорее всего, можно наблюдать при вхождении снижаемых космических аппаратов в слой D ионосферы, а также при движении звуковых бolidов [10].

В заключение автор искренне благодарит коллегу А. Г. Кравцова за оказанную поддержку и обсуждение в целом результатов исследований.

ЛИТЕРАТУРА

1. Альперт Я. Л. Распространение электромагнитных волн и ионосфера. — М.: Наука, 1972. — 564 с.
2. Мареев Е. А., Трахтенгерц В. Ю. // Изв. вуз. Радиофизика. 1996. Т. 39, № 6. С. 797.
3. Гуревич А. В., Цедилина Е. Е. // УФН. 1967. Т. 91, № 4. С. 609.
4. Пилугин Н. Н. // Теплофизика высоких температур. 1994. Т. 32, № 1. С. 114.
5. Тамбовцев В. И. // Химическая физика. 1993. Т. 12, № 3. С. 361.
6. Rudenko L. S., Simonenko L. S., Sorokin A. N., Yakovlev V. S. // 10 Intern. Conf. MHD Electrical Power Generation. India, 1989, December 4–8
7. Федоренко А. М., Коцаренко Н. Я. Абсолютная и конвективная неустойчивость в плазме и твёрдых телах. — М.: Наука, 1981. — 176 с.

8. Писарев Н. М., Тамбовцев В. И., Усачёв В. К. // Электронная обработка материалов. 1987. № 1. С. 49.
9. Тамбовцев В. И. // Теплофизика высоких температур. 1997. Т. 35, № 3. С. 492.
10. Пилюгин Н. Н., Баулин Н. Н. // Астрономический вестник. 1993. Т. 27, № 6. С. 69.

Челябинский госуниверситет, г. Челябинск, Россия

Поступила в редакцию
25 мая 1999 г.

CHARGE SEPARATION IN IONIZED FLOWS

V. I. Tambovtsev

We consider the models of electrokinetic charge separation in ionized flows in quasi-static and dynamic approximations. Agreement between our theoretical results and the known data gives evidence that the phenomena studied can be observed in the ionospheric D layer.

УДК 537.874

О ВОЗМОЖНОСТИ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ МЕТЕОРАДАРА МИЛЛИМЕТРОВОГО ДИАПАЗОНА ДЛИН ВОЛН ДЛЯ РАДИОАКУСТИЧЕСКОГО ЗОНДИРОВАНИЯ АТМОСФЕРЫ

В. О. Рапопорт, Н. А. Митяков

Предложенное А. Л. Фабрикантом использование в системах радиоакустического зондирования атмосферы метеорадаров миллиметрового диапазона длин волн, работающих в режиме амплитудной модуляции радиоимпульса, открывает новые возможности в исследованиях атмосферы. Однако выбранные А. Л. Фабрикантом схема и методика измерений далеки от оптимальных. Даже использование акустических излучателей с рекордной мощностью даёт возможность проводить измерения лишь до высоты $1,5 \div 2$ км. В настоящей статье рассматриваются методы оптимизации системы. Предложены технические решения, которые позволяют существенно (на 4 порядка) увеличить отношение сигнал/шум по сравнению с оценками А. Л. Фабриканта. Рассмотрено влияние ветра и температурных градиентов в атмосфере на работу системы. В отличие от обычных систем радиоакустического зондирования малые угловые размеры диаграммы направленности миллиметрового радара практически полностью исключают потери эффективности работы системы из-за ветрового сноса акустического зеркала. Показано, что для стандартных параметров миллиметрового радара и акустического излучателя можно увеличить высоту зондирования до $10 \div 15$ км. Предложенная система позволяет измерять концентрацию аэрозолей, профили температуры и ветра в атмосфере, а также исследовать турбулентные процессы в активные (предгрозовые, грозовые) периоды. Кроме того, такая система является достаточно компактной для её установки на подвижную платформу.

В 1991 г. А. Л. Фабрикантом была рассмотрена возможность использования для радиоакустического зондирования атмосферы метеорадара миллиметрового диапазона длин волн с синусоидальной амплитудной модуляцией радиоимпульсов [1].

В обычной схеме радиоакустического зондирования атмосферы имеет место брэгговское рассеяние радиосигнала на периодической структуре диэлектрической проницаемости воздуха ϵ , связанной с распространением акустической волны. Доплеровское смещение частоты рассеянного сигнала определяется скоростью звука, что позволяет определить температуру атмосферы на высоте зондирования [2]. Сигнал миллиметрового радара рассеивается на аэрозолях с размерами много меньше длины волны. При наличии звуковой волны возникает модуляция плотности аэрозолей. Будем считать, что выполняется условие, аналогичное условию Брэгга для радиоакустического зондирования: $2 \Delta k = K$, где Δk и K — волновые числа огибающей сигнала радара и акустической волны. В этом случае частота модуляции интенсивности рассеянного сигнала будет сдвинута на частоту звука относительно частоты модуляции излучаемого сигнала. Как и при радиоакустическом зондировании, измерение доплеровского сдвига частоты модуляции позволяет получить температурный профиль атмосферы.

Целью настоящей работы является исследование возможностей практической реализации использования миллиметрового радара для получения профилей температуры и ветра в облачной атмосфере.

При использовании миллиметрового радара ширина его диаграммы направленности (порядка долей градуса) всегда существенно меньше ширины пучка радиоволн в обычных ультракоротковолновых и коротковолновых радиоакустических системах. Поэтому в данном случае могут быть существенными дифракционные эффекты сигнала модуляции. Требуется также определить возможности наклонного зондирования атмосферы при использовании миллиметровой системы радиоакустического зондирования. И, наконец, в статье рассматриваются способы оптимизации преобразования и обработки сигнала миллиметровой системы радиоакустического зондирования атмосферы для улучшения отношения сигнала к шуму энергетического потенциала, что позволяет сделать эту систему практически реализуемой.

Рассмотрим простейший случай радиоакустического зондирования атмосферы с использованием миллиметрового радара. В отличие от [1], где радар излучает тригармоническую волну, рассмотрим более простой случай, когда амплитудная модуляция осуществляется за счёт одновременного излучения сигналов на частотах ω и $\omega + \Delta\omega$ (волновые числа соответственно равны k и $k + \Delta k$). Пусть акустическая система излучает непрерывную волну с частотой Ω и волновым числом $K = \Omega/c_s$. Расчёт рассеянного поля будем проводить в соответствии с методикой, изложенной в [2], полагая, что горизонтальная координата элементарного объёма рассеяния $\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$ существенно меньше высоты зондирования z и расстояние до элементарного объёма рассеяния можно представить в виде $r = z + \rho^2/2z$.

Пусть поле на раскрые антенны радара имеет вид

$$E_t = E_0 \exp\left(-i\omega t - \frac{\rho_t^2}{2\rho_0^2} - \frac{c^2 t^2}{2l^2}\right),$$

где $\rho_t = \sqrt{x_t^2 + y_t^2}$ — расстояние от центра антенны, l/c — длительность импульса, ρ_0 — диаметр антенны. Тогда электрическое поле волны

$$E(\mathbf{r}) = \frac{iE_0 k}{r} \exp\left[-i\omega t - \frac{c^2(t - z/c)^2}{2l^2}\right] \int \exp\left[-\frac{\rho_t^2}{2\rho_0^2} + ikz + ik\frac{(\rho - \rho_t)^2}{2z}\right] dx_t dy_t. \quad (1)$$

Интенсивность рассеянного поля на поверхности Земли

$$E_s E_s^* = [E_s(\omega, k) + E_s(\omega + \Delta\omega, k + \Delta k)] [E_s^*(\omega, k) + E_s^*(\omega + \Delta\omega, k + \Delta k)],$$

где $*$ обозначает комплексное сопряжение. Далее мы будем интересоваться только слагаемым, которое содержит частоту модуляции сигнала радара $\Delta\omega$.

Интенсивность амплитудной модуляции рассеянного поля на поверхности Земли

$$\begin{aligned} I(\rho_s) &= E_s(\omega, k) E_s^*(\omega + \Delta\omega, k + \Delta k) p(z) = \\ &= \frac{E_0^2 g_a k^2 N_0 \sigma}{z^5} \exp[-i\Delta\omega t + i\Omega t] \int dx_{t1} dx_{t2} dx dy_{t1} dy_{t2} dy dz \exp\left[2ik\Delta k z - iKz - \frac{(z - z_0)^2}{2l^2}\right] \times \\ &\times \exp\left[-\frac{\rho_{t1}^2}{2\rho_0^2} - \frac{\rho_{t2}^2}{2\rho_0^2} + ik\frac{(\rho - \rho_{t1})^2}{2z} + i\Delta k\frac{(\rho - \rho_{t1})^2}{2z} - ik\frac{(\rho - \rho_{t2})^2}{2z} + i\Delta k\frac{(\rho - \rho_{t2})^2}{2z} - \right. \\ &\left. - iK\frac{\rho^2}{2z} - i\frac{K(\mathbf{u}\rho)}{2}\right]. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь $p(z)$ — давление акустической волны,

$$\frac{g_a}{z} = \frac{1}{z} \sqrt{\frac{P_a G_a}{2\pi\rho_a c_s^3}}$$

— число Маха акустической волны на высоте z для излучателя с мощностью P_a и коэффициентом усиления G_a , σ — поперечник рассеяния частицы аэрозоля, N_0 — концентрация аэрозольных частиц, ρ_a — плотность воздуха, $z_0 = ct/2$ — высота, на которой находится центр импульса в момент времени $t/2$, $\mathbf{u} = c_s^{-1} \partial \mathbf{v} / \partial z$, $\mathbf{v}$ — горизонтальная компонента скорости ветра (предполагается, что $\mathbf{u}$ — постоянная величина); учтено также, что элементарные рассеиватели δ -коррелированы.

После преобразования интеграла в выражении (2) при выполнении условий синхронизма $2\Delta k = K$ и в приближении $\Delta k \ll k$ и $\rho_0^2 \ll z/k$ получим

$$I(\rho_s) = \frac{\pi\rho_0^2 E_0^2 g_a l N_0 \sigma}{z^3} \exp\left[-\frac{\Delta k^2 (\rho_s - \mathbf{u}z)^2}{4k^2 \rho_0^2} - \frac{\Delta k^2 \rho_s^4 l^2}{64z^4} - \frac{i\Delta k \rho_s^2}{2z}\right]. \quad (3)$$

Средний поперечник рассеяния капли при условии $kd \ll 1$, где d — радиус капли, определяется выражением $\sigma = (4\pi/3)^2 k^4 \langle d^6 \rangle$. Здесь угловые скобки обозначают усреднение по ансамблю частиц. Оценки интенсивности рассеянного сигнала, как и в [1], будут сделаны для распределения Хргиана—Мазина капель по диаметрам

$$f(d) = \frac{27d^2}{16D_k^3} \exp\left(-\frac{3d}{2D_k}\right).$$

Окончательно мощность сигнала, принимаемого антенной радара, будет равна

$$P_s = \frac{P_0 g_a l k^4 \langle d^6 \rangle N_0 A_s}{4\pi z^3} \exp\left[-\frac{\Delta k^2 (\rho_s - \mathbf{u}z^2)^2}{4k^2 \rho_0^2} - \frac{\Delta k^2 \rho_s^4 l^2}{64z^4} - \frac{i \Delta k \rho_s^2}{2z}\right] \exp[-i \Delta \omega t + i \Omega t], \quad (4)$$

где P_0 — импульсная мощность передатчика, A_s — площадь приёмной антенны. Таким образом, отношение P_s/P_0 определяется коэффициентом радиолокационного отражения $l k^4 \langle d^6 \rangle N_0$, числом Маха акустической волны g_a/z , площадью приёмной антенны A_s и высотой зондирования.

Распределение интенсивности рассеянного сигнала на поверхности Земли определяется действительной частью показателя экспоненты в выражении (4). Первое слагаемое в экспоненте содержит характерный масштаб фокального пятна $R_1 = 2k\rho_0/\Delta k$, во втором слагаемом характерный масштаб $R_2 \approx 3z/\sqrt{\Delta k l}$ определяется длиной l импульса. Если масштаб R_1 связан с отражением сигнала от сферического зеркала и характеризует размер его фокального пятна, то масштаб R_2 определяется диаграммой направленности протяжённого вдоль оси z источника рассеянного сигнала (аналогично антенне бегущей волны). В обычных системах радиоакустического зондирования основную роль в формировании рассеянного сигнала играет фокальное пятно сферического зеркала, поскольку всегда выполняется неравенство $R_2 \gg R_1$. В системе радиоакустического зондирования в миллиметровом диапазоне длин волн луч радара может быть настолько узким, что размер пятна будет определяться величиной R_2 . Эти масштабы сравниваются при ширине диаграммы направленности радара $\theta = 4,5^\circ$ для $z = 2$ км, $l = 300$ м, $\Lambda = 2\pi/\Delta k = 2$ м.

В системе радиоакустического зондирования дальность зондирования ограничивается не только возможностями лоатора и мощностью акустического пучка, но и влиянием температурных градиентов и ветра в атмосфере [3, 4]. Градиент температуры искажает сферическую форму акустического зеркала, что увеличивает размер фокального пятна и уменьшает интенсивность рассеянного сигнала. Закон убывания сигнала на больших высотах изменяется от z^{-2} до z^{-6} , что приводит к резкому снижению уровня сигнала. Ветер сносит акустическое зеркало и смещает фокальное пятно на расстояние $\rho_v = \mathbf{u}z^2$. Даже слабый ветер со средней скоростью около 3 м/с смещает фокальное пятно на 60 м при высоте зондирования около 3 км. Поэтому в системах радиоакустического зондирования для увеличения вероятности приёма сигнала приходится использовать несколько разнесённых акустических излучателей и (или) антенну радара больших размеров.

Система радиоакустического зондирования в миллиметровом диапазоне длин волн с достаточно узким лучом лоатора не столь критична к ветровому сносу фокального пятна из-за его больших размеров. Действительно, если лоатор работает на длине волны 8 мм с параболическим зеркалом размера 1 м, а его импульс имеет амплитудную модуляцию на частоте 150 МГц, то размер пятна составляет $R_1 \approx 500$ м, что на порядок превышает приведённую выше оценку ветрового сноса пятна. Это означает, что луч радара может быть смещён от вертикали в пределах угла R_1/z . Температурный градиент определяет конечный размер области синхронизма

$$l_s = \left(\frac{k}{T_a} \frac{\partial T_a}{\partial r} \right)^{-1/2}.$$

Здесь дифференцирование проводится вдоль луча лоатора, который, как сказано выше, может быть направлен не только вдоль оси z , но и отклоняться от вертикали (в пределах угла R_1/z). Последнее

позволяет определять направление и скорость ветра, как это уже отмечалось в [1]. Влияние температурного градиента становится существенным, если размер области синхронизма l_s меньше длины импульса l . Поэтому при значительном градиенте температуры для оптимального приёма следует ограничивать длительность импульса величиной $l \approx l_s$.

Перейдём к обсуждению возможностей реализации метода радиоакустического зондирования в миллиметровом диапазоне длин волн. Напомним сначала оценки возможностей такого зондирования для параметров системы и схемы регистрации сигнала, приведённых в [1]. Параметры радара в рассмотренной в [1] установке были следующими: частота $f = \omega/(2\pi) = 40$ ГГц, импульсная мощность $P_0 = 250$ кВт, диаметр антенны $\rho_0 = 1$ м, глубина амплитудной модуляции 100 %, частота модуляции $\Delta f = \Delta\omega/(2\pi) = 150$ МГц, температура входа приёмника $T = 10^{-4}$ К; параметры акустической установки: частота $F = \Omega/(2\pi) = 300$ Гц, эффективная мощность $PG = 64$ кВт (16 излучателей по 250 Вт каждый, $G = 256$ — коэффициент направленного действия антенны). В [1] принято, что средний размер капель $r_k = 8,5$ мкм, а их концентрация $N_0 = 600$ см $^{-3}$. В схеме Фабриканта сигнал с антенны радара поступает на приёмник с полосой, определяемой частотой модуляции $\delta f = 2\Delta f = 300$ МГц, затем сигнал детектируется. Максимальная высота зондирования (для которой $P_s = P_n$) определяется мощностью шума приёмника $P_n = kT\delta f = 4 \cdot 10^{-11}$ Вт и не превышает 3 км.

Рассмотрим другую схему преобразования и обработки сигналов миллиметрового радиоакустического зондирования, которая позволяет существенно снизить мощность шума P_n и увеличить высоту зондирования. На рис. 1 схематически показаны спектры суммы сигнала и шума при последовательных преобразованиях сигнала на выходе приёмника. С помощью гетеродина сигналы микроволнового диапазона преобразуются в сигналы УКВ диапазона. Частота гетеродина f_H выбирается таким образом, чтобы $f < f_H < f + \Delta f$ (рис. 1а). После гетеродинирования спектр сигнала в УКВ диапазоне будет иметь вид, показанный на рис. 1б. Далее сигналы на частотах $f_H - f$ и $f + \Delta f - f_H$ пропускаются по двум каналам, содержащим фильтры с полосой $\Delta f_r = 1/\tau$, где $\tau = l/c$ — длительность импульса радара (канал 1 — рис. 1в, канал 2 — рис. 1г), и перемножаются. В результате перемножения сигналов, прошедших через каналы 1 и 2, выделяется суммарная частота $\Delta f - F$ (рис. 1д). Все нестабильности частот сигнала и гетеродина при этом компенсируются, поэтому высокие требования предъявляются только к стабильности частоты модуляции радиоимпульса радара. Только после нелинейного преобразования в спектре сигнала появляется линия на частоте $\Delta f + F_1$, где частота F_1 близка к частоте источника звука F . До перемножения эта линия была скрыта в корреляционных связях сигнала на двух частотах радара. Сигнал на частоте $\Delta f - F_1$ ничем не отличается от сигнала, рассеянного акустической волной в классической схеме радиоакустического зондирования атмосферы. Частота $F_1 = 2\Delta k c_s$ определяет скорость звука c_s , а следовательно, и температуру T_a в атмосфере.

Далее, как и в обычной радиоакустике, производится фильтрация с полосой $\Delta F_1 \approx 1/\tau_a$, где τ_a — длительность акустического импульса, т. е. с полосой порядка 1 Гц. Затем для вычисления энергетического спектра полученный узкополосный сигнал умножается на комплексно сопряжённую величину. В результате можно получить спектр сигнала вблизи частоты акустического излучателя. Схематически он показан на рис. 1е, где нулевая частота соответствует центральной частоте сигнала, спектр которого изображён на рис. 1д. Спектральная линия, расположенная вблизи нулевой частоты, соответствует рассеянному сигналу, который наблюдался бы и в отсутствие акустической волны. Сигнал, рассеянный акустической волной, в число Маха раз меньше сигнала на нулевой частоте и смещён на частоту $F_1 \approx 300$ Гц. Этот сигнал несёт информацию о скорости звука в атмосфере. Изложенная выше методика обработки соответствует условиям оптимального приёма сигнала миллиметрового радиоакустического зондирования.

В случае реализации предложенной методики мощность шума будет определяться следующим образом. При приёме единичного импульса рассеянного сигнала мощность шума определяется выражением $P_n = kT\Delta f_r$, где T — шумовая температура входа приёмника. Уже это обстоятельство суще-

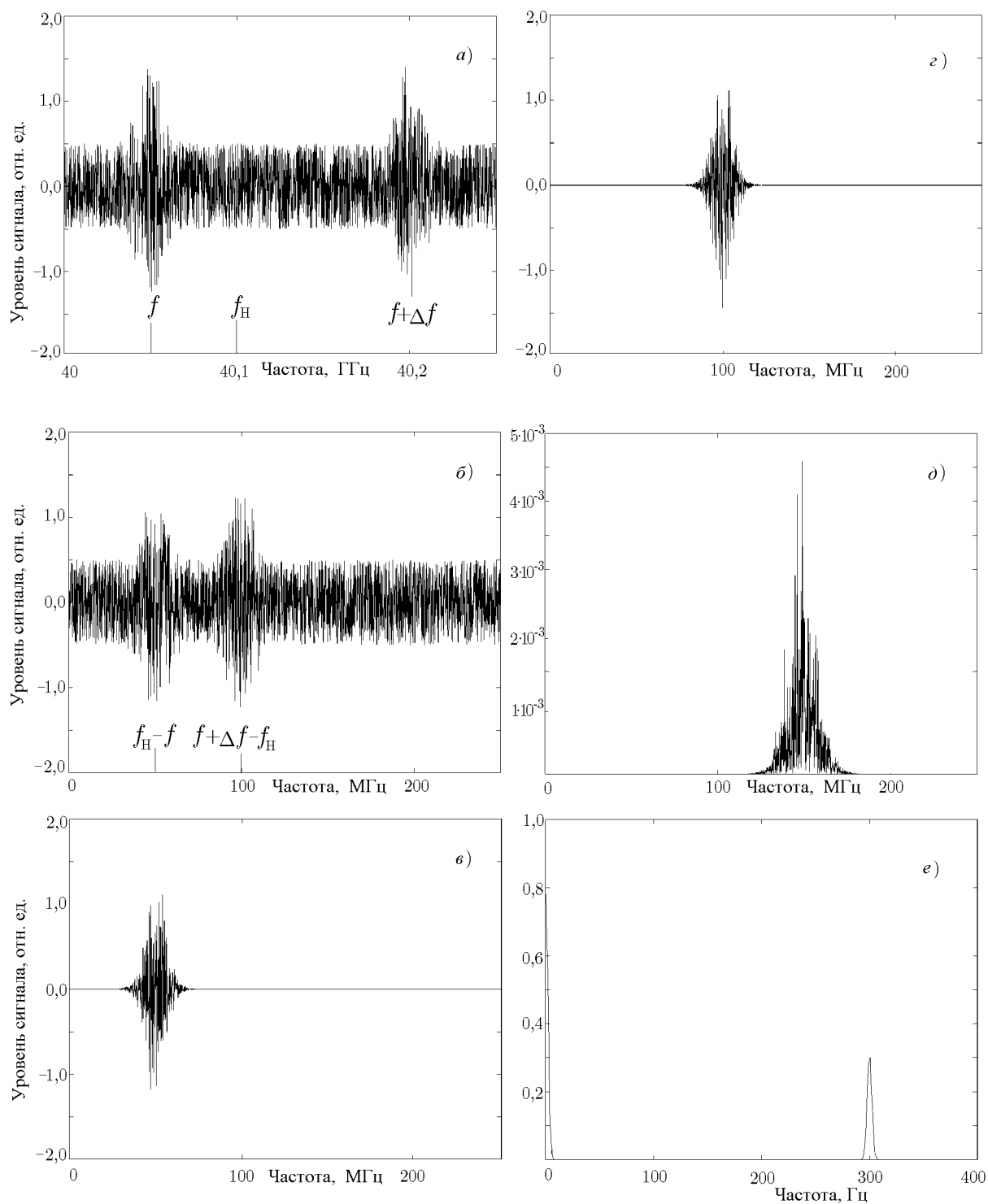


Рис. 1

ственно (в число периодов модуляции в импульсе радара, т. е. примерно в 1 000 раз) увеличивает отношение сигнал/шум по сравнению со схемой [1]. Дальнейшее накопление сигнала происходит в процессе спектрального анализа. Суммирование отдельных импульсов (суммирование мощностей) даёт

выигрыш $\sqrt{F_p/\Delta F}$, где F_p — частота повторения импульсов радара, ΔF — ширина спектрального окна фурье-анализа.

Окончательно после спектральной обработки (нахождения энергетического спектра) мы получим мощность шума $P_{\text{eff}} = kT \Delta f_r (F_p/\Delta F)^{-1/2}$, которая определяется как когерентным, так и некогерентным накоплением. При шумовой температуре входа приёмника $T = 10^{-4}$ К для $\Delta f_r = 250$ кГц, $\tau = 4$ мкс, $F_p = 2,5$ кГц, $\Delta F = 1$ Гц мощность шума $P_{\text{eff}} = 7 \cdot 10^{-16}$ Вт. Это почти на 5 порядков меньше мощности шума P_n , полученной в схеме Фабриканта. Энергетический выигрыш предложенной выше системы преобразования и обработки сигнала составляет, таким образом, $P_n/P_{\text{eff}} = 5 \cdot 10^4$.

Именно этот факт позволяет существенно уменьшить мощность акустической системы радиоакустического зондирования и использовать стандартные акустические излучатели. Пусть акустический излучатель на частоте 300 Гц имеет мощность 100 Вт, а радар — указанные выше параметры. Тогда для предложенной системы преобразования и обработки сигнала максимальная дальность локации (для которой $P_s/P_{\text{eff}} \approx 1$) составит 13 км (разумеется, если на этой высоте имеются аэрозоли с концентрацией капель $N_0 = 600 \text{ см}^{-3}$).

Выбор частоты модуляции локатора и, соответственно, частоты акустического сигнала определяется следующими обстоятельствами. При использовании быстрого преобразования Фурье частотное разрешение определяется из условия $\Delta F/F = \Delta T_a/(2T_a)$, где ΔT_a — погрешность измерения температуры атмосферы, $\Delta F \approx 1/\tau_a$, $\tau_a \sim 1$ с. Если $\Delta T_a \approx 2$ К, то оптимальная частота акустического сигнала $F \approx 300$ Гц. На низких высотах, где отношение сигнал/шум велико, можно использовать методики, позволяющие получить лучшее отношение $\Delta F/F$ (например метод максимальной энтропии). Высокое отношение сигнал/шум необходимо и для реализации фазового метода обработки сигналов радиоакустического зондирования [5].

Предложенная выше система может быть использована и для исследования турбулентной структуры атмосферы. В этом случае сигнал на частоте модуляции будет характеризовать спектральную плотность турбулентности с масштабом, определяемым соотношением $k_{\text{turb}} \approx 2 \Delta k$ (условие пространственного синхронизма). Доплеровское смещение частотного спектра позволит определить скорость перемещения воздушных масс, которая в активные периоды составляет $30 \div 50$ м/с. На частоте модуляции $\Delta f = 150$ МГц соответствующее таким скоростям доплеровское смещение частоты будет больше 60 Гц. Возможность оперативного изменения частоты модуляции и сканирования лучом антенны радара, в принципе, позволяет исследовать трёхмерную картину турбулентности в широком диапазоне масштабов.

Таким образом, предложенные выше схемы преобразования и обработки сигнала радиоакустического зондирования в миллиметровом диапазоне длин волн дают возможность существенно (более чем на 4 порядка) улучшить отношение сигнал/шум по сравнению с оценками, приведёнными в [1].

Система радиоакустического зондирования в миллиметровом диапазоне длин волн особенно полезна для измерений в активные (предгрозовые и грозовые) периоды и позволяет определять не только концентрацию аэрозолей, но и профили температуры и ветра в атмосфере, а также получать информацию о турбулентных процессах. Кроме того, такая система является достаточно компактной и может быть приспособлена для измерений на подвижных платформах.

Работа была инициирована В. Ю. Трахтенгерцем (ИПФ РАН) и С. Ф. Клиффордом (Лаборатория исследований окружающей среды, Боулдер, США) в процессе обсуждения атмосферных исследований. Авторы выражают им искреннюю признательность.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 00–02–17372).

ЛИТЕРАТУРА

1. Фабрикант А. Л. // Изв. вуз. Радиофизика. 1991. Т. 34, № 1. С. 12.

