

МИНИСТЕРСТВО ОБЩЕГО И ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Известия высших учебных заведений

РАДИОФИЗИКА

ежемесячный научно-технический журнал

Издается с апреля 1958 г.

Том XLII N 5

Нижний Новгород

1999

С о д е р ж а н и е

- Абрамян Э. П., Базелян Л. Л., Цыбко Я. Г. Новый спектральный вариант декаметровых всплесков типа III_d. Наблюдения сверхрелятивистских источников узкополосного радиоизлучения в окрестностях Солнца.....403
- Соловьев О. В. Деполяризация электромагнитного поля при рассеянии на трёхмерной крупномасштабной неоднородности нижней ионосферы.....418
- Беликович В. В., Бенедиктов Е. А., Бубукина В. Н., Вяхирев В. Д. Искусственные периодические неоднородности и модель нижней части области D.....431
- Бубукин И. Т., Коган Л. П. Распространение электромагнитных волн над морской поверхностью при наличии пенообразований.....438
- Соппа М. С. Численное решение задачи восстановления формы для системы импедансных поверхностей.....452
- Гальченко Н. А. Общий метод решения задачи возбуждения электромагнитных волн в открытых многослойных диэлектрических структурах.....459
- Власов С. Н. О структуре самосжимающихся сгустков электромагнитного поля в диспергирующих средах с кубичной нелинейностью.....468
- Никитенко К. Ю., Трофимов В. А. Инварианты встречного взаимодействия фемтосекундных световых импульсов.....475
- Кротов Е. В., Ксенофонтов С. Ю., Мансфельд А. Д., Рейман А. М., Санин А. Г., Прудников М. Б. Экспериментальные исследования возможностей многоканальной акустической термотографии.....479
- Двошерстов М. Ю., Чириманов А. П. Численный анализ поверхностных и вытекающих поверхностных акустических волн в новых пьезокристаллах KNbO₃, PKN, LGN.....485
- Ермолаев В. Т., Родюшкин К. В. Функция распределения максимального собственного числа выборочной корреляционной матрицы собственного шума элементов антенной решётки.....494

УДК 523.985.77

НОВЫЙ СПЕКТРАЛЬНЫЙ ВАРИАНТ ДЕКАМЕТРОВЫХ ВСПЛЕСКОВ ТИПА III_d. НАБЛЮДЕНИЯ СВЕРХРЕЛЯТИВИСТСКИХ ИСТОЧНИКОВ УЗКОПОЛОСНОГО РАДИОИЗЛУЧЕНИЯ В ОКРЕСТНОСТЯХ СОЛНЦА

Э. П. Абринин¹, Л. Л. Базелян¹, Я. Г. Цыбко²

Вид амплитудного профиля $I(t)$ узкополосных ($\Delta f/f \sim 10^{-2}$) радиовсплесков, из которых формируется наклонный динамический спектр $I_{f,t}$ декаметрового излучения III_d типа, сильно зависит от гелиодолготы $|l|$ их корональных (квазимонохроматических) источников. В центральном секторе, при $|l| < 50^\circ$, эти непродолжительные (~ 10 с) всплески с крутым фронтом, генерируемые на второй гармонике, $f = 2f_p$, имеют запаздывающую эхо-подобную компоненту, а в прилибмовых зонах ($|l| \approx 90^\circ$) для них более характерен медленный экспоненциальный спад.

При помощи антенны УТР-2 в диапазоне $30 > f > 15$ МГц недавно обнаружен другой, ранее неизвестный лимбовый вариант прерывистого спектра III_d типа; для полного сходства с бимодальным вариантом ему не достаёт только эхо-компоненты. Оказалось, что на значительном расстоянии слева и справа от солнечного диска можно наблюдать быстро затухающие всплески длительностью ~ 1 с, которые выглядят также, как и лидирующие импульсы двойных центральных всплесков.

По данным радиогелиографа 20 МГц видимые источники необычно коротких лимбовых всплесков не были стационарными и не стремились попасть из периферийной в центральную область короны. На картинной плоскости в окрестностях Солнца они способны перемещаться со сверхсветовой скоростью по трансверсальным траекториям глобального масштаба. В случае таких событий процесс генерации радиоволн (на плазменном уровне $f_p = 10$ МГц) длится не более 1 с, и весьма вероятно, что реальный компактный излучатель при этом остаётся неподвижным. Поведение связанного с ним динамичного источника, наблюдаемого в течение нескольких секунд, свидетельствует о наличии в атмосфере Солнца достаточно плотных структурных образований, нарушающих её сферическую симметрию. Во время всплеска они последовательно высвечиваются, эффективно влияя на ход некоторых лучей пакета радиоволн, первоначально не направленных в сторону Земли.

ВВЕДЕНИЕ

В последней из наших работ [1–5], посвящённых декаметровым всплескам III_d типа ($10 < \lambda < 20$ м), впервые были представлены данные двумерного радиогелиографа о пульсирующем источнике элементарного узкополосного всплеска с нулевым частотным дрейфом и эхо-подобной компонентой. Обычно квазимонохроматические ($\Delta f/f \sim 0,01$) всплески такого рода образуют на спектрограмме более или менее плотную цепочку, по виду напоминающую наклонную трассу динамического спектра излучения III_b типа. Главной особенностью прерывистых спектральных трасс III_d типа является их временное расщепление, свидетельствующее о возможности наблюдения радиоэха в атмосфере Солнца. Декаметровые всплески III_d типа с чётко выраженной эхо-подобной компонентой регистрируются только в тех случаях, когда их источники локализованы в центральном секторе гелиодолгот $|l| < 50^\circ$. Для подробного анализа в [5] был представлен полный комплект амплитудно-временных профилей $I(t)$, полученный за счёт угловой селекции излучения одиночного пульсирующего ("центрального") источника III_d типа при наблюдениях на частоте $f = 25$ МГц с помощью двумерного радиогелиографа (ДРГ-25) на базе антенны УТР-2. Все эти профили, за исключением самых коротких и слабых, имели непростой двугорбый вид. Наиболее мощный и продолжительный сигнал $I(t)$ длился приблизительно 17 с. За это время последовательно сформировались его основной и дополнительный импульсы, причём задержка второго из них составила около 6 с. Сигналы $I(t)$ в данном

комплексе записей существенно отличались друг от друга не только по интенсивности, но и по форме; с течением времени взаимные соотношения их амплитуд постоянно варьировались. Судя по всему, квазимонохроматический пульсирующий источник радиоволн не мог оставаться неподвижным. Угловые координаты его эффективного центра быстро менялись даже во время первоначальной короткой вспышки. Более того, как выяснилось в итоге [5], видимый источник узкополосной составляющей радиовсплеска IIIд типа, имеющего эхо-подобную компоненту, способен за время жизни перемещаться в солнечной короне с околосветовой скоростью по сложной траектории глобального масштаба. Что касается динамики "лимбовых" корональных источников IIIд типа, связанных с активной областью у края оптического диска, то первые сведения об их нестационарности тоже получены на ДРГ-25 и опубликованы в статье [1].

Предварительные данные наблюдений всплесков во время шумовых радиобурь IIIд типа (которые иногда продолжались в течение двухнедельного периода полуоборота Солнца) в общих чертах соответствовали известным (см. [6]) результатам численного моделирования сигнала импульсного радиоисточника, изотропно излучающего в короне на второй гармонике ($f = 2f_p$) локальной плазменной частоты. Автор [6] использовал стандартную модель короны $N_e(R)$ и предполагал наличие в ней слабых хаотических неоднородностей электронной плотности $\Delta N_e/N_e \ll 1$. Для своих расчётов он предполагал также, что гипотетический компактный источник второй гармонике ($f = 80$ МГц) локализован на плазменном уровне $f_p = 40$ МГц в экваториальной плоскости и излучает предельно короткий ($\tau_0 \rightarrow 0$) импульс. Согласно этим расчётам форма амплитудного профиля сигнала на выходе наземной приёмной антенны с широкой диаграммой направленности радикально меняется в зависимости от гелиодолготы источника. Если гелиоцентрический угол радиуса источника не слишком велик ($|l| < 50^\circ$), то он виден сначала в прямых, а затем — в отражённых лучах. Причём запаздывание повторного сравнительно слабого импульса, $\hat{t}_2 - \hat{t}_1 = \hat{T}(l)$ определяется радиальным масштабом короны $R(f_p/2) - R(f_p)$ и максимально при $l = 0$. Вследствие рассеяния излучения случайными неоднородностями короны, каждая из двух компонент расчётного сигнала, особенно радиоэхо, получается растянутой во времени: $\tau_0 \ll \tau_1 < \tau_2 \approx \hat{T}_{\max}$. Поскольку плотность корональной плазмы $N_e(R)$ убывает при удалении от Солнца, радиоволны рефрагируют и фокусируются таким образом, что по мере увеличения $|l|$ смоделированный сигнал постепенно утрачивает свою эхо-компоненту. Его амплитудный профиль становится одногорбым, когда источник оказывается в прилимбовых секторах гелиодолгот $75^\circ < |l| < 105^\circ$. Тогда сигнал быстро достигает максимального уровня и медленно ослабевает по экспоненциальному закону; постоянная времени τ_d этого процесса затухания сравнима с наибольшей задержкой радиоэха $\hat{T}_{\max} \approx 1,5$ с при $f = 2 \times 40$ МГц.

В рабочем диапазоне $30 > f > 15$ МГц резко асимметричная форма амплитудных записей $I(t)$, обусловленная медленным затуханием узкополосных всплесков, считалась нормальной для декаметровых источников IIIд типа в средней короне над активной областью вблизи лимба. Данная точка зрения основывалась на наблюдательном материале радиообсерватории УТР-2, накопленном в 70-х и 80-х годах. Однако впоследствии наша спектрографическая аппаратура неожиданно зафиксировала странные лимбовые события, во многом аналогичные тем кратковременным (~ 1 с) всплескам, которые сопровождаются эхо-подобным импульсом (с задержкой $8 > \hat{T}(|l|) > 3$ с) в случае "центральных" событий IIIд типа.

1. АНАЛИЗ НАБЛЮДЕНИЙ

За годы регулярных наблюдений спорадического радиоизлучения Солнца с использованием антенной системы УТР-2 получен обширный экспериментальный материал. Он настолько сложен и велик по объёму, что до лета 1992 г. необычно короткие всплески IIIд типа, вероятно, не замечались, так как при беглом просмотре спектрограммы (в узком интервале частот 26–24 МГц) их нелегко отличить

от всплесков типа IIIb. Так или иначе, но во время длительной шумовой бури IIIId типа, начавшейся 26.VI.1992 г., странные короткоживущие всплески привлекли наше внимание. Примеры их амплитудных радиометрических записей, расположенные параллельно двумя рядами, можно видеть в нижней части рис. 1. Для сравнения над ними в отдельном ряду показаны пульсирующие (двугорбые) и плавно затухающие всплески IIIId типа.

Трём сериям реальных записей декаметровых всплесков на 25 и 20 МГц сверху предшествуют графические изображения расчётных сигналов ($f = 2f_p = 80$ МГц) коронального импульсного источника 2-й гармоники, взятые из аналитической статьи [6]. Здесь сопоставлены результирующие импульсы 80 МГц в двух различных ситуациях: (1) корональный источник совпадает на небесной сфере с центром солнечного диска и (2) гелиоцентрический радиус того же экваториального источника ортогонален лучу зрения. Когда моделируемый изотропно излучающий источник предельно короткого радиоимпульса занимает центральную позицию ($l \approx 0$), на выходе приёмной антенны, удалённой от Солнца на расстояние 1 а.е., основной сигнал сопровождается дополнительным откликом солнечной короны. Появление последнего обусловлено сильной рефракцией радиоволн, первоначально направленных в глубь короны. В другой ситуации ($|l| \approx 90^\circ$) эффект радиоэха не сказывается при формировании сигнала, и его длительность и конфигурация определяются интенсивностью рассеянного излучения в заданной модели хаотически неоднородной короны. Таким образом согласно расчётам [6] если импульсный источник 2-й гармоники, локализованный на плазменном уровне $f_p = 40$ МГц, оказывается не в центре, а над лимбом, то вместо бимодального сигнала должен формироваться сигнал с крутым фронтом, медленно и плавно затухающий без дополнительных пульсаций.

О возможности аналогичной трансформации амплитудных профилей всплесков IIIId типа свидетельствуют, например, две пары их записей на рис. 1. Они выбраны из множества подобных записей радиовспышек лимбовых (25.VII.1979 г.) и центральных источников. Другие примеры пульсирующих всплесков, зарегистрированных 6.VII.1992 г., можно найти в статье [3], которая специально посвящена анализу этих центральных событий.

Напомним, что впервые солнечные всплески спектрального типа IIIId были отмечены 6.VII.1973 г. над активной областью вблизи центрального меридиана фотосферы, а в июле следующего года наблюдалась двухнедельная радиобуря IIIId типа. После чего стало понятно, в принципе, как и почему характер всплесков IIIId типа зависит от гелиодолготы их источников [1, 2]. К сожалению, многодневные шумовые бури однотипных всплесков, связанных с определённой долгоживущей активной областью в течение периода полуоборота Солнца, — явления крайне редкие.

В очередной раз эволюция радиовсплесков IIIId типа наблюдалась день за днем во время шумовой бури над активной областью AR 7216, которая (согласно [7]) проходила выше экватора от восточной до западной кромки оптического диска в период с 28.VI. по 12.VII.1992 г. Как и в июле 1974 года (см. [1, 2]), на средней стадии этой бури несколько дней подряд регистрировались всплески IIIId типа с эхо-компонентой. Рекордное их количество — свыше 100 событий — мы зафиксировали 6.VII.1992 г. В этот день, а также 14.VII.1974 г. задержка максимума эхо-всплесков достигла наибольшего значения (порядка 8 с). Интригующие результаты измерений этого параметра на 4-х рабочих частотах от 30 до 16 МГц, а также новые данные о скорости частотного дрейфа всплесков IIIId типа, обсуждались в [3].

Чтобы было понятно почему рядом с парой двойных всплесков на рис. 1 в качестве примера лимбовых событий представлена пара всплесков, зарегистрированных именно 25.VII.1979 г., необходимо сказать следующее. В конце июля 1979 г. наблюдалась одна из первых непродолжительных радиобурь IIIId типа, связанных с активными областями в прилиimbusовых зонах, она длилась всего 3 дня: с 24 по 26.VII. В указанные дни почти непрерывно один за другим возникали идентичные по форме всплески с простым несимметричным профилем $I(t)$, длившиеся на рабочих частотах 25 и 20 МГц в среднем примерно 10 с. Этот амплитудный профиль в каждом случае имел единственный максимум, крутой ко-

роткий (1–2 с) фронт и пологий задний склон. Однородные всплески быстро закончившейся шумовой

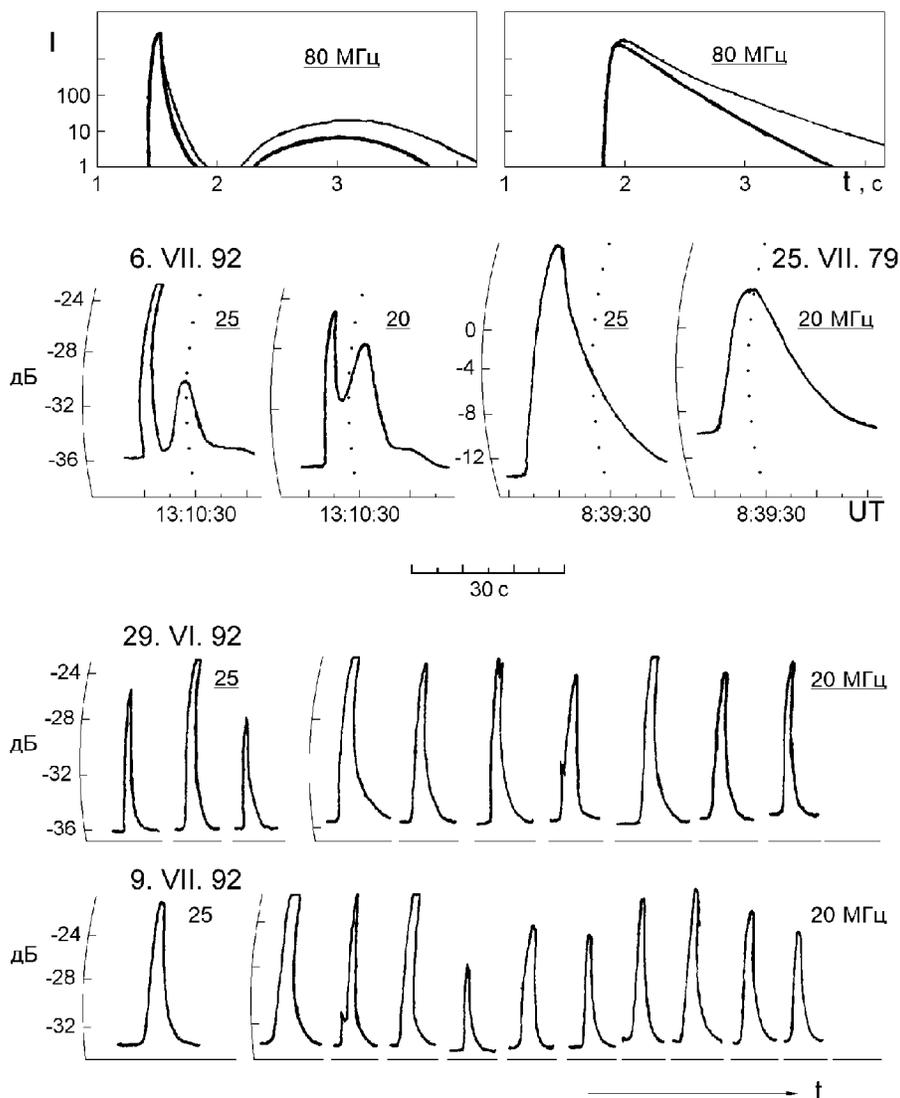


Рис. 1. Радиометрические записи $I(t)$ двойных (с эхо-компонентой) и одиночных (нормальных и необычно коротких) всплесков декаметрового излучения IIId типа ($f = 2f_p$), наблюдаемых в центральном и прилибмовых секторах гелиодолгот. Вверху — ранее опубликованные [6] расчётные (бимодальный и моноимпульсный) сигналы точечного коронального источника 2-й гармоники на плазменном уровне $f_p = 40$ МГц (см. текст).

бури, о которой идёт речь, успешно наблюдались на ДРГ-25, их источники были локализованы в корональной области, удалённой от солнечного диска в западную сторону, по-видимому, на максимально возможное (для источников IIId типа на 25 МГц) угловое расстояние [1]. Прекращение этой бури, вероятно, означало, что её источники, вращаясь вместе с Солнцем, ушли из поля зрения, т.е. “скрылись за горизонт”. Никакие другие варианты излучения IIId типа, кроме вышеупомянутых всплесков, в конце июля 1979 г. на антенне УТР-2 не отмечались. Подобные всплески были обнаружены (на 25 МГц) в 1974 году. Тогда они ассоциировались с одной и той же активной областью, пока она несколько дней — в начале и в конце двухнедельного периода — находилась в прилибмовых — вос-

точно и западном — секторах гелиодолгот. Остальное время с ней были связаны различные варианты немонотонно затухающих всплесков, не всегда имевших крутой фронт. Эти всплески особенно сильно отличались от лимбовых всплесков, когда активная область находилась в окрестности центрального меридиана. На заданной частоте $f = 25$ МГц все центральные события IIIд типа начинались с предварительной короткой (~ 1 с) вспышки излучения. При этом время спада первоначального импульса несколько превышало время его нарастания. В дальнейшем, когда процесс затухания этого импульса завершался или близился к концу, интенсивность излучения вновь начинала расти, а затем, достигнув некоторой максимальной величины, понижалась до уровня фона. Повторное усиление и ослабление излучения в течение пульсирующих двойных событий происходило в замедленном темпе, вследствие чего длительность эхо—подобных всплесков была на много больше по сравнению с временем жизни их коротких предвестников. Профиль эхо—всплесков довольно своеобразен и обычно их нетрудно идентифицировать даже в тех случаях, когда предшествующий короткий всплеск слаб или отсутствует.

Рассматривая последовательные записи сложных всплесков IIIд типа с ярко выраженной бимодальной структурой профиля $I(t)$, иногда можно встретить изолированные кратковременные (~ 1 с) всплески без каких-либо дополнительных пульсаций. По-видимому, эти весьма немногочисленные всплески, после которых эхо—подобные всплески не наблюдались, являются простейшим вариантом излучения источников IIIд типа в центральной области короны. Примерно такие же короткие всплески элементарного вида мы неожиданно обнаружили в июне 1992 г. на ранней стадии развития вышеупомянутой радиобури IIIд типа, продолжавшейся две недели над активной областью AR 7216. Вместе с ними эпизодически наблюдались хорошо знакомые нам диффузные, долго затухающие, лимбовые всплески. Элементарные короткоживущие всплески стали появляться 26 июня и регистрировались в течение последующих трёх дней до начала средней стадии радиобури. Кроме того эти короткие всплески наблюдались ещё несколько дней на её заключительной стадии, пока AR 7216, завершавшая свой путь в секторе $-90^\circ < l < 90^\circ$ не скрылась за лимбом.

В настоящей работе целесообразно исследовать совместно элементарные всплески из противоположных прилимбовых зон, ограничившись при этом весьма информативными наблюдениями таких событий 29 июня и 9 июля 1992 г. Согласно радиометрическим записям, которые непрерывно велись на восьми фиксированных частотах от 30 до 7 МГц, общее количество событий в указанные дни исчисляется сотнями. Больше всего элементарных всплесков отмечено в каналах записи 20 и 17 МГц, а на частоте 12,5 МГц и ниже они практически отсутствовали. На 25 МГц и выше эти всплески наблюдались сравнительно редко, особенно 9 июля. Поэтому на рис. 1 (внизу) демонстрируются ряды коротких всплесков, зарегистрированных, главным образом, на частоте 20 МГц.

В случае каждого из представленных здесь импульсивных лимбовых событий, зафиксированных радиометрами, источник излучения был достаточно мощным и уверенно наблюдался при помощи двумерного радиогелиографа (ДРГ-25/20). Этот солнечный инструмент с карандашным сканирующим лучём позволяет постоянно контролировать видимое положение источников в картинной плоскости (см. [5]). Реагируя на корональную вспышку радиоизлучения, наш декаметровый гелиограф в реальном времени выдаёт соответствующий комплект амплитудных профилей $I(t) = P(t)/P_0 > 1$. Два таких комплекта для импульсивных источников узкополосного излучения ($f = 20$ МГц) демонстрируются на рис. 2. Здесь оба семейства профилей $I(t)$ представлены вместе с их индивидуальными атрибутами — специальным табло и картой фотосферы, на которой отмечена активная область AR 7216. В средней части прямоугольника гелиографического раstra, разделённого на сорок (5×8) одинаковых квадратов, находится изображение солнечного диска, угловой диаметр которого примерно $30'$. Центры квадратов разнесены по часовому углу h и по склонению δ с шагом $D \approx 25'$. Реперы амплитудно—временных профилей однозначно соответствуют затемнённым квадратам (на верхнем табло их восемь, а на нижнем — девять). Каждый ступенчатый профиль $I(t)$ содержит последовательные отчёты интенсивности сигнала, произведённые гелиографом когда его луч был направлен в сторону определённого квадрата

картинной плоскости. Угловые размеры этого луча при работе с приёмниками 20 МГц составляют около $60'$ по нулевому уровню и порядка $30'$ на уровне 0,7.

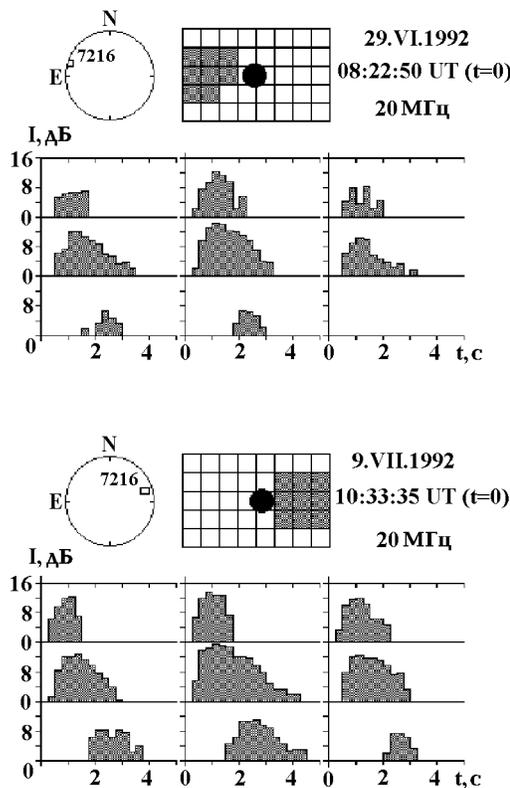


Рис. 2. Комплекты амплитудно—временных профилей (иллюстрация результатов угловой гелиографической селекции излучения) для двух радиовсплесков из категории anomalно коротких (длительность порядка 1 с) лимбовых событий IIIд типа (см. рис. 1). Они отмечались слева и справа от солнечного диска в первые и последние дни двухнедельной шумовой радиобури (её корональные импульсивные источники ассоциировались с AR 7216 на уровне фотосферы).

Из рис. 2 видно, что 29.VI. и 9.VII.1992 г. короткоживущие источники в указанное время UT появились далеко за пределами области солнечного диска. Данные лимбовые события на востоке и на западе развивались в общем одинаково. В момент времени $t = 0$ все взаимосвязанные сигналы $I(t)$ не превышали порог чувствительности гелиографа ($I(0) < 1$). Затем шесть сигналов, быстро нараставшие в течение первой секунды, синхронно вышли на свои максимальные уровни и начали затухать с разными скоростями. Некоторые из этих импульсов $I(t)$ успевали закончиться уже на 2-й секунде. Их окончание примерно совпало с началом двух или трёх запаздывающих сигналов, которые формировались при $1,5 < t < 4,5$ с и были наиболее интенсивны в течение 3-й секунды. Кроме последних, в это же время оставались заметными ещё три сигнала, продолжавшие затухать. Вскоре они прекратились — до или после окончания запаздывающих импульсов. Отмеченные свойства двух отдельных гелиограмм, сопоставленных на рис. 2, судя по всему, не являются уникальными. Они хорошо выражены в гелиограммах большинства anomalных событий IIIд типа.

Нижний комплект профилей $I(t)$ рис. 2 мы использовали как исходную базу данных для графических построений, занимающих $2/4$ площади рис. 3. Наглядная картина систематизированных графиков $I(t)$, которая здесь представлена, делится на две равные части — верхнюю и нижнюю. Обе они содержат по три реперных блока. Каждый из них имеет собственный набор совмещённых графиков и особый

знак в виде рамки с квадратными ячейками. Она служит ключём, позволяющим определить, какому квадрату в западной области картинной плоскости (см. рис. 2) отвечает тот или иной график. Например, в среднем верхнем блоке сгруппированы профили $I(t)$, позиции которых на исходной гелиограмме соответствуют квадратам среднего горизонтального ряда. Для определённости контуры этих профилей обозначены одной сплошной и двумя штриховыми линиями. Прерывистые графики $I_{01}(t)$ и $I_{21}(t)$ связаны с крайними левым (s_{01}) и правым (s_{21}) квадратами, а сплошной график $I_{11}(t)$ — с центральным (s_{11}). В трёх верхних блоках амплитудно–временные профили построены с применением полулогарифмического масштаба. Те же девять профилей, сгруппированные другим способом, размещены в трёх нижних блоках с линейной шкалой амплитуд. Кроме того, на рис. 3 в аналогичной форме двумя способами представлен ещё один комплект амплитудных записей $I(t)$ на частоте 20 МГц. Эти профили $I(t)$ в исходной гелиограмме другого события тоже соответствуют девяти квадратам западной области. Очевидно, что по своей продолжительности, а также по мощности второе событие превосходит первое. По условиям наших гелиографических наблюдений в случае неподвижного точечного источника радиовсплеска соотношение амплитуд импульсных сигналов $I(t)$ на выходе гелиографа не должно зависеть от времени. Оно может варьироваться, если видимый источник не является компактным и стационарным. Это обусловлено тем, что взаимосвязанные сигналы $I(t)$, профили которых составляют гелиограмму всплеска, по-разному зависят от его координат h^* и δ^* (даже при неизменной яркости движущегося источника одни из них могут усиливаться, а другие — ослабевать).

Рассмотрим поочерёдно три верхних комбинации графиков $I(t)$, относящихся к событию, начавшемуся в 10:33:35 UT. В любом из этих сочетаний импульсы незначительно отличаются по форме и примерно совпадают по фазе. Следовательно, эффективный центр излучающей области не мог далеко перемещаться в направлении часовых углов и вариации его координаты $|h_t^* - \bar{h}^*|$ невелики по сравнению с угловым шагом луча гелиографа ($D \approx 25'$). Особенно мощный и продолжительный сигнал $I_{11}(t)$, длившийся около 4,5 с, соответствует центральному квадрату s_{11} с координатами средней точки ($h_{11}; \delta_{11}$). Почти всё время ($0 < t < 4,5$ с) от начала и до конца события, за исключением последней секунды, этот сигнал был виден вместе с менее интенсивными сигналами I_{01} и I_{21} , связанными с противоположными периферийными квадратами s_{01} и s_{21} , средние точки которых совпадают по склонению ($\delta_{01} = \delta_{21} = \delta_{11}$) и разнесены по часовому углу ($h_{01} = h_{11} - D; h_{21} = h_{11} + D$). Сигналы $I_{01}(t)$ и $I_{21}(t)$ были в 3–4 раза слабее сигнала $I_{11}(t)$. До того момента, когда рассматриваемые сигналы стали убывать, сохранялось равенство $I_{01}/I_{11} \approx I_{21}/I_{11}$. Затем временный баланс $I_{01} \approx I_{21}$ нарушился в пользу сигнала I_{21} , который и в дальнейшем до конца события значительно уступал по интенсивности сигналу I_{11} . Таким образом, для видимого источника всплеска координата $h_t^* \approx h_{11}$. При этом она немного менялась вследствие движения источника в западном направлении, т.е. в сторону не внутренних, а внешних слоёв короны.

Остальные шесть сигналов распались на две группы, относящиеся к северным ($s_{00}; s_{10}; s_{20}$) и

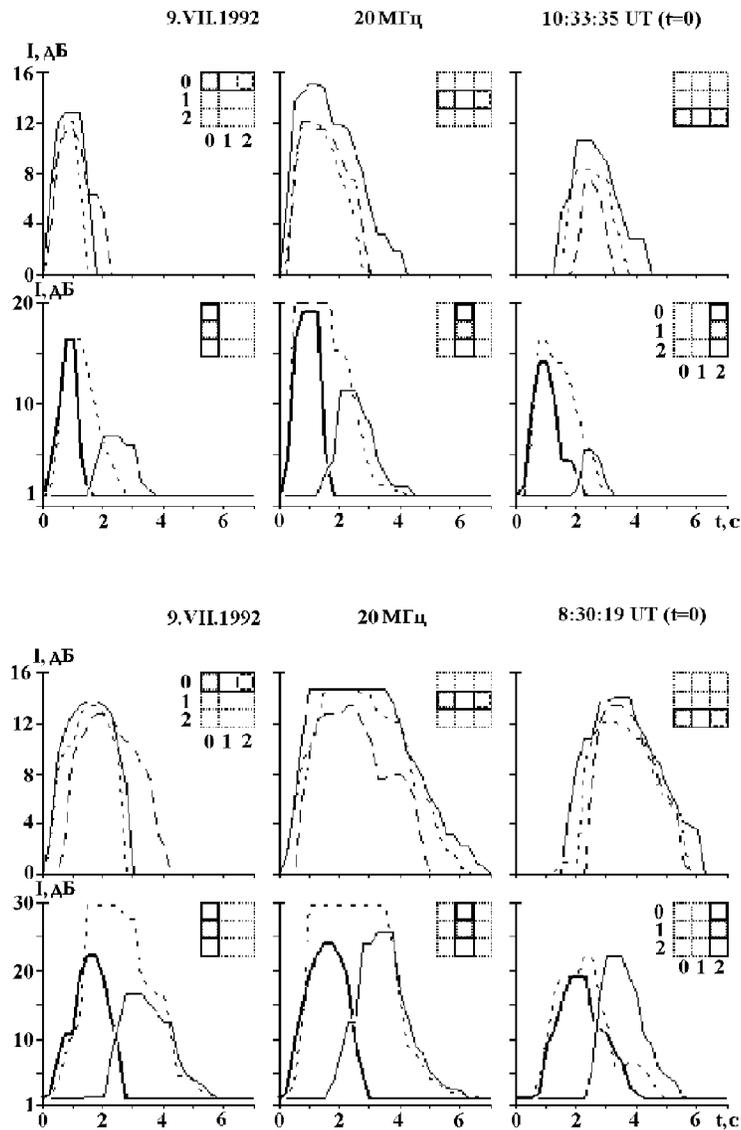


Рис. 3. Контрольные графические преобразования гелиограммы радиовсплеска (двумя оптимальными способами) на примере аномальных лимбовых событий IIIд типа, максимально отличающихся по длительности (порядка 4 с и 7 с). В развёрнутом виде гелиограмма одного из них показана на рис. 2.

южным (s_{02} ; s_{12} ; s_{22}) квадратам; одну из них составляют лидирующие импульсы (I_{00} ; I_{10} ; I_{20}), а другую — запаздывающие (I_{02} ; I_{12} ; I_{22}). По всей видимости, излучающая область первоначально находилась севернее линии $\delta(h) = \delta_{11}$, но уже спустя две секунды (когда главный сигнал $I_{11}(t)$ заметно ослаб, а лидирующие импульсы закончились) она оказалась ниже этой линии. Кроме упомянутой средней линии $\delta(h) = \text{const}$ полезно наметить две горизонтальные прямые, соединяющие центры северных и южных квадратов: $\bar{\delta}(h) = \delta_{10} = \delta_{11} + D$ и $\underline{\delta}(h) = \delta_{12} = \delta_{11} - D$. На картинной плоскости они ограничивают полосу шириной $\bar{\delta} - \underline{\delta} = 2D \approx 50'$. Признаки того, что верхний или нижний край динамического источника выходил за пределы этой полосы, отсутствуют.

Регулярное смещение источника вниз по склонению проявилось вскоре после начала радиовспышки. Первое время ($0 < t < 1$ с) не все сигналы от периферийных квадратов уступали по интенсивности сигналу $I_{11}(t)$. На первой секунде $I_{11} \approx I_{10}$ и в то же время $I_{10} > I_{00} \approx I_{20} > I_{01} \approx I_{21}$. Это означает, что источник возник вблизи общей границы северного (s_{10}) и центрального (s_{11}) квадратов в рай-

оне точки с координатами $(h_{11}; \delta_{11} + D/2)$. На своей исходной позиции источник задержался недолго. Угловое расстояние между его эффективным центром и средней точкой квадрата s_{11} постепенно сокращалось. Южный край источника подошёл к этой точке в начале 2-й секунды, когда стал заметен сигнал I_{12} (наиболее мощный в группе запаздывающих импульсов). К началу 3-й секунды излучающая область в целом сместилась настолько, что сигналы $(I_{00}; I_{10}; I_{20})$, свидетельствующие о наличии источника выше осевой линии $\delta(h) = \delta_{11}$, пропали. Спустя ещё 0,5 с, т.е. при $t \approx 2,5$ с, затухающий I_{11} и нарастающий I_{12} сигналы сравнились. В это время, когда до конца события оставалось меньше двух секунд, эффективный центр источника пересёк южную границу квадрата s_{11} . На последнем отрезке своей траектории источник, похоже, направлялся в глубь нижнего квадрата s_{12} и погас, не достигнув его середины. В общем складывается такое впечатление, что источник радиовсплеска систематически удалялся от своей исходной позиции и двигался преимущественно в южном направлении. Он преодолел угловое расстояние, сравнимое с диаметром Солнца ($2R_{\odot} \approx 30'$), и основная часть его пути протяжённостью $D \approx 25'$ (по склонению) пройдена за время $t_D < 2,5$ с. Поскольку в плоскости солнечного диска расстояние $D \approx 1,7R_{\odot} \approx 1,2 \times 10^6$ км, скорость коронального объекта ($v^* \approx D/t_D$) превышала скорость света: $(v^*/c) > 1,5$.

Надо полагать, что реальный квазимонохроматический излучатель в атмосфере Солнца был компактным и стационарным, а импульсивный процесс генерации радиоволн длился существенно меньше времени жизни $T_{\text{набл}}$ видимого динамического источника. Оно, естественно, должно зависеть (1) от того, как долго действовал реальный источник ($T_{\text{ген}} < T_{\text{набл}}$), и (2) от того, какими путями его излучение приходило в пункт приёма.

Согласно рис. 3, два разных события наблюдались на частоте 20 МГц в течение порядка 4 с и 7 с. Эти величины следует рассматривать как экстремальные ($T_{\text{набл}}^{\min}$ и $T_{\text{набл}}^{\max}$) для простейших всплесков III d типа. Анализируя профили сигналов $I(t)$, сгруппированные в шести нижних блоках на рис. 3, можно снова — теперь в случае более мощного и продолжительного всплеска — определить видимые координаты источника излучения в последовательные моменты времени. На наш взгляд, его поведение в картинной плоскости принципиально не отличалось от поведения (имеется в виду масштаб траектории, направление и скорость движения) другого источника всплеска, длительность которого почти вдвое меньше. Аналогичная эволюция всех поочерёдно возникающих в одном и том же месте динамических источников с различным временем жизни $T_{\text{набл}}$ возможна, если корональные структуры, определяющие условия распространения радиоволн, достаточно долго не претерпевают серьёзных изменений. Тогда разброс величин $T_{\text{набл}} - T_{\text{набл}}^{\max}$ у наблюдаемых радиовсплесков в решающей степени обусловлен вариациями разности $T_{\text{ген}} - T_{\text{ген}}^{\min}$. Анализ гелиограмм наименее продолжительных событий (таких как на рис. 2) показал, что начало запаздывающих импульсов в момент времени $t_{\text{н}}^{\text{зап}}$ приблизительно совпадает с концом ($t_{\text{к}}^{\text{лид}} \approx t_{\text{н}}^{\text{зап}}$) лидирующих сигналов, длившихся обычно 1–2 с. С другой стороны, в случае самых продолжительных всплесков (см. рис. 3) при тех же задержках ($1 \div 2$ с) запаздывающих импульсов они значительно перекрываются по времени с лидирующими ($t_{\text{к}}^{\text{лид}} > t_{\text{н}}^{\text{зап}}$). Если реальный импульсивный источник радиоволн стационарен, то время его жизни $T_{\text{ген}}$ всегда меньше по сравнению с длительностью $t_{\text{к}}^{\text{лид}}$ лидирующих сигналов. Зная величину $t_{\text{н}}^{\text{зап}}$, можно дать более точную оценку $T_{\text{ген}} < \widehat{\Delta t} = t_{\text{к}}^{\text{лид}} - t_{\text{н}}^{\text{зап}}$. Для нас важно подчеркнуть, что тенденция к расширению интервала $\widehat{\Delta t}$ с ростом $T_{\text{набл}}$ скорее свидетельствует о соответствующем приращении времени $T_{\text{ген}}$, чем об изменениях условий распространения радиоволн в короне.

Убедившись при помощи двумерного радиогелиографа в том, что видимые источники элементарных узкополосных всплесков не являются стационарными, мы попытались объединить результаты их позиционных измерений на рис. 4. В его центральной части изображён диск Солнца с активной областью AR 7216, находившейся 29.VI. и 9.VII.1992 г. в противоположных прилиम्бовых зонах. Каждому достаточно мощному короткому ($3 < T_{\text{набл}} < 7$ с) всплеску, зарегистрированному в эти дни на 20 МГц (см. рис. 1), соответствует пара опряжённых точек, разнесённых по склонению. Этими точками отмеч-

ны начало и конец видимой траектории эффективного центра излучающей области, т.е. его относительные угловые координаты ($h_t^* - h_\odot; \delta_t^* - \delta_\odot$) на первой и последней секундах времени жизни всплеска: $t \approx 0$ и $t \approx T_{\text{набл.}}$. К сожалению, откорректировать положение данных траекторий относительно солнечного диска с учётом нерегулярной рефракции радиоволн в земной ионосфере практически невозможно. Известно, что в декаметровом радиодиапазоне при $f = 20$ МГц величина поправки, связанной с этим эффектом, нередко бывает сравнима с угловым диаметром Солнца ($30'$), а период её плавных осцилляций составляет 10–20 мин. [8]. С нашей точки зрения, влияние ионосферы, а также инструментальные погрешности являются основными причинами значительного и примерно одинакового разброса траекторий 9-ти и 11-ти короткоживущих источников, которые наблюдались в двух диаметрально противоположных областях короны. Чтобы по возможности исключить случайные погрешности, проведена статистическая обработка измерений и найдены средние угловые координаты двух пар точек, отмеченных на рис. 5 в окрестностях солнечного диска. Здесь, как и на рис. 4, крайние точки траекто-

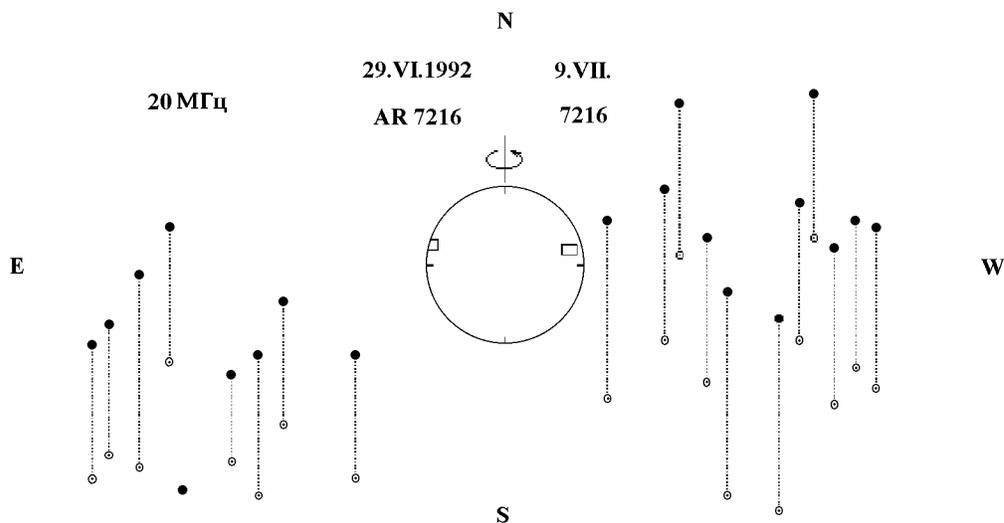


Рис. 4. Исходные позиции (•) и примерные траектории короткоживущих (длительностью около 1 с) квазимонохроматических источников в противоположных (восточной и западной) областях короны, по данным радиогелиографа 20 МГц относительно угловых координат необычных всплесков IIIд типа, которые ассоциировались с AR 7216 в прилимбовых зонах.

рий, вдоль которых могли перемещаться (с Севера на Юг) видимые источники всплесков, соединены штриховыми линиями. По усреднённым данным, согласно рис. 5, область корональных источников за 10 суток переместилась в направлении вращения Солнца на расстояние $|\overline{h_E^*} - \overline{h_W^*}| \approx 6,6R_\odot$. Кроме того, она довольно значительно сместилась и в направлении солнечной оси: $|\overline{\delta_E^*} - \overline{\delta_W^*}| \approx 1,5R_\odot$. Такое расхождение координат источников по склонению, вероятно, обусловлено регулярной рефракцией радиоволн в ионосфере [9] и характеризует возможные изменения (день за днём) необходимой поправки, компенсирующей этот эффект. В указанные дни источники радиовсплесков на востоке и на западе были удалены от центрального меридиана на расстояния $|\overline{h_E^*} - h_\odot| \approx 3,5R_\odot$ и $|\overline{h_W^*} - h_\odot| \approx 3,1R_\odot$. При этом для AR 7216 на солнечном диске соответствующие расстояния приблизительно равны $0,95R_\odot$ и $0,81R_\odot$. Следовательно, область генерации всплесков излучения 20 МГц могла находиться в короне на гелиоцентрических расстояниях $\overline{\rho_{E(W)}^*} = \overline{R_{E(W)}^*}/R_\odot \approx 3,7(3,8)$. Эти две величины определены без учёта эффектов распространения радиоволн в короне и возможного несовпадения гелиоцентрических угловых координат корональных источников и AR 7216 на фотосфере.

