

**МИНИСТЕРСТВО ОБЩЕГО И ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

Известия высших учебных заведений

РАДИОФИЗИКА

ежемесячный научно-технический журнал

Издается с апреля 1958 г.

Том XLII N 4

Нижний Новгород

1999

С о д е р ж а н и е

Понятов А. А., Урядов В. П., Иванов В. А., Иванов Д. В., Чернов А. Г., Шумаев В. В., Черкашин Ю. Н. Наклонное ЛЧМ зондирование модифицированной ионосферы. Эксперимент и моделирование	303
Беляев В. В., Ларцов С. В., Маюнов А. Т., Михайлов Г. Д., Разиньков С. Н. Исследование рассеяния электромагнитных волн от заглубленной рамки с нелинейными нагрузками	314
Афраймович Э. Л., Кобзарь В. А., Паламарчук К. С., Чернухов В. В. Определение параметров поляризационного эллипса многомодового радиосигнала	324
Белов М. Л., Городничев В. А., Козинцев В. И. Рассеяние узкого волнового пучка на случайно-неровной локально-диффузной поверхности при импульсном подсвете	333
Гавриленко В. Г., Джандиери Г. В., Пирцхалаишвили Н. Г., Семериков А. А. Статистические характеристики излучения точечного источника после рассеяния в плоском слое турбулентной столкновительной замагниченной плазмы	340
Талипова Т. Г., Пелиновский Е. Н., Кит Е., Еитан О. Нелинейная трансформация волновых пакетов в слабо диспергирующих средах	354
Куркин А. А. Применение методов гамильтоновского формализма к теории нелинейного взаимодействия волн во вращающейся жидкости	359
Трофимов В. А. Инварианты нелинейного распространения фемтосекундных импульсов	369
Вугальтер Г. А., Малыкин Г. Б. Эффект Саньяка в кольцевых интерферометрах на "медленных" волнах	373
Гулин О. Э., Ярошук И. О. Флуктуации импульсов, рассеянных слоем случайно-неоднородной среды	383
Костылев В. И. Обнаружение протяжённого радиоисточника в шуме	394
Памяти В. М. Полякова	400

НАКЛОННОЕ ЛЧМ ЗОНДИРОВАНИЕ МОДИФИЦИРОВАННОЙ ИОНОСФЕРЫ. ЭКСПЕРИМЕНТ И МОДЕЛИРОВАНИЕ

*А. А. Понятов¹, В. П. Урядов¹, В. А. Иванов², Д. В. Иванов², А. Г. Чернов²,
В. В. Шумаев², Ю. Н. Черкашин³*

Представлены результаты экспериментальных исследований воздействия искусственных ионосферных возмущений на характеристики КВ сигналов при наклонном радиопросвечивании возмущённой области. Измерения проводились на базе ЛЧМ ионозонда на трассе Йошкар-Ола — “Сура” — Н. Новгород протяжённостью 234 км. Обнаружен эффект исчезновения моды 2F2 (ослабление сигнала на 20 дБ) во время воздействия на ионосферу мощным вертикальным радиоизлучением волны обыкновенной поляризации с длительными (по 15 мин) интервалами нагрева и паузы. Проведено моделирование наблюдаемого эффекта. Показано, что расчёты хорошо согласуются с экспериментальными данными, если во время нагрева ионосферы происходит усиление (возбуждение) перемещающихся ионосферных возмущений (ПИВ) с характерным масштабом $l_z \sim 20$ км по вертикали и $l_x \sim 50$ км по горизонтали и значениями относительной амплитуды возмущения электронной концентрации $\delta N \sim 0,2 \div 0,3$.

ВВЕДЕНИЕ

Со времени первых экспериментов по нагреву ионосферы мощным радиоизлучением получен обширный материал о характеристиках искусственной ионосферной турбулентности (см., например, [1–3] и цитируемую там литературу). Однако ряд вопросов еще не получил должного объяснения, в частности вопросы, связанные с образованием и динамикой интенсивных перемещающихся ионосферных возмущений (ПИВ), проявляющихся во время нагрева ионосферы.

Известно, что в естественных условиях в системе атмосфера—ионосфера—магнитосфера существуют разнообразные явления, ответственные за формирование возмущений (высыпание частиц в авроральных областях, магнитные суббури, прохождение терминатора, тропосферные бури, цунами, землетрясения и т. д.). Типичным проявлением возмущений на ионосферных высотах являются перемещающиеся ионосферные возмущения с масштабами от нескольких десятков километров до тысячи километров [4, 5], которые вызывают локальные градиенты электронной концентрации. При этом ионосферу уже нельзя рассматривать как горизонтально стратифицированную среду. Современные методы диагностики ионосферы, в частности цифровые ионозонды с их высоким разрешением и возможностью измерения углов прихода, показывают, что наклонные градиенты ионизации в ионосфере, обусловленные ПИВ, существуют практически постоянно [6]. В ионосфере имеются как регулярные градиенты ионизации (в области терминатора, главного ионосферного провала, экваториальной аномалии), так и случайные, оказывающие существенное влияние на распространение коротких радиоволн, поэтому учёт случайных градиентов ионизации необходим для обеспечения эффективной работы систем радиопеленгации, радиолокации и радиосвязи. С другой стороны, область ионосферы с сильными градиентами может быть ответственна за развитие плазменных неустойчивостей и образование ионосферных неоднородностей [7, 8]. Поэтому исследование возможности образования крупномасштабных градиентов ионизации в период контролируемого воздействия на ионосферу мощным радиоизлучением представляет интерес с точки зрения моделирования естественных волновых процессов.

Использование новой диагностической техники широкополосного ЛЧМ зондирования [9], обладающей высокой разрешающей способностью, позволило выявить важные особенности формирования и динамики крупномасштабных неоднородных структур в ионосферной плазме.

В работе представлены результаты экспериментальных исследований влияния искусственных ионосферных возмущений (ИИВ) на характеристики ЛЧМ сигналов на трассе Йошкар-Ола — “Сура” — Нижний Новгород протяжённостью 234 км и проведено сопоставление с модельными расчётами.

Зондирование на короткой трассе, на наш взгляд, имеет некоторые преимущества для диагностики крупномасштабных возмущений. Дело в том, что при зондировании области возмущения на длинной трассе существенную роль играет интегральный эффект накопления воздействия естественных крупномасштабных возмущений. Это может маскировать влияние ПИВ, связанных с работой мощного передатчика. В то же время работа в режиме вертикального зондирования (совмещение в одной точке передатчика и приёмника) заметно усложняет моделирование, что затрудняет сопоставление экспериментальных и расчётных данных. На короткой трассе, когда участок возмущения составляет заметную часть всей трассы, эффект воздействия проявляется достаточно чётко и в то же время облегчаются условия моделирования.

1. ЭКСПЕРИМЕНТ

Эксперимент проводился 21–25 октября 1997 года. Ионосфера возмущалась с помощью нагревного стенда “Сура”, расположенного в 35 км к югу от средней точки трассы. Возмущающий передатчик (ВП) работал с 14 ч 30 мин до 18 ч 30 мин по московскому времени. Ионозонд излучал в диапазоне частот $2,7 \div 11,6$ МГц, скорость перестройки частоты составляла 149 кГц/с. ИONOграммы снимались каждые две минуты, длительность одной иONOграммы — одна минута. В эксперименте были реализованы различные возможности нагревного стенда “Сура”, в том числе режим, когда в диаграмме направленности антенны существуют два луча с отклонением в обе стороны от вертикали на 8 градусов в широтном направлении. Во время работы нагревного стенда на иONOграммах наклонного зондирования (НЗ) наблюдались следующие эффекты:

1. Уширение в $1,5 \div 2$ раза следов “о” и “х” компонент моды 1F2 во всей полосе частот от наименьшей (ННЧ) до максимально наблюдаемой частоты (МНЧ) с временами развития и релаксации приблизительно $1 \div 2$ минуты. Во время нагрева частотная протяжённость следов “о” и “х” компонент в окрестности МНЧ увеличивалась соответственно до 300 кГц и 400 кГц.
2. Уширение следов “о” и “х” компонент моды 2F2. Величина эффекта и частота его появления возрастали при работе нагревного стенда в режиме двухлучевой диаграммы направленности антенны.
3. Ослабление (вплоть до исчезновения) моды 2F2 после включения ВП (время развития не превышает $5 \div 6$ минут) и её восстановление после выключения ВП (время релаксации около $4 \div 5$ минут). Эффект более чётко выражен при работе с антенной, имеющей широкую диаграмму направленности, и при длительных (по 15 минут) интервалах нагрева и паузы.
4. Образование “серпов” на иONOграммах НЗ в окрестности МНЧ “о” и “х” компонент моды 1F2.

Проанализируем более подробно эффект исчезновения моды 2F2 в период воздействия на ионосферу мощным радиоизлучением, как наиболее важный с точки зрения формирования крупномасштабных структур и их влияния на распространение декаметровых волн. На рис. 1 приведена последовательность иONOграмм ЛЧМ зондирования на трассе Йошкар-Ола — “Сура” — Н. Новгород в период модификации ионосферы мощным радиоизлучением, а рис. 2 иллюстрирует временное поведение

амплитудно—частотной характеристики (АЧХ) моды 2F2 (рис. 2а — трёхмерная реализация, рис. 2б — полутоновая сонограмма). Все указанные выше эффекты воздействия мощного радиоизлучения на ионограммы НЗ присутствуют на приведённых ионограммах. Нагревный стенд “Сура” работал циклами (15 минут — нагрев, 15 минут — пауза), излучение осуществлялось вертикально вверх волной обыкновенной поляризации; два передатчика работали синфазно на частоте 6,2 МГц, третий передатчик — на частоте 5,8 МГц. Как видно из рис. 1, в 14 ч 31 мин зарегистрирована относительно спокойная ионограмма, за исключением “серпов” в окрестности МНЧ “о” и “х” компонент моды 1F2. Через 1,5 минуты после включения мощного передатчика (начало работы ВП — 14 ч 31 мин 30 с), в 14 ч 33 мин, наблюдается диффузность треков мод 1F2 и 2F2 с образованием чётко выраженных “серпов” в окрестности “о” и “х” компонент моды 1F2. На последующих ионограммах наблюдается заметное ослабление моды 2F2. Мода 2F2 практически исчезает в 14 ч 37 мин (ослабление достигает 20 дБ, см. рис. 2). После выключения возмущающего передатчика ионограмма восстанавливается через 4 минуты (см. рис. 1б), в 14 ч 49 мин. Обращает на себя внимание некоторое ослабление моды 2F2 во время паузы в 14 ч 53 мин, т. е. динамика изменения ионограмм имеет волнообразный характер. На наш взгляд, наблюдаемое ослабление и исчезновение моды 2F2 в период работы возмущающего передатчика может быть связано с влиянием крупномасштабных градиентов ионизации в виде ПИВ, формирующих наклонные градиенты ионизации в ионосфере и приводящих к существенному искажению ионограмм НЗ. В пользу этого механизма указывает и образование “серпов” в окрестности “о” и “х” компонент моды 1F2 (см. рис. 1), которые регистрируются на ионограммах вертикального зондирования при наличии ПИВ естественного происхождения [10]. Следует отметить, что в период наблюдений имела место несколько повышенная магнитная активность с индексом $K_p \sim 2 \div 3$.

2. МОДЕЛИРОВАНИЕ

Для сопоставления с экспериментальными данными проводился синтез ионограмм НЗ и расчёт лучевых траекторий при наличии в ионосфере крупномасштабных возмущений. В расчётах не учитывалось магнитное поле. Регулярный профиль электронной концентрации задавался в виде параболического слоя

$$N_o(z) = N_m \left[1 - \left(\frac{z - z_m}{\Delta z} \right)^2 \right],$$

где z — высота над поверхностью земли, z_m — высота максимума слоя, Δz — полутолщина слоя, N_m — значение концентрации в максимуме слоя.

Искусственные ионосферные возмущения моделировались в виде локализованного в F области крупномасштабного понижения электронной концентрации относительно фонового уровня над нагревным стендом, а также в виде суммы локализованного и перемещающегося возмущений. Выбор модели возмущения с ПИВ обусловлен рядом факторов, в том числе периодичностью эффекта деформации моды 2F2 и регистрацией возмущений типа серпов в окрестности “о” и “х” компонент моды 1F2, появление которых в естественных условиях связано с ПИВ. В наших

Йошкар-Ола - Нижний Новгород
23 октября 1997г.

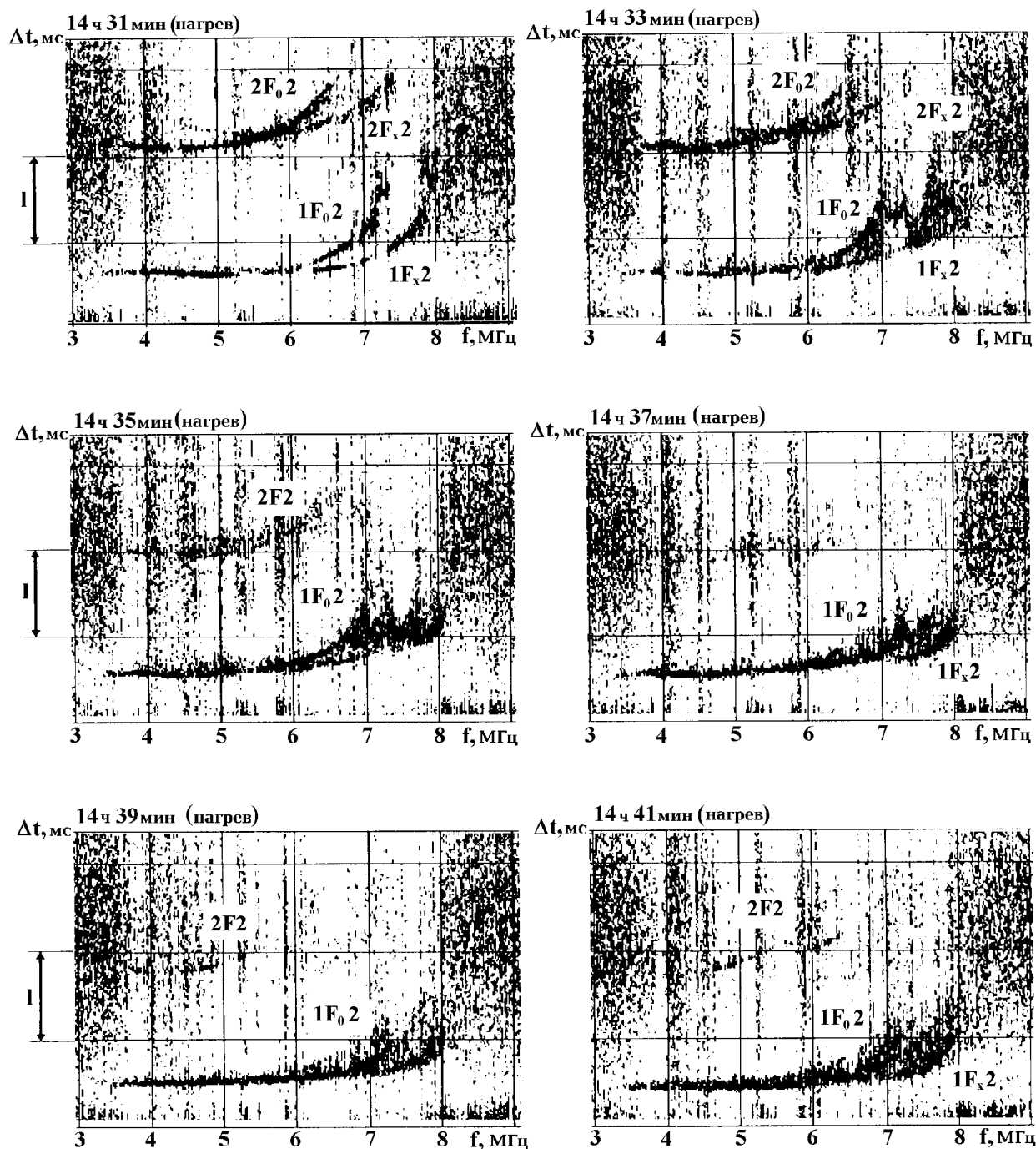


Рис. 1а.

Йошкар-Ола - Нижний Новгород

23 октября 1997г.

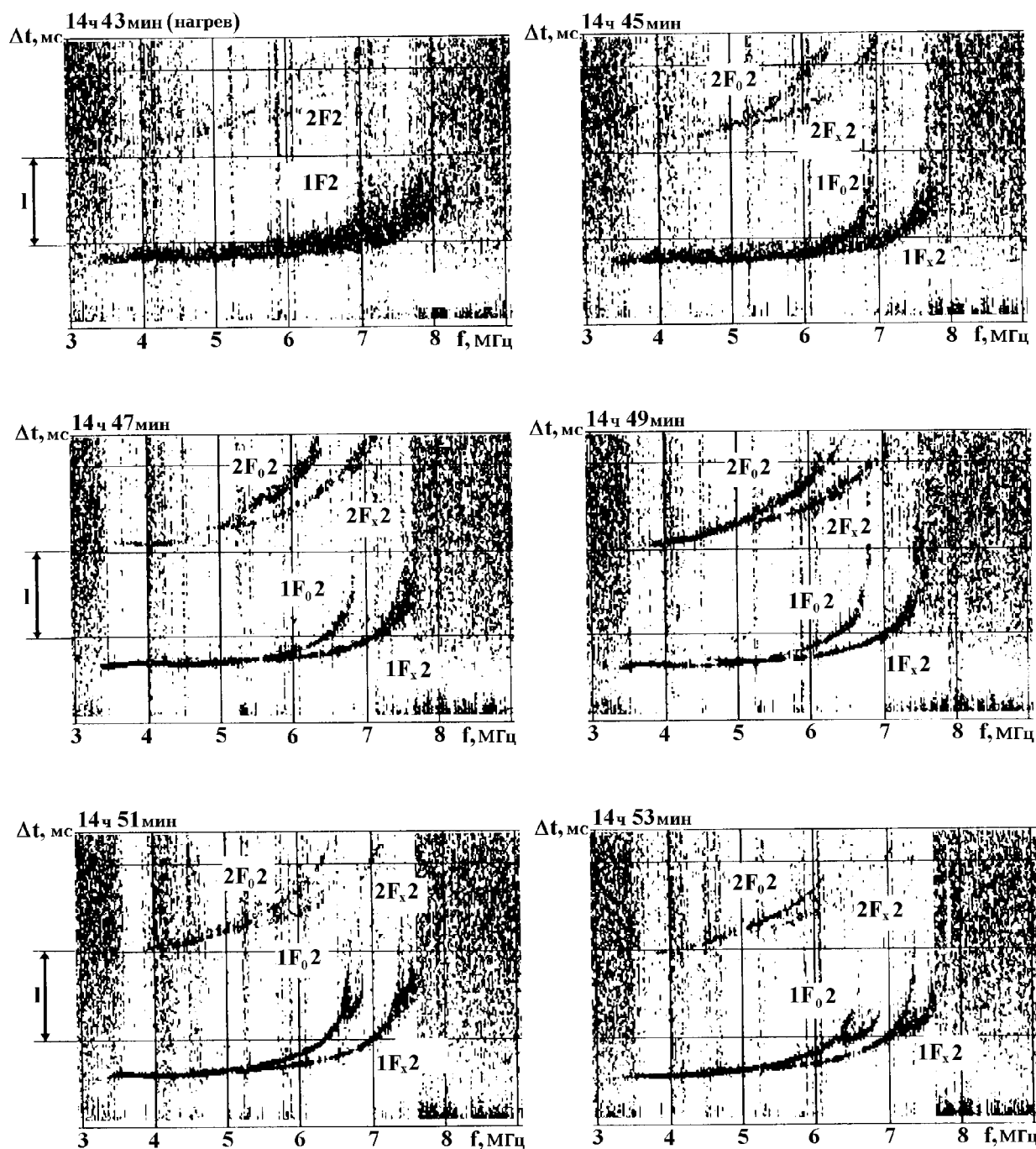


Рис. 16.

Рис. 2. Динамика изменения амплитудно—частотной характеристики моды 2F2 (а) и её полутонное изображение (б) на трассе Йошкар-Ола — “Сура”— Н. Новгород во время излучения и паузы в работе возмущающего передатчика. Время работы передатчика отмечено на временной оси.