2. Гурвич А. С., Кон А. И., Татарский В. И. // Изв. вуз. Радиофизика. 1987. Т. 30, № 5. С. 451.
3. Lataites R. J. // Radio Sci. 1992. V. 27, № 3. С. 369.
4. Рапопорт В. О., Митяков Н. А., Зиничев В. А., Белова Н. И. // Изв. вуз. Радиофизика. 1997. Т. 40, № 5. С. 616.
5. Рапопорт В. О., Митяков Н. А., Зиничев В. А., Белова Н. И., Сазонов Ю. А. // Изв. вуз. Радиофизика. 1997. Т. 40, № 11. С. 1355.

Научно-исследовательский радиофизический институт,
г. Нижний Новгород, Россия

Поступила в редакцию
5 июля 2000 г.

POSSIBLE USE OF A MILLIMETER-WAVE METEORADAR FOR RADIOACOUSTIC SOUNDING OF THE ATMOSPHERE

V. O. Rapoport and N. A. Mityakov

The use of millimeter-wave meteoradars with amplitude modulation of radio pulse in systems of radio-acoustic sounding of the atmosphere was proposed by A. L. Fabrikant and opened new opportunities in atmospheric research. However, experimental layout and technique chosen by A. L. Fabrikant are far from optimal. Even using record-power acoustic emitters, one can only perform measurements at heights not larger than 1.5–2 km. In this paper, we consider the methods for optimization of the system. We propose design solutions which improve significantly (by a factor of about 10^4) the signal-to-noise ratio in comparison with the estimates given by A. L. Fabrikant. The influence of wind and temperature gradients on the system operation is considered. In contrast to conventional systems of radioacoustic sounding, the use of a millimeter-wave radar with a narrow angular pattern allows one to avoid losses in efficiency due to wind drift of the acoustic mirror. We show that the sounding height of such a system comprising standard-parameter millimeter radar and acoustic emitter can be increased up to 10–15 km. The system proposed allows one to measure aerosol content and temperature and wind profiles in the atmosphere, as well as to study turbulent processes during active (e.g., prestorm or thunderstorm) periods. Moreover, such a system is compact enough to be mounted on mobile platforms.

УДК 533.951

О РАСПРОСТРАНЕНИИ ВОЛН В ВОЛНОВОДЕ С РЕЗОНАНСНОЙ ПЕРИОДИЧЕСКОЙ НЕОДНОРОДНОСТЬЮ ИМПЕДАНСА ГРАНИЦЫ

Л. П. Коган

В работе изучается влияние периодической неоднородности импеданса границы на поле вертикального электрического диполя, помещённого в волновод. Период неоднородности считается близким к длине волны, излучаемой источником в свободном пространстве. Найдено аналитическое представление для поля в волноводном канале. Получены оценки для периода возмущения, при котором наиболее эффективно возбуждается мода с заданным номером.

ВВЕДЕНИЕ

В данной работе исследуется возбуждение вертикальным электрическим диполем волн в плоском волноводе с периодически неоднородной верхней стенкой. Неоднородность моделируется введением периодического одномерно-неоднородного импеданса соответствующей границы. Изучается резонансный случай, когда длина волны, излучаемой в свободном пространстве источником, мало отличается от периода неоднородностей.

Подобная постановка задачи позволяет на модельном уровне получить оценки влияния периодических и квазипериодических неоднородностей на поле вертикального электрического диполя (ВЭД), помещённого в волновод. Помимо технических приложений, примером подобных неоднородностей могут, в частности, служить внутренние гравитационные волны (ВГВ), возмущающие ионосферную границу волновода Земля—ионосфера. Под их влиянием квазипериодически (по отношению к горизонтальным координатам) изменяется как проводимость границы, так и высота волновода вдоль участка, на который падает волна. Характерный горизонтальный масштаб (период) ВГВ составляет порядка $15 \div 35$ км. Поэтому при распространении сверхдлинных электромагнитных волн длина волны может оказаться почти такой же, что и период возмущения границы волновода. Следовательно, возможно возникновение резонансного рассеяния. При этом частота таких электромагнитных волн является несоизмеримо большей, чем характерная частота ВГВ. В силу этого при постановке граничной задачи возмущение импеданса будем считать неизменным во времени.

В приближении модельной задачи подобная неоднородность может быть учтена введением периодического возмущения как реальной, так и мнимой частей импеданса ионосферной границы волновода.

Необходимо указать, что в применении к проблемам распространения и излучения электромагнитных волн в полупространстве с подобными граничными неоднородностями соответствующие задачи рассматривались в ряде публикаций, в том числе в [1–8]. Отметим, в частности, что в работах [4–5] предложен достаточно общий метод, на основе которого с использованием теоремы Флоке задача о влиянии границы с периодически неоднородным импедансом на распространение электромагнитных волн сводится к исследованию содержащего цепные дроби характеристического уравнения для постоянной распространения.

Вместе с тем сохраняет актуальность вопрос о распространении волн, излучаемых ВЭД в волноводном канале с указанной периодической неоднородностью импеданса границы. В общем случае особенность задачи заключается в том, что даже при условии малости амплитуды возмущения импеданса по сравнению с его регулярным значением для вычисления влияния возмущения может оказаться недостаточно одного борновского приближения. Это связано с резонансным характером рассеяния,

при котором возможно появление больших слагаемых в старших приближениях метода возмущений. В силу этого в статье при получении решения вычисляются также и высшие приближения теории возмущений. В итоге удаётся ограничиться только двумя первыми приближениями, поскольку все остальные в рассматриваемых условиях оказываются экспоненциально малы.

Предложенный способ вычисления поля, очевидно, может быть использован и в случае сильного импедансного возмущения, амплитуда которого соизмерима с регулярным значением импеданса границы.

Для решения используется (в модифицированном виде) методика, предложенная ранее в работах [10–12], где рассматривалось воздействие плавно неоднородного в масштабе длины волны периодического и квазипериодического возмущений импеданса границы волновода на поле вертикального электрического диполя, помещённого в волноводный канал. Как и в [10–12], источник и точку наблюдения считаем размещёнными на нижней стенке волновода, высота которого много больше длины волны.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим волновод высоты h . В точке с координатами $\mathbf{R}_0 = \mathbf{R}_0(x_0, y_0, z_0)$ расположен ВЭД с дипольным моментом $\mathbf{P}_0 \exp(i\omega t) = P_0 \delta(x - x_0) \times \delta(y - y_0) \delta(z - z_0) \exp(i\omega t) \mathbf{z}^0$, где (x, y, z) — декартова система координат, $\delta(x)$ — дельта-функция (см. рис. 1).

Нижнюю границу волновода считаем однородной и обладающей нулевым импедансом. Граничные условия на верхней стенке зададим в виде

$$\mathbf{E}_\tau = Z_0 \eta [\mathbf{H}_\tau, \mathbf{z}^0], \quad (1)$$

где $\mathbf{E}_\tau$ и $\mathbf{H}_\tau$ — касательные к плоскости границы компоненты электрического и магнитного полей, возбуждаемых ВЭД; $Z_0 = \sqrt{\varepsilon_0/\mu_0}$. Коэффициент η в формуле (1) — одномерно-неоднородный периодический в направлении оси x импеданс вида

$$\eta(x) = \eta_0 + \eta^{(\pm)}(x), \quad (2)$$

где $\eta^{(\pm)}(x) = a \exp(\pm imx)$, $\eta_0 = \text{const}$ ($\text{Im } \eta_0 = 0$), $\eta_0 > 0$, $a = \text{const}$, $|a| \leq \eta_0$, $m > 0$ — горизонтальное вещественное волновое число возмущения. При этом полагаем, что волновое число k_0 волны, излучаемой данным источником, по порядку величины близко к m , так что выполняется неравенство

$$|k_0 - m| \ll k_0. \quad (3)$$

Пусть также $\lambda \simeq l \ll h$, где $\lambda = 2\pi/k_0$ и $l = 2\pi/m$ — соответственно длина волны излучения ВЭД в свободном пространстве и период возмущения импеданса как функции координаты x .

Поставим задачу вычисления компоненты H_y магнитного поля, возбуждаемого ВЭД, на нижней стенке волновода. Искомое поле при наличии возмущения вида $\eta^{(-)}(x)$ будем обозначать как $H_y^{(-)}$, а в случае $\eta^{(+)}(x)$ — как $H_y^{(+)}$.

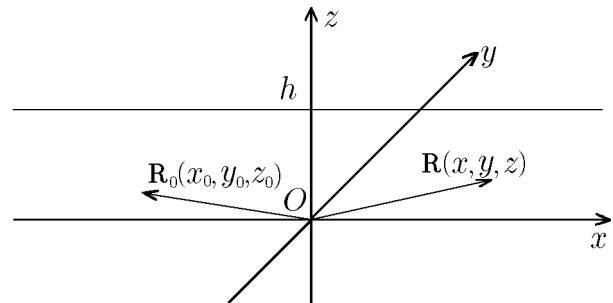


Рис. 1

2. ИНТЕГРАЛЬНОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ДЛЯ ПОЛЯ H_y

Согласно работам [7–9] для поля H_y можно записать следующее интегральное уравнение:

$$H_y^{(\pm)}(\mathbf{R}_0; \mathbf{R}) = H_{y,0}(\mathbf{R}_0; \mathbf{R}) + \chi \int_{S_1} \left(G_0(\mathbf{R}_1; \mathbf{R}) \frac{\partial H_y^{(\pm)}(\mathbf{R}_0; \mathbf{R}_1)}{\partial z_1} - \frac{\partial G_0(\mathbf{R}_1; \mathbf{R})}{\partial z_1} H_y^{(\pm)}(\mathbf{R}_0; \mathbf{R}_1) \right) dS_1, \quad (4)$$

При этом справедливы граничные условия

$$\frac{\partial H_y^{(\pm)}(\mathbf{R}_0; \mathbf{R})}{\partial z} = \left[-ik_0 \eta(x) H_y^{(\pm)}(\mathbf{R}_0; \mathbf{R}) + \frac{\partial H_z^{(\pm)}(\mathbf{R}_0; \mathbf{R})}{\partial y} \right] \Big|_{z=h}, \quad (5)$$

$$\frac{\partial G_0(\mathbf{R}_0; \mathbf{R})}{\partial z} = -ik_0 \eta_0 G_0(\mathbf{R}_0; \mathbf{R}) \Big|_{z=h}. \quad (6)$$

Для возмущённого поля H_y краевое условие записано с учётом поляризации. Здесь $H_{y,0}$ — искомая компонента напряжённости магнитного поля в невозмущённом волноводе ($\eta^{(\pm)} = 0$), электромагнитное поле в котором может быть описано с помощью вектора Герца $\mathbf{G}_0 = G_0 \mathbf{z}^0$; $\chi = \varepsilon_0 / P_0$. Интегрирование в (4) ведётся по плоскости верхней стенки ($z_1 = h$), при этом $dS_1 = dx_1 dy_1$. Также положим $\mathbf{R}_0 = (0, 0, z_0)$ (источник находится над началом координат), а радиус-вектор точки наблюдения определим как $\mathbf{R}(x, y, z)$, где $x > 0$. У функции $H_y^{(\pm)}$, как и у потенциала G_0 , первый аргумент есть координата источника, а второй — точки наблюдения.

Покажем, что в рассматриваемом случае компонента $H_z^{(\pm)}$ магнитного поля на уровне верхней стенки тождественно равна нулю. Прежде всего отметим, что $H_z^{(\pm)}$, как и все другие проекции векторов напряжённости электрического и магнитного полей, в силу симметрии задачи является чётной функцией относительно координаты y точки наблюдения: $H_z^{(\pm)}(-y) = H_z^{(\pm)}(y)$. Следовательно, все производные нечётного порядка $\partial^{2n+1} H_z^{(\pm)}(y) / \partial y^n \Big|_{y=0} = 0$, где $n = 0, 1, 2, \dots$

Теперь продифференцируем выражение (5) по переменной y , взяв производную нечётного порядка:

$$\frac{\partial^{2n+1}}{\partial y^{2n+1}} \left[\frac{\partial H_y^{(\pm)}(\mathbf{R}_0; \mathbf{R})}{\partial z_1} \right] = \left[-ik_0 \eta(x) \frac{\partial^{2n+1} H_y^{(\pm)}(\mathbf{R}_0; \mathbf{R})}{\partial y^{2n+1}} + \frac{\partial^{2n+2} H_z^{(\pm)}(\mathbf{R}_0; \mathbf{R})}{\partial y^{2n+2}} \right] \Big|_{z=h, y=0}. \quad (7)$$

Поскольку $H_y^{(\pm)}$ — тоже чётная функция y , то левая часть формулы (7) и первое слагаемое в правой части равны нулю. Следовательно,

$$\frac{\partial^{2n+2} H_z^{(\pm)}(\mathbf{R}_0; \mathbf{R})}{\partial y^{2n+2}} \Big|_{z=h, y=0} = 0.$$

Поэтому и чётные производные по переменной y при $y = 0$ также равны нулю. Очевидно, что при расположении источника на нижней границе волновода создаваемое им на верхней стенке поле является непрерывной функцией, которую можно представить в виде ряда Тейлора по переменным x, y в любой точке. В силу этого получаем, что при разложении в ряд Тейлора по переменной y при $y = 0$ все производные оказываются равны нулю. Это означает, что функция H_z на уровне верхней стенки не зависит от y . Так как при $y \rightarrow \infty$ поле $H_z \rightarrow 0$, то в итоге получаем, что $H_z \equiv 0$ при $z = h$.

В результате для поля $H_y^{(\pm)}$ записываем следующее интегральное уравнение:

$$H_y^{(\pm)}(\mathbf{R}_0; \mathbf{R}) = H_{y,0}(\mathbf{R}_0; \mathbf{R}) + (-ik_0\chi) \int_{S_1} H_y^{(\pm)}(\mathbf{R}_0; \mathbf{R}_1) \eta^{(\pm)}(\mathbf{R}_1) G_0(\mathbf{R}_1; \mathbf{R}) dS_1. \quad (8)$$

Таким образом, в данном случае удаётся, несмотря на эффект поляризации, свести задачу к скалярной. Это становится возможным в силу того, что трасса распространения проходит перпендикулярно линиям уровня одномерно-неоднородного импеданса. Данное обстоятельство позволяет воспользоваться симметрией системы и исключить из интегрального уравнения для поля H_y поляризационное слагаемое.

Перейдём к анализу полученного соотношения. Из (8) следует, что

$$H_y^{(\pm)}(\mathbf{R}_0; \mathbf{R}_1) = H_{y,0}(\mathbf{R}_0; \mathbf{R}_1) + (-ik_0\chi) \int_{S_2} H_y^{(\pm)}(\mathbf{R}_0; \mathbf{R}_2) \eta^{(\pm)}(\mathbf{R}_2) G_0(\mathbf{R}_2; \mathbf{R}_1) dS_2. \quad (9)$$

Подставляя правую часть (9) вместо множителя $H_y^{(\pm)}(\mathbf{R}_0; \mathbf{R}_1)$, стоящего под знаком интеграла в выражении (4), получаем следующее соотношение:

$$\begin{aligned} H_y^{(\pm)}(\mathbf{R}_0; \mathbf{R}) &= H_{y,0}(\mathbf{R}_0; \mathbf{R}) + (-ik_0\chi) \int_{S_1} H_{y,0}(\mathbf{R}_0; \mathbf{R}_1) \eta^{(\pm)}(\mathbf{R}_1) G_0(\mathbf{R}_1; \mathbf{R}) dS_1 + \\ &+ (-ik_0\chi)^2 \int_{S_1} \int_{S_2} H_y^{(\pm)}(\mathbf{R}_0; \mathbf{R}_2) \eta^{(\pm)}(\mathbf{R}_2) G_0(\mathbf{R}_2; \mathbf{R}_1) \eta^{(\pm)}(\mathbf{R}_1) G_0(\mathbf{R}_1; \mathbf{R}) dS_2 dS_1. \end{aligned}$$

После многократного повторения такой подстановки приходим к следующему выражению для $H_y^{(\pm)}$:

$$\begin{aligned} H_y^{(\pm)}(\mathbf{R}_0; \mathbf{R}) &= H_{y,0}(\mathbf{R}_0; \mathbf{R}) + \\ &+ \sum_{n=1}^{n^*} (-ik_0\chi)^n \int_{-\infty}^{+\infty} \dots \int_{-\infty}^{+\infty} \left[H_{y,0}(\mathbf{R}_0; \mathbf{R}_1) \prod_{j=2}^n G_0(\mathbf{R}_{j-1}; \mathbf{R}_j) \eta^{(\pm)}(\mathbf{R}_j) \right] G_0(\mathbf{R}_n; \mathbf{R}) \prod_{j=1}^n dx_j dy_j. \quad (10) \end{aligned}$$

Здесь x_{j-1}, y_{j-1} и x_j, y_j — горизонтальные координаты векторов $\mathbf{R}_{j-1}$ и $\mathbf{R}_j$, а n^* — суть число существенных приближений, учёта которых достаточно для вычисления $H_y^{(\pm)}$ с необходимой точностью.

Заметим, что интегральное уравнение (4) по своему виду близко к интегральному уравнению Фредгольма II-го рода (а при высоте точки наблюдения $z = h$ непосредственно переходит в него). Используемый метод последовательных приближений приводит к математическому решению в виде бесконечной интегральной суммы (10), подобной ряду Неймана. Но это известное разложение в силу своей сложности и наличия многократного интегрирования не позволяет при существенном возмущении импеданса верхней границы волновода (когда $a \sim \eta_0$) провести численное или аналитическое исследование свойств электромагнитного поля, возбуждаемого помещённым в волновод источником. Действительно, в случае непосредственного вычисления совокупности интегралов типа (10) при учёте M^* существенных мод, пришлось бы просуммировать порядка $n^*(M^*)^{n^*}$ нормальных волн, что, в свою очередь, привело бы к чрезвычайно громоздкой записи решения.

Предлагаемый далее метод позволяет выделить порядка $3M^*$ (или меньше) слагаемых, вносящих основной вклад в решение, и пренебречь всеми остальными нормальными волнами в силу экспоненциальной малости их коэффициентов возбуждения. В результате мы придём к существенно более простой по сравнению с (10) форме записи решения, позволяющей провести его исследование.

3. ВЫЧИСЛЕНИЕ ФУРЬЕ-ОБРАЗА ПОТЕНЦИАЛА ГЕРЦА

Прежде всего отметим, что для невозмущённого потенциала Герца G_0 в [13] было найдено следующее интегральное выражение:

$$G_0(\mathbf{R}_{j-1}; \mathbf{R}_j) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} L_0(u_j, v_j; z_{j,1}, z_{j,2}) \exp[-iu_j(x_j - x_{j-1})] \exp[-iv_j(y_j - y_{j-1})] du_j dv_j, \quad (11)$$

где u_j, v_j — координаты в пространстве фурье-переменных, а сам фурье-образ L_0 получен в виде

$$L_0(u_j, v_j; z_{j,1}, z_{j,2}) = \frac{\{\exp[ik_{z,j} z_{j,1}] + \exp[-ik_{z,j} z_{j,1}]\} \{\exp[ik_{z,j}(h - z_{j,2})] + V_j \exp[-ik_{z,j}(h - z_{j,2})]\} \exp(-ik_{z,j}h)}{4\pi\chi [1 - V_j \exp(-2ik_{z,j}h)] k_{z,j}}. \quad (12)$$

Здесь

$$k_{z,j} = \sqrt{k_0^2 - u_j^2 - v_j^2}, \quad V_j = \frac{k_{z,j} - k_0\eta_0}{k_{z,j} + k_0\eta_0},$$

$$z_{j,1} = \begin{cases} z_0, & j = 1; \\ h, & 1 < j \leq n, \end{cases} \quad z_{j,2} = \begin{cases} h, & 1 \leq j < n; \\ z, & j = n. \end{cases} \quad (13)$$

Функция V_j есть коэффициент отражения от верхней границы. Кроме того, выражение (12) справедливо при условии $z_{j,1} \leq z_{j,2}$; если выполняется обратное неравенство, то $z_{j,1}$ и $z_{j,2}$ в (12) необходимо поменять местами.

На плоскости комплексного переменного $U = \sqrt{u^2 + v^2}$ функция $L_0(u; v; z_{j,1}; z_{j,2})$ имеет полюса первого порядка при $U = q_M$, где

$$q_M = \sqrt{k_0^2 - \left(\frac{\pi M}{h}\right)^2} - i\Delta_M. \quad (14)$$

В формуле (14) $M = 0, 1, 2, \dots$; в случае малых углов скольжения, когда $\pi M/h \ll k_0$, можно записать Δ_M в виде $\Delta_M = (\pi M)^2 C / (k_0^2 h^3)$, где $C = \tilde{n}^2 / \sqrt{\tilde{n}^2 - 1}$, $\tilde{n} \sim 1/\eta_0$ — коэффициент преломления верхней среды (см. [13]), на границе с которой ставится краевое условие (5). Данное выражение для полюсов правомерно при $k_0 h \gg 1$. Согласно [13] выражение для G_0 может быть записано в виде суммы мод, соответствующих полюсам q_M :

$$G_0(\mathbf{R}_0; \mathbf{R}) = \sum_{M=0}^{+\infty} \frac{1}{2} \operatorname{res}[L_0(U; 0, h)] \Big|_{U=q_M} q_M \cos(k_z^{(M)} z_0) \cos(k_z^{(M)} z) H_0^{(2)}(q_M r). \quad (15)$$

В (15) $k_z^{(M)} = \sqrt{k_0^2 - q_M^2}$, $H_0^{(2)}(q_M r)$ — функция Ханкеля II-го рода нулевого порядка, вычет соответствующей функции комплексного переменного U в полюсе $U = q_M$ обозначен $\operatorname{res}[L_0(U; 0, h)] \Big|_{U=q_M}$.

Отсюда для $H_{y,0}$ получаем

$$H_{y,0}(\mathbf{R}_{j-1}; \mathbf{R}_j) = \tilde{C} \frac{\partial G_0(\mathbf{R}_{j-1}; \mathbf{R}_j)}{\partial x_j} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{C} u_j L_0(u_j, v_j; z_{j,1}, z_{j,2}) \exp[-iu_j(x_j - x_{j-1})] \exp[-iv_j(y_j - y_{j-1})] du_j dv_j, \quad (16)$$

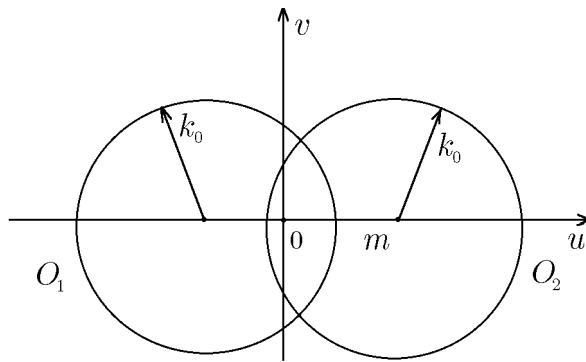


Рис. 2

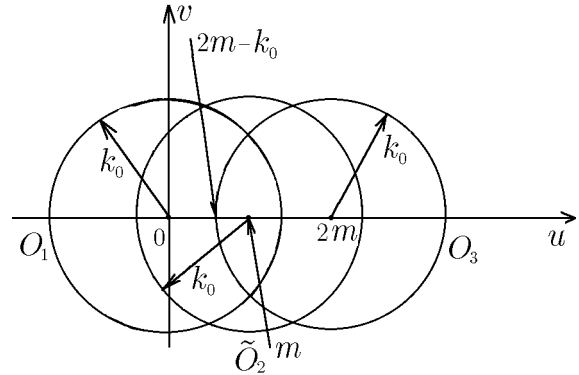


Рис. 3

поэтому фурье-образ для $H_{y,0}$ суть $\tilde{L}_0(u_j, v_j; z_{j,1}, z_{j,2}) = \tilde{C} u_j L_0(u_j, v_j; z_{j,1}, z_{j,2})$, где $\tilde{C} = -i\omega\epsilon_0$.

Учитывая (11) и (16), применим к (10) интегральный оператор в виде двумерного преобразования Фурье

$$F(u, v) = \frac{1}{2\pi} \iint_{-\infty}^{+\infty} \dots \exp(ixu) \exp(iyv) dx dy.$$

по горизонтальным координатам (x, y) точки наблюдения.

Далее будем считать, что источник и точка наблюдения находятся на нижней границе волновода. Поэтому $z_0 = 0$ и $z = 0$. Тогда из формулы (12) для фурье-образа $L^{(\pm)}(u, v; z_0, z)$ возмущённого поля $G^{(\pm)}$ получим следующее разложение по амплитуде a возмущения импеданса:

$$\begin{aligned} L^{(\pm)}(u, v; 0, 0) = & \tilde{L}_0(u, v; 0, 0) + A \tilde{L}_0(u, v; 0, h) L_0(u \pm m, v; h, 0) + \\ & + A^2 \tilde{L}_0(u, v; 0, h) L_0(u \pm m, v; h, h) L_0(u \pm 2m, v; h, 0) + \dots \end{aligned} \quad (17)$$

Здесь введено обозначение $A = -2i\pi k_0 \chi^{-1} a$.

Вначале рассмотрим $L^{(-)}(u, v; 0, 0)$, когда импеданс верхней границы волновода $\eta(x) = \eta_0 + a e^{-imx}$. Как и в работе [14], рассмотрим свойства функции L_0 при вещественных аргументах. На рис. 2 изображены области, внутри которых $u^2 + v^2 \leq k_0^2$ (окружность O_1) и $(u - m)^2 + v^2 \leq k_0^2$ (окружность O_2). На основании выражения (12) можно утверждать, что внутри окружности O_1 (здесь $k_z = \sqrt{k_0^2 - u^2 - v^2}$ остаётся вещественной неотрицательной величиной) вещественная и мнимая части фурье-образа $L_0(u, v; 0, h)$ осциллируют с амплитудой (своей для каждой из этих двух функций), медленно изменяющейся по сравнению с функцией $\exp(-ik_z h)$, которая и определяет период осцилляций. В случае $u^2 + v^2 > k_0^2$ благодаря наличию сомножителя $\exp(-ik_z h)$ в $L_0(u, v; 0, h)$ как $\text{Re}[L_0(u, v; 0, h)]$, так и $\text{Im}[L_0(u, v; 0, h)]$ экспоненциально быстро спадают на интервале $k_0 \leq \sqrt{u^2 + v^2} \leq k_0 + 1/(2k_0 h^2)$, очень малом по сравнению с k_0 . При этом можем полагать, что мнимая часть L_0 по модулю всюду много меньше реальной. Для $L_0(u - m, v; h, 0)$ отличие состоит в том, что область, вне которой данная функция экспоненциально мала, показана на рис. 2 в виде окружности O_2 и смещена относительно O_1 на m по оси абсцисс. На рис. 3 смысл окружности O_1 тот же, что и на рис. 2. Окружность O_3 с центром в точке $(2m, 0)$ показывает область, вне которой экспоненциально малы вещественная и мнимая части функции $L_0(u - 2m, v; h, 0)$. Вместе с тем смысл окружности $\tilde{O}_2$ несколько иной, чем окружности O_2 на рис. 2. Внутри $\tilde{O}_2$ реальная часть фурье-образа $\text{Re}[L_0(u - m, v; h, h)] \approx \eta_0^{-1} [1 + \cos(2k_z h)]$, а $\text{Im}[L_0(u, v; 0, h)]$ быстро осциллирует (в сравнении с масштабом π/l) и везде много меньше максимума реальной части. В то же время во внешней по отношению к $\tilde{O}_2$ области и $\text{Re}[L_0(u - m, v; h, h)]$,

и $\text{Im}[L_0(u - m, v; h, h)]$ убывают пропорционально $(2\pi)^{-1}k_0/(k_z + k_0\eta_0)$. При дополнительном условии $\eta_0 \gg 1/k_0h$ это означает значительно более медленное спадание по сравнению с другими фурье-образами во втором и третьем слагаемых в (17).