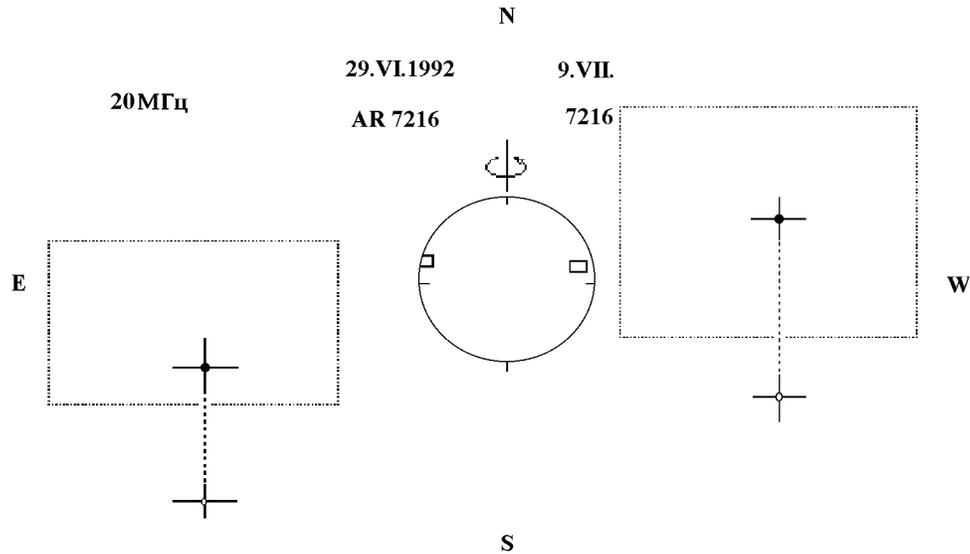


Рис. 5. Упрощённый — за счёт статистической обработки измерений — вариант рис. 4. Слева и справа в плоскости солнечного диска видимые нестационарные источники IIIд типа перемещались (вниз по склонению) вдоль намеченных трасс со сверхсветовыми скоростями.

2. ДИСКУССИЯ

Излучение IIIд типа, в отличие от всплесков IIIв типа и большинства простых декаметровых всплесков III типа с диффузным спектром, генерируется не на первой (F), а на второй (H) гармонике локальной плазменной частоты ($f = 2f_p$) [10, 3]. В стандартной оптической модели максимальной короны [11] сглаженные плазменные уровни $f_p(\tilde{\rho}_{20}) = 20$ МГц и $f_p(\tilde{\rho}_{10}) = 10$ МГц удалены от центра Солнца на расстояния $\tilde{\rho}_{20} \approx 1,8$ и $\tilde{\rho}_{10} \approx 2,4$. Однако по результатам позиционных (интерферометрических) измерений радиовсплесков III типа на 19,7 МГц [12] источники излучения (предположительно основного тона) локализируются значительно дальше: $\overline{\rho_{20}^{III}} \approx 2,9$ (в среднем). Необходимо напомнить, что при наблюдениях на ДРГ-25 многодневной декаметровой радиобури [13] источники гармонически связанных (F–H) всплесков излучения IIIв–III типа не различались по высоте в короне, и для них $\overline{\rho_{25}^{IIIb-III}} \approx 2,1 \pm 0,2$. Как известно, эти двойные всплески возникают в метровом диапазоне ($\lambda > 3$ м) и быстро дрейфуют в сторону низких частот. Если излучение регистрируется на фиксированной частоте $f = \text{const}$, то в случае события IIIв–III типа вслед за F-всплеском основного тона ($f = f_p$) отмечается H-всплеск, генерируемый на другом плазменном уровне ($f_p = f/2$). При этом видимые угловые координаты первого (F) и второго (H) источников практически совпадают [14, 13]. Превосходные иллюстрации подобной аномалии получены во время наблюдений классических (F–H) всплесков III–III типа с использованием двумерного гелиографа 80 МГц и 43 МГц [15, 16]. Её удалось объяснить, анализируя лучевые траектории радиоволн в модели хаотически неоднородной короны с филаментарной структурой [17]. При наличии радиально вытянутых неоднородностей радиоволны, генерируемые на плазменных уровнях $f_p = f$ и $f_p = f/2$ в глубине короны, сначала распространяются вверх, а затем на выходе своеобразного вертикального волновода многие лучи расходятся из области видимого источника в нерадиальных направлениях. В основе этих физических представлений лежит идея о решающей роли ducting-эффекта [18]. В пользу данной гипотезы убедительно свидетельствуют некоторые результаты стерео-эксперимента, проведённого с помощью КА Марс 7 и позволившего

определить положение источников излучения III типа на 75 МГц в трёхмерном пространстве [19]. В период наблюдений, длившийся 10 дней, они локализовались на различных высотах: $1,3 < \rho_{75}^{III} < 2,4$ ($\overline{\rho_{75}^{III}} = 1,7 \pm 0,1$). Чаще всего источники появлялись в узком интервале гелиоширот ($\overline{\phi_{III}} \approx -20^\circ$) южнее экватора между длинной вереницей солнечных пятен и стабильным поясом плотных стримеров, ориентированных в направлении $\overline{\phi_{стр}} \approx -30^\circ$. Подтвердилась точка зрения тех авторов, которые считают, что квазирадиальные потоки надтепловых электронов, генерирующих всплески III типа, не должны концентрироваться в устойчивых стримерах с большими поперечными размерами (см., например, [20]). Однако анализ качественных фотоснимков короны показал, что в секторах, где нормальные стримеры отсутствуют, могут существовать нестабильные “министримеры”(jets) [21]. Именно в таких узких корональных лучах вблизи лимба, по данным [22, 23], были локализованы источники III типа, наблюдавшиеся на частоте 169 МГц с высоким угловым разрешением. К аналогичному заключению приводят оптические данные и результаты гелиографических наблюдений на 73,8 МГц, сопоставленные в [24].

Пока мы не располагаем полной информацией о декаметровых всплесках III_d типа за весь период многолетних наблюдений, нам трудно судить о высотах их источников над активными областями фотосферы в разные годы. Заметим только, что согласно [1], лимбовые источники III_d типа в конце июля 1979 г. находились примерно на таком же гелиоцентрическом расстоянии ($\overline{\rho_{25}^{III_d}} \approx 3,5$), как и во время шумовой бури в июне—июле 1992 года (см. рис. 5). На основании пионерских измерений, позволивших в 50-х годах определить высоту декаметровых источников III типа ($\overline{\rho_{20}^{III}} \approx 2,9$), проще всего было предположить, что они локализованы в области с повышенной плотностью и видны непосредственно в прямых лучах, не испытывающих заметной рефракции в короне [12]. Не исключено, что эта гипотеза отчасти справедлива применительно к реальным квазимонохроматическим источникам импульсных радиовспышек, инициирующих появление видимых источников III_d типа, время жизни которых в простейших случаях (см. рис. 1) составляет всего несколько секунд. В этих случаях моноимпульсный амплитудный профиль $I(t)$ всплеска III_d типа, регистрируемого на частоте f с помощью радиометра (без угловой селекции излучения), может формироваться следующим образом. В первые моменты времени после начала события ($0 < t < T_{ген} < T_{набл}$) узкополосное радиоизлучение приходит непосредственно из области его генерации кратчайшим путём. Кроме того, до окончания события с различными задержками $0 < \Delta t < T_{набл}$ вносят свой вклад составляющие радиосигнала некоторых криволинейных лучей, изначально не направленные в сторону Земли. При этом, согласно рис. 5, барицентр видимого источника в окрестности солнечного диска способен стремительно перемещаться по длинной нерадиальной траектории. С течением времени ($0 < t < T_{набл}$) угловые размеры источника и его конфигурация, вероятно, как-то изменялись. Регулярно расширяющиеся источники III типа действительно приходилось наблюдать с помощью гелиографа 169 МГц [25]. Как известно [6], для идеального (точечного) изотропного излучателя на 2-й гармонике ($f = 2f_p = 80$ МГц) с координатами $\phi = 0$ и $0 < |l| < 105^\circ$ в сферически симметричной модели слабо возмущённой ($\sqrt{\Delta N_e^2 / N_e} = 0,05$) короны видимые размеры источника составляют несколько угловых минут и зависят от гелиодолготы $|l|$. С ростом $|l|$ рассеянное радиоизображение становится овальным, и вдали от центрального меридиана трансверсальный размер источника больше радиального в 2–3 раза. Эта деформация сильнее проявляется в случае анизотропных (радиально вытянутых) неоднородностей ΔN_e . Комментируя свои результаты, автор [6] сделал, в частности, следующее краткое замечание. Моделируемое изображение источника во время отклика короны на мгновенную точечную радиовспышку постепенно расширяется и движется к середине солнечного диска. В принципе, то же самое прежде смогли заметить авторы статьи [26]; по их расчётам, видимая скорость источника может превышать скорость света. Этот и другие результаты [26], касающиеся эффектов распространения, получены в связи с необходимостью интерпретации наблюдений всплесков I типа и III типа на 169 МГц. По данным [27], когда такие события отмечались в прилиimbusовых зонах, во многих случаях максимум одномерного (E–W) распределения

яркости радиовсплеска (длительностью ~ 1 с) перемещался со скоростью $v \sim 0,1$ с на несколько угловых минут. В работе [28] схематически показано, как после короткой вспышки компактного источника узкополосного остронаправленного излучения I типа формируется его мнимое изображение (относительно большого размера), постепенно удаляющееся в том или ином направлении от своей исходной позиции. При этом решающую роль играют многократные отражения радиоволн ($\lambda \sim 1$ м) в одном из пучков длинных волокон повышенной плотности, пронизывающих внутреннюю корону.

Мы не планировали завершить данную статью описанием конкретной физической модели, объясняющей появление и эволюцию источников декаметровых всплесков IIIд типа в солнечной короне. Для построения такой модели необходимо тщательно изучить весь экспериментальный материал, полученный в процессе наблюдений радиобурь IIIд типа над активными областями в прилимбовых, промежуточных и центральном секторах гелиодолгот. Тем не менее, уже сейчас ясно, что нестационарность видимых элементарных источников излучения с прерывистым динамическим спектром IIIд типа является их универсальным свойством. Это утверждение пока носит предварительный характер и основано, в частности, на результатах гелиографических наблюдений лимбовых всплесков излучения IIIд типа новой спектральной разновидности.

3. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Летом 1992 года во время очередной солнечной радиобури всплесков IIIд типа (генерируемых на 2-й гармонике $f = 2f_p$) в диапазоне $30 > f > 15$ МГц зарегистрировано множество спектрально однородных всплесков, рассматриваемых нами как новый, простейший вариант декаметрового излучения IIIд типа. Неожиданно выяснилось, что в прилимбовых секторах гелиодолгот могут наблюдаться практически такие же всплески IIIд типа, как и вблизи центрального меридиана, но только без эхо-компонент. Вследствие быстрого затухания элементарных узкополосных ($\Delta f/f \sim 10^{-2}$) составляющих динамического спектра, в целом дрейфующего от высоких частот к низким, всплески новой разновидности отличаются предельно коротким (порядка 1 с) временем жизни. Оно много меньше, чем у нормальных лимбовых всплесков IIIд типа с крутым фронтом и медленным экспоненциальным спадом амплитудного профиля.

Кроме амплитудно-временных и спектральных характеристик аномальных всплесков IIIд типа, удалось при помощи двумерного гелиографа на базе антенны УТР-2 получить ценную информацию относительно угловых координат этих всплесков на частоте $f = 20$ МГц в диаметрально противоположных областях средней короны. Анализ радиогелиограмм необычных лимбовых событий IIIд типа показал, что короткоживущие ($3 \div 7$ с) видимые источники элементарных всплесков с нулевым частотным дрейфом $f = 0$ нельзя считать стационарными. Как слева, так и справа от солнечного диска эти квазимонохроматические импульсивные источники 29.VI. и 9.VII.1992 г. вели себя в общем одинаково. В картинной плоскости они могли перемещаться со сверхсветовой скоростью вдоль трансверсальных траекторий глобального масштаба, по длине сравнимых с диаметром ($2R_{\odot} \approx 30'$) Солнца. Вполне возможно, что вместе с небесными координатами таких нестационарных солнечных источников каким-то образом менялись их угловые размеры (по максимальной оценке они $< 30'$) и конфигурация. Согласно усредненным данным в указанные дни странные источники IIIд типа возникали примерно на одном и том же гелиоцентрическом расстоянии $3,7R_{\odot}$ и $3,8R_{\odot}$, т.е. значительно выше плазменного уровня $f_p = 10$ МГц ($2,4R_{\odot}$) стандартной оптической модели короны. На этих результатах не сказался обусловленный вращением Солнца переход активной области AR 7216 от восточного края видимого диска к западному.

Благодаря угловой селекции излучения при гелиографических наблюдениях, в отношении простейших событий IIIд типа установлено, что измеряемая длительность элементарного динамического радиовсплеска на много — вероятно в несколько раз — превышает время жизни реального локального ис-

точника ($f = 2f_p$). Такого рода квазимонохроматические всплески являются сложным результирующим откликом атмосферы Солнца, который инициируется импульсной генерацией радиоволн на соответствующем плазменном уровне $f_p = f/2$ в течение короткого времени $T_{\text{ген}} < 1$ с. Вследствие эффектов распространения в неоднородной среде, пакет радиоволн сильно деформируется, и его радиолучи попутно высвечивают некоторые достаточно плотные структурные образования короны, нарушающие её сферическую симметрию. Проблема их идентификации остаётся нерешённой и требует подробного изучения оптических данных о структуре короны в широких секторах гелиодолгот над теми активными областями фотосферы, с которыми ассоциировались радиобури всплесков III_d типа. Последние, очевидно, нуждаются в дальнейшем тщательном исследовании, и есть основания полагать, что оно приведёт к новым интересным результатам.

Данная работа выполнена частично при финансовой поддержке РФФИ (гранты № 96–02–18508, № 97–02–17297).

ЛИТЕРАТУРА

1. Abranin E. P., Bazelyan L. L., Zaitsev V. V. et al. // *Solar Phys.*, 1982. V. 72. P. 179.
2. Abranin E. P., Bazelyan L. L., Zaitsev V. V. et al. // *Solar Phys.*, 1984. V. 91. P. 383.
3. Абранин Э. П., Базелян Л. Л., Цыбко Я. Г. // *Астрон. журн.*, 1996. Т. 73. С. 939.
4. Абранин Э. П., Базелян Л. Л., Цыбко Я. Г. // *Изв. ВУЗов. Радиофизика*, 1997. Т. 40. № 9. С. 1073.
5. Абранин Э. П., Базелян Л. Л., Цыбко Я. Г. // *Изв. ВУЗов. Радиофизика*, 1998. Т. 41. № 1. С. 105.
6. Riddle A. C. // *Solar Phys.*, 1974. V. 35. P. 153.
7. *Solar–Geophys. Data*. 1992. № 577. Pt. 1.
8. Абранин Э. П., Базелян Л. Л., Белей В. С. и др. // *Изв. ВУЗов. Радиофизика*, 1991. Т. 34. № 10–12. С. 1120.
9. Мень А. В., Антонов А. В. // *Изв. ВУЗов. Радиофизика*, 1973. Т. 16. № 9. С. 1434.
10. Tsybko Ya. G. // *Solar Phys.*, 1984. V. 92. P. 299.
11. Аллен К. У. *Астрофизические величины*. — М.: Мир, 1977.
12. Shain C. A., Higgins C. S. // *Austral. J. Phys.*, 1959. V. 12. P. 357.
13. Abranin E. P., Bazelyan L. L., Goncharov N. Yu. et al. // *Solar Phys.*, 1980. V. 66. P. 393.
14. De la Noë J., Gergely T. E. // *Solar Phys.*, 1977. V. 55. P. 195.
15. Stewart R. T. // *Proc. ASA*, 1972. V. 2. P. 100.
16. Dulk G. A., Suzuki S. // *Astron. Astrophys.*, 1980. V. 88. P. 203.
17. Robinson R. D. // *Proc. ASA*, 1983. V. 5. P. 208.
18. Duncan R. A. // *Solar Phys.*, 1979. V. 63. P. 389.
19. Poquerusse M., Steinberg J. L., Caroubalos C. et al. // *Astron. Astrophys.*, 1988. V. 192. P. 323.
20. Leblanc Y., de la Noë J. // *Solar Phys.*, 1977. V. 52. P. 133.
21. Pick M., Trottet G., MacQueen R. M. // *Solar Phys.*, 1979. V. 63. P. 369.
22. Trottet G., Pick M., House L. et al. // *Astron. Astrophys.*, 1982. V. 111. P. 306.
23. Roelof E. C., Pick M. // *Astron. Astrophys.*, 1989. V. 210. P. 417.
24. Kundu M. R., Gergely T. E., Turner P. J., Howard R. A. // *Astrophys. J.*, 1983. V. 269. P. L67.
25. Raoult A., Pick M. // *Astron. Astrophys.*, 1980. V. 87. P. 63.
26. Steinberg J. L., Aubier-Giraud M., Leblanc Y., Boisshot A. // *Astron. Astrophys.*, 1971. V. 10. P. 362.
27. Bougeret J. L., Caroubalos C., Mercier C., Pick M. // *Astron. Astrophys.*, 1970. V. 6. P. 406.
28. Bougeret J. L., Steinberg J. L. // *Astron. Astrophys.*, 1977. V. 61. P. 777.

¹Радиоастрономический институт,
г.Харьков,

²Научно—исследовательский
радиофизический институт,
г.Н.Новгород, Россия

Поступила в редакцию
14 января 1999 г.

**A NEW SPECTRAL FORM OF DECAMETER TYPE III_d RADIO BURSTS. OBSERVATIONS OF SUPERRELATIVISTIC,
NARROW-BAND RADIATION SOURCES IN THE SOLAR VICINITY**

E. P. Abranin, L. L. Bazelyan, Ya. G. Tsybko

Intensity—time profiles $I(t)$ of narrow-band ($\Delta f/f \sim 10^{-2}$) radio bursts, which form the slanted dynamic spectrum ($I_{f,t}$) of type III_d emission, strongly depends on heliolongitudes $|l|$ of their coronal (quasi-monochromatic) sources. In the central sector ($|l| < 50^\circ$), each of these short-term (~ 10 s), steep-front bursts generated at the second harmonic $f = 2f_p$ comprise a delayed, echo-like component, whereas near the limb ($|l| \approx 90^\circ$) these bursts usually exhibit slow exponential decay.

Using UTR-2 antenna in the range $30 > f > 15$ MHz, we have recently discovered another, previously unknown limb form of the patchy type III_d spectrum. It is only the absence of the echo—component that makes this spectrum different from the bimodal one. It turned out that fast-decaying limb bursts of short duration ~ 1 s could be observed at significant distances east and west from the solar disc. These bursts are apparently similar to the leading pulses of central binary bursts.

According to the data from the 20 MHz radioheliograph, visible sources of unusually short-term limb bursts are nonstationary and do not tend to shift from the periphery to the central region of the corona. In the vicinity of the Sun, these sources can move over the celestial sphere at superluminal velocities along transversal trajectories of the global scale. In the case of such an event, the process of radio wave generation (at the plasma level of 10 MHz) lasts no longer than 1 s. It is quite probable that the real compact radio source remains motionless. The behavior of the related dynamic source that is observed for several seconds give evidence for existence of sufficiently dense coronal structures violating the spherical symmetry of the solar atmosphere. These structures are successively illuminated during the burst and effectively alter the paths of some rays of the radio-wave packet that were initially not directed to the Earth.

УДК 538.566

ДЕПОЛЯРИЗАЦИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ ПРИ РАССЕЯНИИ НА ТРЁХМЕРНОЙ КРУПНОМАСШТАБНОЙ НЕОДНОРОДНОСТИ НИЖНЕЙ ИОНОСФЕРЫ

О. В. Соловьев

Работа посвящена развитию численно—аналитического метода решения трёхмерных задач теории распространения радиоволн на примере векторной трёхмерной задачи о поле вертикального электрического диполя в плоском волноводе Земля—ионосфера с локальной крупномасштабной неоднородностью отрицательных характеристик на анизотропной ионосферной стенке такого волновода. Компоненты полей на граничных поверхностях подчиняются условиям Леонтовича. Задача сводится к системе двумерных интегральных уравнений, учитывающих перевозбуждение и деполяризацию поля, рассеянного на неоднородности. Путём асимптотического по параметру $kr \gg 1$ интегрирования по поперечной к трассе распространения координате, где r — расстояние от приёмника или источника до ближайшей точки неоднородной области, $k = 2\pi/\lambda$, λ — длина радиоволны, эта система преобразуется к системе одномерных интегральных уравнений. Контуром интегрирования в последних является геометрический контур неоднородности. Система решается численно в диагональном приближении методом, сочетающим прямое обращение интегрального оператора типа Вольтерра и последовательные приближения. Предлагаемый метод позволяет уменьшить требуемое для решения задачи машинное время и пригоден для исследования как мелкомасштабных, так и крупномасштабных неоднородностей. Получены ранее неизвестные оценки величин компонентов поля, не возбуждаемых рассматриваемым источником, а возникающих только за счёт рассеяния поля на модельной трёхмерной ионосферной неоднородности.

ВВЕДЕНИЕ

Проблема учёта влияния локальных неоднородностей ионосферы и земной поверхности на электромагнитное поле, возбуждаемое в приземном волноводе, далека от своего завершения и по-прежнему остаётся актуальной задачей теории распространения радиоволн [1]. В данной работе речь пойдёт об учёте трёхмерной неоднородности, которая располагается на одной из стенок околосферного волновода. Размеры неоднородности ограничены как вдоль, так и поперёк трассы распространения. Именно конечность поперечного размера локальной неоднородности отличает обсуждаемую проблему от хорошо известной задачи о распространении радиоволн над многокусочной трассой [2]. Причиной возникновения такого рода неоднородностей в нижней ионосфере могут быть как природные явления, так и процессы, вызванные человеческой активностью. Среди первых могут быть названы землетрясения, существование терминатора, магнитные бури, высыпания электронов из радиационных поясов и т.п. Поперечные размеры вызываемых такими явлениями ионосферных неоднородностей могут составлять от десятков и сотен до тысяч километров. Отдельно отметим, что причиной широко известного явления возмущения амплитуды и фазы регистрируемых СДВ и ДВ сигналов (Gimri эффект) также являются локальные изменения свойств нижней ионосферы [3]. Наиболее результативные в этом смысле человеческие деяния — это старты космических аппаратов, подземные, наземные и воздушные ядерные взрывы и эксперименты по высокочастотному нагреву ионосферы [4]. Возникающие в результате человеческой деятельности ионосферные возмущения, конечно, уступают в своих размерах естественным неоднородностям, но в конечном счёте степень влияния той или иной неоднородности на распространение радиоволн зависит от соотношения размера неоднородности и длины данной трассы распространения. Локальные неоднородности на земной стенке волновода — это неоднородности “островного” и “полуостровного” типа. Их ограниченность в поперечном к трассе распространения направлении может существенно влиять как на амплитуду, так и на фазу распространяющегося над такими объектами

сигнала [5]. Отметим, что классическая задача о береговой рефракции для случая точечного источника и произвольной форме границы суша—море также оказывается трёхмерной, и может быть рассмотрена в рамках развиваемой нами теории [6]. Таким образом, учитывать влияние трёхмерных локальных неоднородностей необходимо как при исследовании волноводного распространения радиоволн, так и для задачи прогнозирования поля земной волны над реальной земной поверхностью.

В литературе есть достаточно большое число работ, посвящённых моделированию воздействия трёхмерных ионосферных неоднородностей на приземное распространение радиоволн либо анализу распространения земной волны с учётом трёхмерной неоднородности электрических свойств подстилающей поверхности. Однако большинство авторов уже на этапе математической постановки задачи ограничивается скалярным приближением, суть которого состоит в пренебрежении деполяризацией поля при рассеянии на трёхмерной неоднородности. Достаточно подробный обзор таких работ приведён в нашей предыдущей статье [7]. Что касается известных нам работ, посвящённых векторной постановке задачи [2, 8, 9], то они ставят своей целью главным образом оправдать скалярное приближение, продемонстрировав малые отличия в основной компоненте поля в векторном и скалярном вариантах задачи. В работе [2] приводится обоснование правомочности скалярного подхода для задач о распространении земной волны. Сопоставление результатов скалярной и векторной постановок задачи проведено в [8] для задачи с малыми по сравнению с длиной трассы распространения локальными ионосферными неоднородностями. В [9] рассматривается влияние локальной неоднородности нижней ионосферы на распространение СНЧ радиоволн, и предполагается одномодовое представление поля как в регулярном, так и в возмущённом волноводах. Авторы задают неоднородность возмущением эффективной высоты волноводного промежутка, которое для основной моды исследуемого СНЧ поля с помощью известного дисперсионного соотношения можно пересчитать в возмущение постоянной распространения. Во всех отмеченных работах внимание уделяется только основной, возбуждаемой сторонним источником поляризации поля, и никаких количественных оценок компонентов поля вторичной поляризации не проводится.

Целью данной работы является получение ранее неизвестных оценок для компонентов поля, не возбуждаемых рассматриваемым источником поля (вертикальным электрическим диполем), а возникающих в результате рассеяния на трёхмерной неоднородности земной ионосферы. Решение задачи логично разбить на несколько этапов. Прежде всего, это выбор модели описания неоднородности. Затем, используя метод интегральных уравнений, задача в неограниченной трёхмерной области сводится к задаче на двумерной поверхности, содержащей локальную неоднородность. Это есть переход от системы дифференциальных уравнений Максвелла к системе связанных двумерных интегральных уравнений (либо к одному интегральному уравнению в скалярном случае). Последний этап — это эффективное решение получаемой системы интегральных уравнений. Кратко обозначим характерные для каждого из отмеченных выше этапов особенности представленного в данной работе подхода. Отличие нашей модели от использованной в [9] состоит в том, что как земные, так и ионосферные локальные неоднородности мы описываем единым образом, а именно введением неоднородного по площади поверхностного импеданса, задаваемого как функция координат на граничной поверхности волновода. Таким образом, мы обобщаем подход, принятый в задачах распространения радиоволн над неоднородной в смысле электрических свойств и геометрической формы земной поверхностью [11], на задачу волноводного распространения с учётом неоднородности ионосферы. Остановимся подробнее на импедансной модели возмущённой ионосферной стенки волновода. Не конкретизируя физические причины возникновения ионосферных неоднородностей, можно утверждать, что все они в конечном счёте выражаются соответствующими изменениями вертикальных профилей электронной концентрации и частоты соударений электронов, при этом отражательные характеристики ионосферы (во всяком случае в СДВ и ДВ диапазонах) могут быть описаны с помощью импеданса, отнесённого к некоторому вполне конкретному уровню над поверхностью Земли [12]. Проведённые исследования показали, что

если ионосферное возмущение сопровождается опусканием (или подъёмом) ионосферы не более чем на $5 \div 8$ км, то допустимо описание такой неоднородности импедансом, отнесённым к высоте ионосферной стенки регулярного волновода. Соответствующая методика, определяющая по вертикальным профилям электронной концентрации и частоты соударений электронов значения импеданса регулярной и возмущённой ионосферы, описана в [13]. Работоспособность такой модели была проверена путём сопоставления с результатами эксперимента в [14]. Переход от дифференциальных уравнений к интегральным возможен с использованием различных функций Грина. Произвольность выбора функций Грина можно использовать для того, чтобы сократить область интегрирования в поверхностных интегралах до размеров области локальной неоднородности, выбрав в качестве функций Грина для ТМ и ТЕ компонентов поля соответственно электрический и магнитный векторы Герца регулярной волноводной задачи.

Для решения поверхностных интегральных уравнений в работе используется оригинальный алгоритм, суть которого состоит в асимптотическом преобразовании по параметру $kr \gg 1$, где r — расстояние от приёмника или источника до ближайшей точки неоднородной области, $k = 2\pi/\lambda$, λ — длина радиоволны, двумерного интегрального уравнения в линейное вдоль контура локальной неоднородности и последующем решении этого уравнения путём, сочетающим в себе метод полуобращений и метод последовательных приближений. Предлагаемый алгоритм применим как для больших, так и для произвольно малых (в смысле геометрических размеров) неоднородностей. Условие его применимости — это достаточная удалённость возмущения от источника поля либо от точки наблюдения. Отметим, что в [9] решение поверхностного интегрального уравнения принимается в виде первого члена ряда теории возмущений для неоднородности малой по сравнению с длиной волны. Аналогично в [8] ряд теории возмущений строится для малого по сравнению с длиной трассы распространения размера неоднородности. Если решать возникающие поверхностные интегральные уравнения непосредственно, аппроксимируя интегральный оператор в большом числе узлов, то наличие в подынтегральных выражениях быстро осциллирующих функций приведёт к необходимости обращать линейные алгебраические системы высокого порядка. Это, в свою очередь, потребует жёстких ограничений на размеры области нерегулярности, связанные с ограниченностью ресурсов вычислительной техники, и в конечном итоге прямое численное решение не будет иметь заметных преимуществ перед решением в виде первого члена ряда теории возмущений (Борновское приближение). Нам не известны прямые численные решения векторной задачи, в то время как в скалярной постановке такая задача решалась (например в [15], где и можно найти подтверждение только что высказанному тезису).

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Данная работа является продолжением исследований, начатых в [16]. Как и прежде, чтобы не осложнять изложение, мы ограничимся плоской моделью приземного волновода. Переход к сферической модели может быть осуществлён с помощью формул, приведённых в [17], которые были использованы в [5] для расчётов в скалярном приближении. В нашей модели нерегулярности и земной, и ионосферной стенок волновода описываются неоднородным поверхностным импедансом. Поэтому не существует принципиальной разницы в том, на какую стенку волновода (верхнюю или нижнюю для плоской модели волновода или наружную или внутреннюю для сферической модели) поместить неоднородность. Тем не менее, имея своей целью оценить деполяризующее воздействие ионосферной нерегулярности, все дальнейшие рассуждения мы проведём для неоднородности, располагающейся на ионосферной стенке волновода. Это потребует последовательно и до конца учитывать анизотропный характер проводимости земной ионосферы.

Итак, будем исследовать электромагнитное поле, возбуждаемое сторонним источником в вакууме в области $D \in R^3$, ограниченной поверхностями S_e и S_i . В декартовой системе координат (x, y, z) (или

в цилиндрической (r, φ, z) поверхность S_e задаётся уравнением $z = 0$, а поверхность S_i — уравнением $z = h$. Геометрия задачи представлена на рис. 1. Компоненты электромагнитного поля \vec{E} и \vec{H} , гармонически зависящие от времени ($\vec{E}, \vec{H} \propto \exp(-i\omega t)$) удовлетворяют внутри области D системе уравнений Максвелла. В качестве источника рассматривается вертикальный электрический диполь с плотностью дипольного момента P_0 , располагающийся в точке с координатами $(0, 0, z_t)$. Граничные условия для \vec{E} и \vec{H} на поверхностях S_e и S_i — импедансного типа:

$$\vec{E}_{\text{tg}} = \hat{Z}[\vec{H}_{\text{tg}} \times \vec{n}], \quad \hat{Z} = Z_0 \hat{\delta}, \quad Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}, \quad \hat{\delta} = \begin{pmatrix} \delta^{(e)} & 0 \\ 0 & \delta^{(m)} \end{pmatrix}, \quad \vec{n} = n\vec{e}_z, \quad (1)$$

где $n = -1$ для $z = 0$, $n = +1$ для $z = h$, \vec{E}_{tg} и \vec{H}_{tg} — касательные к стенкам волновода компонен-

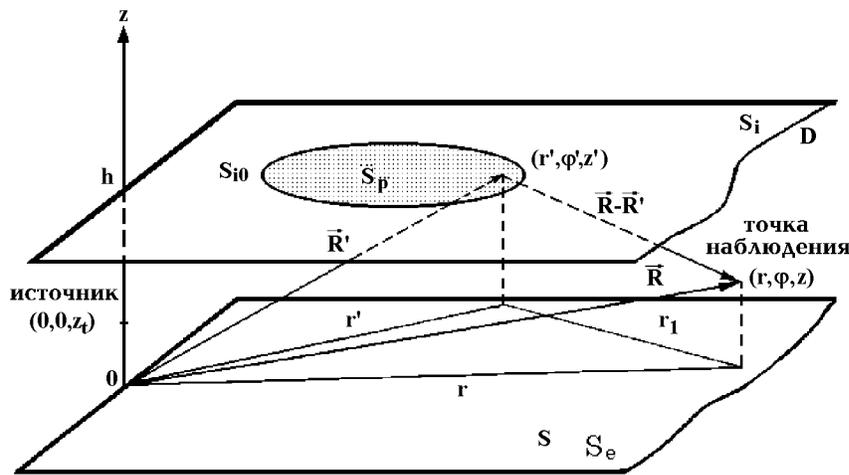


Рис. 1. Геометрия задачи.

ты электрического и магнитного полей, $\hat{\delta}$ — безразмерный тензор импеданса стенок волновода, ε_0 и μ_0 — электрическая и магнитная постоянные. На нижней стенке волновода $\delta^{(e)} = \delta^{(m)} = \delta_e = \text{const}$, а на верхней стенке $\hat{\delta} = \hat{\delta}_i = \begin{pmatrix} \delta_i^{(e)}(r, \varphi) & 0 \\ 0 & \delta_i^{(m)}(r, \varphi) \end{pmatrix}$. Таким образом, импеданс верхней стенки волновода имеет вид тензора второго ранга, причём переход к скалярному импедансу в данном случае недопустим, т.к. в рассматриваемой полосе частот (менее 100 кГц) характер взаимодействия ионосферной плазмы с ТМ и ТЕ компонентами электромагнитного поля существенно различен. Например, в диапазоне СДВ диагональные элементы тензора $\hat{\delta}$ связаны приблизительным соотношением $\delta_i^{(e)} \sim 1/\delta_i^{(m)}$. Тензор импеданса ионосферы как функцию координат можно определить следующим образом: $\hat{\delta}_i(r, \varphi) = \hat{\delta}_{i0}$ для области S_{i0} , $\hat{\delta}_i(r, \varphi) = \hat{\delta}_p$ для области S_p и $\hat{\delta}_i(r, \varphi) = \hat{\delta}_{i\gamma}(r, \varphi)$ для области $S_{i\gamma}$, где S_{i0} обозначает невозмущённую часть поверхности S_i , S_p — область, занятая неоднородностью, форма и размеры которой произвольны, $S_{i\gamma}$ обозначает достаточно узкую промежуточную область между S_{i0} и S_p , в пределах которой импеданс изменяется от значения $\hat{\delta}_{i0}$ до значения $\hat{\delta}_p$. Применяя к предварительно преобразованным уравнениям Максвелла векторный аналог теоремы Грина, можно получить известные формулы [18], выражающие векторы \vec{E} и \vec{H} во внутренних точках какого-либо объёма V (в данном случае это волноводная область D , заключённая между стенками $z = 0$ и $z = h$) через их значения на поверхности $S = S_e \cup S_i$, ограничивающей этот объём. Дальнейшие преобразования потребуют знания нормальных производных компонентов векторов \vec{E} и \vec{H} на граничных

поверхностях волноводной области. Выражения для $\frac{\partial E_j}{\partial z}$ и $\frac{\partial H_j}{\partial z}$, где $j = r, \varphi, z$, могут быть получены из (1). Поскольку в дальнейшем мы ограничимся исследованием только четырёх компонентов $E_\varphi, E_z, H_\varphi, H_z$ векторов поля (зная эти компоненты, оставшиеся E_r и H_r можно получить непосредственно из уравнений Максвелла), то и граничные условия запишем лишь для них. Для самого общего случая поверхности, описываемой неоднородным тензорным импедансом, эти граничные условия имеют вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial E_z}{\partial z} &= ik\delta_i^{(e)} E_z + \left(-1 + \delta_i^{(e)} \frac{1}{\delta_i^{(m)}}\right) \frac{\partial E_\varphi}{r\partial\varphi} - Z_0 H_\varphi \frac{\partial\delta_i^{(e)}}{\partial r} + E_\varphi \delta_i^{(e)} \frac{\partial(1/\delta_i^{(m)})}{r\partial\varphi}, \\ \frac{\partial H_z}{\partial z} &= \frac{ik}{\delta_i^{(m)}} H_z + \left(-1 + \delta_i^{(e)} \frac{1}{\delta_i^{(m)}}\right) \frac{\partial H_\varphi}{r\partial\varphi} + \frac{E_\varphi}{Z_0} \frac{\partial(1/\delta_i^{(m)})}{\partial r} + H_\varphi \frac{1}{\delta_i^{(m)}} \frac{\partial\delta_i^{(e)}}{r\partial\varphi}, \\ \frac{\partial E_\varphi}{\partial z} &= \frac{ik}{\delta_i^{(m)}} E_\varphi + \frac{\partial E_z}{r\partial\varphi}, \quad \frac{\partial H_\varphi}{\partial z} = ik\delta_i^{(e)} H_\varphi + \frac{\partial H_z}{r\partial\varphi}, \end{aligned} \quad (2)$$

где $k = \omega\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}$ — волновое число, ω — частота волны в волноводе. Впервые граничные условия в виде (2) были получены в [16]. Там же было показано, что члены в правой части соотношений (2), содержащие производные компонентов импеданса по пространственным координатам, могут быть одного порядка с $ik\delta_i^{(e)} E_z$ или $\frac{ik}{\delta_i^{(m)}} H_z$. Необходимо отметить, что (2) существенно отличаются от часто

используемых граничных условий $\frac{\partial E_z(x, y, z)}{\partial z} = ik\eta(x, y)E_z(x, y, z)$, где $z \in S$; $\eta(x, y)$ — эффективный импеданс стенки волновода, см., например, [2, 19-21], которые не позволяют выйти за рамки скалярной постановки задачи. Однако уже из граничных условий (2) видно, что наличие в задаче аксиально несимметричных неоднородностей (т.е. $\partial\delta_i^{(e,m)}/r\partial\varphi \neq 0$) приводит к деполяризации поля при рассеянии на неоднородности.

2. ПОСТРОЕНИЕ РЕШЕНИЯ

Как было отмечено во введении, специфика нашей задачи требует использования двухкомпонентной функции Грина, две безразмерные составляющие которой, $W_0^{(e)}(\vec{R}, \vec{R}')$ и $W_0^{(m)}(\vec{r}, \vec{R}')$, являются решениями следующих задач:

$$\begin{aligned} \Delta W_0^{(e)} + k^2 W_0^{(e)} &= -2\pi\delta(x-x', y-y', z-z'), \\ \frac{\partial W_0^{(e)}}{\partial z} &= ik\delta_e W_0^{(e)} \text{ для } z=0, \quad \frac{\partial W_0^{(e)}}{\partial z} = ik\delta_{i0}^{(e)} W_0^{(e)} \text{ для } z=h; \\ \Delta W_0^{(m)} + k^2 W_0^{(m)} &= -2\pi\delta(x-x', y-y', z-z'), \\ \frac{\partial W_0^{(m)}}{\partial z} &= -\frac{ik}{\delta_e} W_0^{(m)} \text{ для } z=0, \quad \frac{\partial W_0^{(m)}}{\partial z} = \frac{ik}{\delta_{i0}^{(m)}} W_0^{(m)} \text{ для } z=h, \end{aligned}$$

т.е. определяются вертикальными компонентами электрического и магнитного векторов Герца регулярной волноводной задачи. В последних формулах $\delta(x, y, z)$ обозначает δ -функцию. Заметим, что

$$W_0^{(e,m)}(\vec{R}, \vec{R}') = W_0^{(e,m)}(R_1), \text{ где } R_1 = \left| \vec{R} - \vec{R}' \right| = \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2} =$$

$= \sqrt{r_1^2 + (z - z')^2}$ есть расстояние от точки интегрирования (x', y', z') до точки наблюдения (x, y, z) , $r_1 = \sqrt{r'^2 + r^2 - 2r'r \cos(\varphi' - \varphi)}$. Везде в дальнейшем вектор \vec{R} из начала координат в точку (r, φ, z) , не лежащую на границе области D , будет обозначать радиус-вектор точки наблюдения, а вектор \vec{R}' из начала координат в точку (r', φ', z') , лежащую на границе области D — радиус-вектор точки интегрирования. После сделанных пояснений можно записать систему связанных поверхностных интегральных уравнений, эквивалентную исходной системе дифференциальных уравнений Максвелла с граничными условиями (1):

$$E_\varphi(\vec{R}) = \frac{ik}{2\pi} \iint_{S_p} (1/\delta_p^{(m)} - 1/\delta_{i0}^{(m)}) W_0^{(m)}(\vec{R}, \vec{R}') E_\varphi(\vec{R}') dS' -$$

$$-\frac{1}{2\pi} \iint_{S_e} W_0^{(m)}(\vec{R}, \vec{R}') \frac{\partial E_z}{r' \partial \varphi'} dS' + \frac{1}{2\pi} \iint_{S_i} W_0^{(m)}(\vec{R}, \vec{R}') \frac{\partial E_z}{r' \partial \varphi'} dS',$$
(3)

$$E_z(\vec{R}) = E_z^0(\vec{R}) + \frac{ik}{2\pi} \iint_{S_p} (\delta_p^{(e)} - \delta_{i0}^{(e)}) W_0^{(e)}(\vec{R}, \vec{R}') E_z(\vec{R}') dS' +$$

$$+\frac{ik}{2\pi} \iint_{S_{i\gamma}} W_0^{(e)}(\vec{R}, \vec{R}') \left[(\delta_{i\gamma}^{(e)} - \delta_{i0}^{(e)}) E_z(\vec{R}') + \frac{i}{\omega \varepsilon_0} H_\varphi(\vec{R}') \frac{\partial \delta_{i\gamma}^{(e)}}{\partial r'} - \frac{i}{k} E_\varphi(\vec{R}') \delta_{i\gamma}^{(e)} \frac{\partial (1/\delta_{i\gamma}^{(m)})}{r' \partial \varphi'} \right] dS' + (4)$$

$$+\frac{1}{2\pi} \iint_{S_i} W_0^{(e)}(\vec{R}, \vec{R}') \left(-1 + \delta_i^{(e)} \frac{1}{\delta_i^{(m)}} \right) \frac{\partial E_\varphi(\vec{R}')}{r' \partial \varphi'} dS',$$

$$H_\varphi(\vec{R}) = H_\varphi^0(\vec{R}) + \frac{ik}{2\pi} \iint_{S_p} (\delta_p^{(e)} - \delta_{i0}^{(e)}) W_0^{(e)}(\vec{R}, \vec{R}') H_\varphi(\vec{R}') dS' -$$

$$-\frac{1}{2\pi} \iint_{S_e} W_0^{(e)}(\vec{R}, \vec{R}') \frac{\partial H_z}{r' \partial \varphi'} dS' + \frac{1}{2\pi} \iint_{S_i} W_0^{(e)}(\vec{R}, \vec{R}') \frac{\partial H_z}{r' \partial \varphi'} dS',$$
(5)

$$H_z(\vec{R}) = \frac{ik}{2\pi} \iint_{S_p} (1/\delta_p^{(m)} - 1/\delta_{i0}^{(m)}) W_0^{(m)}(\vec{R}, \vec{R}') H_z(\vec{R}') dS' +$$

$$+\frac{ik}{2\pi} \iint_{S_{i\gamma}} W_0^{(m)}(\vec{R}, \vec{R}') \left[\left(\frac{1}{\delta_{i\gamma}^{(m)}} - \frac{1}{\delta_{i0}^{(m)}} \right) H_z(\vec{R}') + \frac{E_\varphi(\vec{R}')}{i\omega \mu_0} \frac{\partial (1/\delta_{i\gamma}^{(m)})}{\partial r'} - \frac{i}{k} H_\varphi(\vec{R}') \frac{1}{\delta_{i\gamma}^{(m)}} \frac{\partial \delta_{i\gamma}^{(e)}}{r' \partial \varphi'} \right] dS' + (6)$$

$$+\frac{1}{2\pi} \iint_{S_i} W_0^{(m)}(\vec{R}, \vec{R}') \left(-1 + \delta_i^{(e)} \frac{1}{\delta_i^{(m)}} \right) \frac{\partial H_\varphi(\vec{R}')}{r' \partial \varphi'} dS'.$$

В формулах (4) и (5) E_z^0 и H_φ^0 — компоненты полей \vec{E} и \vec{H} в регулярном волноводе, которые могут быть получены по формулам $E_z^0 = \frac{P_0}{2\pi \varepsilon_0} \left(k^2 + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) W_0^{(e)}(\vec{R})$, $H_\varphi^0 = \frac{i\omega P_0}{2\pi} \frac{\partial W_0^{(e)}(\vec{R})}{\partial r}$. Использование двухкомпонентной функции Грина позволило в некоторых интегралах сократить область интегрирования с

бесконечной до конечных областей локальной неоднородности S_p и промежуточной области $S_{i\gamma}$. Далее, как и в [16], будем считать $S_{i\gamma}$ достаточно узкой (допустим, ширины d) и содержащей линейный контур γ , по которому будет проходить граница между S_{i0} и S_p при $d \rightarrow 0$. Это позволит приближённо преобразовать двумерные интегралы по $S_{i\gamma}$ в формулах (4) и (6) в линейные по граничному контуру γ возмущённой области S_p . В формуле (4) двумерный интеграл по $S_{i\gamma}$ преобразуется к линейному интегралу

$$\frac{1}{2\pi} \int_{\gamma} W_0^{(e)}(\vec{R}, l') \left[-Z_0 (\delta_p^{(e)} - \delta_{i0}^{(e)}) H_{\varphi}(l') A(l') + \frac{\delta_p^{(e)} + \delta_{i0}^{(e)}}{2} \left(\frac{1}{\delta_p^{(m)}} - \frac{1}{\delta_{i0}^{(m)}} \right) E_{\varphi}(l') \right] \frac{dl'}{\sqrt{1 + A^2(l')}}, \quad (7)$$

а в формуле (6) — к линейному интегралу

$$\frac{1}{2\pi} \int_{\gamma} W_0^{(m)}(\vec{R}, l') \left[\frac{1}{Z_0} \left(\frac{1}{\delta_p^{(m)}} - \frac{1}{\delta_{i0}^{(m)}} \right) E_{\varphi}(l') A(l') + \frac{1/\delta_p^{(m)} + 1/\delta_{i0}^{(m)}}{2} (\delta_p^{(e)} - \delta_{i0}^{(e)}) H_{\varphi}(l') \right] \frac{dl'}{\sqrt{1 + A^2(l')}}, \quad (8)$$

где $\vec{R} \notin \gamma$, $A = r/r'_{\varphi}$, $r = r(\varphi)$ — уравнение кривой, описывающей контур γ . В случае, когда точка наблюдения оказывается на контуре γ ($\vec{R} \in \gamma$), интегралы (7) и (8) надо понимать в смысле главного значения (V.P.) и добавлять в уравнение для E_z выражение

$$\frac{1}{\sqrt{1 + A^2(\vec{R})}} \left\{ -Z_0 H_{\varphi}(\vec{R}) A(\vec{R}) (\delta_p^{(e)} - \delta_{i0}^{(e)}) + E_{\varphi}(\vec{R}) \frac{\delta_p^{(e)} + \delta_{i0}^{(e)}}{2} \left(\frac{1}{\delta_p^{(m)}} - \frac{1}{\delta_{i0}^{(m)}} \right) \right\}, \quad (9)$$

а в уравнение для H_z выражение

$$\frac{1}{\sqrt{1 + A^2(\vec{R})}} \left\{ \frac{E_{\varphi}(\vec{R})}{Z_0} A(\vec{R}) \left(\frac{1}{\delta_p^{(m)}} - \frac{1}{\delta_{i0}^{(m)}} \right) + H_{\varphi}(\vec{R}) \frac{1/\delta_p^{(m)} + 1/\delta_{i0}^{(m)}}{2} (\delta_p^{(e)} - \delta_{i0}^{(e)}) \right\}. \quad (10)$$

Таким образом, объединяя вместе формулы (3)–(10), мы получим связанную систему интегральных уравнений, отвечающую исходной физической задаче. Отметим, что первые члены в правых частях уравнений (3) и (6) и по два первых слагаемых в уравнениях (4) и (5) полностью совпадают с правыми частями соответствующих уравнений скалярного приближения.