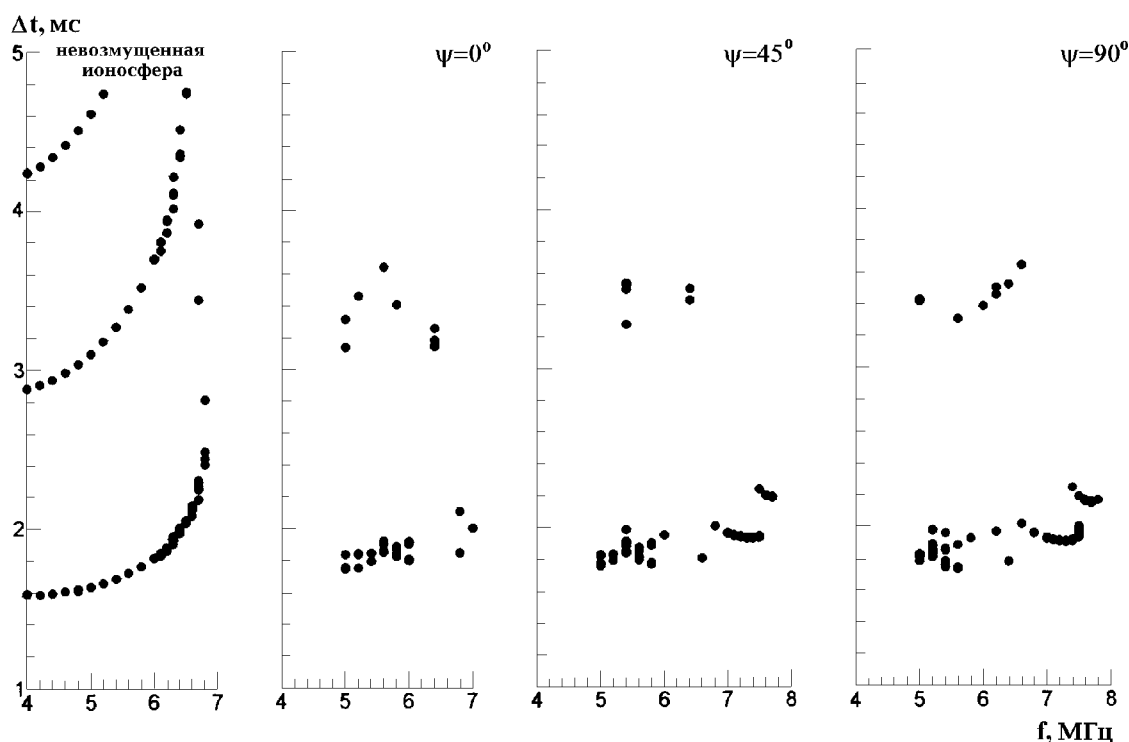
расчётах модель возмущенной ионосферы задавалась в виде

$$N(z) = N_o(z) \left[1 + \delta_1 N \exp \left\{ - \left[\left(\frac{z - z_m}{\Delta h} \right)^2 + \left(\frac{x - x_o}{\Delta x} \right)^2 \right] \right\} + \delta_2 N \cos \{ k_x x + k_z (z - z_m) + \psi \} \right],$$

где $\delta_1 N$ — относительная амплитуда искусственного крупномасштабного возмущения электронной концентрации над нагревным стендом, Δh и Δx — характерные масштабы искусственного возмущения электронной концентрации соответственно по вертикали и по горизонтали, x_0 — горизонтальная координата максимума амплитуды возмущения, $\delta_2 N$ — относительная амплитуда ПИВ, $k_x = 2\pi/l_x$, $k_z = 2\pi/l_z$, ψ — фаза возмущения.

Согласно расчётам наибольшее влияние на моду 2F2 оказывает сочетание ПИВ с локализованным возмущением, причём определяющую роль играет ПИВ. В расчётах параметры ПИВ варьировались с целью определения пороговых значений при которых заметен эффект воздействия. В качестве при-

мера на рис. 3 показаны синтезированные ионограммы НЗ на трассе Йошкар-Ола — Н. Новгород в невозмущённой ионосфере и при наличии в ионосфере ИИВ в виде



суммы локализованного отрицательного возмущения* и ПИВ. Из рисунка видно, что наличие ИИВ приводит к существенному искажению ионограмм. Так, мода 2F2 практически полностью деформируется, остаются только отдельные следы. Видно также, что в зависимости от фазы возмущения след моды 2F2 изменяется. Ионограмма моды 1F2 также заметно искажается, появляются серпообразные следы, которые регистрируются и на экспериментальных ионограммах. На рис. 4а приведены различные типы лучевых траекторий в спокойной и возмущённой ионосфере. Здесь же показаны изолинии плазменных частот для возмущённой ионосферы. Из рисунка видно, что наличие возмущений и, следовательно, наклонных градиентов ионизации в ионосфере приводит к сильному искажению траекторий. При этом большинство лучей для данной геометрии не попадает в пункт приёма.

Экспериментальные и расчётные данные позволяют оценить скорость распространения возмущений. Согласно измерениям волнообразные вариации деформации следа моды 2F2 имеют период T около 8 минут. Принимая масштаб возмущения $l_x = 50$ км, получим, что горизонтальная скорость ПИВ $v = l_x/T$ составляет величину порядка 100 м/с, что согласуется с известными опубликованными данными [12].

Для иллюстрации возможного влияния локализованного возмущения в центре трассы на характеристики сигнала были проведены расчёты для модели возмущения в виде гауссового распределения. Хотя диаграмма антенны возмущающего передатчика в восточно—западном направлении на рабочей частоте около 6 МГц имеет угловой размер приблизительно 12° , что соответствует эффективному размеру возмущения в плоскости восток—запад порядка 50 км, мы сочли интересным провести расчёты для более протяжённой области, когда начинается влияние локализованного возмущения на моду 2F2. На рис. 4б в качестве примера приведены траектории лучей при наличии возмущения с эффективной

*Следует отметить, что сильные отрицательные возмущения электронной концентрации достигающие значений $\delta N \sim 0,5 \div 0,7$, наблюдались в Аресибо при диагностике области возмущения радаром некогерентного рассеяния [11].

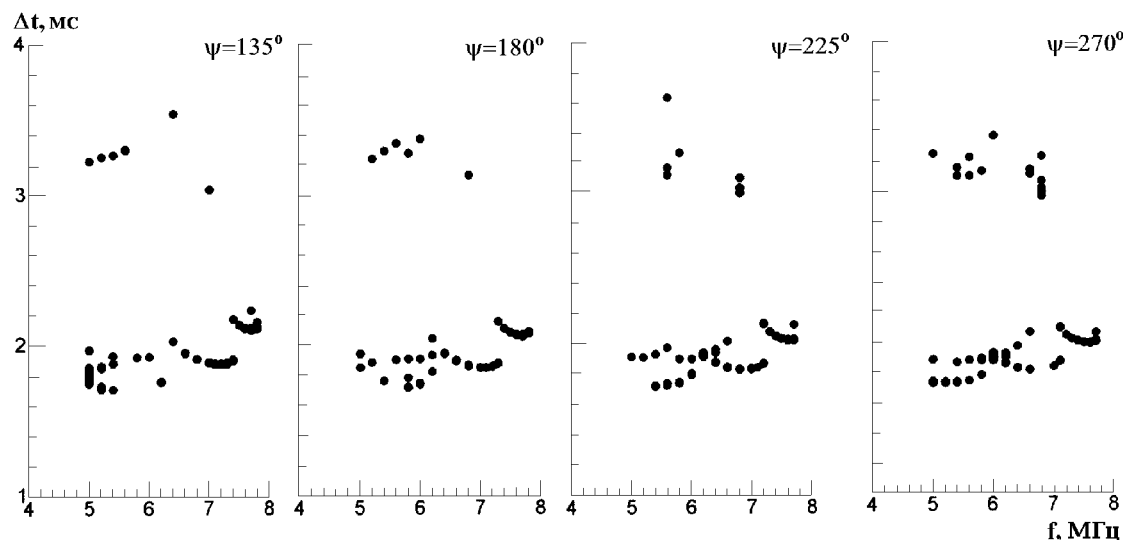


Рис. 3. Синтезированные ионограммы НЗ на трассе Йошкар-Ола — “Сура”— Н.Новгород соответствуют невозмущённой ионосфере (см. слева вверху) и рассчитанным для возмущения в виде суммы локализованного возмущения с пониженной электронной концентрацией в центре трассы с параметрами $\Delta x = 50$ км, $\Delta z = 20$ км, $\delta N = -0,3$ и ПИВ с параметрами $l_x = 50$ км, $l_z = 20$ км, $\delta_2 N = 0,25$ при различных значениях фазы ψ .

полушириной вдоль трассы распространения $\delta x = 50$ км. Траектории в невозмущённой ионосфере для тех же углов излучения показаны пунктиром. Видно, что при наличии достаточно протяжённой области возмущения с пониженной электронной концентрацией создаются благоприятные условия для реализации педерсеновского мода. Этот эффект в ряде случаев также может приводить к деформации ионограмм НЗ.

Уширение следов на ионограммах НЗ в широкой полосе частот от ННЧ до МНЧ и образование искусственного F-spread мы связываем с рефракционным рассеянием радиоволн на среднемасштабных неоднородностях с размерами от сотен метров до километров, о чём свидетельствуют характерные времена развития и релаксации наблюдаемого эффекта.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведённые эксперименты показали, что использование широкополосного ЛЧМ ионозонда на слабонаклонной трассе является эффективным средством для детектирования искусственных ионосферных возмущений с масштабами от сотен метров до десятков километров. Наиболее интересным, на наш взгляд, является обнаружение эффекта ослабления (вплоть до исчезновения) моды 2F2 в период работы возмущающего передатчика с длительными (по 15 минут) интервалами нагрева и паузы. Моделирование показало, что объяснение данного явления может быть получено, если модель возмущённой ионосферы содержит ПИВ с характерными масштабами $l_x = 50$ км, $l_z = 20$ км и значениями $\delta N = 0,2 \div 0,3$ в сочетании с крупномасштабным понижением электронной концентрации в F области над центром трассы. Такая модель обеспечивает хорошее совпадение экспериментальных и расчётных данных. Вместе с тем, вопрос о природе ПИВ остаётся открытым. Это может быть как генерация ПИВ во время работы мощного передатчика, так и усиление в период воздействия на ионосферу мощным радиоизлучением фонового уровня возмущений, существующего в естественной ионосфере. В пользу

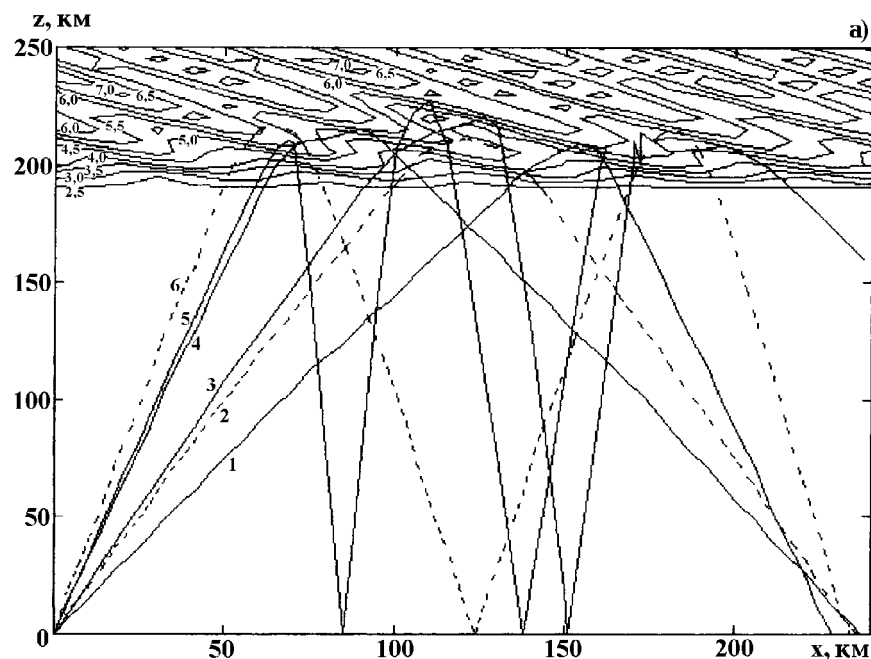


Рис. 4а. Примеры траекторий на трассе Йошкар-Ола — “Сура” — Н. Новгород. Параметры те же, что и на рис.3. Кривая 1 соответствует параметрам $f = 6$ МГц, $\alpha = 56^\circ$, кривая 2 — $f = 6$ МГц, $\alpha = 62,5^\circ$, кривая 3 — $f = 6$ МГц, $\alpha = 64,9^\circ$, кривая 4 — $f = 6$ МГц, $\alpha = 72,2^\circ$, кривая 5 — $f = 6$ МГц, $\alpha = 73,2^\circ$, кривая 6 — $f = 6$ МГц, $\alpha = 75,7^\circ$. Пунктиром показаны невозмущённые траектории, угол α отсчитывается от горизонтали.

последнего указывает наличие “серпов” в окрестности МНЧ “о” и “х” компонент моды 1F2 до нагрева (см. на рис. 1а ионограмму, зарегистрированную в 14 ч 31 мин) и через 8 минут после выключения возмущающего передатчика, когда ионограмма практически полностью восстановилась (см. на рис. 1б ионограмму, зарегистрированную в 14 ч 53 мин). В дальнейшем планируется провести дополнительные исследования этой проблемы.

Работа выполнялась при финансовой поддержке РФФИ (проекты № 98–02–16023, 98–02–16314, 96–02–19575).

ЛИТЕРАТУРА

1. Special issue: Ionospheric modification by high power transmitters. // Radio Sci. 1974. V. 9. № 11.
2. Ерухимов Л. М., Метелев С. А., Мясников Е. Н. и др. // Изв. ВУЗов. Радиофизика. 1987. Т. 30. С. 208.
3. Migulin V. V. // J. Atm. Solar-Terr. Phys. 1997. V. 59. № 18. P. 2253.
4. Bowman G. G., Monro P. E. // J. Atm. Terr. Phys. 1988. V. 50. № 3. P. 215.
5. Davis M. J. // J. Geoph. Res. 1971. V. 76. № 19. P. 4525.
6. Paul A. K. // Radio Sci. 1985. V. 20. № 4. P. 959.
7. Chao-Song Huang, Miller C. A., Kelley M. C. // Radio Sci. 1994. V. 29. № 1. P. 395.
8. Fukao S., Kelley M. C., Shirakawa T., Takami T., Yamamoto M., Tsuda T., Kato S. // J. Geoph. Res. 1991. V. 96. № A3. P. 3725.

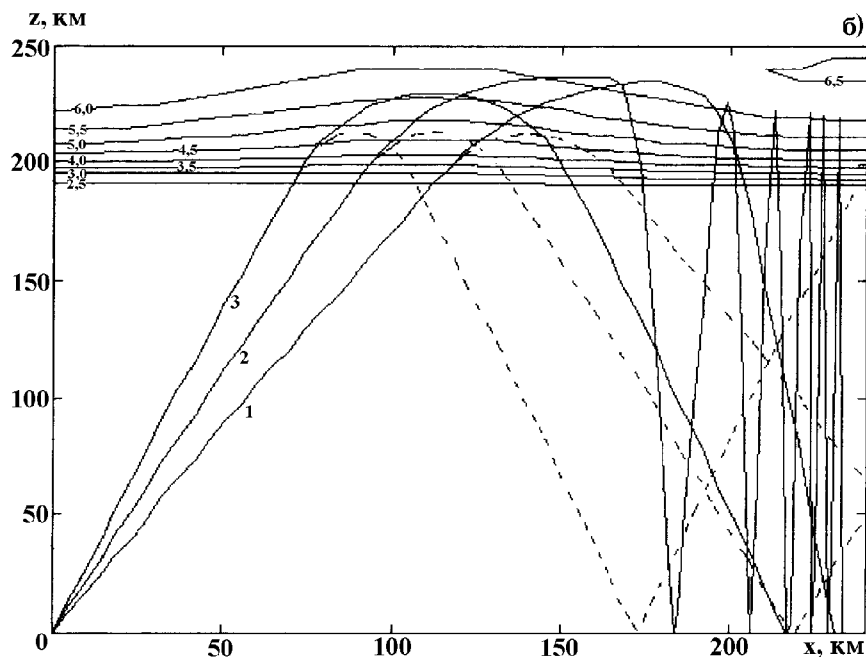


Рис. 46. Примеры траекторий на трассе Йошкар-Ола — Н. Новгород при наличии в центре трассы локализованного возмущения с параметрами $\Delta x = 50$ км, $\Delta z = 20$ км, $\delta N = -0,3$. Кривая 1 соответствует параметрам $f = 6,4$ МГц, $\alpha = 59,9^\circ$, кривая 2 — $f = 6,2$ МГц, $\alpha = 65,4^\circ$, кривая 3 — $f = 6$ МГц, $\alpha = 70^\circ$.

9. Иванов В. А., Урядов В. П., Фролов В. А., Шумаев В. В. // Геомагнетизм и аэрономия. 1990. Т. 30. С. 107.
10. Munro G. H., Heisler L. H. // Austr. J. Phys. 1959. V. 9. P. 343.
11. Duncan L. M., Sheerin J. P., Behnke R. A. // Phys. Rev. Lett. 1988. V. 61. № 2. P. 239.
12. Афраймович Э. Л. Интерференционные методы радиозондирования ионосферы. — М.: Наука, 1982. — 198 с.

¹Научно—исследовательский
радиофизический институт,
Н. Новгород; ²Марийский
государственный технический
университет, Йошкар-Ола;
³Институт земного магнетизма
ионосферы и распространения
радиоволн, Троицк;
Россия

Поступила в редакцию
1 сентября 1998 г.

OBLIQUE CHIRP SOUNDING OF THE MODIFIED IONOSPHERE. EXPERIMENT AND SIMULATION

*A. A. Ponyatov, V. P. Uryadov, V. A. Ivanov, D. V. Ivanov, A. G. Chernov, V. V. Shumaev,
Yu. N. Cherkashin*

We present the results of experimental studies of the influence of artificial ionospheric disturbances on characteristics of HF signals used for oblique sounding of a disturbed volume. The measurements were made with a chirp sounder over Yoshkar-Ola—"Sura"—Nizhny Novgorod path of the length 234 km. An effect of disappearance of the 2F2 mode (signal attenuation to 20 dB) is discovered in the case where the ionosphere is influenced by a vertical powerful radio emission of the ordinary type with long (up to 15 min) heating and pause intervals. Simulation of the observed effect is carried out. The calculation are shown to agree well with experimental data if the relative amplitude of the disturbance of electron density is about $0.2 \div 0.3$ and if travelling ionospheric disturbances (TIDs) of characteristic horizontal and vertical scales of $l_x \sim 50$ km and $l_z \sim 20$ km, respectively, are amplified (excited) during the heating of the ionosphere.

УДК 621.396.67

ИССЛЕДОВАНИЯ РАССЕЯНИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН ОТ ЗАГЛУБЛЕННОЙ РАМКИ С НЕЛИНЕЙНЫМИ НАГРУЗКАМИ

В. В. Беляев, С. В. Ларцов, А. Т. Маюнов, Г. Д. Михайлов, С. Н. Разиньков

В приближении слабой нелинейности теоретически и экспериментально исследовано рассеяние электромагнитного поля заглубленной круговой рамкой с нелинейными нагрузками при наличии плоской границы раздела воздух — грунт для разных значений диэлектрической проницаемости и проводимости грунта.

ВВЕДЕНИЕ

Исследование вторичного излучения поля заглубленными объектами с нелинейными электромагнитными свойствами на гармониках облучающей волны имеет большое практическое значение при разработке средств “нелинейной” радиолокации [1] и систем обнаружения людей при проведении спасательных работ в горах, районах землетрясений и т. д. [2, 3].

Основными источниками нелинейного рассеяния являются контакты металл — диэлектрик — металл (трещины, клепанные или ввинчивающиеся соединения) с малой площадью поверхности соприкосновения [4], объекты, содержащие электронные компоненты, а также искусственные отражатели (например пассивные маркеры [2]) в виде линейных антенн, нагруженных на полупроводниковые высокочастотные диоды [3]. При этом наиболее интенсивными являются нелинейные отклики на второй и третьей гармониках частоты падающего излучения. Нелинейные гармоники более высоких порядков, как показано в [5], не представляют практического интереса из-за быстрого убывания мощности вторичного излучения с увеличением расстояния до лоцируемого объекта.

Для оценки с помощью уравнения “нелинейной” радиолокации [1, 5] расстояния, на котором может быть обнаружен заглубленный нелинейный объект, необходимо знать эффективную площадь рассеяния (ЭПР) объекта σ_n на n -й гармонике частоты облучающей волны при заданной плотности потока мощности падающего поля. Без учёта энергетических потерь в грунте мощность рассеянного поля уменьшается по закону $1/r^{2(n+1)}$ [1, 5].

В [6, 7] исследовано излучение вторичных электромагнитных волн на частотах второй и третьей гармоник облучающего поля заглубленной круговой рамкой произвольного по отношению к длине волны облучающего поля размера, нагруженной на полупроводниковый диод, при облучении плоской поверхности грунта монохроматической волной с горизонтальной или вертикальной поляризацией. В предположении, что грунт является идеальным диэлектриком получены зависимости поля, переизлученного рамкой на второй и третьей гармониках частоты облучающей волны, от азимутального положения диода в рамке и глубины погружения в грунт, приведён расчёт и экспериментальные исследования при частоте падающего поля 300 МГц. Расчёт вторичных электромагнитных волн осуществлялся методом рядов Фурье [8]. Данный метод основан на разложении ядра интегрального уравнения в ряд по системе комплексных экспонент с показателем $-jmt\varphi$, где m — целое число, φ — азимутальный угол в плоскости рамки, j — мнимая единица.

В предлагаемой работе представлено обобщение метода рядов Фурье на случай анализа рассеивающих свойств заглубленной рамки с несколькими нелинейными нагрузками. Проведены теоретические расчёты и экспериментальные исследования рассеяния поля заглубленной круговой рамкой, нагруженной на два полупроводниковых диода, включенных диаметрально противоположно в одном

направлении, и получены меридиональные зависимости рассеянного излучения на второй и третьей гармониках частоты облучающего поля при облучении рамки электромагнитной волной с частотой $f_0 = 3000$ МГц. Выбранная частота является перспективной для радиолокационной разведки заглубленных объектов, поскольку обеспечивает возможность создания малогабаритных радиолокационных антенн (РЛС) и достаточную для обнаружения цели мощность принимаемого сигнала [1].

В отличие от [6, 7] при анализе рассеяния электромагнитных волн заглубленной рамкой в диапазоне сверхвысоких частот необходимо учитывать электрическую проводимость грунта и более точно описывать нелинейные и инерционные свойства диода. Поэтому при расчёте вторичного поля для характеристики грунта использовалась комплексная диэлектрическая проницаемость $\varepsilon' = \varepsilon - j \frac{\sigma_z}{\omega \varepsilon_0}$, где ε — диэлектрическая проницаемость грунта, σ_z — электрическая проводимость грунта, ε_0 — электрическая постоянная [8], а нагрузки описывались на основе анализа их эквивалентной схемы [9] методом функциональных рядов Вольтерра [10, 11], при этом учитывалось влияние конструктивных параметров диода (индуктивности контактов, ёмкости корпуса и т. д. [12–14]) на формирование токов гармоник.