Из проведённых рассуждений следует, что в выражении для функции $L^{(-)}$ достаточно ограничиться суммой из первых трёх слагаемых, поскольку элементы соответствующего ряда более высокого порядка будут экспоненциально малы во всей плоскости вещественных переменных (u, v) . Например, первое отброшенное слагаемое, пропорциональное A^4 , содержит множитель $\exp(-\sqrt{3}k_0h) \ll 1$.

4. ВЫРАЖЕНИЕ ДЛЯ КОМПОНЕНТЫ H_y МАГНИТНОГО ПОЛЯ

Осуществив обратное фурье-преобразование для функции $G^{(\pm)}(\mathbf{R}_0; \mathbf{R})$, получаем

$$H_y^{(-)}(\mathbf{R}_0; \mathbf{R}) = \frac{1}{2\pi} \iint_{-\infty}^{+\infty} L^{(-)}(u, v; z_0, z) \exp(-ixu) \exp(-iyv) du dv. \quad (18)$$

Сделаем в (18) замену переменных: $u = U \cos \phi$, $v = U \sin \phi$ (все переменные считаются вещественными). Тогда с точностью до отбрасываемых экспоненциально малых слагаемых

$$H_y^{(-)}(\mathbf{R}_0; \mathbf{R}) = H_{y,0} + H_{y,1}^{(-)} + H_{y,2}^{(-)}. \quad (19)$$

Здесь $H_{y,0}(\mathbf{R}_0; \mathbf{R})$ — решение в случае отсутствия возмущения при $z_0 = 0$ и $z = 0$ (см. (15)),

$$H_{y,1}^{(-)}(\mathbf{R}_0; \mathbf{R}) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{+\infty} \int_0^{2\pi} A \tilde{C} U \cos \phi L_0(U; 0, h) \times \\ \times L_0(U \cos \phi - m, U \sin \phi; h, 0) \exp[-irU \cos(\phi - \phi_0)] U dU d\phi, \quad (20)$$

$$H_{y,2}^{(-)}(\mathbf{R}_0; \mathbf{R}) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{+\infty} \int_0^{2\pi} A^2 \tilde{C} U \cos \phi L_0(U; 0, h) L_0(U \cos \phi - m, U \sin \phi; h, h) \times \\ \times L_0(U \cos \phi - 2m, U \sin \phi; h, 0) \exp[-irU \cos(\phi - \phi_0)] U dU d\phi, \quad (21)$$

где $r = \sqrt{x^2 + y^2}$, $\phi_0 = \arctg(y/x)$.

В (20), (21) и далее используется обозначение $L_0(U; 0, h) = L_0(u, v; 0, h)$. Такая запись правомерна в силу того, что переменные u и v входят в выражение для $L_0(u, v; z_1, z_2)$, где z_1 и z_2 — произвольные высоты источника и точки наблюдения, только в виде суммы под знаком корня $\sqrt{u^2 + v^2} = U$.

Вычислим $H_{y,1}^{(-)}$. Отметим, что при интегрировании по U можно полагать $U \simeq k_0$, пренебрегая областью, где $|U| \ll k_0$. Вначале рассмотрим интегрирование по углу ϕ , считая $U = \text{const}$. В этом случае подынтегральная функция содержит быстро осциллирующий множитель $\exp[-irU \cos(\phi - \phi_0)]$. Показатель данной экспоненты как функция угла ϕ имеет точку стационарной фазы $\phi = \phi_0$. При этом область, существенная для интегрирования по ϕ (если считать, что все прочие множители в (20) не зависят от ϕ) определяется как

$$\phi_0 - \sqrt{\frac{\pi}{Ur}} \lesssim \phi \lesssim \phi_0 + \sqrt{\frac{\pi}{Ur}}. \quad (22)$$

С другой стороны, скорость изменения фурье-образа $L_0(U \cos \phi - m, U \sin \phi; h, 0)$ как функции угла ϕ в рассматриваемых условиях определяется выражением $\exp(-ih \sqrt{k_0^2 - U^2 + 2Um \cos \phi - m^2})$. С учётом принятых ограничений нетрудно показать, что при выполнении неравенства

$$k_0 h \sin \phi_0 \sqrt{\frac{\pi}{k_0 r}} \ll \frac{\pi}{2} \quad (23)$$

можно пренебречь изменением функции $\exp(-ih \sqrt{k_0^2 - U^2 + 2Um \cos \phi - m^2})$ в пределах интервала (22). Поэтому формулу (20) перепишем как

$$H_{y,1}^{(-)}(\mathbf{R}_0; \mathbf{R}) = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} A \tilde{C} U \cos \phi L_0(U; 0, h) L_0(\sqrt{U^2 - 2mU \cos \phi_0 + m^2}; h, 0) H_0^{(2)}(Ur) U dU. \quad (24)$$

Функция $L_0(U; z_1, z_2)$ имеет на плоскости комплексного переменного U полюса в точках $U = q_M$ (см. (14)). Полюса фурье-образа $L_0(\sqrt{U^2 + m^2 - 2mU \cos \phi_0}; h, 0)$ могут быть определены из уравнения

$$U^2 - 2mU \cos \phi_0 + m^2 = q_M^2. \quad (25)$$

В итоге, отбрасывая корни с положительными мнимыми частями и считая, что в рассматриваемых условиях у наиболее существенных мод (т. е. мод, затухание которых не более чем в e раз превосходит затухание нулевой моды на заданном расстоянии от источника) $\text{Re}(q_M) \simeq k_0$, $\text{Im}(q_M) \ll k_0$, вычисляем решения U_M уравнения (25):

$$U_M = m \cos \phi_0 + \sqrt{q_M^2 - m^2 \sin^2 \phi_0}. \quad (26)$$

При подстановке полюсов (26) в выражение для $L_0(U; 0, h)$ получаем, что данный фурье-образ принимает экспоненциально малые значения, если $\cos \phi_0$ не слишком близок к нулю. Действительно, при введённых ограничениях $\sqrt{q_M^2 - m^2 \sin^2 \phi_0} \approx k_0 \cos \phi_0$. Следовательно, $U_M \approx 2k_0 \cos \phi_0 \simeq 2k_0$. Однако согласно проведённым рассуждениям $L_0(2k_0; 0, h) \sim \exp(-\sqrt{3}k_0 h) \ll 1$. Поэтому вкладами от полюсов (26) будем пренебрегать. В итоге получаем

$$H_{y,1}^{(-)}(\mathbf{R}_0; \mathbf{R}) = \sum_{M=0}^{+\infty} \frac{A \tilde{C} U}{2} \cos \phi \text{res}[L_0(U; 0, h)] \Big|_{U=q_M} \times \\ \times L_0(\sqrt{q_M^2 - 2mq_M \cos \phi_0 + m^2}; h, 0) q_M H_0^{(2)}(q_M r). \quad (27)$$

Теперь исследуем слагаемое $H_{y,2}^{(-)}$, входящее в формулу (19). Из проведённых рассуждений следует, что при $m \geq k_0 + \Delta$, где Δ много меньше k_0 и удовлетворяет условию

$$\exp(-\sqrt{2k_0 \Delta} h) \ll 1, \quad (28)$$

можно считать $H_{y,2}^{(-)}$ экспоненциально малой величиной. Действительно, в этом случае, как видно из рис. 3, окружность O_1 не перекрывается с окружностью O_3 . Это означает, что подынтегральная функция в (21) везде на плоскости интегрирования является экспоненциально малой (см. (12) и (28)). Если $\exp(-\sqrt{2k_0 \Delta} h) \simeq 1$, что возможно при условии $\Delta \ll 1/(2k_0^2 h)$, то размер существенной для интегрирования по переменной U области $k_0 \leq U \leq k_0 + \Delta$ оказывается много меньше интервала

$k_0 - \pi^2/(k_0^2 h) \leq U \leq k_0$, значимого при определении поля нулевой моды невозмущённого волновода. Поэтому и в данном случае соответствующим интегралом пренебрежём. Подчеркнём ещё раз, что это возможно либо при условии, что источник и точка наблюдения находятся на нижней стенке волновода, либо при выполнении неравенств $\exp[-\sqrt{3}k_0(h-z)] \ll 1$ и $\exp[-\sqrt{3}k_0(h-z_0)] \ll 1$.

Будем рассматривать случай $m < k_0$, предполагая, что выполняется неравенство $k_0 - m \ll k_0$. При интегрировании существенная область (назовём её Ω) определяется как часть плоскости uv , ограниченная пересечением окружностей O_1 и O_3 . Вне Ω подынтегральная функция в (21) экспоненциально мала.

Как и ранее, вначале проведём интегрирование по переменной ϕ . В (21) под знаком интеграла первый множитель $L_0(U; 0, h)$ не зависит от угловой координаты. При выполнении условия (23), как показано ранее, можно пренебречь изменением $L_0(U \cos \phi - m, U \sin \phi; h, h)$ в пределах области

$$|\phi - \phi_0| \leq \sqrt{\frac{\pi}{k_0 r}}, \quad (29)$$

существенной для интегрирования по ϕ с учётом наличия быстро осциллирующего множителя $\exp[-irU \cos(\phi - \phi_0)]$.

Скорость изменения множителя $L_0(U \cos \phi - m, U \sin \phi; h, h)$ в рассматриваемом интеграле при вещественных переменных интегрирования определяется функцией $\exp[-ihS(\phi)]$, где $S(\phi) = \sqrt{k_0^2 - U^2 - 4m^2 + 4Um \cos \phi}$. Если выполняется условие *

$$\frac{\sqrt{\pi} k_0 h \sin \phi_0}{\sqrt{3}(k_0 - m)r} \ll \frac{\pi}{2}, \quad (30)$$

то можно считать, что почти во всей существенной области $S(\phi) \approx S(\phi_0)$. Поэтому будем пренебрегать в пределах области Ω изменением всех подынтегральных множителей кроме $\exp[-irU \cos(\phi - \phi_0)]$.

В итоге, считая $k_0 r \gg 1$, приближённо получаем

$$H_{y,2}^{(-)}(\mathbf{R}_0; \mathbf{R}) = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} A^2 \tilde{C} U \cos \phi L_0(U; 0, h) L_0\left(\sqrt{U^2 - 2mU \cos \phi_0 + m^2}; h, h\right) \times \\ \times L_0\left(\sqrt{U^2 - 4mU \cos \phi_0 + 4m^2}; h, 0\right) H_0^{(2)}(Ur) U dU.$$

Как и ранее, учитывая только вклады от полюсов фурье-образа $L_0(U; 0, h)$, поскольку остальные слагаемые экспоненциально малы, находим

$$H_{y,2}^{(-)}(\mathbf{R}_0; \mathbf{R}) = \sum_{M=0}^{+\infty} \frac{A^2}{2} \operatorname{res}[L_0(U; 0, h)] \Big|_{U=q_M} L_0\left(\sqrt{q_M^2 - 2mq_M \cos \phi_0 + m^2}; h, h\right) \times \\ \times L_0\left(\sqrt{q_M^2 - 4mq_M \cos \phi_0 + 4m^2}; h, 0\right) q_M H_0^{(2)}(q_M r). \quad (31)$$

Полученные результаты верны при условии

$$\exp\left(-\frac{3(k_0 - m)r}{k_0 h}\right) \ll \exp\left(-\frac{\pi^2 r}{k_0^2 h^3}\right), \quad (32)$$

* Выражение в левой части формулы (30) есть оценка для $|S(\phi) - S(\phi_0)|$ в пределах интервала (29) при условии, что $W = \sqrt{(u - 2m)^2 + v^2}$ изменяется в интервале $(3m - k_0)/2 \leq W \leq k_0$, что означает пренебрежение вкладом лишь небольшой части существенной области Ω .

при котором можно пренебречь вкладом от полюсов, реальные части которых попадают в ту часть Ω_1 области Ω , где не выполняется ограничение (30) (левая часть неравенства (32) является верхней оценкой коэффициента затухания мод, реальные части полюсов которых попадают в данную область Ω_1).

Таким образом, найдено поле в волноводе с неоднородным импедансом верхней стенки вида $\eta = \eta_0 + a \exp(-imx)$.

Пусть теперь указанный импеданс задан в виде

$$\eta = \eta_0 + a \exp(imx). \quad (33)$$

Повторяя проведённые рассуждения, получаем

$$H_y^{(+)}(\mathbf{R}_0; \mathbf{R}) = H_{y,0} + H_{y,1}^{(+)} + H_{y,2}^{(+)}. \quad (34)$$

Здесь $H_{y,0}$ описывается выражением (16), $H_{y,1}^{(+)}$ записывается в виде

$$H_{y,1}^{(+)}(\mathbf{R}_0; \mathbf{R}) = \sum_{M=0}^{+\infty} \frac{A}{2} L_0(U_M; 0, h) \operatorname{res} \left[L_0 \left(\sqrt{U^2 + 2mU \cos \phi_0 + m^2}; h, 0 \right) \right] \Big|_{U=U_M} \times \\ \times U_M H_0^{(2)}(U_M r), \quad (35)$$

где U_M — корни уравнения $U^2 + 2mU \cos \phi_0 + m^2 = q_M^2$, причём при каждом $M = 0, 1, 2, \dots$ выбираем корень, у которого мнимая часть отрицательна или равна нулю. Подобным образом находим, что

$$H_{y,2}^{(+)}(\mathbf{R}_0; \mathbf{R}) = \sum_{M=0}^{+\infty} \frac{A^2 \tilde{C}}{2} L_0(\hat{U}_M; 0, h) L_0 \left(\sqrt{\hat{U}_M^2 + 2m\hat{U}_M \cos \phi_0 + m^2}; h, h \right) \times \\ \times \operatorname{res} \left[L_0 \left(\sqrt{U^2 + 4mU \cos \phi_0 + 4m^2}; h, 0 \right) \right] \Big|_{U=\hat{U}_M} \hat{U}_M^2 H_0^{(2)}(\hat{U}_M r). \quad (36)$$

Здесь

$$\hat{U}_M = -2m + \sqrt{-4m^2 \sin^2 \phi_0 + q_M^2} \quad (37)$$

— корни уравнения $U^2 + 4mU \cos \phi_0 + 4m^2 = q_M^2$, удовлетворяющие условию $\operatorname{Im}(\hat{U}_M) \leq 0$.

5. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Сделаем некоторые выводы. Прежде всего необходимо отметить, что слагаемое $H_{y,2}^{(-)}(\mathbf{R}_0; \mathbf{R})$ в выражении для $H_y^{(-)}(\mathbf{R}_0; \mathbf{R})$ и слагаемое $H_{y,2}^{(+)}(\mathbf{R}_0; \mathbf{R})$ в формуле для $H_y^{(+)}(\mathbf{R}_0; \mathbf{R})$ могут содержать моды с амплитудами, соизмеримыми с амплитудами нормальных волн невозмущённого решения H_0 .

Пусть для простоты $\phi_0 = 0$. Тогда, как несложно увидеть, при

$$k_0 + \operatorname{Re}(q_M) - 2m = \left(\frac{\lambda \tilde{M}}{2h} \right)^2 \frac{k_0}{2} \gg \operatorname{Im}(q_M) = \left(\frac{\lambda M}{2h} \right)^2 \frac{1}{\eta_0 h}, \quad (38)$$

где $\tilde{M} = 0, 1, 2, \dots$, и $k_0 h = 2\pi \tilde{N}$, где $\tilde{N} = 0, 1, 2, \dots$, можно полагать, что отношение амплитуд мод с номером M , входящих в первое слагаемое $H_{y,0}$ и в третье слагаемое $H_{y,2}^{(-)}$ в формуле (19) есть

величина порядка $\mathcal{A} = 2a^2h/(\eta_0\lambda\tilde{M})$. Это означает, что при выполнении ряда условий, в том числе при $\lambda \ll h$ и $a \sim \eta_0$, в пределах малого углового интервала

$$|\phi_0| \ll \sqrt{\frac{2(\pi M)^2 C}{(k_0 h)^3}} \quad (39)$$

при выбранном расположении источника и точки наблюдения может иметь место существенное воздействие неоднородности на поле мод с малым M .

Физически это обусловлено тем, что при суммировании полей вторичных источников, возбуждаемых на неоднородной верхней стенке данного волновода, в области углов (39) возникает интерференционный максимум. Следовательно, имеет место резонансная фокусировка поля исходного источника.

В случае импеданса вида $\eta = \eta_0 + a \exp(-imx)$ постоянные распространения возбуждённых мод, входящих в выражение для $H_{y,1}^{(-)}$ и $H_{y,2}^{(-)}$ будут такими же, как в невозмущённом волноводе (см. (14)). В то же время для импеданса $\eta = \eta_0 + a \exp(imx)$ собственные значения нормальных волн, составляющих поля $H_{y,1}^{(+)}$ и $H_{y,2}^{(+)}$, будут определяться выражением (37). Их реальная часть близка к $-k_0$, поэтому данные нормальные волны будут распространяться в направлении, противоположном оси абсцисс, что соответствует отражению назад.

Необходимо указать, что в обоих случаях наибольшему резонансному возбуждению подвергнутся одна или две соседние моды, поскольку интервал значений волнового числа m возмущения импеданса, при которых происходит наиболее существенное усиление нормальной волны с номером M , может быть записан в виде $\text{Re}(q_M) - \Delta_M \lesssim m \lesssim \text{Re}(q_M) + \Delta_M$ и является малым по сравнению с k_0 и m . Возбуждение прочих мод с номерами N , отличающимися от M более чем на единицу, при таких m будет спадать пропорционально $|\text{Re}(q_M) - \text{Re}(q_N)|^{-1}$. В итоге при соответствующем выборе параметров сигнала поле моды номера M может оказаться по амплитуде существенно бóльшим, чем сумма полей всех прочих нормальных волн возмущённого волновода.

Отметим также, что важным свойством полученного решения является отсутствие (несмотря на резонансную неоднородность) присоединённых волн, поле которых вдоль всей трассы оказывается пропорциональным целой степени расстояния от источника. Это означает, что полученные результаты могут быть использованы, в частности, при оценке воздействия квазипериодических возмущений типа ВГВ, а также при исследовании соответствующих обратных задач, поскольку возмущения указанного типа в общем случае не приводят к возникновению нормальных волн с растущей амплитудой.

Таким образом, в рассмотренных условиях удаётся, несмотря на эффект поляризации, свести задачу к исследованию скалярного интегрального уравнения. Это становится возможным в силу того, что трасса распространения проходит перпендикулярно (или почти перпендикулярно) к линиям уровня одномерно-неоднородного импеданса. Данное обстоятельство позволяет воспользоваться симметрией системы и исключить из интегрального уравнения для H_y поляризационное слагаемое, после чего вычисляется аналитическое выражение для поля источника в точке наблюдения.

Отметим также, что зная составляющую H_y напряжённости магнитного поля, нетрудно при $y = 0$ вычислить напряжённость электрического поля на нижней металлизированной стенке. Действительно, с учётом металлизации нижней границы волновода при $z = 0$ получаем, что горизонтальные компоненты вектора напряжённости электрического поля равны нулю: $E_x = 0$ и $E_y = 0$. Кроме того, в области вне источника

$$E_z = \frac{\varepsilon_0}{i\omega} \left(\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} \right).$$

Поскольку в силу симметрии задачи $\partial H_x / \partial y \Big|_{y=0} = 0$, то, очевидно,

$$E_z = \frac{\varepsilon_0}{i\omega} \frac{\partial H_y}{\partial x} \Big|_{y=0}.$$

Зная компоненты H_y и E_z напряжённостей магнитного и электрического полей, можно найти, в числе прочего, поток энергии вдоль трассы.

Как отмечалось во введении к данной работе, полученные результаты могут быть, в частности, использованы при решении задач, связанных с исследованием возмущений верхней границы волновода Земля—ионосфера, в том числе при изучении свойств внутренних гравитационных волн и исследовании их влияния на распространение электромагнитных волн.

ЛИТЕРАТУРА

1. Эткин В. С., Ворсин Н. Н., Кравцов Ю. А., Мировский В. В., Никитин В. В., Попов А. Е., Троицкий И. А. // Изв. вуз. Радиофизика. 1978. Т. 21, № 3. С. 454.
2. Болотовский Б. М., Лебедев А. Н. // ЖЭТФ. 1967. Т. 53, № 4.
3. Болотовский Б. М., Кугель К. И. // ЖЭТФ. 1969. Т. 57, № 1.
4. Евстронов Г. А. // Вопросы радиоэлектроники. Сер. общетехническая. 1960. Вып. 13. С. 13.
5. Таланов В. И. // Изв. вуз. Радиофизика. 1960. Т. 21, № 3. С. 802.
6. Morgenihaler F. R. // IREE Trans. 1958. MTT-6. P. 167.
7. Фейнберг Е. Л. Распространение радиоволн вдоль земной поверхности. М.: ГИТТЛ, 1953. 884 с.
8. Альперт Я. Л., Гинзбург В. Л., Фейнберг Е. Л. Распространение радиоволн. М.: ГИТТЛ, 1953. 884 с.
9. Соловьёв О. В. // Изв. вуз. Радиофизика. 1995. Т. 38, № 8. С. 785.
10. Коган Л. П. // Изв. вуз. Радиофизика. 1998. Т. 41, № 3. С. 374.
11. Заборонкова Т. М., Коган Л. П., Тамойкин В. В. О распространении электромагнитных волн в волноводе с плавной периодической неоднородностью импеданса: Препринт НИРФИ № 446. Нижний Новгород, 1998. 14 с.
12. Заборонкова Т. М., Коган Л. П. // Труды конф. «Распространение и дифракция электромагнитных волн в неоднородных средах». Москва, 1992. С. 181.
13. Бреховских Л. М. Волны в слоистых средах. — М.: Изд-во АН СССР. 1957. 502 с.
14. Коган Л. П. // Изв. вуз. Радиофизика. 1997. Т. 40, № 4. С. 457.

Научно-исследовательский радиофизический институт,
г. Нижний Новгород, Россия

Поступила в редакцию
16 марта 2000 г.

WAVE PROPAGATION IN A WAVEGUIDE WITH RESONANCE PERIODIC INHOMOGENEITY OF THE SURFACE IMPEDANCE

L. P. Kogan

In this paper, we study the influence of periodic inhomogeneity of the surface impedance on the field of an electric dipole located in a waveguide. The inhomogeneity period is assumed to be close to the wavelength of the source in free space. An analytic representation for the field in the waveguide channel is obtained. We estimate the period of an inhomogeneity for which a mode of given number is efficiently excited.

УДК 535.2-4+535.854

АСИМПТОТИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ЭВОЛЮЦИИ СТЕПЕНИ ПОЛЯРИЗАЦИИ НЕМОНОХРОМАТИЧЕСКОГО ИЗЛУЧЕНИЯ В ОДНОМОДОВЫХ ВОЛОКОННЫХ СВЕТОВОДАХ СО СЛУЧАЙНЫМИ КРУЧЕНИЯМИ ОСЕЙ ЛИНЕЙНОГО ДВУЛУЧЕПРЕЛОМЛЕНИЯ. II. АСИМПТОТИЧЕСКОЕ ПОВЕДЕНИЕ СТЕПЕНИ ПОЛЯРИЗАЦИИ ПРИ БОЛЬШИХ ДЛИНАХ ВОЛОКНА

Г. Б. Малыкин¹, В. И. Позднякова², И. А. Шерешевский²

Работа посвящена выяснению асимптотики квадрата степени поляризации немонахроматического излучения, распространяющегося в волокне со случайными неоднородностями, при больших длинах световода. Установлено, что с ростом длины волокна средний квадрат степени поляризации стремится к нулю обратно пропорционально квадратному корню из длины волокна.

В первой части данной работы [1] мы вычислили предел среднего квадрата степени поляризации немонахроматического излучения, распространяющегося в бесконечно длинном одномодовом волоконном световоде (ОВС) со случайным кручением осей анизотропии, и установили, что этот предел равен нулю. Интересным и важным с практической точки зрения является также вопрос о скорости стремления рассматриваемой величины к своему пределу. В этой части работы рассматривается асимптотическое разложение квадрата степени поляризации при больших длинах волокна. Исследование проводится в рамках модели случайных неоднородностей в волокне, предложенной в [2]. Согласно модели волокно разбивается на ряд отрезков случайной длины. Кручение осей анизотропии постоянно на каждом из таких отрезков, а его величина случайна и не зависит от величины кручения на других отрезках. Предполагается, что величина кручения равномерно распределена интервале $[-\Theta_{max}, \Theta_{max}]$, а длины отрезков независимы и распределены по экспоненциальному закону с плотностью $p(l) = \gamma e^{-\gamma l}$, где $\gamma = 1/\langle l \rangle$ — параметр распределения, равный обратной средней длине отрезков.

Как и в первой части работы, здесь мы будем изучать асимптотику квадрата степени поляризации $\langle p_N^2 \rangle$ на выходе волокна, состоящего ровно из N случайных отрезков, при $N \rightarrow \infty$ вместо асимптотики $\langle p^2(z) \rangle$ этой величины на выходе волокна длины z при $z \rightarrow \infty$. Мы найдём лишь главный член этой асимптотики, что, к сожалению, не позволяет указать явно, начиная с каких N (или $z = N/\gamma$) можно использовать полученные формулы для оценки $\langle p^2(z) \rangle$, поскольку это определяется следующими членами разложения. Вычисление следующих членов асимптотики требует нахождения собственных значений некоторой матрицы размера 8×8 , что вряд ли возможно аналитически. Отметим, что параллельно с вычислением асимптотического разложения квадрата степени поляризации будет получено другое, отличное от приведённого в первой части работы доказательство соотношения $\langle p_\infty^2 \rangle = 0$.

Обозначим через $\mathbf{J}(\lambda) = \mathbf{E}(\lambda)\mathbf{E}^\dagger(\lambda)$ матрицу когерентности монохроматического излучения, где $\mathbf{E}(\lambda)$ — вектор комплексной амплитуды электрического поля световой волны длины λ , а $\dagger$ означает эрмитово сопряжение. Тогда соотношение для матрицы когерентности немонахроматического излучения на выходе волокна, состоящего из N случайных отрезков, примет вид

$$\mathbf{J}_N = \int \mathbf{J}_N(\lambda) d\lambda.$$

Квадрат степени поляризации излучения на выходе волокна, состоящего из N случайных отрезков, выражается через матрицу когерентности $\mathbf{J}_N$ в виде [3]

$$p_N^2 = 1 - \frac{4 \det \mathbf{J}_N}{\text{tr}^2 \mathbf{J}_N}. \quad (1)$$

В первой части работы было показано, что для вычисления среднего квадрата степени поляризации немонохроматического излучения, распространяющегося в ОВС со случайным кручением осей анизотропии, достаточно найти средний детерминант матрицы когерентности, поскольку след матрицы когерентности в любой точке волокна равен единице независимо от конкретной реализации неоднородностей в нём.