Полученную систему уравнений используем для оценок величины ТЕ компонентов поля, возникающих за счёт рассеяния на трёхмерной неоднородности. Обратимся к формулам (6) и (8) и, оставляя без изменения часть интегрального оператора, определяемую интегралом по S_p (фактически диагональную часть матричного интегрального оператора), упростим остальные слагаемые в правой части уравнения (6), подставив в подынтегральные функции вместо неизвестных $E_{\varphi}(\vec{R}')$ и $H_{\varphi}(\vec{R}')$ выражения E_{φ}^0 и H_{φ}^0 для этих компонентов в регулярном волноводе. Поскольку в регулярном волноводе $E_{\varphi}^0 = 0$, $\frac{\partial H_{\varphi}^0}{r \partial \varphi} = 0$, то уравнение, на основании которого мы будем рассчитывать поведение H_z (ТЕ компоненты поля в возмущённом волноводе), примет следующий вид:

$$H_z(\vec{R}) = \frac{ik}{2\pi} \int \int_{S_p} (1/\delta_p^{(m)} - 1/\delta_{i0}^{(m)}) W_0^{(m)}(\vec{R}, \vec{R}') H_z(\vec{R}') H_z(\vec{R}') dS' + \frac{(1/\delta_p^{(m)} + 1/\delta_{i0}^{(m)})}{4\pi} (\delta_p^{(e)} - \delta_{i0}^{(e)}) \left\{ \int_{\gamma} W_0^{(m)}(\vec{R}, l') H_{\varphi}^0(l') \frac{dl'}{\sqrt{1 + A^2(l')}} + \frac{2\pi H_{\varphi}^0(\vec{R})}{\sqrt{1 + A^2(l')}} \Big|_{\vec{R} \in \gamma} \right\} \quad (11)$$

Преобразованное с такой же точностью уравнение (5) для H_φ имеет вид

$$H_\varphi(\vec{R}) = H_\varphi^0(\vec{R}) + \frac{ik}{2\pi} \int \int_{S_p} (\delta_p^{(e)} - \delta_{i0}^{(e)}) W_0^{(e)}(\vec{R}, \vec{R}') H_\varphi(\vec{R}') dS'. \quad (12)$$

Уравнения (11) и (12) оказываются того же типа, что и уравнение, рассмотренное нами в скалярном варианте исследуемой задачи [17]. Поэтому для их решения мы будем использовать описанную в [17], а затем неоднократно проверенную методику. Кратко остановимся на основных этапах получения решения. Во-первых, перейдём от уравнений для компонентов поля к уравнениям для функций ослабления, выделяя в искомах функциях и функциях Грина быстро осциллирующие множители, описывающие поле диполя над идеально проводящей плоскостью:

$$H_\varphi(\vec{R}) = -\frac{k^2 P_0}{2\pi \varepsilon_0} \frac{1}{Z_0} \frac{e^{ikr}}{r} W_{H_\varphi}(\vec{R}), \quad H_z(\vec{R}) = \frac{k^2 P_0}{2\pi \varepsilon_0} \frac{1}{Z_0} \frac{e^{ikr}}{r} W_{H_z}(\vec{R}),$$

$$W_0^{(e)}(\vec{R}, \vec{R}') = \frac{e^{ikr_1}}{r_1} V_0^{(e)}(\vec{R}, \vec{R}'), \quad W_0^{(m)}(\vec{R}, \vec{R}') = \frac{e^{ikr_1}}{r_1} V_0^{(m)}(\vec{R}, \vec{R}').$$

Далее, вводя в горизонтальной плоскости $z = \text{const}$ эллиптические координаты (u, v) , так что

$$r' = \frac{r}{2}(\text{ch } u + \cos v), \quad r_1 = \frac{r}{2}(\text{ch } u - \cos v), \quad dS' = r_1 r' du dv, \quad -\infty < u < +\infty, \quad 0 \leq v \leq \pi,$$

уравнения (11) и (12) можно записать в виде

$$W_{H_j}(\vec{R}) = W_{H_j}^0(\vec{R}) + \frac{ikr}{2\pi} \int \int_{S_p} \Delta_j V_{0j}(\vec{R}, \vec{R}') W_{H_j}(\vec{R}') e^{ikr(\text{ch } u - 1)} du dv, \quad (13)$$

где $\Delta_j = (\delta_p^{(e)} - \delta_{i0}^{(e)})$, $V_{0j} = V_0^{(e)}$ для $j = \varphi$, и $\Delta_j = (1/\delta_p^{(m)} - 1/\delta_{i0}^{(m)})$, $V_{0j} = V_0^{(m)}$ для $j = z$. При этом, для $j = \varphi$ $W_{H_j}^0$ определяется выражением $H_\varphi^0(\vec{R})$, а для $j = z$ — линейным интегралом вдоль контура неоднородности γ из выражения (11). Предполагая $kr \gg 1$ (расстояние от источника или от приёмника до ближайшей точки неоднородной области должно составлять много длин волн), можно считать функцию $W_{H_j}(\vec{R}') V_{0j}(\vec{R}, \vec{R}')$ медленно меняющейся по u (поперёк линии трассы распространения волны) на фоне $e^{ikr(\text{ch } u - 1)}$ и воспользоваться для вычисления интеграла по u методом стационарной фазы. Чтобы не потерять информацию о поперечной структуре неоднородности, вычисления необходимо производить с точностью до членов порядка $O(1/kr)$, отбрасывая только члены следующего порядка малости $O((kr)^{-3/2})$. Это позволяет преобразовать поверхностное интегральное уравнение (13) в уравнение с линейным интегралом вдоль граничного контура γ неоднородности S_p :

$$W_{H_j}(\vec{R}) = W_{H_j}^0(\vec{R}) + \frac{\sqrt{kr/2}}{2\pi} \Delta_j \oint_\gamma e^{ikr(\text{ch } u(v) - 1)} G(\vec{R}, v) dv, \quad (14)$$

где

$$G(\vec{R}, v) = \sqrt{\pi} e^{i3\pi/4} f(\vec{R}, 0, v) w(e^{i\pi/4} g) + \frac{1}{g} \left[f(\vec{R}, 0, v) - \frac{f(\vec{R}, u(v), v)}{\text{ch}(u(v)/2)} \right],$$

$$g = \sqrt{2kr} \text{sh} \frac{u(v)}{2}, \quad w(x) = e^{-x^2} \left(1 + \frac{2i}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{t^2} dt \right), \quad f(\vec{R}, u, v) = W_{H_j}(\vec{R}') V_{0j}(\vec{R}, \vec{R}'),$$

$u(v)$ описывает контур γ в эллиптических координатах. Формула (14) показывает, что с точностью до членов порядка $O(1/kr)$ поведение интегрального члена в (13) определяется поведением подынтегральных функций на двух линейных многообразиях: на проекции на плоскость S_j линии трассы ($u = 0$) и на граничном контуре неоднородности γ . Интеграл в формуле (14) — криволинейный интеграл 2-го типа по плоской замкнутой кривой. Контур интегрирования обходится в направлении против часовой стрелки. Для решения (14) используется численно-аналитический метод [22], объединяющий в себе метод полуобращений и метод последовательных приближений, суть которого состоит в обращении основной части интегрального оператора (14), содержащей только функцию $f(\vec{R}, 0, v)$, и в поэтапном уточнении значений искомой функции $f(\vec{R}, u(v), v)$ на границе γ неоднородности S_p . На формальном уровне это означает, что интегральный оператор уравнения (14) разбивается на две части: A и B , где A — доминирующая часть типа Вольтерра, обращать которую можно с помощью пошаговой численной процедуры, описанной, например в [23]. Такое разделение становится возможным благодаря тому, что в $G(\vec{R}, u)$ выражение для искомой функции $f(\vec{R}, u(v), v)$ на контуре γ входит только в наименьший член порядка $O(1/kr)$. Если теперь записать (14) в виде

$$W_{H_j} = W_{H_j}^0 + A \times W_{H_j} + B \times W_{H_j},$$

то использованная нами итеративная процедура может быть описана следующим образом:

$$W_{H_j}^{(n)} = W_{H_j}^0 + A \times W_{H_j}^{(n-1)} + B \times W_{H_j}^{(n-1)}, \quad n = 1, 2, \dots, \quad W_{H_j}^{(0)} = W_{H_j}^0.$$

Численные эксперименты показали, что сходимость итерационного процесса возрастает с увеличением kr_{\min} , где r_{\min} — расстояние от источника до ближайшей точки неоднородной области. Ошибка первого приближения может быть оценена по порядку величины как $O(1/kr_{\min})$. Основные преимущества описанного алгоритма — это, во-первых, отсутствие ограничений на размеры области неоднородности и, во-вторых, существенное ускорение процесса вычислений. В нашем случае затраты машинного времени пропорциональны квадрату периметра области S_p (к квадрату длины γ), в то время как затраты машинного времени на прямое решение двумерного уравнения пропорциональны квадрату площади неоднородной области S_p .

3. ЧИСЛЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В качестве примера приведём результаты численного моделирования эффекта деполяризации поля вертикального электрического диполя в волноводе Земля—ионосфера с трёхмерной неоднородностью на ионосферной стенке. Источник располагается на Земле, точка наблюдения находится на высоте $z = 8,93$ км (приблизительно 5λ , $\lambda = 2\pi/k$ — длина радиоволны) над её поверхностью, частота источника $f = 16,8$ кГц. Параметры модельного волновода следующие: импеданс земной стенки, определяемый значением проводимости Земли $\sigma = 4$ См/м, есть $\delta_e = (0,3416 - 0,3416i) \times 10^{-3}$, высота и импеданс регулярной части ионосферной стенки волновода, определённые по дневным профилям электронной концентрации $N_e(z)$ и эффективной частоты соударений электронов $\nu_e(z)$ спокойной ионосферы [24], есть $h = 59,3$ км, $\delta_{i0}^{(e)} = (0,3578 + 0,1768i)$, $\delta_{i0}^{(m)} = (2,3170 - 1,5024i)$. Используя возмущённые профили $N_{ep}(z)$ и $\nu_{ep}(z)$, по той же методике [13] могут быть получены и $\delta_p^{(e)}$, $\delta_p^{(m)}$. Однако для того, чтобы оценить максимально возможный порядок эффекта, в данной работе было принято $\delta_p^{(e)} = 0$, $\delta_p^{(m)} = (1 - 0,5i) \times 10^3$. Рассмотренные неоднородности S_p имели форму эллипса $[(x - x_p)/a_p]^2 + [(y - y_p)/b_p]^2 \leq 1$, размеры большой a_p и малой b_p полуосей которого варьировались. Рассчитывались амплитуда и фаза функций ослабления W_{H_φ} (первичной компоненты) и W_{H_z} (вторичной компоненты) на трассе $0 < x \leq 2000$ км, $y = 0$ при различных положениях неоднородности S_p относительно трассы, что определялось величинами x_p и y_p .

На рис. 2 в сравнении с функцией ослабления в регулярном волноводе приводятся кривые значений амплитуды функции ослабления компоненты поля H_φ вдоль трассы, над которой располагается неоднородность с параметрами $a_p = 200$ км (приблизительно $11,2\lambda$), $b_p = 100$ км (приблизительно $5,6\lambda$). Возмущённые кривые соответствуют значению $x_p = 600$ км и различным значениям $y_p = 0$ км и $y_p = 89,285$ км (приблизительно 5λ). Отметим, что $y_p = 0$ соответствует ситуации, когда S_p симметрична относительно линии трассы, её ось (ось эллипса) совпадает с проекцией на S_i линии трассы и она максимально закрывает первые зоны Френеля. Все отличные от нуля значения y_p означают смещение неоднородности с линии трассы, и, как было выяснено ещё в скалярном случае, влияние такой неоднородности на возмущение основной компоненты поля уменьшается (что и видно на рис. 2) и может быть объяснено в рамках концепции зон Френеля.

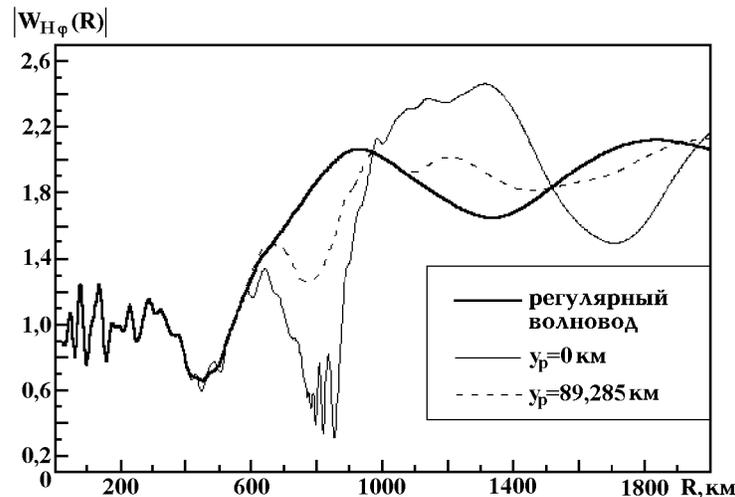


Рис. 2. Функция ослабления основной компоненты поля при различных положениях неоднородности относительно линии трассы.

Поведение вдоль трассы амплитуды функции ослабления компоненты поля H_z представлено на рис. 3 и рис. 4. Для обоих рисунков $x_p = 600$ км, величина большой полуоси эллипса возмущения $a_p = 200$ км. На рис. 3 для сравнения приведены кривые, отвечающие различным положениям возмущения относительно трассы ($y_p = 0$ км и $y_p = 89,285$ км). Видно, что в рассмотренных условиях ($b_p = 100$ км) симметричная относительно линии трассы неоднородность возбуждает на три порядка более слабую ТЕ компоненту поля, чем такая же неоднородность, но при отсутствии симметрии. На рис. 4 приведены кривые $|W_{H_z}|$, отвечающие различным значениям величины малой полуоси эллипса возмущённой области ($b_p = 100$ км и $b_p = 200$ км), при $y_p = 89,285$ км. Здесь также можно констатировать, что более симметричная неоднородность ($a_p = b_p = 200$ км — круг, а $a_p = 200$ км, $b_p = 100$ км — эллипс) меньше способствует возбуждению вторичной компоненты поля. На рис. 5 представлена поверхность $|W_{H_z}(R, y_p)|$ для $0 < R \leq 2000$ км, $0 \leq y_p \leq 100$ км, рассчитанная при $x_p = 600$ км, $a_p = 200$ км, $b_p = 100$ км.

В заключение приведём некоторые выводы, которые можно сделать на основе анализа численных результатов.

1. Амплитуда функции ослабления вторичной компоненты поля, возникающего при рассеянии на трёхмерной неоднородности, в своих максимальных значениях не менее чем на два порядка меньше амплитуды функции ослабления основной компоненты поля.

2. Вторичная компонента более эффективно возбуждается несимметричной неоднородностью, чем

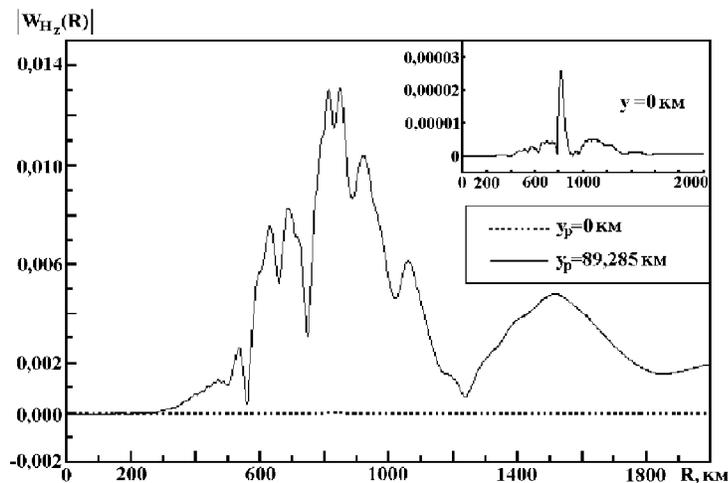


Рис. 3. Функция ослабления вторичной компоненты поля при различных положениях неоднородности относительно линии трассы.

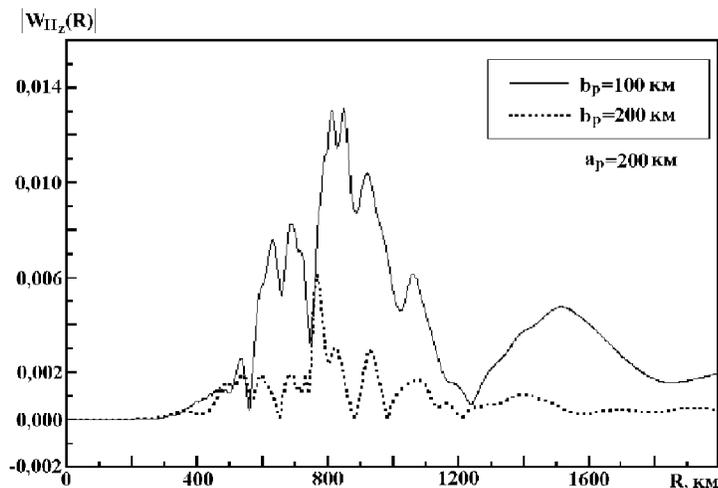


Рис. 4.

неоднородностью, имеющей какую-либо симметрию.

3. Если точка наблюдения движется вдоль линии $y = 0$ от источника, то можно заметить, что отличное от нуля поле H_z возникает в окрестности $x = 400$ км. Именно здесь располагается передняя часть границы эллипса с параметрами $x_p = 600$ км и $a_p = 200$ км. Затем вторичная компонента поля наблюдается во всех точках, располагающихся под неоднородностью $400 \leq x \leq 800$ км, причём, на “задней” границе неоднородности ($x = 800$ км) обычно наблюдается всплеск амплитуды функции ослабления $|W_{Hz}|$. После этого поле не спадает монотонно до нуля, а может наблюдаться ещё один максимум $|W_{Hz}|$ на расстоянии, на которое попадает луч, выпущенный из источника и отразившийся от “задней” части неоднородности.

Автор благодарит В. В. Агапова за помощь в создании программы для численных расчётов.

Работа выполнена при поддержке Российского Фонда Фундаментальных Исследований (96–02–17052а).

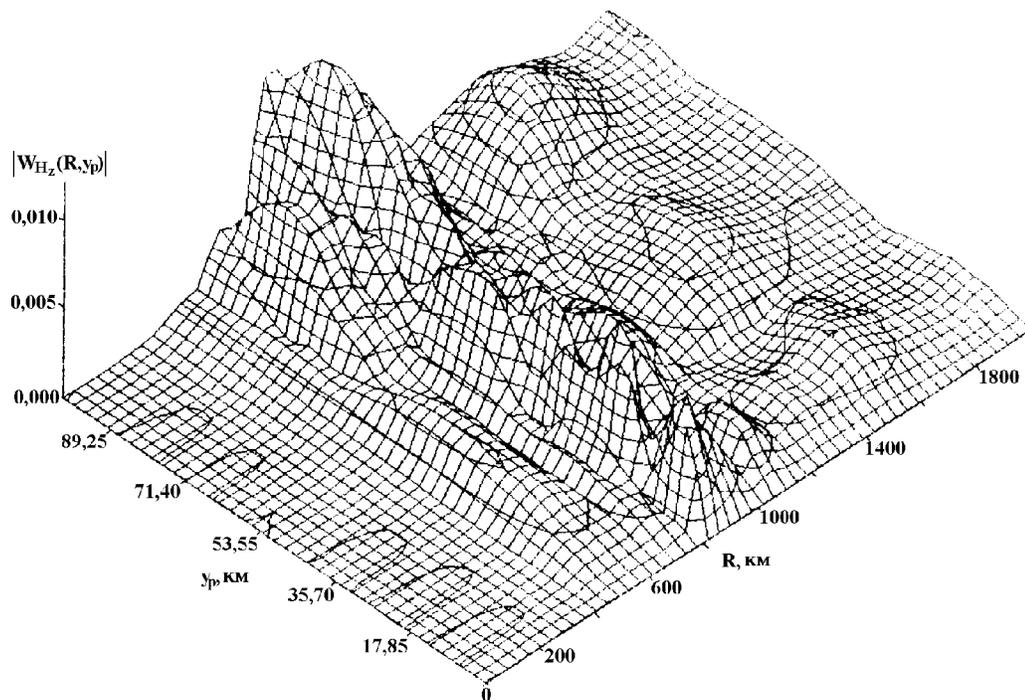


Рис. 5.

ЛИТЕРАТУРА

1. Wait J. R. // Abstracts of XXV-th General Assembly of the URSI, Aug.28-Sept.5, Lille. — France, 1996. P. 690.
2. Фейнберг Е. Л. Распространение радиоволн вдоль земной поверхности. — М.: Наука, 1961.
3. Савченко П. П. // Изв. ВУЗов. Радиофизика, 1997. Т. 40. № 4. С. 472.
4. Козлов С. И., Смирнова Н. В. // Космические исследования, 1992. Т. 30. № 5. С. 629.
5. Soloviev O. V., Agarov V. V. // Radio Sci., 1997. V. 32. № 2. P. 515.
6. Соловьев О. В. // Изв. ВУЗов. Радиофизика, 1995. Т. 38. № 11. С. 1168.
7. Соловьев О. В. // Изв. ВУЗов. Радиофизика, 1998. Т. 41. № 5. С. 588.
8. Соловьев О. В. // Изв. ВУЗов. Радиофизика, 1987. Т. 30. № 11. С. 1321.
9. Nikolaenko A. P. // Radio Sci., 1994. V. 29. № 5. P. 1187.
10. Wait J. R. // J. Geophys. Res., 1964. V. 69(A). № 3. P. 441.
11. Пылаев А. А., Репина Л. К., Тихомиров Н. П. Распространение километровых и более длинных радиоволн. — Алма-Ата: Наука, 1986. С. 23.
12. Кириллов В. В. Проблемы дифракции и распространения волн: Межвуз. сб. — Л.: Гос.ун-т, 1979. Вып. 17. С. 57.
13. Соловьев О. В. // Изв. ВУЗов. Радиофизика, 1985. Т. 28. № 10. С. 1236.
14. Соловьев О. В. // Изв. ВУЗов. Радиофизика, 1988. Т. 31. № 2. С. 240.
15. Field E. C., Joiner R. G. // Radio Sci., 1982. V. 17. № 3. P. 693.
16. Соловьев О. В. // Изв. ВУЗов. Радиофизика, 1995. Т. 38. № 8. С. 785.
17. Соловьев О. В. // Изв. ВУЗов. Радиофизика, 1990. Т. 33. № 9. С. 1078.
18. Стрэттон Дж. А. Теория электромагнетизма. — М., Л.: Гостехиздат, 1948.
19. Фок В. А. // Проблемы дифракции и распространения электромагнитных волн. — М., 1970.

20. Senior T. B. A., Volakis J. L. // Proc. IEEE, 1991. V. 79. № 10. P. 1413.
21. Pazyinin L. A. // Proc. of the Internat. Conf. on Math. Methods in Electromagnetic Theory, 7–10 sept. — Khar'kov, 1994. P. 290.
22. Соловьев О. В., Агапов В. В. // Изв. ВУЗов. Радиофизика, 1995. Т. 38. № 12. С. 1312.
23. Wagner C. // J. Math. Phys., 1956. V. 32. № 4. P. 289.
24. Иткина М. А., Котик Д. С., Кротова З. Н. и др. // Препринт № 162. — Горький: НИРФИ, 1983.

Санкт-Петербургский
государственный университет,
Россия

Поступила в редакцию
12 октября 1998 г.

**DEPOLARIZATION OF ELECTROMAGNETIC FIELD SCATTERED FROM THREE-DIMENSIONAL LARGE-SCALE
IRREGULARITY OF THE LOWER IONOSPHERE**

O. V. Soloviev

This paper develops analytical and numerical methods for the solution of three-dimensional problems of radio wave propagation. We consider three-dimensional vector problem on electromagnetic field of vertical electric dipole in planar Earth-ionosphere waveguide with local large-scale irregularity of negative characteristics on its anisotropic ionospheric boundary. The field components on the boundary surfaces obey the Leontovich boundary conditions. The problem is reduced to the system of two-dimensional integral equations taking into account re-excitation and depolarization of the field scattered from the irregularity. Using the asymptotic (with respect to the parameter $kr \gg 1$, where r is the distance from the source or receiver to the nearest point of the irregularity, $k = 2\pi/\lambda$, and λ is the radio wavelength) integration over the direction perpendicular to the ray path, we transform this system to one-dimensional integral equations in which the integration contours comprise the geometrical contour of the irregularity. The system is solved numerically in the diagonal approximation, which combines direct inversion of the Volterra integral operator and subsequent iterations. The proposed numerical algorithm reduces the computer time necessary to solve the problem. It is thus applicable to studying both small- and large-scale irregularities. We obtain novel estimates for the field components that do not excited by the considered source and originate only due to scattering from the sample three-dimensional ionospheric irregularity.

УДК 551.510.535

ИСКУССТВЕННЫЕ ПЕРИОДИЧЕСКИЕ НЕОДНОРОДНОСТИ И МОДЕЛЬ НИЖНЕЙ ЧАСТИ ОБЛАСТИ D

В. В. Беликович, Е. А. Бенедиктов, В. Н. Бубукина, В. Д. Вяхирев

Сопоставлены результаты измерений высотных профилей времени релаксации и амплитуды искусственных периодических неоднородностей в D -области ионосферы с моделью. Показано, что высотный профиль плотности атмосферы объясняет высотные зависимости времени релаксации ИПН и амплитуды рассеянного сигнала. Верхняя граница ИПН в области D вероятнее всего обусловлена возрастанием концентрации атомного кислорода и может служить индикатором этой высоты.

ВВЕДЕНИЕ

С момента обнаружения искусственных периодических неоднородностей (ИПН) в D -области ионосферы прошло почти 20 лет [1]. За это время в НИРФИ проведено несколько циклов исследований нижней ионосферы с помощью ИПН [2–5]. Наиболее полно результаты этих исследований представлены в работе [6]. В последнее время такого рода исследования проводятся в Тромсе [7] и на Аляске [8]. Тем не менее, ясной картины того, какие параметры области D или мезосферы можно определять из этих исследований, до сих пор нет. Дело в том, что на высотах области D диффузионное перераспределение плазмы происходит медленно и на первый план выходят более быстрые процессы прилипания и отлипания электронов. Основная физическая причина, приводящая к образованию ИПН на этих высотах, — температурная зависимость коэффициента прилипания электронов к молекулам кислорода при тройных соударениях. В результате локального нагрева электронного газа в пучностях мощной стоячей радиоволны увеличивается скорость прилипания электронов к молекулам кислорода, что приводит к снижению электронной концентрации и росту концентрации отрицательных ионов кислорода $N_{O_2^-}$. Простейшая модель баланса ионизации с одним отрицательным ионом позволяет установить следующую связь времени релаксации ИПН τ со скоростями β_1 прилипания электронов к молекулам кислорода и скоростями отлипания γ_1 : $\tau = 1/(\beta_1 + \gamma_1)$. Константа скорости прилипания β_1 хорошо известна из лабораторных измерений [9], поэтому измерения τ позволяют определить скорость γ_1 . Однако в D -области ионосферы O_2^- — первичный, но не единственный отрицательный ион. Дальнейшее уточнение модели привело к рассмотрению процессов баланса ионизации с двумя отрицательными ионами. В работе [6] подробно рассмотрено влияние второго отрицательного иона на время релаксации ИПН и показано, что в этом случае процесс установления протекает с двумя характерными временами τ_1 и τ_2 . При этом никаких количественных сопоставлений модели с экспериментом там не проведено. В работе [7] проведено сопоставление измеренных значений τ с расчётами по сложной модели области D , включающей около 10 отрицательных ионов и несколько десятков констант скоростей их преобразования. Такое сопоставление весьма полезно, но по нему трудно установить и уточнить наиболее существенные для формирования ИПН компоненты и скорости их преобразования. Для восполнения этого пробела в данной работе рассмотрены результаты регистрации ИПН в августе 1996 г. и проведено их сопоставление с моделью.

1. МЕТОДИКА ЭКСПЕРИМЕНТА

В августе 1996 года на стенде “СУРА”(56,13° с.ш., 46,1° в.д.) проведена серия экспериментов по исследованию ионосферы при помощи ИПН с применением цифровой регистрации данных. Было проведено 12 сеансов измерений длительностью от 5 до 20 минут каждый. В каждом сеансе периодически проводилось воздействие на ионосферу необыкновенной радиоволной на частоте 4,7 МГц с эффективной мощностью 60–100 МВт в течение трёх секунд и паузой продолжительностью 12 с. После каждого цикла нагрева в течение двух секунд излучались импульсы длительностью 20 мкс с частотой повторения 40 Гц. Рассеянные сигналы принимались антенной, имеющей 12 синфазных диполей на каждой линейной поляризации и выделяющей необыкновенную компоненту. Усиление сигналов осуществлялось приёмником с полосой пропускания 50 кГц. Сигналы, рассеянные ИПН, регистрировались с высотным шагом 1,2 км в виде двух квадратурных компонент и кодировались 10-ти разрядным АЦП.

Дальнейшая обработка данных состояла в вычислении амплитуды и фазы сигнала на каждой высоте для каждого цикла нагрева и аппроксимации их временной зависимости функциями вида

$$\ln A(t) = \ln A_0 - \frac{t}{\tau} \quad \text{и} \quad \phi(t) = \phi_0 + bt.$$

Здесь τ характеризует время жизни неоднородностей после выключения мощного передатчика, а b — скорость их вертикального движения ($V = \frac{\lambda}{4\pi}b$) [10]. Нахождение параметров аппроксимации проводилось по методу наименьших квадратов с весовой функцией $\exp(-2t/\tau_0)$, которая согласно [11] позволяет минимизировать дисперсию находимых параметров (здесь τ_0 — первое приближённое значение параметра). При этом вычислялись дисперсии параметров τ и b , которые позволяли судить о степени надёжности полученных данных. Анализ результатов, относящихся к области E , приведён в работе [12]. Здесь мы остановимся на рассмотрении результатов наблюдений, полученных 9 августа 1996 г. В этот день отмечался спорадический слой E с частотой экранирования $f_b > 4,7$ МГц, что не позволяло исследовать E -область ионосферы, но создавало благоприятные условия для регистрации сигналов, рассеянных от области D . Последнее связано с уменьшением потерь, обусловленных сферической расходимостью и поглощением мощной радиоволны, отражённой от ионосферы.

9 августа 1996 г. с 11 ч 20 мин до 12 ч 24 мин местного времени было проведено три двадцатиминутных сеанса наблюдений. Поскольку в каждом из сеансов число регистраций с высоким отношением сигнал—шум оказалось мало, то все они были объединены и рассматривались как единый массив данных. На рис. 1 представлен пример высотно—временной регистрации амплитуды рассеянного сигнала в яркостном виде. Справа от рисунка дана шкала соответствия между яркостью и интенсивностью сигнала в децибеллах. Вертикальная темная линия — импульсная помеха. На рисунке хорошо виден рост амплитуды и времени существования сигнала с высотой в интервале 60–75 км и практически полное отсутствие сигнала в интервале 80–90 км.

На рис. 2 представлены высотные зависимости амплитуды рассеянного сигнала, времени его релаксации и скорости вертикальных движений. Как видно из рисунка средняя амплитуда рассеянного сигнала в интервале высот 64–78 км превышала шум более, чем на 10 дБ, и достигала максимума на высоте 73 км. В этом интервале высот уверенно определялось время релаксации τ , средняя величина которого увеличивалась с высотой от 0,5 до 1,2 с. Средняя скорость вертикального движения была близка к нулю в нижней части исследуемого высотного интервала и возрастала до 3 м/с в верхней части, при этом движение было направлено к поверхности Земли. В следующем разделе даётся объяснение наблюдаемому высотному поведению сигнала.

2. МОДЕЛЬНЫЕ ПРОФИЛИ АППРОКСИМИРУЮЩИХ ФУНКЦИЙ $A(h)$ и $\tau(h)$

Простейшее объяснение образования ИПН в области D возможно в рамках модели с одним отрицательным ионом [6]. В этом случае время релаксации ИПН $\tau(h)$, амплитуда возмущения электронной

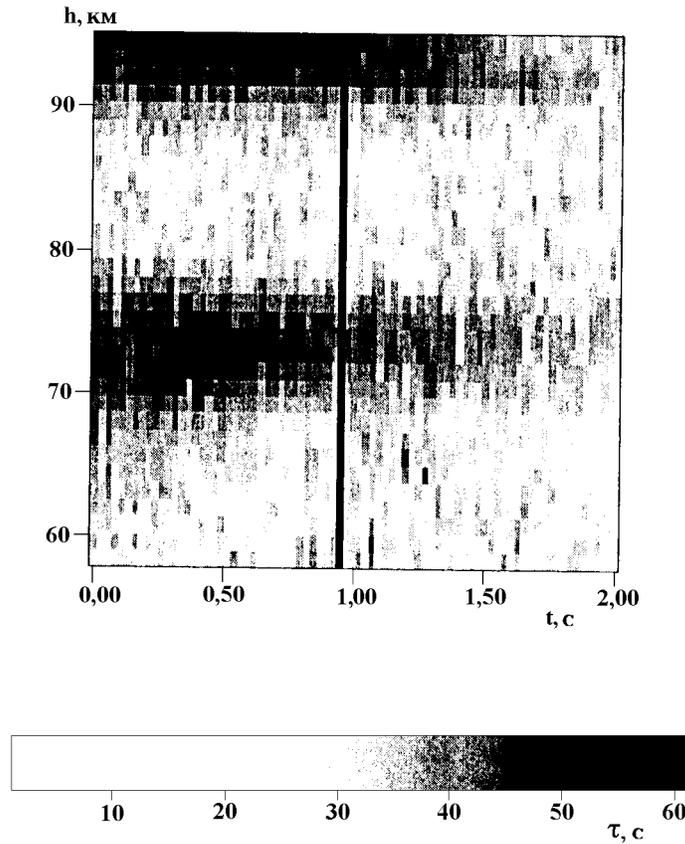


Рис. 1. Высотно—временная зависимость амплитуды сигнала рассеянного на ИПН для 9.08.1996. Тёмная вертикальная линия — импульсная помеха.

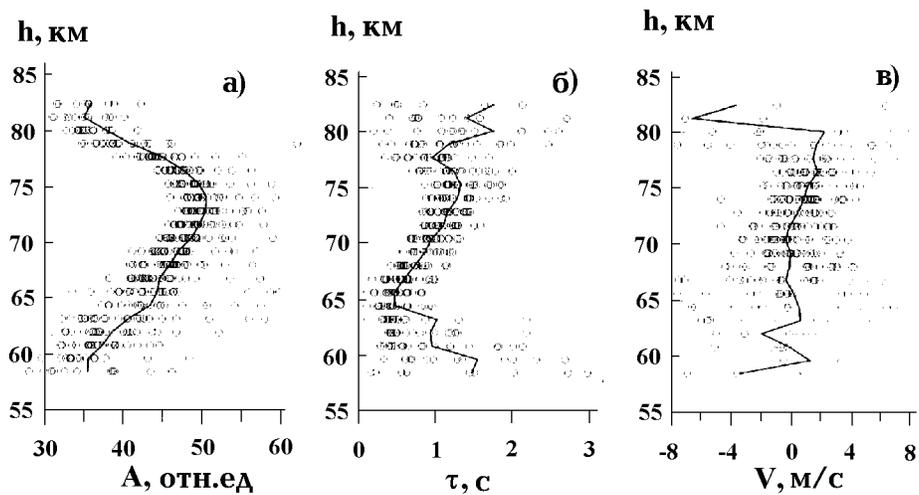


Рис. 2. Высотные профили времени релаксации (а), амплитуды (б) и скорости вертикального движения ИПН (в) для 9.08.1996.

концентрации ΔN и параметр $\lambda_O = N_{O_2^-}/N$ определяются формулами

$$\tau = \frac{1}{\beta_1 + \gamma_1}; \quad \Delta N = \frac{1,5N_0\Delta T_e}{T_e} \frac{\lambda_O}{1 + \lambda_O}; \quad \lambda_O = \frac{N_{O_2^-}}{N} = \frac{\beta_1}{\gamma_1}, \quad (1)$$

где T_e и N_0 — невозмущённые значения температуры электронов и концентрации, ΔT_e — амплитуда периодического возмущения электронной температуры в стоячей радиоволне. В свою очередь, скорость процесса прилипания электронов к молекулам кислорода определяется выражением [13]:

$$\beta_1(h, T_e) = \left\{ 1,4 \cdot 10^{-29} N_{O_2}^2 + 7 \cdot 10^{-31} N_{O_2} N_{N_2} \right\} \frac{300}{T_e} \exp\left(-\frac{600}{T_e}\right), \quad (2)$$

где N_{O_2} и N_{N_2} — концентрации соответствующих молекул. Для расчёта отлипания электронов от отрицательных ионов O_2^- учтём фотоотлипание, реакции с возбуждёнными молекулами кислорода в состоянии ($1\Delta g$) и озоном O_3 . В результате получим

$$\gamma_1(h) = 0,38 + 2 \cdot 10^{-10} N_{O_2(1\Delta g)} + 6 \cdot 10^{-10} N_{O_3}. \quad (3)$$

Для нахождения коэффициента отражения r радиоволн от периодических неоднородностей воспользуемся формулой из работы [14]:

$$r = \text{th} \frac{\pi q \Delta \varepsilon}{8 \cos^2 \theta}. \quad (4)$$

Здесь q — число неоднородностей, а $\Delta \varepsilon$ — амплитуда возмущения диэлектрической проницаемости. Учтём, что $r \ll 1$ и гиперболический тангенс раскладывается в ряд, а выражение для возмущения диэлектрической проницаемости плазмы возьмём соответствующим случаем продольного распространения

$$\Delta \varepsilon = \frac{4\pi e^2 \Delta N (\omega \pm \omega_H)}{m\omega [(\omega \pm \omega_H)^2 + \nu_{ef}^2]}. \quad (5)$$

Учтём, что при обратном рассеянии $\cos \theta = 1$ и получим

$$r = \frac{\pi^2 q e^2 \Delta N (\omega \pm \omega_H)}{2m\omega [(\omega \pm \omega_H)^2 + \nu_{ef}^2]}. \quad (6)$$

Воспользуемся найденными в [15] соотношениями

$$\frac{\Delta T_e}{T_e} = \frac{E_{\sim}^2}{E_p^2}; \quad E_{\sim}^2 = \frac{a^2 P_G \exp(-2\Gamma_0)}{n(2h_0 - h)h}, \quad (7)$$

где E_{\sim}^2 — квадрат напряжённости поля стоячей радиоволны, P_G — эффективная мощность нагревного передатчика, Γ_0 — интегральное поглощение греющей радиоволны до уровня отражения на высоте h_0 , n — показатель преломления среды, который в области D можно считать равным единице. Отметим, что плазменное поле в данном случае следует брать в виде, учитывающем соударения электронов и поляризацию волн: $E_p^2 = 3m\kappa T_e \delta [(\omega \pm \omega_H)^2 + \nu^2]/e^2$, где δ — доля энергии, теряемая электроном при одном соударении, κ — постоянная Больцмана. Объединяя равенства (1), (6) и (7), окончательно получим:

$$r = \frac{\pi^2 e^2 q N_0 \beta_1 (\omega \pm \omega_H) a^2 P_G \exp(-2\Gamma_0)}{4n(2h_0 - h)h(\beta_1 + \gamma_1)\kappa T_e \delta \omega [m(\omega \pm \omega_H)^2 + \nu_{ef}^2]^2}. \quad (8)$$

Выражения (1), (2), (3) и (8) позволяют рассчитать высотные зависимости измеряемых параметров. Для проведения таких расчётов удобно все высотные зависимости выразить через плотность атмосферы $\rho(h)$. Учитывая постоянный состав основных компонентов атмосферы на высотах области D ,

можно определить концентрации компонент простыми соотношениями. Например, для кислорода оно выглядит так: $N_{O_2} = \rho \cdot \delta_{O_2} / M_0$, где $\delta_{O_2} = 0,21$ — относительная объёмная концентрация кислорода, M_0 — средняя масса молекул воздуха.

Аналогичным образом можно связать частоту электронных соударений $\nu(h)$ с плотностью. Действительно, частота соударений моноэнергичных электронов ν_m пропорциональна давлению p : $\nu_m = b p$. Здесь $b = 7,5 \cdot 10^5$, если давление измеряется в ньютонах на м². Давление связано с плотностью уравнением газового состояния $p = \frac{R}{M} \rho T$, где $R = 8,314 \cdot 10^7$ эрг/(град. моль) — универсальная газовая постоянная, $M = 29$ — молекулярный вес воздуха. Положим, что $\nu_{ef} = 2\nu_m$,* и получим следующее соотношение:

$$\nu_{ef} = 2b \frac{R}{M} T \rho.$$

После соответствующих подстановок при $T = T_e = 240$ К получаем следующие расчётные формулы, где ρ в кг/м³:

$$\beta_1(h) = 3,41 \cdot 10^7 \rho(h)^2, \quad (9)$$

$$\gamma_1(h) = 0,38 + 0,435 \cdot 10^{-19} \delta_O(h) \rho(h), \quad (10)$$

$$\nu_{ef}(h) = 1,03 \cdot 10^{11} \rho(h). \quad (11)$$

Здесь δ_O — суммарная относительная концентрация атомного кислорода и озона. Для численных расчётов используем модель плотности атмосферы из [16] для августа месяца на широте 50° и высотный профиль электронной концентрации, измеренный методом частичных отражений в том же пункте 14 августа 1997 г. в полуденные часы (смотри рис. 3б звёздочки). Результаты расчётов представлены на рис. 3а сплошными линиями. На том же рисунке представлены экспериментальные значения τ (ромбики) и амплитуды рассеянного сигнала (точки). Как видно из рисунка, согласие между моделью и расчётом на высотах ниже 75 км достаточно хорошее. Отметим, что для такого согласия модельные значения плотности увеличены на 30% и принято значение относительной концентрации атомного кислорода и озона $\delta_O = 6,6 \cdot 10^{-5}$, что очень близко к экспериментальным данным.

Заметное отклонение эксперимента от модели наблюдается на высотах более 78 км. Оно выражается в уменьшении величины τ и резком падении амплитуды сигнала до уровня шумов. Объяснить такое падение можно двумя причинами. Во-первых, резким возрастанием концентрации атомного кислорода, которое приводит к росту скорости отлипания электронов от отрицательных ионов и соответствующему уменьшению τ . Одновременно это приводит к резкому падению λ_O и фактическому прекращению образования ИПН за счёт прилипания электронов. Во-вторых, развитием турбулентности, которая уменьшает амплитуду сигнала, рассеянного ИПН и ускоряет их релаксацию [17]. Скорее всего обе причины действуют одновременно. Действительно, масс-спектрометрические измерения показывают рост концентрации атомного кислорода на высоте ~ 80 км [13]. С другой стороны измерения методом частичных отражений (смотри высотный профиль амплитуды частичных отражений на рис. 3б (точки)) показывают резкое возрастание амплитуды на этой высоте при практически плавном поведении профиля электронной концентрации. Объяснить такое поведение амплитуды частичных отражений можно только ростом интенсивности неоднородностей за счёт увеличения турбулентности. По мнению авторов, первый фактор является главенствующим, поскольку интенсивность турбулентности непостоянна, и временами на высотах 80–90 км должен бы появляться сигнал от ИПН. В действительности измерения во всех пунктах (Н.Новгород, Душанбе, Тромсе, Аляска) показывают устойчивое отсутствие ИПН на этих высотах.