1. МЕТОДИКА И ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ РАСЧЁТ НЕЛИНЕЙНОЙ ЭПР ЗАГЛУБЛЕННОЙ КРУГОВОЙ РАМКИ

Обобщённая методика, как и исходная [6, 7], позволяет рассчитать рассеянное поле при произвольной поляризации падающего поля. В качестве примера рассмотрим рассеянное поле на второй и третьей гармониках частоты падающей волны при облучении поверхности грунта волной с вертикальной поляризацией (вектор напряжённости электрического поля лежит в плоскости падения волны), поскольку при такой ориентации вектора **Е** коэффициент отражения падающей волны от границы воздух — грунт меньше, чем в случае горизонтальной поляризации (вектор **Е** перпендикулярен плоскости падения волны) [15] и переизлучённое поле будет иметь большую мощность за счёт меньших потерь при прохождении границы воздух — грунт.

Будем полагать, что рамка (рис. 1) изготовлена из идеально проводящего провода диаметром $2a$, и выполнено условие

$$a \ll \min(b, \lambda'), \quad (1)$$

где b — радиус рамки, $\lambda' = \lambda_0 / \sqrt{\varepsilon}$ — длина волны облучающего поля в грунте, λ_0 — длина волны облучающего поля в вакууме. Глубина погружения рамки в грунт h сравнима по величине с λ' .

Граница воздух — грунт считается идеально гладкой. Диэлектрическая проницаемость и проводимость грунта выбираются в соответствии с экспериментальными данными для сухой ($\varepsilon = 4$, $\sigma_z = 10^{-3}$ см/м), влажной ($\varepsilon = 10$, $\sigma_z = 4 \cdot 10^{-3}$ см/м) и мокрой ($\varepsilon = 30$, $\sigma_z = 2 \cdot 10^{-2}$ см/м) почвы [8].

Поверхность грунта облучается плоской монохроматической волной с частотой $f_0 = 3000$ МГц под углом θ к нормали. Напряжённость падающей волны равняется 20,0 В/м.

Нагрузки в рамке включены в одном направлении и расположены диаметрально-противоположно на прямой, проходящей через плоскость падения. Отметим, что поворот рамки в плоскости ХОУ приводит к снижению нелинейной ЭПР вследствие уменьшения плотности тока в нагрузке из-за несогласования поляризации падающего поля и рабочей поляризации рамки. В частности, в [9] такое снижение составило 12 дБ при угле поворота $\pm 45^\circ$. В качестве нагрузки использовался диод Д18, который, как следует из экспериментальных данных, обеспечивает высокий уровень вторичного поля за счёт малого сопротивления p – n -перехода [12, 13].

Наводимая на поверхности рамки электродвижущая сила (ЭДС) U_0 на частоте облучения равна 0,63 В. Её значение больше контактной разности потенциалов полупроводникового диода $\varphi_k = 0,2$ В. Поскольку ЭДС не превышает 1,0 В и, следовательно, амплитуда облучаемой волны удовлетворяет

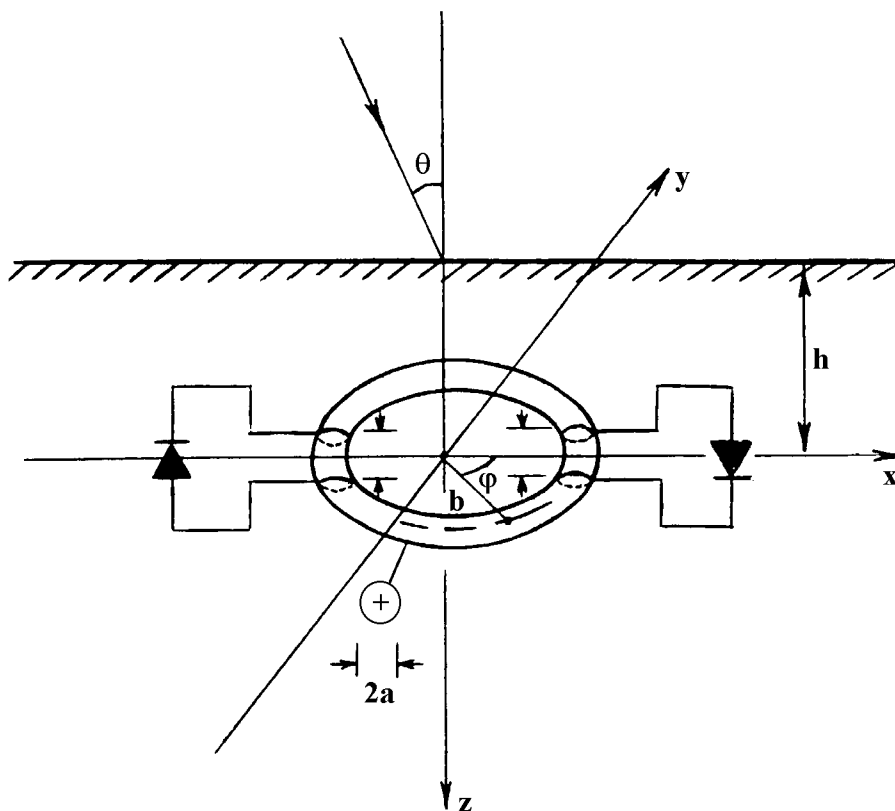


Рис. 1.

условию квазилинейного приближения [4], то при расчёте нелинейной ЭПР, как и в [6, 7], будем предполагать, что различные гармоники не оказывают взаимного влияния друг на друга.

Для расчёта поля, рассеянного рамкой, необходимо вычислить амплитудно-фазовое распределение плотности тока на её поверхности с учётом влияния границы раздела двух сред. Условие (1) позволяет считать, что плотность тока имеет только азимутальную составляющую $I(\varphi)$, зависящую от азимутального угла [6]. Расчёт $I(\varphi)$ осуществлялся путём решения интегрального уравнения, полученного из нелинейных граничных условий на поверхности рамки с учётом влияния границы раздела двух сред [13].

Согласно методике, изложенной в [6, 7], поле E^S , рассеянное рамкой в полупространстве $Z < 0$ (рис. 1), представляется в виде суперпозиции поля E^{S1} в бесконечной среде с комплексной диэлектрической проницаемостью ϵ' и поля E^{S2} , обусловленного отражением E^{S1} от границы $Z = 0$. Для расчёта E^S выберем цилиндрическую систему координат. На поверхности идеально проводящей рамки выполняется условие

$$E_{\varphi}^i + E_{\varphi}^{S1} + E_{\varphi}^{S2} = [Z \cdot I(\varphi) - U] \cdot \frac{\delta(\varphi) + \delta(\pi - \varphi)}{b}, \quad (2)$$

где E_{φ}^i — азимутальная составляющая облучающей волны, U — эффективная ЭДС, обусловленная наличием нелинейного элемента [6], $\delta(\varphi)$ — дельта-функция Дирака, E_{φ}^{S1} и E_{φ}^{S2} — азимутальные составляющие полей E^{S1} и E^{S2} , Z — импеданс нагрузки.

Граничные условия (2) отличаются от граничных условий, приведённых в работах [6, 7], наличием в правой части суммы, описывающей нелинейную нагрузку в виде двух диодов.

Вследствие того, что величина наводимой на поверхности рамки ЭДС соответствует режиму слабой нелинейности, напряжение на нагрузке представляется в виде суммы напряжений первой, второй и третьей гармоник частоты облучающего поля [4]. Приравнявая в (2) множители при тригонометрических функциях с аргументами $n\omega$, граничное условие для n -й гармоники можно представить в виде

$$E_{n\omega,\varphi}^{S1} + E_{n\omega,\varphi}^{S2} + U_n \cdot \frac{\delta(\varphi) + \delta(\pi - \varphi)}{b} = Z_n \cdot I_{n\omega}(\varphi) \cdot \frac{\delta(\varphi) + \delta(\pi - \varphi)}{b}, \quad (3)$$

где

$$E_{n\omega,\varphi}^{S1} = -j \cdot \frac{\omega}{4\pi k_1 b} \int_{-\pi}^{\pi} I_{n\omega}(\varphi') \cdot K_n(\varphi - \varphi') d\varphi',$$

$I_{n\omega}(\varphi)$ — коэффициент разложения тока в рамке в ряд Фурье по системе комплексных экспонент, $K_n(\varphi - \varphi')$ — ядро интегрального уравнения для поля в бесконечной среде [8]:

$$K_n(\varphi - \varphi') = \left[\frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} + (nk_1 b)^2 \cos(\varphi - \varphi') \right] \cdot W(\varphi - \varphi'),$$

$$W(\varphi - \varphi') = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \frac{\exp(-jk_1 r)}{r} d\psi, \quad r = \sqrt{4\pi b^2 \sin^2\left(\frac{\varphi - \varphi'}{2}\right) + 4a^2 \sin^2\left(\frac{\psi}{2}\right)},$$

$k_1 = k_0 \sqrt{\varepsilon}$ — волновое число в грунте, $k_0 = 2\pi/\lambda_0$ — волновое число в вакууме,

$$E_{n\omega,\varphi}^{S2} = -j \cdot \frac{\omega}{4\pi k_1 b} \int_{-\pi}^{\pi} I_{n\omega}(\varphi') \cdot \left[\frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} G_2^{(n)} + (3k_1 b)^2 \cos(\varphi - \varphi') G_1^{(n)} \right] d\varphi',$$

$$G_s^{(n)} = \int_0^\infty \Gamma_s^{(n)}(\lambda) \cdot \exp(-2\gamma_1 k_0 h) \cdot J_0(2k_0 b \lambda) \sin\left(\frac{\varphi - \varphi'}{2}\right) \frac{\lambda d\lambda}{\gamma_1} \quad (s = 1, 2),$$

$$\Gamma_1^{(n)}(\lambda) = \frac{\gamma_1 - \gamma_0}{\gamma_1 + \gamma_0}, \quad \Gamma_2^{(n)}(\lambda) = \frac{n\varepsilon'}{\lambda^2} \left(\Gamma_1 - \frac{\lambda^2 - n^2\varepsilon'}{n^2\varepsilon'} \frac{\gamma_1 - \varepsilon'\gamma_0}{\gamma_1 + \varepsilon'\gamma_0} \right),$$

$$\gamma_0 = \sqrt{\lambda^2 - n^2}, \quad \gamma_1 = \sqrt{\lambda^2 - n^2\varepsilon'},$$

J_0 — функция Бесселя, λ — радиальная переменная цилиндрической системы координат, выраженная в радиусах рамки [8].

Значения U_n и Z_n вычисляются методом функциональных рядов Вольтерра [14] из анализа эквивалентной электрической схемы рассеивателя, представленной на рис. 2. Нагрузка описывается при помощи типовой схемы диода Д18 [11, 12] (на рис. 2 данная часть схемы рассеивателя представлена электрической цепью, обведённой штриховой линией). Входящие в её состав элементы соответствуют следующим обозначениям: r_{p-n} — постоянное линейное сопротивление $p-n$ -перехода, G_n — нелинейная проводимость $p-n$ -перехода, C_n — ёмкость $p-n$ -перехода, $L_S = 5 \cdot 10^{-8}$ Гн — индуктивность контактов, $C_K = 10^{-13}$ Ф — ёмкость корпуса диода. Ёмкость C_n представляет собой сумму диффузионной ёмкости C_d и зарядной ёмкости C_z , при этом для диодов сверхвысокочастотного диапазона, как показано в [16], $C_n \approx C_d$. При расчётах C_d аппроксимировалась полиномом третьей степени, коэффициенты полинома определены в [11].

Поскольку G_n обеспечивает одностороннюю проводимость, которая приводит к практически мгновенному запирающему диода, т. е. устранению нелинейного вторичного излучения, при построении модели рассеивателя было принято допущение, что G_n в эквивалентной схеме диода отсутствует.

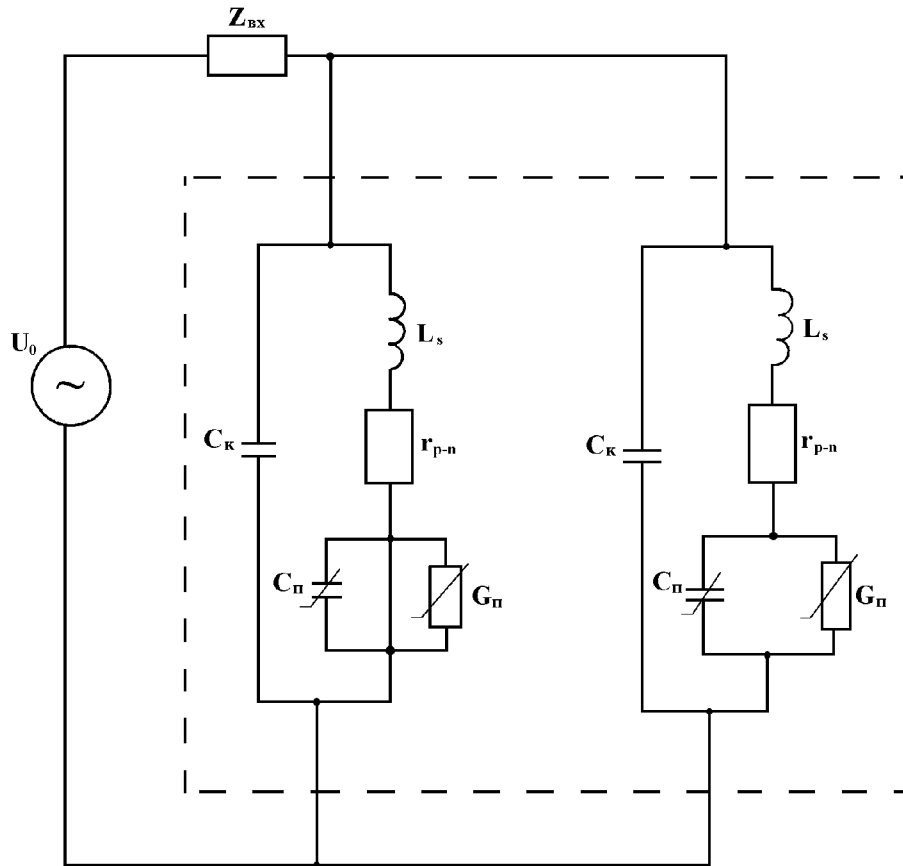


Рис. 2.

Импеданс диода Z_n и ЭДС U_n на n -й гармонике частоты облучающего поля вычислялись путём решения системы компонентных уравнений [10–11] относительно всех токов и напряжений, учтённых в схеме на рис. 2. В результате была найдена передаточная функция рамки [11]. Величина U_n вычислялась как произведение наведённой в рассеивателе ЭДС на передаточную функцию, Z_n — как коэффициент пропорциональности между напряжением на нелинейном элементе и протекающим через него током n -й гармоники.

Решение (3) из-за круговой симметрии рассеивателя целесообразно искать в виде рядов Фурье [6, 7]. Ядра $K_n(\varphi - \varphi')$ и $G_s^{(n)}(\varphi - \varphi')$ ($s = 1, 2$) и $I_{n\omega}(\varphi)$ представляются в виде разложений по системе комплексных экспонент с показателем $-jmt\varphi$, где m — целое число. В результате подстановки разложений в (3) и интегрирования по φ были получены выражения для коэффициентов разложения плотности тока

$$I_{n\omega, m} = j \frac{U_n \varepsilon' Z_n Z_{\text{вх}, n}}{120\pi^2 (Z_n + Z_{\text{вх}, n}) (\alpha_{n, m} + k_{n, m}^{(s)})}, \quad (4)$$

где

$$\begin{Bmatrix} \alpha_{n, m} \\ k_{n, m}^{(s)} \end{Bmatrix} = -m^2 \begin{Bmatrix} w_{n, m} \\ g_{n, m}^{(s)} \end{Bmatrix} + \frac{\varepsilon' \cdot (nk_0 b)^2}{2} \begin{Bmatrix} w_{n, m+1} + w_{n, m-1} \\ g_{n, m+1}^{(s)} + g_{n, m-1}^{(s)} \end{Bmatrix},$$

$$\begin{Bmatrix} G_s(\varphi - \varphi') \\ K(\varphi - \varphi') \end{Bmatrix} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \begin{Bmatrix} g_{n,m}^{(s)} \\ w_{n,m} \end{Bmatrix} \cdot \exp[-jm(\varphi - \varphi')],$$

$$Z_{\text{вх},n} = \left[-j \frac{\varepsilon'}{120\pi^3} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \frac{1}{k_{n,m} + \alpha_{n,m}} \right]^{-1}.$$

Использование интеграла Кирхгофа для антенных излучателей [17] позволяет при известных $I_{n\omega,m}$ найти вторичное поле рамки на частоте $n\omega$ при наличии границы раздела двух сред и вычислить зависимость $\sigma_n(\theta)$.

Результаты расчёта угловой зависимости нелинейной ЭПР круговой рамки, погружённой в грунт с комплексной диэлектрической проницаемостью, представлены сплошными линиями на рис. 3 (вторая гармоника) и на рис. 4 (третья гармоника). На рис. 3 и 4 кривая 1 соответствует сухому грунту, 2 — влажному грунту, 3 — мокрому грунту. Вычисления проводились при фиксированной глубине $h = 0,02$ м. Расстояние от источника облучения до границы раздела двух сред составляло 1 м, диаметр рамки $2b = 0,05$ м, радиус провода $a = 1,5$ мм, ширина зазора в местах подключения диодов — 1 мм.

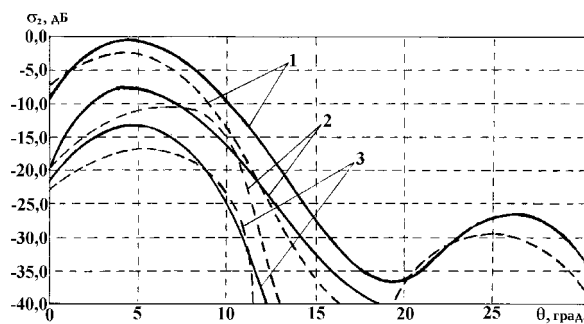


Рис. 3.

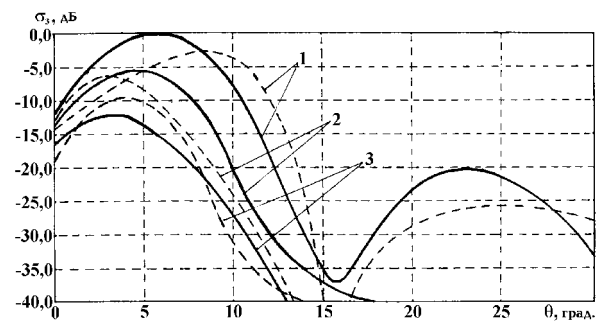


Рис. 4.

Число членов разложения, аппроксимирующего $I(\varphi)$, принималось равным 25. Как показывает анализ, дальнейшее увеличение количества слагаемых ряда Фурье существенно не изменяет значение $I(\varphi)$.

На графиках, приведённых на рис. 3, 4, нелинейные ЭПР нормированы на их максимальные значения для сухого грунта ($\sigma_{2\text{max}} = 7,3 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2$, $\sigma_{3\text{max}} = 3,5 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2$). Графики на рис. 3, 4 приведены для $0^\circ < \theta < 30^\circ$, поскольку в этом диапазоне наблюдается наиболее интенсивное нелинейное рассеяние.

Предложенная методика расчёта нелинейной ЭПР заглубленной рамки может быть распространена на случай анализа вторичного излучения поля рамкой, содержащей N произвольно расположенных нелинейных нагрузок с различной полярностью включения. При этом правая часть (2) будет иметь вид

$$\sum_{i=1}^N \left(Z_i - g_i^{(n)} \cdot U_i \right) \cdot \delta(\varphi - \varphi_i)/b,$$

где φ_i , Z_i , U_i — соответственно координата, импеданс и эффективная ЭДС i -й нагрузки, $g_i^{(n)}$ — коэффициент, равный 1 для третьей гармоники и принимающий значение 1 или -1 для второй гармоники в зависимости от полярности включения i -того диода в рамку [18].

2. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ НЕЛИНЕЙНОЙ ЭПР ЗАГЛУБЛЕННОЙ КРУГОВОЙ РАМКИ

Для проверки точности расчётов проведены измерения меридиональной зависимости ЭПР заглубленной круговой рамки с нелинейными нагрузками на второй и третьей гармониках частоты падающего излучения.

При экспериментальных исследованиях использовалась амплифазометрическая нелинейная радиолокационная измерительная установка, блок-схема которой представлена на рис. 5.

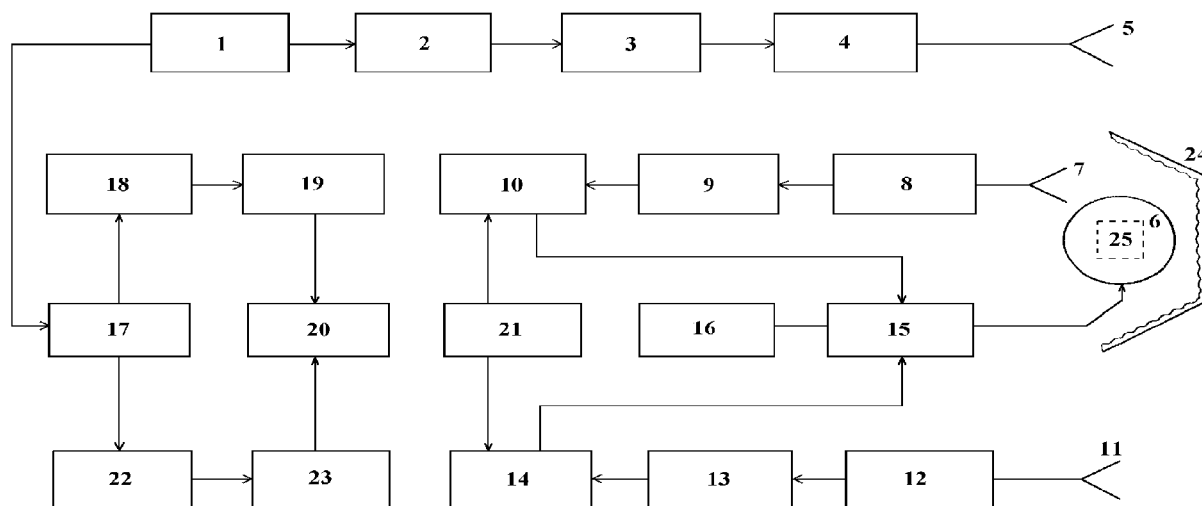


Рис. 5.