Для вычисления среднего определителя матрицы $\mathbf{J}_N$ нам понадобятся средние значения произведений её элементов типа $(\mathbf{J}_N(\lambda_1))_{ij}(\mathbf{J}_N(\lambda_2))_{km}$. Чтобы вычислить эти средние значения, найдём матрицу линейного преобразования, связывающего $\mathbf{J}_N(\lambda_1) \otimes \mathbf{J}_N(\lambda_2)$ и $\mathbf{J}_{N-1}(\lambda_1) \otimes \mathbf{J}_{N-1}(\lambda_2)$. Здесь $\otimes$ обозначает тензорное, или кронекеровское, произведение.

Согласно нашей модели вектор излучения на k -м отрезке волокна получается из вектора излучения на $(k-1)$ -м отрезке путём умножения его на унитарную матрицу $\mathbf{M}_\lambda(l_k, \Theta_k)$, так что матрица $\mathbf{J}_k(\lambda)$ получается из матрицы $\mathbf{J}_{k-1}(\lambda)$ с помощью следующего преобразования:

$$\mathbf{J}_k(\lambda) = \mathbf{M}_\lambda(l_k, \Theta_k) \mathbf{J}_{k-1}(\lambda) \mathbf{M}_\lambda^\dagger(l_k, \Theta_k), \quad (2)$$

которое является линейным в пространстве $\mathcal{H}_2$ эрмитовых матриц размера 2×2 . Более того, нетрудно убедиться, что преобразование (2) сохраняет скалярное произведение в пространстве комплексных матриц и, следовательно, является унитарным. Чтобы в явном виде представить это линейное преобразование, поставим в соответствие каждой матрице из $\mathcal{H}_2$ четырёхмерный вещественный вектор:

$$\begin{pmatrix} a_1 & a_2 + ia_3 \\ a_2 - ia_3 & a_4 \end{pmatrix} \longleftrightarrow \begin{pmatrix} a_1 \\ \sqrt{2} a_2 \\ \sqrt{2} a_3 \\ a_4 \end{pmatrix},$$

при этом скалярное произведение в $\mathcal{H}_2$ перейдёт в обычное скалярное произведение в $\mathbb{R}^4$. Тогда преобразование (2) матрицы $\mathbf{J}_{k-1}(\lambda)$, которой будет соответствовать вещественный вектор $\mathbf{j}_{k-1}(\lambda)$, в матрицу $\mathbf{J}_k(\lambda)$, которой соответствует вектор $\mathbf{j}_k(\lambda)$, можно переписать в виде $\mathbf{j}_k(\lambda) = \mathbf{L}_k(\lambda) \mathbf{j}_{k-1}(\lambda)$, где $\mathbf{L}_k(\lambda) = \|\ell_{lm}^{(k)}\|$ — вещественная матрица размера 4×4 . Элементы этой матрицы вычисляются через компоненты матрицы Джонса $\mathbf{M}_\lambda(l_k, \Theta_k)$ k -го случайного отрезка волокна, которая зависит от случайных параметров l_k , длины отрезка, и Θ_k , кручения осей линейного двулучепреломления на этом отрезке, по следующим формулам:

$$\begin{aligned} \ell_{11}^{(k)} &= \ell_{44}^{(k)} = \cos^2\left(\frac{l_k \beta_k}{2}\right) + \frac{\beta^2}{\beta_k^2} \sin^2\left(\frac{l_k \beta_k}{2}\right), \\ \ell_{12}^{(k)} &= -\ell_{21}^{(k)} = \ell_{24}^{(k)} = -\ell_{42}^{(k)} = \frac{\sqrt{2} c_k}{\beta_k} \sin(l_k \beta_k), \\ \ell_{13}^{(k)} &= \ell_{31}^{(k)} = -\ell_{34}^{(k)} = -\ell_{43}^{(k)} = -\frac{2\sqrt{2} c_k \beta}{\beta_k^2} \sin^2\left(\frac{l_k \beta_k}{2}\right), \\ \ell_{14}^{(k)} &= \ell_{41}^{(k)} = \frac{4c_k^2}{\beta_k^2} \sin^2\left(\frac{l_k \beta_k}{2}\right), \\ \ell_{22}^{(k)} &= \cos(l_k \beta_k), \\ \ell_{23}^{(k)} &= -\ell_{32}^{(k)} = \frac{\beta}{\beta_k} \sin(l_k \beta_k), \\ \ell_{33}^{(k)} &= 1 - \frac{2\beta^2}{\beta_k^2} \sin^2\left(\frac{l_k \beta_k}{2}\right), \end{aligned}$$

где $c_k = (1 - g) \Theta_k$, g — коэффициент фотоупругости материала, из которого изготовлено волокно, $\beta(\lambda)$ — собственное (невозмущённое) линейное двулучепреломление, а $\beta_k(\lambda) = \sqrt{\beta^2(\lambda) + 4c_k^2}$ — эллиптическое двулучепреломление. Теперь, обозначив через $\mathbf{q}_k(\lambda_1, \lambda_2)$ шестнадцатимерный вектор, соответствующий тензорному произведению $\mathbf{j}_k(\lambda_1) \otimes \mathbf{j}_k(\lambda_2)$, мы можем вычислить матрицу линейного преобразования, связывающего векторы $\mathbf{q}_{k-1}(\lambda_1, \lambda_2)$ и $\mathbf{q}_k(\lambda_1, \lambda_2)$. Обозначим эту матрицу размера 16×16 , у которой на пересечении строки, соответствующей произведению i -й компоненты вектора $\mathbf{j}_k(\lambda_1)$ на l -тую компоненту вектора $\mathbf{j}_k(\lambda_2)$, и столбца, соответствующего произведению m -й компоненты вектора $\mathbf{j}_k(\lambda_1)$ на n -ную компоненту вектора $\mathbf{j}_k(\lambda_2)$, расположен элемент $\ell_{im}^{(k)}(\lambda_1) \ell_{ln}^{(k)}(\lambda_2)$, через $\mathbf{Q}_k(\lambda_1, \lambda_2)$. Заметим, что в пространстве $\mathbb{R}^4 \times \mathbb{R}^4$ скалярное произведение определяется следующим образом: $(\mathbf{g}_1 \otimes \mathbf{g}_2, \mathbf{g}_3 \otimes \mathbf{g}_4) = (\mathbf{g}_1, \mathbf{g}_3) (\mathbf{g}_2, \mathbf{g}_4)$, поэтому в силу унитарности матрицы $\mathbf{L}_k$ преобразование, задающееся матрицей $\mathbf{Q}_k$ также является унитарным.

Пусть $\mathbf{Q}(\lambda_1, \lambda_2)$ — матрица, представляющая собой усреднённую по неоднородностям, т. е. по Θ_k и l_k , матрицу $\mathbf{Q}_k(\lambda_1, \lambda_2)$. Тогда можно записать, что $\langle \mathbf{q}_1(\lambda_1, \lambda_2) \rangle = \mathbf{Q}(\lambda_1, \lambda_2) \mathbf{q}_0(\lambda_1, \lambda_2)$, а $\langle \mathbf{q}_N(\lambda_1, \lambda_2) \rangle = \mathbf{Q}^N(\lambda_1, \lambda_2) \mathbf{q}_0(\lambda_1, \lambda_2)$. Пусть теперь $\mu_i(\lambda_1, \lambda_2)$ — собственные числа, а $\boldsymbol{\varepsilon}_i(\lambda_1, \lambda_2)$ — соответствующие им нормированные собственные векторы матрицы $\mathbf{Q}(\lambda_1, \lambda_2)$. Если векторы $\boldsymbol{\varepsilon}_i(\lambda_1, \lambda_2)$ образуют полную систему, вектор $\mathbf{q}_0(\lambda_1, \lambda_2)$ можно единственным образом разложить по этой системе: $\mathbf{q}_0(\lambda_1, \lambda_2) = \sum_{i=1}^{16} w_i(\lambda_1, \lambda_2) \boldsymbol{\varepsilon}_i(\lambda_1, \lambda_2)$, и тогда формула для вычисления средних от произведений компонент матриц когерентности $\mathbf{J}_N(\lambda_1)$ и $\mathbf{J}_N(\lambda_2)$ будет выглядеть следующим образом:

$$\langle \mathbf{q}_N(\lambda_1, \lambda_2) \rangle = \sum_{i=1}^{16} \mu_i^N(\lambda_1, \lambda_2) w_i(\lambda_1, \lambda_2) \boldsymbol{\varepsilon}_i(\lambda_1, \lambda_2).$$

Используя вектор $\mathbf{G} \otimes \mathbf{G}$, детерминант произвольной матрицы $\mathbf{G}$ размера 2×2 можно представить в виде скалярного произведения: $\det \mathbf{G} = (\mathbf{G} \otimes \mathbf{G}, \mathbf{D})$, где

$$D_{im,ln} = \begin{cases} 1/2, & (i,m) = (1,1), (l,n) = (2,2) \text{ или } (i,m) = (2,2), (l,n) = (1,1); \\ -1/2, & (i,m) = (1,2), (l,n) = (2,1) \text{ или } (i,m) = (2,1), (l,n) = (1,2); \\ 0, & \text{в остальных случаях.} \end{cases}$$

Тогда среднее значение детерминанта матрицы $\mathbf{J}_N$ выражается через вектор $\langle \mathbf{q}_N(\lambda_1, \lambda_2) \rangle$ по формуле

$$\begin{aligned} \langle \det \mathbf{J}_N \rangle &= \iint \langle \langle \mathbf{q}_N(\lambda_1, \lambda_2) \rangle, \mathbf{D} \rangle d\lambda_1 d\lambda_2 = \\ &= \iint \sum_{i=1}^{16} \mu_i^N(\lambda_1, \lambda_2) w_i(\lambda_1, \lambda_2) (\boldsymbol{\varepsilon}_i(\lambda_1, \lambda_2), \mathbf{D}) d\lambda_1 d\lambda_2. \end{aligned} \quad (3)$$

В первой части работы [1] было показано, что матрица преобразования $\mathbf{S}(\mathbf{R})$ в пространстве комплексных матриц размера 2×2 , заданного формулой (2), где $\mathbf{M}_\lambda(l, \Theta) = \exp(l \mathbf{X}_\lambda(\Theta))$, может быть представлена в виде $\exp(l \mathbf{Y}(\Theta))$. Аналогично можно показать, что и матрица $\mathbf{Q}_k(\lambda_1, \lambda_2)$ может быть представлена в подобном виде, и, следовательно, все собственные значения матрицы $\mathbf{Q}(\lambda_1, \lambda_2) = \langle \mathbf{Q}_k(\lambda_1, \lambda_2) \rangle$ по абсолютной величине не превосходят единицы, причём среди них нет отличных от единицы единичных по модулю собственных значений.* Вследствие этого предел выражения (3) при $N \rightarrow \infty$ существует. Если бы все собственные значения матрицы $\mathbf{Q}(\lambda_1, \lambda_2)$ были строго меньше единицы, это означало бы, что $\lim_{N \rightarrow \infty} \langle \det \mathbf{J}_N \rangle = 0$. Покажем, что при любых λ_1 и λ_2 существует единичное собственное значение матрицы $\mathbf{Q}(\lambda_1, \lambda_2)$, а при $\lambda_1 = \lambda_2$ единичных собственных значений два.

*См. лемму 3, доказанную в первой части работы.

Рассмотрим линейное преобразование Ω в пространстве $\mathcal{H}_2 \times \mathcal{H}_2$ такое, что

$$\Omega\left(\sum_{\mathbf{G}_1, \mathbf{G}_2} \mathbf{G}_1 \otimes \mathbf{G}_2\right) = \sum_{\mathbf{G}_1, \mathbf{G}_2} (\mathbf{U}\mathbf{G}_1\mathbf{U}^\dagger) \otimes (\mathbf{V}\mathbf{G}_2\mathbf{V}^\dagger),$$

где $\mathbf{U}$ и $\mathbf{V}$ — некоторые случайные унитарные матрицы размера 2×2 (именно так сконструировано линейное преобразование, описываемое матрицей $\mathbf{Q}_k(\lambda_1, \lambda_2)$). Легко видеть, что для любых $\mathbf{U}$ и $\mathbf{V}$ имеет место равенство $\Omega(\mathbf{I} \otimes \mathbf{I}) = \mathbf{I} \otimes \mathbf{I}$, т. е. элемент $\mathbf{I} \otimes \mathbf{I}$ является собственным для преобразования Ω и соответствует собственному значению 1. Обозначим теперь через $\mathbf{T}$ такой элемент пространства $\mathcal{H}_2 \times \mathcal{H}_2$, что $(\mathbf{G}_1 \otimes \mathbf{G}_2, \mathbf{T}) = \text{tr}(\mathbf{G}_1 \mathbf{G}_2)$, тогда $(\Omega(\mathbf{G}_1 \otimes \mathbf{G}_2), \mathbf{T}) = \text{tr}(\mathbf{U}\mathbf{G}_1\mathbf{U}^\dagger \mathbf{V}\mathbf{G}_2\mathbf{V}^\dagger)$, и, если $\mathbf{U} = \mathbf{V}$, то $(\Omega(\mathbf{G}_1 \otimes \mathbf{G}_2), \mathbf{T}) = (\mathbf{G}_1 \otimes \mathbf{G}_2, \Omega^*(\mathbf{T})) = (\mathbf{G}_1 \otimes \mathbf{G}_2, \mathbf{T})$. Следовательно, $\Omega^*(\mathbf{T}) = \mathbf{T}$, или $\mathbf{T} = \Omega(\mathbf{T})$ в силу унитарности преобразования Ω , доказанной выше. Таким образом, в случае, когда обе случайные матрицы, которые определяют преобразование Ω , совпадают, так называемый следовый элемент $\mathbf{T}$ также является собственным для Ω и соответствует собственному значению 1. Заметим, что найденные собственные элементы преобразования Ω являются также собственными и для сопряжённого преобразования Ω^* . Собственные значения и соответствующие собственные элементы, являющиеся общими для семейства линейных преобразований, которое определяется некоторым случайным параметром, являются также собственными и для усреднённого преобразования. Следовательно, указанные единичные собственные значения и соответствующие им собственные векторы матриц $\mathbf{Q}_k(\lambda_1, \lambda_2)$ будут таковыми и для средней матрицы $\mathbf{Q}(\lambda_1, \lambda_2)$. Можно показать также, что у матрицы $\mathbf{Q}(\lambda_1, \lambda_2)$ нет других единичных собственных значений кроме тех, которые являются общими собственными значениями для всех случайных матриц $\mathbf{Q}_k(\lambda_1, \lambda_2)$, а у матриц $\mathbf{Q}_k(\lambda_1, \lambda_2)$, в свою очередь, нет других единичных собственных значений кроме тех, которые мы указали.*

Теперь, пронумеровав собственные числа матрицы $\mathbf{Q}(\lambda_1, \lambda_2)$ в порядке убывания: $1 = \mu_1 \geq \mu_2 > |\mu_3| \geq \dots \geq |\mu_{16}|$ ($\mu_2 = 1$ только в случае $\lambda_1 = \lambda_2$), мы можем представить выражение (3) для среднего детерминанта матрицы когерентности на N -м отрезке волокна в виде

$$\begin{aligned} \langle \det \mathbf{J}_N \rangle = & (\boldsymbol{\varepsilon}_1, \mathbf{D}) \iint w_1(\lambda_1, \lambda_2) d\lambda_1 d\lambda_2 + \iint \mu_2^N(\lambda_1, \lambda_2) w_2(\lambda_1, \lambda_2) (\boldsymbol{\varepsilon}_2(\lambda_1, \lambda_2), \mathbf{D}) d\lambda_1 d\lambda_2 + \\ & + \iint \sum_{i=3}^{16} \mu_i^N(\lambda_1, \lambda_2) w_i(\lambda_1, \lambda_2) (\boldsymbol{\varepsilon}_i(\lambda_1, \lambda_2), \mathbf{D}) d\lambda_1 d\lambda_2. \end{aligned} \quad (4)$$

Поскольку первый член выражения (4) не зависит от N , т. е., по сути, от длины волокна, то именно его значение и будет пределом $\langle \det \mathbf{J}_N \rangle$ при $N \rightarrow \infty$. Скорость стремления $\langle \det \mathbf{J}_N \rangle$ к $\langle \det \mathbf{J}_\infty \rangle$ будет определяться вторым членом выражения (4), т. к. $\mu_2(\lambda_1, \lambda_2)$ является наибольшим после $\mu_1 = 1$ собственным значением, и, следовательно, именно этот член, содержащий $\mu_2^N(\lambda_1, \lambda_2)$, при достаточно больших N будет убывать медленнее, чем оставшиеся члены.

Для того чтобы показать, что, как и раньше, $\langle \det \mathbf{J}_\infty \rangle = 1/4$, и, следовательно, $\langle p_\infty^2 \rangle = 0$, а также оценить скорость стремления $\langle \det \mathbf{J}_N \rangle$ к своему пределу, запишем выражения для средней матрицы $\mathbf{Q}(\lambda_1, \lambda_2)$, её собственных векторов $\boldsymbol{\varepsilon}_1$ (соответствующего тензорному произведению единичных матриц) и $\boldsymbol{\varepsilon}_2$ (так называемого следового вектора), а также найдём поправку ко второму собственному значению, которое становится единичным лишь при $\lambda_1 = \lambda_2$.

Пронумеруем компоненты вектора $\mathbf{q}_k(\lambda_1, \lambda_2) = \mathbf{j}_k(\lambda_1) \otimes \mathbf{j}_k(\lambda_2)$ в следующем порядке: $q_1 = j_1^1 j_1^2$, $q_2 = j_1^1 j_4^2$, $q_3 = j_2^1 j_2^2$, $q_4 = j_2^1 j_3^2$, $q_5 = j_3^1 j_2^2$, $q_6 = j_3^1 j_3^2$, $q_7 = j_4^1 j_1^2$, $q_8 = j_4^1 j_4^2$, $q_9 = j_1^1 j_2^2$, $q_{10} = j_1^1 j_3^2$, $q_{11} = j_2^1 j_1^2$, $q_{12} = j_2^1 j_4^2$, $q_{13} = j_3^1 j_1^2$, $q_{14} = j_3^1 j_4^2$, $q_{15} = j_4^1 j_2^2$, $q_{16} = j_4^1 j_3^2$. Здесь

*Этот факт устанавливается с помощью теории представлений группы $SU(2)$ унитарных матриц второго порядка [4].

мы обозначили через q_i компоненты вектора $\mathbf{q}_k(\lambda_1, \lambda_2)$, а через j_i^1 и j_i^2 компоненты векторов $\mathbf{j}_k(\lambda_1)$ и $\mathbf{j}_k(\lambda_2)$ соответственно. Тогда матрица $\mathbf{Q}(\lambda_1, \lambda_2)$ примет блочный вид:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{Q}_1 & 0 \\ 0 & \mathbf{Q}_2 \end{pmatrix},$$

где блоки $\mathbf{Q}_1$ и $\mathbf{Q}_2$ представляются следующими матрицами:

$$\mathbf{Q}_1 = \begin{pmatrix} I_1 & I_2 & I_3 & -I_4 & -I_5 & I_6 & I_7 & I_8 \\ I_7 & I_8 & -I_3 & I_4 & I_5 & -I_6 & I_1 & I_2 \\ I_3 & -I_3 & I_{19} & -I_{20} & -I_{21} & I_{22} & -I_3 & I_3 \\ I_5 & -I_5 & I_{21} & -I_{22} & I_{23} & -I_{24} & -I_5 & I_5 \\ I_4 & -I_4 & I_{20} & I_{27} & -I_{22} & -I_{28} & -I_4 & I_4 \\ I_6 & -I_6 & I_{22} & I_{28} & I_{24} & I_{29} & -I_6 & I_6 \\ I_2 & I_1 & -I_3 & I_4 & I_5 & -I_6 & I_8 & I_7 \\ I_8 & I_7 & I_3 & -I_4 & -I_5 & I_6 & I_2 & I_1 \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{Q}_2 = \begin{pmatrix} -I_3 & I_4 & I_9 & I_{10} & -I_{11} & -I_{12} & I_3 & -I_4 \\ -I_5 & I_6 & I_{11} & I_{12} & I_{13} & I_{14} & I_5 & -I_6 \\ I_{15} & -I_{16} & -I_3 & I_3 & I_5 & -I_5 & I_{17} & -I_{18} \\ I_{17} & -I_{18} & I_3 & -I_3 & -I_5 & I_5 & I_{15} & -I_{16} \\ I_{16} & I_{25} & -I_4 & I_4 & I_6 & -I_6 & I_{18} & I_{26} \\ I_{18} & I_{26} & I_4 & -I_4 & -I_6 & I_6 & I_{16} & I_{25} \\ I_3 & -I_4 & I_{10} & I_9 & -I_{12} & -I_{11} & -I_3 & I_4 \\ I_5 & -I_6 & I_{12} & -I_{11} & I_{14} & I_{13} & -I_5 & I_6 \end{pmatrix}.$$

Элементы этих матриц являются функциями λ_1 , λ_2 и представляют собой усреднённые по Θ_k и l_k произведения $\ell_{im}^{(k)}(\lambda_1)\ell_{ln}^{(k)}(\lambda_2)$. Первый собственный вектор, соответствующий тензорному произведению единичных матриц, после нормировки примет вид $\boldsymbol{\varepsilon}_1 = 1/2(1, 1, 0, 0, 0, 0, 1, 1, 0, \dots, 0)^T$. Так называемый следовый вектор — это $(1, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 1, 0, \dots, 0)^T$, но он не ортогонален $\boldsymbol{\varepsilon}_1$. Ортогонализовав его к $\boldsymbol{\varepsilon}_1$ и отнормировав, мы получим вектор $\boldsymbol{\varepsilon}_2 = 1/(2\sqrt{3})(1, -1, 2, 0, 0, 2, -1, 1, 0, \dots, 0)^T$, который является собственным для матрицы $\mathbf{Q}(\lambda, \lambda)$.

Вычислим значение первого слагаемого в формуле (4), которое представляет собой $\langle \det \mathbf{J}_\infty \rangle$. В силу того, что вектор $\boldsymbol{\varepsilon}_1$ является также собственным и для сопряжённой (в данном случае — транспонированной) матрицы $\mathbf{Q}(\lambda, \lambda)$ с единичным собственным значением, он ортогонален ко всем остальным собственным векторам, поэтому $w_1(\lambda_1, \lambda_2) = (\mathbf{q}_0(\lambda_1, \lambda_2), \boldsymbol{\varepsilon}_1)$. Вектор $\mathbf{q}_0(\lambda_1, \lambda_2)$, выраженный через компоненты матрицы когерентности на входе волокна, и вектор $\mathbf{D}$ имеют вид

$$\mathbf{q}_0(\lambda_1, \lambda_2) = \begin{pmatrix} J_{11}^0(\lambda_1)J_{11}^0(\lambda_2) \\ J_{11}^0(\lambda_1)J_{22}^0(\lambda_2) \\ 2\operatorname{Re} J_{12}^0(\lambda_1)\operatorname{Re} J_{12}^0(\lambda_2) \\ 2\operatorname{Re} J_{12}^0(\lambda_1)\operatorname{Im} J_{12}^0(\lambda_2) \\ 2\operatorname{Im} J_{12}^0(\lambda_1)\operatorname{Re} J_{12}^0(\lambda_2) \\ 2\operatorname{Im} J_{12}^0(\lambda_1)\operatorname{Im} J_{12}^0(\lambda_2) \\ J_{22}^0(\lambda_1)J_{11}^0(\lambda_2) \\ J_{22}^0(\lambda_1)J_{22}^0(\lambda_2) \\ \vdots \end{pmatrix}, \quad \mathbf{D} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \\ 1 \\ 0 \\ \vdots \end{pmatrix}, \quad (5)$$

поэтому

$$\begin{aligned}\langle \det \mathbf{J}_\infty \rangle &= (\boldsymbol{\varepsilon}_1, \mathbf{D}) \iint w_1(\lambda_1, \lambda_2) d\lambda_1 d\lambda_2 = \\ &= \frac{1}{4} \iint (\mathbf{J}_{11}^0(\lambda_1) \mathbf{J}_{11}^0(\lambda_2) + \mathbf{J}_{11}^0(\lambda_1) \mathbf{J}_{22}^0(\lambda_2) + \mathbf{J}_{22}^0(\lambda_1) \mathbf{J}_{11}^0(\lambda_2) + \mathbf{J}_{22}^0(\lambda_1) \mathbf{J}_{22}^0(\lambda_2)) d\lambda_1 d\lambda_2 = \\ &= \frac{1}{4} \left(\int (\mathbf{J}_{11}^0(\lambda) + \mathbf{J}_{22}^0(\lambda)) d\lambda \right)^2 = \frac{1}{4} \left(\int B(\lambda) d\lambda \right)^2 = \frac{1}{4}.\end{aligned}$$

Здесь $B(\lambda) = \mathbf{E}^\dagger(\lambda) \mathbf{E}(\lambda)$ — функция спектральной плотности излучения.

Оценим теперь второе слагаемое в выражении (4)

$$K_N = \iint \mu_2^N(\lambda_1, \lambda_2) w_2(\lambda_1, \lambda_2) (\boldsymbol{\varepsilon}_2(\lambda_1, \lambda_2), \mathbf{D}) d\lambda_1 d\lambda_2, \quad (6)$$

которое определяет, как быстро стремится $\langle \det \mathbf{J}_N \rangle$, а следовательно, и $\langle p_N^2 \rangle$, к своему пределу. Рассмотрим сначала выражение $w_2(\lambda_1, \lambda_2) (\boldsymbol{\varepsilon}_2(\lambda_1, \lambda_2), \mathbf{D})$, где $w_2(\lambda_1, \lambda_2)$ — коэффициент при $\boldsymbol{\varepsilon}_2(\lambda_1, \lambda_2)$ в разложении вектора $\mathbf{q}_0(\lambda_1, \lambda_2)$ по собственным векторам матрицы $\mathbf{Q}(\lambda_1, \lambda_2)$. Несложно показать, что наборы собственных чисел матрицы и сопряжённой матрицы совпадают, причём имеет место тождество $(\mu_n - \bar{\nu}_m) (\boldsymbol{\varepsilon}_n, \boldsymbol{\eta}_m) = 0$, где ν_m и $\boldsymbol{\eta}_m$ — собственные числа и собственные векторы сопряжённой матрицы. Из этого тождества следует, что собственный вектор $\boldsymbol{\eta}$ матрицы $\mathbf{Q}^T$, соответствующий собственному значению ν , ортогонален всем собственным векторам матрицы $\mathbf{Q}$ кроме тех, которые соответствуют собственному значению $\mu = \bar{\nu}$. Таким образом, если $\boldsymbol{\eta}_2(\lambda_1, \lambda_2)$ — собственный вектор матрицы $\mathbf{Q}^T(\lambda_1, \lambda_2)$, соответствующий собственному значению $\mu_2(\lambda_1, \lambda_2)$, то $w_2(\lambda_1, \lambda_2) = (\mathbf{q}_0(\lambda_1, \lambda_2), \boldsymbol{\eta}_2(\lambda_1, \lambda_2))$. Если считать, что входной сигнал имеет достаточно узкий спектр, то можно положить $\boldsymbol{\eta}_2(\lambda_1, \lambda_2) \approx \boldsymbol{\varepsilon}_2$ и $\boldsymbol{\varepsilon}_2(\lambda_1, \lambda_2) \approx \boldsymbol{\varepsilon}_2$. Тогда, учитывая (5), подынтегральное выражение в (6) преобразуется к виду

$$\begin{aligned}w_2(\lambda_1, \lambda_2) (\boldsymbol{\varepsilon}_2(\lambda_1, \lambda_2), \mathbf{D}) &\approx (\mathbf{q}_0(\lambda_1, \lambda_2), \boldsymbol{\varepsilon}_2) (\boldsymbol{\varepsilon}_2, \mathbf{D}) = \\ &= -\frac{1}{4} [(\mathbf{J}_{11}^0(\lambda_1) + \mathbf{J}_{22}^0(\lambda_1)) (\mathbf{J}_{11}^0(\lambda_2) + \mathbf{J}_{22}^0(\lambda_2)) - 4 (\mathbf{q}_0(\lambda_1, \lambda_2), \mathbf{D})].\end{aligned}$$

Поскольку имеет место неравенство $|\mathbf{J}_{12}(\lambda)| \leq \mathbf{J}_{11}(\lambda) + \mathbf{J}_{22}(\lambda) = B(\lambda)$, можно вынести за скобку выражение $(\mathbf{J}_{11}^0(\lambda_1) + \mathbf{J}_{22}^0(\lambda_1)) (\mathbf{J}_{11}^0(\lambda_2) + \mathbf{J}_{22}^0(\lambda_2)) = B(\lambda_1)B(\lambda_2)$, тогда

$$w_2(\lambda_1, \lambda_2) (\boldsymbol{\varepsilon}_2(\lambda_1, \lambda_2), \mathbf{D}) \approx -\frac{B(\lambda_1)B(\lambda_2)p_0(\lambda_1, \lambda_2)}{4}, \quad (7)$$

где $p_0(\lambda_1, \lambda_2) = 1 - 4 (\mathbf{q}_0(\lambda_1, \lambda_2), \mathbf{D}) / (B(\lambda_1)B(\lambda_2))$.