*Известны два предельных соотношения для $\nu_{ef} = 2,5\nu_m$ при $\nu_m \ll \omega$ и $\nu_{ef} = 1,5\nu_m$ при $\nu_m \gg \omega$. Здесь выбрано среднее значение коэффициента, поскольку рассматривается промежуточная область.

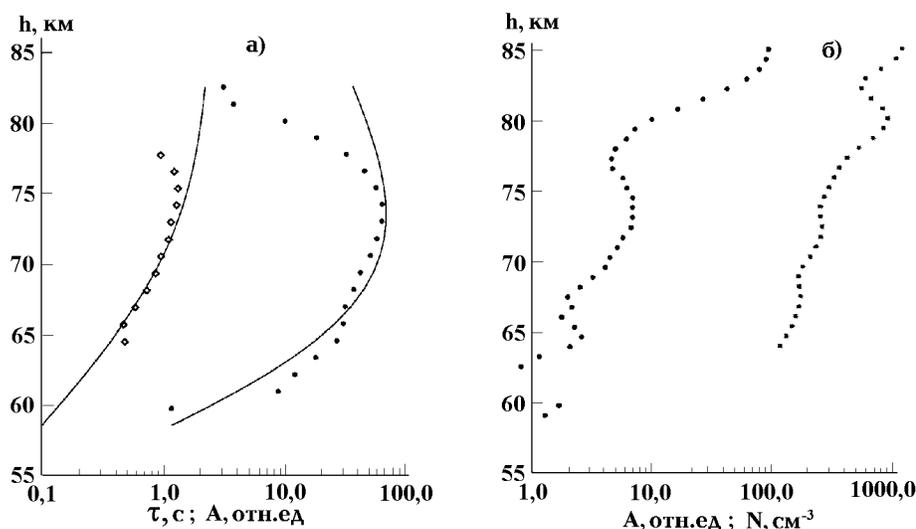


Рис. 3. Модельные высотные профили времени релаксации ИПН и амплитуды рассеянного сигнала в сравнении с экспериментом 9.08.1996 г. (а); (б) высотный профиль электронной концентрации и амплитуды частичных отражений для сеанса 11 ч 54 мин. 14.08.1997 г..

3. ВЫВОДЫ

Проведённые исследования показывают, что высотный профиль плотности атмосферы объясняет высотные зависимости времени релаксации ИПН и амплитуды рассеянного сигнала даже в рамках модели с одним отрицательным ионом. Верхняя граница ИПН в области D вероятнее всего обусловлена возрастанием концентрации атомного кислорода и может служить индикатором этой высоты. Таким образом, регистрация ИПН позволяет следить за изменением плотности атмосферы на высотах 60–80 км и нижней границей области, обогащённой атомным кислородом. Это новый способ исследования средней атмосферы.

Авторы выражают благодарность А. А. Караштину и Ю. В. Шлюгаеву за помощь в проведении эксперимента и В. В. Беликовичу-младшему за составление программ обработки экспериментальных данных.

Работа выполнена при поддержке Российского Фонда фундаментальных исследований — гранты № 96–05–65130, № 97–05–64397 и № 96–05–00074.

ЛИТЕРАТУРА

1. Беликович В. В., Бенедиктов Е. А., Дмитриев С. А., Терина Г. Т. // Изв. ВУЗов. Радиофизика, 1981. Т. 24. № 7. С. 905.
2. Беликович В. В., Бенедиктов Е. А. // Изв. ВУЗов. Радиофизика, 1986. Т. 29. № 11. С. 1283.
3. Беликович В. В., Бенедиктов Е. А. // Геомагнетизм и аэрономия, 1986. Т. 26. № 5. С. 837.
4. Беликович В. В., Бенедиктов Е. А. // Геомагнетизм и аэрономия, 1989. Т. 29. № 4. С. 680.
5. Belikovitch V. V., Benediktov E. A. and Terina G. I. // J. Atmos. Terr. Phys., 1986. V. 48. № 11. P. 1247.
6. Беликович В. В., Гончаров Н. П. // Геомагнетизм и аэрономия, 1994. Т. 34. № 6. С. 84.
7. Rietveld M. T., Turunen E., Matveinen H., Goncharov N. P., Pollari P. // Ann. Geophys., 1996. V. 14. P. 1437.

8. Djuth F. T., Groves K. M., Elder J. H., Shinn E. R., Quinn J. M., Villasenor J. and Wong A. Y. // J. Geophys. Res., 1997. V. 102. № A11. P. 24,023.
9. Месси Г. Отрицательные ионы. — М.: Мир, 1979. — 754 с.
10. Беликович В. В., Бенедиктов Е. А., Гончаров Н. П. // Геомагнетизм и аэрономия, 1991. Т. 31. № 2. С. 381.
11. Беликович В. В. // Изв. ВУЗов. Радиофизика, 1993. Т. 36. № 12. С. 1105.
12. Беликович В. В., Бахметьева Н. В., Бубукина В. Н., Караштин А. А., Толмачева А. В. // Изв. ВУЗов. Радиофизика, 1998. Т. 41. № 9. С. 1077.
13. Мак-Иван Н., Филлипс Л. Химия атмосферы. — М.: Мир, 1978. — 378 с.
14. Попов А. В., Черкашин Ю. Н., Шанкин Ю. П. // Исследование сверхдальнего распространения коротких радиоволн. — М.: ИЗМИРАН, 1975. С. 71.
15. Беликович В. В., Бенедиктов Е. А., Гончаров Н. П., Толмачёва А. В. // Геомагнетизм и аэрономия, 1995. Т. 35. № 4. С. 64.
16. CIRA-1972. COSPAR International Reference Atmosphere, Akademik-Verlag, Berlin, GDR, 1972.
17. Беликович В. В., Бенедиктов Е. А. // Геомагнетизм и аэрономия, 1995. Т. 35. № 2. С. 91.

Научно-исследовательский
радиофизический институт,
г.Н.Новгород, Россия

Поступила в редакцию
17 августа 1998 г.

ARTIFICIAL PERIODIC INHOMOGENEITIES AND THE MODEL FOR THE LOWER PART OF *D*-REGION

V. V. Belikovich, E. A. Benediktov, V. N. Bubukina, and V. D. Vyakhirev

The measured altitude profiles of the relaxation time and amplitudes of artificial periodic inhomogeneities (APIs) in *D*-region of the ionosphere are compared to the model. We show that the altitude dependencies of the API relaxation time and the amplitude of scattered signal can be explained taking into account the altitude profile of the atmospheric density. The upper boundary of an API in *D*-region is most probably formed due to the increase of the atomic oxygen density. Thus, this boundary can be an altitude indicator.

УДК 531.86–621.371.391.2

РАСПРОСТРАНЕНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН НАД МОРСКОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ ПРИ НАЛИЧИИ ПЕНООБРАЗОВАНИЙ

И. Т. Бубукин, Л. П. Коган

Исследуется вопрос о распространении электромагнитных волн над ровной морской поверхностью с флуктуациями импеданса, обусловленными наличием сильного покрытия пеной. Задача аналитически решается с учётом многократного рассеяния при малом угле скольжения. Получено аналитическое выражение для эффективного импеданса среднего поля в случае больших дисперсий возмущения диэлектрических свойств границы раздела сред.

ВВЕДЕНИЕ

При проектировании морских радиолокационных систем, создании пассивных систем дистанционного зондирования океана, исследованиях распространения радиоволн над морем существенную роль играет учёт состояния водной поверхности [1–3]. Основное внимание при этом уделяется влиянию волнения. Неровности водной поверхности, связанные с волнением, являются основным поверхностным фактором, влияющим на распространение электромагнитных волн при скоростях ветра, меньших 6 м/с. При большем ветре начинается обрушение гребней волн — возникают пенообразования. Пенное покрытие сильно изменяет диэлектрическую проницаемость водной поверхности [4], что может существенно влиять на распространение радиоволн. Главной проблемой при создании теоретических моделей, учитывающих влияние пены, является отсутствие методов расчёта электромагнитных полей над поверхностью с сильными флуктуациями импеданса. Например, использованный в [5] для решения задачи о радиоизлучении поверхности, покрытой малыми пологими неровностями, метод среднего поля в данном случае встречается с принципиальными трудностями, т. к. каждое пенообразование является сильной флуктуацией импеданса даже при малом покрытии подстилающей морской поверхности пеной. Ранее в работе [6] рассматривалась задача о среднем поле вертикального электрического диполя в волноводе Земля–ионосфера с сильными флуктуациями импеданса верхней стенки. Для решения был предложен метод представления поля в виде интеграла по степени отклонения от зеркальности при многократном рассеянии на неоднородностях указанной границы. В этой статье подобный принцип применён для расчёта характеристик электромагнитного излучения при отсутствии верхней границы, т. е. в случае скользящего распространения в верхнем полупространстве над поверхностью с сильными флуктуациями импеданса. Данный подход позволяет продвинуться в решении поставленной проблемы.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим двухслойное пространство. Верхнее полупространство полагаем обладающим диэлектрическими свойствами вакуума. Пусть в точке с координатами $\vec{R}_0 = \vec{R}_0(x_0; y_0; z_0)$ расположен источник в виде точечного вертикального электрического диполя с дипольным моментом $\vec{p} = \delta(x - x_0) \delta(y - y_0) \delta(z - z_0) e^{i\omega t} \vec{z}^0$ (где \vec{z}^0 — орт оси Z , см. рис. 1). Создаваемое источником поле наблюдается в точке $\vec{R} = \vec{R}(x, y, z)$.

Предположим, что импеданс границы раздела сред равен

$$\eta = \eta_0 + \eta_1(x, y),$$

где $\eta_0 = \text{const}$ и $\eta_1(x, y)$ — случайная функция координат x и y горизонтальной плоскости, такая что $\langle \eta_1 \rangle = 0$. Будем считать функцию η_1 вещественной, изотропной, не зависящей от времени и статистически однородной в широком смысле относительно данных горизонтальных координат. Кроме того, полагаем, что выполняется соотношение $\sigma \sim \eta_0$, где $\sigma^2 = \langle \eta_1^2 \rangle$ есть дисперсия случайной величины η_1 при усреднении по совокупности реализаций. (При этом требуем выполнения условия $\text{Re}(\eta) \geq 0$.)

Далее предположим, что пространственный масштаб ℓ , определяемый радиусом корреляции процесса $\eta_1 = \eta_1(x, y)$, удовлетворяет соотношению $\ell \gg \lambda$, где $\lambda = 2\pi/k_0$. Здесь λ — длина волны, излучаемой диполем в свободном пространстве, а $k_0 = \omega/c$ — соответствующее волновое число.

В таком случае возможно пренебречь горизонтальными компонентами вектора Герца Π , описывающего электромагнитное поле в верхнем полупространстве. Следовательно, согласно работе [7], примерно соотношение

$$\Pi(\vec{R}_0; \vec{R}) = \Pi_0(\vec{R}_0; \vec{R}) + (ik_0) \int_{S_1} \Pi(\vec{R}_0; \vec{R}_1) \eta(\vec{R}_1) \Pi_0(\vec{R}_1; \vec{R}) dS_1, \quad (1)$$

где Π_0 — вектор Герца в невозмущённом случае ($\eta = 0$), $dS_1 = dx_1 dy_1$. Интегрирование ведётся на уровне границы раздела при $z = 0$. У Π так же, как и у Π_0 , первый аргумент есть координата источника, а второй — точки наблюдения.

Выражение (1) может быть записано в виде итерационного ряда:

$$\begin{aligned} \Pi(\vec{R}_0; \vec{R}) = \Pi_0(\vec{R}_0; \vec{R}) + \sum_{n=1}^{+\infty} (ik_0)^n \int_{-\infty}^{+\infty} \dots \int_{-\infty}^{+\infty} \left(\prod_{m=1}^n \Pi_0(\vec{R}_m; \vec{R}_{m+1}) \eta(\vec{R}_{m+1}) \right) \times \\ \times \Pi_0(\vec{R}_n; \vec{R}) \prod_{m=1}^n dx_m dy_m. \end{aligned} \quad (2)$$

Для Π_0 справедливы следующие выражения (см. [7]):

$$\Pi_0(\vec{R}_m; \vec{R}_{m+1}) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} L_0(u_m; v_m; z_{m,1}; z_{m,2}) e^{-iu_m(x_{m+1}-x_m)} e^{-iv_m(y_{m+1}-y_m)} du_m dv_m, \quad (3)$$

$$\Pi_0(\vec{R}_n; \vec{R}) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} L_0(u; v; 0; z) e^{-iu(x-x_n)} e^{-iv(y-y_n)} du dv.$$

Здесь x_m, y_m — горизонтальные координаты векторов \vec{R}_m , а функция L_0 есть невозмущённый Фурье-образ потенциала Герца Π_0 . При нулевом импедансе границы раздела сред L_0 записывается в виде

$$L_0(u_m; v_m; z_{m,1}; z_{m,2}) = L_0(k_z; z_{m,1}; z_{m,2}) = \frac{-i}{k_z}, \text{ где } k_z = \sqrt{k_0^2 - u_m^2 - v_m^2}, \text{ а}$$

$$z_{m,1} = \begin{cases} z_0, & m = 0 \\ 0, & 0 < m \leq n-1 \end{cases}, \quad z_{m,2} = \begin{cases} 0, & 0 \leq m < n-1 \\ z, & m = n-1 \end{cases}.$$

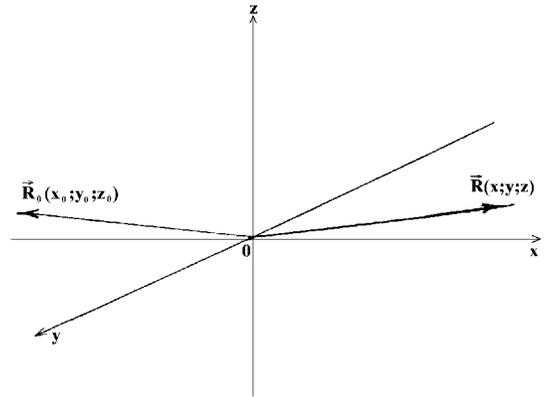


Рис. 1.

(Величина n есть номер слагаемого в сумме в правой части формулы (2).)

Следовательно,

$$\begin{aligned} \Pi(\vec{R}_0, \vec{R}) &= \Pi_0(\vec{R}_0; \vec{R}) + \sum_{n=1}^{+\infty} (ik_0)^n \int_{-\infty}^{+\infty} \dots \int_{-\infty}^{+\infty} \left(\prod_{m=0}^{n-1} L_0(u_m; v_m; z_{m,1}; z_{m,2}) \eta(\vec{R}_{m+1}) \right) \times \\ &\times L_0(u; v; 0; z) \left(\prod_{m=0}^{n-1} e^{-i[(x_{m+1}-x_m)u_m + (y_{m+1}-y_m)v_m]} \right) e^{-i[(x-x_n)u + (y-y_n)v]} \left(\frac{1}{2\pi} \right)^{n+1} \times \\ &\times \left(\prod_{m=0}^{n-1} du_m dv_m \prod_{m=1}^n dx_m, dy_m \right) du dv. \end{aligned} \quad (4)$$

Используя последнее соотношение, можем получить удобное для дальнейшего исследования выражение вектора Герца.

2. ИНТЕГРАЛЬНОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ПОТЕНЦИАЛА ГЕРЦА

В выражении (4) зависимость от координат источника и приёмника x_0 и x , y_0 и y в n -м интеграле имеет вид $\sim e^{iu_0(x_0 - \alpha x)} e^{iv_0(y_0 - \tilde{\alpha} y)}$, где $\alpha = \frac{u}{u_0}$, $\tilde{\alpha} = \frac{v}{v_0}$.

Если провести замену переменных $u = u_0 \alpha$, $v = v_0 \tilde{\alpha}$ в интеграле (4), то нетрудно получить, что возмущенное поле Π можно представить в виде интеграла по $d\alpha d\tilde{\alpha}$ от некоторой функции, зависящей от α и $\tilde{\alpha}$:

$$\Pi(\vec{R}_i; \vec{R}) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{\Pi}(\alpha, \tilde{\alpha}; x_i - \alpha x; y_i - \tilde{\alpha} y; z_0; z) d\alpha d\tilde{\alpha}. \quad (5)$$

В формуле (5) вектор $\vec{R}_i = \vec{R}_i(x_i, y_i, z_i)$ в зависимости от конкретного случая может означать как радиус-вектор \vec{R}_0 вышеуказанного источника в виде вертикального электрического диполя \vec{p} , так и координаты \vec{R}_1 вторичного источника в интеграле по поверхности раздела сред в уравнении (1). Введённая здесь неизвестная функция $\tilde{\Pi}(\alpha, \tilde{\alpha}; x_i - \alpha x; y_i - \tilde{\alpha} y; z_0; z)$ описывает принимаемое в точке наблюдения поле совокупности тех плоских волн, у которых, из-за наличия неоднородности импеданса границы раздела, в процессе распространения произошло смещение горизонтальных постоянных распространения от u_0 к u и от v_0 к v , т.е. указанные волновые числа изменились соответственно в α и $\tilde{\alpha}$ раз. Отметим, что возможно провести строгое доказательство того, что в виде интеграла типа (5) можем записать любую аналитическую функцию от переменных x_i, x, y_i, y .

Рассмотрим случай

$$x = y = z = z_0 = 0, \quad (6)$$

при котором точка наблюдения \vec{R} находится в начале координат.

В результате подстановки (5) в уравнение (1) и замены переменных $\alpha x_1 = X$, $\tilde{\alpha} y_1 = Y$ получаем соотношение

$$\begin{aligned} &\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{\Pi}(\alpha, \tilde{\alpha}; x_0; y_0; 0; 0) d\alpha d\tilde{\alpha} = \\ &= \Pi_0(\vec{R}_0; \vec{R}) + (ik_0) \int_{-\infty}^{+\infty} \dots \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\alpha} \frac{1}{\tilde{\alpha}} \tilde{\Pi}(\alpha, \tilde{\alpha}; x_0 - X; y_0 - Y; 0; 0) \eta\left(\frac{X}{\alpha}; \frac{Y}{\tilde{\alpha}}\right) \times \\ &\times \Pi_0\left(\frac{X}{\alpha}; \frac{Y}{\tilde{\alpha}}; 0; 0\right) dX dY d\alpha d\tilde{\alpha}. \end{aligned} \quad (7)$$

3. ВЫЧИСЛЕНИЕ СРЕДНЕГО ЗНАЧЕНИЯ ФУРЬЕ–ОБРАЗА ВЕРТИКАЛЬНОЙ КОМПОНЕНТЫ ВЕКТОРА ГЕРЦА

В соотношении (7) интеграл справа представляет собой свертку. Поэтому удобно применить Фурье–преобразование вида

$$F(u_0, v_0) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(x_0, y_0) e^{iu_0x_0} e^{iv_0y_0} dx_0 dy_0. \quad (8)$$

В результате получим

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{\Lambda}(\alpha, \tilde{\alpha}; u_0; v_0; 0; 0) d\alpha d\tilde{\alpha} = L_0(u_0; v_0; 0; 0) + \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{\Lambda}(\alpha, \tilde{\alpha}; u_0; v_0; 0; 0) \xi(u_0\alpha; v_0\tilde{\alpha}) d\alpha d\tilde{\alpha}, \quad (9)$$

где

$$\xi(u_0\alpha; v_0\tilde{\alpha}) = (ik_0) \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} L_0(u_0\alpha - u_1; v_0\tilde{\alpha} - v_1; 0; 0) T(u_1; v_1) du_1 dv_1$$

и

$$T(u_1; v_1) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \eta(x; y) e^{+iu_1x} e^{+iv_1y} dx dy$$

есть Фурье–образ для $\eta(x; y)$.

Исследуем величину Λ как функцию от переменных α и $\tilde{\alpha}$. Поле в точке наблюдения определяется суммой вкладов от источника и элементарных диполей, возбуждённых в первой зоне Френеля. Последняя рассматривается как область плоскости $z = 0$, в границах которой расположены элементарные вторичные источники, разность фаз полей которых в точке наблюдения не превосходит $\frac{\pi}{2}$. Это обеспечивает знакопостоянство реальных частей элементарных потенциалов Герца в точке наблюдения. Рассматриваемые переменные α и $\tilde{\alpha}$ есть коэффициенты изменения горизонтальных волновых чисел плоских волн при распространении по данной неоднородной трассе. Но каждая такая волна, принимаемая в точке наблюдения, также есть результат излучения либо непосредственно источника, либо элементарных диполей в первой зоне Френеля. Поэтому существенная область при интегрировании по α и $\tilde{\alpha}$ также может быть определена из условия знакопостоянства функции $L_0(u_0\alpha - u_1; v_0\tilde{\alpha} - v_1; 0; 0)$ по этим переменным.

Следовательно, полагая функцию L_0 знакопостоянной в существенной для интегрирования зоне, можем использовать теорему о среднем:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{\Lambda}(\alpha; \tilde{\alpha}; u_0; v_0; 0; 0) \xi(u_0\alpha, v_0\tilde{\alpha}) d\alpha d\tilde{\alpha} = \xi(u_0\alpha_1; v_0\tilde{\alpha}_1) \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{\Lambda}(\alpha; \tilde{\alpha}; u_0; v_0; 0; 0) d\alpha d\tilde{\alpha},$$

где α_1 и $\tilde{\alpha}_1$ — “средние” точки. Этот же результат можно получить с использованием теоремы Пикара об области значений мероморфной функции комплексного переменного на расширенной комплексной плоскости.

Подставляя полученный результат в (9), находим

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{\Lambda}(\alpha, \tilde{\alpha}; u_0; v_0; 0; 0) d\alpha d\tilde{\alpha} = \frac{L_0(u_0; v_0; 0; 0)}{1 - \xi(u_0\alpha_1; v_0\tilde{\alpha}_1)}. \quad (10)$$

Рассмотрим свойства случайной величины ξ , входящей в соотношение (10) и равной

$$\begin{aligned} \xi(u_0 \alpha_1; v_0 \tilde{\alpha}_1) &= (ik_0) \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} L_0(u_0 \alpha_1 - u_1; v_0 \tilde{\alpha}_1 - v_1; 0; 0) T(u_1; v_1) du_1 dv_1 = \\ &= (ik_0) \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \Pi_0(x_1, y_1, 0; 0, 0, 0) \eta(x_1; y_1) e^{+iu_0 \alpha_1 x_1} e^{+iv_0 \tilde{\alpha}_1 y_1} dx_1 dy_1. \end{aligned} \quad (11)$$

Функция Грина Π_0 в (2) была выбрана в виде поля вертикального электрического диполя над идеальной поверхностью с нулевым импедансом. Поэтому $T(u_1, v_1) = (2\pi)\delta(u_1)\delta(v_1)\eta_0 + T_1(u_1, v_1)$, где второе слагаемое есть Фурье-образ случайного процесса η_1 с нулевым средним $\langle \eta_1 \rangle = 0$:

$$T(u_1; v_1) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \eta_1(x; y) e^{+iu_1 x} e^{+iv_1 y} dx dy.$$

Следовательно, $\xi = (-ik_0)(2\pi)L_0(u_0\alpha_1; v_0\tilde{\alpha}_1; 0; 0)\eta_0 + \xi_1$. Здесь последнее слагаемое совпадает с записанной выше величиной ξ при замене T на T_1 .

Выражение (11) содержит сумму большого числа некоррелированных случайных величин (СВ). Кроме того, СВ α и $\tilde{\alpha}$ являются характеристиками всей реализации $T(u_1, v_1)$. Но если возмущение $\eta_1(x, y)$ стационарно, то функция $T(u_1, v_1)$ является быстроосциллирующей. Следовательно, можем полагать, что свертка по Фурье-переменным в (11) есть совокупность большого числа независимых слагаемых. Поэтому правомерно считать α , $\tilde{\alpha}$ и случайную функцию T , взятую при конкретных значениях u_1 и v_1 , независимыми величинами.

Поэтому ξ_1 есть гауссова СВ, причём

$$\langle \xi_1 \rangle = 0, \quad (12)$$

так как $\langle \eta_1 \rangle = 0$.

Невозмущённый Фурье-образ L_0 потенциала Герца Π_0 определённый в комментарии к формуле (3), может быть записан в виде суммы реальной и мнимой частей: $L_0 = \text{Re } L_0 + i \text{Im } L_0$. Отметим, что если $\text{Im}(k_z) = 0$, то L_0 — чисто мнимая, а в случае $\text{Re}(k_z) = 0$ — чисто действительная величина.

Представим ξ_1 также в виде суммы действительной и мнимой части:

$$\xi_1 = w_1 + iw_2. \quad (13)$$

При усреднении по совокупности реализаций дисперсия a^2 реальной части ξ_1 имеет вид

$$\begin{aligned} a^2 = \langle (\text{Re } \xi_1)^2 \rangle &= k_0^2 \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \langle \text{Im } L_0(u_0\alpha_1 - u_1; v_0\tilde{\alpha}_1 - v_1; 0; 0) \times \\ &\times \text{Im } L_0(u_0\alpha_1 + u_1; v_0\tilde{\alpha}_1 + v_1, 0, 0) \rangle \Gamma(u_1; v_1) du_1 dv_1. \end{aligned}$$

Здесь учтено, что в силу проведённых рассуждений при конкретных значениях Фурье-переменных u_0 , u_1 и v_0 , v_1 подынтегральное произведение

$$\text{Im } L_0(u_0\alpha_1 - u_1; v_0\tilde{\alpha}_1 - v_1; 0; 0) \cdot \text{Im } L_0(u_0\alpha_1 + u_1; v_0\tilde{\alpha}_1 + v_1, 0, 0),$$

зависящее от случайных параметров α_1 и $\tilde{\alpha}_1$, и СВ $T_1(u_1; v_1) T_1(u_2; v_2)$ являются независимыми случайными величинами. При этом $\langle T_1(u_1; v_1) T_1(u_2; v_2) \rangle = \Gamma(u_1; v_1) \delta(u_1 + u_2) \delta(v_1 + v_2)$, где Γ — спектр

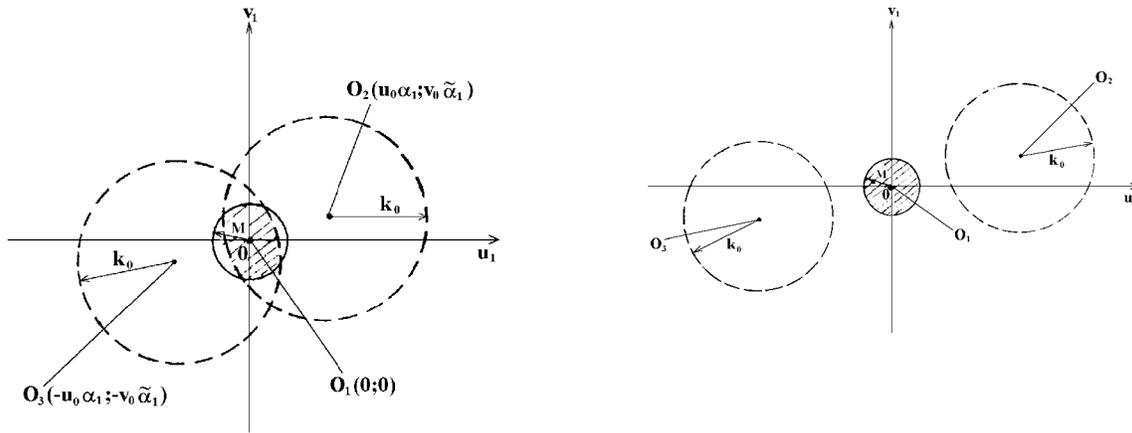


Рис. 2.

мощности для $\eta_1(x; y)$, причём

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \Gamma(u_1; v_1) du_1 dv_1 = (2\pi)^2 \sigma^2.$$

В итоге:

$$a^2 = \langle (\text{Re } \xi_1)^2 \rangle = k_0^2 \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \text{Im } L_0(u_0\alpha_2 - u_1; v_0\tilde{\alpha}_2 - v_1; 0; 0) \times \\ \times \text{Im } L_0(u_0\alpha_2 + u_1; v_0\tilde{\alpha}_2 + v_1) \Gamma(u_1; v_1) du_1 dv_1,$$

где a_2 и \tilde{a}_2 есть некоторые неизвестные детерминированные функции от Фурье-переменных, удовлетворяющие равенству

$$\langle \text{Im } L_0(u_0\alpha_1 - u_1; v_0\tilde{\alpha}_1 - v_1; 0; 0) \text{Im } L_0(u_0\alpha_1 + u_1; v_0\tilde{\alpha}_1 + v_1, 0, 0) \rangle = \\ = \text{Im } L_0(u_0\alpha_2 - u_1; v_0\tilde{\alpha}_2 - v_1; 0; 0) \text{Im } L_0(u_0\alpha_2 + u_1; v_0\tilde{\alpha}_2 + v_1, 0, 0).$$

Кроме того, Фурье-образ T_1 возмущения η_1 импеданса границы раздела сред считаем вещественной величиной, что, как легко показать, возможно при вещественности самого возмущения и при дополнительном требовании, состоящем в том, что наибольший горизонтальный масштаб D существенной для поля в точке наблюдения зоны много больше радиуса корреляции ℓ .

Дисперсия мнимой части вводится в виде $b^2 = \langle (\text{Im } \xi_1)^2 \rangle$.

На рис. 2 показаны области плоскости Фурье-переменных в прямоугольной системе координат (u_1, v_1) , интегрирование по которым определяет свойства a^2 и b^2 . На всех рисунках малая окружность O_1 с центром в начале координат и радиусом M есть зона, существенная при интегрировании функции Γ . Большие окружности $O_{2,3}$ с центрами в точках $(\pm u_0\alpha_2; \pm v_0\tilde{\alpha}_2)$ и одинаковыми радиусами $k_0 \gg M$ изображают области, где $\text{Im } k_z = 0$, причём $k_z = \pm \sqrt{k_0^2 - (u_0\alpha_2 \pm u_1)^2 - (v_0\tilde{\alpha}_2 \pm v_1)^2}$ и знак “-” относится к правой, а “+” — к левой окружности. Вне больших окружностей, наоборот, равна нулю вещественная часть k_z и не равна нулю мнимая. Положение центров больших окружностей при заданных $\alpha_2, \tilde{\alpha}_2$ определяется Фурье-переменными (u_0, v_0) .

На рис. 2а показан случай, когда дисперсия b^2 мнимой части СВ ξ_1 пренебрежимо мала по сравнению с дисперсией a^2 реальной части. Действительно, здесь большие окружности полностью закрывают

собой окружность O_1 , так что на долю внешней по отношению к ним области, где $\text{Im } k_z \neq 0$, приходится только пренебрежимо малая часть существенной для интегрирования зоны. На рис. 2б показан противоположный случай, при котором дисперсия $a^2 \ll b^2$.

Величины a^2 и \tilde{a}^2 представляют собой эффективные значения отношений волновых чисел плоской волны, излученной источником, и волны, пришедшей в точку наблюдения после многократного отражения от неоднородной подстилающей поверхности. Поэтому эти величины должны быть близки к единице, (либо просто тождественно равны ей), поскольку из противоположного утверждения следует отсутствие зеркального отражения для среднего поля плоской волны, падающей на данную случайно—неоднородную изотропную поверхность раздела двух сред, что противоречит известным результатам, см. [8], [9].

Для заданных условий при учёте многократного рассеяния существенная при обратном Фурье—преобразовании область Фурье—переменных имеет размер порядка $k_0 \gg M$. Действительно, если возмущение отсутствует, то в разложении (2) остаётся только первое слагаемое Π_0 и излучение источника на далёких расстояниях D подобно плоской волне с волновым вектором \vec{k}_0 , так что в плоскости Фурье—переменных существенная для интегрирования область описывается как окружность с центром в точке $(u_0 = k_0, 0)$ и радиусом $\tilde{K} \sim D^{-1}$. Если возмущение присутствует, но дисперсия мала в сравнении со средним значением, то помимо Π_0 достаточно учёта первого слагаемого входящего в (2) интегрального ряда, что соответствует первому приближению теории возмущений. В этом случае $\tilde{K} \sim M$. Но в изучаемом случае достаточно больших дисперсий возмущения, когда $\sigma \sim \eta_0$, необходим учёт большого числа слагаемых ряда (2). Поэтому $\tilde{K} \gg M$. Наконец отметим, что величины U_1, V_1, U'_1, V'_1 не могут превосходить M . В итоге, как легко увидеть из чисто геометрических соображений, можем считать, что всегда имеет место либо ситуация, изображённая на рис. 2а (полное или почти полное перекрытие малой окружности обеими большими), либо на рис. 2б (малая окружность расположена вне обеих больших), и пренебрегать промежуточным случаем.

Таким образом, при интегрировании по $du_0 dv_0$ при осуществлении обратного Фурье—преобразования допустимо полагать, что либо $a^2 \neq 0, b^2 = 0$, либо, наоборот, $b^2 \neq 0, a^2 = 0$. Но $\langle w_1 \rangle = \langle w_2 \rangle = 0$. Поэтому и функцию корреляции $\langle w_1 w_2 \rangle$ полагаем равной нулю при всех u_0 и v_0 . Физически в решении такое приближение соответствует пренебрежению связью между распространяющимися волнами и волнами нераспространяющимися, обеспечивающими необходимый тип особенности как в исходном источнике, так и во вторичных элементарных диполях, возбуждённых его полем на поверхности с неоднородным импедансом.

В результате приходим к выводу о возможности представления плотности вероятности ρ СВ ξ_1 в виде произведения соответствующих плотностей вероятности для действительной и мнимой частей:

$$\rho = \rho_1(w_1)\rho_2(w_2). \quad (14)$$

Как показано ранее, все рассматриваемые плотности вероятности имеют гауссову форму с нулевым средним. Следовательно, остаётся только найти явное представление для дисперсий a^2 и b^2 .

Из анализа функции $L_0(u_0, v_0, 0, 0)$ получаем, что как реальная, так и мнимая части L_0 при реальных аргументах нигде не меняют своего знака так же, как и сомножитель Γ . Поэтому при вещественных u_0 и v_0 применима теорема о среднем:

$$a^2 = L_0(u_0\alpha_2 - U_1; v_0\tilde{\alpha}_2 - V_1; 0; 0)L_0(u_0\alpha_2 + U_1; v_0\tilde{\alpha}_2 + V_1; 0; 0)k_1^2\sigma^2 \quad (15)$$

и так же

$$b^2 = L_0(u_0\alpha_2 - U'_1; v_0\tilde{\alpha}_2 - V'_1; 0; 0)L_0(u_0\alpha_2 + U'_1; v_0\tilde{\alpha}_2 + V'_1; 0; 0)k_1^2\sigma^2. \quad (16)$$

Здесь U_1, V_1 — “средние” значения по осям u_1, v_1 в интегральном выражении, определяющем дисперсию a^2 вещественной части ξ_1 (см. (15)), а U'_1, V'_1 — то же самое для b^2 (см. (16)), и для краткости записи введено обозначение $k_1^2 = [k_0(2\pi)]^2$.

Для решения задачи необходимо определить значения величин $\alpha, \tilde{\alpha}_2, U_1, V_1, U'_1, V'_1$.

Очевидно, что $w_{1,2}$, как и ξ_1 , имеют гауссово распределение. Поэтому, с учётом $\langle \xi_1 \rangle = 0$, мы можем выписать плотность вероятности $\rho = \rho_1 \rho_2$:

$$\rho = \frac{1}{2\pi ab} e^{-\frac{w_1^2}{2a^2}} e^{-\frac{w_2^2}{2b^2}}.$$

При этом a^2 и b^2 суть функции от Фурье-переменных u_0 и v_0 . Определим среднее значение величины $\left\langle \frac{L_0}{C - \xi} \right\rangle$, где введено обозначение $C = 1 + ik_1 L_0(u_0 \alpha; v_0 \tilde{\alpha}_2; 0; 0) \eta_0$:

$$\mathcal{L} = \left\langle \frac{L_0}{C - \xi} \right\rangle = \frac{1}{2\pi ab} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{L_0}{C - w_1 - iw_2} e^{-w_1^2/(2a^2)} e^{-w_2^2/(2b^2)} dw_1 dw_2. \quad (17)$$

В (17) экспоненциальный множитель также не меняет знака во всей области интегрирования. Поэтому, ещё раз используя теорему о среднем значении, можем утверждать, что интеграл (17) вычисляется в виде

$$\mathcal{L} = \frac{1}{C + f_1(a) + if_2(b)}. \quad (18)$$

Здесь $f_1(a)$ и $f_2(b)$ — аналитические функции от дисперсий вещественной и, соответственно, мнимой частей ξ_1 .

Конкретный вид искоемых функций f_1 и f_2 неизвестен. Но, согласно работам [8], [9] и ряду других, неоднородная поверхность при вычислении среднего поля может быть характеризуема некоторым эффективным импедансом $\eta_{\text{эфф}}(u_0, v_0)$, зависящим, вообще говоря, от угла падения и, соответственно, от Фурье-переменных u_0 и v_0 .

В таком случае средний Фурье-образ $\langle L \rangle$ определяется из соотношения

$$\langle L \rangle = \frac{L_0(u_0; v_0; 0; 0)}{1 + ik_0 \eta_{\text{эфф}} L_0(u_0; v_0; 0; 0)}, \quad (19)$$

причём с точностью до постоянного множителя $\eta_{\text{эфф}}(u_0, v_0) \sim B_1(u_0, v_0)$, где B_1 есть Фурье-образ от массового оператора B , и является суммой сложного вида интегралов типа свертки по Фурье-переменным.

Сделаем некоторые дополнительные пояснения. Прежде всего укажем, что в приближении Бурре оператор B может быть в данном случае записан в виде

$$B(r - r') = \sigma^2 (ik_0)^2 K(r - r') \Pi_0(r - r'), \quad (20)$$

где K — нормированная функция корреляции случайного процесса η_1 , а его Фурье-образ как

$$B_1(u_0, v_0) = i \frac{\sigma^2}{(2\pi)^2} \int_0^{+\infty} \int_0^{+\infty} L_0(u_0 - u_1, v_0 - v_1, 0, 0) (ik_0)^2 K_1(u_1, v_1) du_1 dv_1. \quad (21)$$

Здесь K_1 — Фурье-преобразование от K . Более подробные выражения для массового оператора B и B_1 приведены в вышеуказанной литературе. Далее, согласно этим и ряду других работ, влияние стохастического возмущения может быть учтено путем введения импеданса, зависящего от угла падения плоской волны. Если полагать в формуле (19) $\eta_{\text{эфф}} = \text{const}$, то как несложно показать, получим выражение для Фурье-образа поля вектора Герца для источника и точки наблюдения, расположенных

на плоской поверхности с постоянным импедансом $\eta_{\text{эфф}}$. Но из работ [8], [9] следует, что при скалярной постановке задачи отличие выражения для среднего Фурье—образа при распространении над поверхностью с постоянным импедансом сводится к зависимости эффективного импеданса от Фурье—переменных. Поэтому в знаменателе формулы (19) вместо постоянного импеданса стоит функция от двух переменных $\eta_{\text{эфф}}(u_0, v_0)$. Вместе с тем, как показано далее в данной работе, в рассматриваемом случае $\sigma \sim \eta_0$ фактически можно считать $\eta_{\text{эфф}} = \text{const}$. Физически это объясняется тем, что при заданных условиях любая плоская волна, падающая на поверхность раздела, при многократном рассеянии приведёт к возникновению волнового пакета с одной и той же характерной шириной спектра ($\sim k_0$). Исключение составят только волны с очень малыми углами падения, при отражении которых соответствующий френелевский объем включает горизонтальную декартову область с размером не более одного радиуса корреляции l . Их вкладом с учётом скользящего распространения будем пренебрегать.

Последние выражения могут быть получены с помощью методологии, развитой в работе [8], при записи граничных условий импедансного типа $\left(\frac{\partial}{\partial z}\Pi = ik_0\eta\Pi\right)$ на поверхности раздела сред, а также соответствующей форме оператора возмущения и ядра исходного интегрального уравнения. Важно отметить, что функционал B_1 не обращается в бесконечность при вещественных значениях переменных u_0 и v_0 , вследствие чего $\langle L \rangle$ для реальных аргументов не равен нулю.

При ненулевой дисперсии B_1 линейно независим от $L_0(u_0; v_0; 0; 0)$. В случае значительных возмущений компактное выражение для B_1 неизвестно. Однако очевидно, что усреднение (18) по определению должно совпадать со средним значением (19):

$$\langle L \rangle = \mathcal{L}. \quad (22)$$

Но независимо от конкретного вида $f_{1,2}$ это может быть только при совпадении аргументов функций $L_0(u_0\alpha_2 \pm U_1; v_0\tilde{\alpha}_2 \pm V_1; 0; 0)$ из (15), $L_0(u_0\alpha_2 \pm U'_1; v_0\tilde{\alpha}_2 \pm V'_1; 0; 0)$ из (16) и $L_0(u_0; v_0; 0; 0)$ из (19). С учётом проведённых рассуждений это означает, что при усреднении необходимо полагать

$$\alpha = 1, \quad \tilde{\alpha}_2 = 1, \quad U_1 = 0, \quad V_1 = 0, \quad U'_1 = 0, \quad V'_1 = 0. \quad (23)$$

Только при данном условии в разложениях правых частей (17) и (19) в ряд Тейлора или Лорана слабые одинаковых степеней по L_0 могут быть линейно зависимыми и переходить друг в друга. При невыполнении (23) факт возможной зависимости B_1 от u_0 и v_0 не обуславливает подобного перехода, поскольку, например, B_1 всегда остаётся конечной величиной, в том числе и при тех значениях u_0 и v_0 , когда L_0 стремится к бесконечности. Иными словами, наличие множителя B_1 не позволяет компенсировать отсутствие линейной зависимости при невыполнении (23).

К этому же результату можно прийти и из других соображений. Массовый оператор B_1 не имеет полюсов при вещественных u_0 и v_0 . Поэтому точное выражение для Фурье—образа (19) среднего поля не имеет нулей, поскольку функция L_0 и в числителе, и в знаменателе в точке ветвления $k_z = 0$ обращается в бесконечность одновременно. При этом вся дробь остаётся конечной. Вместе с тем, можно показать, что при невыполнении записанных выше соотношений для “средних” параметров исследуемая величина \mathcal{L} будет иметь нули из-за устремления в бесконечность входящих в (15), (16), а также (17) Фурье—образов в точках, где $L_0(u_0; v_0; 0; 0)$ остаётся конечным. Такой результат противоречит как вышесказанному, так, в частности, и экспериментальным данным. Следовательно, необходимо требовать выполнения соотношений (23). Только при этом условии поведение \mathcal{L} и $\langle L \rangle$ как функций от Фурье—переменных становится максимально подобным друг другу.

Иными словами, только при выполнении (23) найденное значение \mathcal{L} Фурье—образа среднего поля не имеет принципиальных отличий от соответствующей точной (но не имеющей компактной записи) зависимости $\langle L \rangle$.

4. ВЫЧИСЛЕНИЕ ЭФФЕКТИВНОГО ЗНАЧЕНИЯ ИМПЕДАНСА ГРАНИЦЫ РАЗДЕЛА СРЕД

В интеграле (17) перейдём к обобщённым полярным координатам: $w_1 = a_1 W \cos \phi$, $w_2 = b_1 W \sin \phi$, где $a_1 = a\sqrt{2}$ и $b_1 = b\sqrt{2}$. Тогда с учётом чётности функции $\cos \phi$ выражение (17) перепишется в более простом виде:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{\pi} \int_0^{+\infty} \int_{-\pi}^{\pi} \frac{L_0 W e^{-W^2}}{C - W a_1 \cos \phi - i W b_1 \sin \phi} d\phi dW. \quad (24)$$

При этом $W a_1 \cos \phi + i W b_1 \sin \phi = W A \cos(\phi - \phi_0)$, где $A = \sqrt{a_1^2 - b_1^2}$, $\phi_0 = \arctg\left(\frac{a_1}{ib_1}\right)$. Интегрирование по $d\phi$ проводится по интервалу длиной 2π , равному периоду подынтегральной функции. Поэтому далее вместо $\cos(\phi - \phi_0)$ будем записывать просто $\cos(\phi)$. В случае, показанном на рис. 2а, можем полагать $b_1 \ll a_1$. Поэтому $A = a_1 = k_1 \text{Im} L_0 \sigma = ik_1 L_0 \sigma$. В противоположной ситуации (рис. 2б) $a_1 \ll b_1$. При этом $A = \sqrt{0 - b_1^2} = ib_1 = ik_1 \text{Re} L_0 \sigma_1 = ik_1 L_0 \sigma_1$ (здесь $\sigma_1 = \sigma\sqrt{2}$). Следовательно, в рамках принятых ограничений величина A записывается всюду одинаково, а угол ϕ_0 равен либо нулю, либо $\frac{\pi}{2}$. С учётом комплексного характера как A , так и C правомерно утверждать, что при вещественных W и ϕ знаменатель подынтегрального выражения в (24) не обращается в нуль первого порядка нигде, кроме конечного числа точек. Но область интегрирования является двумерной, и поэтому вкладом от такого рода особенностей будем пренебрегать. В итоге соответствующий интеграл сводится к табличному:

$$\mathcal{L} = L_0 \int_0^{+\infty} \frac{2 W e^{-W^2}}{\sqrt{|C^2 - A^2 W^2|}} dW. \quad (25)$$

Кроме того, будем полагать, что $|k_1 L_0| \eta_0 \gg 1$. В рассматриваемом случае $|\eta_0| \sim 1$ это означает пренебрежение волнами, существенно отличающимися от скользящих, то есть неучёт случая, когда $k_z \sim k_0$ и горизонтальное волновое число $\sqrt{u_0^2 + v_0^2} = \sqrt{k_0^2 - k_z^2} \ll k_0$. Такие волны могут приниматься в точке наблюдения только, если они порождаются вторичными источниками, расположенными вблизи от неё. В силу этого их суммарный вклад мал на фоне общего рассеянного поля, создаваемого с участием всей совокупности рассеивателей, расположенных в существенной области границы раздела нижнего и верхнего полупространств.