Блок-схема включает в себя следующие основные элементы: 1 — генератор сверхвысоких частот Г4–95 (мощность излучения — 1 Вт), 2 — аттенюатор, 3 — набор полосовых фильтров высших гармоник генератора, обеспечивающих ослабление паразитного излучения на 120 дБ на частоте облучающего поля [9], 4 — вращающееся сочленение для помещения исследуемого нелинейного рассеивателя в область главного лепестка диаграммы направленности излучающей антенны, 5 — излучающая антенна, 6 — диэлектрический столик для размещения объекта исследований, 7 — приёмная антенна, настроенная на вторую гармонику облучающей волны, 8 — режекторный фильтр на второй гармонике, обеспечивающий ослабление рассеянного поля на частоте облучения на 80 дБ, 9 — усилитель сигнала на второй гармонике, 10 — амплифазометр (ФК2–33), 11 — приёмная антенна, настроенная на третью гармонику частоты падающего поля, 12 — режекторный фильтр на третьей гармонике, 13 — усилитель сигнала на третьей гармонике, 14 — амплифазометр (ФК2–33), 15 — устройство сопряжения, 16 — устройство регистрации и обработки сигналов, 17 — переключатель, 18 — удвоитель частоты, 19 — фильтр, настроенный на вторую гармонику, 20 — переключатель, 21 — аттенюатор, 22 — утроитель частоты, 23 — фильтр, настроенный на третью гармонику, 24 — безэховая камера, 25 — измеритель плотности потока мощности (ПЗ–19) с чувствительностью $5 \cdot 10^{-3}$ Вт/м².

Регистрация принимаемой информации и её обработка осуществлялись на IBM PC 486 DX. Для сопряжения приёмного канала с ЭВМ применялся адаптер канала общего пользования (КОП, ГОСТ 26003–80).

Приёмный тракт поля на второй гармонике выполнен в виде коаксиального соединения (кабель РК75–4–11), на третьей гармонике — в виде волноводной системы. Развязка между передающим и приёмными каналами осуществлялась при помощи экранов из немагнитных материалов [9]. На поверхность безэховой камеры был нанесён радиопоглощающий материал “Ясень”, обеспечивающий снижение фонового нелинейного вторичного излучения в сантиметровом диапазоне на 35 дБ.

Экспериментально нелинейная ЭПР рассеивателя определялась как размерный коэффициент пропорциональности между мощностью вторичного поля на гармониках частоты падающей волны на вхо-

де приёмных трактов и плотностью потока мощности облучающего поля в точке расположения объекта исследований.

Абсолютная погрешность измерения нелинейной ЭПР составляла 4,7 дБ на второй гармонике и 4,2 дБ на третьей гармонике.

Измеренные значения нелинейной ЭПР представлены на рис. 3, 4 пунктирными линиями.

Экспериментальные зависимости $\sigma_n(\theta)$ ($n = 2, 3$) получены путём усреднения результатов 25 измерений нелинейной ЭПР на второй и третьей гармониках частоты падающей волны методом наименьших квадратов. Поэтому при оценке погрешности $\Delta\sigma_n$ ($n = 2, 3$) не учитывалось отличие конструктивных параметров диодов Д18 (ёмкости корпуса, постоянного сопротивления $p - n$ -перехода) от их паспортных данных, используемых при расчётах.

Изменение комплексной диэлектрической проницаемости грунта в зависимости от влажности оценивалось по эмпирическим формулам [19]. Исходными данными для расчёта ϵ' грунта различной влажности являются масса и объём сухого грунта с плотностью 2,70 г/см³ при температуре воздуха 300 К, а также масса и объём воды в грунте.

3. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Анализ результатов теоретического и экспериментального исследования рассеяния электромагнитных волн заглубленной круговой рамкой с нагрузками в виде двух полупроводниковых диодов Д18 позволяет сделать вывод о хорошем совпадении рассчитанной и измеренной зависимостей $\sigma_n(\theta)$ на второй и третьей гармониках частоты облучающей волны (количественном в пределах лепестков меридиональных диаграмм нелинейного рассеяния и качественном в целом), что говорит об эффективности предложенной обобщённой методики.

Наибольшее (до 10 дБ) отклонение экспериментальных значений нелинейной ЭПР рамки на третьей гармонике частоты падающей волны от зависимости $\sigma_3(\theta)$, полученной в результате расчёта, наблюдается в точках минимумов вторичного излучения. Это обусловлено влиянием границы динамического диапазона измерительной установки на точность регистрации рассеянного поля, присутствием в спектре облучающей волны высших гармоник, не устранимых фильтром и, как можно предположить, отличием реальной комплексной диэлектрической проницаемости грунта от значений ϵ' , использованных при расчётах. Данное отличие обусловлено неточностью определения массы и объёма сухого грунта, массы и объёма воды в грунте, а также неравномерностью увлажнения грунта.

Как и следовало ожидать возрастание влажности грунта приводит к уменьшению нелинейной ЭПР заглубленной рамки. При этом следует отметить, что и в расчётах, и в эксперименте при нормальном падении зондирующего сигнала на рассмотренную рамку наблюдалось уменьшение нелинейной ЭПР пропорционально увеличению модуля комплексной диэлектрической проницаемости грунта.

Интересным результатом является то, что максимумы меридиональных диаграмм нелинейного рассеяния достигались при некотором отклонении угла зондирования от нормали. В [20] аналогичный результат был получен для горизонтальной поляризации зондирующего сигнала. Это говорит о том, что наклонное зондирование нелинейных объектов может быть эффективнее нормального зондирования, при этом выигрыш может составлять величину до 10 дБ.

Ширина лепестков меридиональных диаграмм рассеяния имела общую тенденцию к уменьшению с ростом диэлектрической проницаемости грунта, а направление максимумов диаграмм — тенденцию приближения к нормали, что может быть объяснено увеличением эффективных электрических размеров рамки с ростом диэлектрической проницаемости грунта.

Нехарактерной для нелинейной радиолокации особенностью рассмотренной рамки является превышение её нелинейной ЭПР на третьей гармонике частоты облучающего поля над соответствующим

значением ЭПР на второй гармонике. Можно предположить, что это объясняется лучшими условиями согласования рамки с электромагнитной волной и диодов с рамкой на третьей гармонике частоты зондирующего сигнала и многовходовым характером нелинейной нагрузки.

Полученные результаты позволяют оценить максимальное расстояние, на котором рассмотренная рамка может быть обнаружена по рассеянному полю на второй и третьей гармониках частоты облучающего поля при помощи основного уравнения нелинейной радиолокации [1].

Рассмотрим в качестве поискового средства "нелинейную" РЛС, использующую передающую антенну с коэффициентом усиления 20 дБ, приёмные антенны на частотах второй и третьей гармоник частоты облучающего поля с эффективной площадью $0,5 \text{ м}^2$, приёмник с чувствительностью $-120 \text{ дБ} \cdot \text{Вт}$ и генератор, излучающий зондирующий сигнал с вертикальной поляризацией и пиковой мощностью 50 кВт. В этом случае приёмный сигнал на второй гармонике, равный по величине чувствительности приёмника, будет соответствовать заглубленной в сухом грунте рамке, расположенной на расстоянии 70 м, которое по мере увлажнения грунта уменьшится до 20 м. Для приёмного сигнала на третьей гармонике соответствующие расстояния составят 80 м для сухого грунта и 25 м для мокрого грунта.

ВЫВОДЫ

1. Обобщён метод расчёта вторичного поля заглубленной круговой рамки, нагруженной на одну нелинейную нагрузку, на случай нескольких нелинейных нагрузок на основе комбинации метода функциональных рядов Вольтерра и метода рядов Фурье. Применение обобщённой методики обеспечивает высокую точность расчёта нелинейной ЭПР благодаря учёту потерь в среде и влияния конструктивных параметров нелинейной нагрузки (постоянного сопротивления p — n -перехода, ёмкости корпуса диода и т. д.) на амплитудно-фазовое распределение плотности тока.

2. Для рамки с двумя диаметрально расположенными и включёнными в одном направлении диодами на второй и третьей гармониках частоты облучающего поля с вертикальной поляризацией проведены расчёты и экспериментальные исследования меридиональных зависимостей нелинейной ЭПР. Показано хорошее соответствие теоретических расчётов и результатов измерений.

Один из авторов (С. В. Ларцов) выражает благодарность РФФИ (грант № 96-02-18570) за финансовую поддержку.

ЛИТЕРАТУРА

1. Harger R. // IEEE Trans. AES-12.1976. № 2. P. 230.
2. Горбачев А. А., Данилов В. И., Чигин Е. П., Васенков А. А. // Радиотехника и электроника. 1996. Т. 41. № 8. С. 951.
3. Ларцов С. В. — В сб.: Доклады IV Международной научно-технической конференции "Радиолокация, навигация, связь" — Воронеж, 1998. Т. 2. С. 1185.
4. Штейншлегер В. Б. // Успехи физических наук. 1984. Т. 142. Вып. 1. С. 131.
5. Бочкарев А. М., Долгов М. Н. // Зарубежная радиоэлектроника. 1989. № 2. С. 3.
6. Горбачев А. А., Забронкова Т. М., Тараканков С. П. // Изв. ВУЗов. Радиофизика. 1995. Т. 38. № 9. С. 961.
7. Gorbachev A. A., Zaboronkova T. M., Tarakanov S. P. // JEW. 1995. V. 9. № 10. P. 1285.
8. Кинг Р., Смит Г. Антенны в материальных средах. — М.: Мир, 1984. Т. 2.
9. Маюнов А. Т., Михайлов Г. Д., Разиньков С. Н. // Измерительная техника. 1997. № 12. С. 35.
10. Кузнецов А. С., Кутин Г. И. // Зарубежная радиоэлектроника. 1985. № 4. С. 41.
11. Liu T. K., Tesche F. M. // IEEE Trans. 1976. V. AP-24. № 1. P. 131.
12. Пильдон В. И. Полупроводниковые умножительные диоды. — М.: Радио и связь, 1981.

13. Лебедев И. В., Шнитников А. С. // Радиотехника и электроника. 1996. Т. 41. № 6. С. 750.
14. Беляев В. В., Маюнов А. Т., Михайлов Г. Д., Разиньков С. Н. // Радиотехника. 1997. № 6. С. 89.
15. Черный Ф. В. Распространение радиоволн. — М.: Сов. радио, 1962.
16. Петров Б. М., Семенихина Д. В. // Техника средств связи. Сер. Радиоизмерительная техника. 1989. № 8. С. 7.
17. Juang Lin, Kuo-Mu Chen // IEEE Trans. 1968. V. AP-16. № 3. P. 299.
18. Горбачев А. А., Ларцов С. В. // Радиотехника и электроника. 1995. Т. 40. № 12. С. 1761.
19. Андреев Г. А., Заенцев Л. В., Яковлев В. В. // Зарубежная радиоэлектроника. 1985. № 4. С. 41.
20. Михайлов Г. Д., Маюнов А. Т., Беляев В. В., Разиньков С. Н. — В сб.: Доклады III Всероссийской научно-технической конференции "Радио и волоконно-оптическая связь, локация и навигация". — Воронеж, 1997. Т. 3. С. 1594.

Научно-исследовательский радиофизический институт,
Н.Новгород;
Центральный научно-исследовательский испытательный
институт, Воронеж; Россия

Поступила в редакцию
7 августа 1998 г.

STUDIES OF ELECTROMAGNETIC WAVE SCATTERING BY AN UNDERGROUND RING FRAME WITH NONLINEAR LOADS

V. V. Belyaev, S. V. Lartsov, A. T. Mayunov, G. D. Mikhailov, S. N. Razin'kov

Using the approximation of weak nonlinearity we study both theoretically and experimentally the scattering of electromagnetic waves by underground ring frame with nonlinear loads. The effect of the air-ground boundary is taken into account for various values of permittivity and conductivity of the ground.

УДК 338.550.2

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ПОЛЯРИЗАЦИОННОГО ЭЛЛИПСА МНОГОМОДОВОГО РАДИОСИГНАЛА

Э. Л. Афраймович, В. А. Кобзарь, К. С. Паламарчук, В. В. Чернухов

В статье предлагается использовать спектрально—поляризационный метод для определения параметров поляризационного эллипса в плоскости волнового фронта путём анализа трёх взаимортогональных проекций вектора поля радиосигнала. На первой стадии анализа вычисляются комплексные доплеровские спектры временных вариаций этих проекций. Затем для каждой составляющей спектров эти данные используются для определения параметров поляризации электромагнитной волны. Приведены формулы, иллюстрирующие предлагаемую методику определения параметров поляризационного эллипса и результаты численного моделирования, показывающие возможность практического осуществления идеи.

ВВЕДЕНИЕ

Особенностью распространения сигналов коротковолнового (КВ) диапазона являются их замирания в месте приёма, обусловленные влиянием неоднородной и нестационарной структуры ионосферы и магнитного поля Земли [1, 2]. Исследования [3] показали, что замирания, вызванные поляризационными явлениями, наблюдаются в $50 \div 80\%$ времени работы радиолиний, а уровень сигнала под их влиянием изменяется на $15 \div 25$ дБ. Поэтому адаптация систем КВ диапазона по поляризации, позволяющая добиться снижения воздействия поляризационных замираний на качество приёма, имеет важное значение. Эффективность такой адаптации зависит от точности измерения параметров поляризации электромагнитной волны (ЭМВ). Наиболее существенные ошибки измерения поляризации связаны с интерференцией мод радиосигнала [4] и несовпадением, в общем случае, плоскости измерения с плоскостью волнового фронта приходящей электромагнитной волны [4]– [6].

Цель настоящей работы состоит в том, чтобы показать возможность использования спектрально—поляризационного метода для уменьшения интерференционных ошибок определения параметров поляризационного эллипса, рассмотреть методику измерения этих параметров в плоскости волнового фронта путём анализа трёх взаимно ортогональных проекций вектора поля многомодового радиосигнала, а также оценить влияние углов прихода фронта волны, шумов и межмодовой интерференции на точность определения параметров поляризации.

Описание аппаратуры, программного обеспечения и данных, полученных в эксперименте по проверке осуществимости метода, а также сравнение этих данных с данными традиционного КВ—поляриметра будут опубликованы позже.

1. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ПОЛЯРИЗАЦИИ В ПЛОСКОСТИ ВОЛНОВОГО ФРОНТА

В работе [7] решалась задача определения параметров эллипса поляризации (большой полуоси a , отношения полуосей падающей волны r , угла поворота большой полуоси эллипса β) и углов ориентации нормали к плоскости волнового фронта (зенитного θ и азимутального φ) по известным амплитудам (E_1 , E_2 , E_3) и фазам (γ_1 , γ_2 , γ_3) трёх взаимно ортогональных проекций (компонент) вектора поля

радиосигнала (e_1, e_2, e_3). При этом было предложено определять ряд параметров графическим способом по номограммам, что не позволяет использовать эту методику в автоматизированных численных расчётах. Ниже рассматривается алгоритм, свободный от указанных недостатков.

Введем прямоугольные системы координат, в которых будем искать решение задачи (рис. 1):

- abc — система координат с осями Oa, Ob, Oc ;
- xOy — система координат в плоскости волнового фронта падающей волны (ось Oy определяется пересечением плоскости, проходящей через ось Oc и нормаль к волновому фронту, с плоскостью волнового фронта, а ось Ox ортогональна Oy и параллельна плоскости aOb);
- $x'Oy'$ — система координат, образованная осями Ox', Oy' (проекциями осей Ox, Oy на плоскость aOb).

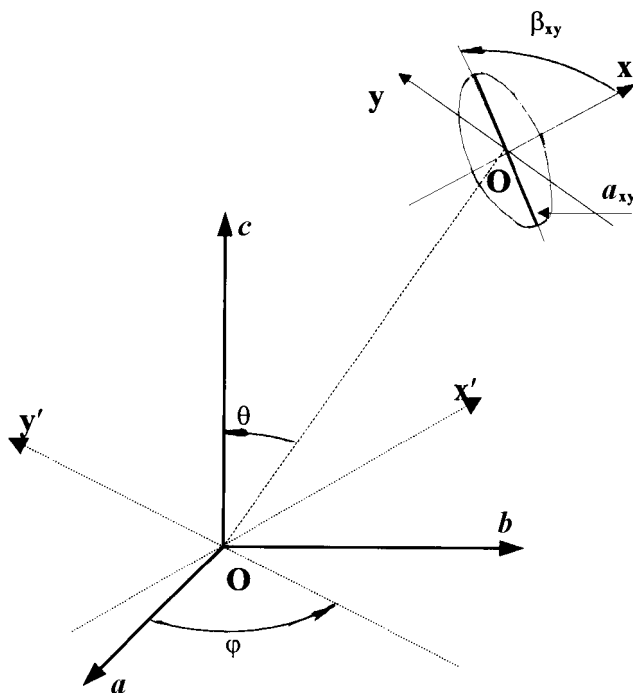


Рис. 1. Геометрия решения задачи определения параметров поляризации. Изображены системы координат $abc, xOy, x'Oy'$. Направление прихода фронта волны задается зенитным углом θ , отсчитываемым от оси Oc , и азимутальным углом φ , отсчитываемым от оси Oa в сторону оси Ob ; угол поворота большой полуоси эллипса поляризации β_{xy} отсчитывается от оси Ox .

В решении задачи применялись формулы, определяющие параметры поляризации через известные амплитуды и фазы компонент в двумерной прямоугольной системе координат [7, 8]:

$$\beta = \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{2E_1 E_2 \cos(\gamma_1 - \gamma_2)}{E_1^2 - E_2^2}, \quad (1)$$

$$r = \sqrt{\frac{E_1^2 \sin^2 \beta - E_1 E_2 \sin 2\beta \cos(\gamma_1 - \gamma_2) + E_2^2 \cos^2 \beta}{E_1^2 \cos^2 \beta + E_1 E_2 \sin 2\beta \cos(\gamma_1 - \gamma_2) + E_2^2 \sin^2 \beta}}, \quad (2)$$

$$a = \frac{E_1}{\sqrt{\cos^2 \beta + r^2 \sin^2 \beta}}, \quad (3)$$

а также формулы, позволяющие по параметрам эллипса поляризации найти амплитуды и разности фаз взаимортогональных проекций вектора поля радиосигнала:

$$E_1 = a \sqrt{\cos^2 \beta + r^2 \sin^2 \beta}, \quad (4)$$

$$E_2 = a\sqrt{\sin^2 \beta + r^2 \cos^2 \beta}, \quad (5)$$

$$\delta = \gamma_1 - \gamma_2 = \operatorname{arctg} \frac{2r}{(1-r^2) \sin 2\beta}, \quad (6)$$

Рассмотрим систему координат abc , на которую под произвольным зенитным углом θ и азимутальным углом φ падает ЭМВ (рис. 1). Определим параметры поляризационного эллипса по известным амплитудам и фазам трёх компонент, которые представим в виде

$$\begin{aligned} e_a &= E_a \sin(\omega t + \gamma_a), \\ e_b &= E_b \sin(\omega t + \gamma_b), \\ e_c &= E_c \sin(\omega t + \gamma_c). \end{aligned} \quad (7)$$

Воспользуемся следующим алгоритмом нахождения параметров поляризационного эллипса.

1. Найдём азимут из формулы $\operatorname{tg} \varphi = \frac{E_a \sin(\gamma_a - \gamma_c)}{E_b \sin(\gamma_c - \gamma_b)}$, приведенной в работе [8].
2. Определим параметры поляризации в плоскости aOb (β_{ab} , r_{ab} , a_{ab}) по формулам (1)–(3).
3. Из рис. 2 определим угол поворота проекции большой оси эллипса поляризации падающей на плоскость aOb ЭМВ относительно оси Ox' : $\beta_{xy'} = \beta_{ab} - (\varphi + 90^\circ)$.
4. Используя соотношения (4)–(6), по найденным параметрам $\beta_{xy'}$, r_{ab} , a_{ab} восстановим амплитуды компонент $E_{y'}$ и $E_{x'}$ проекции поляризационного эллипса, заданного в системе координат $x'Oy'$, и сдвиг фаз $\delta_{xy'}$ между ними.
5. Из рис. 1 следует, что $\theta = \operatorname{arctg} \frac{E_{y'}}{E_c}$ и $E_y = E_c \sin \theta$. Так как ось Ox параллельна оси Ox' , а ось Oy лежит в одной плоскости с осью Oy' , то $E_x = E_{x'}$, $\delta_{xy} = \delta_{xy'}$.
6. После подстановки в выражения (1)–(3) рассчитанных амплитуд E_x , E_y и разности фаз δ_{xy} определим параметры поляризации в плоскости волнового фронта β_{xy} , r_{xy} , a_{xy} .