Теперь оценим второе собственное значение матрицы $\mathbf{Q}(\lambda_1, \lambda_2)$. Заметим, что во все формулы длины волны λ входит не явно, а лишь через величину линейного двулучепреломления $\beta = 2\pi \Delta n / \lambda$ (где Δn — разность показателей преломления для медленной и быстрой осей анизотропии), поэтому при дальнейших вычислениях мы будем оперировать не с λ_1 и λ_2 , а с переменными

$$\beta = \frac{\beta_1 + \beta_2}{2} = \pi \Delta n \left(\frac{1}{\lambda_1} + \frac{1}{\lambda_2} \right), \quad \delta = \beta_1 - \beta_2 = 2\pi \Delta n \left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2} \right). \quad (8)$$

Найдём разложение второго собственного значения $\mu_2(\beta, \delta)$ матрицы $\mathbf{Q}(\beta, \delta)$ в ряд по δ в точке $\delta = 0$ с точностью до первого отличного от нуля члена. Нам известно, что $\mu_2(\beta, 0) = 1$, а соответствующий

собственный вектор $\varepsilon_2(\beta, 0) = \varepsilon_2$ не зависит от β и ортогонален всем остальным собственным векторам матрицы $\mathbf{Q}(\beta, 0)$, поскольку является также собственным вектором матрицы $\mathbf{Q}^T(\beta, 0)$.

Найдём сначала первую производную $\mu_2(\beta, \delta)$ по δ в точке $\delta = 0$. Продифференцируем обе части равенства $\mathbf{Q}(\beta, \delta)\varepsilon_2(\beta, \delta) = \mu_2(\beta, \delta)\varepsilon_2(\beta, \delta)$ по δ :

$$\frac{d\mathbf{Q}(\beta, \delta)}{d\delta} \varepsilon_2(\beta, \delta) + \mathbf{Q}(\beta, \delta) \frac{d\varepsilon_2(\beta, \delta)}{d\delta} = \frac{d\mu_2(\beta, \delta)}{d\delta} \varepsilon_2(\beta, \delta) + \mu_2(\beta, \delta) \frac{d\varepsilon_2(\beta, \delta)}{d\delta}, \quad (9)$$

и умножим (9) скалярно на $\varepsilon_2(\beta, \delta)$. Тогда, учитывая, что $(d\varepsilon_2(\beta, \delta)/d\delta, \varepsilon_2(\beta, \delta)) = 0$, а $|\varepsilon_2(\beta, \delta)| = 1$, получим

$$\frac{d\mu_2(\beta, 0)}{d\delta} = \frac{d}{d\delta} (\mathbf{Q}(\beta, \delta)\varepsilon_2, \varepsilon_2) \Big|_{\delta=0}.$$

Для квадратичной формы в правой части этого выражения имеет место равенство

$$\begin{aligned} (\mathbf{Q}(\beta, \delta)\varepsilon_2, \varepsilon_2) &= \frac{1}{3} (I_1 - I_2 + 4I_3 + 4I_6 - I_7 + I_8 + I_{19} + 2I_{22} + I_{29}) = \\ &= \frac{1}{3} \left[3 - \frac{\delta^2}{\gamma^2 + 2\beta\delta} A_1(\beta, \delta) - \frac{\delta^2}{\gamma^2 - 2\beta\delta} A_2(\beta, \delta) + \frac{2\delta^4(\gamma^2 + 4\beta^2)}{(\gamma^4 - 4\beta^2\delta^2)(\gamma^2 + \delta^2)} A_3(\beta, \delta) \right], \end{aligned} \quad (10)$$

где

$$\begin{aligned} A_{1,2}(\beta, \delta) &= \frac{\sqrt{4\gamma^2 + (2\beta \pm \delta)^2}}{4(1-g)\Theta_{max}} \operatorname{arctg} \left(\frac{4(1-g)\Theta_{max}}{\sqrt{4\gamma^2 + (2\beta \pm \delta)^2}} \right), \\ A_3(\beta, \delta) &= \frac{\sqrt{(\gamma^2 + 4\beta^2)(\gamma^2 + \delta^2)}}{4\gamma(1-g)\Theta_{max}} \operatorname{arctg} \left(\frac{4\gamma(1-g)\Theta_{max}}{\sqrt{(\gamma^2 + 4\beta^2)(\gamma^2 + \delta^2)}} \right). \end{aligned}$$

Легко убедиться, что квадратичная форма $(\mathbf{Q}(\beta, \delta)\varepsilon_2, \varepsilon_2)$ есть чётная функция δ , и её производная, а следовательно, и производная $\mu_2(\beta, \delta)$ по δ , в точке $\delta = 0$ равна нулю.

Вычислим теперь вторую производную $\mu_2(\beta, \delta)$ по δ в точке $\delta = 0$, для чего продифференцируем равенство (9) ещё раз и, положив $\delta = 0$, умножим его скалярно на ε_2 . Тогда, учитывая, что $\mu_2(\beta, 0) = 1$, а $d\mu_2(\beta, 0)/d\delta = 0$, получим следующее равенство:

$$\begin{aligned} &\left(\frac{d^2\mathbf{Q}(\beta, 0)}{d\delta^2} \varepsilon_2, \varepsilon_2 \right) + 2 \left(\frac{d\mathbf{Q}(\beta, 0)}{d\delta} \frac{d\varepsilon_2(\beta, 0)}{d\delta}, \varepsilon_2 \right) + \left(\mathbf{Q}(\beta, 0) \frac{d^2\varepsilon_2(\beta, 0)}{d\delta^2}, \varepsilon_2 \right) = \\ &= \frac{d^2\mu_2(\beta, 0)}{d\delta^2} + \left(\frac{d^2\varepsilon_2(\beta, 0)}{d\delta^2}, \varepsilon_2 \right). \end{aligned}$$

Поскольку $\mathbf{Q}^T(\beta, 0)\varepsilon_2 = \varepsilon_2$, из последнего следует, что

$$\frac{d^2\mu_2(\beta, 0)}{d\delta^2} = \left(\frac{d^2\mathbf{Q}(\beta, 0)}{d\delta^2} \varepsilon_2, \varepsilon_2 \right) + 2 \left(\frac{d\mathbf{Q}(\beta, 0)}{d\delta} \frac{d\varepsilon_2(\beta, 0)}{d\delta}, \varepsilon_2 \right). \quad (11)$$

Используя (10), первое слагаемое этого соотношения вычисляется по формуле

$$\left(\frac{d^2\mathbf{Q}(\beta, 0)}{d\delta^2} \varepsilon_2, \varepsilon_2 \right) = \frac{d^2}{d\delta^2} (\mathbf{Q}(\beta, \delta)\varepsilon_2, \varepsilon_2) \Big|_{\delta=0} = -\frac{4A_1(\beta, 0)}{3\gamma^2}. \quad (12)$$

Чтобы вычислить второе слагаемое, нам нужно найти производные матрицы $\mathbf{Q}(\beta, \delta)$ и её собственного вектора $\boldsymbol{\varepsilon}_2(\beta, \delta)$ по δ в точке $\delta = 0$. Матрица $\mathbf{Q}(\beta, \delta)$ нам полностью известна, поэтому мы можем вычислить её производную $d\mathbf{Q}(\beta, 0)/d\delta$. Что же касается производной собственного вектора, то, полагая в (9) $\delta = 0$, мы имеем следующее уравнение относительно $d\boldsymbol{\varepsilon}_2(\beta, 0)/d\delta$:

$$(\mathbf{I} - \mathbf{Q}(\beta, 0)) \frac{d\boldsymbol{\varepsilon}_2(\beta, 0)}{d\delta} = \frac{d\mathbf{Q}(\beta, 0)}{d\delta} \boldsymbol{\varepsilon}_2. \quad (13)$$

Необходимо заметить, что матрица $d\mathbf{Q}(\beta, 0)/d\delta$, как и $\mathbf{Q}(\beta, \delta)$, может быть представлена в виде прямой суммы двух матриц размера 8×8 . Векторы $\boldsymbol{\varepsilon}_1$ и $\boldsymbol{\varepsilon}_2$, как и вектор $(d\mathbf{Q}(\beta, 0)/d\delta) \boldsymbol{\varepsilon}_2$, являющийся правой частью уравнения (13), имеют нулевую составляющую в «нижнем» подпространстве (восемь последних компонент этих векторов равны нулю). Кроме того, единичные собственные значения матрицы $\mathbf{Q}(\beta, 0)$ являются собственными значениями её «верхнего» блока $\mathbf{Q}_1(\beta, 0)$, поэтому уравнение (13) для $d\boldsymbol{\varepsilon}_2(\beta, 0)/d\delta$ имеет смысл решать только в «верхнем» подпространстве, поскольку «нижние» компоненты этого вектора также будут нулевыми. Далее, решая уравнение (13), мы будем рассматривать только «верхнее» подпространство.

Поскольку ядро матрицы $(\mathbf{I} - \mathbf{Q}_1(\beta, 0))$ нетривиально ($\ker(\mathbf{I} - \mathbf{Q}_1(\beta, 0)) = \{\boldsymbol{\varepsilon}_1, \boldsymbol{\varepsilon}_2\}$), то условие разрешимости уравнения (13) заключается в том, чтобы действие проектора на ядро $\mathbf{P}_0$ на правую часть (13) равнялось нулю. Действительно, если матрица $\mathbf{G}$, такая, что $\ker \mathbf{G} = \ker \mathbf{G}^\dagger \neq \emptyset$, а $\mathbf{P}_0$ — проектор на $\ker \mathbf{G}$, то $\mathbf{G}\mathbf{P}_0 = \mathbf{P}_0\mathbf{G} = 0$. Тогда, если уравнение $\mathbf{G}\mathbf{x} = \mathbf{y}$ имеет решение, то $\mathbf{P}_0\mathbf{y} = \mathbf{P}_0\mathbf{G}\mathbf{x} = 0$. Чтобы доказать обратное утверждение, т. е. что если $\mathbf{P}_0\mathbf{y} = 0$, то решение уравнения существует, необходимо привести матрицу $\mathbf{G}$ к каноническому виду и исключить из системы уравнений строки, в которых $\mathbf{G}$ и $\mathbf{y}$ имеют нулевые элементы.

Итак, запишем условие разрешимости уравнения (13):

$$\left(\frac{d\mathbf{Q}_1(\beta, 0)}{d\delta} \boldsymbol{\varepsilon}_2, \boldsymbol{\varepsilon}_1 \right) = \left(\frac{d\mathbf{Q}_1(\beta, 0)}{d\delta} \boldsymbol{\varepsilon}_2, \boldsymbol{\varepsilon}_2 \right) = 0. \quad (14)$$

Матрица $d\mathbf{Q}_1(\beta, 0)/d\delta$ имеет вид

$$\frac{d\mathbf{Q}_1(\beta, 0)}{d\delta} = \begin{pmatrix} 0 & I'_2 & 0 & -I'_4 & I'_4 & 0 & -I'_2 & 0 \\ -I'_2 & 0 & 0 & I'_4 & -I'_4 & 0 & 0 & I'_2 \\ 0 & 0 & 0 & -I'_{20} & I'_{20} & 0 & 0 & 0 \\ -I'_4 & I'_4 & -I'_{20} & 0 & -2I'_{10} & -I'_{24} & I'_4 & -I'_4 \\ I'_4 & -I'_4 & I'_{20} & 2I'_{10} & 0 & I'_{24} & -I'_4 & I'_4 \\ 0 & 0 & 0 & -I'_{24} & I'_{24} & 0 & 0 & 0 \\ I'_2 & 0 & 0 & I'_4 & -I'_4 & 0 & 0 & -I'_2 \\ 0 & -I'_2 & 0 & -I'_4 & I'_4 & 0 & I'_2 & 0 \end{pmatrix},$$

где $I'_i(\beta) = dI_i(\beta, 0)/d\delta$. Тогда вектор правых частей уравнения (13) будет выглядеть следующим образом:

$$\frac{d\mathbf{Q}_1(\beta, 0)}{d\delta} \boldsymbol{\varepsilon}_2 = C(\beta)\mathbf{g},$$

где $C(\beta) = (2I'_4 + I'_{20} + I'_{24})/\sqrt{3}$ и $\mathbf{g} = (0, 0, 0, -1, 1, 0, 0, 0)^T$. Нетрудно видеть, что вектор $\mathbf{g}$ ортогонален и $\boldsymbol{\varepsilon}_1$, и $\boldsymbol{\varepsilon}_2$, и, следовательно, условие (14) выполняется. Решение уравнения (13) не единственно, но нас интересует то решение, для которого

$$\left(\frac{d\boldsymbol{\varepsilon}_2(\beta, 0)}{d\delta}, \boldsymbol{\varepsilon}_2 \right) = \left(\frac{d\boldsymbol{\varepsilon}_2(\beta, 0)}{d\delta}, \boldsymbol{\varepsilon}_1 \right) = 0.$$

Первое из этих соотношений следует из нормировки, а второе из условия ортогональности векторов $\varepsilon_2(\beta, \delta)$ и ε_1 для любых β и δ . Отметим, что решение уравнения (13), ортогональное ядру матрицы $(\mathbf{I} - \mathbf{Q}_1(\beta, 0))$, единственно.

Рассмотрим вспомогательное уравнение

$$(\mathbf{I} - \mathbf{Q}_1(\beta, 0) + \omega \mathbf{P}_0) \frac{d\varepsilon_2(\beta, 0)}{d\delta} = C(\beta)\mathbf{g}, \quad (15)$$

где ω — произвольное число. Приводя матрицу $(\mathbf{I} - \mathbf{Q}_1(\beta, 0) + \omega \mathbf{P}_0)$ к каноническому виду, нетрудно убедиться, что эта матрица обратима при любом $\omega \neq 0$, и, следовательно, уравнение (15) имеет единственное решение. Покажем, что решение уравнения (15) совпадает с решением уравнения (13), ортогональным ядру матрицы $(\mathbf{I} - \mathbf{Q}_1(\beta, 0))$. Пусть $\mathbf{x}$ — решение (15), тогда, в силу того, что $\mathbf{P}_0\mathbf{g} = 0$, вектор $(\mathbf{I} - \mathbf{P}_0)\mathbf{x}$ также является решением (15). Поскольку решение уравнения (15) единственно, то $\mathbf{x} = (\mathbf{I} - \mathbf{P}_0)\mathbf{x}$, и, таким образом, $\mathbf{P}_0\mathbf{x} = 0$, т. е. $\mathbf{x}$ ортогонален $\ker(\mathbf{I} - \mathbf{Q}_1(\beta, 0))$. Теперь, умножая (15) на матрицу $(\mathbf{I} - \mathbf{P}_0)$, получаем

$$\begin{aligned} (\mathbf{I} - \mathbf{P}_0)(\mathbf{I} - \mathbf{Q}_1(\beta, 0) + \omega \mathbf{P}_0)\mathbf{x} &= (\mathbf{I} - \mathbf{P}_0)(\mathbf{I} - \mathbf{Q}_1(\beta, 0))\mathbf{x} = \\ &= (\mathbf{I} - \mathbf{Q}_1(\beta, 0))(\mathbf{I} - \mathbf{P}_0)\mathbf{x} = (\mathbf{I} - \mathbf{Q}_1(\beta, 0))\mathbf{x} = C(\beta)(\mathbf{I} - \mathbf{P}_0)\mathbf{g} = C(\beta)\mathbf{g}, \end{aligned}$$

т. е. $\mathbf{x}$ является также решением уравнения (13).

Для решения (15) воспользуемся структурой матрицы $\mathbf{Q}_1(\beta, 0)$:

$$\mathbf{Q}_1(\beta, 0) = \left(\begin{array}{ccc|cc|ccc} I_1^0 & I_2^0 & I_3^0 & -I_4^0 & -I_4^0 & I_6^0 & I_2^0 & I_8^0 \\ I_2^0 & I_8^0 & -I_3^0 & I_4^0 & I_4^0 & -I_6^0 & I_1^0 & I_2^0 \\ I_3^0 & -I_3^0 & I_{19}^0 & -I_{20}^0 & -I_{20}^0 & I_{22}^0 & -I_3^0 & I_3^0 \\ \hline I_4^0 & -I_4^0 & I_{20}^0 & -I_{22}^0 & I_{23}^0 & -I_{24}^0 & -I_4^0 & I_4^0 \\ I_4^0 & -I_4^0 & I_{20}^0 & I_{23}^0 & -I_{22}^0 & -I_{24}^0 & -I_4^0 & I_4^0 \\ \hline I_6^0 & -I_6^0 & I_{22}^0 & I_{24}^0 & I_{24}^0 & I_{29}^0 & -I_6^0 & I_6^0 \\ I_2^0 & I_1^0 & -I_3^0 & I_4^0 & I_4^0 & -I_6^0 & I_8^0 & I_2^0 \\ I_8^0 & I_2^0 & I_3^0 & -I_4^0 & -I_4^0 & I_6^0 & I_2^0 & I_1^0 \end{array} \right),$$

где $I_i^0 = I_i(\beta, 0)$. Нетрудно видеть, что эту матрицу можно представить в виде суммы двух матриц: $\mathbf{Q}_1(\beta, 0) = \mathbf{Q}_1^S + \mathbf{Q}_1^A$, первая из которых симметрична, а вторая — антисимметрична, причём

$$\mathbf{Q}_1^S = \begin{pmatrix} \mathbf{G}_1 & 0 & \mathbf{G}_3 \\ 0 & \mathbf{G}_4 & 0 \\ \mathbf{G}_3^T & 0 & \mathbf{G}_6 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{Q}_1^A = \begin{pmatrix} 0 & \mathbf{G}_2 & 0 \\ -\mathbf{G}_2^T & 0 & -\mathbf{G}_5^T \\ 0 & \mathbf{G}_5 & 0 \end{pmatrix},$$

где $\mathbf{G}_1, \mathbf{G}_3, \mathbf{G}_6$ — матрицы размера 3×3 , причём $\mathbf{G}_1$ и $\mathbf{G}_6$ симметричны, $\mathbf{G}_4$ — симметричная матрица размера 2×2 , а $\mathbf{G}_2, \mathbf{G}_5$ — матрицы размера 3×2 с одинаковыми столбцами. Теперь уравнение (15) можно записать в виде

$$(\mathbf{I} - \mathbf{Q}_1^S + \omega \mathbf{P}_0 - \mathbf{Q}_1^A) \frac{d\varepsilon_2(\beta, 0)}{d\delta} = C(\beta)\mathbf{g}.$$

В силу того, что $\mathbf{Q}_1^A \mathbf{P}_0 = 0$, а $\mathbf{Q}_1^S \mathbf{P}_0 = \mathbf{P}_0$, матрица $\mathbf{R} = (\mathbf{I} - \mathbf{Q}_1^S + \omega \mathbf{P}_0)$ обратима при любом $\omega \neq 0$. Тогда из последнего уравнения следует, что

$$(\mathbf{I} - \mathbf{R}^{-1} \mathbf{Q}_1^A) \frac{d\varepsilon_2(\beta, 0)}{d\delta} = C(\beta) \mathbf{R}^{-1} \mathbf{g}.$$

Поскольку матрица $\mathbf{R}^{-1}$, как и матрица $\mathbf{R}$, имеет блочную структуру, совпадающую со структурой матрицы $\mathbf{Q}_1^S$, то из вида вектора $\mathbf{g}$ следует, что вектор $\mathbf{R}^{-1}\mathbf{g}$ пропорционален $\mathbf{g}$ и представляется следующей формулой:

$$\mathbf{R}^{-1}\mathbf{g} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ (\mathbf{I} - \mathbf{G}_4)^{-1} \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{(1 + I_{22}^0)^2 - (I_{23}^0)^2} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -1 - I_{22}^0 + I_{23}^0 \\ 1 + I_{22}^0 - I_{23}^0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{\mathbf{g}}{1 + I_{22}^0 + I_{23}^0}.$$

Далее, если взять достаточно большое число ω , то норма матрицы $\mathbf{R}^{-1}$ будет достаточно мала, а следовательно, будет мала и норма матрицы $\mathbf{R}^{-1}\mathbf{Q}_1^A$, поэтому матрица $(\mathbf{I} - \mathbf{R}^{-1}\mathbf{Q}_1^A)$ обратима, и обратная к ней матрица представляется рядом Неймана:

$$(\mathbf{I} - \mathbf{R}^{-1}\mathbf{Q}_1^A)^{-1} = \sum_{n=0}^{\infty} (\mathbf{R}^{-1}\mathbf{Q}_1^A)^n.$$

Из блочной структуры матрицы $\mathbf{Q}_1^A$ следует, что $\mathbf{Q}_1^A\mathbf{g} = (\mathbf{Q}_1^A)^n\mathbf{g} = 0$, поэтому $(\mathbf{I} - \mathbf{R}^{-1}\mathbf{Q}_1^A)^{-1}\mathbf{g} = \mathbf{g}$. Таким образом, производная вектора $\boldsymbol{\varepsilon}_2(\beta, \delta)$ по δ в точке $\delta = 0$ имеет вид:

$$\frac{d\boldsymbol{\varepsilon}_2(\beta, 0)}{d\delta} = C(\beta) (\mathbf{I} - \mathbf{R}^{-1}\mathbf{Q}_1^A)^{-1} \mathbf{R}^{-1}\mathbf{g} = \frac{2I_4' + I_{20}' + I_{24}'}{\sqrt{3}(1 + I_{22}^0 + I_{23}^0)} \mathbf{g}, \quad (16)$$

где $\mathbf{g} = (0, 0, 0, -1, 1, 0, 0, 0)^T$.

Вернёмся к вычислению второго слагаемого в формуле (11). Из (16) следует, что

$$\begin{aligned} \left(\frac{d\mathbf{Q}(\beta, 0)}{d\delta} \frac{d\boldsymbol{\varepsilon}_2(\beta, 0)}{d\delta}, \boldsymbol{\varepsilon}_2 \right) &= \frac{2I_4' + I_{20}' + I_{24}'}{\sqrt{3}(1 + I_{22}^0 + I_{23}^0)} \left(\frac{d\mathbf{Q}_1(\beta, 0)}{d\delta} \mathbf{g}, \boldsymbol{\varepsilon}_2 \right) = \\ &= \frac{2(2I_4' + I_{20}' + I_{24}')^2}{3(1 + I_{22}^0 + I_{23}^0)} = \frac{2A_1^2(\beta, 0)}{3\gamma^2(1 + A_1(\beta, 0))}. \end{aligned}$$

Используя (12), получаем следующую окончательную формулу для вычисления второй производной собственного значения $\mu_2(\beta, \delta)$ по δ в точке $\delta = 0$:

$$\frac{d^2\mu_2(\beta, 0)}{d\delta^2} = -\frac{4A_1(\beta, 0)}{3\gamma^2} \left(1 - \frac{A_1(\beta, 0)}{1 + A_1(\beta, 0)} \right) = -\frac{4A_1(\beta, 0)}{3\gamma^2(1 + A_1(\beta, 0))}.$$

Теперь, учитывая, что $\mu_2(\beta, 0) = 1$, а $d\mu_2(\beta, 0)/d\delta = 0$, можно записать разложение в ряд по степеням δ для второго наибольшего по абсолютной величине (после $\mu_1 \equiv 1$) собственного числа матрицы $\mathbf{Q}(\beta, \delta)$:

$$\mu_2(\beta, \delta) = 1 - \frac{2A_1(\beta, 0)\delta^2}{3\gamma^2(1 + A_1(\beta, 0))} + o(\delta^2) \approx e^{-\delta^2 W(\beta)}, \quad (17)$$

где $W(\beta) = 2A_1(\beta, 0)/[3\gamma^2(1 + A_1(\beta, 0))]$.