Сами волны данного типа излучаются в вертикальном направлении, и потому порождаемые ими вторичные источники существуют только в пределах данного пятна, что исключает многократное рассеяние на неоднородностях. Поэтому вкладом от таких вертикальных волн будем пренебрегать. Следовательно, в рассматриваемом случае относительно больших значений дисперсии возмущения импеданса, плавного в масштабе длины волны, и скользящего распространения при значительном удалении от источника $C \sim ik_0 L_0(u_0; v_0; 0; 0) \eta_0$.

Тогда выполняется соотношение

$$\frac{1}{1 + ik_1 L_0(u_0; v_0; 0; 0) \eta_{\text{эфф}}} = \int_0^{+\infty} \frac{e^{-t} dt}{ik_1 L_0(u_0; v_0; 0; 0) \sqrt{\eta_0^2 + \sigma_1^2 t}}. \quad (26)$$

Как показано ранее, в данном случае область, существенная для интегрирования по $du_0 dv_0$, определяется условием малости углов скольжения $\theta = \arcsin\left(\frac{k_z}{k_0}\right)$:

$$\sin \theta \ll 1. \quad (27)$$

С другой стороны, $|k_0 L_0(u_0; v_0; 0; 0)| \sim \frac{k_0}{k_z}$. В рассматриваемом случае среднее значение модуля $|\eta_{\text{эфф}}| \sim |\eta_0|$ импеданса поверхности сравнимо с единицей, если только возмущение не слишком слабое. Следовательно, $|k_0 L_0(u_0; v_0; 0; 0)\eta_{\text{эфф}}| \gg 1$. Поэтому, в (26) слева в знаменателе первым слагаемым будем пренебрегать. Таким образом,

$$\frac{1}{\eta_{\text{эфф}}} = \frac{1}{\pi} \int_0^{+\infty} \frac{e^{-t} dt}{\sqrt{\sigma^2 t - \eta_0^2}}. \quad (28)$$

В этом равенстве правая часть находится через интеграл вероятности. Для удобства записи введём обозначение $Q = \frac{\sigma}{\eta_0}$. В результате получаем выражение

$$\frac{\eta_{\text{эфф}}}{\eta_0} = \frac{Q \exp(Q^{-2})}{\sqrt{\pi} + 2 \int_0^{Q^{-1}} e^{t^2} dt}. \quad (29)$$

На рис. 3 приведён график соответствующей зависимости (данный интеграл может быть также сведён к интегралу Досона, см. [10]).

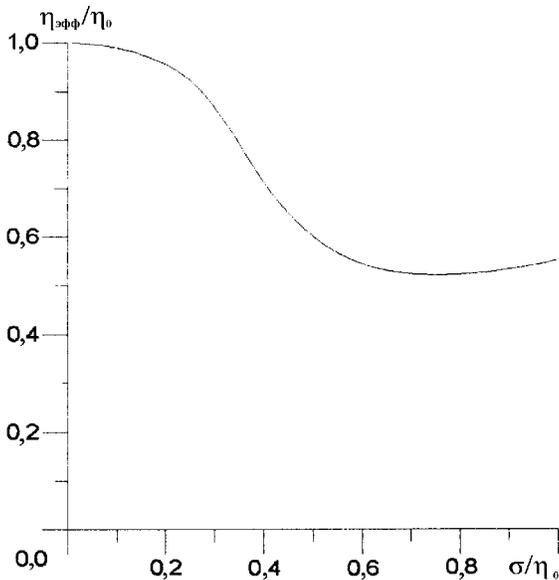


Рис. 3.

В рамках использованных приближений, основанных на предположениях о большой величине дисперсии и скользящем распространении волн вдоль возмущённой поверхности, приходим к выводу об отсутствии зависимости эффективного импеданса от угла скольжения. Физически это объясняется тем, что для определения поля в точке наблюдения в данном случае достаточно учитывать только возбуждённые на неоднородности плоские волны, скользящие над поверхностью под малыми углами. Зона Френеля любой такой волны захватывает очень большое число локальных неоднородностей, в результате чего параметры нормального усреднения рассеянного поля всякий раз практически постоянны.

Используя результаты работы [7], полученные при исследовании поля вертикального электрического диполя, расположенного на поверхности земли, в предположении её однородной и плоской, нетрудно прийти

к выводу, что в данном случае на больших расстояниях D от источника, где “численное расстояние” $i \frac{k_0 D \eta_{\text{эфф}}^2}{2}$ по модулю много больше единицы, потенциал Герца записывается в виде

$$\Pi(D) = -i \frac{e^{-i k_0 D}}{k_0 D^2 \eta_{\text{эфф}}^2}. \quad (30)$$

Отсюда вполне очевидно, что при достаточно близких к единице значениях $\eta_{\text{эфф}}$ поле источника на больших расстояниях будет существенно меньше, чем при распространении над поверхностью с высокой проводимостью, поскольку к убыванию $\propto D^{-2}$, вызванному отличием нижней среды от металла, добавится убывание, вызванное сильной стохастической неоднородностью границы раздела сред.

При малых σ эффективный импеданс $\eta_{\text{эфф}}$ стремится к среднему значению η_0 . В данной работе изучается ситуация $\sigma \sim \eta_0$, когда $Q \sim 1$. На рис. 3 показана зависимость $S = S(Q)$. Результаты численного счёта являются правдоподобными при $Q \gtrsim \frac{1}{4}$. Меньшие значения соответствуют случаю малых возмущений, для которых дисперсии a^2 и b^2 необходимо вычислять иначе. Вместе с тем, и в этом случае полученные результаты близки к приближению Бурре, что подтверждает корректность метода.

Особо отметим интересный результат — отношение $\eta_{\text{эфф}}/\eta_0$ падает, а не увеличивается при увеличении дисперсии импеданса. Анализ показывает, что этот эффект связан с несимметричностью отклонений диэлектрической проницаемости от значения, соответствующего η_0 (при симметричности флуктуаций импеданса относительно этой величины), с большими флуктуациями в сторону “металлизации” нижней среды. Последнее обстоятельство изначально закладывается в условия задачи ещё при введении импедансного описания неоднородностей подстилающей поверхности.

В заключение воспользуемся полученными соотношениями, чтобы оценить влияние пенного покрытия на импеданс водной поверхности. График на рис. 3 не даёт ответа на этот вопрос, т. к. наличие пены не только приводит к флуктуациям импеданса, но и изменяет величину среднего значения η_0 . Используем “рефракционную” модель диэлектрической проницаемости пенообразования [2]:

$$\sqrt{\varepsilon_{\text{п}}} = \tilde{\rho} + (1 - \tilde{\rho})\sqrt{\varepsilon_{\text{в}}}. \quad (31)$$

Здесь $\sqrt{\varepsilon_{\text{п}}}$ и $\sqrt{\varepsilon_{\text{в}}}$ — диэлектрические проницаемости пены и воды, $\tilde{\rho}$ — объёмная концентрация воздуха в смеси. Соотношения для среднего значения импеданса η_0 и его дисперсии будут иметь вид

$$\begin{aligned} \eta_0 &= \eta + (\eta_{\text{п}} - \eta)P, \\ \sigma &= (\eta_{\text{п}} - \eta)\sqrt{P(1 - P)} \end{aligned} \quad (32)$$

где $\eta = \frac{1}{\varepsilon_{\text{в}}}$ и $\eta_{\text{п}} = \frac{1}{\varepsilon}$ — импедансы соответственно чистой водной поверхности и участков, покрытых пеной, а P — доля покрытия пеной. На длине волны 4 см при температуре 15°C и солёности 35 промилле диэлектрическая проницаемость морской воды $\varepsilon_{\text{в}} = 57,7 + i36,3$. Как уже упоминалось, мнимую часть импеданса в данном случае можно не учитывать. Результаты численного счёта по формулам (29), (31) и (32) представлены на рис. 4 в виде зависимости отношения $\frac{\eta_{\text{эфф}}}{\eta_0}$ от величины P при трёх значениях объёмной концентрации воздуха в смеси: $\tilde{\rho} = 0,1, 0,5$ и $0,9$.

Как и следовало ожидать, рост среднего значения η_0 приводит к возрастанию $\eta_{\text{эфф}}/\eta_0$ при увеличении пенного покрытия. Однако, как видно из рис. 4, возможна ситуация, когда эффект от уменьшения эффективного импеданса (рис. 3) может проявиться. При больших концентрациях воздуха в смеси ($\tilde{\rho} \sim 0,9$) и малом покрытии поверхности пеной ($p \sim 0,05$) падение отношения $\eta_{\text{эфф}}/\eta_0$ сказывается раньше, чем рост η_0 при увеличении P . При этом соотношение $\sigma \sim \eta_0$, при котором верны проведённые рассуждения, выдерживается при значениях величины $P \gtrsim 0,05$, то есть вплоть до точки минимума графика, соответствующего $\tilde{\rho} = 0,9$. Таким образом, возможна ситуация, когда появление пены приводит к улучшению условий распространения электромагнитных волн над морем.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Основные результаты данной работы можно сформулировать следующим образом.

1. Предложен метод решения задачи о распространении электромагнитного излучения над поверхностью с сильными флуктуациями импеданса.

2. Получены аналитические соотношения для эффективного импеданса поверхности с сильными флуктуациями импеданса в случае скользящего распространения радиоволн.

3. Получены графики зависимости отношения $\frac{\eta_{эфф}}{\eta_0}$ как функции от доли покрытия поверхности при различной объёмной концентрации воздуха в пене. Обнаружен эффект улучшения условий скользящего распространения радиоволн при малых покрытиях с высоким содержанием воздуха в смеси.

Работа выполнена при помощи программы финансовой поддержки Министерства общего и профессионального образования РФ (грант № 3–14) и Российского фонда фундаментальных исследований (гранты № 96–02–18666 и № 98–05–64545).

ЛИТЕРАТУРА

1. Справочник по радиолокации / Под ред. М. Сколник: Т. 1. Основы радиолокации. — М.: Сов. радио, 1976.
2. Шутко А. М. СВЧ-радиометрия водной поверхности и почвогрунтов. — М.: Наука, 1986.
3. Лобкова Л. М. Распространение радиоволн над морской поверхностью. — М.: Радио и связь, 1991.
4. Башаринов А. Е., Гурвич А. С., Егоров С. Т. Радиоизлучение Земли как планеты. — М.: Наука, 1974.
5. Докучаев В. П., Кротиков В. Д. // Изв. ВУЗов. Радиофизика. 1981. Т. 24. № 8. С. 937.
6. Коган Л. П. // Изв. ВУЗов. Радиофизика. 1997. Т. 40. № 4. С. 457.
7. Альперт Я. Л., Гинзбург В. Л., Фейнберг Е. Л. Распространение радиоволн. — М.: ГИТТЛ, 1953.
8. Басс Ф. Г., Фукс И. М. Рассеяние волн на статистически неровной поверхности. — М.: Наука, 1972.
9. Абрамовиц М., Стиган И. Справочник по специальным функциям. — М.: Наука, 1979.

Научно—исследовательский
радиофизический институт,
Н. Новгород, Россия

Поступила в редакцию
21 июля 1997 г.

PROPAGATION OF ELECTROMAGNETIC WAVES OVER FOAMED SEA SURFACE

I. T. Bubukin, L. P. Kogan

We study propagation of electromagnetic waves over smooth sea surface with impedance irregularities caused by copious foaming. We obtain the analytical solution of the problem taking into account multiple scattering at small grazing angles. Analytical expression for the effective impedance of the mean field is found in the case of large dispersion of the perturbation of the boundary dielectric properties.

УДК 621,3:519

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ВОССТАНОВЛЕНИЯ ФОРМЫ ДЛЯ СИСТЕМЫ ИМПЕДАНСНЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ

М. С. Сонна

В работе рассматривается задача определения формы системы поверхностей с импедансными свойствами по заданной в конечном числе точек диаграмме рассеяния. Применён метод искусственного "погружения" данной задачи в более общую задачу, когда искомым является также и распределение импеданса на варьируемых участках поверхности. Это позволяет перейти к нелинейному операторному уравнению, допускающему эффективное численное решение. Приведены результаты расчётов.

ВВЕДЕНИЕ

Обратные задачи рассеяния электромагнитных волн на импедансных поверхностях рассматривались в ряде работ. Численная реализация конкретных постановок и данные расчётов представлены, например, в [1, 2]. Вопросы существования и единственности решения в классах аналитических функций исследовались в работах [3, 4].

Применённые указанными авторами подходы и методы основывались, как правило, либо на использовании аналитических функций, либо включали прямые методы минимизации невязки типа градиентного или покоординатного спуска, что в условиях высокой овражности целевой функции приводит к неустойчивости решения и весьма громоздким вычислительным процедурам.

В данной статье предложен подход, связанный с искусственным "погружением" задачи восстановления формы импедансной поверхности в более общую задачу, в которой искомым является также и распределение импеданса на варьируемых участках поверхности. Полученное таким образом нелинейное операторное уравнение допускает эффективное численное решение без применения громоздких процедур прямого поиска экстремума. Вопрос единственности при этом пока остаётся открытым.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Пусть на систему замкнутых цилиндрических импедансных поверхностей $S^0 = \bigcup_{i=1}^L S_i^0$ падает плоская электромагнитная H -волна. Поперечные сечения S_i^0 являются кусочно-гладкими изолированными контурами. Вне S^0 для ненулевой компоненты поля $u = H_z$ выполняется уравнение Гельмгольца

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + k_0^2 u = 0 \quad (1)$$

с граничным условием на S^0 (см. [5])

$$\frac{\partial u}{\partial n} - i\zeta u = 0. \quad (2)$$

Здесь $k_0 = 2\pi/\lambda$, λ — длина волны, $\zeta = kW^1/W_0$, $W_0 = 120\pi$ Ом, W^1 — поверхностный импеданс.

В данной работе предлагается использовать приведённое в [6] видоизменённое граничное условие (2) в виде

$$\frac{\partial u}{\partial n} - i\zeta u_0 = 0, \quad (3)$$

где u_0 — решение прямой задачи рассеяния на идеально проводящей поверхности S^0 . В работе [6] показано, что условие (3) имеет тот же порядок асимптотической точности по отношению к строгому условию сопряжения, что и обычно используемое условие Щукина–Леонтовича.

Рассмотрим обратную задачу восстановления неизвестных участков поверхности $S_i \subseteq S_i^0$, $i = 1, \dots, L$, в следующей постановке. Необходимо найти набор функций r_i , $i = 1, \dots, L$, параметрически задающих искомые элементы поверхности и обеспечивающих приближение с достаточной точностью к заданной диаграмме рассеяния (ДР). ДР $h_1(\varphi)$ задана в конечном числе точек дальнего поля φ_j , $j = 1, \dots, M$, где φ — полярный угол, отсчитываемый от направления распространения падающей волны. Критерий приближения к заданной ДР понимается в смысле стремления к минимуму средне-квадратичного отклонения

$$J \equiv \sum_{j=1}^M |h(\varphi_j) - h_1(\varphi_j)|^2 \quad \text{при } \rho \rightarrow \infty, \quad (4)$$

где $h(\varphi) = (u(x, y) - u_2)\sqrt{\rho}e^{-ik_0\rho}$, $\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$, $y/x = \text{tg}(\varphi)$, u_2 — поле падающей волны, x и y — декартовы координаты в плоскости, нормальной к образующим рассеивающих поверхностей.

Искомые функции r_i могут быть, в частности, радиус–векторами участков поверхности S_i , тогда их аргументами являются соответствующие полярные углы ψ_i . Область изменения углов ψ_i считается дискретной, таким образом вариация искомого контура допускается в конечном числе опорных сечений $\psi \in \{\psi_{ik}, i = 1, \dots, L, k = 1, \dots, N_i\}$, $r \in \{r_{ik}, i = 1, \dots, L, k = 1, \dots, N_i\}$.

2. ПОЛУЧЕНИЕ ВСПОМОГАТЕЛЬНОГО ИНТЕГРООПЕРАТОРНОГО УРАВНЕНИЯ

Предположим, что форма поверхности $S^0(r)$ известна, а требуется найти распределение импеданса W , обеспечивающего ДР, близкую к заданной $h_1(\varphi)$. Тогда аналогично [5] краевая задача (1),(3) эквивалентна интегральному уравнению

$$\frac{1}{2}u + \frac{1}{2\pi} \int_{S^0(r)} \left(\frac{\partial g}{\partial n} u - ik_0 \frac{W}{W_0} g u_0 \right) dS = u_2. \quad (5)$$

Здесь $g = \frac{\pi i}{2} H_0^{(1)}$ — фундаментальное решение уравнения Гельмгольца, $H_0^{(1)}$ — функция Ханкеля 1-го рода нулевого порядка. Введём линейные операторы

$$A\sigma = \frac{1}{2}\sigma + \frac{1}{2\pi} \int_{S^0(r)} \frac{\partial g}{\partial n} \sigma dS, \quad B\sigma = -\frac{1}{2\pi} \int_{S^0(r)} g \sigma dS.$$

Тогда интегральное уравнение (5) перепишется в виде

$$Au + \frac{ik_0}{W_0} BW u_0 = u_2. \quad (6)$$

Воспользовавшись обращением оператора A , соответствующего прямой задаче рассеяния на идеально проводящей поверхности, получим представление для u :

$$u = u_0 - \frac{ik_0}{W_0} A^{-1} BW u_0, \quad (7)$$

так как $A^{-1}u_2 = u_0$. Для диаграммы рассеянного поля (см. [5]) при достаточно большом ρ имеем соотношения

$$h_1 = -\sqrt{\rho}e^{-ik_0\rho} \frac{1}{2\pi} \int_{S^0(r)} \left(\frac{\partial g}{\partial n} u - g \frac{\partial u}{\partial n} \right) dS = -\sqrt{\rho}e^{-ik_0\rho} \frac{1}{2\pi} \int_{S^0(r)} \left(\frac{\partial g}{\partial n} u - i\zeta g u_0 \right) dS.$$

Отсюда, учитывая (7), приходим к вспомогательному интегрооператорному уравнению

$$h_1(\varphi) = \sqrt{\rho}e^{-ik_0\rho} \frac{1}{2\pi} \int_{S^0(r)} \left[\left(\frac{\partial g}{\partial n} A^{-1}B + g \right) \frac{ik_0 W}{W_0} - \frac{\partial g}{\partial n} u_0 \right] dS, \quad (8)$$

где $\varphi \in \{\varphi_j, j = 1, \dots, M\}$, связывающему W с заданной диаграммой рассеяния $h_1(\varphi)$.

Отметим, что уравнение (8) получено в предположении, что форма поверхности S^0 известна, поэтому, благодаря использованию видоизменённого граничного условия (3) оно является линейным.

3. РЕГУЛЯРИЗАЦИЯ И ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ВСПОМОГАТЕЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ (8)

Проведём дискретизацию задачи аналогично описанному в [7] методу саморегуляризации. Поперечное сечение цилиндрической поверхности S^0 аппроксимируется системой ломаных линий, состоящих из N отрезков p_i , $i = 1, \dots, N$, с контрольными точками \mathbf{r}_i^* , располагающимися в серединах отрезков. Известные функции f , определённые на контуре, заменяются сеточными аналогами $f_s = \{f_{si} = f(\mathbf{r}_i^*), i = 1, \dots, N\}$. Интегралы по отрезкам от функции Ханкеля и её производной вычисляются по формуле прямоугольников с адаптивным выбором количества узлов. В качестве дискретного аналога W_d искомой функции W выберем элемент из класса линейных комбинаций ограниченного числа $2K$ базисных функций χ_k :

$$W_d = \sum_{k=1}^{2K} a_k \chi_k.$$

Для нечётных индексов χ_k — характеристические функции некоторых сегментов q_1, q_2, \dots, q_K контура S^0 . В случае чётного индекса $\chi_{2j} = i\chi_{2j-1}$, $i = \sqrt{-1}$, $j = 1, 2, 3, \dots, K$. При этом значение W_d на отрезках, входящих в состав одного сегмента q_j , постоянно и равно $a_{2j} + ia_{2j-1}$, что может соответствовать (при различных a_k) активному, реактивному или произвольному комплексному импедансу.

В результате дискретизации задачи приходим к матричной записи уравнения (8):

$$C\mathbf{a} = \mathbf{b},$$

где $\mathbf{a} = \{a_k, k = 1, \dots, 2K\}$, $\mathbf{b} = \{b_i, i = 1, \dots, M\}$ — известная правая часть, получаемая при дискретизации исходного уравнения, C — прямоугольная матрица с элементами C_{ik} , $i = 1, \dots, M$, $k = 1, \dots, 2K$. Согласно условию (4) составим квадрат невязки

$$J_s = (C\mathbf{a} - \mathbf{b})(\overline{C\mathbf{a} - \mathbf{b}}),$$

являющийся положительно определённой квадратичной формой от вектора \mathbf{a} . Запишем условие минимизации квадрата невязки:

$$\frac{\partial J_s}{\partial a_k} = 0, \quad k = 1, \dots, 2K,$$

или

$$(\overline{C^t}C + C^t\overline{C})\mathbf{a} = (\overline{C^t}\mathbf{b} + C^t\overline{\mathbf{b}}), \quad (9)$$

где C^t — транспонированная матрица C . Система уравнений (9) получена в процессе численного решения интегрооператорного уравнения 1-го рода, и является, вообще говоря, некорректно поставленной задачей. Для устранения этой проблемы в левую часть соотношения (9) вводится регуляризирующее слагаемое нулевого порядка малости (см. [8]), после чего окончательно получаем

$$(\alpha E + \overline{C^t}C + C^t\overline{C})\mathbf{a} = (\overline{C^t}\mathbf{b} + C^t\overline{\mathbf{b}}). \quad (10)$$

Алгоритм решения вспомогательной задачи тестировался на задаче синтеза импедансного покрытия кругового цилиндра с радиусом $R = \lambda/(2\pi)$, обеспечивающего ДР, близкую к ДР эллиптического цилиндра с главными полуосями $R/3$ и R с идеально проводящей поверхностью. На рис. 1 качественно показана зависимость нормированного на максимальное значение модуля магнитного поля в рассеянной волне от полярного угла.

Сплошной линией показана зависимость для эллиптического цилиндра, а пунктиром — для кругового цилиндра, стрелки показывают направление распространения падающей волны. Крестики соответствуют рассеянию на круговом цилиндре с синтезированным реактивным импедансом, а кружки — с произвольным комплексным импедансом. ДР задавалась в $M = 6$ точках дальнего поля, импеданс отыскивался в классе кусочно-постоянных функций на $K = 8$ сегментах контура, параметр регуляризации $\alpha = 10^{-6}$. Следует отметить, что использование видоизмененного граничного условия (3) позволяет свести задачу к системе линейных алгебраических уравнений (10), что снимает проблему выбора начального приближения (возникающую, в частности, в работе [2]).

Таким образом, построен оператор $G(h, S)$, позволяющий при заданных в конечном числе точек форме поверхности S и диаграмме рассеяния h найти распределение поверхностного импеданса

$$W = G(h, S), \quad (11)$$

минимизирующее в указанном смысле отклонение ДР.

4. ПОЛУЧЕНИЕ И РЕШЕНИЕ ОПЕРАТОРНОГО УРАВНЕНИЯ ДЛЯ ИСХОДНОЙ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ

Рассмотрим теперь исходную обратную задачу. При известных импедансе $W^1(\psi)$ и ДР $h_1(\varphi)$ требуется определить форму S поверхности (или некоторых её участков). В терминах введённой параметризации искомым является набор значений радиус-векторов $\mathbf{r} = \{r_{ik}, i = 1, \dots, L, k = 1, \dots, N_i\}$, $N_L = \sum_{i=1}^L N_i$ в конечном числе опорных сечений. Обычно используемый метод отыскания формы поверхности состоит (см., например, [4]) в использовании условия экстремальности (4) с добавлением сглаживающего функционала А. Н. Тихонова [8]. Однако методы типа покоординатного и градиентного спуска в таких задачах имеют весьма низкую скорость сходимости, что объясняется, в частности, сильной овражностью целевой функции. Предлагаемый подход базируется на использовании построенного в предыдущем пункте оператора G , определённого соотношением (11). При этом восстановление импеданса производится только на искомым (варьируемым) участках S_i , а введённые в предыдущем пункте сегменты q_1, q_2, \dots, q_K соответствуют опорным сечениям \mathbf{r} , причём выполняется соотношение $N_L = 2K$.

В данной ситуации (11) переходит в нелинейное операторное уравнение

$$G(h_1(\varphi), \mathbf{r}(\psi)) = W^1(\psi) \quad (12)$$

относительно вектора \mathbf{r} . Отметим, что решение (12) с нулевой правой частью $W^1 = 0$ соответствует задаче восстановления формы идеально проводящего рассеивателя.

Исходная задача относится к классу некорректно поставленных. Нарушаются условия устойчивости, могут не совпадать количество точек, в которых измерена ДР, и число опорных сечений. Преимущество предлагаемого подхода состоит в том, что проблемы, связанные с регуляризацией, решаются в рамках линейной вспомогательной задачи, рассмотренной в предыдущем пункте.

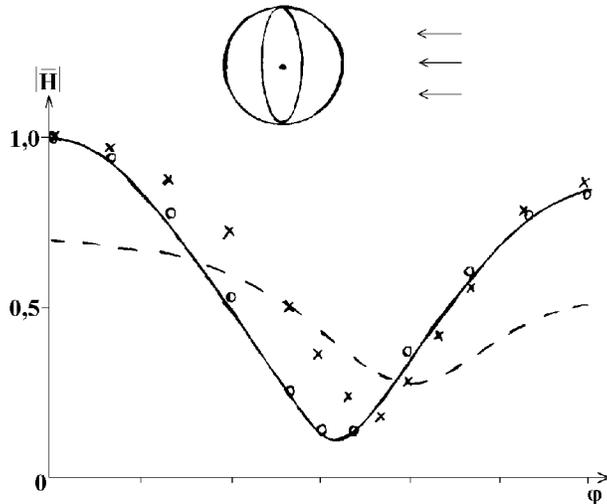


Рис. 1.

муле

$$\mathbf{r}^{(k)} = \mathbf{r}^{(k-1)} - D_G^{-1} \Delta W_d^{(k-1)},$$

где

$$\Delta W_d^{(k-1)} = G(h_1, \mathbf{r}^{(k-1)}) - W_s^1.$$

При решении уравнения (12) методом Ньютона его сходимость существенным образом зависит от выбора начального приближения $\mathbf{r}^{(0)}(\psi)$. Расширить диапазон сходимости позволяет следующий приём (для простоты рассмотрим случай идеально проводящей поверхности). На первом этапе с некоторым начальным приближением $\mathbf{r}^{(0)}(\psi)$ решается вспомогательная задача восстановления импеданса $W^{(0)}(\psi)$ при малом значении параметра регуляризации α . За счёт введения $W^{(0)}(\psi)$ устраняется часть невязки в ДР, и сходящийся итерационный процесс приводит к геометрии $\mathbf{r}^{(1)}(\psi)$. Полученное по такому алгоритму уточнение начального приближения позволяет во многих случаях достичь области сходимости метода Ньютона для решения операторного уравнения (12).

5. РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЁТОВ

В качестве примера была рассмотрена задача о восстановлении формы системы идеально проводящих тел (для случая H -волны) с поперечным сечением в виде двух квадратов с диагональю $b = \lambda/2,75$ и с расстоянием между центрами $d = 3b$. Комплексная ДР при бистатическом рассеянии задавалась в 10-ти точках дальнего поля с равномерным шагом. Полная ДР показана сплошной кривой на рис. 2. В качестве начального приближения были взяты контуры двух окружностей радиуса $b/2$ и расстоянием между центрами $2,8b$ с диаграммой рассеяния, изображённой на рис. 2 пунктиром.

Искомый контур определялся в 8-ми опорных сечениях на каждом из двух элементов. Для уточнения начального приближения использован описанный выше приём предварительного уменьшения невязки ДР с помощью вспомогательного распределения поверхностного импеданса. Расчёты показали, что для получения решения задачи восстановления формы с точностью 0,5% достаточно 15-ти

Таким образом, предлагаемый метод решения состоит в искусственном “погружении” рассматриваемой задачи в более общую, когда искомым (помимо формы поверхности) является и её поверхностный импеданс на варьируемых участках контура.

Функция $W^1(\psi)$ известна, следовательно, полученное уравнение (12) может быть решено, например, методом Ньютона. Пусть имеется некоторое начальное приближение $\mathbf{r}^{(0)}$. После дискретизации, описанной в алгоритме решения вспомогательной задачи, с помощью конечных разностей вычисляется матрица производных

$$D_G = \left(\frac{\partial G_i}{\partial r_j} \right), \quad i = 1, \dots, N_L, \quad j = 1, \dots, N_L.$$

Очередное приближение $\mathbf{r}^{(k)}$ находится по фор-

итераций метода Ньютона. Сравнительно большие значения параметра регуляризации вспомогательной задачи $\alpha \in [0,001; 0,1]$ не приводят к существенному искажению решения, т.к. в случае точного решения $W \equiv 0$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе предложен подход к численному решению задачи восстановления формы импедансной поверхности по заданной в конечном числе точек диаграмме рассеяния. Использование модифицированного граничного условия позволило получить линейное вспомогательное интегрооператорное уравнение, для которого введена эффективная регуляризация. Численное решение вспомогательного уравнения тестировалось на задаче синтеза произвольного комплексного поверхностного импеданса. С помощью приёма искусственного “погружения” в более общую задачу исходная обратная задача сведена к нелинейному операторному уравнению. Оно решено методом Ньютона, при этом проведено исследование проблемы выбора начального приближения, расширен диапазон сходимости. В качестве примера решена задача о восстановлении формы системы, состоящей из двух призм квадратного сечения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Сивов А. Н., Чуприн А. Д., Шатров А. Д. //Радиотехника и электроника, 1996. Т. 41. № 1. С. 35.
2. Петров Б. М., Юханов Ю. В. //Изв. ВУЗов. Радиоэлектроника, 1980. Т. XXIII. № 9. С. 78.
3. Колтон Д., Кресс Р. Методы интегральных уравнений в теории рассеяния. — М.: Мир, 1987.
4. Еремин Ю. А., Свешников А. Г. //Ж. вычисл. матем. и матем. физ., 1992. Т. 32. № 10. С. 1594.
5. Галишникова Т. Н., Ильинский А. С. Численные методы в задачах дифракции. — М.: Изд-во МГУ, 1987.
6. Ильинский А. С., Кравцов В. В., Свешников А. Г. Математические модели электродинамики. — М.: Изд-во МГУ, 1991.
7. Дмитриев В. И., Захаров Б. В. Интегральные уравнения в краевых задачах электродинамики. — М.: Изд-во МГУ, 1987.
8. Тихонов А. Н., Арсенин В. Я. Методы решения некорректных задач. — М.: Наука, 1986.

Новосибирский государственный
архитектурно—строительный
университет,
г. Новосибирск, Россия

Поступила в редакцию
16 апреля 1998 г.

NUMERICAL SOLUTION OF THE SHAPE DETERMINATION PROBLEM FOR SYSTEM OF IMPEDANCE SURFACES

M. S. Sopra

We consider the problem of shape determination for system of impedance surfaces using a sequence of measurement data for the scattering diagram. We apply a method of “artificial immersion” of the considered

problem in more general one in which impedances of varying parts of the surface are unknown, as well. We obtain a nonlinear operator equation that can be solved by robust numerical procedure. The results of computations are presented.

УДК 621.369.87.049.75

ОБЩИЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ВОЗБУЖДЕНИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН В ОТКРЫТЫХ МНОГОСЛОЙНЫХ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СТРУКТУРАХ

Н. А. Гальченко

Решена задача возбуждения открытых многослойных изотропных диэлектрических структур произвольной системой токов. В основу метода положена модификация теории возбуждения Фельда—Заксона—Вайнштейна. Получены интегральные соотношения, позволяющие определять основные характеристики излучающих структур.

ВВЕДЕНИЕ

Разработка электродинамических методов расчёта основных электрических характеристик излучающих устройств, содержащих многослойные диэлектрические структуры (МДС) — печатные и микрополосковые пластинчатые антенны, логопериодические печатные вибраторные антенны (ЛПВА), антенны с диэлектрическим покрытием и др., является одной из актуальных проблем современной техники СВЧ и КВЧ диапазона волн.

Классическая схема определения электрических характеристик таких антенн предполагает использование аппарата тензорных функций Грина (ТФГ) [1–4]. В известных методах построения ТФГ для МДС [3–11] условно можно выделить два подхода к способу выбора оси распространения электромагнитных волн. В первом способе ось распространения перпендикулярна к границе раздела диэлектриков, во втором расположена в плоскости раздела диэлектриков.

Более перспективным, позволяющим на начальном этапе решения электродинамической задачи выделить пространственные (непрерывный спектр) и поверхностные (дискретный спектр) волны и максимально подходящим к разработке современных матрично-электродинамических методов расчёта сложных излучающих структур, является второй подход [3, 4, 11]. Оба подхода допускают обобщение их на случай МДС с числом слоёв больше двух, однако основополагающий метод реализации второго подхода [3] для таких структур оказывается весьма сложным и громоздким.

Известные методы построения ТФГ для открытых МДС, учитывая особенности, связанные с наличием в них непрерывного спектра волн, слабо связаны с хорошо разработанной теорией возбуждения закрытых волноведущих структур (ВС) [12–14]. Одна из главных целей настоящей работы — показать плодотворность применения основных принципов и методов теории закрытых ВС к анализу открытых систем в СВЧ и КВЧ диапазоне волн как на уровне общей формулировки задачи возбуждения [3, 15, 16], так и при построении собственных функций соответствующих краевых задач.

В основу предложенного метода положена модификация теории возбуждения закрытых волноводов Фельда—Заксона—Вайнштейна [14, 17, 18]. В методическом отношении настоящая работа, расширяя рамки второго подхода, вплотную примыкает к работам [15, 16, 19, 20].

1. СОБСТВЕННЫЕ LM- И LE-ВОЛНЫ ОТКРЫТОЙ МДС

Построение полной системы собственных волн МДС реализуется в соответствии с подходами, изложенными в работах [3, 11]. Рассмотрим открытую МДС с диэлектрическими слоями толщины h_i ($i = 1, 2, \dots, N$), расположенными в плоскости XOY симметрично относительно плоскости $y = 0$. Будем считать, что потери в диэлектрике отсутствуют. Для построения полной системы собственных волн в рассматриваемой структуре согласно [3, 11, 20] последняя помещается в прямоугольный идеально проводящий волновод с размерами $2a \times 2b$ (на рис. 1 диэлектрик заполняет область $y \geq 0$).

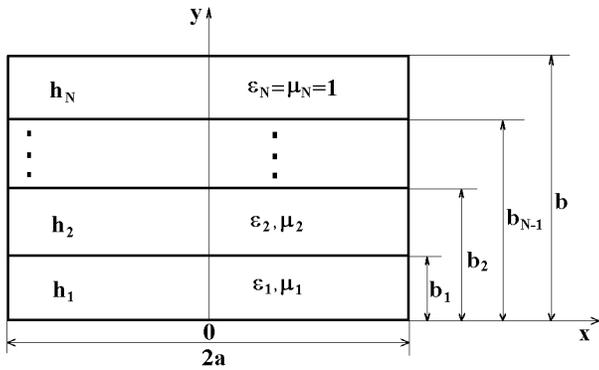


Рис. 1.

Методика построения полной системы собственных электрических (LM) и магнитных (LE) относительно оси y волн в частично заполненном диэлектриком волноводе с конечными размерами известна [14]. В рассматриваемой гипотетической ВС для описания структуры электромагнитного поля вводятся электрические и магнитные волны, чётные и нечётные относительно плоскостей $x = 0$ и $y = 0$.

Наиболее простое решение электродинамической задачи для гипотетической ВС можно получить, выражая электрические и магнитные поля в i -ом слое диэлектрика при помощи соотношений

$$\begin{aligned} {}^{(1)}\vec{E}_i &= -j\omega\mu_i {}^{(1)}\vec{A}_i + \frac{1}{j\omega\epsilon_i} \Delta {}^{(1)}\vec{A}_i \\ {}^{(1)}\vec{H}_i &= \nabla \times {}^{(1)}\vec{A}_i \end{aligned} \tag{1a}$$

для электрических волн и соотношений

$$\begin{aligned} {}^{(2)}\vec{E}_i &= -\nabla \times {}^{(2)}\vec{A}_i, \\ {}^{(2)}\vec{H}_i &= -j\omega\epsilon_i {}^{(2)}\vec{A}_i + \frac{1}{j\omega\mu_i} \Delta {}^{(2)}\vec{A}_i \end{aligned} \tag{1б}$$

для магнитных волн, где ${}^{(v)}\vec{A}_i$ — соответственно электрический ($v = 1$) и магнитный ($v = 2$) векторный потенциалы, в i -ом слое диэлектрика направленные вдоль оси y , ϵ_i и μ_i — диэлектрическая и магнитная проницаемость i -того слоя, ω — частота волны, j — мнимая единица.

Соответствующие типы волн для анализируемой МДС обозначаются с использованием индексов “о” и “е”. Будучи расположенными слева (${}^{(e(v))}\vec{A}_i$), эти индексы задают характер симметрии относительно вертикальной плоскости $x = 0$ (“о” — “odd” (нечётная, электрическая стенка), “е” — “even” (чётная, магнитная стенка), справа (${}^{(v)}\vec{A}_i^e$) — относительно горизонтальной плоскости $y = 0$. В дальнейшем, где это не вызывает неоднозначного толкования, левый индекс опущен.

Собственные LM-волны.

Проекция векторного потенциала ${}^{(1)}\vec{A}_i^o$ на ось y (в дальнейшем везде под векторным потенциалом будем понимать его проекцию на ось y) для случая электрической стенки в горизонтальной плоскости удовлетворяет следующим граничным условиям:

$$\frac{\partial {}^{(1)}A_i^o}{\partial y} = 0 \quad \text{при } y = 0 \text{ и } y = b, \tag{2}$$

$$\frac{\partial^{(1)} A_i^o}{\varepsilon_i \partial y} = \frac{\partial^{(1)} A_{i+1}^o}{\varepsilon_{i+1} \partial y} \text{ и } A_i^o = A_{i+1}^o \text{ при } y = b_i, \quad i = 1, \dots, (N-1).$$

Значения векторного потенциала $^{(1)}A_i^o$, удовлетворяющие уравнению Гельмгольца и граничным условиям (2), при $y \geq 0$ определяются выражениями

$$^{(1)}A_{m\mu i}^o = \left\{ \begin{array}{l} \sin r_m x \\ \cos p_m x \end{array} \right\} ^{(1)}Y_{\mu i}^o(y), \quad (3)$$

где

$$^{(1)}Y_{\mu i}^o(y) = \left\{ \begin{array}{ll} \cos q_{\mu 1}^o y, & i = 1, \\ ^{(1)}D_{\mu i 1}^o \sin q_{\mu i}^o y + ^{(2)}D_{\mu i 2}^o \cos q_{\mu i}^o y, & i = 2, \dots, (N-1), \\ ^{(1)}D_{\mu N}^o \cos q_{\mu N}^o (y - b), & i = N, \end{array} \right.$$

$r_m = \frac{m\pi}{a}$, $p_m = \frac{(2m-1)}{2a}\pi$, $m = 1, 2, \dots$, $\mu = 1, 2, \dots$. Верхняя строка в выражении (3) соответствует нечётным относительно плоскости $x = 0$ волнам, нижняя — чётным. Коэффициенты $^{(1)}D_{\mu i 1}^o$ и $^{(2)}D_{\mu i 2}^o$ определяются рекуррентными соотношениями

$$^{(1)}D_{\mu i 1}^o = ^{(1)}Y_{\mu(i-1)}^o(b_{i-1}) \sin q_{\mu i}^o b_{i-1} + \frac{\varepsilon_i}{\varepsilon_{i-1} q_{\mu i}} \left[^{(1)}Y_{\mu(i-1)}^o(b_{i-1}) \right]' \cos q_{\mu i} b_{i-1},$$

$$^{(1)}D_{\mu i 2}^o = ^{(1)}Y_{\mu(i-1)}^o(b_{i-1}) \cos q_{\mu i}^o b_{i-1} - \frac{\varepsilon_i}{\varepsilon_{i-1} q_{\mu i}} \left[^{(1)}Y_{\mu(i-1)}^o(b_{i-1}) \right]' \sin q_{\mu i} b_{i-1},$$

$$^{(1)}D_{\mu N}^o = \frac{^{(1)}Y_{\mu(N-1)}^o(b_{N-1})}{^{(1)}Y_{\mu N}^o(b_{N-1})};$$

где штрих обозначает производную по аргументу,

$$\left(q_{\mu n i}^o \right)^2 = k_{n i}^2 - \left(^{(1)}\chi_{\mu}^o \right)^2,$$

$$k_i = \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{\varepsilon_i \mu_i},$$

$^{(1)}\chi_{\mu}^o$ — корни трансцендентного уравнения

$$^{(1)}Y_{\mu(N-1)}^o(b_{N-1})' = \frac{\varepsilon_{N-1}}{\varepsilon_N} ^{(1)}Y_{\mu(N-1)}^o(b_{N-1}) q_{\mu N}^o \operatorname{tg} q_{\mu N}^o h_N. \quad (4)$$

В выражении (3) опущен множитель $e^{j(\omega t - ^{(1)}\gamma_{m\mu}^o z)}$, где постоянная распространения $^{(1)}\gamma_{m\mu}^o$ определяется из соотношения

$$\left(^{(1)}\gamma_{m\mu}^o \right)^2 = \left(^{(1)}\chi_{\mu}^o \right)^2 - \left\{ \begin{array}{l} r_m^2 \\ p_m^2 \end{array} \right\},$$

в котором верхняя строка соответствует нечётным относительно плоскости $x = 0$ волнам, а нижняя — чётным.

Значения электрического векторного потенциала $^{(1)}A_i^e$ для случая магнитной стенки в горизонтальной плоскости определяется соответствующими выражениями (3), в которых сделаны следующие замены. Во всех обозначениях индекс "o" заменён на "e", в 1-ой области $\cos q_{\mu 1}^o y$ заменён на $\sin q_{\mu 1}^e y$, трансцендентное уравнение для определения $^{(1)}\chi_{\mu}^e$ по форме совпадает с (4). Аналогичные выражения легко получить для определения магнитного векторного потенциала $^{(2)}A_i$.

При стремлении a и b к бесконечности (что соответствует переходу от гипотетической ВС к реальной) r_m и p_m стремятся к конечной неотрицательной величине u , и в определении структуры электромагнитного поля выделяются два случая.

Случай 1. Поверхностные волны. При $k_N^2 \leq (1)\chi_\mu^2 < \infty$ и $k_N^2 \leq (2)\chi_s^2 < \infty$ значения $q_{\mu N}^2$ и $\eta_{sN}^2 = k_N^2 - (2)\chi_s^2$ неположительны а $(1)\chi_\mu$ и $(2)\chi_s$ являющиеся корнями трансцендентных уравнений

$$\begin{aligned} (1)Y'_{\mu(N-1)}(b_{N-1}) &= -\varepsilon_{N-1}\hat{q}_{\mu N}(1)Y_{\mu(N-1)}(b_{N-1}), & \hat{q}_{\mu N}^2 &= -q_{\mu N}^2, \\ (2)Y'_{s(N-1)}(b_{N-1}) &= -\mu_{N-1}\hat{\eta}_{sN}(2)Y_{s(N-1)}(b_{N-1}), & \hat{\eta}_{sN}^2 &= -\eta_{sN}^2, \end{aligned}$$

образуют дискретный спектр. При этом значения

$$\begin{aligned} (1)Y_{\mu N}(y) &\rightarrow (1)Y_{\mu(N-1)}(b_{N-1})e^{-\hat{q}_{\mu N}(y-b_{N-1})}, \\ (2)Y_{sN}(y) &\rightarrow (2)Y_{s(N-1)}(b_{N-1})e^{-\hat{\eta}_{sN}(y-b_{N-1})}, \end{aligned}$$

т.е. этому случаю соответствуют поверхностные волны в МДС с постоянной распространения

$${}^{(v)}\gamma_{u\mu(s)} = \sqrt{{}^{(v)}\chi_{\mu s}^2 - u^2}.$$

Случай 2. Пространственные (псевдоповерхностные) волны.