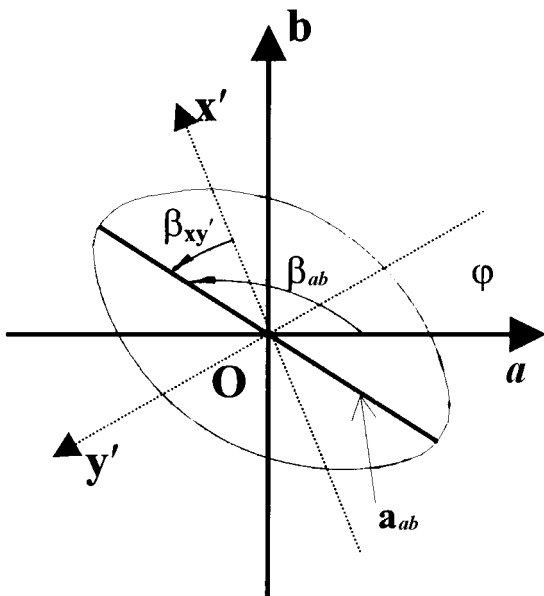


Рис. 2. Геометрические соотношения при определении угла $\beta_{xy'}$ поворота проекции эллипса поляризации падающей ЭМВ на плоскость aOb относительно оси Ox' ; β_{ab} — угол поворота проекции большой полуоси эллипса поляризации на плоскость aOb относительно оси Oa .

Итак, используя специальным образом выбранные системы координат и выражения (1)–(6), можно решить задачу определения параметров эллипса поляризации в плоскости волнового фронта ЭМВ по трём взаимно ортогональным компонентам вектора поля.

2. РАЗДЕЛЕНИЕ ИНТЕРФЕРИРУЮЩИХ МОД ПРИ ИЗМЕРЕНИИ ПАРАМЕТРОВ ПОЛЯРИЗАЦИИ

Непосредственное использование формул (1)–(6) возможно только для строго регулярного одномодового сигнала. Внешние помехи и рассеяние сигнала увеличивают ошибки измерений, а многомодовость при близких значениях амплитуд мод вызывает необратимые интерференционные искажения.

Рассмотрим две моды 1 и 2 с постоянными во времени амплитудами проекций вектора поля $E_{1,x}$, $E_{1,y}$, $E_{2,x}$, $E_{2,y}$ на оси Ox , Oy и разностями фаз между компонентами $\Delta\gamma_1 = \gamma_{1x} - \gamma_{1y}$ и $\Delta\gamma_2 = \gamma_{2x} - \gamma_{2y}$, т. е. с постоянной поляризацией. В этих условиях амплитуды компонент E_x , E_y и разность фаз $\delta_{xy} = \gamma_y - \gamma_x$ будут вследствие интерференции иметь вид

$$E_x = \sqrt{E_{1,x}^2 + E_{2,x}^2 + 2E_{1,x}E_{2,x}\cos(\Delta\gamma_x)}, \quad (8)$$

$$E_y = \sqrt{E_{1,y}^2 + E_{2,y}^2 + 2E_{1,y}E_{2,y}\cos(\Delta\gamma_y)}, \quad (9)$$

$$\delta_{x,y} = \arctg\left(\frac{E_{1,y}\sin\gamma_{1,y} + E_{2,y}\sin\gamma_{2,y}}{E_{1,y}\cos\gamma_{1,y} + E_{2,y}\cos\gamma_{2,y}}\right) - \arctg\left(\frac{E_{1,x}\sin\gamma_{1,x} + E_{2,x}\sin\gamma_{2,x}}{E_{1,x}\cos\gamma_{1,x} + E_{2,x}\cos\gamma_{2,x}}\right). \quad (10)$$

При подстановке в формулы (1)–(6) амплитуд и разностей фаз компонент, рассчитанных по выражениям (8)–(10), измеренные параметры поляризации не будут иметь ничего общего с поляризацией слагаемых мод. Этот эффект тем более актуален для большего количества мод.

Поэтому разделение интерферирующих мод при поляризационных измерениях является совершенно необходимым условием. Для решения этой задачи в работе [9] предложен метод анализа полного вектора поля на основе доплеровской фильтрации его ортогональных проекций (спектрально-поляризационный метод).

Суть метода сводится к тому, что во всех алгоритмах для вычисления параметров полного вектора поля (в том числе и параметров поляризации) с помощью систем уравнений относительно взаимно ортогональных проекций поля вместо комплексных амплитуд проекций используются комплексные амплитуды составляющих комплексного доплеровского спектра этих проекций, т. е. амплитудные $E_1(\omega)$, $E_2(\omega)$, $E_3(\omega)$ и фазовые $\gamma_1(\omega)$, $\gamma_2(\omega)$, $\gamma_3(\omega)$ спектры, где ω — круговая частота. Эти спектры вычисляются для комплексных амплитуд сигнала с выхода взаимно ортогональных антенн с использованием алгоритмов быстрого преобразования Фурье (БПФ) и подходящих временных или спектральных окон. Например, выражения (1)–(3) для вычисления параметров поляризации примут вид

$$\beta(\omega) = \frac{1}{2} \arctg \frac{E_1(\omega)E_2(\omega)\cos\delta(\omega)}{E_1^2(\omega) - E_2^2(\omega)}, \quad (11)$$

$$r(\omega) = \sqrt{\frac{E_1^2(\omega)\sin^2\beta(\omega) - E_1(\omega)E_2(\omega)\sin 2\beta(\omega)\cos\delta(\omega) + E_2^2(\omega)\cos^2\beta(\omega)}{E_1^2(\omega)\cos^2\beta(\omega) + E_1(\omega)E_2(\omega)\sin 2\beta(\omega)\cos\delta(\omega) + E_2^2(\omega)\sin^2\beta(\omega)}}, \quad (12)$$

$$a(\omega) = \frac{E_1(\omega)}{\sqrt{\cos^2\beta(\omega) + r^2(\omega)\sin^2\beta(\omega)}}. \quad (13)$$

Таким образом, используя спектрально-поляризационный метод, по трём взаимно ортогональным компонентам вектора поля можно определить параметры поляризации многомодового радиосигнала.

3. ВЛИЯНИЕ УГЛОВ ПРИХОДА ФРОНТА ВОЛНЫ, ШУМОВ И МЕЖМОДОВОЙ ИНТЕРФЕРЕНЦИИ НА ТОЧНОСТЬ ВОССТАНОВЛЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ ПОЛЯРИЗАЦИИ (ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ)

Исследование влияния углов прихода фронта волны, шумов и межмодовой интерференции на точность восстановления параметров поляризации осуществлялось при помощи численного моделирования. Первый этап моделирования заключался в получении рядов мгновенных отсчётов проекций вектора поля электромагнитной волны на три взаимно перпендикулярные антенны. Вычисления велись с использованием рядов длиной в 512 точек при частоте сигнала 1 Гц и частоте дискретизации отсчётов 10 Гц, что соответствует ширине спектральной линии моды приблизительно 0,01 Гц. На втором этапе полученные ряды подвергались прямому преобразованию Фурье. Затем для каждой из спектральных компонент по формулам, приведённым в разд. 1 и 2, вычислялись параметры поляризации. Для оценки точности измерений использовались средние значения и среднеквадратичные отклонения (СКО) восстанавливаемых параметров.

Моделирование восстановления параметров поляризации β и r двух интерферирующих мод одинаковой амплитуды с совпадающими углами прихода ($\theta = 15^\circ$, $\varphi = 65^\circ$) и различными параметрами поляризации ($\beta_1 = 30^\circ$, $\beta_2 = 60^\circ$, $r_1 = 0,5$, $r_2 = 0,3$) осуществлялось при отношении СКО шума к амплитуде радиосигнала E_m , равном 0,3. На рис. 3 а, г, ж приведены амплитудные спектры $E(f)$, где $f = \frac{\omega}{2\pi}$, для трёх значений df разности частот интерферирующих мод ($df = 0,05$ Гц, рис. 3а; $df = 0,01$ Гц, рис. 3г; $df = 0,005$ Гц, рис. 3ж). На рис. 3 б, д, з и рис. 3 в, е, и представлены соответственно результаты восстановления угла поворота большой полуоси и отношения осей эллипса поляризации двух мод. По осям абсцисс отложены заданные значения параметров поляризации, а по осям ординат — их восстановленные значения. Пунктирными линиями на рис. 3 б, в, д, е показаны средние значения восстановленных параметров.

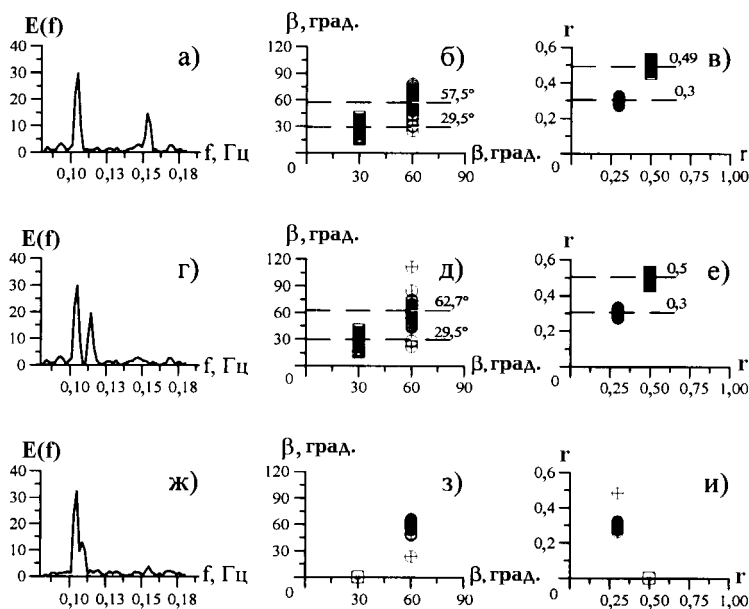


Рис. 3. Результаты исследования точности восстановления параметров поляризации двух интерферирующих мод, имеющих одинаковые амплитуды и углы прихода фронта волны ($\theta = 15^\circ$, $\varphi = 65^\circ$) и различные поляризационные параметры ($\beta_1 = 30^\circ$, $\beta_2 = 60^\circ$, $r_1 = 0,5$, $r_2 = 0,3$). Отношение СКО шума к амплитуде мод равно 0,3.

При разности частот $df = 0,05$ Гц (рис. 3а) происходит устойчивое восстановление заданных параметров поляризации (рис. 3 б, в). Средние значения восстановленных углов поворота большой полуоси эллипса поляризации $\beta_{ср}$ и отношений осей эллипса $r_{ср}$ для первой и второй мод равны соответственно $\beta_{ср1} = 29,5^\circ$, $\beta_{ср2} = 57,5^\circ$, $r_{ср1} = 0,49$, $r_{ср2} = 0,3$, а СКО измеренных параметров первой и второй

мод равны соответственно $\sigma\beta_1 = 4,9^\circ$, $\sigma\beta_2 = 11,2^\circ$, $\sigma r_1 = 0,02$, $\sigma r_2 = 0,01$. Уменьшение разности частот до величины $0,01$ Гц (рис. 3г), соответствующей ширине спектральной линии, увеличивает разброс восстанавливаемых углов поворота большой полуоси эллипса поляризации β (рис. 3д), а на восстановление отношения осей эллипса r (рис. 3е) практически не влияет. Средние значения восстановленных параметров поляризации и их СКО равны соответственно $\beta_{ср1} = 29,5^\circ$, $\beta_{ср2} = 62,7^\circ$, $r_{ср1} = 0,5$, $r_{ср2} = 0,3$, $\sigma\beta_1 = 4,9^\circ$, $\sigma\beta_2 = 23,2^\circ$, $\sigma r_1 = 0,02$, $\sigma r_2 = 0,02$. Дальнейшее уменьшение df мод до $0,005$ Гц (рис. 3ж) приводит к слиянию двух мод в одну, и восстановление параметров поляризации интерферирующих мод (рис. 3з, и) становится невозможным.

Исследование влияния шума на точность восстановления заданных параметров поляризации $\beta_0 = 80^\circ$, $r_0 = 0,5$ при различных углах прихода фронта волны одномодового радиосигнала осуществлялось при отношении $\sigma N/E_m$, равном $0, 0,3, 1,2$ (рис. 4, 5).

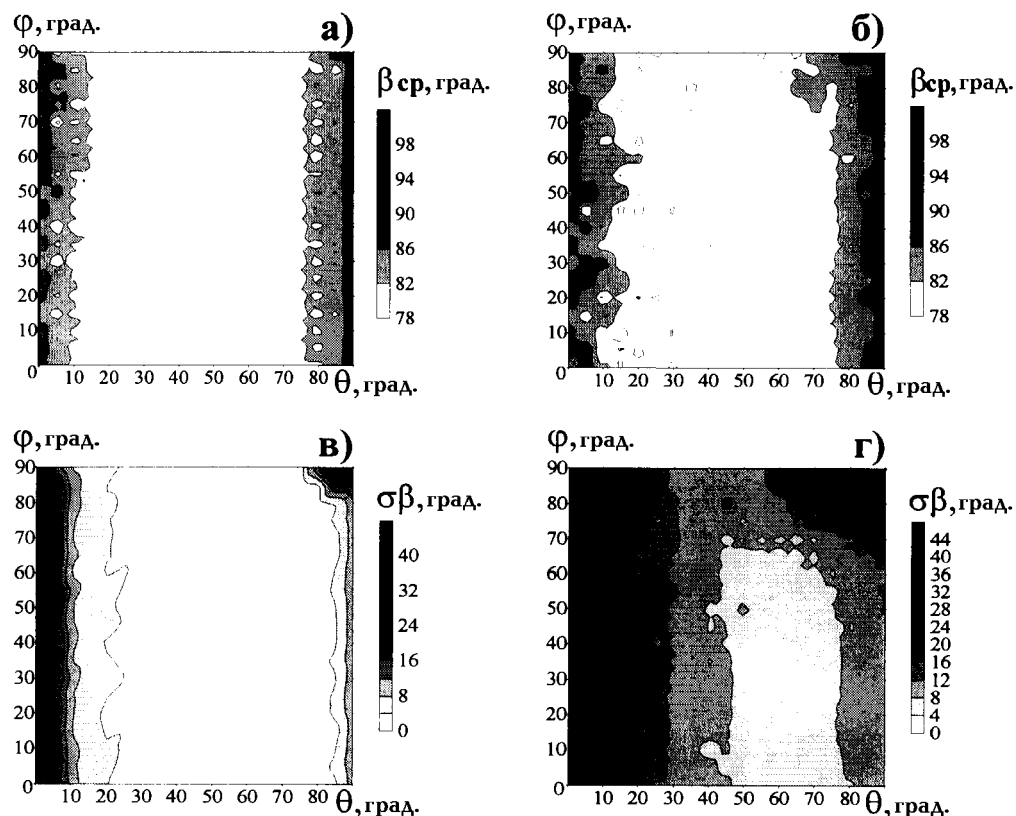


Рис. 4. Результаты исследования влияния шумов на точность восстановления величины заданного угла поворота большой полуоси эллипса поляризации $\beta_0 = 80^\circ$ при различных углах прихода фронта волны одномодового радиосигнала. Степенью зачернения, соответствующей полутоновой шкале яркостей, обозначены средние значения $\beta_{ср}$ восстановленного угла поворота при $\sigma N/E_m = 0,3$ (панель а) и $\sigma N/E_m = 1,2$ (панель б), а также среднее квадратичное отклонение $\sigma\beta$ восстановленного угла поворота при $\sigma N/E_m = 0,3$ (панель в) и $\sigma N/E_m = 1,2$ (панель г).

В случае, когда амплитуда шума равна нулю, восстановление угла поворота большой полуоси эллипса β_0 и отношения осей эллипса r_0 происходит с точностью вычислений на компьютере (этот случай на рис. 4, 5 не показан). При увеличении уровня шума ($\sigma N/E_m = 0,3$) появляются “неблагонадежные” области, где точность восстановления β_0 гораздо ниже (рис. 4 а, в). Среднее значение восстановленного угла поворота большой полуоси эллипса поляризации $\beta_{ср}$ имеет ярко выраженную зависимость от зенитного угла θ (рис. 4а): в диапазоне изменения θ от 15° до 75° $\beta_{ср}$ совпадает с β_0 с точностью не ху-

же 2° , а вблизи $\theta = 0^\circ$ и 90° $\beta_{\text{ср}}$ отличается от заданного β_0 на $2^\circ \div 18^\circ$. При анализе зависимости СКО восстановленного значения угла поворота большой полуоси эллипса поляризации $\sigma\beta$ от угла прихода фронта волны (рис. 4в) обнаруживаются области изменения зенитного угла ($0^\circ \div 25^\circ$ и $80^\circ \div 90^\circ$), в которых $\sigma\beta$ может достигать значительных величин ($4^\circ \div 40^\circ$). В остальном диапазоне зенитных углов $\sigma\beta$ не превышает 4° . Изменения азимута не оказывают существенного влияния на точность восстановления β_0 .

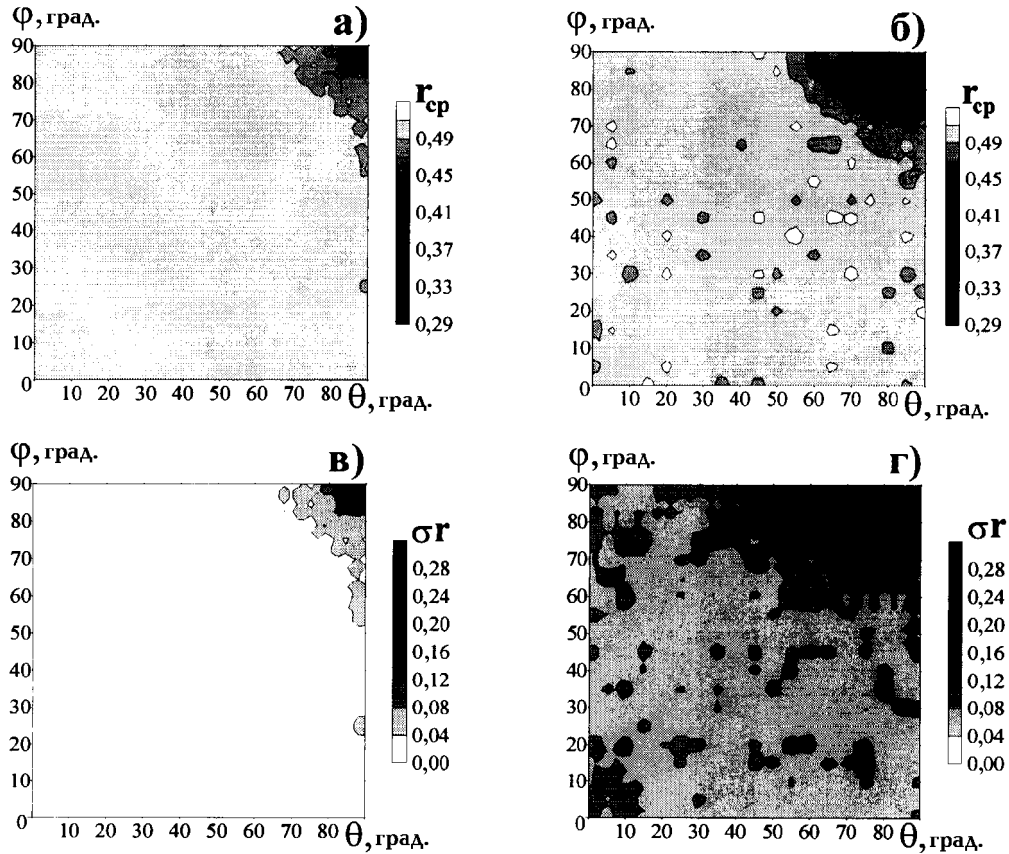


Рис. 5. Результаты исследования влияния шумов на точность восстановления заданного отношения осей эллипса $r_0 = 0,5$ при различных углах прихода фронта волны одномодового радиосигнала. Степенью зачернения, соответствующей полутонной шкале яркостей, обозначены средние значения $r_{\text{ср}}$ восстановленного отношения осей при $\sigma N/E_m = 0,3$ (панель а) и $\sigma N/E_m = 1,2$ (панель б) и среднее квадратичное отклонение σr при $\sigma N/E_m = 0,3$ (панель в) и $\sigma N/E_m = 1,2$ (панель г).

При дальнейшем увеличении уровня шума ($\sigma N/E_m = 1,2$) происходит расширение “неблагонадежных” областей определения β (рис. 4 б, г). Среднее значение $\beta_{\text{ср}}$ и СКО восстановленного угла поворота большой полуоси эллипса сохраняют явно выраженную зависимость от зенитного угла. Уменьшается диапазон углов θ ($25^\circ \div 65^\circ$), в которых $\beta_{\text{ср}}$ совпадает с заданным углом β_0 , и сужается диапазон углов θ ($45^\circ \div 70^\circ$), в которых $\sigma\beta$ минимально и не превышает $4^\circ \div 8^\circ$.

На рис. 5 представлены результаты восстановления заданного отношения осей эллипса $r_0 = 0,5$. При отношении $\sigma N/E_m = 0,3$ (рис. 5 а, в) в диапазоне изменения θ и φ от 0° до 60° среднее значение восстановленного параметра r совпадает с заданным r_0 . Существует область в окрестности углов прихода фронта волны $\theta = 90^\circ$ и $\varphi = 90^\circ$, где восстановленные $r_{\text{ср}}$ отличаются от r_0 на величину 0,2, а σr достигает значений 0,28. При повышении уровня шума ($\sigma N/E_m = 1,2$) происходит расширение “неблагонадежного” сектора (рис. 5 б, г). Во всём диапазоне углов прихода фронта волны σr превы-

шает величину 0,08, а также появляется множество небольших областей, где ошибки измерений достаточно высоки: $|r_0 - r_{cp}| \approx 0,02$, $\sigma r \approx 0,12$. Наблюдающаяся на рис. 4, 5 “тонкая структура” может быть объяснена тем, что при моделировании использовался некоторый конкретный вид шума. При увеличении длины анализируемых рядов влияние этого фактора станет незаметным.