С учётом замены переменных (8), а также соотношений (7) и (17), интеграл (6) примет вид

$$K_N \approx -(4\pi \Delta n)^2 \iint \frac{B(\beta + \delta/2)B(\beta - \delta/2)}{(4\beta^2 - \delta^2)^2} e^{-\delta^2 NW(\beta)} p_0(\beta, \delta) d\delta d\beta. \quad (18)$$

Для того чтобы оценить выражение (18), будем считать, что переменные β и δ изменяются в интервалах $[\beta_0 - \Delta\beta, \beta_0 + \Delta\beta]$ и $[-2(\Delta\beta - |\beta - \beta_0|), 2(\Delta\beta - |\beta - \beta_0|)]$ соответственно, а спектр излучения имеет гауссовскую форму, т. е. функция спектральной плотности B задана формулой

$$B(\lambda) = \frac{1}{\Delta\lambda\sqrt{\pi}} \exp\left(-\frac{(\lambda - \lambda_0)^2}{(\Delta\lambda)^2}\right),$$

где λ_0 — средняя длина волны, а $\Delta\lambda$ — половина ширины линии спектра излучения. Обычно $\Delta\lambda \leq \lambda_0$, поэтому и для линейного двулучепреломления β будет справедливо подобное соотношение между β_0 и $\Delta\beta$. Тогда можно полагать, что $(\lambda - \lambda_0)/\Delta\lambda \approx \beta_0 - \beta/\Delta\beta$, и, следовательно,

$$B(\beta) \approx \frac{\beta_0^2}{2\sqrt{\pi^3}\Delta n\Delta\beta} \exp\left(-\frac{(\beta_0 - \beta)^2}{(\Delta\beta)^2}\right).$$

Поскольку экспоненциальная функция меняется быстрее других функций в интеграле (18), а интегрирование по δ проводится по интервалу, содержащему нуль, то справедливо следующее приближённое равенство:

$$\begin{aligned} & \int_{-2(\Delta\beta - |\beta - \beta_0|)}^{2(\Delta\beta - |\beta - \beta_0|)} \frac{B(\beta + \delta/2)B(\beta - \delta/2)}{(4\beta^2 - \delta^2)^2} e^{-\delta^2 NW(\beta)} p_0(\beta, \delta) d\delta \approx \\ & \approx \frac{p_0(\beta, 0)\beta_0^4}{\pi^3(8\Delta n\Delta\beta)^2\beta^4} \exp\left(-\frac{2(\beta_0 - \beta)^2}{(\Delta\beta)^2}\right) \int_{-\infty}^{+\infty} \exp(-f(\beta)\delta^2) d\delta = \\ & = \frac{\beta_0^4}{\pi^3(8\Delta n\Delta\beta)^2\beta^4} \exp\left(-\frac{2(\beta_0 - \beta)^2}{(\Delta\beta)^2}\right) \sqrt{\frac{\pi}{f(\beta)}}, \end{aligned}$$

где $f(\beta) = (\Delta\beta)^{-2}/2 + NW(\beta)$. Подставляя полученное выражение в (18) и поступая аналогичным образом с интегралом по β , имеем

$$\begin{aligned} K_N & \approx -\frac{\beta_0^4}{(2\Delta\beta)^2\sqrt{\pi}} \int_{\beta_0 - \Delta\beta}^{\beta_0 + \Delta\beta} \frac{1}{\beta^4\sqrt{f(\beta)}} \exp\left(-\frac{2(\beta_0 - \beta)^2}{(\Delta\beta)^2}\right) d\beta \approx \\ & \approx -\frac{1}{(2\Delta\beta)^2\sqrt{\pi f(\beta_0)}} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp\left(-\frac{2\beta^2}{(\Delta\beta)^2}\right) d\beta = -\frac{1}{4\Delta\beta\sqrt{2f(\beta_0)}}. \end{aligned}$$

Учитывая, что $W(\beta_0) \approx 1/(3\gamma^2)$, получаем следующее приближённое выражение для K_N :

$$K_N \approx -\frac{l_{\text{деп}}}{4\sqrt{l_{\text{деп}}^2 + 2\pi^2 N/(3\gamma^2)}},$$

где $l_{\text{деп}} = \pi/\Delta\beta$.*

Теперь мы можем записать главный член асимптотического разложения среднего детерминанта матрицы когерентности на выходе волокна, состоящего из N случайных отрезков:

$$\langle \det \mathbf{J}_N \rangle \approx \langle \det \mathbf{J}_\infty \rangle + K_N \approx \frac{1}{4} \left(1 - \frac{l_{\text{деп}}}{\sqrt{l_{\text{деп}}^2 + 2\pi^2 N/(3\gamma^2)}} \right).$$

*Длиной деполаризации излучения $l_{\text{деп}}$ называется длина волокна, на которой компоненты спектра источника излучения, отстоящие от центра на половину спектральной ширины, приобретают разность фаз, равную 2π .

Подставляя полученный результат в (1) и учитывая, что след матрицы когерентности в любой точке волокна равен её следу на входе, т. е. $\text{tr } \mathbf{J}_N = \text{tr } \mathbf{J}_0 = 1$ для любого N , мы получим следующее соотношение для среднего квадрата степени поляризации излучения:

$$\langle p_N^2 \rangle \approx \frac{l_{\text{деп}}}{\sqrt{l_{\text{деп}}^2 + 2\pi^2 N / (3\gamma^2)}}.$$

Поскольку мы рассматриваем длинные волокна, для которых число случайных отрезков достаточно велико, то можно считать, что $N/\gamma \approx z$. Тогда предыдущую формулу можно переписать в виде зависимости не от числа случайных отрезков N , а от длины волокна z :

$$\langle p^2(z) \rangle \approx \frac{l_{\text{деп}}}{\sqrt{l_{\text{деп}}^2 + 2\pi^2 z / (3\gamma^2)}}. \quad (19)$$

Анализируя соотношение (19), можно видеть, что для достаточно больших z среднее значение квадрата степени поляризации немонахроматического излучения, распространяющегося в ОВС со случайным кручением осей анизотропии, обратно пропорционально корню из длины волокна. Необходимо отметить также тот факт, что асимптотическое поведение среднего значения квадрата степени поляризации не зависит от дисперсии случайных кручений волокна.

Авторы выражают благодарность Вл. В. Кочаровскому за полезные замечания и обсуждение результатов работы. Работа частично поддержана РФФИ (гранты № 00–15–96732 и 00–02–17344).

ЛИТЕРАТУРА

1. Малыкин Г. Б., Позднякова В. И., Шерешевский И. А. // Изв. вузов. Радиофизика. 2000. Т. 43, № 11. (принято к печати)
2. Малыкин Г. Б., Позднякова В. И., Шерешевский И. А. // Оптика и спектроскопия. 1997. Т. 83, № 5. С. 843.
3. Mandel L., Wolf E. // Optical Coherence and Quantum Optics. Cambridge Univ. Press, 1995. 1166 p.
4. Барут А., Рончка Р. Теория представлений групп и её приложения: В 2-х томах. — М.: Мир, 1980. (Barut A., Raczka R. Theory of group representations and applications. Warszawa PWN — Polish Scientific Publishers, 1977)

¹ Институт прикладной физики РАН,
г. Нижний Новгород, Россия

Поступила в редакцию
30 августа 2000 г.

² Институт физики микроструктур РАН, г. Нижний
Новгород, Россия

ASYMPTOTIC CHARACTERISTICS OF THE EVOLUTION OF POLARIZATION OF A NONMONOCHROMATIC RADIATION IN SINGLE-MODE OPTICAL FIBERS WITH RANDOMLY TWISTED AXES OF LINEAR BIREFRINGENCE. II. ASYMPTOTIC BEHAVIOR OF THE DEGREE OF POLARIZATION AT LARGE FIBER LENGTHS

G. B. Malykin, V. I. Pozdnyakova, and I. A. Shereshevsky

In this paper, we determine the asymptotics for the square of the degree of polarization of nonmonochromatic radiation propagating in an optical fiber with random irregularities, which is valid at large fiber lengths. We find that the mean square degree of polarization tends to zero as inverse square root of the fiber length.

УДК 519.6:531.715:535.8:535.36:621.373

ВОССТАНОВЛЕНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК И ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ СТАТИСТИЧЕСКОЙ НАНОМЕТРОВОЙ ШЕРОХОВАТОСТИ ПОВЕРХНОСТИ ПО ДАННЫМ РАССЕЯНИЯ В ПЛАНАРНОМ ОПТИЧЕСКОМ ВОЛНОВОДЕ

А. А. Егоров

Рассмотрена задача о рассеянии направляемой ТЕ-моды в планарном оптическом волноводе с малыми по величине случайными нерегулярностями. Представлены результаты численного решения прямой и обратной задач рассеяния для статистической стационарной нанометровой шероховатости поверхности. Показана возможность извлечения информации о статистических свойствах шероховатости поверхности из данных измерения рассеянного излучения в дальней зоне (или в эквивалентной ей фурье-плоскости). Установлено, что при высоком отношении сигнал—шум оптимизация оптической передаточной функции волновода и эффективное сглаживание позволяют достичь сверхразрешения по интервалам корреляции шероховатостей порядка $\lambda/30 \div \lambda/20$.

ВВЕДЕНИЕ

Теоретические аспекты распространения и рассеяния оптических волн в нерегулярных средах и структурах рассматриваются с различных точек зрения (см., например, [1–3]). Возникающие при этом задачи имеют как фундаментальный, так и прикладной характер. Интенсивное развитие нанотехнологий в различных областях науки и техники в настоящее время привлекает повышенное внимание исследователей к этой проблематике в связи с высокой чувствительностью и бесконтактностью оптических методов контроля.

Одним из методов, который может позволить проводить исследование субмикронных объектов (как одиночных, так и ансамблей) с высоким разрешением, является метод волноводной оптической микроскопии [4–6]. Моды рассеяния, формирующие оптический образ объекта, регистрируются фотодетектором в виде излучательных воздушных мод и мод подложки планарного оптического волновода (ПВ). Если условия рассеяния волноводной моды на статистическом ансамбле микрообъектов (это может быть статистическая шероховатость поверхности или статистическая неоднородность волноводного слоя) удовлетворяют первому приближению теории возмущений, то регистрируемая «точечным» (с достаточно малой апертурой) фотодетектором в дальней зоне (или в эквивалентной ей фурье-плоскости [3]) интенсивность рассеянного излучения (диаграмма рассеяния, или функция отклика (ФО)) является, фактически, отображением функции спектральной плотности ансамбля в пространстве волновых чисел. Как известно, в этом случае рассеяние зависит только от статистических характеристик второго порядка ансамбля микрообъектов: функции спектральной плотности или её фурье-образа — автокорреляционной функции (АКФ). Автокорреляционная функция и функция спектральной плотности содержат всю информацию об основных параметрах исследуемого ансамбля микрообъектов. В рассматриваемом случае первое приближение теории возмущений справедливо, если, например, статистические шероховатости поверхностей пластинок, образующих границы планарного оптического волновода, малы по сравнению как с длиной волны лазерного излучения, так и с толщиной волноводного слоя. Если волноводный слой образован оптически прозрачной жидкостью, то рассеянием на её неоднородностях и поглощением в ней можно пренебречь. Предполагается, что исследуемые поверхности обработаны однотипно и принадлежат одному эргодическому ансамблю, поэтому определяемые статистические параметры шероховатости поверхности — среднеквадратичная

высота и интервал корреляции — одинаковы для обеих границ волновода. Важным преимуществом рассматриваемого метода является реализация режима волноводного рассеяния, который позволяет повысить чувствительность измерений в 100–1 000 раз по сравнению с методами однократного рассеяния света благодаря многократному синфазному рассеянию света на исследуемой статистической шероховатости поверхности. Действительно, для типичных планарных оптических волноводов [7, 8] на длине пути l волноводной моды число отражений от каждой границы волновода близко к $N \approx l/(2h)$, где h — толщина волноводного слоя. Например, при $l \approx 1$ мм и $h \approx 0,5$ мкм получаем $N \approx 10^3$. Другим серьёзным преимуществом метода является возможность исследования рассеяния в широком диапазоне латеральных размеров нерегулярностей, включая и размер нерегулярностей порядка длины волны зондирующего излучения.

1. РАССЕЯНИЕ СВЕТА НА СТАТИСТИЧЕСКИХ НЕРЕГУЛЯРНОСТЯХ В ПЛАНАРНОМ ОПТИЧЕСКОМ ВОЛНОВОДЕ

Рассмотрим рассеяние падающей волноводной моды в планарном оптическом волноводе, содержащем случайные (статистические) нерегулярности. Планарный волновод состоит из трёх слоёв (см. рис. 1): обрамляющей среды (1), тонкого волноводного слоя (2) и подложки (3) с показателями преломления n_1 , n_2 и n_3 соответственно; L — длина области, содержащей статистический ансамбль нерегулярностей (здесь — шероховатостей поверхности кварцевых пластинок); h — толщина волновода. Нерегулярности структуры ПВ могут быть обусловлены неровностями границ раздела сред, образующих волновод, подповерхностными дефектами (так называемый трещиноватый, или дефектный, слой) и неоднородностями показателя преломления волноводного слоя. Если волновод специально подготовлен, то рассеяние на его собственных нерегулярностях может быть незначительным. В этом случае ПВ можно использовать как основу для создания волноводного оптического микроскопа (рассмотрение его конкретной схемы выходит за рамки настоящей статьи), в котором будут исследоваться различные субмикронные микрообъекты.

Задача о рассеянии направляемой моды в планарном оптическом волноводе, содержащем случайные (стохастические) нерегулярности, решается с помощью теории возмущений. В общем случае для описания электромагнитного поля $\mathbf{E}$ в нерегулярном ПВ используется уравнение, которое в декартовых координатах имеет следующий вид [2, 3]:

$$\nabla^2 \mathbf{E} + \nabla \left(\mathbf{E}, \frac{\nabla \varepsilon_i}{\varepsilon_i} \right) + \omega^2 \mu_i \varepsilon_i \mathbf{E} = 0, \quad (1)$$

где ε_i — диэлектрическая проницаемость в каждом i -м слое ПВ ($i = 1, 2, 3$), $\omega = 2\pi f$, f — частота электромагнитного поля $\mathbf{E}$, μ_i — магнитная проницаемость среды, $\omega \sqrt{\mu_i \varepsilon_i} = n_i k_0$, n_i — показатель

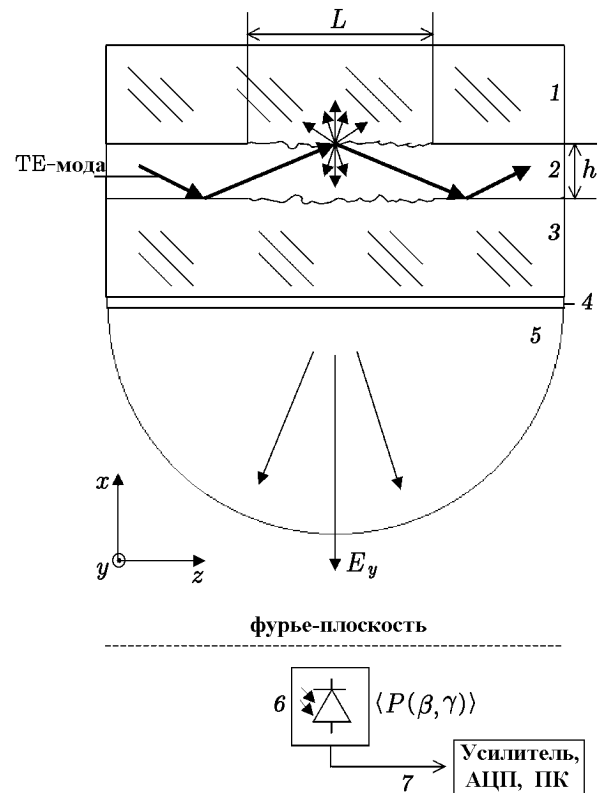


Рис. 1

преломления i -го слоя, $k_0 = 2\pi/\lambda$, λ — длина волны монохроматического света в вакууме. В уравнении (1) оператор $\nabla^2 = \Delta$, т. е. является лапласианом. Строго говоря, векторный оператор ∇^2 можно заменить скалярным лапласианом, если векторы поля имеют составляющие, отнесённые к фиксированным направлениям декартовых координат. Именно этот случай и рассматривается в данной задаче.

Можно упростить уравнение (1), если пренебречь возникающими при рассеянии поляризационными эффектами. Для этого достаточно потребовать, чтобы относительное изменение диэлектрической проницаемости на расстоянии порядка одной длины волны было много меньше единицы [3]. Это условие часто выполняется в оптических средах. В планарных оптических волноводах условие применимости теории возмущений фактически позволяет не учитывать поляризационные эффекты. Тогда вместо уравнения (1) можно использовать более простое волновое уравнение

$$\Delta \mathbf{E} + n_i^2 k_0^2 \mathbf{E} = 0, \quad (2)$$

которое справедливо для каждой декартовой компоненты вектора электрического поля. Для основной ТЕ-моды, распространяющейся вдоль оси z , при условии $\partial/\partial y = 0$ уравнение (2) принимает вид

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_y}{\partial z^2} + n_i^2 k_0^2 E_y = 0, \quad (3)$$

где $n_i^2(x, z) = n_{0i}^2(x, z) + \Delta n_i^2(x, z)$, $n_{0i}(x, z)$ описывает регулярные свойства соответствующей среды ПВ, а добавка $\Delta n_i^2(x, z)$ описывает нерегулярности структуры волновода (как неровности границ раздела сред ПВ, так и неоднородности показателя преломления в каждом i -м слое ПВ). Для применения теории возмущений $\Delta n_i^2(x, z)$ не обязательно должна быть малой величиной. Вполне достаточно, чтобы область, в пределах которой эта добавка отличается от нуля, была очень узкой [3]. Решение уравнения (3) приближённым методом поперечных сечений (метод идеальных мод, предложенный Д. Маркузе; В. В. Шевченко рассматривает его как частный случай метода поперечных сечений [3]) позволяет получить выражение для составляющей рассеянного поля в произвольной точке пространства с координатами x, z :

$$E_y = \int_0^\infty q(\rho, L) E_y(\rho, z) d\rho, \quad (4)$$

где q — эффективная амплитуда рассеяния ТЕ-моды, определяемая как коэффициент разложения поля по всем модам излучения, $\rho = (k_0^2 n_1^2 - \beta^2)^{1/2}$ — поперечная составляющая постоянной распространения мод рассеяния. Коэффициенты разложения находятся из соотношений ортогональности с помощью теории возмущений [3–8]. Используя выражение (4), можно найти как выражения для полей, т. е. амплитудно-фазовые распределения, в ближней, промежуточной или дальней зоне, так и соответствующие выражения для мощности рассеянного излучения. При этом могут быть использованы как численные, так и аналитические методы нахождения приближённого значения интеграла (4), например метод стационарной фазы или метод перевала. Если рассеяние происходит на случайных нерегулярностях, то для нахождения мощности рассеянного излучения применяется усреднение по ансамблю. Полное выражение для мощности рассеяния основной волноводной ТЕ-моды в данной работе не приводится из-за его громоздкости. Для несимметричного статистически нерегулярного планарного волновода аналогичная формула дана в [8].

2. РЕШЕНИЕ ПРЯМОЙ ЗАДАЧИ

Решение прямой задачи заключается в нахождении функции отклика на исследуемый объект (диаграммы рассеяния), которым может быть, например, статистический ансамбль микрообъектов. Функ-

ция отклика измеряется главным образом в ближней зоне, дальней зоне (фурье- плоскости) или плоскости изображения, например, с помощью точечного фотоприёмника. В последнем случае в фурье-плоскости функция отклика $P(\beta, \gamma)$ может быть представлена в виде

$$\langle P(\beta, \gamma) \rangle = C_0 \langle \Phi(\beta, \gamma) F(\beta, \gamma) \rangle, \quad (5)$$

где β — продольная составляющая постоянной распространения мод рассеяния, формирующих оптический образ объекта, γ — эффективный показатель преломления, $C_0 = P_0 k_0^4 L^2 / (\pi \beta_0 h_{\text{eff}})$ — нормировочный множитель, P_0 — интенсивность направляемой волноводной ТЕ-моды, L — длина области, содержащей статистический ансамбль исследуемых микрообъектов, $\beta_0 = k_0 \gamma$ — постоянная распространения волноводной моды, h_{eff} — эффективная толщина волновода, $\Phi(\beta, \gamma)$ — оптическая передаточная функция планарного волновода (или созданного с его помощью волноводного оптического микроскопа), $F(\beta, \gamma)$ — функция спектральной плотности статистического ансамбля микрообъектов, угловые скобки означают усреднение по эргодическому ансамблю статистически идентичных систем. Оптический образ записывается в виде дискретного цифрового набора интенсивности отклика в N точках отсчёта, где $N \approx 3000$.

Модельная функция спектральной плотности тестовой статистической стационарной шероховатости поверхности подложки ПВ задавалась в гауссовом виде:

$$\langle F(\beta, \gamma) \rangle = (2\sigma^2 r / L) \exp \left[-(\beta_0 - \beta)^2 r^2 / 2 \right], \quad (6)$$

соответствующая ей автокорреляционная функция, являющаяся фурье-образом функции спектральной плотности, имеет вид

$$B(u) = \sigma^2 \exp[-(u/r)^2], \quad (7)$$

где σ — среднеквадратичная высота шероховатости, r — интервал корреляции, $u = z - z'$, z и z' — координаты в плоскости подложки.

Численное моделирование проводилось для простого симметричного планарного волновода (см. рис. 1), образованного кварцевыми пластинками с показателями преломления $n_1 = n_3 = 1,46$ и жидкостным волноводным слоем с показателем преломления $n_2 = 1,59$. На рис. 1 приведена упрощённая оптическая схема регистрации рассеянного в нерегулярном ПВ излучения, где цифрами также обозначены: 4 — иммерсия, 5 — кварцевый полукруг, 6 — фотоприёмник, 7 — устройства обработки сигнала (усилитель, аналогово-цифровой преобразователь и персональный компьютер, осуществляющий обработку преобразованного цифрового сигнала по заданному алгоритму). В качестве выходных данных на компьютере получают, например, восстановленную при решении обратной задачи автокорреляционную функцию и соответствующие параметры нерегулярностей: интервал корреляции и среднеквадратичное отклонение от среднего.

На рис. 2 показаны нормированные функции отклика в фурье-плоскости в диапазоне наблюдаемых покровных (воздушных) мод рассеяния для следующих значений γ : кривая 1 — $\gamma = 1,479$; кривая 2 — $\gamma = 1,525$; кривая 3 — $\gamma = 1,556$; кривая 4 — $\gamma = 1,571$ (при этом соответствующая толщина волновода $h = \lambda/5$; $\lambda/2$; λ ; $3\lambda/2$). Геометрические параметры статистической шероховатости $\sigma = 5$ нм, $r = 30$ нм. При $r = 20$ нм функции отклика немного отличаются по амплитуде и форме кривых от приведённых на рис. 2. Асимметрия кривых относительно центра фурье-плоскости ($\beta = 0$) обусловлена тем, что центральная часть функции спектральной плотности сдвинута вправо относительно $\beta = 0$ на величину β_0 . Динамика ФО при изменении γ достаточно очевидна. Отметим только, что при изменении γ от 1,479 до 1,58 амплитуда функции отклика падает примерно в 5–10 раз.

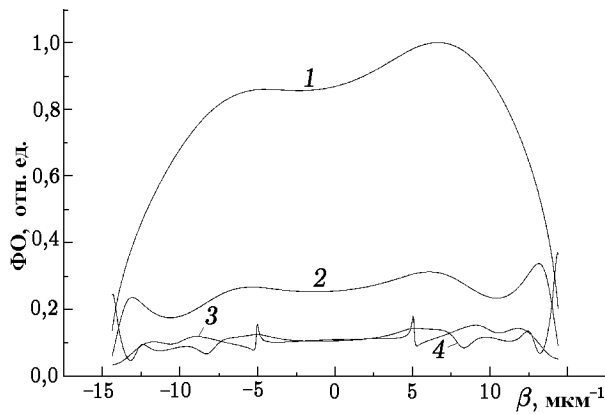


Рис. 2

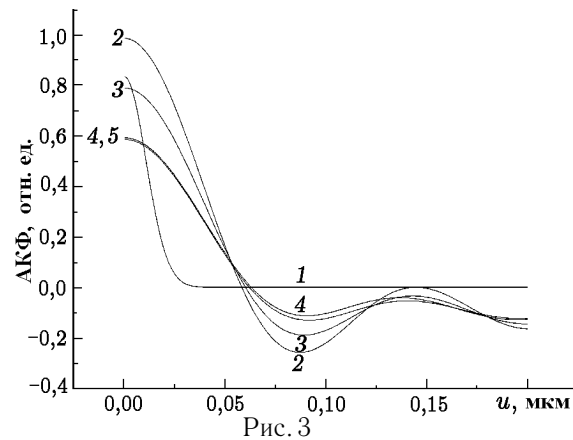


Рис. 3

3. РЕШЕНИЕ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ

Решение обратной задачи в случае исследования статистического ансамбля микрообъектов заключается в восстановлении автокорреляционной функции (и/или функции спектральной плотности) и определении соответствующих параметров микрообъектов по данным, полученным, например, в ближней зоне или в фурье-плоскости.

3.1. Восстановление автокорреляционной функции

Если регистрация интенсивности мод рассеяния производится в фурье-плоскости (или в дальней зоне), то восстановленная АКФ $R(u, \gamma)$ определяется в общем случае по формуле [4, 6, 9]

$$R(u, \gamma) = C_0^{-1} \int \frac{\langle P(\beta, \gamma) \rangle \Phi^*}{|\Phi|^2 + \mu M} \exp[i(\beta_0 - \beta)u] d\beta, \quad (8)$$

где $*$ обозначает комплексное сопряжение, μ — параметр регуляризации; простейшие стабилизаторы p -го порядка взяты в виде $M = \beta^{2p}$ или $M = (\beta_0 - \beta)^{2p}$, $p \geq 0$ — порядок регуляризации. Функция M может иметь, в принципе, любой темп роста при $\beta \rightarrow \infty$. Формула (8) позволяет получить приближённое регуляризованное решение обратной задачи по Тихонову [9]. При $M = \mu^{-1} (S/N)^{-1}$ формула (8) даёт оптимальное регуляризованное решение обратной задачи, которое совпадает с результатом применения оптимальной фильтрации по Винеру [9] (здесь S и N — спектральные плотности сигнала и шума соответственно). В [9] подчёркнуто, что для получения оптимального решения требуется знать спектральные плотности искомого решения и шума. Будем предполагать отсутствие какой-либо априорной информации о спектрах сигнала и шума. Тогда алгоритм построения решения сводится к поиску некоторого оператора, близкого к оптимальному регуляризирующему оператору (оператору оптимальной фильтрации по Винеру).