При $-\infty < {}^{(v)}\chi_\mu^2 \leq k_N^2$ значения $q_{\mu N}^2$ и η_{sN}^2 положительны и корни трансцендентного уравнения (4) образуют непрерывный спектр. При этом собственные функции ${}^{(v)}Y_N(y)$ становятся неопределёнными. Раскрывая неопределённость в ${}^{(v)}Y_{\mu N}(y)$ с учётом трансцендентного уравнения (4), получим:

$$\begin{aligned} {}^{(v)}Y_{\mu N}(y) &\rightarrow {}^{(v)}Y_{tN}(y) = \frac{1}{2} {}^{(v)}Y_{t(N-1)}(b_{N-1}) \times \\ &\times \left[(1-j^{(v)}M)e^{+jq_{tN}(y-b_{N-1})} + (1+j^{(v)}M)e^{-jq_{tN}(y-b_{N-1})} \right], \end{aligned}$$

где

$$(1)M = \frac{1}{\varepsilon_{N-1}} \frac{{}^{(1)}Y'_{t(N-1)}(b_{N-1})}{{}^{(1)}Y_{t(N-1)}(b_{N-1})}, \quad (2)M = \frac{1}{\mu_{N-1}} \frac{{}^{(2)}Y'_{t(N-1)}(b_{N-1})}{{}^{(2)}Y_{t(N-1)}(b_{N-1})},$$

${}^{(v)}Y_{ti}(y)$ определяются соответствующими значениями ${}^{(v)}Y_{\mu i}(y)$, в которых $q_{\mu i}$ и $\eta_{s i}$ заменены на q_{ti} и $\eta_{ti} = \sqrt{t^2 + k^2(\varepsilon_i - 1)}$, $0 \leq t < \infty$. Этому случаю соответствуют пространственные волны с постоянной распространения ${}^{(v)}\gamma_{ut} = \sqrt{k^2 - u^2 - t^2}$.

Таким образом, в соотношениях (3) априори выделяются поверхностные и пространственные волны, что позволяет более глубоко исследовать физические явления, происходящие в излучающих ВС и характеристики самих ВС.

2. ВОЗБУЖДЕНИЕ ЭКРАНИРОВАННОЙ МДС ПРОИЗВОЛЬНОЙ СИСТЕМОЙ СТОРОННИХ ТОКОВ

Электромагнитное поле в рассматриваемой экранированной ВС, возбуждаемое произвольной системой токов $j^{\vec{e}}$ и $j^{\vec{m}}$, расположенных в некоторой области, ограниченной плоскостями $z = z_1$ и $z = z_2$ (см.рис. 2), представим в виде [11, 14]

$$\begin{aligned} \vec{E} &= \sum_{v=1}^2 \sum_{s=1}^{\infty} ({}^{(v)}a_s {}^{(v)}\vec{E}_s^+ + {}^{(v)}b_s {}^{(v)}\vec{E}_s^-) - \vec{i}_z \frac{j^{\vec{e}}}{j\omega\varepsilon}, \\ \vec{H} &= \sum_{v=1}^2 \sum_{s=1}^{\infty} ({}^{(v)}a_s {}^{(v)}\vec{H}_s^+ + {}^{(v)}b_s {}^{(v)}\vec{H}_s^-) - \vec{i}_z \frac{j^{\vec{m}}}{j\omega\mu}, \end{aligned} \quad (5)$$

где индекс s , конкретизирующий номер типа волны, соответствует двойному индексу $m, \mu(s)$, индексы “о”, “е” и i , характеризующие соответственно симметрию волн и номер области МДС, опущены

$$\vec{E}_s^\pm = (\vec{e}_{\tau,s} \pm \vec{e}_{z,s}) e^{\mp j\gamma_s z}, \quad \vec{H}_s^\pm = (\pm \vec{h}_{\tau,s} + \vec{h}_{z,s}) e^{\mp j\gamma_s z},$$

$\vec{e}_{\tau,s}$ и $\vec{h}_{\tau,s}$ — соответствующие выражения для поперечных составляющих электромагнитного поля, $\vec{e}_{z,s}$ и $\vec{h}_{z,s}$ — для продольных составляющих, \vec{i}_z — единичный вектор вдоль оси z .

Амплитудные коэффициенты a_s и b_s определяются выражениями

$${}^{(v)}a_s = -\frac{1}{2^{(v)}N_s} \int_{(z_1, z)} (\vec{j}^{e(v)} \vec{E}_s^- - \vec{j}^{m(v)} \vec{H}_s^-) dv, \quad {}^{(v)}b_s = \frac{1}{2^{(v)}N_s} \int_{(z, z_2)} (\vec{j}^{e(v)} \vec{E}_s^+ - \vec{j}^{m(v)} \vec{H}_s^+) dv, \quad (6)$$

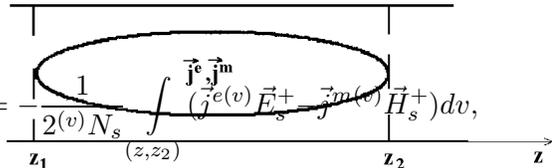


Рис. 2.

где

$${}^{(v)}N_s = \int_S [{}^{(v)}\vec{E}_s^-, {}^{(v)}\vec{H}_s^+] \vec{i}_z ds.$$

Скобка (z_1, z) означает, что интегрирование производится по всем источникам расположенным левее сечения z , а скобка (z, z_2) — правее сечения z .

Полученное решение задачи возбуждения МДС произвольной системой сторонних токов в форме (1)–(6) будем понимать в обобщённом смысле [11, 21, 22]. Как доказано в [11, 23], для существования решения необходимо и достаточно наличие дополнительных слагаемых в соотношениях (5) в данном виде. Важные вопросы единственности решения задачи, наличия мод с неограниченным полем в поперечной плоскости [20, 24], комплексных и присоединённых волн [25–27] для рассматриваемой МДС являются достаточно сложными. Подробное их рассмотрение выходит за рамки настоящей работы.

Решение задачи возбуждения закрытых ВС в форме (5), (6) допускает обобщение на случай открытых электродинамических структур [16, 19]. При этом необходимо иметь в виду, что обычное представление общего решения через объекты парциальных волноводных мод (такие, например, как мощность N_s , переносимая s -й волной через поперечное сечение $z = 0$) теряет смысл; так как каждая из парциальных волн при $q_{\mu N}^2$ или $\eta_{sN} > 0$ положительных удовлетворяет только условию ограниченности, и при этом поток мощности таких волн стремится к бесконечности. Обобщение полученного решения на случай непрерывного спектра волн легко может быть достигнуто на основе использования реальных физических объектов, каковыми, в частности, являются поля элементарного источника, описываемые тензорными функциями Грина.

3. ТЕНЗОРНЫЕ ФУНКЦИИ ГРИНА ДЛЯ МДС

Для построения ТФГ условимся представлять произвольный вектор \vec{D} в рассматриваемом трехмерном пространстве через его компоненты D_i по осям 1, 2, 3, образующим правовинтовую систему. При этом выберем оси так, чтобы индексом 3 характеризовалась координата z , вдоль которой распространяется электромагнитная волна. В соответствии с [1–4], векторы электромагнитного поля определим через возбуждающие токи и тензоры Грина выражениями

$$\begin{aligned} \vec{E}(r) &= \int_{V'} [\bar{G}^{11}(r, r') \vec{j}^e(r') + \bar{G}^{12}(r, r') \vec{j}^m(r')] dv', \\ \vec{H}(r) &= \int_{V'} [\bar{G}^{21}(r, r') \vec{j}^e(r') + \bar{G}^{22}(r, r') \vec{j}^m(r')] dv', \end{aligned} \quad (7)$$

где r — точка наблюдения, r' — точка источника, $G^{\alpha\beta}$ — тензоры функции Грина, V' — область токов.

Используя (5), (6), (7), для определения компонент тензоров функции Грина $\overline{\overline{G}}^{\alpha\beta}$ экранированной ВС можно получить следующие соотношения:

$$\overline{\overline{G}}^{\alpha\beta} = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 G_{ij}^{\alpha\beta} \vec{l}_i \vec{l}_j. \quad (8)$$

$\vec{l}_i \vec{l}_j$ — диадное произведение единичных векторов, индексы α и β принимают значения 1, 2, элементы $G_{ij}^{\alpha\beta}$ определяются следующими соотношениями:

$$\begin{aligned} G_{ij}^{11} &= -\frac{1}{2} \sum_{v=1}^2 \sum_{s=1}^{\infty} \{ {}^{(v)}\hat{E}_{is}^{\pm}(r) {}^{(v)}\hat{E}_{js}^{\mp}(r') \} - \frac{\delta(r-r')}{j\omega\varepsilon} \delta_{3i} \delta_{3j}, \\ G_{ij}^{12} &= +\frac{1}{2} \sum_{v=1}^2 \sum_{s=1}^{\infty} \{ {}^{(v)}\hat{E}_{is}^{\pm}(r) {}^{(v)}\hat{H}_{js}^{\mp}(r') \}, \\ G_{ij}^{21} &= -\frac{1}{2} \sum_{v=1}^2 \sum_{s=1}^{\infty} \{ {}^{(v)}\hat{H}_{is}^{\pm}(r) {}^{(v)}\hat{E}_{js}^{\mp}(r') \}, \\ G_{ij}^{22} &= +\frac{1}{2} \sum_{v=1}^2 \sum_{s=1}^{\infty} \{ {}^{(v)}\hat{H}_{is}^{\pm}(r) {}^{(v)}\hat{H}_{js}^{\mp}(r') \} - \frac{\delta(r-r')}{j\omega\mu} \delta_{3i} \delta_{3j}, \end{aligned} \quad (9)$$

где индексы i, j принимают значения 1, 2, 3 и обозначают номер компоненты по осям, s — индекс, обозначающий тип волны, δ_{ij} — символ Кронекера, ${}^{(v)}\hat{E}_{is}$ и ${}^{(v)}\hat{H}_{is}$ — нормированные значения соответствующих компонент поля:

$${}^{(v)}\hat{E}_{is} = \frac{{}^{(v)}E_{is}}{({}^{(v)}J_s)}, \quad {}^{(v)}\hat{H}_{is} = \frac{{}^{(v)}H_{is}}{({}^{(v)}J_s)}, \quad {}^{(v)}J_s^2 = {}^{(v)}N_s.$$

Верхний знак используется при $r > r'$, нижний — при $r < r'$.

При переходе к открытой МДС (размеры волновода стремятся к бесконечности) для непрерывной части спектра волн (индекс m для поверхностных волн, индексы m и μ для пространственных волн) суммирование в (7)–(9) известным способом [3, 28] заменяются вычислением несобственных интегралов. В итоге элемент G_{ij}^{11} в (9) преобразуются к виду

$$\begin{aligned} G_{ij}^{11} &= -\frac{1}{2\pi} \sum_{v=1}^2 \left[\sum_{\mu=1}^{\infty} \int_0^{\infty} {}^{(v)}\hat{E}_{i\mu}^{\pm}(r) {}^{(v)}\hat{E}_{j\mu}^{\mp}(r') du + \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} {}^{(v)}\hat{E}_{iut}^{\pm}(r) {}^{(v)}\hat{E}_{jut}^{\mp}(r') dudt \right] - \\ &\quad - \frac{1}{j\omega\varepsilon} \delta(r-r') \delta_{3i} \delta_{3j}. \end{aligned} \quad (10)$$

При этом в первой и второй части выражения в квадратных скобках норма ${}^{(v)}N$ заменяется соответственно на ${}^{(v)}\dot{N}$ и ${}^{(v)}\ddot{N}$, определяемые соотношениями

$${}^{(v)}N_{\mu\mu} = a\dot{N}_{\mu\mu}, \quad {}^{(v)}N_{ut} = ab\ddot{N}_{ut}. \quad (11)$$

Аналогичным образом преобразуются элементы G_{ij}^{12} , G_{ij}^{21} и G_{ij}^{22} .

Выражения (1), (5), (6) позволяют определить значения результирующих векторных потенциалов ${}^{(v)}\vec{A}\Sigma$ через парциальные векторные потенциалы ${}^{(v)}\vec{A}_s$

$${}^{(v)}\vec{A}\Sigma^{\pm}(r) = -\frac{1}{2} \sum_{\mu=1}^{\infty} \int_{V'} {}^{(v)}\vec{A}_{\mu}^{\pm}(r) \left[\vec{j}^e(r') {}^{(v)}\hat{E}_{\mu}^{\mp}(r') - \vec{j}^m(r') {}^{(v)}\hat{H}_{\mu}^{\mp}(r') \right] dv', \quad (12)$$

где

$${}^{(v)}\hat{A}_\mu = {}^{(v)}\vec{A}_\mu / {}^{(v)}J_\mu.$$

При переходе к открытой МДС соотношение (12) преобразуется к виду

$$\begin{aligned} {}^{(v)}\vec{A}\Sigma^\pm(r) = & -\frac{1}{2\pi} \cdot \left\{ \sum_{\mu=1}^{\infty} \int_0^{\infty} \int_{V'} {}^{(v)}\hat{A}_{u\mu}^\pm(r) \left[\vec{j}^e(r') {}^{(v)}\hat{E}_{u\mu}^\mp(r') - \vec{j}^m(r') {}^{(v)}\hat{H}_{u\mu}^\mp(r') \right] dV' du + \right. \\ & \left. + \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \int_{V'} {}^{(v)}\hat{A}_{ut}^\pm(r) \left[\vec{j}^e(r') {}^{(v)}\hat{E}_{ut}^\mp(r') - \vec{j}^m(r') {}^{(v)}\hat{H}_{ut}^\mp(r') \right] dV' dudt \right\}. \end{aligned} \quad (13)$$

При этом в первой и второй частях выражения в фигурных скобках норма ${}^{(v)}N$ заменяется соответственно на ${}^{(v)}\dot{N}$ и ${}^{(v)}\ddot{N}$, определяемые соотношением (11).

Полученное выражение (13) для векторного потенциала $\vec{A}\Sigma$ позволяет реализовать хорошо известный в теории антенн подход к определению электромагнитного поля излучения в дальней зоне через значения поперечных компонент векторных потенциалов в сферической системе координат [29].

Полученное решение задачи возбуждения открытых МДС произвольной системой сторонних токов позволяет известными методами легко свести решение соответствующих интегральных уравнений к системе линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) и определить основные характеристики излучающих структур. Одно из основных преимуществ предложенного метода обусловлено тем, что алгебраизация электродинамических задач на основе использования соотношений (7)–(10) всегда приводит к решению устойчивой СЛАУ.

Полученные результаты позволяют существенно расширить класс задач, решаемых современными численно-аналитическими методами. В частности, предложенный подход позволяет на основе хорошо развитых матричных методов расчёта закрытых СВЧ структур [12, 13] разработать строгую матрично-электродинамическую теорию открытых систем. Предложенный метод может быть обобщён на случай МДС, широко применяемых в оптическом диапазоне волн — оптических линий связи, интегральной оптики, оптоэлектроники [30–32].

ЛИТЕРАТУРА

1. Морс Ф. М., Фешбах Г. Методы теоретической физики. Т. 2. — М.: Мир, 1960. — 886 с.
2. Kong J. A. Electromagnetic Wave Theory. — New York: Wiley, 1986. — 381 p.
3. Фелсен Л., Маркувиц Н. Излучение и рассеяние волн. Т. 1 — М.: Мир, 1978. — 547 с.
4. Панченко Б. А., Нефёдов Е. И. Микрополосковые антенны. — М.: Радио и связь, 1986. — 145 с.
5. Bailey M. C., Deshpande M. D. // IEEE Trans., 1982. V. AP-30. № 4. P. 651.
6. Mosig J. R., Gardiol F. E. // Proc. IEE, 1985. V. 130. pt. H. P. 424.
7. Pozar D. M. // Electromagnetics, 1983. V. 3. № 3. P. 299.
8. Дмитриев В. И. — В кн.: Вычислительные методы и программирование. Вып. 10. — М.: Изд. МГУ, 1968. С. 55.
9. Филиппов В. С. — В кн.: Антенны. / Под ред. Д. И. Воскресенского. Вып. 32. — М.: Радио и связь, 1985. С. 17.
10. Гринев А. Ю., Ильинский А. С., Котов Ю. В. // Радиотехника и электроника, 1981. Т. 24. № 5. С. 942.
11. Гальченко Н. А. — В сб.: Доклады III Международной научно-технической конференции “Антенно-фидерные устройства, системы и средства радиосвязи — Воронеж, 1997. Т. 1. С. 56.

12. Никольский В. В., Никольская Т. И. Электродинамика и распространение радиоволн. — М.: Наука, 1989. — 543 с.
13. Гальченко Н. А. // Изв. ВУЗов. Радиофизика. 1997. Т. 40. № 6. С. 744.
14. Вайнштейн Л. А. Электромагнитные волны. — М.: Радио и связь, 1988. — 440 с.
15. Шевченко В. В. Плавные переходы в открытых волноводах. — М.: Наука, 1969. — 191 с.
16. Маненков А. Б. // Изв. ВУЗов. Радиофизика. 1970, Т. 8. № 6. С. 739.
17. Фельд Я. Н. Основы теории щелевых антенн. — М.: Сов. радио, 1948. — 158 с.
18. Заксон М. Б. // ДАН СССР, 1949. Т. 66. № 4. С. 637.
19. Вайнштейн Л. А., Маненков А. Б. — В сб.: Лекции по электродинамике СВЧ и радиофизике. — Саратов: СГУ, книга 1, 1986. С. 141.
20. Маненков А. В. // Opt. Quantum Electron., 1991. V. 23. № 5. P. 621.
21. Гальченко Н. А. // ДАН СССР. 1989, Т. 309. № 6. С. 1347.
22. Владимиров В. С. Уравнения математической физики. — М.: Наука, 1988. — 512 с.
23. Фельд Я. Н. // Радиотехника и электроника, 1976. Т. 21. № 12. С. 2615.
24. Маненков А. В. // IEEE Proc. pt. J, 1993. V. 140. № 3. P. 206.
25. Ильинский А. С., Слепян Г. Я. Колебания и волны в электродинамических системах с потерями. — М.: Изв. МГУ, 1983. — 231 с.
26. Гуреев А. В. // Изв. ВУЗов. Радиофизика, 1990. Т. 33. № 8. С. 954.
27. Веселов Г. И., Раевский С. Б. Слоистые металлодиэлектрические волноводы. — М.: Радио и связь, 1988. — 248 с.
28. Гальченко Н. А., Михалевский В. С., Синявский Г. П. Волноводы сложных сечений и полосковые линии. — Изд-во Ростовского госуниверситета, 1978. — 175 с.
29. Марков Г. Т., Сазонов Д. М. Антенны. — М.: Энергия, 1975. — 528 с.
30. Унгер Х.-Г. Планарные и волоконные оптические волноводы. — М.: Мир, 1980. — 656 с.
31. Адамс М. Введение в теорию оптических волноводов. — М.: Мир, 1984. — 512 с.
32. Суэмацу Я. и др. Основы оптоэлектроники. — М.: Мир, 1988. — 285 с.

Ростовский государственный
университет, Россия

Поступила в редакцию
23 марта 1998 г.

GENERAL METHOD FOR THE SOLUTION OF THE PROBLEM OF ELECTROMAGNETIC WAVE EXCITATION IN MULTILEVEL DIELECTRIC OPEN STRUCTURES

N. A. Gal'chenko

We solve the problem of excitation of multilevel dielectric open structure by arbitrary current system. The method is based upon a modification of the Fel'd—Zakson—Vainshtein excitation theory. We obtain the integral relations that allow for determining the main characteristics of emitting structures.

УДК 530.182

О СТРУКТУРЕ САМОСЖИМАЮЩИХСЯ СГУСТКОВ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ В ДИСПЕРГИРУЮЩИХ СРЕДАХ С КУБИЧНОЙ НЕЛИНЕЙНОСТЬЮ

С. Н. Власов

Построено асимптотическое решение нелинейного уравнения Шредингера размерности $(3+1)$, описывающее поведение поля вблизи особенности, возникающей при распространении электромагнитных волн в диспергирующей среде с кубической нелинейностью в результате развития модуляционно-самофокусирующей неустойчивости. Согласно построенной теории существует конечный объём среды, занятый электромагнитным полем, поток энергии в котором направлен к возникающей особенности. Энергия, заключённая в этом объёме и являющаяся характерным параметром неустойчивости, оказывается конечной величиной, зависящей от параметров среды и величины поля, на фоне которого имеет место особенность. Она оказывается существенно меньше энергии, приходящейся на характерный масштаб наиболее быстро растущих неустойчивых возмущений поля с однородным распределением амплитуды. В заключение рассмотрены возможности использования явления коллапса для формирования импульсов электромагнитного поля.

В средах с мгновенно релаксирующей кубической нелинейностью с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon = \varepsilon_0(1 + \varepsilon'|E|^2)$, где E — напряжённость электрического поля, $\varepsilon' > 0$ — коэффициент нелинейности, ε_0 — линейная часть диэлектрической проницаемости, может иметь место коллапс — существование на конечном отрезке времени самосжимающихся сгустков поля [1–5]. При описании этого явления в приближении параболического уравнения в некоторой точке пространства z_f имеет место обращение амплитуды в бесконечность. Коллапс трёхмерных сгустков имеет дофокальную и фокальную стадии [2]. На первой из них поле не имеет особенностей, но его амплитуда в центре сгустка при приближении к z_f возрастает, стремясь к бесконечности. Структура поля вблизи особенности на дофокальной стадии была найдена в [1, 4]. Согласно этим работам энергия в сгустке поля вблизи нелинейного фокуса стремится к нулю по мере возрастания поля, однако структура сгустка имеет протяжённые “крылья”, на которых амплитуда убывает с ростом поперечной координаты недостаточно быстро, так что полная энергия сгустка оказывается бесконечной [1]. После обращения поля в бесконечность начинается фокальная стадия, которая имеет некоторую протяжённость во времени и пространстве. Энергия, поглощённая на фокальной стадии, как показывает численный эксперимент, имеет конечное отличное от нуля значение. В данной заметке строится структура поля трёхмерного коллапса на дофокальной стадии, из которой можно оценить величину поглощаемой энергии.

Для описания коллапса традиционно используется параболическое уравнение для амплитуды электрического поля E , которое в сопровождающей системе координат имеет вид [6]

$$\Delta_{\perp} E + k_0 \nu'_{\omega} \frac{\partial^2 E}{\partial \xi^2} - 2ik_0 \frac{\partial E}{\partial z} + k_0^2 \varepsilon' |E|^2 E = 0, \quad (1)$$

где $k_0 = k\sqrt{\varepsilon_0} = \frac{\omega\sqrt{\varepsilon_0}}{c}$ — модуль волнового вектора на несущей частоте ω , $k = \frac{\omega}{c}$, c — скорость света, ν'_{ω} — производная от групповой скорости ν по частоте, ε' — коэффициент нелинейности, который мы будем считать положительным, $\xi = z - \nu t$ — продольная сопровождающая координата, Δ_{\perp} — лапласиан по поперечным координатам x, y . Перейдём при условии $k_0 \nu'_{\omega} > 0$, необходимом для коллапса импульса, к безразмерным переменным $p = x\sqrt{\frac{k_0}{z_f}}$, $s = y\sqrt{\frac{k_0}{z_f}}$, $\xi = \frac{\xi}{\sqrt{z_f \nu'}}$, $\tau = \frac{z}{z_f}$, $\Psi = \sqrt{k_0 z_f} E$,

с учётом которых уравнение (1) примет вид

$$\Delta_{p,s,\zeta}\Psi - 2i\frac{\partial\Psi}{\partial\tau} + |\Psi|^2\Psi = 0, \quad (2)$$

где $\Delta_{p,s,\zeta}$ — оператор Лапласа по координатам p , s , и ζ . Предположим, что решение этого уравнения имеет особенность в $\tau_f = 1$, причём вблизи особенности решение симметрично по координатам p , s , и ζ [2, 4].

Построим приближённое решение (2) на дофокальной стадии коллапса в виде ряда по обратным степеням параметра σ , характеризующего рост поля при приближении к фокальной точке, так, чтобы первый член этого ряда совпадал с решением, найденным в [1, 4]. Для этого воспользуемся преобразованием [1]

$$\rho = \sigma(\eta)q, \quad \frac{d\eta}{d\tau} = \sigma^2(\eta), \quad U = \frac{1}{\sigma}\Psi, \quad q = \sqrt{p^2 + s^2 + \zeta^2},$$

где $\sigma(\eta)$ — функция новой продольной координаты η , подобранная таким образом, чтобы модуль амплитуды U в центре каверны не зависел от координаты η и был конечной величиной, отличной от нуля. Для этого необходимо, чтобы $\sigma(\eta) \rightarrow \infty$ при $\eta \rightarrow \infty$. Тогда функция U , в свою очередь, удовлетворяют уравнению

$$\Delta U - 2i\frac{\partial U}{\partial\eta} - 2i\frac{\sigma'_\eta}{\sigma}\frac{\partial}{\partial\rho}\rho U + |U|^2U = 0. \quad (3)$$

Предположим, что при $\eta \rightarrow \infty$

$$\frac{\sigma'_\eta}{\sigma} = C(\eta) = C_0 + \frac{C_1}{\sigma(\eta)} + \frac{C_2}{\sigma^2(\eta)} + \dots, \quad (4)$$

где C_i — действительные постоянные. Представим решение (3) в виде $U = A \exp(-i\varphi)$. Действительные амплитуда A и фаза φ удовлетворяют следующей системе уравнений:

$$\Delta_\rho A - \left(\frac{\partial\varphi}{\partial\rho}\right)^2 A - 2\frac{\partial\varphi}{\partial\eta}A - 2C(\eta)\rho A \frac{\partial\varphi}{\partial\rho} + A^3 = 0, \quad (5)$$

$$\rho^2 A^2 \frac{\partial\varphi}{\partial\rho} + \int_0^\rho \rho^2 \frac{\partial}{\partial\eta} A^2 d\rho + 2C \int_0^\rho \rho^2 A \frac{\partial}{\partial\rho}(\rho A) d\rho = 0, \quad (6)$$

где оператор $\Delta_\rho = \frac{\partial^2}{\partial\rho^2} + \frac{2}{\rho}\frac{\partial}{\partial\rho}$. Будем искать решения уравнений (5), (6) в виде рядов по убывающим степеням σ :

$$A = A_0(\rho) + \frac{A_1(\rho)}{\sigma} + \frac{A_2}{\sigma^2} + \dots + \frac{A_i}{\sigma^i} + \dots,$$

$$\varphi = h \ln \sigma + \varphi_0(\rho) + \frac{\varphi_1(\rho)}{\sigma} + \frac{\varphi_2(\rho)}{\sigma^2} + \dots + \frac{\varphi_i}{\sigma^i} + \dots,$$

где h — некоторая постоянная. Для определения функций A_i и φ_i получим рекуррентные уравнения

$$\Delta_\rho A_0 - \left(\frac{\partial\varphi_0}{\partial\rho}\right)^2 A_0 - 2\rho C_0 A_0 \frac{\partial\varphi_0}{\partial\rho} - 2h C_0 A_0 + A_0^3 = 0, \quad (7)$$

$$\rho^2 A_0^2 \frac{\partial\varphi_0}{\partial\rho} + C_0 \int_0^\rho \rho \frac{\partial}{\partial\rho}(\rho^2 A_0^2) d\rho = 0, \quad (8)$$

$$\Delta_{\rho} A_1 - \left(\frac{\partial \varphi_0}{\partial \rho} \right)^2 A_1 - 2hC_0 A_1 - 2\rho C_0 \frac{\partial \varphi_0}{\partial \rho} A_1 + 3A_0^2 A_1 -$$

$$- 2A_0 \frac{\partial \varphi_0}{\partial \rho} \frac{\partial \varphi_1}{\partial \rho} - 2\rho C_0 A_0 \frac{\partial \varphi_1}{\partial \rho} + 2C_0 A_0 \varphi_1 - 2\rho C_1 A_0 \frac{\partial \varphi_0}{\partial \rho} - 2hC_1 A_0 = 0, \quad (9)$$

$$\rho^2 A_0^2 \frac{\partial \varphi_1}{\partial \rho} + 2A_0 A_1 \rho^2 \frac{\partial \varphi_0}{\partial \rho} + C_1 \int_0^{\rho} \rho \frac{\partial}{\partial \rho} (\rho^2 A_0^2) d\rho -$$

$$- 2C_0 \int_0^{\rho} \rho^2 A_0 A_1 d\rho + 2C_0 \int_0^{\rho} \rho \frac{\partial}{\partial \rho} (\rho^2 A_0 A_1) d\rho = 0. \quad (10)$$

Первые члены разложения — функции A_0 и $\frac{d\varphi_0}{d\rho}$ были исследованы в [1, 4] где показано, что система уравнений (7), (8) имеет решение A_0 , убывающее при $\rho \rightarrow \infty$ как $\frac{1}{\rho}$ и ограниченное при $\rho = 0$, лишь при определённых значениях комбинации параметров h и $A_0(0)$. Очевидно, что можно выбрать $C_0 = 1$, тогда при $\eta \rightarrow \infty$ $\sigma = Se^{\eta}$, где S — некоторая константа, и, следовательно, $\sigma = \frac{1}{\sqrt{2(\tau_f - \tau)}}$.

В этом случае $h = 1,0903$, $A_0(0) = 2,782$ и

$$\int_0^{\rho} A_0^2(\rho) \rho^2 d\rho \approx K\rho$$

при $\rho \rightarrow \infty$. Согласно проведённым нами численным расчётам величина $K \approx 2,03$. Приближённое выражение для U при $\rho \rightarrow \infty$ имеет вид

$$U \approx \frac{a_{01} \exp\left(i \frac{4a_{03}}{a_{01}} \ln \rho - ih\eta\right)}{\rho}, \quad (11)$$

где $A_0 \approx \frac{a_{01}}{\rho} + \frac{a_{03}}{\rho^3}$ при $\rho \rightarrow \infty$, a_{01} и a_{03} — коэффициенты в разложении A_0 по степеням $\frac{1}{\rho}$ при $\rho \rightarrow \infty$ ($A_0 \approx \frac{a_{01}}{\rho} + \frac{a_{03}}{\rho^3}$), $a_{01} \approx \sqrt{K} \approx 1,425$, $a_{03} = \frac{ha_{01}}{4} \approx 0,388$. Функция Ψ при $\rho \rightarrow \infty$ выражается только через координату q :

$$\Psi \approx \frac{a_{01} \exp\left(i \frac{4a_{03}}{a_{01}} \ln q\right)}{q}.$$

Из последней формулы следует, что вид функции Ψ на “крыльях” сгустка не зависит от степени увеличения поля в центре сгустка. Фаза функции Ψ такова, что обеспечивает абберационную фокусировку “крыльев” в центр [2]. Отметим, что характер распределения амплитуды функции Ψ такой же, как у функции Ψ_r [2], описывающей фокальную стадию коллапса ($|\Psi_r| \approx \frac{1}{q}$), но фазы их несколько отличны: у функции Ψ фаза растёт с расстоянием q логарифмически, в то время как фаза Ψ_r растёт линейно. В центре сгустка фаза функции U фокусирующая:

$$\varphi_0 = - \int_0^{\rho} \frac{d\rho}{\rho^2 A_0^2} \int_0^{\rho} \rho \frac{\partial}{\partial \rho} (\rho^2 A_0^2) d\rho \approx - \frac{\rho^2}{3}.$$

“Кривизна фазового фронта” $K_\rho \approx \frac{\partial^2 \varphi_0}{\partial q^2} \Big|_{q=0}$ в координатах q обратно пропорциональна квадрату амплитуды $K_\rho \approx -\frac{2}{3\sigma^2}$.

Решения A_1 и φ_1 , очевидно, из-за отсутствия зависимости $|A(0)|$ от η , надо искать при нулевых начальных условиях $A_1(0) = 0$ и $\varphi_1(0) = 0$. В силу линейности уравнений (9), (10) их решения A_1 и φ_1 пропорциональны коэффициенту C_1 . Функции $A_1(\rho)$ и $\varphi_1(\rho)$, полученные численным интегрированием системы (9), (10) при $C_1 = 1$, показаны на рис. 1, 2. Там же приведены функции A_0 , A_1 , $A_0 + \frac{A_1}{\sigma}$ и φ_0 , φ_1 ,

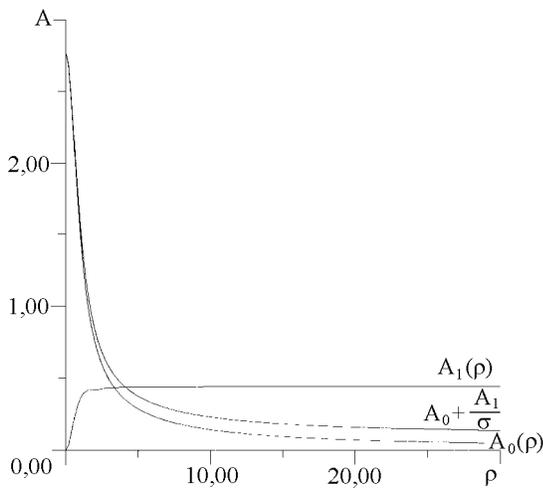


Рис. 1. Амплитуды A_0 , A_1 и $A = A_0 + \frac{A_1}{\sigma}$ как функции ρ при $\sigma = 5$.

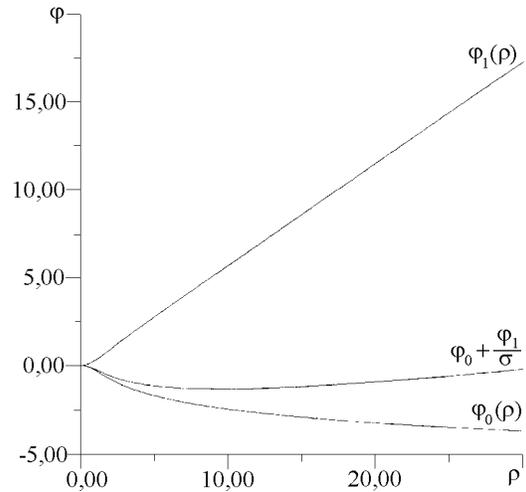


Рис. 2. Фазы φ_0 , φ_1 и $\varphi = \varphi_0 + \frac{\varphi_1}{\sigma}$ как функции ρ при $\sigma = 5$.

$\varphi_0 + \frac{\varphi_1}{\sigma}$ при $\sigma = 5 \gg 1$. Важным является поведение функций $A_1(\rho)$ и $\varphi_1(\rho)$ при $\rho \rightarrow \infty$. Анализируя выражения (9), (10) при $\rho \rightarrow \infty$, получим, что $A_1 \approx a_{11}$ и $\varphi_1(\rho) = D\rho$, где a_{11} и D — постоянные. Численное исследование (9), (10) показывает, что $a_{11} \approx 0,442C_1$ и $D \approx 1,30a_{11}$. Записывая U в виде

$$U = \left[A_0(\rho) + \frac{A_1(\rho)}{\sigma} \right] \exp \left[-ih \ln \sigma - i\varphi_0(\rho) - i\frac{\varphi_1(\rho)}{\sigma} \right], \quad (12)$$

получим следующее выражение для функции Ψ в координатах q , τ при $q \rightarrow \infty$:

$$\Psi = \sigma U \approx \left[a_{11} + \frac{a_{01}}{q} + \frac{a_{03}}{\sigma^2 q^3} + \dots \right] \exp \left[i\frac{4a_{03}}{a_{01}} \ln q - i1,30a_{11}q \right]. \quad (13)$$

Из (13) следует, что в этом приближении при $q \rightarrow \infty$ модуль Ψ стремится к постоянному значению, при этом модуль электрического поля тоже стремится к постоянному значению E_0 . Далее мы ограничимся случаем $C_1 > 0$, когда функция $A_0 + \frac{A_1}{\sigma}$ всюду больше нуля, что соответствует результатам численных экспериментов [4]. Фаза функции U при $\rho \rightarrow \infty$ (или функции Ψ при $q \rightarrow \infty$) не является монотонной. Вблизи оси η ($\rho \rightarrow 0$) она фокусирующая, так что поток энергии пропорционален $|A_0|^2 \nabla \varphi$ и направлен к оси η . Вдали от оси η ($\rho \rightarrow \infty$) фаза является расфокусирующей и поток энергии направлен от оси. Такое поведение функции U (или функции Ψ) позволяет оценить величину энергии, поглощаемой или рассеиваемой на фокальной стадии распределённого коллапса [2]. Дифференцируя

фазу в (13) найдём координату q_0 , при которой фокусирующая фаза у оси сменяется расфокусирующей:

$$q_0 = \frac{3,08a_{03}}{a_{01}a_{11}}. \quad (14)$$

Для величины энергии, тяготеющей к центру сгустка, имеем

$$W = \frac{c\sqrt{\varepsilon_0}}{8\pi} \int |E|^2 dx dy dt \approx \frac{c\sqrt{\varepsilon_0}\sqrt{z_f\nu'_\omega}}{2k_0^2\varepsilon'\nu} \sqrt{2(\tau_f - \tau)} \int_0^{\rho_0} A_0^2 \rho^2 d\rho,$$

где $\rho_0 = q_0\sigma = \frac{q_0}{\sqrt{2(\tau_f - \tau)}}$. Таким образом

$$\begin{aligned} W &\approx \frac{c\sqrt{\varepsilon_0}\sqrt{z_f\nu'_\omega}}{2k_0^2\varepsilon'\nu} K q_0 = \frac{c\sqrt{\varepsilon_0}\sqrt{k_0\nu'_\omega}}{2k_0^3(\sqrt{\varepsilon'})^3\nu|E_0(\infty)|} \cdot \frac{3,08a_{03}K}{a_{01}} = \\ &= 1,83 \frac{P_{\text{кр}}\sqrt{k_0\nu'_\omega}}{k_0\nu\sqrt{\varepsilon'}|E_0(\infty)|} = 1,83 \frac{P_{\text{кр}}\sqrt{k_0\nu'_\omega}}{k_0\nu\sqrt{\Delta\varepsilon}}, \end{aligned}$$

где $\Delta\varepsilon = \varepsilon' E_0^2$ — относительное приращение величины диэлектрической проницаемости фона, $P_{\text{кр}}$ — критическая мощность самофокусировки [10]. Энергия, тяготеющая к центру каверны и поглощаемая на фокальной стадии, оказывается в этом приближении конечной, обратно пропорциональной величине поля на бесконечности и существенно меньшей, чем энергия

$6\pi^2\sqrt{3} \frac{P_{\text{кр}}\sqrt{k_0\nu'_\omega}}{k_0\nu\sqrt{\Delta\varepsilon}}$, приходящаяся на каждую неоднородность при развитии неустойчивости из однородного поля с амплитудой E_0 . Характерная длина z_g , на которой развивается фокальная стадия коллапса, может быть оценена по формулам дифракции в линейной среде:

$$z_g = k_0 q_0^2 \approx \frac{0,7}{k_0 \Delta\varepsilon}.$$

Явление коллапса может быть использовано для формирования коротких импульсов [3]. Развитая теория позволяет оценить как форму, так и энергию такого импульса. Структура его в размерных координатах $r_\perp = \sqrt{x^2 + y^2}$ и ξ при $z = 0$ описывается выражением

$$\begin{aligned} E &= \left[\frac{1}{\sqrt{\varepsilon'}\sqrt{k_0 z_f}} A_0 \left(\frac{r_\perp \sqrt{k_0}}{\sqrt{z_f}}, \frac{\xi}{\sqrt{z_f \nu'_\omega}} \right) + E_0 \right] \times \\ &\times \exp \left[-i\varphi_0 \left(\frac{r_\perp \sqrt{k_0}}{\sqrt{z_f}}, \frac{\xi}{\sqrt{z_f \nu'_\omega}} \right) - i\sqrt{2} C_1 \varphi_1 \left(\frac{r_\perp \sqrt{k_0}}{\sqrt{z_f}}, \frac{\xi}{\sqrt{z_f \nu'_\omega}} \right) \right]. \quad (15) \end{aligned}$$

Из (15) видно, что импульс имеет протяжённость $a_\perp = \sqrt{\frac{k_0}{z_f}}$ по поперечным координатам, протяжённость $a_\parallel \sqrt{k_0 \nu'_\omega}$ по продольной координате и переходит в фон с амплитудой $E_0 \ll |E(0)|$ при $r_\perp \rightarrow \infty$ и достаточно больших ξ . Если центральная часть импульса фокусируется в точку $F = \frac{2}{3} k_0 z_f^2$ и

имеет соответствующую частотную модуляцию, то на расстоянии $L < z_f$ центральная часть импульса укоротится в $\sqrt{\frac{z_f}{z_f - L}}$ раз. Энергия центральной части импульса

$$W = \frac{c\sqrt{\epsilon_0}}{8\pi} \int |E|^2 dr_{\perp} dt = \frac{c\sqrt{\epsilon_0}\sqrt{z_f\nu'_\omega}}{2k_0^2\epsilon'\nu} \sqrt{2(z_f - z)} \int_0^{\rho} A_0^2 \rho^2 d\rho, \tag{16}$$

определяемая по фиксированному перепаду амплитуд, уменьшится так же, как его длительность. По порядку величины

$$W \sim \frac{P_{кр} a_{\perp} \sqrt{k_0\nu'_\omega} \sqrt{1 - \frac{z}{z_f}}}{\nu} \sim P_{кр} \tau_u,$$

где $a_{\perp} \sqrt{k_0\nu'_\omega} \sqrt{1 - \frac{z}{z_f}}$ — протяжённость сгустка в пространстве, $\tau_u = \frac{a_{\perp} \sqrt{k_0\nu'_\omega} \left(1 - \frac{z}{z_f}\right)}{\nu}$ — длительность импульса.

В качестве примера рассмотрим сжатие импульсов в стёклах. На рис. 3 приведена зависимость $k_0\nu'_\omega =$

$$-\frac{n\lambda^2 \frac{d^2 n}{d\lambda^2}}{\left(n - \lambda \frac{dn}{d\lambda}\right)^2},$$

где n — показатель преломления, λ —

длина волны в свободном пространстве, от λ для кварца (кривая 1), стёкол К8 (кривая 2) и ТФ1 (кривая 3). Как видно из графиков, сжатие импульса может иметь место только при длине волны $\lambda > \lambda_{кр}$ [11, 12], причём λ больше у стёкол с большим показателем преломления. Отношение продольных и поперечных масштабов сгустка поля определяется формулой

$$a \sim \sqrt{k_0\nu'_\omega} a_{\perp} = 0,1 \cdot a_{\perp},$$

если длина волны $\lambda_0 = \frac{2\pi}{\omega_0}$ на несущей частоте ω_0 больше $\lambda_{кр}$ на несколько процентов. Энергия поля в импульсе $W \sim P_{кр} \tau_u \sim 10^{-8}$ Дж при длительности импульса $\tau_u \sim 10^{-13}$ с при $\Delta\epsilon \approx 10^{-4}$.

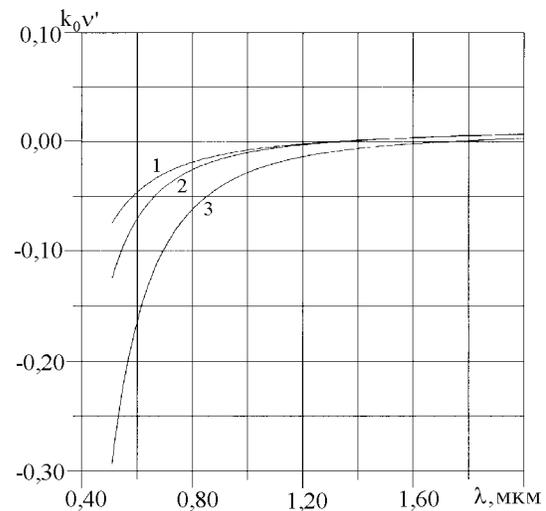


Рис. 3. Зависимость параметра $k_0\nu'_\omega$ от длины волны для различных стёкол: 1 — кварца, 2 — К8, 3 — ТФ1.

Автор благодарен В. И. Таланову за внимание к работе и полезные советы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Захаров В. Е., Кузнецов Е. А. // ЖЭТФ, 1986. Т. 91. В. 10(4). С. 1310.
2. Власов С. Н., Пискунова Л. В., Таланов В. И. // ЖЭТФ, 1989. Т. 95. № 6. С. 1945.
3. Silberberg З. А. // Optics Lett., 1990. V. 15. № 22. P. 1282.
4. McLaughlin D. W., Papanicolaou G. C., Sulem C., Sulem P. L. // Phys.Rev. A, 1986. V. 34. № 2. P. 1200.
5. Rypdal К., Rasmussen J. J. // Physika Scripta, 1986. V. 33. № 6. P. 481.
6. Беспалов В. И., Литвак А. Г., Таланов В. И. Самовоздействие электромагнитных волн в кубичных изотропных средах: Сб. Нелинейная оптика. — Новосибирск: Наука, 1968. С. 428.
7. Hocking L. M., Stewartson K., Stuart J. T. // J. of Fluid Mechanics, 1972. V. 51. № 4. P. 705.
8. Wood D. // Studies in Appl. Math., 1984. V. 71. № 2. P. 103.
9. Власов С. Н., Таланов В. И. Самофокусировка волн. — Н.Новгород: ИПФ РАН, 1997.
10. Chiao R. Y., Garmire E., Townes C. H. // Phys. Rev. Lett., 1964. V. 13. № 15. P. 479.
11. Грудинин А. Б., Дианов Е. М., Коробкин Д. В., Хайдаров Д. В. Нелинейные оптические явления в волоконных световодах. — В кн.: Труды ИОФАН. Волоконная оптика /Под ред. Е. М. Дианова. — М.: Наука, 1990. Т. 23. С. 3.
12. Козлов С. А., Сазонов С. В. // ЖЭТФ, 1997. Т. 111. В. 2. С. 404.

Институт Прикладной Физики
Российской Академии наук,
г.Н.Новгород, Россия

Поступила в редакцию
12 ноября 1998 г.