Таким образом, результаты моделирования показали, что доплеровское разделение позволяет определять параметры поляризации и углы прихода мод, разнесённых по частоте на величину порядка ширины спектральной линии. При увеличении разности частот мод до величины, в 2 ÷ 3 раза большей ширины линии, интерференция перестаёт играть заметную роль. При воздействии помех оптимальным, с точки зрения наивысшей точности измерений параметров поляризации, является следующий диапазон углов прихода фронта волны: по зенитному углу от 45° до 60°, по азимутальному углу от 30° до 60°.

ВЫВОДЫ

1. Результаты моделирования свидетельствуют о том, что применение спектрально—поляризационного метода является эффективным средством разделения интерферирующих мод, что позволяет повысить точность измерения параметров поляризации многомодового радиосигнала.

2. Доплеровское разделение мод позволяет определять средние значения параметров поляризации интерферирующих мод, разнесённых по частоте на ширину спектральной линии. При этом ошибка определения средних значений параметров поляризации мод по углу поворота большой полуоси эллипса β составляет не более 3°, по отношению осей эллипса r — не более 0,01.

3. Точность определения параметров поляризации предложенным методом зависит от задаваемых значений углов прихода фронта волны и в большей части углового диапазона составляет $\pm 2^\circ$ по углу поворота большой полуоси эллипса β , $\pm 0,01$ по отношению осей эллипса r .

4. Существуют диапазоны углов θ и φ , в которых метод не гарантирует достаточную точность: $0^\circ \div 20^\circ$ и $80^\circ \div 90^\circ$ для зенитного угла θ и $0^\circ \div 5^\circ$ и $80^\circ \div 90^\circ$ для азимутального угла φ . При повышении уровня шума эти секторы расширяются.

ЛИТЕРАТУРА

1. Дэвис К. Радиоволны в ионосфере. — М.: Мир, 1973.
2. Черный Ф. Б. Распространение радиоволн. — М.: Сов. радио, 1962.
3. Булатов Н. Д., Савин Ю. К. // Электросвязь. 1971. № 2. С. 14.
4. Афраймович Э. Л. Интерференционные методы зондирования ионосферы. — М.: Наука, 1982.
5. Булатов Н. Д., Савин Ю. К. // Электросвязь. 1970. № 9. С. 29.
6. Халифе Диб. Методы и устройства адаптации к поляризационным параметрам применяемых радиоволн декаметрового диапазона. Деп. ЦНТИ Информсвязи — 550 св. — 1984.
7. Морган, Эванс. — В кн.: Антенны эллиптической поляризации / Под ред. А. И. Шпунтова. — М.: Изд-во иностр. лит., 1961. С. 62.
8. Канарейкин Д. Б., Павлов Н. Ф., Потехин В. А. Поляризация радиолокационных сигналов. — М.: Сов. радио, 1966.
9. А. с. 650026 СССР. Способ измерения полного вектора поля / Агафонников Ю. М., Афраймович Э. Л., Полиматиди В. П. (СССР). // Открытия, изобретения, промышленные образцы, товарные знаки. 1979. № 8. С. 153.

Институт солнечно—земной физики
Сиб. отд. РАН,
Иркутское высшее военное
авиационное инженерное училище;
Иркутск, Россия

Поступила в редакцию
26 мая 1998 г.

DETERMINING THE POLARIZATION ELLIPSE PARAMETERS OF A MULTIMODE RADIOWAVE SIGNAL

E. L. Afraimovich, V. A. Kobzar', K. S. Palamarchuk, and V. V. Chernukhov

We propose to use the spectro-polarization method to determine the polarization ellipse parameters of a radiowave signal in the wavefront plane using three mutually orthogonal projections of the field vector. At first, we calculate the complex Doppler spectra of temporal variations of these projections. Then, these data for each spectral components are used to determine the polarization parameters of an electromagnetic wave. The formulas illustrating the proposed technique and the results of numerical simulations showing the possibility for practical implementation of the idea are given.

УДК 538.566; 621.371

РАССЕЯНИЕ УЗКОГО ВОЛНОВОГО ПУЧКА НА СЛУЧАЙНО–НЕРОВНОЙ ЛОКАЛЬНО–ДИФФУЗНОЙ ПОВЕРХНОСТИ ПРИ ИМПУЛЬСНОМ ПОДСВЕТЕ

М. Л. Белов, В. А. Городничев, В. И. Козинцев

В статье рассматривается рассеяние узкого импульсного волнового пучка на случайно–неровной поверхности со сложной индикатрисой рассеяния локальных участков. Аналитические выражения для средней мощности, регистрируемой приёмником, найдены при нормальном распределении высот и наклонов поверхности в двух случаях: когда направление на приёмник близко к направлению зеркального отражения и когда направление на приёмник сильно отличается от направления зеркального отражения. Показано, что в этих двух случаях форма эхо–импульса, регистрируемого приёмником, существенно различна и определяется параметрами источника, приёмника, схемы зондирования и дисперсией высот неровностей поверхности. Принимаемая мощность сильно зависит от ширины локальной индикатрисы рассеяния, причём вид этой зависимости определяется углами освещения и приёма. Полученные аналитические формулы для мощности, регистрируемой приёмником, хорошо согласуются с результатами численных расчётов.

Мощность эхо–сигнала, регистрируемого приёмником при рассеянии узкого волнового пучка на случайно–неровной поверхности с ламбертовской индикатрисой рассеяния локальными участками, исследовалась в ряде работ (см., например, [1–5]) как для непрерывного, так и для импульсного освещения. Однако в опубликованных работах не рассматривались особенности формы эхо–импульса в различных схемах локации. Ниже в общей схеме бистатической локации рассматривается мощность эхо–сигнала при импульсном облучении узким волновым пучком случайно–неровной поверхности с более сложной, чем ламбертовская, индикатрисой рассеяния локальным участком и исследуются особенности формы эхо–импульса в разных схемах локации.

Пусть для случайно–неровной зондируемой поверхности S задана локальная индикатриса рассеяния $\rho(\vec{n}', \vec{m}')$, где $\vec{n}'$, $\vec{m}'$ — единичные вектора, показывающие направление падающего и рассеянного излучения. Локальная индикатриса рассеяния $\rho(\vec{n}', \vec{m}')$ характеризует рассеивающие свойства локальных участков крупномасштабной поверхности S (размеры локальных участков много меньше характерных масштабов поверхности S , но много больше длины волны излучения). В качестве индикатрисы $\rho(\vec{n}', \vec{m}')$ возьмём более общую, чем ламбертовская, диффузную модель (см., например, [6]):

$$\rho(\vec{n}', \vec{m}') = \rho(\vec{m}') = A \frac{n+2}{2} \cos^n \theta, \quad (1)$$

где A — коэффициент отражения (альбедо), n — параметр, характеризующий ширину индикатрисы рассеяния, θ — угол между нормалью к поверхности и направлением наблюдения. При $n = 0$ формула (1) переходит в выражение для индикатрисы рассеяния ламбертовской поверхности.

Пусть неровная поверхность S облучается импульсным сигналом. По распределению интенсивности на поверхности S можно определить интенсивность $J(\vec{R}, \vec{m}, \tilde{t})$ излучения, приходящего на приёмник [7], и найти мощность $P(\tilde{t})$, регистрируемую приёмником [8–10]:

$$P(\tilde{t}) = \int_{S_r} d\vec{R} \int d\Omega(\vec{m}) J(\vec{R}, \vec{m}, \tilde{t}) R(\vec{R}, \vec{m}), \quad (2)$$

где

$$J(\vec{R}, \vec{m}, \tilde{t}) = \int_S d\vec{R} \int d\Omega(\vec{m}) \int dt G_S(\vec{R}, \vec{m}, \hat{t} \rightarrow \vec{R}, \vec{m}, \tilde{t}) J_0(\vec{R}, \vec{m}, \hat{t}), \quad (3)$$

М. Л. Белов, В. А. Городничев, В. И. Козинцев

$G_S(\vec{R}, \vec{m}, \hat{t} \rightarrow \vec{R}, \vec{m}, \tilde{t})$ — поверхностная функция Грина уравнения переноса излучения [7], $J_0(\vec{R}, \vec{m}, \hat{t})$ — интенсивность отражённого излучения на рассеивающей поверхности S в точке $\vec{R}$ в направлении вектора $\vec{m}$ в момент времени $\hat{t}$, $J(\vec{R}, \vec{m}, \tilde{t})$ — интенсивность излучения, приходящего на приёмник в точку $\vec{R}$ в направлении вектора $\vec{m}$ в момент времени $\tilde{t}$, $R(\vec{R}, \vec{m})$ — функция, характеризующая пространственную и угловую прозрачность приёмной апертуры. Интегрирование в (2) проводится по телесному углу $\Omega(\vec{m})$ и апертуре приёмника S_r .

Используя выражение (3), теорему взаимности для функции Грина [7] и вводя понятие “фиктивный источник с параметрами приёмника-[8–10], можно представить выражение (2) для мощности, регистрируемой приёмником в общем случае бистатической локации, в следующем виде (считаем, что среда не искажает зондирующий импульс, а затенения одних элементов поверхности другими несущественны):

$$P(t) = \int_S d\vec{R} \int d\Omega(\vec{m}) \cos \theta J_0(\vec{R}, \vec{m}) J_r(\vec{R}, \vec{m}) f\left(t - \frac{|\vec{r}_S - \vec{R}| + |\vec{r}_r - \vec{R}|}{c}\right), \quad (4)$$

где $J_0(\vec{R}, \vec{m}) = \rho(\vec{m}) J_L(\vec{R}, \vec{m})$, $J_L = \frac{AE_S(\vec{R})}{\pi}$, $J_0(\vec{R}, \vec{m})$ — распределение интенсивности отражённого излучения на рассеивающей поверхности S при непрерывном облучении, $J_L(\vec{R}, \vec{m})$ — распределение интенсивности отражённого излучения на ламбертовской поверхности, $E_S(\vec{R})$ — освещённость на поверхности, создаваемая падающим от источника излучением, $f(t)$ — форма зондирующего импульса, t — время, отсчитываемое от начала посылки зондирующего импульса, $J_r(\vec{R}, \vec{m})$ — распределение интенсивности на рассеивающей поверхности S от “фиктивного источника с параметрами приёмника-[10], $\vec{r}_S$ и $\vec{r}_r$ — векторы, характеризующие соответственно положение источника и приёмника, c — скорость света.

Будем считать для простоты, что источник, приёмник и их оптические оси лежат в одной плоскости xOz , а расстояния от источника и приёмника до поверхности много больше высоты неровностей поверхности S и размеров освещённого пятна на отражающей поверхности. Тогда, проводя в (4) интегрирование по телесному углу и переходя от интегрирования по неровной поверхности S к интегрированию по поверхности S_0 , являющейся проекцией S на плоскость $z = 0$ [11], получим

$$P(t) \approx \frac{A}{\pi} \frac{n+2}{2} \int_{S_0} \frac{d\vec{R}_0}{n_z} E_S(\vec{R}'_{0\zeta}) E_r(\vec{R}''_{0\zeta}) (\vec{n}(\vec{R}_0) \vec{m}_r)^n \times \\ \times f\left(t - \frac{L_S + L_r}{c} - \frac{R_{0x} q_x}{c} - \frac{\zeta(\vec{R}_0) q_z}{c} - \frac{R_0^2 + \zeta^2(\vec{R}_0)}{2c} s\right), \quad (5)$$

где $q_x = \sin \theta_s + \sin \theta_r$, $q_z = -(\cos \theta_s + \cos \theta_r)$, $s = \frac{1}{L_s} + \frac{1}{L_r}$, $\vec{R}'_{0\zeta} = \{[R_{0x} \operatorname{ctg} \theta_s - \zeta(\vec{R}_0)] \sin \theta_s, R_{0y}\}$, $\vec{R}''_{0\zeta} = \{[R_{0x} \operatorname{ctg} \theta_r - \zeta(\vec{R}_0)] \sin \theta_r, R_{0y}\}$, $E_s(\vec{R})$ и $E_r(\vec{R})$ — освещённость в точке $\vec{R}$ на поверхности S соответственно от действительного и “фиктивного” источников [8], L_s и L_r — расстояния от источника и приёмника до поверхности, $\zeta(\vec{R}_0)$ — высота поверхности S в точке $\vec{R}_0$, $\vec{n} = \{n_x, n_y, n_z\}$ — единичный вектор нормали к локальной площадке зондируемой поверхности S , θ_s и θ_r — углы между нормалью к поверхности S и направлением на источник и приёмник, $\vec{m}_r$ — единичный вектор, характеризующий направление на приёмник.

Будем полагать, что зондируемая поверхность S является случайно-неровной поверхностью, высоты и наклоны которой распределены по нормальному закону. Попытки получить из (5) общую аналитическую формулу для средней по ансамблю случайно-неровных поверхностей мощности эхо-сигнала

приводят к очень громоздким математическим выражениям. Основная трудность здесь связана с учётом квадратичных членов в функции $f(t)$. Ниже мощность эхо—сигнала рассматривается в двух случаях: когда направление на приёмник близко к направлению зеркального отражения ($\theta_r \approx -\theta_s$) и когда направление на приёмник сильно отличается от направления зеркального отражения (θ_r сильно отличается от $-\theta_s$).

Если направление на приёмник близко к направлению зеркального отражения, справедливо соотношение

$$R_{0x}q_x \ll \zeta q_z + \frac{R_0^2 + \zeta^2}{2c} s.$$

При этом условии в подынтегральной функции $f(t)$ в выражении (5) можно пренебречь слагаемым $R_{0x}q_x/c$. Пренебрежём в подынтегральной функции $f(t)$ также слагаемым $\frac{\zeta^2}{2c}s$, что справедливо при достаточно мягком условии $\zeta/L \ll 1$. Полагая поверхность S плавно неровной ($\gamma_0^2 \ll 1$, где γ_0^2 — дисперсия наклонов поверхности S), а форму зондирующего импульса гауссовой $\left(f(t) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \exp\left(-4t^2/\tau_s^2\right)\right)$, из формулы (5) после усреднения по высотам и наклонам поверхности S и интегрирования по S_0 получим следующее выражение для средней мощности эхо—сигнала $\bar{P}(t)$:

$$\bar{P}(t) \approx \frac{Aa_s a_r c \tau_s (d1)^{-1/2} F(\gamma_0) \frac{n+2}{2} m_{sz} m_{rz}}{L_s^2 L_r^2 s} \exp\left\{-\frac{0,5cx\tau_s d2}{s} + (d4)^2\right\} \{1 - \Phi[d4 - x(d3)^{-1/2}]\}, \quad (6)$$

где $d1 = 1 + 2\sigma^2(C_s \sin^2 \theta_s + C_r \sin^2 \theta_r)$, $d2 = C_s(\cos^2 \theta_s + 1) + C_r(\cos^2 \theta_r + 1)$, $d3 = 1 + 8\sigma^2 q_z^2 / (c^2 \tau_s^2 d1)$, $d4 = \frac{0,25d2(d3)^{1/2}c\tau_s}{s}$, $x = \frac{2t'}{\tau_s}$, $t' = t - \frac{L_s + L_r}{c}$, $F(\gamma_0) = m_{rz}^n (2\gamma_0^2)^{-n/4} \exp\left(\frac{1}{4\gamma_0^2}\right) \left[(2\gamma_0^2)^{-1/4} \times \right.$
 $\times W_{-\frac{n+1}{4}, -\frac{n-1}{4}}\left(\frac{1}{2\gamma_0^2}\right) + \frac{m_{rx} m_{sx} (n+1)}{2m_{rz} m_{sz}} (2\gamma_0^2)^{1/4} W_{-\frac{n+3}{4}, -\frac{n-3}{4}}\left(\frac{1}{2\gamma_0^2}\right) \left. \right]$, σ^2 — дисперсия высот поверхности S , $\Phi(x)$ — интеграл вероятности, $W_{n,m}(x)$ — функция Уиттекера.

Для прозрачной аэрозольной атмосферы выражения для величин $C_{s,r}$ и $a_{s,r}$ имеют вид [8]

$$a_s = P_0 \exp(-\tau_1) / \pi \alpha_s^2, \quad a_r = r_r^2 \pi \exp(-\tau_2), \quad C_{s,r} = (\alpha_{s,r}^2 L_{s,r})^{-2},$$

где $2\alpha_{s,r}$ — угол расходимости излучения источника и угол поля зрения приёмника соответственно, P_0 — мощность, излучаемая источником, r_r — эффективный размер приёмной апертуры, $\vec{m}_s$ — единичный вектор, характеризующий направление падающего излучения, $\tau_{1,2}$ — оптическая толщина атмосферы соответственно на трассе источник—поверхность и на трассе приёмник—поверхность.

При $L_s = L_r = L$, $\theta_s = \theta_r = 0$ и $n = 0$ выражение (6) переходит в выражение для средней мощности эхо—сигнала при зондировании в надир случайно—неровной локально—ламбертовской поверхности [5].

На рис. 1 приведены результаты расчётов формы эхо—импульса $G(x) = \frac{\bar{P}(t')}{\bar{P}(t'=0)}$, где $x = \frac{2t'}{\tau_s}$, от случайно—неровной поверхности с локальной индикатрисой рассеяния (1) при разных значениях дисперсии высот поверхности. Расчёты величины $G(x)$ проводились при $\alpha_s = 5 \cdot 10^{-3}$, $\alpha_r = 0,1$, $\tau_s = 10^{-10}$ с, $\theta_s = \theta_r = 0$, $L_s = L_r = 10$ км, $\gamma_0^2 = 10^{-2}$. Кривая 1 на рис. 1 соответствует $\sigma = 0,1$ м, кривая 2 — $\sigma = 0,3$ м, кривая 3 — $\sigma = 0,5$ м.

Результаты расчётов по формуле (6) показаны сплошными линиями. Пунктирные линии — результаты численных расчётов по интегральной формуле (5), усреднённой по высотам и наклонам поверхности S . Сплошные и пунктирные линии практически сливаются на рисунке, т. е. аналитическая формула (6) с высокой точностью описывает форму эхо—импульса.

Максимум эхо-сигнала, регистрируемого приёмником в направлении зеркального отражения, находится в области $t' > 0$ (это хорошо видно для кривых 1, 2), и положение его определяется размером освещённого пятна на отражающей поверхности. Увеличение дисперсии высот случайно-неровной поверхности приводит к увеличению длительности эхо-импульса (кривые 3, 4), при этом максимум эхо-импульса по-прежнему находится в области $t' > 0$, хотя это становится менее заметным.

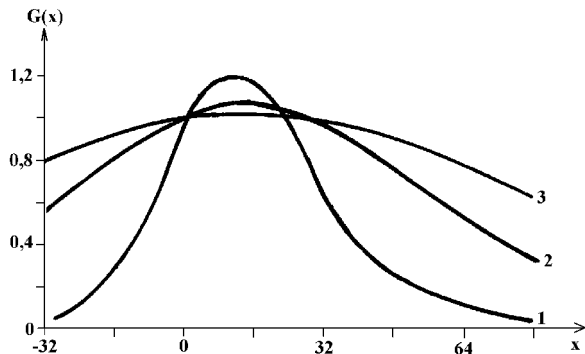


Рис. 1.

Рис. 1 соответствует случаю вертикального моно-статического зондирования, однако форма эхо-импульса в направлении зеркального отражения имеет аналогичный вид и такую же зависимость от σ для произвольного угла освещения θ_s ($\theta_r = -\theta_s$).

Если направление на приёмник сильно отличается от направления зеркального отражения, то

$$R_{0x}q_x \gg \frac{R_0^2 + \zeta^2}{2c}s.$$

При этом условии в подынтегральной функции $f(t)$ в выражении (5) можно пренебречь слагаемым $\frac{R_0^2 + \zeta^2}{2c}s$.

Полагая поверхность S плавно неровной ($\gamma_0^2 \ll 1$), для гауссовой формы зондирующего импульса из формулы (5) после усреднения по высотам и наклонам поверхности S получим следующую формулу для средней мощности эхо-сигнала $\bar{P}(t)$:

$$\bar{P}(t) \approx \frac{Aa_s a_r m_{sz} m_{rz} \nu^{-1/2} 2}{L_s^2 L_r^2 \sqrt{\pi}} \frac{n+2}{2} F(\gamma_0) p^{-1/2} q_1^{-1/2} \exp \left\{ -\frac{4(t')^2 a_1}{\tau_s^2} \right\}, \quad (7)$$

где $p = C_s + C_r$, $a_0 = 1 - \frac{8\sigma^2 q_z}{\nu c^2 \tau_s^2}$, $q_1 = C_s \cos^2 \theta_s + C_r \cos^2 \theta_r + \frac{4q_x^2}{c^2 \tau_s^2} - \frac{2\sigma^2 q_{11}}{\nu}$, $q_{11} = C_s \sin \theta_s \cos \theta_s + C_r \sin \theta_r \cos \theta_r$, $\nu = 1 + 2\sigma^2 \left(C_s \sin^2 \theta_s + C_r \sin^2 \theta_r + \frac{4q_z^2}{c^2 \tau_s^2} \right)$, $a_1 = a_0 - \frac{4q_0^2}{c^2 \tau_s^2 q_1}$, $q_0 = q_x - 2\sigma^2 q_z q_{11} \nu^{-1}$.

При $n = 0$ формула (7) переходит в выражение для средней мощности эхо-сигнала при наклонном зондировании случайно-неровной локально-ламбертовской поверхности [4].