На рис. 3 приведены результаты восстановления АКФ по формуле (4) для $M = (\beta_0 - \beta)^{2p}$ при $\mu = p = 0,5$; коэффициент γ выбран таким же, как и на рис. 2. Заданная модельная гауссова АКФ $B(u)$ (кривая 1) имела следующие параметры: $\sigma = 5$ нм; $r = 30$ нм. Среднеквадратичная ошибка восстановления АКФ в этом случае составляет около 200 %. Видно, что ни при одном заданном значении γ восстановленные АКФ (кривые 2–5) не совпадают с исходной $B(u)$. Как следствие, определяемые параметры σ и r могут служить только некоторой достаточно грубой оценкой искомых значений. Для интервала корреляции $r = 20$ нм ошибка восстановления АКФ близка к указанной выше. При использовании простейшего стабилизатора p -го порядка $M = \beta^{2p}$ были получены похожие результаты. Такая большая ошибка восстановления АКФ обусловлена главным образом двумя факторами: ограниченной областью волновых чисел, в пределах которой измеряется функция отклика в фурье-плоскости

(преобразование Фурье от функции, заданной на ограниченном интервале, имеет вид типа $\sin x/x$), и свойствами самого интеграла Фурье, являющегося, по сути, предельным случаем представления некоторой функции в виде разложения по гармоникам. На рис. 3 хорошо видны гармонические «хвосты» восстановленных функций $R(u, \gamma)$. Ограниченная экстраполяция функции спектральной плотности за пределы диапазона волновых чисел наблюдаемых воздушных мод рассеяния не позволила решить поставленную задачу: ошибка восстановления оставалась большой. Таким образом, в классе решений, получаемых с помощью достаточно простых стабилизаторов p -го порядка, не удаётся найти оптимального регуляризованного решения поставленной задачи. В связи с этим для получения приближённого корректного решения обратной задачи была применена процедура сглаживания (квазиоптимальная фильтрация):

$$R(u, \gamma)_{\text{sm}} = C_0^{-1} \int \frac{\langle P(\beta, \gamma) \rangle \Phi^* E(u, \beta)}{|\Phi|^2 + \mu M} \exp[i(\beta_0 - \beta) u] d\beta. \quad (9)$$

Сглаживающая (фильтрующая) функция $E(u, \beta)$ подбиралась из условия минимума среднеквадратичной ошибки восстановления АКФ:

$$l_{L_2} = \left\{ \int_0^{u_0} |B(u) - R(u, \gamma)_{\text{sm}}|^2 du \right\}^{1/2}, \quad (10)$$

где величина u_0 выбирается из условия $u_0/r \gg 1$. Определение ошибки (10) в виде метрики функционального пространства L_2 предполагает, что соответствующие функции интегрируемы по модулю в квадрате. Применим к формуле (10) равенство Парсеваля:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |B(u) - R(u, \gamma)_{\text{sm}}|^2 du = \int_{-\infty}^{+\infty} |\langle F(\beta, \gamma) \rangle - \langle \tilde{F}(\beta, \gamma) \rangle_{\text{sm}}|^2 d\beta. \quad (11)$$

Полученное выражение можно рассматривать как среднеквадратичную погрешность аппроксимации исходной неограниченно-протяжённой функции спектральной плотности $F(\beta, \gamma) \in L_2(-\infty, +\infty)$ с помощью функции (спектра) ограниченной протяжённости $\tilde{F}(\beta, \gamma) \in L_2(-\beta, +\beta)$. Формула (11) даёт минимальную погрешность, достижимую при этой аппроксимации:

$$\min(l_{L_2}) = \int_{-\infty}^{-\beta_{\max}} |\langle F(\beta, \gamma) \rangle - \langle \tilde{F}(\beta, \gamma) \rangle_{\text{sm}}|^2 d\beta + \int_{+\beta_{\max}}^{+\infty} |\langle F(\beta, \gamma) \rangle - \langle \tilde{F}(\beta, \gamma) \rangle_{\text{sm}}|^2 d\beta. \quad (12)$$

Эта погрешность равна «энергии», заключённой в высокочастотной части спектральной плотности шероховатостей $F(\beta, \gamma)$, т. е. в области $|\beta| > \beta_{\max}$, где $\beta_{\max}$ определяет граничную частоту, выше которой оптическая передаточная функция равна нулю.

С позиции теории оптимальной фильтрации формула (9) позволяет ослабить действие помех, главным образом, в высокочастотной части спектра. В случае шероховатостей эта область характеризуется мелкомасштабную структуру профиля исследуемой поверхности, если говорить о параметрах типа интервала корреляции, и крупномасштабную, если говорить о соответствующих им характерных волновых векторах гармонических решёток в спектре случайной шероховатости. Таким образом, рассмотренная выше процедура поиска решения обратной задачи сводится к построению достаточно эффективного квазиоптимального оператора сглаживания, использующего принцип наименьших квадратов.

При численных расчётах варьировались как функции M , E , так и параметры μ , p и γ . Кроме того, для заданных пределов интегрирования подбирались оптимальный шаг интегрирования [10]. Пределы

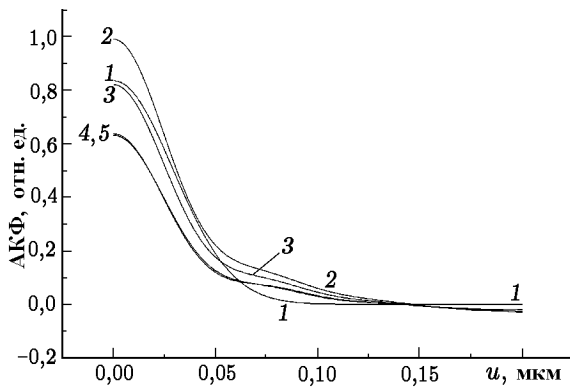


Рис. 4

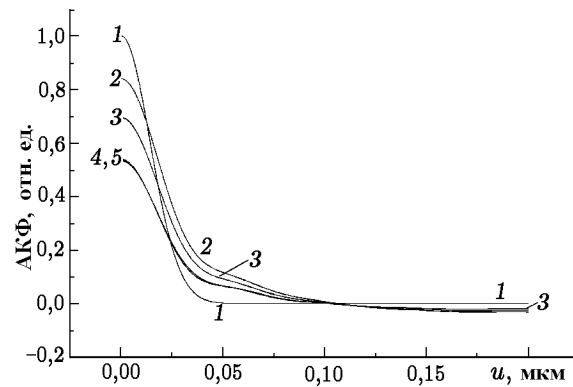


Рис. 5

интегрирования в формулах (8), (9) определялись характерным для выбранного ПВ диапазоном наблюдаемых мод рассеяния. Полученные результаты компьютерного моделирования позволяют утверждать, что выбранная достаточно простая с точки зрения математической реализации процедура позволяет получить приближённое корректное решение поставленной обратной задачи с относительной среднеквадратичной ошибкой восстановления АКФ не более 30 %. Ниже для примера приведены два рисунка. На рис. 4 показаны нормированные АКФ: заданная $B(u)$ с интервалом корреляции $r = 30$ нм и восстановленные $R(u, \gamma)$ для $M = (\beta_0 - \beta)^{2p}$; $E(u, \beta) = \sin(mu\beta)/(mu\beta)$ при $\mu = 0,4$; $p = 0,5$; $m = 12$. Коэффициенты замедления γ задавались такими же, как и на предыдущих рисунках. Рис. 5 в точности соответствует рис. 4 с тем лишь отличием, что исходная автокорреляционная функция $B(u)$ имеет интервал корреляции $r = 20$ нм. В первом случае относительная среднеквадратичная ошибка восстановления АКФ для оптимального значения [4, 6] $\gamma_{\text{opt}} \approx 1,525$ (рис. 4, кривая 3) равна примерно 38 %. Во втором случае для $\gamma \approx 1,479$ (рис. 5, кривая 2) ошибка равна примерно 50 %. Здесь для всех $R(u, \gamma)$ повышение точности решения возможно за счёт экстраполяции функции спектральной плотности за пределы диапазона регистрируемых мод рассеяния. Для обоих случаев можно уменьшить ошибку восстановления, например, за счёт увеличения параметра m сглаживающей функции до 14: в первом случае среднеквадратичная ошибка восстановления уменьшится приблизительно до 34 %, во втором — до 46 %. Если значения остальных параметров фиксированы, то дальнейшее увеличение m ухудшает точность решения. Вариация параметров μ и p позволяет затем подобрать оптимальное значение параметра m для одной из восстановленных функций (как правило, при $\gamma = 1,479$ или 1,525) и ещё более понизить ошибку восстановления АКФ, однако снизить её таким путём ниже $25 \div 30$ % не удалось.

Моделирование решения обратной задачи по формуле (9) было проведено также для сглаживающей функции $E(u, \beta) = \exp[-a(u\beta)^2]$. Вариация параметра a позволила подобрать его оптимальные значения при заданных параметрах μ и p . Например, для исходной АКФ с $r = 30$ нм при $\mu = 0,4$; $p = 0,7$ и $a = 60$ относительная среднеквадратичная ошибка восстановления для $\gamma = 1,479$ равна приблизительно 32 %. Для АКФ с $r = 20$ нм при $\mu = p = 0,1$; $a = 80$ и том же значении γ ошибка составляет около 36 %. В данном случае вариацией параметров μ и p также удалось снизить ошибку восстановления АКФ примерно до $28 \div 30$ %. Похожие результаты были получены и для функции $M = \beta^{2p}$. Как будет видно из следующего подраздела, точность восстановления АКФ, достигаемая с помощью предложенной квазиоптимальной фильтрации, является вполне достаточной для надёжного определения субволновых интервалов корреляции по данным рассеяния лазерного излучения в нерегулярном ПВ. Несомненно, экспериментальная реализация данного метода может потребовать корректировки найденных параметров решения задачи, поиска других оптимальных параметров, а также, возможно, разработки другого алгоритма обработки результатов измерений.

3.2. Определение геометрических параметров статистической шероховатости. Проблема сверхразрешения

В общем случае геометрия поверхности может быть достаточно сложной. У плоских образцов с обработкой высокого класса чистоты неровность поверхности определяется главным образом случайной шероховатостью. При изучении таких шероховатостей обычно используется гауссовый (нормальный) закон распределения [11], характеризующийся двумя параметрами: среднеквадратичной высотой σ и интервалом корреляции r . Иногда для дополнительной характеристики гауссовой статистической шероховатости используется среднеквадратичный тангенс угла наклона шероховатостей: $\langle \operatorname{tg} \eta \rangle = 2\sigma/r$. Как правило, при контроле шероховатости поверхности применяется система стандартных параметров шероховатости: R_a — среднее арифметическое отклонение профиля, R_z — высота неровностей профиля по десяти точкам, S_m — средний шаг неровностей и др. В случае гауссового распределения плотности вероятности высоты шероховатости вышеупомянутые геометрические параметры шероховатости R_a и R_z достаточно просто связаны со среднеквадратичной высотой σ [11]:

$$R_a = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \sigma \approx 0,8\sigma, \quad R_z \approx 4\sigma. \quad (13)$$

Для гауссовой и других наиболее часто используемых при исследовании статистических стационарных шероховатостей поверхности автокорреляционных функций [8] параметр $S_m \geq r$. Таким образом, в случае гауссовой статистики достаточно просто удаётся определить основные стандартные параметры шероховатости.

Определение интервала корреляции тестовой статистической шероховатости кварцевой поверхности производилось по следующим формулам:

$$r_1 = \int R(u) du, \quad r_2 = \int |R(u)| du, \quad r_3 = \int |R(u)|^2 du, \quad r_4 = \left[\frac{d^2 R(u)}{du^2} \Big|_{u=0} \right]^{-1/2}, \quad (14)$$

где $R(u)$ — нормированная АКФ, восстановленная при решении обратной задачи.

Для исходной АКФ с $r = 30$ нм при использовании сглаживающей функции типа $\sin(mx)/(mx)$ с $m = 14$ были найдены следующие оптимальные параметры решения обратной задачи: $\mu = 0,4$; $p = 0,5$; $\gamma = 1,525$. Определённые при этих параметрах интервалы корреляции имеют следующие значения: $r_1 = 24$ нм, $r_2 = 28$ нм, $r_3 = 31$ нм, $r_4 = 29$ нм. С наименьшей относительной ошибкой около 3 % определены два последних интервала корреляции. Среднеарифметическое значение интервалов корреляции $r_{\text{ар}} = 28$ нм отличается от заданного примерно на 7 %. При использовании гауссовой сглаживающей функции с $a = 60$ для тех же оптимальных параметров интервалы корреляции имеют следующие значения: $r_1 = 25$ нм, $r_2 = r_3 = r_4 = 30$ нм. Видно, что все значения кроме первого абсолютно точно совпадают с заданным интервалом корреляции.

Для исходной АКФ с $r = 20$ нм при использовании сглаживающей функции типа $\sin(mx)/(mx)$ с $m = 12$ и оптимальных параметров решения обратной задачи $\mu = 0,4$; $p = 0,5$; $\gamma = 1,479$ интервалы корреляции имели следующие значения: $r_1 = 28$ нм, $r_2 = 32$ нм, $r_3 = 33$ нм и $r_4 = 40$ нм. Здесь только первое значение, определённое с ошибкой 40 %, можно считать некоторой приемлемой оценкой заданного интервала корреляции. Использование гауссовой сглаживающей функции с $a = 60$ даёт при тех же параметрах для r_3 ошибку определения 30 %. Увеличение коэффициента сглаживания a до 80 при $\mu = p = 0,2$ позволило получить следующие значения интервала корреляции: $r_1 = 24$ нм, $r_2 = 28$ нм, $r_3 = 30$ нм и $r_4 = 23$ нм. При этих параметрах дифференциальная формула, более предпочтительная для определения малых интервалов корреляции, даёт ошибку 15 %, что соответствует примерно величине $\lambda/200$. Такая ошибка может считаться вполне удовлетворительной при решении экспериментальных задач. Определение шероховатостей поверхности с латеральным размером $r = 20$ нм (при-

мерно $\lambda/30$) формально соответствует превышению разрешения Аббе—Релея в классической оптической микроскопии примерно в 15 раз [4]. Заметим, что в качестве экспресс-методики при экспериментальных исследованиях может быть использована как вполне удовлетворительная оценка интервала корреляции по уровню $e^{-1} \approx 0,37$ из восстановленных нормированных АКФ.

Среднеквадратичное отклонение σ шероховатостей поверхности от плоскости (среднеквадратичная высота) определялось по следующей формуле:

$$\sigma = \int F(\beta, \gamma) d\beta, \quad (15)$$

где $F(\beta, \gamma)$ — функция спектральной плотности, являющаяся фурье-образом АКФ. При подстановке в формулу (15) исходной спектральной плотности шероховатостей удаётся получить заданную среднеквадратичную высоту только при значительном расширении области интегрирования за пределы диапазона наблюдаемых мод рассеяния. Это обусловлено тем, что при нанометровых интервалах корреляции для обеспечения необходимой точности определения σ по формуле (15) необходима существенная экстраполяция спектра за пределы диапазона регистрируемых мод рассеяния. Как известно, при этом необходима сложная аналитическая и вычислительная обработка данных, особенно в случае зашумлённых экспериментальных данных [12, 13]. Без экстраполяции спектра определяемые σ в обоих случаях получаются примерно на 1–2 порядка меньше заданного: $\sigma \approx 0,3 \div 5 \text{ \AA}$. Привлечение дополнительной априорной информации, доступной в эксперименте, позволяет снизить ошибку определения среднеквадратичной высоты до 40 ÷ 50 %. Неровности поверхности в этом случае выглядят в среднем более пологими по сравнению с их реальным видом. Но в любом случае определённая таким образом среднеквадратичная высота может служить только некоторой оценкой реального σ .

Дальнейшее повышение точности восстановления АКФ (следовательно, точности восстановления функции спектральной плотности) и определения соответствующих геометрических параметров шероховатости возможно, например, за счёт нахождения более оптимальных сглаживающих функций и параметров решения обратной задачи, а также за счёт применения эффективной экстраполяции спектра за пределы диапазона регистрируемых мод рассеяния. В последнем случае надо учитывать, что ширина спектра в рассматриваемом случае составляет примерно [4, 14] $\Delta\beta \geq \text{const}/r$, где постоянная зависит от конкретного определения $\Delta\beta$ и r , а также от формы спектра. В нашем случае эффективная ширина спектра примерно в 3–10 раз больше полосы волновых чисел, укладывающихся в диапазоне наблюдаемых мод рассеяния. Возможны и другие подходы к нахождению корректного решения поставленной задачи, особенно при достижении сверхразрешения по латеральным размерам нерегулярностей. Например, может быть применён метод Бейкуса—Гилберта, в котором не предполагается существование обратного оператора. Здесь приближённое решение обратной задачи рассеяния ищется на некотором компактном множестве. Может быть использован также метод Габора, относящийся к преобразованиям вэйвлетного типа. В этом случае проблема заключается в нахождении представления Габора для искомой функции, дающего корректное решение задачи. Применение этих методов требует преодоления достаточно сложных теоретических проблем, а также построения достаточно эффективных вычислительных алгоритмов.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Разработанная комплексная методика нахождения приближённого корректного решения обратной задачи позволяет с приемлемой для экспериментов точностью восстанавливать автокорреляционную функцию статистической стационарной нанометровой шероховатости поверхности по данным рассеяния, полученным в дальней зоне (или в фурье-плоскости). Поиск решения обратной задачи сводится к построению достаточно эффективного квазиоптимального оператора сглаживания, использующего

принцип наименьших квадратов. Численным моделированием показано, что при высоком отношении сигнал—шум в случае гауссовой автокорреляционной функции интервал корреляции $\lambda/20$ может быть определён практически без ошибки, а интервал корреляции $\lambda/30$ — с ошибкой около 15 %. Таким образом, разработанный метод может позволить достичь сверхразрешения по интервалам корреляции нерегулярностей. Заниженная оценка среднеквадратичной высоты может быть улучшена, например, за счёт экстраполяции спектра за пределы диапазона волновых чисел наблюдаемых мод рассеяния. В этом случае естественно повышается как точность восстановления автокорреляционной функции и функции спектральной плотности, так и точность определения соответствующих геометрических параметров нерегулярностей.

ЛИТЕРАТУРА

1. Рытов С. М. Введение в статистическую радиофизику. — М.: Наука, 1966.
2. Гудмен Дж. Статистическая оптика. — М.: Мир, 1988.
3. Маркузе Д. Оптические волноводы. — М.: Мир, 1974.
4. Egorov A. A. // Laser Physics. 1998. V. 8, № 2. P. 536.
5. Yegorov A. A. // Laser Physics. 1999. V. 9, № 2. P. 542.
6. Егоров А. А. // Изв. РАН. Сер. Физ. 1999. Т. 63, № 6. С. 1125.
7. Андлер Г., Егоров А. А., Черемискин И. В. // Оптика и спектр. 1984. Т. 56, № 4. С. 731.
8. Егоров А. А. // Поверхность. 1994. № 5. С. 72.
9. Тихонов А. Н., Арсенин В. Я. Методы решения некорректных задач. — М.: Наука, 1981.
10. Марчук Г. И. Методы вычислительной математики. — М.: Наука, 1989.
11. Топорец А. С. Оптика шероховатой поверхности. — Л.: Машиностроение, 1988.
12. Тычинский В. П. // УФН. 1996. Т. 166, № 11. С. 1219.
13. Баранов Д. В., Егоров А. А., Золотов Е. М., Свидзинский К. К. // Оптика и спектр. 1997. Т. 83, № 3. С. 483.
14. Ахманов С. А., Дьяков Ю. Е., Чиркин А. С. Введение в статистическую радиофизику и оптику. — М.: Наука, 1981.

Российский университет дружбы народов,
г. Москва, Россия

Поступила в редакцию
23 июня 2000 г.

RECONSTRUCTION OF CHARACTERISTICS AND DETERMINATION OF PARAMETERS OF STATISTICAL NANOMETER-SCALE SURFACE ROUGHNESS USING THE DATA ON SCATTERING IN A PLANAR OPTICAL WAVEGUIDE

A. A. Yegorov

We consider the problem of scattering of a guided TE-mode in a planar optical waveguide with small statistic irregularities. The results of numerical solution of the direct and inverse problems of the waveguide scattering for a stationary statistical nanometer-scale surface roughness are presented. We show the possibility of obtaining information on the statistical properties of the surface roughness from the measurements of the scattered radiation in the far zone (or on the equivalent Fourier plane). It is found that the superresolution over the correlation-scale range $\lambda/30 - \lambda/20$ of the roughness can be achieved at a high signal-to-noise ratio by optimizing the optical transfer function of the waveguide and effective smoothing.

УДК 534.121.1;681.12

О ВОЗМОЖНОСТИ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ИЗГИБНЫХ ВОЛН ПРИ СОЗДАНИИ АКУСТИЧЕСКИХ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ ДЛЯ СИСТЕМ НЕРАЗРУШАЮЩЕГО КОНТРОЛЯ

С. И. Муякшин¹, В. А. Односеццев², И. Я. Орлов²

Приводятся результаты теоретического и экспериментального исследования структуры поля распределённой антенны изгибающей волны. Оценивается эффективность механоакустического преобразования в такой антенне и перспективность её использования в ультразвуковых системах неразрушающего контроля.

ВВЕДЕНИЕ

Одной из проблем ультразвукового неразрушающего контроля является ввод в среду, где должны проводиться измерения, ультразвукового пучка с заданными характеристиками [1, 2]. Например, в неинвазивном ультразвуковом расходомере, использующем частотно-временной или доплеровский принцип измерения скорости, электроакустический преобразователь должен формировать ультразвуковой пучок, проходящий через стенку трубы и направленный под углом к направлению потока. Одним из способов ввода ультразвукового пучка в трубу под углом к её оси является использование преломляющего клина, на наклонную грань которого наклеен пьезоэлемент. Основной особенностью такого электроакустического преобразователя является зависимость угла ввода от скорости звука в жидкости, что объясняется выполнением закона Снеллиуса на границах клин—стенка трубы и стенка трубы—жидкость. При использовании таких электроакустических преобразователей в частотно-временной схеме сильные изменения скорости звука могут привести к ослаблению и даже пропаданию принятого сигнала из-за отклонения ультразвукового пучка. Этот факт ограничивает применение преобразователей этого типа в частотно-временных расходомерах.

Однако эта же особенность делает привлекательным использование преломляющих электроакустических преобразователей в доплеровских расходомерах. При этом по той же самой причине (т. е. из-за выполнения закона Снеллиуса) коэффициент пересчёта $K = \sin \theta / C$ скорости потока V в доплеровское смещение частоты $\Delta f = 2f_0VK$, где f_0 — частота ультразвука, оказывается независимым от скорости звука C в жидкости: в конечном счёте его величина определяется отношением синуса угла падения ультразвукового пучка из преломляющего клина на стенку трубы к скорости звука в клине. Вместе с тем очевидно, что в такой схеме ввода пучка из-за отражений волн на границах невозможно достичь полного использования чувствительности пьезоэлемента. Пользуясь известными выражениями для коэффициентов пропускания по энергии [3], можно показать, что наилучшим с точки зрения получения максимального коэффициента передачи ультразвука в жидкость при наибольшем угле ввода будет следующее преобразование: продольная волна в клине—поперечная волна в стенке трубы—продольная волна в жидкости. Но и в этом случае для сочетания клин из оргстекла—стальная стенка—вода при угле ввода в воде $20 \div 23^\circ$ коэффициент передачи по энергии не будет превышать 0,1. Поэтому такие преобразователи не могут иметь высокой чувствительности, необходимой для приёма слабых рассеянных сигналов.

Между тем существует ещё одна возможность решения этой проблемы, не нашедшая пока широкого применения. Это возбуждение в стенке трубопровода изгибающей волны с параметрами, при которых происходит эффективное излучение звука в жидкость [4]. Целью работы является теоретическое

и экспериментальное исследование такого способа ввода ультразвукового пучка в основном с точки зрения применения в доплеровских расходомерах. Основное внимание уделяется структуре акустического поля, генерируемого изгибной волной в жидкости, а также эффективности механоакустического преобразования, осуществляемого такой распределённой антенной.

1. СТРУКТУРА АКУСТИЧЕСКОГО ПОЛЯ РАСПРЕДЕЛЁННОЙ АНТЕННЫ ИЗГИБНОЙ ВОЛНЫ

Известно [3, 5], что если частота ω силы, приложенной к бесконечной плоской пластине, контактирующей с жидкостью, превышает так называемую критическую частоту $\omega_c = C^2 (\rho_p h / D)^{1/2}$, где $D = Eh^3 / [12(1 - \nu^2)]$ — «цилиндрическая» жёсткость пластины, E и ρ_p — модуль Юнга и плотность материала пластины, h — её толщина, ν — коэффициент Пуассона, C — скорость звука в жидкости, то скорость C_f изгибной волны становится больше скорости звука в жидкости, и распространяющаяся в пластине изгибная волна начинает излучать в жидкость звуковую волну под углом $\theta_{\max} = \arcsin(C/C_f)$ относительно нормали к поверхности пластины. Хотя с формальной точки зрения в формировании акустического поля принимает участие вся поверхность пластины, основной вклад в акустическое поле вносит окрестность области распределения источников возбуждения, где амплитуда изгибной волны достаточно велика. Размеры этой окрестности определяются ослаблением изгибной волны, связанным с цилиндрической расходимостью и излучением энергии в жидкость. Если они меньше характерных размеров интересующего нас участка трубы, для исследования поля в трубе можно пользоваться теоретическими результатами для плоской пластины. К этому вопросу мы вернёмся ниже, когда будет исследовано поле изгибной волны в пластине.

В данной работе мы ограничимся только механоакустическим этапом полного процесса электро-механического преобразования. Иными словами, мы будем решать задачу в приближении заданной силы, а процесс создания с помощью электромеханического преобразователя соответствующего распределения сил рассматривать не будем. Поэтому ниже будет использоваться термин «распределённая антенна изгибной волны» или «антенна». Поскольку поток в трубе в зависимости от её диаметра и размеров антенны может находиться как в ближней, так и в волновой зоне, интересно рассмотреть поле распределённой антенны изгибной волны как вблизи антенны, так и вдали от неё.

В книге [5] дано полное решение задачи об излучении звука бесконечной плоской пластиной, погружённой в жидкость. Оно получено путём совместного решения уравнения колебаний «толстой» пластины ($h > \lambda_f/20$, где λ_f — длина изгибной волны) и волнового уравнения, описывающего распространение звука в жидкости, с учётом граничного условия, связывающего смещение поверхности пластины с давлением в жидкости. Общее выражение для звукового давления в жидкости, возбуждаемого точечной силой F , получено в замкнутой интегральной форме. Приближённое выражение (1) этого интеграла в волновой зоне, полученное методом стационарной фазы, описывает, очевидно, диаграмму направленности такого элементарного источника:

$$p(\theta, R) = \frac{kF}{2\pi R} \left| \cos \theta \left\{ 1 - i \frac{\Omega}{\varepsilon} \cos \theta \frac{1 - \Omega^2 [\sin^2 \theta - (C/C_p)^2] [\sin^2 \theta - (C/C_R)^2]}{1 + \Omega^2 (C/C_R)^2 [\sin^2 \theta - (C/C_p)^2]} \right\}^{-1} \right|, \quad (1)$$

где $\Omega = \omega/\omega_c$ — безразмерная частота, $\varepsilon = \rho C / (\rho_p h \omega_c)$, $C_p = [E/(\rho_p(1 - \nu^2))]^{1/2}$ — скорость продольных волн в пластине, $C_R = 0,925 [E/2(1 + \nu)]^{1/2}$ — скорость поверхностных волн Рэлея на границе полупространства из материала пластины, k — волновое число, R — расстояние, θ — полярный угол, ρ — плотность жидкости. Из (1) видно, что излучение сосредоточено около поверхности конуса с углом раствора $2\theta_{\max}$, причём угол $\theta_{\max}$ тем меньше, чем больше частота возбуждения превышает критическую. В пределе для очень высоких частот $\omega \gg \omega_c$ [5] угол излучения стремится к величине

$\theta = \arcsin(C/C_R)$. Физически это означает, что пластина играет роль полосового фильтра пространственных частот.

Очевидно, что для измерения скорости потока необходимо сформировать в жидкости диаграмму направленности (ДН), узкую в перпендикулярном плоскости потока направлении, а для сохранения информации о направлении скорости ДН должна быть однолепестковой. Для формирования такой ДН необходимо подобрать соответствующее распределение источников по поверхности пластины. Так, при возбуждении изгибной волны с помощью преобразователя, контактирующего с пластиной вдоль узкой полосы, перпендикулярной плоскости потока, в жидкости сформируется двухлепестковая ДН, симметричная по отношению к нормали. Один из лепестков может быть подавлен за счёт использования фазированной решётки (ФАР), состоящей из нескольких параллельных полос.