**ON THE STRUCTURE OF SELFSQUEEZING BLOBS OF ELECTROMAGNETIC FIELDS IN DISPERSIVE MEDIUM
WITH CUBIC NONLINEARITY**

S. N. Vlasov

We obtain asymptotic solution of non-linear Schrödinger equation of dimension (3+1) that describes electromagnetic field structure near the singularity arising due to modulation—self-focusing instability in dispersive medium with cubic nonlinearity. According to the developed theory, there is finite area of the medium in which electromagnetic energy flux is directed toward the singularity. The energy contained in this volume is the characteristic parameter of the problem. This energy is found to be limited, and its value depends on the parameters of the medium and the amplitude of electromagnetic field that gives rise to the singularity. This value is much less than the energy contained in characteristic volume of the most rapid instabilities of the field perturbations with homogeneous amplitude distribution. In conclusion, we consider possible application of the collapse phenomenon for electromagnetic pulse formation.

УДК 621.373.826

ИНВАРИАНТЫ ВСТРЕЧНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ФЕМТОСЕКУНДНЫХ СВЕТОВЫХ ИМПУЛЬСОВ

К. Ю. Никитенко, В. А. Трофимов

В работе получены инварианты встречного взаимодействия фемтосекундных световых импульсов в нелинейной среде. Показано, что в процессе взаимодействия амплитуда гармоники на частоте, определяемой дисперсией нелинейного отклика среды, осциллирует вдоль трассы распространения с пространственной частотой, определяемой также дисперсией нелинейности. Данный результат необходимо учитывать, в частности, при компьютерном моделировании взаимодействия встречных световых импульсов.

Как известно, в настоящее время интенсивно развивается область лазерной физики, связанная с взаимодействием фемтосекундных лазерных импульсов с веществом [1–6]. Это связано с уникальностью характеристик таких систем и их практическим применением во многих областях техники. Одним из эффективных способов исследования такого взаимодействия является компьютерное моделирование. Однако отсутствие в литературе инвариантов взаимодействия фемтосекундных лазерных импульсов с веществом делает практически невозможным построение консервативных разностных схем [7], которые применительно к задачам нелинейной оптики развивались в [8]. Инварианты нелинейного взаимодействия лазерного излучения позволяют также провести качественный анализ такого взаимодействия. На протяжении ряда лет нами строятся инварианты распространения сверхкоротких лазерных импульсов [9–11]. Однако они получены в случае нелинейного распространения одного фемтосекундного лазерного импульса. В настоящей же работе записаны инварианты широко встречающегося в лазерных системах взаимодействия встречных фемтосекундных импульсов в нелинейной среде.

Процесс взаимодействия встречных фемтосекундных лазерных импульсов с учётом линейной дисперсии второго порядка нелинейного отклика среды описывается следующей системой безразмерных уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{\partial A_+}{\partial t} + \frac{\partial A_+}{\partial z} + iD \frac{\partial^2 A_+}{\partial t^2} + i\alpha(A_+\varepsilon_+) + \gamma\alpha \frac{\partial}{\partial t}(A_+\varepsilon_+) &= 0, \\ \frac{\partial A_-}{\partial t} - \frac{\partial A_-}{\partial z} + iD \frac{\partial^2 A_-}{\partial t^2} + i\alpha(A_-\varepsilon_-) + \gamma\alpha \frac{\partial}{\partial t}(A_-\varepsilon_-) &= 0 \end{aligned} \quad (1)$$

с начальными и граничными условиями

$$A_+ \Big|_{z=0} = A_{+0}(t), \quad A_- \Big|_{z=0} = A_{-0}(t), \quad A_{\pm} \Big|_{t=0, L_t} = 0, \quad \frac{\partial A_{\pm}}{\partial t} \Big|_{t=0, L_t} = 0. \quad (2)$$

Здесь A_{\pm} — комплексные амплитуды падающего и встречного импульсов, нормированные на их максимальные значения, z — продольная координата, нормированная на длину нелинейной среды, t — время, измеряемое в единицах характерного времени прохождения импульсом нелинейной среды, D — отношение длины среды к дисперсионной длине расплывания импульса, L_t определяет временной интервал анализа распространения световых импульсов, α — отношение начальной плотности энергии импульса к плотности энергии, характеризующей самовоздействие, γ — произведение частоты импульса на характерное время прохождения импульсом нелинейной среды, ε_{\pm} — нелинейные отклики среды для падающей и встречной волн. В рамках данной работы полагается, что $\varepsilon_{\pm} = |A_{\pm}|^2 + 2|A_{\mp}|^2$ в случае одинакового вклада наведённых решёток диэлектрической проницаемости и $\varepsilon_{\pm} = |A_{\pm}|^2 + |A_{\mp}|^2$,

если времена жизни решёток существенно различаются (как это имеет место, например, в полупроводниках). Нелинейные среды с такими нелинейными зависимостями широко рассматриваются в литературе (см., например, [1–3]), в том числе и при выводе инвариантов встречного взаимодействия [12].

Сначала получим инвариант относительно энергии волн, умножив первое уравнение системы (1) на A_+^* , второе уравнение на A_-^* , первое уравнение сопряженной системы на A_+ , а второе — на A_- . Далее сложим результат домножения уравнений и проинтегрируем полученную систему уравнений по времени от 0 до L_t . С учётом начальных и граничных условий (2) получаем

$$\frac{\partial I_1}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z} \int_0^{L_t} \{|A_+|^2 - |A_-|^2\} dt = 0. \quad (3)$$

Следовательно, в процессе взаимодействия волн будет сохраняться величина

$$I_1 = \int_0^{L_t} \{|A_+|^2 - |A_-|^2\} dt = \text{const}. \quad (4)$$

Для записи следующего инварианта введём новые функции

$$\tilde{A}_\pm = A_\pm \exp(it/\gamma), \quad \tilde{P}_\pm = \int_0^t \tilde{A}_\pm d\eta. \quad (5)$$

Тогда исходная система (1) преобразуется к виду

$$\begin{aligned} \frac{\partial A_\pm}{\partial t} + \frac{\partial \tilde{A}_\pm}{\partial z} + iD \frac{\partial^2 \tilde{A}_\pm}{\partial t^2} + \frac{2}{\gamma} \frac{\partial \tilde{A}_\pm}{\partial t} - \frac{i}{\gamma^2} \tilde{A}_\pm - \frac{i}{\gamma} \tilde{A}_\pm + \gamma \alpha \frac{\partial}{\partial t} (\tilde{A}_\pm \varepsilon_\pm) &= 0, \\ \frac{\partial \tilde{P}_\pm}{\partial t} - \frac{\partial \tilde{P}_\pm}{\partial z} + iD \frac{\partial^2 \tilde{P}_\pm}{\partial t^2} + \frac{2}{\gamma} \frac{\partial \tilde{P}_\pm}{\partial t} - \frac{i}{\gamma^2} \tilde{P}_\pm - \frac{i}{\gamma} \tilde{P}_\pm + \gamma \alpha \tilde{A}_\pm \varepsilon_\pm &= 0 \end{aligned} \quad (6)$$

с начальными условиями для функций $\tilde{A}_\pm, \tilde{P}_\pm$ в виде

$$\tilde{A}_\pm \Big|_{t=0, L_t} = \frac{\partial \tilde{A}_\pm}{\partial t} \Big|_{t=0, L_t} = \tilde{P}_\pm \Big|_{t=0, L_t} = \frac{\partial \tilde{P}_\pm}{\partial t} \Big|_{t=0, L_t} = 0. \quad (7)$$

Умножим первое уравнение системы (5) на \tilde{P}_+ , второе на \tilde{P}_- , а уравнения системы (6) соответственно на \tilde{A}_+ и \tilde{A}_- . Складывая полученные выражения, получаем следующее уравнение:

$$\frac{\partial}{\partial z} \int_0^{L_t} \tilde{P}_\pm \tilde{A}_\pm dt - 2i \left(\frac{1}{\gamma^2} + \frac{1}{\gamma} \right) \int_0^{L_t} \tilde{P}_\pm \tilde{A}_\pm dt = 0. \quad (8)$$

Проинтегрировав уравнение (8)

$$\int_0^{L_t} \sum_{\pm} \tilde{A}_\pm(z, t) \exp\left(\frac{it}{\gamma}\right) dt = \int_0^{L_t} \sum_{\pm} \tilde{A}_\pm(0, t) \exp\left(\frac{it}{\gamma}\right) dt \exp\left(i \left(\frac{1}{\gamma^2} + \frac{1}{\gamma}\right) z\right) \quad (9)$$

и введя обозначение

$$I_2(z) = \int_0^{L_t} \sum_{\pm} \tilde{A}_\pm(z, t) \exp\left(\frac{it}{\gamma}\right) dt, \quad (10)$$

получим, что в процессе взаимодействия встречных импульсов величина $I_2(z)$ изменяется по закону

$$I_2(z) = I_2(0) \exp\left(i\left(\frac{1}{\gamma^2} + \frac{1}{\gamma}\right)z\right). \quad (11)$$

Следовательно, Фурье—гармоника на частоте $\omega = 1/\gamma$ в процессе распространения осциллирует вдоль координаты z с пространственной частотой, пропорциональной $1/\gamma^2$, что необходимо учитывать при компьютерном моделировании. Важно подчеркнуть, что записанный инвариант I_2 не зависит от вида нелинейного отклика среды, а определяется исключительно свойствами уравнения. Его смысл, по-видимому, может быть интерпретирован следующим образом: спектральная плотность гармоники на частоте $\omega = 1/\gamma$ не должна возрастать в процессе распространения светового импульса.

Заметим, что полученные инварианты легко обобщаются на случай пространственно модулированных пучков.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ и программы "Университеты России - фундаментальные исследования"(грант № 5142)

ЛИТЕРАТУРА

1. Агравал Г. Нелинейная волоконная оптика. /Перевод с англ. — М.: Мир, 1996.
2. Ахманов С. А., Выслоух В. А., Чиркин А. С. Оптика фемтосекундных лазерных импульсов. — М.: Наука, 1988.
3. Коротеев Н. И., Шумай И. Л. Физика мощного лазерного излучения. — М.: Наука, 1991.
4. Сухоруков А. П. Нелинейные волновые взаимодействия в оптике и радиофизике. — М.: Наука, 1988.
5. Ахманов С. А. Сверхсильные световые поля в нелинейной оптике, физике плазмы, технике рентгеновских источников. // Итоги науки и техники. Современные проблемы лазерной физики. — М.: Изд-во ВИНТИ, 1991. Т. 4. С. 5.
6. Громов Е. М., Таланов В. И. // Изв. РАН. Сер. Физическая, 1996. Т. 60. № 12. С. 16.
7. Самарский А. А. Теория разностных схем. — М.: Наука, 1983.
8. Карамзин Ю. Н., Сухоруков А. П., Трофимов В. А. Математическое моделирование в нелинейной оптике. — М.: Изд-во МГУ, 1989.
9. Трофимов В. А. // Изв. ВУЗов. Радиофизика, 1992. Т. 35. № 6-7. С. 618.
10. Трофимов В. А. // ЖВМ МФ, 1998. № 5 (в печати).
11. Трофимов В. А. // Изв. ВУЗов. Радиофизика, 1997. Т. 40. № 12.
12. Трофимов В. А. // Изв. ВУЗов. Радиофизика, 1990. Т. 33. № 8. С. 987.

Московский государственный
университет им. М.В.Ломоносова,
Россия

Поступила в редакцию
5 февраля 1998 г.

INVARIANTS OF COUNTER-WAVE INTERACTION OF PHEMTOSECOND LIGHT PULSES

K. Y. Nikitenko, V. A. Trofimov

We obtain invariants of counter-wave interaction of phemtosecond light pulses in nonlinear medium. It is shown that the harmonic amplitude at frequency defined by the dispersion of nonlinear response of the

medium oscillates along the propagation trace with the spatial frequency also defined by the dispersion of the nonlinearity. This result should be taken into account in numerical simulations of counter-wave interaction of light pulses.

УДК 577.3:534.2

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ВОЗМОЖНОСТЕЙ МНОГОКАНАЛЬНОЙ АКУСТИЧЕСКОЙ ТЕРМОТОМОГРАФИИ

*Е. В. Кротов, С. Ю. Ксенофонтов, А. Д. Мансфельд, А. М. Рейман, А. Г. Санин,
М. Б. Прудников*

Описаны результаты экспериментальных исследований по восстановлению профиля температур от нагретых источников методом акустической термометрии, проведённых с помощью многоканального сканирующего акустотермотомографа. Приведены оценки чувствительности реальной системы. Представлены результаты лабораторных экспериментов по локализации нагретых объектов в среде с поглощением и результаты экспериментов *in vivo* по регистрации изменения акустостойкой температуры конечностей человека в ответ на внешнее тепловое воздействие.

Для измерения внутренней температуры биологических тканей в последнее время разрабатывается пассивный неинвазивный метод, основанный на регистрации акустического излучения, порождаемого тепловым движением атомов и молекул среды. К достоинствам акустотермометрии можно отнести высокую пространственную разрешающую способность, к недостаткам — малую чувствительность [1]. Для компенсации низкой чувствительности возникает необходимость увеличения времени накопления сигнала до 5–10 с. Важным достоинством акустотермометрии является возможность картирования поля внутренних температур. Однако для получения пространственного распределения внутренней температуры приходится производить сканирование исследуемого объекта, измеряя интенсивность излучения, приходящего из различных направлений [2]. В результате время измерения одного распределения становится весьма большим, порядка 5–10 мин. Поэтому для практических приложений (например, в медицине) необходимо уменьшать время измерения, сохраняя чувствительность. Ускорить сканирование можно, применив несколько датчиков, подключённых к соответствующему числу радиометрических каналов. В нашей работе использовался 12 канальный радиометр. Дальнейшее увеличение числа каналов затруднительно из-за трудностей в размещении большого количества приёмных датчиков в ограниченном пространстве. Увеличение чувствительности происходит лишь пропорционально \sqrt{N} , где N — число каналов. Поэтому наряду с многоканальным приёмом необходимо увеличивать чувствительность и уменьшать время при каждом единичном измерении каждого из каналов.

Как правило, радиометрические измерения производятся с помощью модуляционного метода [3]. Чувствительность при таком измерении определяется выражением

$$\Delta T = \frac{kT_c}{\sqrt{\Delta f \cdot \tau}}, \quad (1)$$

где k — коэффициент, зависящий от типа модуляции (от 2 до 2,8), T_c — температура системы, Δf — полоса сигнала, τ — время усреднения. Как видно, чувствительность ухудшается в k раз из-за потери части сигнала вследствие модуляции на входе. Даже в приёмнике Грэхема, в котором используются оба полупериода модуляции, потеря чувствительности составляет $\sqrt{2}$.

В результате приходится увеличивать время усреднения в k^2 раз. Поэтому нами было предложено использовать приёмники компенсационного типа ($k = 1$), реальная чувствительность которых определяется выражением

$$\Delta T = T_c \sqrt{\frac{1}{\Delta f \cdot \tau} + \left(\frac{\Delta G}{G}\right)^2}, \quad (2)$$

где $\frac{\Delta G}{G}$ — отношение флуктуаций коэффициента усиления радиометрического приёмника по мощности к коэффициенту усиления, которое определяет ухудшение чувствительности радиометра из-за флуктуаций его усиления. В рассматриваемом случае произведение $\Delta f \cdot \tau$ имеет характерную величину порядка 10^6 , что существенно меньше, чем в радиоастрономических и радиотермографических приёмниках [4]. Кроме того, на частотах 2–3 МГц гораздо легче обеспечить стабильность коэффициента усиления, чем в СВЧ диапазоне, т.к. современная элементная база позволяет обеспечить необходимую стабильность усиления. Для этого требуется термостатирование элементов радиосхемы и применение усилительных каскадов, охваченных глубокими отрицательными обратными связями. При этом для повышения точности измерений имеется возможность периодической калибровки тракта по эталону температуры. Применение компенсационной схемы позволяет реализовать почти пятикратный выигрыш по времени или более чем двукратный выигрыш в чувствительности по сравнению с модуляционными методами. Для повышения скорости сканирования акустотермограф имеет 12 независимых каналов, датчики которых устанавливаются на едином сканирующем устройстве и могут поворачиваться с помощью механического привода.

Схема одного из каналов экспериментальной установки многоканального сканирующего акустотермографа представлена на рис. 1.

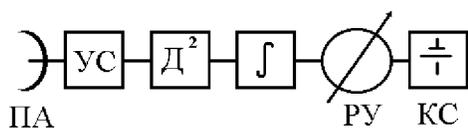


Рис. 1.

Акустотермометр работает следующим образом. Акустическое излучение регистрируется приёмной антенной (ПА), далее усиливается на усилителе высокой частоты (УС) и детектируется квадратичным детектором. После детектирования сигнал поступает на интегратор и проходит на регистрирующее устройство (РУ). Особенностью схемы является

применение цифрового интегрирования, на возможность которого указывается в [5], и которое в нашем устройстве осуществляется с помощью ЭВМ. С помощью ЭВМ производится также управление сканированием, томографическая обработка сигнала, отображение температурных профилей. Применение многоканального сканирующего устройства позволило существенно упростить методику картирования поля температур.

Акустическая антенна (рис. 2) представляет собой линейку из двенадцати приёмных датчиков, работающих на частоте 2 МГц. Каждый из датчиков состоит из круглой пьезокерамической пластинки, на которую нанесён согласующий четвертьволновый слой, обеспечивающий согласование датчика со средой и полосу пропускания порядка 1 МГц. Датчики могут синхронно поворачиваться с помощью двигателя и системы передачи в диапазоне углов $\pm 45^\circ$, и тем самым осуществляется сканирование объекта. Такое сканирование позволяет получить пространственное разрешение нагретых источников, несмотря на то, что каждый из элементов антенны в отдельности пространственным разрешением по дальности не обладает. Датчики находятся в антенном блоке, приём производится через звукопрозрачное окно. Внутренность блока заполнена иммерсионной жидкостью для термостатирования и обеспечения акустического контакта при сканировании. Положение датчиков изменяется с помощью шагового двигателя через систему передачи. Усиленный и протектированный сигнал от всех каналов через АЦП поступает в ЭВМ.

Для оценки чувствительности акустического радиометра сделаем оценку температуры системы T_c , которая определяется температурой среды T_{cp} , на которую направлена антенна, КПД антенны η , её термодинамической температурой T_a и температурой приёмника $T_{пр}$. Температура шума, приведённая к входу приёмного усилителя, определяется выражением

$$T_{вх.пр} = T_{cp}\eta + T_a(1 - \eta) + T_{пр}. \quad (3)$$

В свою очередь, $T_{пр} = (K_{ш} - 1)T_0$, где $K_{ш}$ — коэффициент шума приёмного усилителя, T_0 —

его термодинамическая температура. Тогда

$$T_{\text{вх.пр}} = T_{\text{ср}}\eta + T_a(1 - \eta) + (K_{\text{ш}} - 1)T_0. \quad (4)$$

В описанном эксперименте температура среды и температура антенны выравниваются с помощью термостата, а температура приёмника близка к комнатной, т.е. $T_{\text{ср}} \approx T_a \approx T_0$, тогда для температуры системы, т.е. температуры, приведённой ко входу антенны, получим простое выражение

$$T_c = \frac{T_{\text{вх.пр}}}{\eta} \approx \frac{T_0 K_{\text{ш}}}{\eta}. \quad (5)$$

В нашем случае измерения $K_{\text{ш}}$ дали величину порядка 1 дБ, а КПД датчика, измеренный методом переменных нагрузок [6], составляет 0,35–0,4. Тогда для $T_0 \approx 300$ К получим $T_c \approx 820$ К. При этом для $\Delta f \approx 1$ МГц и $\tau \approx 5$ с находим $\Delta T \approx 0,36$ К.

Прямые измерения чувствительности проводились по отклику акусторадиометра при измерении акустяркостной температуры масла, нагретого до различных температур. На рис. 3 показано изменение акустяркостной температуры при перемещении датчика из среды с $T = 286,7$ К в среду с $T = 292,1$ К для нескольких каналов радиометра. Вычисленное среднее квадратичное значение ΔT для разных каналов при $\tau = 5$ с составило величину 0,3–0,4 К.

Для локализации температурных полей по полученным данным применяется ART – алгоритм, описанный в работе [7]. С помощью описанной аппаратуры и алгоритма восстановления был проведён модельный эксперимент по локализации нагретых участков внутри среды, по акустическим свойствам близкой к биологическим объектам. Было проведено сканирование двух полистирольных трубок различной величины, находящихся на различном расстоянии от датчика, внутри которых находилось масло, подогреваемое никромовой проволокой с пропущенным через неё электрическим током. Трубки помещались в воду и в желатин. В одну из трубок была вмонтирована термопара. Разность температур, регистрируемая термопарой, составляла величину порядка 2–7°С.

По результатам сканирования была произведена компьютерная томографическая обработка данных. Точность локализации, определяемая как разность истинных координат источника и координат, полученных в результате восстановления изображения, составила величину порядка 2–4 мм.

На рис. 4 представлен результат реконструкции принятого сигнала от нагретой полистирольной трубки, находящейся в воде. Вода в данном эксперименте использовалась как среда без затухания, т.к. характерное расстояние прохождения излучения в исследуемом случае составляет величину порядка 5 см. Отметим, что шумы, образующиеся при реконструкции изображения, невелики по сравнению с изоб-

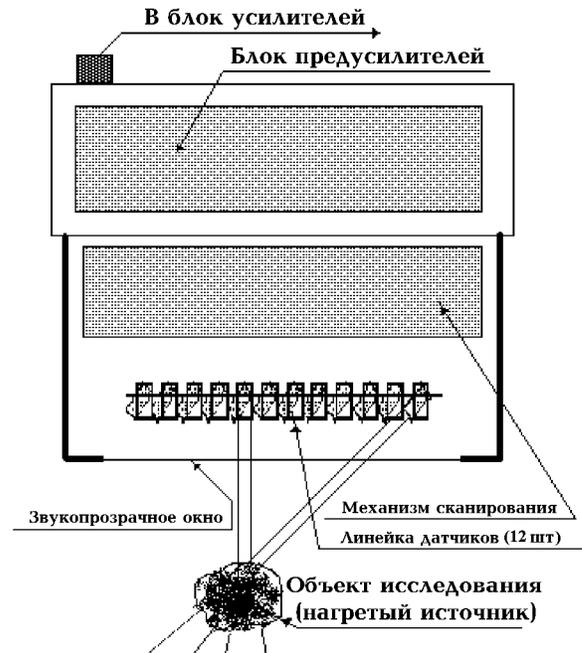


Рис. 2.

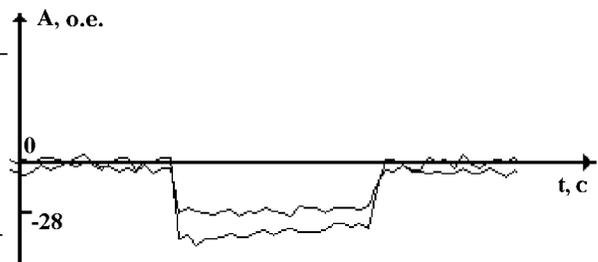


Рис. 3.

ражением реконструированного объекта и практически не влияют на качество томограммы. Следует отметить, что такое представление томограммы характерно для большинства случаев медицинской диагностики.

Далее рассмотрим результаты эксперимента по локализации объектов, находящихся в среде с затуханием порядка 2 дБ/см, близким к затуханию ультразвука в биологических тканях на выбранной частоте приёма 2 МГц. На рис. 5 и рис. 6 представлены результаты реконструкции распределения поля температур от одной и двух полистирольных трубок различного диаметра, нагретых до одинаковой температуры.

На рис. 5 приведены результаты реконструкции распределения поля акустоярких температур от нагретого источника, находящегося в желатине. В качестве такого источника использовалась полистирольная трубка с нагретым маслом. На рис. 5а представлено изображение, полученное при восстановлении профиля акустоярких температур по результатам сканирования нагретой полистирольной трубки. Сечение томографического изображения составляет 210×50 мм, время усреднения $\tau = 5$ с. На рис. 5б представлено изображение после сглаживания его двумерной низкочастотной фильтрацией.

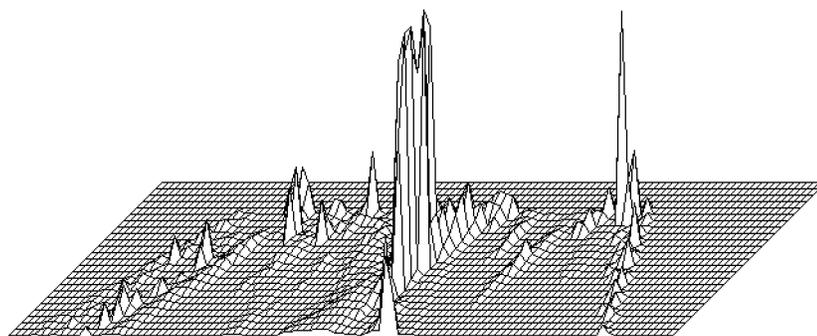


Рис. 4.

На рис. 6 показаны результаты реконструкции распределения поля акустоярких температур от двух нагретых источников, находящихся в желатине (а — реальное томографическое изображение, б — отфильтрованное). Как видно из рис. 5а и 5б, конечное томографическое изображение является более зашумлённым по сравнению с изображениями, получаемыми при расположении объекта в воде. Этот эффект можно объяснить тем, что для алгоритма алгебраической реконструктивной томографии (АРТ), используемого при томографической обработке данных в задачах подобного типа, необходим корректный расчёт матрицы весовых коэффициентов (МВК) [8]. При расчёте МВК очень важно как можно более точно учитывать реальную геометрию приёмной системы, включая размеры и взаимное расположение приёмных элементов, ракурсы сканирования, характеристики исследуемой среды, а также диаграмму направленности приёмных датчиков в плоскости сканирования. Любые неопределённости в знании этих параметров приводят как к систематическим погрешностям в определении местоположения источника, так и к появлению на изображении квазишумовых импульсов. В данном случае затухание в среде было учтено лишь приближённо, что существенно отразилось на качестве изображения, но не изменило общей картины эксперимента. Однако указанный эффект можно некоторым образом откорректировать, применив метод фильтрации пространственных частот конечного томографического изображения. Как видно из результатов, представленных на рис. 5б и 6б, фильтрация изображения несколько снижает амплитуду сигнала, полученного при реконструкции данных, но качественно картина распределения поля температур не изменяется, т.е. происходит выделение сигнала на фоне шумов. Это ещё более очевидно при яркостном представлении той же томограммы (рис. 7б). На рис. 7а представлена томограмма в яркостном виде после реконструкции. Этот результат даёт возмож-

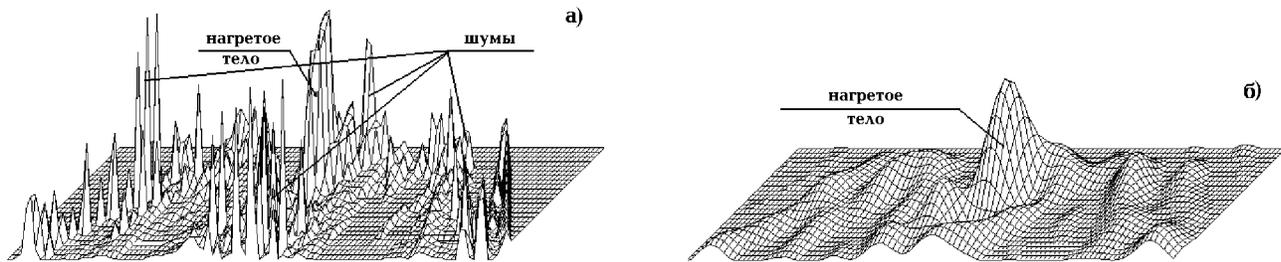


Рис. 5.

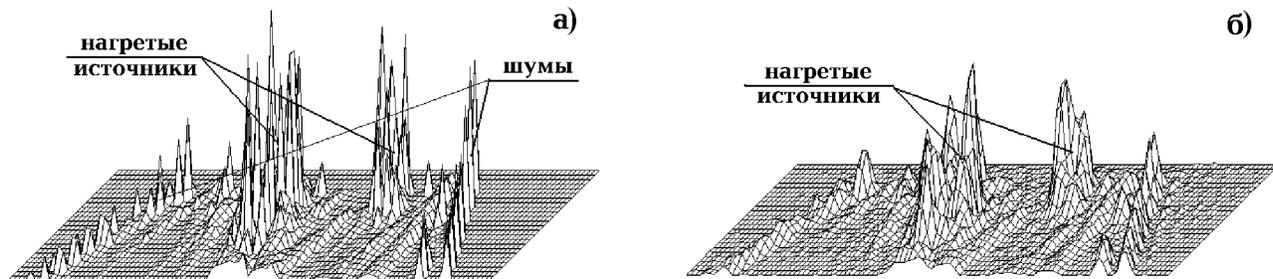


Рис. 6.

ность утверждать, что метод многоканальной акустотермометрии может быть применим в диагностике внутренних температурных неоднородностей реальных биологических тканей, где часто невозможно достоверно определить затухание в среде.

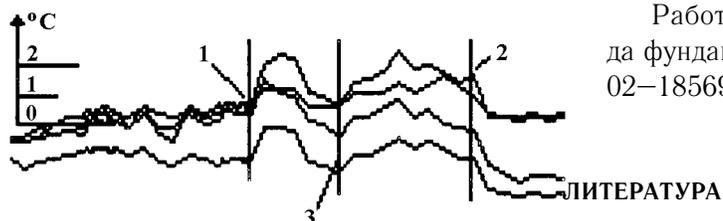


Рис. 7.

Построенная аппаратура позволила провести ряд экспериментов на реальных биологических тканях *in vivo*. Известно, что при воздействии на одну из конечностей с помощью какого-либо раздражителя реакция на него возникает и на другой конечности. На рис. 8 продемонстрирован температурный отклик икроножной мышцы при нагреве симметричной мышцы другой ноги. Эксперимент проходил следующим образом. Акустический датчик устанавливался на икроножной мышце левой ноги и калибровался в этом положении (запоминался уровень излучения). Через некоторое время (точка 1 на рис. 8) начинали нагревать икроножную мышцу правой ноги. Грелка была нагрета до 60°C. Время усреднения $\tau = 30$ с. После этого было зафиксировано изменение уровня сигнала во всех 12 каналах (на рис. 8 представлено 5 из них). Точкой 2 на рисунке показан конец нагрева. Колебательный вид этой кривой (область 3 на рис. 8) характерен для процессов регуляции в биологических объектах.

Очевидно, что в данном случае регистрируется температура не только поверхности, но и приповерхностного слоя тканей, т.к. акустическая яркость одного тонкого поверхностного слоя недостаточна для столь существенного изменения акустотермометрической температуры.

Таким образом, в результате работы продемонстрирована возможность акустотермографической локализации тепловых источников в средах с большим затуханием, характерным для биологических тканей, а также возможность регистрации откликов внутренней температуры живых объектов на внешние воздействия.



Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 96-02-18569).

1. Гуляев Ю. В., Гудик В. Э., Дементиенко В. В., Пасечник В. И., Рубцов А. А. // ДАН СССР, 1985. Т. 283. № 6. С. 1495.
2. Физика визуализации изображений в медицине. Пер. с англ. /Под. ред. С.Уэбба. — М. Мир. 1991.
3. Пасечник В. И. // Радиотехника, 1991. № 8. С. 77.
4. Краус Дж. Д. // Радиоастрономия. Пер. с англ. /Под. ред. Железнякова В. В. — М.: Сов. радио. 1973.
5. Ohlson J. E. // Radio Sci., 1971. V. 6. № 3. P. 341.
6. Санин А. Г., Чичагов П. К., Рейман А. М. Ультразвуковая диагностика. — Горький: ИПФ РАН СССР, 1983. С. 21.
7. Ксенофонтов С. Ю., Мансфельд А. Д., Рейман А. М. // Изв. ВУЗов. Радиофизика, 1997. Т. XL. № 6. С. 752.
8. Sensor Y. // Proceedings of the IEEE, 1983. V. 71. № 3. P. 409.

Институт прикладной физики РАН,
Россия

Поступила в редакцию
20 ноября 1998 г.

EXPERIMENTAL STUDY OF THE CAPABILITIES OF MULTICHANNEL ACOUSTIC THERMOTOMOGRAPHY

E. V. Krotov, S. Yu. Ksenofontov, A. D. Mansfeld, A. M. Reyman, A. G. Sanin, M. B. Prudnikov

We describe the results of experimental studies on reconstruction of temperature profiles of heated object the method of acoustic thermometry. The measurements are made with multichannel scanning acoustic thermotomograph. The sensitivity of real system is estimated. We present the results of laboratory experiments on localization of heated sources in absorbing medium and *in vivo* experiments on registration of variation of acoustic brightness temperature of human limbs caused by external heating.

УДК 534.113

ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ ПОВЕРХНОСТНЫХ И ВЫТЕКАЮЩИХ ПОВЕРХНОСТНЫХ АКУСТИЧЕСКИХ ВОЛН В НОВЫХ ПЬЕЗОКРИСТАЛЛАХ KNbO_3 , PKN , LGN

М. Ю. Двоешерстов, А. П. Чириманов

Проведён численный анализ свойств поверхностных акустических волн (ПАВ), а также вытекающих поверхностных акустических волн (ВПАВ) в пьезоэлектрических кристаллах KNbO_3 , $\text{Pb}_2\text{KNb}_5\text{O}_{15}$ (PKN), $\text{La}_3\text{Ga}_{5,5}\text{Nb}_{0,5}\text{O}_{14}$ (LGN). Найдены оптимальные термостабильные срезы и направления, в которых ПАВ имеют высокую фазовую скорость, рекордно высокий коэффициент электромеханической связи и небольшой угол между фазовой и групповой скоростями. Найдены срезы и направления, в которых возможно существование ВПАВ, и рассчитаны их характеристики (скорость, коэффициент электромеханической связи, угол между фазовой и групповой скоростями, температурный коэффициент скорости, коэффициент поверхностного поглощения вдоль направления распространения ВПАВ).

ВВЕДЕНИЕ

Большой интерес для создания термостабильных высокочастотных устройств на ПАВ (генераторы, фильтры, линии задержки и т.д.) представляют недавно созданные термостабильные акустопроводы с очень сильной пьезосвязью: KNbO_3 ромбической сингонии ($\text{mm}2$ класс симметрии) [1], PKN орторомбической сингонии (C222 класс симметрии) [2] и LGN тригональной сингонии (3:2 класс симметрии) [3].

Как известно [4], ПАВ представляет собой в общем случае линейную комбинацию четырёх парциальных волн, каждая из которых затухает при смещении в глубь кристалла почти до нуля примерно на расстоянии нескольких длин волн. Для некоторых срезов и направлений кристалла можно найти также решения, соответствующие вытекающим поверхностным волнам (ВПАВ), а также высокоскоростным вытекающим поверхностным волнам (ВВПАВ) [5, 6]. Волновой вектор ВПАВ лежит в сагиттальной плоскости, но наклонён под небольшим углом к поверхности. При этом часть волны уносит энергию от поверхности в глубь кристалла. Данный тип волн удовлетворяет большинству требований, предъявляемых к поверхностным акустическим волнам, и поскольку коэффициент поверхностного поглощения в направлении распространения на единицу длины волны обычно мал (меньше 0,01 дБ), ВПАВ хорошо наблюдается в эксперименте. Фазовая скорость ВПАВ обычно лежит в интервале между значениями скоростей первой и второй сдвиговых объёмных волн. При произвольном направлении распространения в кристалле ВПАВ имеет все три компоненты смещения U_1 , U_2 , U_3 и потенциал φ (в отличие от направлений чистой моды), однако сдвиговая компонента смещения U_2 преобладает. Фазовая скорость ВВПАВ приближается к скорости продольной объёмной волны и имеет преимущественно продольную компоненту смещения U_3 . Скорость ВПАВ на 40 % выше, чем скорость ПАВ, а скорость ВВПАВ выше на 100 %, чем скорость ПАВ. Возбуждая ВПАВ и ВВПАВ классической встречно-штыревой системой, при той же предельной технике литографии можно продвинуться в область более высоких частот при создании акустоэлектронных устройств и реально создавать устройства на ВПАВ и ВВПАВ, работающие в гигагерцовом диапазоне частот. Кроме того, ВПАВ и ВВПАВ в меньшей степени, нежели ПАВ, чувствительны к процессам старения поверхности, а также к качеству её обработки [7].

В разделе 1 рассмотрен метод численного анализа свойств ПАВ, ВПАВ и ВВПАВ с помощью техники Фарнелла [4] и Адлера [8] в различных срезах и направлениях кристалла, с использованием волновых уравнений движения, уравнений Максвелла и граничных условий.

В разделе 3 произведён численный расчёт свойств ПАВ в кристаллах KNbO_3 и РКН Y -среза, который традиционно описывается углами Эйлера (f_1, f_2, f_3) [9]. Найдены срезы и направления в этих кристаллах, где возможно существование ВПАВ и ВВПАВ и рассчитаны их характеристики.

В разделах 4, 5 приведены оптимальные температурностабильные срезы и направления в новом кристалле LGN и рассчитаны рабочие характеристики ПАВ, ВПАВ и ВВПАВ (скорость V , коэффициент электромеханической связи K^2 , угол между направлениями фазовой и групповой скоростей θ , возникающий за счёт анизотропии кристалла, температурный коэффициент скорости ТКС). Для ВПАВ, ВВПАВ рассчитан также коэффициент поверхностного поглощения (в дБ на длину волны) вдоль направления распространения.

1. МЕТОД ЧИСЛЕННОГО АНАЛИЗА ХАРАКТЕРИСТИК ПАВ, ВПАВ И ВВПАВ В ПЬЕЗОКРИСТАЛЛАХ

Общая задача о распространении ПАВ, ВПАВ и ВВПАВ в пьезокристаллах в квазистационарном приближении (скорость акустической волны на пять порядков меньше скорости электромагнитных волн в кристалле) [4–6] требует решения системы четырёх связанных волновых уравнений для электрического потенциала и трёх составляющих упругого смещения в свободном от зарядов пьезоэлектрике

$$\rho \frac{\partial^2 U_j}{\partial t^2} - C_{ijkl} \frac{\partial^2 U_k}{\partial X_i \partial X_l} - e_{kij} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial X_k \partial X_i} = 0, \quad (1)$$

$$e_{ikl} \frac{\partial^2 U_k}{\partial X_i \partial X_l} - \varepsilon_{ik} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial X_k \partial X_i} = 0, \quad (2)$$

где коэффициенты i, j, k, l принимают значения 1, 2, 3; ρ — плотность пьезокристалла, t — время, C_{ijkl} — тензор четвёртого ранга упругих констант, e_{ijk} — тензор третьего ранга пьезоэлектрических констант, ε_{ik} — тензор второго ранга диэлектрических констант, U_i — компоненты смещения, φ — электрический потенциал, X_i — координата. Как обычно, в уравнениях (1) и (2) по повторяющимся индексам подразумевается суммирование. Потенциал в свободном пространстве удовлетворяет уравнению Лапласа $\Delta \varphi = 0$.

Тензоры, определяющие свойства пьезокристалла, обычно выражены через координаты по кристаллографическим осям. При помощи углов Эйлера [9], которые определяют срез кристалла и направление распространения волны, табулированные значения констант кристалла сначала приводят к системе осей, выбранных с учётом специфики задачи. Три угла Эйлера f_1, f_2, f_3 определяют повороты вокруг кристаллографических осей X, Y, Z кристалла. Воспользуемся правой прямоугольной системой координат, в которой f_1 — угол первого поворота вокруг оси Z , f_2 — угол второго поворота вокруг оси X , f_3 — угол третьего поворота по поверхности подложки от оси X , задающий направление распространения волны. Необходимо преобразовать тензоры упругих, пьезоэлектрических и диэлектрических констант из кристаллографической системы координат X, Y, Z в новую выбранную систему координат рассматриваемой задачи X_1, X_2, X_3 . В этой системе координат ось X_1 задаёт направление распространения волны, а ось X_3 направлена перпендикулярно к поверхности кристалла (см. рис. 1).

Решения волновых уравнений (1), (2) представляют собой поверхностные акустические волны в случае, если механические смещения убывают по мере удаления от поверхности $X_3 = 0$ в глубь кристалла и имеют прямолинейный фронт (амплитуда смещений на плоскости постоянной фазы на любой глубине не зависит от расстояния до сагиттальной плоскости $X_1 X_3$, но зависит от координаты X_3), а электрический потенциал стремится к нулю при бесконечном удалении от поверхности кристалла. В

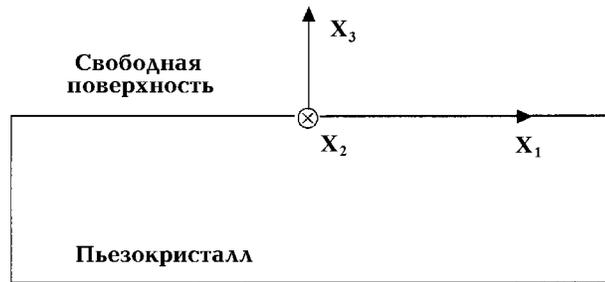


Рис. 1.

общем случае три компоненты смещения U_i и электрический потенциал φ могут быть описаны линейной комбинацией парциальных волн в следующей форме:

$$U_i = \sum_{m=1}^4 A_m C_i^{(m)} \exp[jK(\beta^{(m)} X_3 + \alpha X_1 - Vt)], \quad (3)$$

$$\varphi = \sum_{m=1}^4 A_m C_4^{(m)} \exp[jK(\beta^{(m)} X_3 + \alpha X_1 - Vt)], \quad (4)$$

где $i = 1, 2, 3$, $\beta^{(m)}$ — коэффициент затухания волны вдоль оси X_3 , $C_i^{(m)}$ — амплитудные множители, A_m — весовые коэффициенты, V — фазовая скорость волны, $K = 2\pi/\lambda$ — волновой вектор, λ — длина волны, α — коэффициент поверхностного поглощения вдоль направления распространения ВПАВ или ВВПАВ.

При поиске решения в виде ПАВ предполагается, что волновой вектор всегда параллелен свободной поверхности, а плоскости постоянной фазы всегда перпендикулярны свободной поверхности. Формально считается, что множитель в выражениях (3) и (4), зависящий от координаты X_3 , определяет амплитуду смещений, а волновые свойства решения определяются множителем $\exp[jK(aX_1 - Vt)]$. Таким образом, амплитуда смещений на плоскости постоянной фазы зависит только от координаты X_3 , поэтому коэффициент α действителен и в выбранной системе координат (см. рис. 1) равен единице. При поиске решений в виде ВПАВ, ВВПАВ амплитуда смещений зависит также и от координаты X_1 , поэтому коэффициент поверхностного поглощения α должен быть комплексной величиной: $\alpha = 1 + j\delta$, где δ — декремент затухания.

Подставляя решения (3), (4) в систему уравнений (1), (2), получим систему характеристических уравнений для амплитуд смещений и потенциала, где в качестве неизвестных параметров входят фазовая скорость волны V и коэффициент α . В общем случае система характеристических уравнений сводится к уравнению восьмой степени относительно $\beta^{(m)}$. При поиске решений в виде ПАВ из 8 корней $\beta^{(m)}$ выбираются четыре корня, лежащие в нижней комплексной полуплоскости, удовлетворяющие физическому смыслу (в качестве неизвестного параметра в уравнение входит фазовая скорость V). При поиске решений в виде ВПАВ добавляется ещё один неизвестный параметр — коэффициент поглощения α . При этом, как известно [5], при поиске решений в виде ВПАВ один из четырёх корней $\beta^{(m)}$ выбирается с положительной мнимой частью, а при поиске решения в виде ВВПАВ два корня выбираются с положительной мнимой частью и с отрицательной действительной частью.

Коэффициент α и значения фазовой скорости V , которые содержатся в явном виде в выражениях (3), (4) и в неявном виде в корнях $\beta^{(m)}$ и в амплитудных множителях $C_i^{(m)}$, должны выбираться так, чтобы удовлетворялись граничные условия на поверхности кристалла: отсутствие напряжений на поверхности акустопровода $T_{3j} = 0$, ($j = 1, 2, 3$) при $X_3 = 0$ и непрерывность нормальной компоненты

вектора электрической индукции D_3 на границе раздела вакуум—кристалл. Используя эти граничные условия по методике Фарнелла—Джонса [4] итерационным методом можно найти фазовую скорость волны, а также коэффициент поверхностного поглощения ВПАВ вдоль направления распространения X_1 . В качестве критерия правильности определения скорости волны и коэффициента α в общем случае анизотропной среды обычно выбирают оценку величины комплексного определителя граничных условий [4] либо комплексной функции эффективной диэлектрической проницаемости для свободной и металлизированной поверхностей кристалла. В случае анализа комплексной функции эффективной диэлектрической проницаемости, выражения для которой приведено в работе Адлера [8] необходимо проверить обращение в нуль действительной и мнимой части этой функции.

Наиболее подходящей стратегией поиска является способ, основанный на уменьшении интервала, содержащего минимальное значение функции (например способ золотого сечения [10]), дающий быструю сходимость. При таком поиске итерации продолжают до тех пор, пока положение минимума функции внутри заранее выбранного интервала не будет определено в пределах заданной точности искомых величин. Вычислив скорости V_0 на свободной и V_M на металлизированной поверхностях, можно определить коэффициент электромеханической связи $K^2 = 2(V_0 - V_m)/V_0$ и угол между направлением фазовой и групповой скоростей $\theta = \arctg((1/V)(\partial V/\partial f))$, где f — угол Эйлера (поворот по поверхности акустопровода). Используя температурные зависимости модулей упругости, пьезо- и диэлектрических констант, можно определить температурный коэффициент скорости $TKC = (1/V)(\partial V/\partial T)$, температурный коэффициент задержки $TKZ = a - (1/V)(\partial V/\partial T)$, где a — температурный коэффициент линейного расширения в направлении распространения волны, T — температура. Кроме того, используя соотношения (3), (4), можно полностью определить структуру акустической волны (компоненты механических смещений U_i и потенциал φ на поверхности и в глубине кристалла).