На рис. 2, 3 приведены результаты расчётов формы эхо-импульса $F(x) = \frac{\bar{P}(t')}{\bar{P}(t'=0)}$ от случайно-неровной поверхности с индикатрисой рассеяния (1) при разных значениях дисперсии высот случайно-неровной поверхности. Расчёты величины $F(x)$ проводились при $\theta_r = 40^\circ$, $L_s = 2 \cdot 10^3$ м, $L_r = 10^2$ м, $\alpha_s = 10^{-3}$, $\alpha_r = 0,1$, $\tau_s = 10^{-9}$ с, $\gamma_0^2 = 10^{-2}$.

Рис. 2 соответствует стандарту высот $\sigma = 0,1$ м поверхности S , рис. 3 — стандарту $\sigma = 0,5$ м. На рис. 2, 3 кривая 1 соответствует $\theta_s = 40^\circ$, кривая 2 — $\theta_s = -30^\circ$, кривая 3 — $\theta_s = -40^\circ$.

Результаты расчётов по формуле (7) показаны сплошными линиями. Пунктирные линии — результаты численных расчётов по формуле (5). Сплошные и пунктирные линии для большинства графиков практически совпадают, т. е. аналитическая формула (7) хорошо описывает форму эхо-импульса.

Из рисунков видно, что при большом отличии θ_r от направления зеркального отражения (кривая 1) эхо-импульс симметричен относительно $t' = 0$. В направлении зеркального отражения и при небольшом отличии угла θ_r от направления зеркального отражения (кривые 2, 3) максимум эхо-импульса смещён в область $t' > 0$, хотя форма эхо-импульса, рассчитанная по аналитической формуле (7),

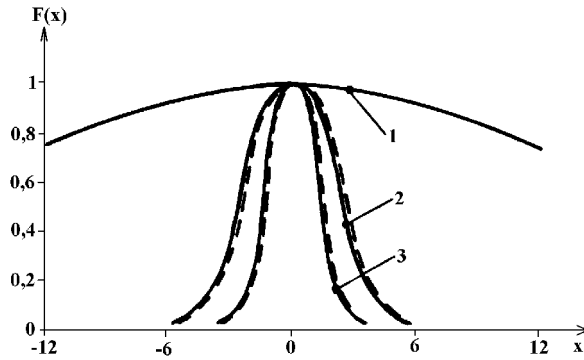


Рис. 2.

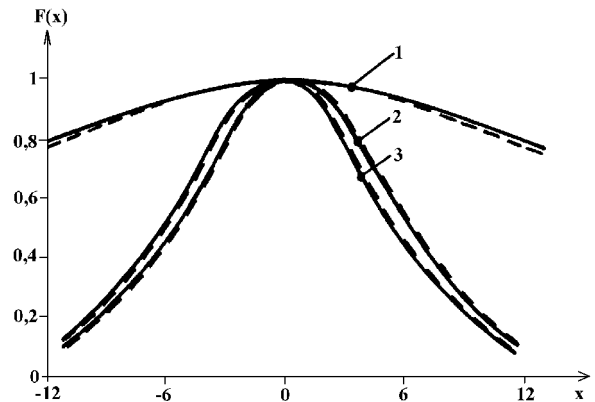


Рис. 3.

симметрична относительно $t' = 0$. Наибольшее отличие результатов расчётов по формуле (7) и результатов численных расчётов по формуле (5) проявляется в основном в небольшой области углов вблизи направления зеркального отражения.

Случайно-неровный характер рассеивающей поверхности сильно влияет на форму эхо-импульса, регистрируемого приёмником. Физически это объясняется увеличением длительности эхо-импульса из-за разброса высот локальных отражающих участков. Это хорошо видно, если сравнить кривые на рис. 2 и 3.

Заметим, что хотя форма эхо-импульса не зависит от параметра n , характеризующего ширину локальной индикатрисы рассеяния, мощность эхо-сигнала существенно зависит от параметра n . На рис. 4 показана зависимость мощности эхо-сигнала, регистрируемого при рассеянии узкого волнового пучка на случайно-неровной поверхности с локальной индикатрисой рассеяния (1), от величины параметра n . Расчёты ве-

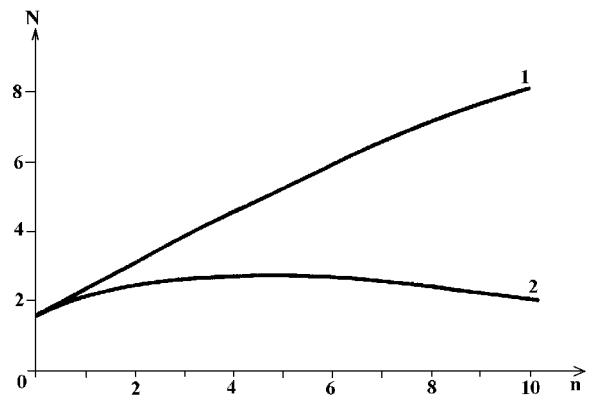


Рис. 4.

личины $N = \frac{\bar{P}(t', n)}{\bar{P}(t', n=0)} = \frac{n+2}{2} \frac{F(\gamma_0)}{F(\gamma_0, n=0)}$ проводились при стандарте $\gamma_0 = 0,25$ наклонов поверхности S . Кривая 1 на рис. 4 соответствует случаю $\theta_s = \theta_r = 0$, кривая 2 — случаю $\theta_s = \theta_r = 30^\circ$.

Из рис. 4 видно, что мощность эхо-сигнала сильно зависит от параметра n . Вид этой зависимости определяется углами освещения и приёма, причём чем больше n (т. е. чем меньше ширина локальной индикатрисы рассеяния), тем сильнее углы освещения и приёма влияют на принимаемую мощность эхо-сигнала. При вертикальном моностатическом зондировании мощность эхо-сигнала возрастает с увеличением n . При наклонном моностатическом зондировании мощность эхо-сигнала сложным образом зависит от величин n , θ_s , θ_r и уменьшается, начиная с некоторого значения параметра n .

Таким образом, в статье получены аналитические формулы для мощности эхо-сигнала, регистрируемого приёмником при импульсном облучении случайно-неровной поверхности с диффузной индикатрисой рассеяния элементарными отражающими участками. При приёме эхо-сигнала в направлении зеркального отражения и при углах приёма, близких к направлению зеркального отражения, максимум эхо-импульса, регистрируемого приёмником, находится при $t' > 0$, и его сдвиг относительно $t' = 0$ определяется размером освещённого пятна на поверхности. В направлениях, сильно отличающихся от направления зеркального отражения, форма эхо-импульса симметрична относи-

тельно $t' = 0$. Дисперсия высот неровностей зондируемой поверхности сильно влияет на форму эхо-импульса, регистрируемого приёмником. Принимаемая мощность сильно зависит от ширины локальной индикатрисы рассеяния, причём вид этой зависимости определяется углами освещения и приёма. Полученные аналитические формулы для мощности, регистрируемой приёмником, хорошо согласуются с результатами численных расчётов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Имитационное моделирование в задачах оптического дистанционного зондирования / Креков Г. М., Орлов В. М., Белов В. В. и др. — Новосибирск: Наука, 1988. — 165 с.
2. Gardner C. S. // Appl. Opt. 1982. V. 21. № 3. P. 448.
3. Белов М. Л., Орлов В. М. // Изв. ВУЗов. Радиофизика. 1986. Т. 29. № 11. С. 1387.
4. Белов М. Л., Орлов В. М., Самохвалов И. В. // Оптика и спектроскопия. 1988. Т. 64. вып. 4. С. 937.
5. Белов М. Л., Орлов В. М. // Оптика атмосферы и океана. 1990. Т. 3. № 7. С. 738.
6. Обратные задачи в оптике / Под ред. Болтса. — М.: Машиностроение, 1984. — 199 с.
7. Кейз К., Цвайфель П. Линейная теория переноса. — М.: Мир, 1972. — 384 с.
8. Элементы теории светорассеяния и оптическая локация / Орлов В. М., Самохвалов И. В., Матвиенко Г. Г. и др. — Новосибирск: Наука, 1982. — 225 с.
9. Ермаков Б. В., Ильинский Ю. А. // Изв. ВУЗов. Радиофизика. 1968. Т. 11. № 4. С. 624.
10. Ермаков Б. В., Ильинский Ю. А. // Изв. ВУЗов. Радиофизика. 1969. Т. 12. № 5. С. 694.
11. Басс Ф. Г., Фукс И. М. Рассеяние волн на статистически неровной поверхности. — М.: Наука, 1972. — 424 с.

НИИ радиоэлектроники и лазерной
техники при Московском
государственном техническом
университете им. Н. Э. Баумана,
Россия

Поступила в редакцию
4 июня 1998 г.

SCATTERING OF NARROW WAVE BEAM ON ROUGH LOCALLY DIFFUSE SURFACE AT PULSE ILLUMINATION

M. L. Belov, V. A. Gorodnichev, V. I. Kozintsev

In this paper the scattering of narrow pulse wave beam on rough surface with complex local reflectance is considered. Analytical expressions for average received power are obtained at normal distribution of heights and slopes of rough surface in two cases: the direction on the receiver is close a direction of mirror reflection and the direction on the receiver strongly differs from a direction of mirror reflection. It is shown, that the form of received echo-pulse is much various in these two cases and is defined by parameters of source, receiver, scheme of sounding and variance of heights of rough surface. The received power strongly depends on width of local reflectance and this dependence is defined by angles of illumination and observation. The analytical expressions for average received power conform to results of numerical accounts.

УДК 533.951

СТАТИСТИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ИЗЛУЧЕНИЯ ТОЧЕЧНОГО ИСТОЧНИКА ПОСЛЕ РАССЕЯНИЯ В ПЛОСКОМ СЛОЕ ТУРБУЛЕНТНОЙ СТОЛКНОВИТЕЛЬНОЙ ЗАМАГНИЧЕННОЙ ПЛАЗМЫ

В. Г. Гавриленко, Г. В. Джандиери, Н. Г. Пиццхалаишвили, А. А. Семериков

Рассмотрено многократное рассеяние электромагнитной волны в плоском слое турбулентной магнитоактивной столкновительной плазмы. Проанализировано влияние расстояний от излучателя и приёмника до границ слоя. Выяснено, что при достаточно сильном поглощении волны в плазме ширина углового спектра принимаемого излучения может быть больше, чем в отсутствие соударений в плазме, а максимум спектра заметно смещается по отношению к направлению на источник. Показано, что указанные эффекты ослабляются при приближении излучателя к слою. Зависимость ширины спектра и смещения его максимума от расстояния между границей слоя и приёмником может быть существенно немонотонной.

В последние годы выяснено, что вызванное соударениями частиц поглощение электромагнитных волн в турбулентной плазме приводит не только к уменьшению их амплитуды, но и к заметному искажению углового распределения рассеянной мощности. Особенно сильно это проявляется в случае распространения под немалым углом к внешнему магнитному полю, когда происходят существенное смещение максимума углового спектра по отношению к исходному направлению и аномально быстрое увеличение ширины спектра с расстоянием, обусловленные поглощением [1, 2]. Известные в литературе результаты получены для плоской исходной волны.

В данной работе анализируется влияние расстояния от сосредоточенного излучателя до границы плоского слоя турбулентной плазмы и расстояния между другой границей плазмы и приёмником на статистические характеристики многократно рассеянного излучения.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Пусть на плоский слой случайно-неоднородной магнитоактивной плазмы падает электромагнитная волна от точечного источника, находящегося в вакууме на расстоянии l_1 над слоем в начале координат (см. рис. 1). Толщина слоя равна l_2 , а расстояние от источника до приёмника равно L_0 . Внешнее магнитное поле образует угол θ_0 с осью Z и угол θ с волновым вектором падающей волны. Концентрация плазмы в слое имеет вид $p = p_0 + p_1(\vec{r})$, где p_0 — постоянная составляющая, а $p_1(\vec{r})$ — случайная величина, описывающая флуктуации концентрации. Приёмник расположен в вакууме в плоскости XZ на расстоянии l_3 от слоя. Для упрощения расчётов рассматривается случай, когда линия, соединяющая источник и приёмник, перпендикулярна к границам слоя.

Для того, чтобы наиболее наглядно представить влияние поглощения и анизотропии среды на вид углового спектра рассеянных волн, при расчётах выбрана упрощённая модель магнитоактивной плазмы. Предполагается, что выполнены неравенства

$$\omega_B \gg \omega, \quad \omega_B \gg \nu_{\text{эфф}}, \quad \omega_B \gg \omega_p, \quad (1)$$

где ω — частота волны, $\nu_{\text{эфф}}$ — эффективная частота соударений электронов с другими частицами плазмы,

$$\omega_p = \frac{4\pi e^2 p}{m} \quad —$$

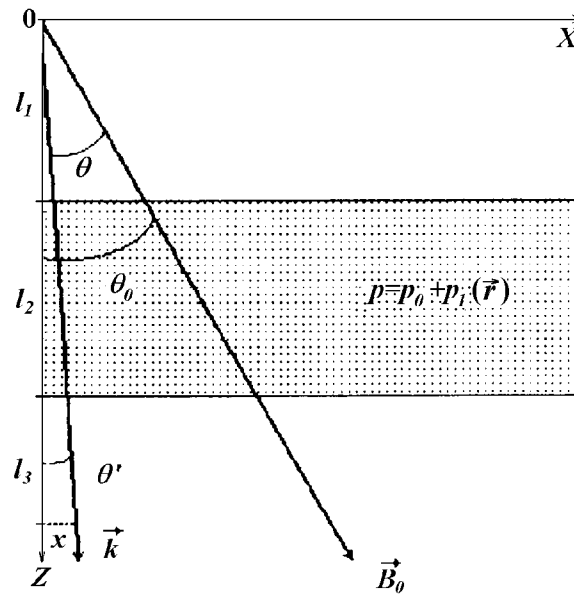


Рис. 1.

плазменная частота, $\omega_B = eB_0/(mc)$ — гирочастота электронов, e и m — заряд и масса электрона, c — скорость света в вакууме.

При этом плазму можно рассматривать как одноосный поглощающий кристалл, компоненты тензора диэлектрической проницаемости которого в системе координат, где ось Z направлена вдоль магнитного поля, имеют вид [3]

$$\begin{cases} \tilde{\epsilon}_{xx} = \tilde{\epsilon}_{yy} = 1, \\ \tilde{\epsilon}_{zz} = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 + i\omega\nu_{\text{эфф}}}, \\ \tilde{\epsilon}_{xy} = \tilde{\epsilon}_{yx} = \tilde{\epsilon}_{xz} = \tilde{\epsilon}_{zx} = \tilde{\epsilon}_{yz} = \tilde{\epsilon}_{zy} = 0. \end{cases} \quad (2)$$

Считая, что расстояние L_0 между излучателем и приёмником значительно превосходит длину волны и хаотические неоднородности плазмы являются крупномасштабными, задачу будем решать в приближении геометрической оптики.

ПОЛЕ ПРОШЕДШЕГО ЧЕРЕЗ ОДНОРОДНЫЙ ПЛОСКИЙ СЛОЙ ПОГЛОЩАЮЩЕЙ ПЛАЗМЫ ИЗЛУЧЕНИЯ ТОЧЕЧНОГО ИСТОЧНИКА

Трудность задачи об отражении и преломлении сферической волны на плоской границе раздела двух сред обуславливается, как известно, различием между симметрией волны и видом границы. Поэтому для её решения воспользуемся разложением сферической волны на плоские, тем более, что теория отражения и преломления плоских волн хорошо развита [4].

Рассмотрим задачу о расчёте поля точечного источника на конечном удалении от плоской границы слоя магнитоактивной плазмы.

Для необыкновенной волны, распространяющейся в магнитоактивной плазме, с вектором электрического поля $\vec{E}$, лежащим в плоскости XZ , имеем в приближении (1), (2) дисперсионное уравнение [3]

$$k^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \frac{\tilde{\varepsilon}_{zz}}{\sin^2 \theta + \tilde{\varepsilon}_{zz} \cos^2 \theta}, \quad (3)$$

где $k = \frac{\omega}{c} \tilde{n}$ — волновое число, $\tilde{n}$ — комплексный показатель преломления плазмы.

Опуская всюду множитель $\exp(-i\omega t)$ и множители, характеризующие мощность и направленность излучения точечного источника при $\theta' \ll 16$ в нулевом приближении без учёта случайных неоднородностей (при $p_1 = 0$) поле в точке приёма представим в виде разложения по плоским волнам [4]:

$$E(x, y, l_1 + l_2 + l_3) = \frac{i}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{i(\chi_x x + \chi_y y) + ik_{z1}(l_1 + l_3) + ik_{z2}l_2} \frac{d\chi_x d\chi_y}{k_z}, \quad (4)$$

где $k_{z1,2}$ — продольные составляющие волнового вектора в вакууме и плазме соответственно.

Разложение (4) записано с учётом того, что в дальнейшем предполагается малость концентрации плазмы в слое, приводящая к малости угла преломления на границе и позволяющая в амплитудном множителе под интегралом пренебречь отличием скорости волны от скорости света в вакууме.

В приближении геометрической оптики ($kL_0 \gg 1$) интеграл в (4) вычисляется методом перевала [4]. Предположим сначала, что $y = 0$. При этом в перевальной точке $\chi_y = 0$, т. к.

$$\frac{\partial k_{z1}}{\partial \chi_y} \propto \chi_y, \quad \frac{\partial k_{z2}}{\partial \chi_y} \propto \chi_y.$$

Тогда при учёте соотношений

$$k_{z1} = \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} - \chi_x^2}, \quad (5)$$

$$k_{z2} = \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} \tilde{n}^2 - \chi_x^2},$$

где

$$\sin \theta' = \frac{\chi_x}{k}, \quad \theta = \theta_0 - \theta',$$

выражение (3) преобразуется к следующему виду:

$$k^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \frac{\tilde{\varepsilon}_{zz}}{\left(\frac{\chi_x}{k} \cos \theta_0 - \frac{k_{z2}}{k} \sin \theta_0\right)^2 + \tilde{\varepsilon}_{zz} \left(\frac{k_{z2}}{k} \cos \theta_0 + \frac{\chi_x}{k} \sin \theta_0\right)^2}. \quad (6)$$

Из (6) можно выразить

$$(k_{z2})_{1,2} = -\frac{\chi_x \sin \theta_0 \cos \theta_0 (\tilde{\varepsilon}_{zz} - 1)}{\sin^2 \theta_0 + \tilde{\varepsilon}_{zz} \cos^2 \theta_0} \pm \frac{\sqrt{\left(\frac{\omega^2}{c^2} - \chi_x^2\right) \tilde{\varepsilon}_{zz} + \frac{\omega^2}{c^2} \tilde{\varepsilon}_{zz} \cos^2 \theta_0 (\tilde{\varepsilon}_{zz} - 1)}}{\sin^2 \theta_0 + \tilde{\varepsilon}_{zz} \cos^2 \theta_0}. \quad (7)$$

Интересуясь преломленной волной, бегущей вдоль оси Z , нужно брать знак “+” (чтобы k_{z2} был положительным).

Точка перевала определяется уравнением [4]

$$x + (l_1 + l_3) \frac{\partial k_{z1}}{\partial \chi_x} + l_2 \frac{\partial k_{z2}}{\partial \chi_x} = 0. \quad (8)$$

С учётом (5) и (7) имеем

$$\begin{aligned} \frac{\partial k_{z1}}{\partial \chi_x} &= -\frac{\chi_x}{k_{z1}}, \\ \frac{\partial k_{z2}}{\partial \chi_x} &= -\frac{\chi_x (\cos^2 \theta_0 + \tilde{\varepsilon}_{zz} \sin^2 \theta_0) + k_{z2} \sin \theta_0 \cos \theta_0 (\tilde{\varepsilon}_{zz} - 1)}{k_{z2} (\sin^2 \theta_0 + \tilde{\varepsilon}_{zz} \cos^2 \theta_0) + \chi_x \sin \theta_0 \cos \theta_0 (\tilde{\varepsilon}_{zz} - 1)}. \end{aligned} \quad (9)$$

Из (8), (9) найдём точку перевала методом возмущений при малых значениях концентрации плазмы ($|1 - \tilde{\varepsilon}_{zz}| \ll 1$) и $\theta' \ll 1$, пренебрегая членами порядка χ_x^2 , x^2 и выше. В результате из (8), (9) получим

$$\chi_x^0 \approx \frac{\omega}{c} \left[\frac{\omega_p^2}{\omega^2} \frac{l_2 \cos \theta_0 \sin \theta_0}{l_1 + l_2 + l_3} + \frac{x}{l_1 + l_2 + l_3} \right] - i \frac{\nu}{\omega} \frac{\omega}{c} \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \frac{l_2 \cos \theta_0 \sin \theta_0}{l_1 + l_2 + l_3}, \quad (10)$$

где ν — эффективная частота соударений.

Таким образом, основной вклад в поле в точке наблюдения будет давать одна неоднородная плоская волна, проекция волнового вектора которой на ось X будет определяться (10). Как видно, неоднородность этой волны (мнимая часть χ_x^0) определяется совместным влиянием поглощения и анизотропии в плазменном слое.

ФЛУКТУАЦИИ КОМПЛЕКСНОЙ ФАЗЫ ВОЛНЫ

При наличии хаотических неоднородностей концентрации в слое поле в точке наблюдения будет случайным. В рассматриваемом случае малоуглового рассеяния статистические характеристики поля, в первую очередь, определяются флуктуациями комплексной фазы $\tilde{\varphi}$ указанной выше основной плоской волны [5].