Результирующее распределение источников при этом будет выражаться свёрткой распределения амплитуды, обусловленного точечной силой, с распределением этой силы по поверхности пластины. Поскольку поле в волновой зоне и пространственное распределение источников связаны между собой преобразованием Фурье [6], результирующая ДН будет выражаться как произведение ДН точечной силы на ДН распределения источников. Таким образом, диаграмма направленности ФАР, возбуждающей плоскую пластину, будет выражаться в виде произведения ДН точечного возбуждения (1), ДН области контакта преобразователя с пластиной (2) и решёточного множителя (3):

$$\text{Array}(\theta, \phi) = |\text{sinc}(kL_x \sin \theta \cos \phi) \text{sinc}(kL_y \sin \theta \sin \phi)|, \quad (2)$$

$$\text{Pha}(\theta) = \left| \sin [(kd \sin \theta - \Delta\phi)(M+1)/2] / \sin [(kd \sin \theta - \Delta\phi)/2] \right|. \quad (3)$$

Здесь ϕ — азимутальный угол, θ — полярный угол, k — волновое число, L_x и L_y — продольный и поперечный размеры возбуждаемого участка пластины, d — шаг фазированной решётки (вдоль оси x), $\Delta\phi$ — сдвиг фаз между соседними элементами, M — число элементов.

Поскольку, как было указано, ДН в волновой зоне и пространственное распределение источников сопряжены по Фурье, ширина пространственного спектра обратно пропорциональна размеру возбуждённой области. Если распределение амплитуд источников достаточно гладкое [6], то произведение этих величин близко к единице. Поэтому, например, ширина лепестка ДН (по половинной мощности) в плоскости, перпендикулярной направлению потока, будет определяться выражением $\delta\varphi = \arcsin(0,4\lambda/L_y) \approx 0,4\lambda/L_y$, а в плоскости потока выражением $\delta\theta \approx 0,4\lambda/L_{\text{эфф}}$, где $L_{\text{эфф}}$ — эффективный масштаб области возбуждения пластины. Эта общая закономерность даёт также возможность без громоздких вычислений судить о ближнем поле источника по его дальнему полю. Ниже мы воспользуемся этим фактом для анализа характера излучения вблизи распределённой антенны.

Рис. 1а иллюстрирует вышесказанное. На нём изображено сечение плоскостью потока ($\varphi = 0$) ДН точечного источника (сплошная линия) и решёточного множителя для ФАР, состоящей из 4-х элементов, возбуждаемых со сдвигом фаз 90° (пунктир). Расчёты проводились для стеклянной пластины толщиной $h = 3$ мм, контактирующей с водой, при частоте возбуждения 680 кГц. При расстоянии между элементами решётки $d \approx 2\lambda$, где λ — длина звуковой волны в воде, можно добиться хорошего подавления одного из лепестков, поскольку он совпадает с нулём решёточного множителя. При этом ширина неподавленного лепестка $\delta\theta$ составляет около $2,6^\circ$, а эффективная длина $L_{\text{эфф}}$, оценённая с помощью соотношения $L_{\text{эфф}} \approx 0,4\lambda/\delta\theta$, около 24 мм.

Рассмотрим поле пластины, возбуждаемой с помощью ФАР, в ближней зоне (см. рис. 1б). Во-первых, обратим внимание на то, что четвертьволновая по отношению к длине изгибной волны в пластине фазированная решётка, возбуждаемая со сдвигом фаз 90° , сформирует в пластине двумерную волну. Распределение амплитуды этой волны по поверхности пластины подчиняется, очевидно, общим

волновым закономерностям: в ближней зоне существует волновой пучок, а в дальней — диаграмма направленности, однако из-за излучения в воду амплитуда волны спадает значительно быстрее, чем при цилиндрической расходимости (рис. 1а). Для подтверждения этих качественных рассуждений сошлёмся на книгу [7], где приведены результаты расчётов и измерений ДН волн Лэмба в пластине (правда, без учёта излучения в жидкость) в случае возбуждения методом гребенчатой структуры* и клина. Очевидно, что такое распределение источников по поверхности пластины сформирует в жидкости в ближней зоне наклонённый к нормали под углом $\theta_{\max}$ ультразвуковой луч с шириной L_y вблизи ФАР, постепенно расширяющийся и ослабевающий в сторону распространения волны (рис. 1б, в). Его эффективная протяжённость в этом направлении может быть оценена введённой выше величиной $L_{\text{эфф}}$.

Описанная выше картина поля изгибной волны, формируемого в пластине ФАР шириной в несколько длин волн, обосновывает возможность переноса результатов анализа, выполненного для бесконечной плоской пластины, на случай возбуждения стенки трубы. Действительно, основная доля энергии обеих волн — изгибной и излучаемой ей в жидкость звуковой — распространяется вдоль трубы, где, при достаточной длине последней, волна не встречает никаких препятствий. Следовательно, в этом направлении стенка может считаться бесконечной. Поперечная кривизна трубы и энергия, распространяющаяся по стенке в поперечном направлении, приведут, по-видимому, к фокусировке поля. Учёт этого эффекта выходит за рамки данной работы.

Отметим ещё одну важную особенность ближнего поля антенны изгибной волны. Излучающая область антенны имеет довольно большую протяжённость вдоль потока (которая может существенно превышать размеры ФАР). Из рис. 1б следует, что даже при коротком зондирующем импульсе озвученный объём (при достаточной задержке приёма) будет перекрывать всё сечение трубы. По сравнению с преломляющим клином, на который наклеен преобразователь таких же размеров, что и ФАР, это увеличивает количество рассеивателей, участвующих в формировании эхосигнала. При этом расходомер, использующий такой преобразователь, будет измерять усреднённую по сечению скорость потока.

Из теории [5] следует, что $\theta_{\max}$ и $\delta\theta$ (а следовательно, и $L_{\text{эфф}}$) зависят от частоты возбуждения f_0 , скорости звука в жидкости C , толщины пластины h и её механических параметров: модуля Юнга E ,

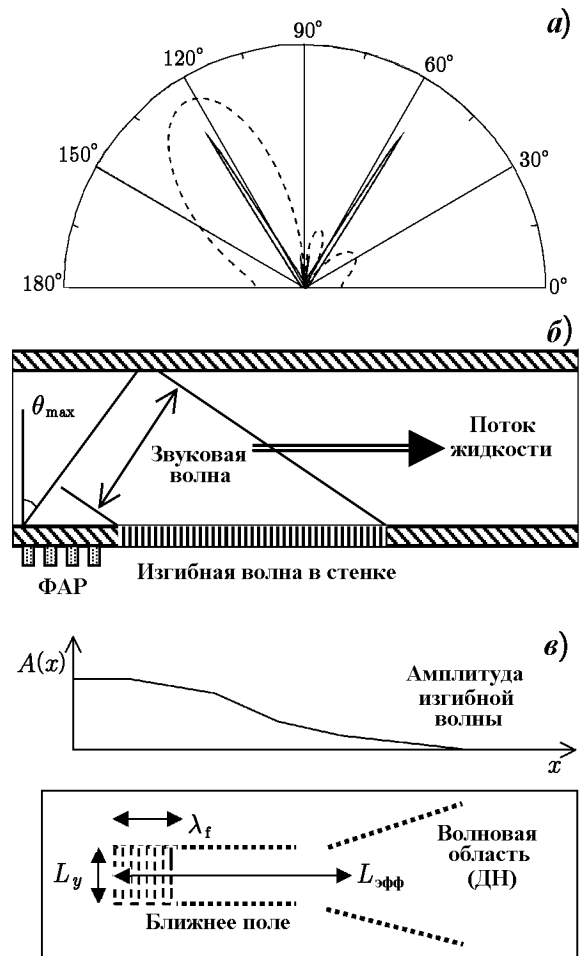


Рис. 1. Структура поля антенны изгибной волны: а — диаграмма направленности точечного источника (сплошная линия) и решётчатый множитель ФАР (пунктир) в плоскости потока ($\varphi = 0$); б — акустическое поле распределённой антенны в ближней зоне; в — распределение амплитуды $A(x)$ изгибной волны вдоль поверхности пластины

*Гребенчатая структура используется в дефектоскопии для возбуждения волн Лэмба и Рэлея и является, по сути, частным случаем ФАР, когда расстояние между полосками равно длине изгибной волны, а фаза возбуждения одинакова.

плотности ρ_p и коэффициента Пуассона ν . Угол $\theta_{\max}$ и скорость C входят в формулу доплеровского смещения частоты через коэффициент $K = \sin \theta_{\max}/C$, который фактически определяет систематическую мультипликативную погрешность доплеровских измерений. Поскольку $\sin \theta_{\max} = C/C_f(C, h, E, \rho_p, \nu)$, то $K = 1/C_f(C, h, E, \rho_p, \nu)$. Поэтому радикальным способом компенсации этой погрешности является прямое измерение скорости изгибных волн в пластине. Такое измерение можно выполнить, например, с помощью дополнительного приёмника, установленного на известном расстоянии от основного приёмно-излучающего преобразователя.

Таблица 1

Скорости волн Рэлея для различных материалов

Материал	E , Па	ρ_p , кг/м ³	C_R , м/с
Сталь	$2,0 \cdot 10^{11}$	7 800	2 930
Титан	$1,1 \cdot 10^{11}$	4 500	2 840
Алюминий	$7,0 \cdot 10^{10}$	2 790	2 870
Стекло	$6,6 \cdot 10^{10}$	2 400	3 060

11 %) изменяют K на $-0,15$; -5 и $-0,3$ % соответственно. При этом для ширины луча и угла ввода были получены значения $L_{\text{эфф}} \approx 100$ мм и $\theta_{\max} \approx 30^\circ$. Слабая зависимость коэффициента пересчёта от скорости звука говорит о том, что в этом отношении преобразователь изгибной волны обладает свойствами, аналогичными преобразователю с преломлением. Поскольку, как было показано выше, коэффициент пересчёта обратно пропорционален скорости C_f изгибной волны в пластине, в данном случае C_f почти не зависит от скорости звука в жидкости.

Незначительное влияние параметров на скорость изгибной волны C_f (и коэффициент K) в данном случае обусловлено, по-видимому, тем, что при частоте возбуждения 1 МГц, существенно превышающей критическую (для данного набора параметров $f_c = \omega_c/2\pi \approx 40$ кГц), угол $\theta_{\max}$ очень близок к предельному значению $\theta_{\max} = \arcsin(C/C_R)$. Здесь уместно также отметить, что относительно небольшие отличия скоростей рэлеевских волн у различных материалов (см. табл. 1) указывают на возможность применения одной и той же конструкции датчика для измерений на выполненных из них трубах.

Приведённые выше результаты указывают также на то, что при не очень высоких требованиях к точности прибора в целом (до 5 %) можно обойтись и без дополнительного измерения скорости изгибной волны.

2. ЭФФЕКТИВНОСТЬ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ

Для практических приложений важно оценить, насколько эффективна антенна изгибных волн по сравнению с преобразователем, в котором между элементом, осуществляющим силовое воздействие (например пьезопреобразователем), и жидкостью нет промежуточного звена — пластины. Мерой эффективности естественно считать активную мощность, излучаемую в жидкость. Таким образом, нужно сравнить акустические мощности, излучаемые под воздействием одинаковых сил F распределённой антенной и невесомым поршневым преобразователем. Размеры поршня должны обеспечивать такую же направленность излучения, как и антенна изгибной волны. Для этого достаточно считать, что эталонный преобразователь имеет такую же ширину L_y , что и «ножевой» преобразователь изгибной волны, а длина его равна $L_{\text{эфф}}$. Для такого преобразователя при выполнении условий $L_y \gg \lambda$, $L_{\text{эфф}} \gg \lambda$ полную мощность можно рассчитать по элементарной формуле: $W_{\text{этал}} = F^2/(\rho C L_y L_{\text{эфф}})$.

Принимая во внимание, что с ростом частоты возбуждения реактивная составляющая механического импеданса пластины стремится к нулю [5], активную акустическую мощность, излучаемую ан-

Интересно отметить, что при частоте возбуждения, существенно превышающей критическую, скорость звука в жидкости и параметры пластины слабо влияют на скорость изгибных волн, а значит, и на коэффициент пересчёта. Расчёты для стальной пластины ($\rho_p = 7\,800$ кг/м³, $\nu = 0,25$) при частоте возбуждения 1 МГц показали, что изменения скорости звука от 1 400 до 1 600 м/с (на 14 %), толщины стенки от 3 до 9 мм (на 200 %) и модуля Юнга от $1,8 \cdot 10^{11}$ до $2,0 \cdot 10^{11}$ Па (на

тенной изгибной волны, можно рассчитать, интегрируя квадрат модуля давления в жидкости по полусфере:

$$W = \frac{1}{\rho C} \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} [p(\theta, R) \text{Array}(\theta, \phi) \text{Pha}(\theta)]^2 R^2 \sin \theta d\theta d\phi. \quad (4)$$

В предположении, что область возбуждения пластины имеет вид узкой полосы, к которой приложена сила в 1 Н, был выполнен численный расчёт интеграла (4) для стальной и стеклянной пластин различной толщины в частотном диапазоне 300 ÷ 1 000 кГц. Для примера в табл. 2а, б приведены некоторые результаты этих расчётов. Поскольку пластина формирует в жидкости двухлепестковую ДН и полная мощность распределяется между лепестками поровну, в табл. 2 указана половина мощности, излучаемой невесомым поршнем под действием такой же силы. Таблицы позволяют составить определённое представление о влиянии частоты излучения антенны, толщины пластины и её механических свойств на характеристики антенны изгибной волны. Так, при уменьшении толщины и плотности материала пластины излучаемая мощность несколько возрастает, а эффективный масштаб возбуждённой области падает. Рост частоты ведёт к уменьшению ширины ДН. Несмотря на эти изменения, мощность, излучаемая антенной изгибной волны, всегда примерно в два раза меньше мощности невесомого поршня, т. е. распределённая антенна лишь незначительно уступает преобразователю, непосредственно контактирующему с жидкостью.

Таблица 2а

Сталь ($h = 6$ мм, $f_c = 41,3$ кГц)					
f , кГц	W , мВт	$W_{\text{этал}}$, мВт	$L_{\text{эфф}}$, мм	θ_{max} , град	$\delta\theta$, град
360	0,23	0,644	103	35,9	1,20
680	0,29	0,640	104	33,7	0,61
1 000	0,35	0,670	109	33,2	0,39
Сталь ($h = 3$ мм, $f_c = 82,6$ кГц)					
f , кГц	W , мВт	$W_{\text{этал}}$, мВт	$L_{\text{эфф}}$, мм	θ_{max} , град	$\delta\theta$, град
360	0,42	1,30	53	41,6	2,30
680	0,47	1,28	52	36,2	1,20
1 000	0,53	1,26	51	34,5	0,84

Другие параметры: $E = 1,8 \cdot 10^{11}$ Па, $\rho = 7\,800$ кг/м³, $\nu = 0,28$, $L_y = 5$ мм, $C_p = 5\,004$ м/с, $C_R = 2\,777$ м/с.

Таблица 2б

Стекло ($h = 6$ мм, $f_c = 37,9$ кГц)					
f , кГц	W , мВт	$W_{\text{этал}}$, мВт	$L_{\text{эфф}}$, мм	θ_{max} , град	$\delta\theta$, град
360	0,88	1,62	48	32,9	2,50
680	1,01	1,52	45	30,8	1,40
1 000	1,10	1,49	44	30,2	0,97
Стекло ($h = 3$ мм, $f_c = 75,7$ кГц)					
f , кГц	W , мВт	$W_{\text{этал}}$, мВт	$L_{\text{эфф}}$, мм	θ_{max} , град	$\delta\theta$, град
360	1,58	3,12	27	38,5	4,40
680	1,78	2,78	24	33,2	2,59
1 000	1,93	2,66	23	31,5	1,85

Другие параметры: $E = 6,6 \cdot 10^{10}$ Па, $\rho = 2\,400$ кг/м³, $\nu = 0,28$, $L_y = 5$ мм, $C_p = 5\,440$ м/с, $C_R = 3\,032$ м/с.

На первый взгляд, этот результат выглядит парадоксальным. Действительно, в случае антенны изгибной волны силовое воздействие передаётся в жидкость через жёсткую и массивную пластину и, казалось бы, такой преобразователь должен сильно проигрывать в эффективности преобразователю, непосредственно контактирующему с жидкостью. Простые рассуждения говорят, однако, о другом. Сравним выражения для максимумов акустического давления, создаваемых точечной силой F , непосредственно приложенной к свободной границе жидкости (5) и воздействующей на неё через пластину (6). В последнем случае для упрощения будем рассматривать высокочастотный предел при $f/f_c \gg 1$:

$$p_{\text{fluid}}(\theta, R) = \frac{-ikFe^{ikR}}{2\pi R} \cos \theta, \quad (5)$$

$$p_{\text{plate}}(\theta_{\text{max}}, R) = \frac{-ikFe^{ikR}}{2\pi R} \sqrt{1 - \left(\frac{C}{C_R}\right)^2}. \quad (6)$$

Учитывая, что максимум выражения (5) достигается при $\theta = 0$, получаем, что максимальное давление, передаваемое в жидкость через пластину, в $1/\sqrt{1 - (C/C_R)^2}$ раз меньше. Для многих материалов, используемых при изготовлении труб, например стали, титана, алюминия, стекла, скорости поверхностных волн Рэлея отличаются не более чем на 20 % (см. табл. 1). Поэтому отношение $C/C_R \approx 0,5$, и максимальное давление из-за влияния пластины уменьшится лишь на 15 %.

Отметим, что для достижения вышеупомянутой эффективности конструкция преобразователя изгибной волны должна обеспечить приложение к узкой полосе на изогнутой стенке трубы такой же силы, какая прикладывается ко всей поверхности поршневого преобразователя.

Учитывая, что у преобразователя с преломляющим клином коэффициент передачи по мощности примерно в 10 раз меньше, чем у преобразователя, непосредственно контактирующего с жидкостью (см. Введение), преобразователь изгибной волны примерно в 5 раз эффективнее, чем преобразователь с клином.

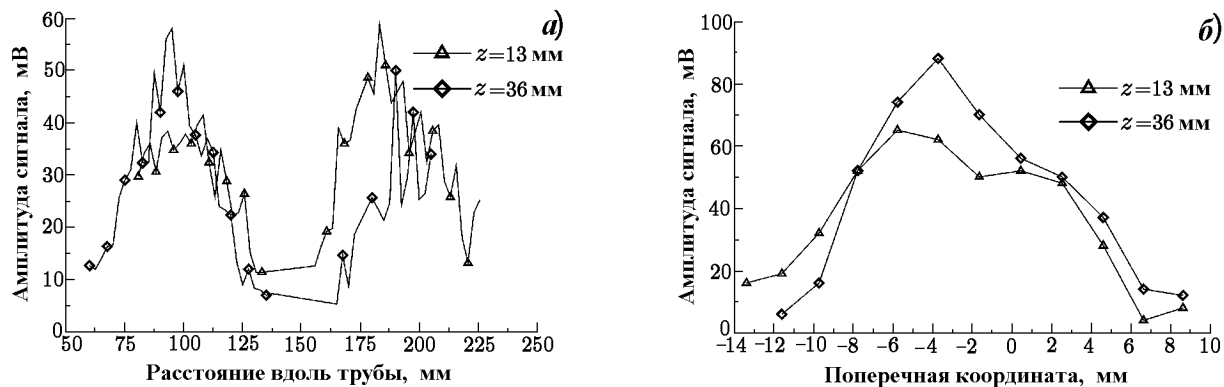


Рис. 2. Результаты измерений акустического поля в стальной трубе диаметром 68 мм с толщиной стенки 4 мм: а — распределение поля вдоль трубы для двух расстояний z от стенки; б — зависимость амплитуды поля от поперечной координаты y при $x = 170$ мм и тех же расстояниях до стенки

3. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Для проведения измерений был использован макет когерентно-импульсного доплеровского ультразвукового расходомера [8, 9]. В качестве электроакустического преобразователя в макете использовалась 16-элементная фазированная антенная решётка, изготовленная из пьезопластины 12×12 мм

с резонансной частотой около 1 МГц. Расстояния между элементами ФАР и фазы их возбуждения были согласованы со скоростью изгибной волны в стенке стальной трубы, что обеспечило формирование в жидкости двух симметричных лучей, направленных примерно под 30° относительно нормали к стенке. Акустический контакт обеспечивался с помощью силиконового масла. Область контакта со стенкой трубы имела размеры 5×12 мм.

Излучались импульсы длительностью $T_{\text{и}} = 10$ мкс с частотой заполнения 1 МГц. С помощью миниатюрного гидрофона (сфера из пьезокерамики диаметром 3 мм), закреплённого на координатном устройстве, с шагом 2,5 мм были сняты распределения поля при перемещении датчика параллельно оси заполненной водой трубы с внутренним диаметром 68 мм и толщиной стенки 4 мм на различных расстояниях от стенки, а также поперечные распределения в фиксированных сечениях трубы. Одновременно измерялись задержки распространения импульса по отношению к началу излучения.

На рис. 2а показаны распределения поля вдоль оси трубы при расстояниях от излучающей стенки 13 и 36 мм, а на рис. 2б распределение поля в поперечном сечении трубы на тех же расстояниях от стенки при удалении гидрофона от центра датчика на 30 мм. Полученные зависимости говорят о том, что по обе стороны от датчика в жидкости формируются два наклонных ультразвуковых пучка. Их ширина по уровню половинной мощности в поперечной плоскости составляет $10 \div 12$ мм, в продольной — $30 \div 50$ мм. Некоторая асимметрия в амплитудном распределении может объясняться погрешностью распределения фаз и амплитуд по элементам ФАР, хотя большее значение, скорее всего, имеет неоднородность акустического контакта ФАР с поверхностью трубы. Поле непосредственно напротив датчика составляет не более 0,1 от максимума. Продольное распределение поля имеет изрезанность с масштабом порядка длины ФАР.

На рис. 3 показана зависимость задержки распространения импульса от продольной координаты для расстояния гидрофона от стенки 36 мм. Наклон регрессионных прямых для задержки соответствует скоростям распространения сигнала $C_f = 3300 \div 3450$ м/с. Описанное поведение амплитуды и задержки импульса показывает, что звук действительно излучается в воду распространяющимся в стенке трубы со скоростью C_f цугом изгибных волн. Оценённая по этой скорости величина угла $\theta_{\text{мес}} = \arcsin(C/C_f) = 26,6 \div 25,4^\circ$ ($C = 1480$ м/с при 20°C) несколько меньше расчётной $\theta_{\text{max}} \approx 30^\circ$, что может объясняться приближённым характером теории (в частности, тем, что в расчётах не учитывается кривизна стенки трубы).

Абсцисса точки пересечения регрессионных прямых (с точностью $1 \div 2$ мм) совпадает с положением середины ФАР. Ордината (с точностью $2 \div 3$ мкс) совпадает с временем распространения звука в воде под углом θ_{max} относительно нормали к излучающей стенке до линии, вдоль которой перемещался гидрофон. Таким образом, распределение поля внутри трубы качественно совпадает с тем, которое предсказывает теория.

4. ВЫВОДЫ И ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1) При надлежащем подборе распределения источников возбуждения по стенке трубы в ней можно сформировать бегущую изгибную волну, эффективно излучающую звук в жидкость. В ближней зоне

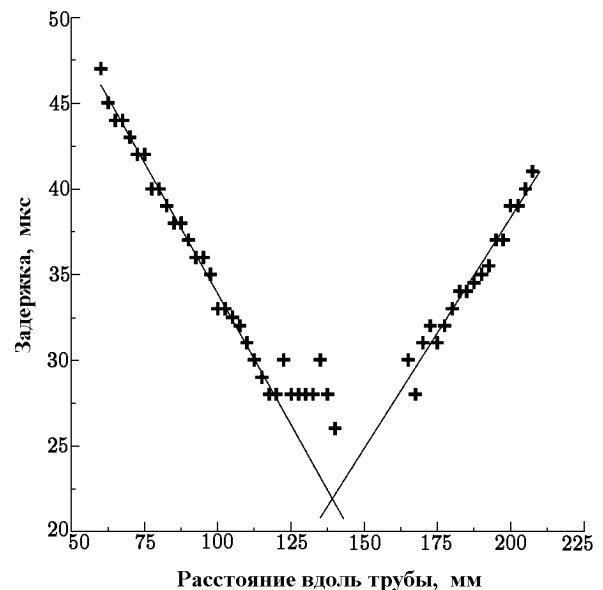


Рис. 3. Зависимость задержки импульса от расстояния вдоль трубы

такая распределённая антенна будет излучать наклонный звуковой пучок, а в дальней сформируется узкая ДН.

2) При использовании такой антенны для измерения скорости потока жидкости по доплеровскому смещению частоты, возникающему при обратном рассеянии звука на переносимых потоком неоднородностях, на скоростную чувствительность практически не оказывают влияние изменения скорости звука в жидкости и слабо влияют изменения толщины стенки и её механических параметров.

3) При близких ДН распределённая антенна изгибной волны лишь незначительно уступает в эффективности излучения преобразователю, непосредственно контактирующему с жидкостью, и примерно в 5 раз эффективнее, чем преобразователь с преломляющим клином.

4) Излучающая область предлагаемой антенны имеет большую протяжённость вдоль потока, чем у преобразователей других типов. Это увеличивает количество рассеивателей, участвующих в формировании эхосигнала. При соответствующем подборе параметров излучаемого импульса расходомер с таким преобразователем будет измерять усреднённую по сечению скорость потока.

Изложенные выше теоретические и экспериментальные результаты показывают, что антенны изгибной волны имеют неплохие перспективы практического применения в доплеровских расходомерах.

ЛИТЕРАТУРА

1. Киясбейли А. Ш. Частотно-временные УЗ расходомеры и счётчики. — М.: Машиностроение, 1984. — 127 с.
2. Хамидуллин В. К. Ультразвуковые контрольно-измерительные устройства и системы. — Л.: Издательство Ленинградского университета, 1989. — 248 с.
3. Ермолов И. Н., Алёшин Н. П., Потапов А. И. Акустические методы контроля. — М.: Высшая школа, 1991. — 283 с.
4. Дунцев А. В., Лабутин С. А., Мельников В. И., Хохлов В. Н. // ПТЭ. 1994. № 2. С. 210.
5. Junger M. C., Feit D. Sound, Structures and Their Interaction. — Cambridge, Massachusetts, London, England: The MIT Press, 1986. — P. 246.
6. Зверев В. А. Радиооптика. — М.: Сов. радио, 1975. — 304 с.
7. Викторов И. А. Физические основы применения ультразвуковых волн Рэлея и Лэмба в технике. — М.: Наука, 1966. — 168 с.
8. Муякшин С. И., Односецев В. А., Орлов И. Я. // Методы и средства измерения физических величин. Тезисы докладов II Всероссийской научно-технической конференции. Часть II. 18–19 июня 1997 г. — Н. Новгород: НГТУ, 1997. — С. 6.
9. Муякшин С. И., Односецев В. А., Орлов И. Я. // Труды 3-й научной конференции по радиофизике. 7 мая 1999 г. / Ред. А. В. Якимов. — Н. Новгород: ННГУ, 1999. — С. 256.

¹ Институт прикладной физики РАН, г. Н. Новгород, Россия

Поступила в редакцию

² Нижегородский госуниверситет, г. Н. Новгород, Россия

26 октября 1999 г.

USING FLEXURAL WAVES FOR NONDESTRUCTIVE-TEST SYSTEMS

S. I. Muyakshin, V. A. Odnosevtsev, and I. Ya. Orlov

We present the results of theoretical and experimental studies of the field structure of a distributed flexural-wave antenna. The efficiency of mechanical-acoustic transformation in such an antenna and the prospects for its applications in ultrasound systems of nondestructive testing are estimated.