2. ПАВ, ВПАВ И ВВПАВ В КРИСТАЛЛЕ KNbO_3

В этом разделе приведены результаты численных расчётов характеристик ПАВ, ВПАВ и ВВПАВ в кристалле KNbO_3 . Величины упругих, пьезоэлектрических и диэлектрических констант, плотности пьезокристалла, а также тип симметрии кристалла взяты из работы [1]. На рис. 2 показана рассчитанная скорость ПАВ в Y -срезе (углы Эйлера $f_1 = 0^\circ$, $f_2 = 90^\circ$) кристалла KNbO_3 для свободной (сплошная линия) и металлизированной (штриховая линия) поверхности в зависимости от угла Эйлера f_3 . Как видно из рисунка, для YX -среза (угол Эйлера $f_3 = 0^\circ$), фазовая скорость ПАВ на свободной поверхности равна 3,920 км/с, на металлизированной — 2,889 км/с. При этом коэффициент электромеханической связи имеет рекордную величину $K^2 = 0,53$, что примерно в десять раз превышает величину K^2 у наиболее известного пьезокристалла ниобата лития LiNbO_3 ($K^2 = 0,055$) в YZ -срезе. На рис. 2 пунктирной линией с крестиками показана также экспериментально измеренная скорость ПАВ [12] в Y -срезе. Видно, что теоретическая и экспериментальная кривые хорошо согласуются. На рис. 3 показан рассчитанный угол θ между направлениями фазовой и групповой скоростей в Y -срезе кристалла. Для YX -среза ($f_3 = 0^\circ$) угол θ не превышает нескольких градусов ($\theta = 1^\circ$ на свободной (сплошная линия) и $\theta = 10^\circ$ на металлизированной (штриховая линия) поверхностях).

Были найдены также решения для ВПАВ в Y -срезе KNbO_3 в области углов Эйлера f_3 от 80° до 90° . Как показано на рис. 4а, фазовая скорость ВПАВ на свободной поверхности (сплошная линия), лежит в интервале от 3,7086 км/с до 3,716 км/с, а на металлизированной поверхности (штриховая линия) — в интервале от 3,575 км/с до 3,589 км/с. В Y -срезе кристалла для угла Эйлера $f_3 = 90^\circ$ ВПАВ имеет наибольший коэффициент электромеханической связи $K^2 = 0,068$. При этом коэффициент поверхностного поглощения вдоль направления распространения мал и составляет 0,0000052 дБ

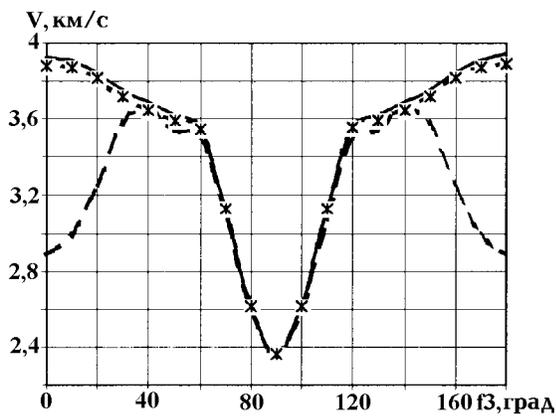


Рис. 2.

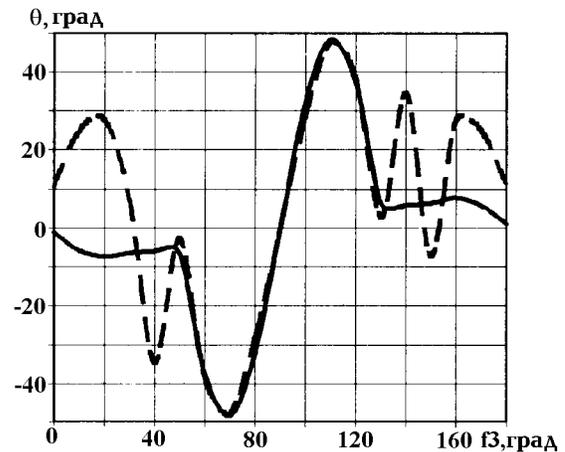


Рис. 3.

на длину волны на свободной поверхности и 0,000006 дБ на длину волны на металлизированной поверхности. Для данного направления рассчитанная скорость ВПАВ равна 3,716 км/с и лежит в интервале между значениями скоростей первой V_1 и второй V_2 сдвиговых объёмных волн ($V_1 = 2,324$ км/с, $V_2 = 4,005$ км/с). Фазовая скорость ПАВ при этом равна 3,320 км/с. Анализируя амплитуду смещений, можно сделать вывод, что у ВПАВ преобладающей является сдвиговая компонента смещения U_2 .

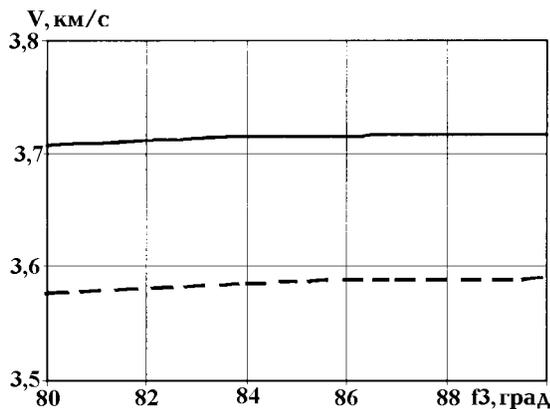


Рис. 4а.

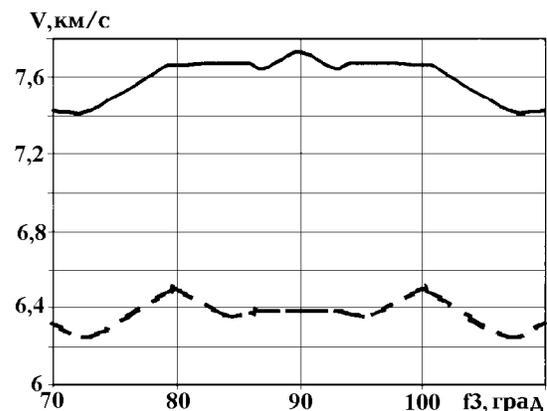


Рис. 4б.

На рис. 4б показана зависимость фазовой скорости ВВПАВ в Y -срезе KNbO_3 в интервале углов Эйлера f_3 от 70° до 110° . Как видно из рис. 4б, при угле Эйлера $f_3 = 90^\circ$ наибольшая фазовая скорость ВВПАВ на свободной поверхности (сплошная линия) равна 7,736 км/с, на металлизированной поверхности (штриховая линия) — равна 6,3838 км/с. Коэффициент поверхностного поглощения вдоль направления распространения на свободной поверхности равен 0,00000052 дБ, а на металлизированной поверхности $\alpha = 5,08$ дБ. Для угла Эйлера $f_3 = 90^\circ$ получено рекордное значение коэффициента электромеханической связи $K^2 = 0,35$. Фазовая скорость ВВПАВ в данном направлении ($f_1 = 0^\circ$, $f_2 = 90^\circ$, $f_3 = 90^\circ$) равна 7,736 км/с и находится между значениями скоростей второй сдвиговой ($V_2 = 4,005$ км/с) и продольной ($V_L = 7,7365$ км/с) объёмных волн. При углах f_3 меньших 70° на свободной поверхности также найдены решения для ВВПАВ. Например, при $f_3 = 40^\circ$ фазовая скорость волны равна 6,922 км/с, поглощение $\alpha = 0,0000015$ дБ на длину волны. Заметим, что в смещениях ВВПАВ преимущественно преобладает продольная компонента смещения U_1 . В работе [11] показано, что данный кристалл достаточно термостабилен и приведены экспериментально измеренные

ТКЗ ПАВ для срезов 45° YX и 60° YX . Показано, что для этих срезов ТКЗ при комнатной температуре практически равен нулю. Можно предположить, что для ВПАВ и ВВПАВ можно также найти температурностабильные срезы и направления в кристалле $KNbO_3$.

3. ПАВ, ВВПАВ В КРИСТАЛЛЕ РКН

Величины упругих, пьезоэлектрических и диэлектрических констант для кристалла РКН взяты из работы [2]. Были рассчитаны характеристики ПАВ в Y -срезе кристалла ($f_1 = 0^\circ$, $f_2 = 90^\circ$, f_3). Для $f_3 = 0^\circ$ (YX -срез) коэффициент электромеханической связи K^2 ПАВ имеет наибольшее значение 0,23. При этом фазовая скорость ПАВ равнялась 3,055 км/с. При конструировании линий задержек на ПАВ возникает потребность в поиске низкоскоростных ПАВ. Для угла $f_3 = 80^\circ$ фазовая скорость ПАВ равна 2,270 км/с. при этом $K^2 = 0,057$.

ВВПАВ были найдены в Y -срезе в интервале углов f_3 от 60° до 120° и в X -срезе в интервале углов f_3 от 70° до 110° . Для примера, в Y -срезе ($f_1 = 0^\circ$, $f_2 = 90^\circ$, $f_3 = 60^\circ$) фазовая скорость ВВПАВ на свободной поверхности $V = 5,263$ км/с, поглощение вдоль направления распространения $\alpha = 0,035$ дБ на длину волны, коэффициент электромеханической связи $K^2 = 0,259$.

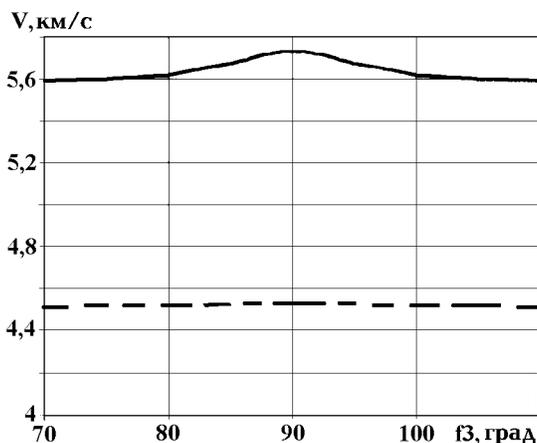


Рис. 5а.

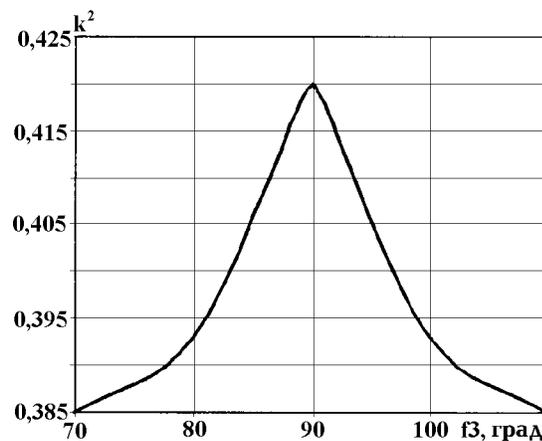


Рис. 5б.

На рис. 5а показана рассчитанная фазовая скорость ВВПАВ в X -срезе кристалла РКН (сплошная линия — скорость на свободной поверхности, штриховая линия — на металлизированной). Результаты расчётов также показали (рис. 5б), что ВПАВ в X -срезе ($f_1 = 90^\circ$, $f_2 = 90^\circ$, $f_3 = 90^\circ$) кристалла РКН имеет наибольшее значение коэффициента электромеханической связи $K^2 = 0,42$. При этом фазовая скорость V на свободной поверхности равна 5,7313 км/с, на металлизированной поверхности — 4,5275 км/с, поглощение вдоль направления распространения на длину волны $\alpha = 1,6$ дБ на свободной поверхности и 2,28 дБ на металлизированной (скорости объёмных волн при этом $V_1 = 2,209$ км/с, $V_2 = 2,246$ км/с, $V_L = 5,556$ км/с, скорость ПАВ равна 2,170 км/с для свободной поверхности).

4. ПАВ, ВПАВ и ВВПАВ в кристалле LGN

В работе [12] были рассчитаны свойства поверхностных акустических волн в новом кристалле $La_3Ga_5SiO_{14}$ (LGS) тригональной сингонии. Показано, что кристалл LGS с точки зрения величины пьезосвязи занимает промежуточное положение между ниобатом лития и пьезокварцем. В работе [3]

приведены величины упругих, пьезоэлектрических и диэлектрических констант, а также их температурные зависимости для нового кристалла LGN. Как видно из этих данных, величины пьезоэлектрических констант у кристалла LGN выше, чем у кристалла LGS. Поэтому представляет интерес анализ свойств объёмных поверхностных, вытекающих поверхностных и высокоскоростных вытекающих поверхностных акустических волн в кристалле LGN.

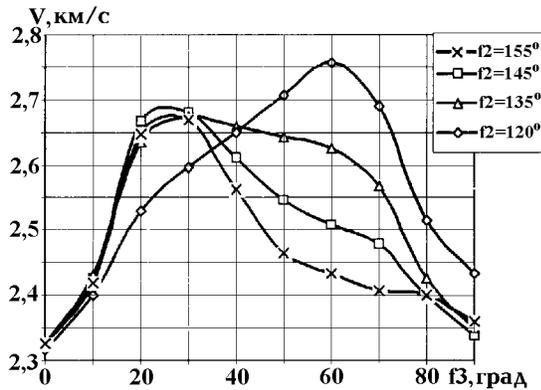


Рис. 6а.

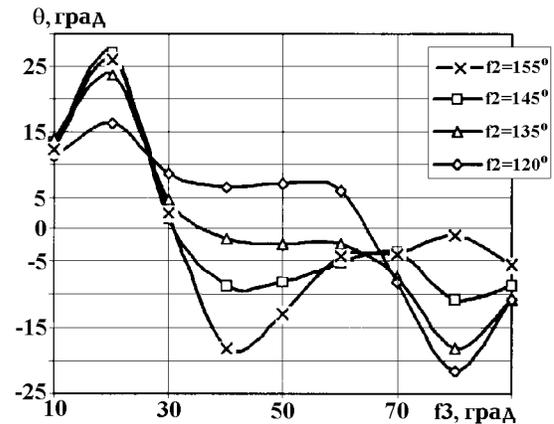


Рис. 6б.

На рис. 6 показаны зависимости фазовой скорости ПАВ (рис. 6а), угла между направлением фазовой и групповой скоростей θ (рис. 6б), а также температурного коэффициента скорости ПАВ (рис. 6в) для различных углов Эйлера f_1, f_2, f_3 . Коэффициент электромеханической связи K^2 имеет максимальное значение около 0,0042 для углов Эйлера $f_1 = 0^\circ, f_2 = 155^\circ, f_3 = 30^\circ$. При этом фазовая скорость ПАВ $V = 2,6675$ км/с, $\theta = 2,45^\circ$, ТКС = $8,12 \cdot 10^{-6}$ град $^{-1}$.

Для поворнутого Y-среза ($f_1 = 0^\circ, f_2 = 150^\circ$) в направлении $f_3 = 23,2^\circ$ в кристалле LGN найден рекордный коэффициент электромеханической связи $K^2 = 0,00587$. При этом скорость ПАВ $V = 2,709$ км/с. Заметим, что рассчитанный максимальный K^2 в кристалле LGN равнялся 0,004 [12].

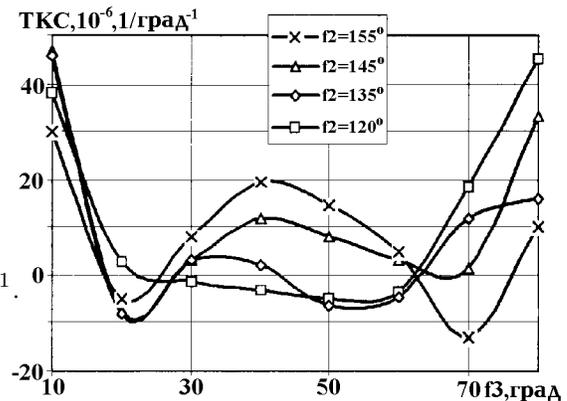


Рис. 6в.

В общем случае ПАВ имеет все три компоненты смещения и потенциал. Для примера на рис. 7 приведены нормированные на величину смещения U_1 при $X_3=0$ амплитуды смещений U_1, U_2, U_3 и потенциала φ ПАВ как функции глубины X_3/l для Y-среза с углами Эйлера $f_1 = 0^\circ, f_2 = 90^\circ, f_3 = 80^\circ$ в кристалле LGN. Как видно из рисунка, амплитуды смещений и потенциал ПАВ становятся пренебрежимо малыми на глубине нескольких длин волн от поверхности. Заметим, что компоненты смещений и потенциал ВПАВ убывают с глубиной почти до нуля на расстоянии около десятка длин волн [5], и, хотя основная часть энергии в волне распространяется почти параллельно поверхности, малая часть энергии излучается в подложку. На рис. 8 показана найденная зависимость фазовой скорости ВПАВ для свободной поверхности в области поворнутого Y-среза ($f_1 = 0^\circ, f_2, f_3 = 0^\circ$) в зависимости от угла Эйлера f_2 в интервале от 105° до 150° . Фазовые скорости ВПАВ находятся в интервале значений от 2,927 км/с до 3,14 км/с и лежат между скоростями первой и второй сдвиговых объёмных волн ($V_1 = 2,327$ км/с, $V_2 = 3,224$ км/с). При этом в интервале от 105° до 125° ВПАВ практически имеет

нулевое поглощение волны в направлении распространения (меньше 0,00000005 дБ на длину волны), в интервале от 130° до 150° поглощение достаточно большое ($\alpha = 0,7 \div 0,8$ дБ на длину волны). Угол между направлением фазовой и групповой скоростей в данном интервале углов f_2 для ВПАВ также мал (около $0,2^\circ$).

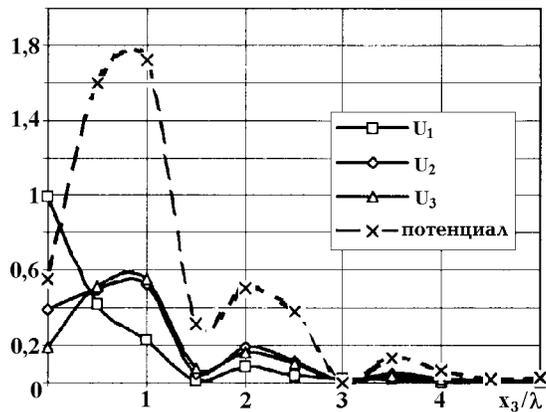


Рис. 7.

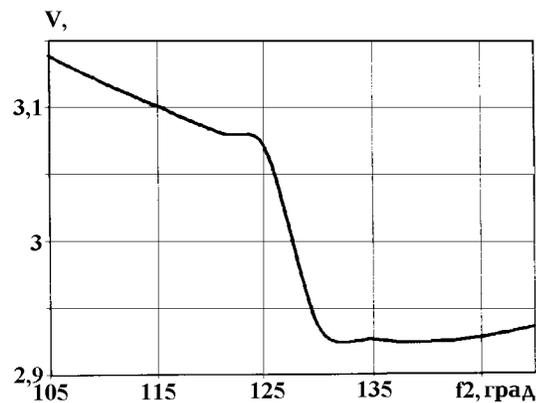


Рис. 8.

В кристалле LGN в Y -срезе ($f_1 = 0^\circ$, $f_2 = 90^\circ$) найдены также решения для ВВПАВ на свободной поверхности, которые существуют в интервале углов Эйлера от $f_3 = 10^\circ$ до 50° . При этом рассчитанные потери распространения были меньше 0,000001 дБ на длину волны. Например, фазовая скорость ВВПАВ для $f_3 = 50^\circ$ равна 7,289 км/с, потери распространения $\alpha = 10^{-7}$ дБ на длину волны. При этом фазовая скорость ВВПАВ больше скорости продольной объемной волны ($V_L = 6,206$ км/с).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведён численный анализ свойств объёмных, поверхностных, вытекающих поверхностных и высокоскоростных вытекающих поверхностных акустических волн в новых пьезоэлектрических кристаллах KNbO_3 , РКН, LGN. Найдены оптимальные срезы и направления, в которых ПАВ имеют высокую фазовую скорость, рекордно высокий коэффициент электромеханической связи, небольшой угол между направлениями фазовой и групповой скоростей в кристаллах KNbO_3 и РКН. Найдены температурностабильные срезы в кристалле LGN, в которых возможно существование ВПАВ и ВВПАВ, а также рассчитаны их характеристики (фазовая скорость, коэффициент электромеханической связи, угол между направлением фазовой и групповой скоростей, коэффициент поверхностного поглощения волны вдоль направления распространения, температурный коэффициент скорости).

Полученные результаты позволяют сделать вывод о том, что использование рассмотренных пьезокристаллов в акустоэлектронных устройствах может продвинуть их в рабочие частоты в гигагерцовый диапазон.

ЛИТЕРАТУРА

1. Zgonik M., Schleseser R. // J. Appl. Phys., 1993. V. 74. № 2. P. 1287.
2. Ren-ying Sun, Shi-ji Fan. — In: IEEE International Frequency Control Symposium, 1996. P. 33.
3. Pisarevsky Yu. V. — In: IEEE Frequency Control Symp., 1995. P. 653.
4. Олинер А. Поверхностные акустические волны. — М.: Мир, 1981.
5. Pereira do Cunha M. P. — In: IEEE Ultrasonics Symposium, 1996. P. 96.

6. Dvoeshertov M. Yu., Chirimanov A. P. — In: Abstracts of the International Symposium on Acousto-electronics, Frequency Control and Signal Generation, 1998. P. 33.
7. Морозов А. И., Проклов В. В., Станковский Б. А. Пьезоэлектрические преобразователи для радиоэлектронных устройств. — М.: Радио и связь, 1981.
8. Adler E. C. // IEEE Trans. and Ultrason. Ferroelectric, and Frequency control, 1994. V. 41. № 6. P. 876.
9. Симидзу Я., Ямомото Я. Взаимосвязь среза и характеристик ПАВ в подложке из LiNbO_3 . Деп. № ГД 72065. Пер. из журн.: Нихон онкегаккайси, 1980. Т. 36. № 7. С. 374.
10. Wilde D.J. Optimum seeking methods. Englewood cliffs, 1964. ch. 2.
11. Yamanouchi K. // J. Appl. Phys., 1993. V. 74. № 2. P. 1.
12. Naumenko N. High frequency saw device. Pat. PCT/US96/17906, H03H 9/17, 9/02, WO 97/25776, 17.07.1997.

Нижегородский университет
им.Н. И. Лобачевского,
г.Н.Новгород, Россия

Поступила в редакцию
19 октября 1998 г.

NUMERICAL ANALYSIS OF SURFACE AND LEAKY SURFACE ACOUSTIC WAVES IN NEW PIEZOELECTRIC CRYSTALS KNbO_3 , PKN, AND LGN

M Yu. Dvoeshertov, A. P. Chirimanov

We analyze numerically the properties of surface acoustic waves (SAWs) and leaky surface acoustic waves (LSAWs) in piezoelectric crystals KNbO_3 , $\text{Pb}_2\text{KNb}_5\text{O}_{15}$ (PKN), and $\text{La}_3\text{Ga}_{5.5}\text{Nb}_{0.5}\text{O}_{14}$ (LGN). Optimal thermostable directions and cut orientations are found for which SAWs have high phase velocity, extremely large electromechanical coupling factor, and small power flow angle. Directions and cut orientations are found for which LSAWs can exist. LSAWs characteristics, such as phase velocity, electromechanical coupling factor, power flow angle, low-temperature factor of velocity, and propagation loss, are calculated.

УДК 621.396.67.01

ФУНКЦИЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ МАКСИМАЛЬНОГО СОБСТВЕННОГО ЧИСЛА ВЫБОРОЧНОЙ КОРРЕЛЯЦИОННОЙ МАТРИЦЫ СОБСТВЕННОГО ШУМА ЭЛЕМЕНТОВ АНТЕННОЙ РЕШЁТКИ

В. Т. Ермолаев, К. В. Родюшкин

Свойства оценок числа и угловых координат внешних источников сигналов, принятых антенной решёткой (АР), определяются статистическими свойствами собственного шума. При ограниченной по времени выборке, корреляционная матрица (КМ) собственного шума АР имеет спектр случайных собственных чисел. В ряде практически важных задач обнаружения и оценки числа сигналов необходимо знать статистические свойства максимального из них, чтобы корректно выбрать пороговое значение для принятия статистических решений. В данной работе в явном виде найдена функция распределения максимального собственного числа выборочной КМ собственного шума. Предполагается, что точная КМ равна единичной.

Оценка числа внешних источников может быть произведена на основе анализа собственных чисел оценки КМ сигналов АР [1, 2]. Далее будем считать, что собственные числа упорядочены по убыванию. Процедуру оценки числа внешних сигналов можно представить как пошаговый процесс, на l -ом шаге которого производится сравнение l -го собственного числа с порогом. При этом порог от шага к шагу может меняться. Если собственное число больше порога, то принимается решение о том, что число сигналов больше чем $l - 1$, и с порогом сравнивается следующее собственное число. В противном случае цепочка сравнений обрывается и принимается решение о том, что в системе присутствуют $l - 1$ источников сигналов.

При такой оценке числа сигналов представляет интерес статистическая характеристика максимального шумового собственного числа. Функция распределения вероятности максимального шумового собственного числа позволяет найти вероятность превышения порога l -м шумовым собственным числом при условии, что присутствует только $l - 1$ внешних источников сигнала.

Если считать собственный шум элементов АР гауссовским, то минимальное сигнальное собственное число при достаточно большой выборке и не слишком больших ограничениях можно считать нормально распределённым [2, 3]. Однако распределение максимального шумового собственного числа отличается от гауссовского [3], и нахождение такого распределения является актуальной задачей.

Обозначим функцию распределения максимального шумового собственного числа λ_{K+1} при наличии K источников через $F_{K+1}(\lambda, N)$, где N — число элементов АР. Особый интерес представляет статистика максимального шумового собственного числа λ_1 в отсутствие внешних источников сигнала ($K = 0$). Она важна на первом шаге процедуры оценки числа источников сигналов, когда максимальное собственное число λ_1 сравнивается с порогом и принимается решение об отсутствии или присутствии внешних сигналов. Также в [4] показано, что для функции распределения $F_1(\lambda, N)$ максимального шумового собственного числа λ_1 в отсутствие внешних сигналов и для функции распределения $F_{K+1}(\lambda, N)$ вероятности максимального шумового собственного числа λ_{K+1} в присутствии K внешних источников выполняется следующее неравенство:

$$F_1(\lambda, N - K) \leq F_{K+1}(\lambda, N). \quad (1)$$

Таким образом, функция распределения $F_1(\lambda, N - K)$ максимального шумового собственного числа λ_1 оценки КМ сигналов АР размерности $N - K$ в отсутствие внешних источников является некоторой оценкой функции распределения $F_{K+1}(\lambda, N)$ максимального шумового собственного числа λ_{K+1} оценки КМ сигналов АР размерности N в присутствии K внешних источников сигнала.

В данной работе найдена функция распределения $F_1(\lambda, N)$ максимального собственного числа выборочной КМ собственного шума АР. При этом собственный шум считался некоррелированным, белым гауссовским шумом с нулевым средним и единичной дисперсией.

Рассмотрим оценку КМ собственного шума АР размерности N , полученную по L независимым выборкам

$$\mathbf{A} = \sum_{i=1}^L X_i X_i^+, \quad \hat{\mathbf{M}} = \frac{1}{L} \mathbf{A}. \quad (2)$$

Здесь X_i — статистически-независимые гауссовские случайные векторы размерности N с нулевым средним и корреляционной матрицей \mathbf{M} . Известно, что при $L \geq N$ случайная эрмитова матрица \mathbf{A} имеет распределение Уишарта [6]:

$$P(\mathbf{A}) = C(\mathbf{M}) [\det(\mathbf{A})]^{L-N} e^{-Sp(\mathbf{M}^{-1}\mathbf{A})}, \quad (3)$$

$$C(\mathbf{M})^{-1} = \pi^{N(N-1)/2} [\det(\mathbf{M})]^L \prod_{i=1}^N (L-i)!$$

В нашем случае нормированных и некоррелированных собственных шумов АР КМ $\mathbf{M} = \mathbf{E}$ (где \mathbf{E} — единичная матрица), поэтому выражение (3) записывается следующим образом:

$$P(\mathbf{A}) = C(N, L) [\det(\mathbf{A})]^{L-N} e^{-Sp(\mathbf{A})}, \quad (4)$$

$$C(N, L)^{-1} = \pi^{N(N-1)/2} \prod_{i=1}^N (L-i)!, \quad L \geq N.$$

Матрицы \mathbf{A} и $\hat{\mathbf{M}}$ можно представить в следующем виде:

$$\mathbf{A} = \sum_{i=1}^N \alpha_i U_i U_i^+, \quad \hat{\mathbf{M}} = \sum_{i=1}^N \lambda_i U_i U_i^+. \quad (5)$$

Здесь U_i — собственные вектора, α_i и λ_i — собственные числа матриц \mathbf{A} и $\hat{\mathbf{M}}$. Из (2) следует, что α_i и λ_i связаны соотношением

$$\alpha_i = L\lambda_i. \quad (6)$$

Используя представление матрицы \mathbf{A} (5), выражение (4) можно записать в следующем виде:

$$P(\mathbf{A}) = C(N, L) \prod_{i=1}^N \alpha_i^{L-N} e^{-\alpha_i} = p(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_N). \quad (7)$$

Здесь $p(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_N)$ функция, зависящая только от собственных чисел матрицы \mathbf{A} .

Таким образом, значения плотности вероятности случайной эрмитовой матрицы \mathbf{A} зависят только от собственных чисел и не зависят от собственных векторов этой матрицы. Следовательно, согласно [5] функция плотности вероятности собственных чисел α_i матрицы \mathbf{A} равна

$$P(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_N) = C_2(N) p(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_N) \prod_{i>j} (\alpha_i - \alpha_j)^2, \quad (8)$$

$$C_2(N)^{-1} = \pi^{-N(N-1)/2} \prod_{i=1}^{N-1} i!; \quad \alpha_1 \geq \alpha_2 \geq \dots \geq \alpha_N.$$

Здесь $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_N$ — упорядоченные по убыванию собственные числа матрицы \mathbf{A} . Если условие $\alpha_1 \geq \alpha_2 \geq \dots \geq \alpha_N$ не выполняется, то $P(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_N) = 0$. Поскольку \mathbf{A} есть положительно определённая матрица и, следовательно, все её собственные числа суть действительные и положительные, то $P(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_N) = 0$, если $\alpha_i < 0$.

Используя выражения (7) и (8), можно записать совместную плотность вероятности собственных чисел α_i матрицы \mathbf{A} следующим образом:

$$P(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_N) = C_3(N, L) \prod_{i=1}^N \alpha_i^{L-N} e^{-\alpha_i} \prod_{i>j} (\alpha_i - \alpha_j)^2, \quad (9)$$

$$C_3(N, L) = \frac{N!}{\prod_{i=1}^N (L-i)! i!}, \quad \alpha_1 \geq \alpha_2 \geq \dots \geq \alpha_N \geq 0.$$

Если условие $\alpha_1 \geq \alpha_2 \geq \dots \geq \alpha_N \geq 0$ не выполняется, то $P(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_N) = 0$.

Для того, чтобы найти функцию распределения $F(\alpha) = P\{\alpha_1 < \alpha\}$ максимального собственного числа λ_1 случайной матрицы \mathbf{A} , необходимо проинтегрировать выражение (9) по всем собственным числам в диапазоне от 0 до ∞ и по максимальному собственному числу α_1 , удовлетворяющему условию $0 < \alpha_1 < \alpha$:

$$F(\alpha) = \int_0^\alpha d\alpha_1 \int_0^\infty d\alpha_2 \dots \int_0^\infty P(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_N) d\alpha_N. \quad (10)$$

Учитывая, что $P(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_N) = 0$ при невыполнении условия $\alpha_1 \geq \alpha_2 \geq \dots \geq \alpha_N \geq 0$, функцию распределения $F(\alpha)$ можно записать следующим образом:

$$F(\alpha) = \int_0^\alpha d\alpha_1 \int_0^{\alpha_1} d\alpha_2 \dots \int_0^{\alpha_{N-1}} P(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_N) d\alpha_N, \quad (11)$$

или с учётом (9)

$$F(\alpha) = C_3(N, L) \int_0^\alpha d\alpha_1 \dots \int_0^{\alpha_{N-1}} \prod_{i=1}^N (\alpha_i^{L-N} e^{-\alpha_i}) \prod_{i>j} (\alpha_i - \alpha_j)^2 d\alpha_N. \quad (12)$$

Надо отметить, что область интегрирования в этом выражении определяется цепочкой неравенств

$$\alpha \geq \alpha_1 \geq \alpha_2 \geq \dots \geq \alpha_N \geq 0. \quad (13)$$

Рассмотрим подынтегральную функцию выражения (12)

$$f(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_N) = \prod_{i=1}^N (\alpha_i^{L-N} e^{-\alpha_i}) \prod_{i>j} (\alpha_i - \alpha_j)^2. \quad (14)$$

Функция $f(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_N)$ симметрична относительно перестановки аргументов α_i , т.е. $f(\alpha_1, \dots, \alpha_i, \dots, \alpha_j, \dots, \alpha_N) = f(\alpha_1, \dots, \alpha_j, \dots, \alpha_i, \dots, \alpha_N)$ для $i, j = 1 \dots N$. Следовательно, в (12) вместо интегрирования по области, определённой выражением (13), можно интегрировать по областям, получающимся перестановкой α_i в условии (13). Таким образом, интеграл от функции $f(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_N)$ по области $\alpha \geq \alpha_1 \geq \dots \geq \alpha_i \geq \dots \geq \alpha_j \geq \dots \geq \alpha_N \geq 0$ равен интегралу по области $\alpha \geq \alpha_1 \geq \dots \geq \alpha_j \geq \dots \geq \alpha_i \geq \dots \geq \alpha_N \geq 0$.

Областей, получаемых такого рода попарными перестановками, будет всего $N!$. Объединение этих областей даёт область, определяемую условиями $\alpha \geq \alpha_i \geq 0, \quad i = 1..N$. Следовательно, для нахождения интеграла (12) можно вначале провести интегрирование по области $\alpha \geq \alpha_i \geq 0, \quad i = 1..N$, а затем разделить результат на $N!$. Таким образом, выражение (12) можно записать в следующем виде:

$$F(\alpha) = \frac{C_3(N, L)}{N!} \int_0^\alpha \int_0^\alpha \cdots \int_0^\alpha \prod_{i=1}^N (\alpha_i^{L-N} e^{-\alpha_i}), \quad (15)$$

$$\prod_{i>j}^N (\alpha_i - \alpha_j)^2 d\alpha_1 d\alpha_2 \cdots d\alpha_N.$$

Далее для упрощения выражения (15) рассмотрим произведение $\prod_{i>j}^N (\alpha_i - \alpha_j)^2$. Его можно представить как квадрат определителя Вандермонда [7] и записать в следующем виде:

$$\prod_{i>j}^N (\alpha_i - \alpha_j)^2 = \begin{vmatrix} 1 & \alpha_1 & \alpha_1^2 & \cdots & \alpha_1^{N-1} \\ 1 & \alpha_2 & \alpha_2^2 & \cdots & \alpha_2^{N-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & \alpha_N & \alpha_N^2 & \cdots & \alpha_N^{N-1} \end{vmatrix}^2. \quad (16)$$

Определитель квадратной матрицы $[b_{i,j}]$ размерности N

$$\det[b_{i,j}] = \begin{vmatrix} b_{1,1} & b_{1,2} & \cdots & b_{1,N} \\ b_{2,1} & b_{2,2} & \cdots & b_{2,N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{N,1} & b_{N,2} & \cdots & b_{N,N} \end{vmatrix} \quad (17)$$

можно представить (см. [7]) как сумму $N!$ слагаемых $(-1)^{d(s)} b_{1,s(1)} b_{2,s(2)} \cdots b_{N,s(N)}$, соответствующих различным перестановкам s . Каждое такое слагаемое соответствует одному из $N!$ различных определённых перестановкой s упорядоченных наборов чисел $\{s(1), s(2), \dots, s(N)\}$, полученных из упорядоченного набора чисел $\{1, 2, \dots, N\}$ попарными перестановками (транспозициями) элементов. Если обозначить все $N!$ функций $s(i)$, определяющих наборы чисел $\{s(1), s(2), \dots, s(N)\}$, через S_N , то определитель квадратной матрицы размерности N можно записать в следующем виде:

$$\det[b_{i,j}] = \sum_{s \in S_N} (-1)^{d(s)} b_{1,s(1)} b_{2,s(2)} \cdots b_{N,s(N)} = \sum_{s \in S_N} (-1)^{d(s)} \prod_{i=1}^N b_{i,s(i)}. \quad (18)$$

На основе соотношений (18) и (16) произведение $\prod_{i>j}^N (\alpha_i - \alpha_j)^2$ можно записать в следующем виде:

$$\begin{aligned} \prod_{i>j}^N (\alpha_i - \alpha_j)^2 &= \left(\sum_{s \in S_N} (-1)^{d(s)} \prod_{i=1}^N \alpha_i^{s(i)-1} \right)^2 = \\ &= \sum_{s_1 \in S_N} \sum_{s_2 \in S_N} (-1)^{d(s_2)+d(s_1)} \prod_{i=1}^N \alpha_i^{s_1(i)+s_2(i)-2}. \end{aligned} \quad (19)$$

Подставим выражение (19) в (15) и вынесем суммирование за знак интеграла. В результате таких преобразований функция $F(\alpha)$ принимает вид

$$F(\alpha) = \frac{C_3(N, L)}{N!} \sum_{s_1 \in S_N} \sum_{s_2 \in S_N} (-1)^{d(s_2)+d(s_1)} \times \\ \times \int_0^\alpha \int_0^\alpha \cdots \int_0^\alpha \prod_{i=1}^N \left(\alpha_i^{L-N+s_1(i)+s_2(i)-2} e^{-\alpha_i} \right) d\alpha_1 d\alpha_2 \cdots d\alpha_N. \quad (20)$$

Таким образом, многомерный интеграл (15) преобразовался в сумму произведений одномерных интегралов, каждый из которых по определению является неполной гамма-функцией

$$\gamma(\alpha, x) = \int_0^x e^{-t} t^{\alpha-1} dt. \quad (21)$$

Используя представление (21), выражение (20) можно записать в виде

$$F(\alpha) = \frac{C_3(N, L)}{N!} \sum_{s_1 \in S_N} (-1)^{d(s_1)} \sum_{s_2 \in S_N} (-1)^{d(s_2)} \times \\ \times \prod_{i=1}^N \gamma(L - N + s_1(i) + s_2(i) - 1, \alpha). \quad (22)$$

Поскольку при перестановке строк или столбцов детерминанта он меняет только знак и не меняет своего значения, то справедливо следующее равенство:

$$\sum_{s_2 \in S_N} (-1)^{d(s_2)} \prod_{i=1}^N \gamma(L - N + s_1(i) + s_2(i) - 1, \alpha) = \\ = (-1)^{d(s_1)} \sum_{s_2 \in S_N} (-1)^{d(s_2)} \prod_{i=1}^N \gamma(L - N + i + s_2(i) - 1, \alpha). \quad (23)$$

Используя это соотношение, выражение (22) преобразуется в следующее:

$$F(\alpha) = \frac{C_3(N, L)}{N!} \sum_{s_1 \in S_N} (-1)^{d(s_1)+d(s_1)} \sum_{s_2 \in S_N} (-1)^{d(s_2)} \times \\ \times \prod_{i=1}^N \gamma(L - N + i + s_2(i) - 1, \alpha). \quad (24)$$

Поскольку $(-1)^{d(s_1)+d(s_1)} = 1$, то под знаком суммы $\sum_{s_1 \in S_N}$ стоит выражение, не зависящее от s_1 . Используя этот факт, упростим выражение (24) и запишем его в виде

$$F(\alpha) = C_3(N, L) \sum_{s_2 \in S_N} (-1)^{d(s_2)} \prod_{i=1}^N \gamma(L - N + i + s_2(i) - 1, \alpha). \quad (25)$$

Сравнивая правую часть этого равенства с определением детерминанта (18), получаем, что функция распределения максимального собственного числа случайной матрицы \mathbf{A} выражается через детерминант симметричной матрицы, каждый элемент которой есть неполная гамма-функция

$$F(\alpha) = C_3(N, L) \det[b_{i,j}(\alpha)], \quad (26)$$

$$b_{i,j}(\alpha) = \gamma(L - N - 1 + i + j, \alpha).$$

Используя соотношение (6) между λ_i и α_i , можно записать функцию $F_1(\lambda, N)$ распределения максимального собственного числа выборочной КМ \hat{M} собственного шума АР в виде

$$\begin{aligned} F_1(\lambda, N) &= C_3(N, L) \det[b_{i,j}(L\lambda)], \\ b_{i,j}(L\lambda) &= \gamma(L - N - 1 + i + j, L\lambda), \\ C_3(N, L) &= \frac{N!}{\prod_{i=1}^N (L - i)!}. \end{aligned} \quad (27)$$

После несложных преобразований (27) можно записать в следующем виде:

$$F_1(\lambda, N) = \det \left[\frac{\gamma(L - N + i + j - 1, L\lambda)}{\Gamma(L - N + i)\Gamma(j)} \right]. \quad (28)$$

Здесь $\Gamma(j)$ — гамма-функция.

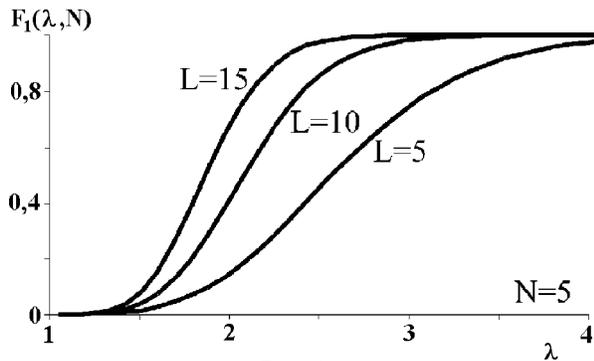


Рис. 1.

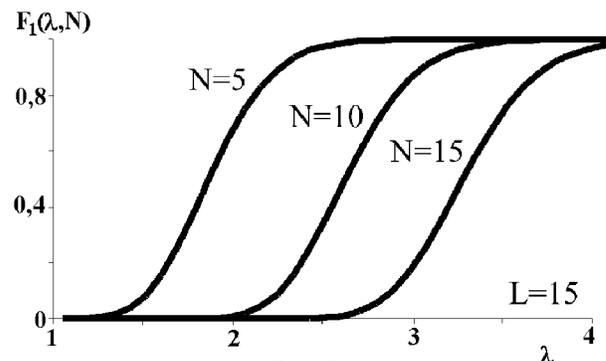


Рис. 2.

В качестве иллюстрации поведения функции $F_1(\lambda, N)$ представлены графики этой функции для различных значений N размерности АР и числа выборок L . На рис. 1 представлены зависимости для фиксированного числа $N = 10$ элементов АР и различного числа выборок $L = \{5, 10, 15\}$. На рис. 2 представлены зависимости для фиксированного значения числа выборок $L = 15$ и различного числа $N = \{5, 10, 15\}$ элементов АР.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе найден аналитический вид функции распределения максимального собственного числа выборочной корреляционной матрицы собственного шума антенной решётки. С использованием найденного выражения, в качестве примера, построены графики функции распределения для нескольких конкретных значений числа элементов антенной решётки N и различных значений числа выборок L .

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 97-02-16525, гранта INTAS № 96-2352, гранта МЦФПИН № 97-2-03 и гранта РФФИ № 96-15-96718.

ЛИТЕРАТУРА

1. Марпл-МЛ С. Л. Цифровой спектральный анализ и его приложения. — М.: Мир, 1990.

2. Караваев В. В., Сазонов В. В. Статистическая теория пассивной локации. — М.: Радио и связь, 1987.
3. Мороз А. В., Есакова Н. Г. // РЭ, 1990. Т. 35. № 5. С. 1014.
4. Черемисин О. П. // РЭ, 1992. Т. 37. № 7. С. 1236.
5. Гирко В. Л. Спектральная теория случайных матриц.
6. Кейпон Дж., Гудман Н. Р. // ТИИЭР. Т. 58. № 11. С. 82.
7. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров.

Нижегородский государственный
университет, Россия

Поступила в редакцию
14 сентября 1998 г.

**DISTRIBUTION FUNCTION OF MAXIMUM EIGENVALUES OF SAMPLE CORRELATION MATRIX FOR THE
INTERNAL NOISE OF ANTENNA-ARRAY ELEMENTS**

V. T. Ermolaev, K. V. Rodyushkin

The properties of estimates for the number and angular coordinates of external signals received by an antenna array (AA) are determined by statistical properties of the internal noise. Correlation matrix (CM) of the AA internal noise has a spectrum of random eigenvalues for the sample accumulated during limited time. Proper choice of selection levels for making statistical decisions in some applied problems of detecting signals and estimating their number requires statistical properties of the maximum eigenvalue to be known. In this paper, we explicitly find the distribution function of maximum eigenvalues of sample CM for the internal noise under the assumption that the exact CM is the identity matrix.