Как известно, в приближении геометрической оптики фазовые характеристики отдельной нормальной волны определяются из уравнения эйконала [6]

$$\tilde{k}^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \tilde{n}^2, \quad (11)$$

где $\tilde{k}(\vec{r}) = -\nabla \tilde{\varphi}$ — локальное значение комплексного волнового вектора. В анизотропной среде показатель преломления может зависеть от направления волнового вектора: $\tilde{n}^2 = \tilde{n}^2(p(\vec{r}), \omega, \tilde{k}_x, \tilde{k}_y)$. Беря градиент от обеих частей (11), получим

$$\tilde{k} \nabla \tilde{k} - \frac{1}{2} \frac{\omega^2}{c^2} \frac{\partial \tilde{n}^2}{\partial \tilde{k}_\perp} \nabla \tilde{k} = \frac{1}{2} \frac{\omega^2}{c^2} \frac{\partial \tilde{n}^2}{\partial p} \nabla p, \quad (12)$$

где $\tilde{k}_\perp = \tilde{k}_\perp(\tilde{k}_x, \tilde{k}_y)$.

Считая флуктуации концентрации плазмы относительно малыми:

$$p = p_0 + p_1(\vec{r}), \quad p_1 \ll p_0, \quad (13)$$

В. Г. Гавриленко и др.

представим фазовые характеристики волны в виде рядов

$$\begin{aligned}\tilde{k} &= \tilde{k}^0 + \tilde{k}_1(\vec{r}) + \dots, \\ \tilde{\varphi} &= \tilde{\varphi}_0 + \tilde{\varphi}_1 + \dots\end{aligned}\quad (14)$$

Невозмущённое значение волнового вектора $\tilde{k}^0$ было получено выше без учёта флуктуаций концентрации методом перевала, и его проекция на ось X $\tilde{k}_x^0 = \chi_x^0$ определена соотношением (10). Величины $\tilde{k}_1$ и $\tilde{\varphi}_1$ — малые флуктуационные добавки первого порядка по $\frac{p_1}{p_0}$. Из (12)–(14) в первом приближении можно получить

$$\tilde{k}_z^0 \frac{\partial \tilde{\varphi}_1}{\partial z} + \left[\tilde{k}_x^0 - \frac{1}{2} \frac{\omega^2}{c^2} \frac{\partial \tilde{n}_0^2}{\partial \tilde{k}_x^0} \right]_{k_{0y}=0} \frac{\partial \tilde{\varphi}_1}{\partial x} = -\frac{1}{2} \frac{\omega^2}{c^2} \frac{\partial \tilde{n}_0^2}{\partial p_0} p_1, \quad (15)$$

где $\tilde{k}_z^0 = k_{z_2}$. При выводе (15) учтено, что $\left. \frac{\partial \tilde{n}_0^2}{\partial k_y^0} \right|_{k_{0y}=0} = 0$. В дальнейшем для краткости будем опускать индекс “0”. Преобразуем (15) с учётом уравнения (8) и соотношений (5). Поскольку

$$\frac{\partial \tilde{k}_{z_1}}{\partial \tilde{k}_x} = -\frac{\tilde{k}_x}{\tilde{k}_{z_1}}, \quad \frac{\partial \tilde{k}_{z_2}}{\partial \tilde{k}_x} = -\frac{\tilde{k}_x - \frac{1}{2} \frac{\omega^2}{c^2} \frac{\partial \tilde{n}^2}{\partial \tilde{k}_x}}{\tilde{k}_{z_2}},$$

величина, стоящая в квадратных скобках в (15), может быть записана следующим образом:

$$\tilde{k}_x - \frac{1}{2} \frac{\omega^2}{c^2} \frac{\partial \tilde{n}^2}{\partial \tilde{k}_x} = \frac{x \cdot \tilde{k}_{z_2}}{l_2} - \frac{(l_1 + l_3)}{l_2} \tilde{k}_x \frac{\tilde{k}_{z_2}}{\tilde{k}_{z_1}} = \tilde{K}_x. \quad (16)$$

Из (16) видно, что второе слагаемое в левой части (15) равно нулю, если излучатель и приёмник находятся на границах плазмы (или внутри неё) на линии, перпендикулярной к слою. С учётом (10) можно записать

$$\tilde{K}_x \approx -\frac{\omega_p^2}{\omega^2} \frac{\omega}{c} \frac{(l_1 + l_3) \cos \theta_0 \sin \theta_0}{(l_1 + l_2 + l_3)} + \frac{\omega}{c} \frac{x}{(l_1 + l_2 + l_3)} + i \frac{\nu}{\omega} \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \frac{\omega}{c} \frac{(l_1 + l_3) \cos \theta_0 \sin \theta_0}{(l_1 + l_2 + l_3)}. \quad (17)$$

За пределами плазменного слоя флуктуационная добавка к комплексной фазе удовлетворяет более простому уравнению

$$\tilde{k}_{z_1} \frac{\partial \tilde{\varphi}_1}{\partial z} + \tilde{k}_x \frac{\partial \tilde{\varphi}_1}{\partial x} = 0. \quad (18)$$

Из (18) следует, что флуктуации фазы при $z > l_1 + l_2$ остаются постоянными вдоль комплексной характеристики. В результате значения $\tilde{\varphi}_1$ в точке наблюдения с координатами $(x, 0, l_1 + l_2 + l_3)$ определяются случайной комплексной фазой в точке $\left(x - \frac{\tilde{k}_x}{\tilde{k}_{z_1}} l_3, 0, l_1 + l_2 \right)$ на нижней границе слоя. Интегрируя (15) вдоль комплексной характеристики с учётом (16), (17) и вышесказанного, получим выражение для флуктуирующей части комплексной фазы в точке наблюдения:

$$\tilde{\varphi}_1(x, 0, l_1 + l_2 + l_3) = -\frac{1}{2} \frac{\omega^2}{c^2} \frac{\partial \tilde{n}^2}{\partial p} \frac{1}{\tilde{k}_{z_2}} \int_{l_1}^{l_1+l_2} p_1(x', 0, z') dz', \quad (19)$$

где

$$x' = x - \frac{\tilde{K}_x}{\tilde{k}_{z_2}} \cdot (l_1 + l_2 - z') - \frac{\tilde{k}_x}{\tilde{k}_{z_1}} l_3. \quad (20)$$

Введём обозначение $\alpha = -\frac{1}{2} \frac{\omega^2}{c^2} \frac{\partial \tilde{n}^2}{\partial p}$ и произведём замену $l_1 + \zeta = z'$. Тогда

$$\tilde{\varphi}_1(x, 0, l_1 + l_2 + l_3) = \frac{\alpha}{\tilde{k}_{z_2}} \int_0^{l_2} p_1(x', 0, \zeta) d\zeta, \quad (21)$$

где

$$x' = x - \frac{\tilde{K}_x}{\tilde{k}_{z_2}} \cdot (l_2 - \zeta) - \frac{\tilde{k}_x}{\tilde{k}_{z_1}} l_3. \quad (22)$$

Представим флуктуации концентрации в виде двумерного интеграла Фурье

$$p_1(x', 0, z') = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} p_1(k_x, k_y, z') e^{ik_x x'} dk_x dk_y. \quad (23)$$

После подстановки (23) в (21) получим

$$\begin{aligned} \tilde{\varphi}_1 &= \frac{\alpha}{\tilde{k}_{z_2}} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{ik_x x} dk_x dk_y \int_0^{l_2} p_1(k_x, k_y, \zeta) \times \\ &\times \exp \left\{ -ik_x \cdot \frac{\tilde{K}_x}{\tilde{k}_{z_2}} (l_2 - \zeta) \right\} \cdot \exp \left\{ -ik_x \frac{\tilde{k}_x}{\tilde{k}_{z_1}} l_3 \right\} d\zeta. \end{aligned} \quad (24)$$

В рассматриваемом случае малой концентрации плазмы при $\theta' \ll 1$ с учётом (10) и (17) можно переписать (24) в окончательном виде:

$$\begin{aligned} \tilde{\varphi}_1(x, 0, l_1 + l_2 + l_3) &= \frac{\alpha}{\tilde{k}_{z_2}} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{ik_x x} dk_x dk_y \int_0^{l_2} p_1(k_x, k_y, \zeta) \exp \{ ik_x (A - B)(l_2 - \zeta) \} \times \\ &\times \exp \left\{ -ik_x \frac{\tilde{k}_x}{\tilde{k}_{z_1}} l_3 \right\} \exp \left\{ k_x \frac{\nu}{\omega} A (l_2 - \zeta) \right\} d\zeta, \end{aligned} \quad (25)$$

где

$$\begin{aligned} A &= \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \frac{(l_1 + l_3) \cos \theta_0 \sin \theta_0}{(l_1 + l_2 + l_3)}, \quad B = \frac{x}{(l_1 + l_2 + l_3)}, \\ \frac{\tilde{k}_x}{\tilde{k}_{z_1}} &= \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \frac{l_2 \cos \theta_0 \sin \theta_0}{(l_1 + l_2 + l_3)} + B - i \frac{\nu}{\omega} \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \frac{l_2 \cos \theta_0 \sin \theta_0}{(l_1 + l_2 + l_3)}. \end{aligned}$$

КОРРЕЛЯЦИОННАЯ ФУНКЦИЯ ФЛУКТУАЦИЙ КОМПЛЕКСНОЙ ФАЗЫ

Вычислим поперечную корреляционную функцию фазы, учитывая, что точки наблюдения разнесены на очень малое расстояние x :

$$R_{\tilde{\varphi}} = \langle \tilde{\varphi}_1(x, 0, l_1 + l_2 + l_3) \cdot \tilde{\varphi}_1^*(0, 0, l_1 + l_2 + l_3) \rangle = \frac{\alpha^2}{k_{z2}^2} \int \int_{\infty} e^{ik_x x} dk_x dk_y \times \quad (26)$$

$$\times \int \int_{\infty} d\chi_x d\chi_y \langle p_1(k_x, k_y, \zeta) \cdot p_1^*(\chi_x, \chi_y, \zeta') \rangle \cdot \int_0^{l_2} \int_0^{l_2} \exp \left\{ ik_x (A - B)(l_2 - \zeta) - i\chi_x A(l_2 - \zeta') \right\} \times$$

$$\times \exp \left\{ k_x \frac{\nu}{\omega} A(l_2 - \zeta) + \chi_x \frac{\nu}{\omega} A(l_2 - \zeta') \right\} \cdot \exp \left\{ -ik_x \frac{\tilde{k}_x}{k_{z1}} l_3 + i\chi_x \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \frac{l_2 \cos \theta_0 \sin \theta_0}{(l_1 + l_2 + l_3)} \left(1 + i \frac{\nu}{\omega} \right) \right\} d\zeta d\zeta'.$$

Произведём замену переменных:

$$\zeta - \zeta' = \rho, \quad \frac{\zeta + \zeta'}{2} = \eta, \quad (27)$$

и после несложных преобразований получим

$$R_{\tilde{\varphi}}(x, 0, l_1 + l_2 + l_3) = \frac{\alpha^2}{k_{z2}^2} \int \int_{\infty} F_p(k_x, k_y, \rho) dk_x dk_y \exp \left\{ \frac{ik_x x \cdot l_1}{l_1 + l_2 + l_3} \right\} \times$$

$$\times \exp \left\{ -2k_x \frac{\nu}{\omega} \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \frac{l_2 l_3 \cos \theta_0 \sin \theta_0}{(l_1 + l_2 + l_3)} \right\} \int_{\infty} \exp \{ -ik_x A \rho \} \exp \left\{ ik_x \frac{x}{l_1 + l_2 + l_3} \frac{\rho}{2} \right\} d\rho \times$$

$$\times \int_0^{l_2} \exp \left\{ ik_x \frac{x}{l_1 + l_2 + l_3} \eta \right\} \exp \left\{ 2k_x A \frac{\nu}{\omega} (l_2 - \eta) \right\} d\eta, \quad (28)$$

где

$$\frac{1}{2\pi} \int_{\infty} F_p(k_x, k_y, \rho) \exp \{ -ik_z \rho \} d\rho = \Phi_p(k_x, k_y, k_z) \quad — \quad (29)$$

трёхмерный пространственный спектр мощности статистически однородных флуктуаций концентрации [5].

ПРОСТРАНСТВЕННЫЙ СПЕКТР МОЩНОСТИ ПРИНИМАЕМОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

Принимая во внимание, что основной вклад в поле $\vec{E}$ в точке наблюдения даёт найденная выше неоднородная плоская волна, флуктуирующая часть комплексной фазы которой определяется (25), запишем корреляционную функцию комплексного поля (функцию пространственной когерентности) в виде

$$R_E = \langle E(x, y, l_1 + l_2 + l_3) E^*(0, 0, l_1 + l_2 + l_3) \rangle =$$

$$= E_0^2 \cdot \exp \{ -2l_2 \text{Im}(k_{z2}) \} \langle \exp \{ i\tilde{\varphi}_1(x, y, l_1 + l_2 + l_3) - i\tilde{\varphi}_1^*(0, 0, l_1 + l_2 + l_3) \} \rangle. \quad (30)$$

При получении выражения (30) мы пренебрегли разностью регулярного набега фазы в двух точках в случае наблюдения по нормали к слою.

В наиболее интересном случае сильных флуктуаций комплексных фаз $\tilde{\varphi}_1$ и $\tilde{\varphi}_1^*$ можно, как обычно [5], считать их распределёнными по нормальному закону и, учитывая быстрое спадание корреляционной функции при увеличении x или y , преобразовать (30) путём разложения показателя экспоненты в ряд к виду

$$R_E(x, y, z) = E_0^2 \exp \{-2l_2 \text{Im}(k_{z_2})\} \exp \left\{ \frac{\partial R_{\tilde{\varphi}}}{\partial x} x + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 R_{\tilde{\varphi}}}{\partial x^2} x^2 + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 R_{\tilde{\varphi}}}{\partial y^2} y^2 \right\}, \quad (31)$$

где $R_{\tilde{\varphi}}$ определена выражением (28), а производные от корреляционной функции фазы вычисляются в точке $x = y = 0$.

Наибольшее практическое значение во многих случаях имеет пространственный (угловой) спектр мощности поля. Его можно получить, применяя преобразование Фурье к функции корреляции (31) [5]:

$$S(\kappa_x, \kappa_y, z) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int \int dx dy R_E(x, y, z) \exp \{-i\kappa_x x - i\kappa_y y\}. \quad (32)$$

Вычисления показывают, что при сильных флуктуациях фазы пространственный спектр имеет гауссов вид

$$S(\kappa_x, \kappa_y, z) = S_0 \exp \left\{ -\frac{(\kappa_x - \Delta\kappa_x)^2}{2\langle\kappa_x^2\rangle} - \frac{\kappa_y^2}{2\langle\kappa_y^2\rangle} \right\}, \quad (33)$$

где $\Delta\kappa_x$ определяет смещение максимума пространственного спектра мощности принимаемого излучения за счёт рассеяния на случайных неоднородностях, а величины $\langle\kappa_x^2\rangle$, $\langle\kappa_y^2\rangle$ — ширину этого спектра в плоскостях XZ и YZ соответственно. Выражения для $\Delta\kappa_x$, $\langle\kappa_x^2\rangle$ могут быть получены непосредственно из (28) путём дифференцирования. Для нахождения $\langle\kappa_y^2\rangle$ нужно провести аналогичные расчёты, рассматривая малый разнос (на величину y) точек наблюдения в плоскости YZ вблизи $y = 0$. Таким образом,

$$\Delta\kappa_x = \frac{2}{i} \frac{\partial R_{\tilde{\varphi}}}{\partial x} \bigg|_{\substack{x=0 \\ y=0}}, \quad \langle\kappa_x^2\rangle = -\frac{\partial^2 R_{\tilde{\varphi}}}{\partial x^2} \bigg|_{\substack{x=0 \\ y=0}}, \quad \langle\kappa_y^2\rangle = -\frac{\partial^2 R_{\tilde{\varphi}}}{\partial y^2} \bigg|_{\substack{x=0 \\ y=0}}. \quad (34)$$

В результате получаем

$$\begin{aligned} \Delta\kappa_x &= \frac{\alpha^2}{k_{z_2}^2} \frac{4\pi}{(l_1 + l_2 + l_3)} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} \Phi_p(k_x, k_y, k_z = Ak_x) k_x d\vec{k} \times \\ &\times \exp \left\{ -2k_x \frac{\nu}{\omega} \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \frac{l_2 l_3 \cos \theta_0 \sin \theta_0}{(l_1 + l_2 + l_3)} \right\} \int_0^{l_2} (l_1 + \eta) \exp \left\{ 2k_x A \frac{\nu}{\omega} (l_2 - \eta) \right\} d\eta, \\ \langle\kappa_x^2\rangle &= \frac{\alpha^2}{k_{z_2}^2} \frac{2\pi}{(l_1 + l_2 + l_3)^2} \int_{-\infty}^{\infty} \Phi_p(k_x, k_y, k_z = Ak_x) k_x^2 d\vec{k} \times \\ &\times \exp \left\{ -2k_x \frac{\nu}{\omega} \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \frac{l_2 l_3 \cos \theta_0 \sin \theta_0}{(l_1 + l_2 + l_3)} \right\} \int_0^{l_2} (l_1 + \eta)^2 \exp \left\{ 2k_x A \frac{\nu}{\omega} (l_2 - \eta) \right\} d\eta, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \langle \kappa_y^2 \rangle &= \frac{\alpha^2}{k_{z_2}^2} \frac{2\pi}{(l_1 + l_2 + l_3)^2} \int_{-\infty}^{\infty} \Phi_p(k_x, k_y, k_z = Ak_x) k_y^2 d\vec{k} \times \\ &\times \exp \left\{ -2k_x \frac{\nu}{\omega} \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \frac{l_2 l_3 \cos \theta_0 \sin \theta_0}{(l_1 + l_2 + l_3)} \right\} \int_0^{l_2} (l_1 + \eta)^2 \exp \left\{ 2k_x A \frac{\nu}{\omega} (l_2 - \eta) \right\} d\eta. \end{aligned}$$

Вычисление интеграла по η даёт окончательные выражения для ширины пространственного спектра и смещения его максимума:

$$\begin{aligned} \Delta \kappa_x &= \frac{\alpha^2}{k_{z_2}^2} \frac{4\pi}{(l_1 + l_2 + l_3)} \int_{-\infty}^{\infty} \Phi_p(k_x, k_y, k_z = Ak_x) k_x d\vec{k} \cdot \frac{l_2}{2Ak_x \frac{\nu}{\omega}} \times \\ &\times \exp \left\{ -2k_x \frac{\nu}{\omega} \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \frac{l_2 l_3 \cos \theta_0 \sin \theta_0}{(l_1 + l_2 + l_3)} \right\} \left\{ \left[\exp \left(2Ak_x \frac{\nu}{\omega} l_2 \right) - 1 \right] \left(\frac{l_1}{l_2} + \frac{1}{2Ak_x \frac{\nu}{\omega} l_2} \right) - 1 \right\}, \quad (35) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \langle \kappa_x^2 \rangle &= \frac{\alpha^2}{k_{z_2}^2} \frac{2\pi}{(l_1 + l_2 + l_3)^2} \int_{-\infty}^{\infty} \Phi_p(k_x, k_y, k_z = Ak_x) k_x^2 d\vec{k} \cdot \frac{l_2^2}{2Ak_x \frac{\nu}{\omega}} \times \\ &\times \exp \left\{ -2k_x \frac{\nu}{\omega} \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \frac{l_2 l_3 \cos \theta_0 \sin \theta_0}{(l_1 + l_2 + l_3)} \right\} \left\{ \exp \left(2Ak_x \frac{\nu}{\omega} l_2 \right) \times \right. \\ &\times \left. \left(\frac{l_1^2}{l_2^2} + \frac{l_1}{Ak_x \frac{\nu}{\omega} l_2^2} + \frac{1}{2 \left(Ak_x \frac{\nu}{\omega} l_2 \right)^2} \right) - \left[\left(1 + \frac{l_1}{l_2} \right)^2 + \frac{(l_1 + l_2)}{Ak_x \frac{\nu}{\omega} l_2^2} + \frac{1}{2 \left(Ak_x \frac{\nu}{\omega} l_2 \right)^2} \right] \right\}. \quad (36) \end{aligned}$$

Выражение для $\langle \kappa_y^2 \rangle$ отличается от (36) заменой множителя k_x^2 на k_y^2 под интегралом.

Анализ формул (35), (36) даёт возможность установить основные свойства пространственного спектра мощности принимаемого излучения в данной задаче. Если источник и приёмник расположены на границах слоя случайно-неоднородной среды при $l_1 = l_3 = 0$ (что при пренебрежении обратным рассеянием эквивалентно их расположению внутри слоя) либо если при произвольном их расположении отсутствует поглощение ($\nu = 0$), то $\Delta \kappa_x = 0$, т. е. максимум спектра в точке наблюдения соответствует направлению точно на источник (смещение отсутствует). В отсутствие поглощения при $l_1 \rightarrow 0$ ширина спектра в три раза меньше, чем при $l_1 \rightarrow \infty$, что соответствует уже известным результатам расчёта для сферической и плоской волн [5].

При переходе к плоской падающей волне ($l_1 \rightarrow \infty$) в случае существенного поглощения можно видеть, что ширина спектра в плоскости XZ аномально быстро увеличивается с ростом толщины слоя l_2 и при прочих равных условиях тем больше, чем больше ν . В то же время максимум пространственного спектра заметно смещается в сторону магнитного поля ($\Delta \kappa_x > 0$) из-за меньшего затухания волн, рассеянных в направлении магнитного поля. Легко видеть, что эффекты смещения максимума и аномально быстрого роста ширины спектра ослабевают при уменьшении угла наклона внешнего магнитного поля θ_0 . Эти выводы полностью согласуются с результатами предыдущих расчётов [1, 2].

Новые результаты, следующие из (35), (36), заключаются в том, что, во-первых, указанные выше эффекты смещения и уширения ослабевают при приближении источника к границе слоя, если приёмник находится внутри слоя ($l_3 = 0$); во-вторых, при расположении источника вблизи верхней границы

слоя ($l_1 \rightarrow 0$) ширина спектра мощности уменьшается с ростом l_3 , что связано, как и при $\nu = 0$, с увеличением радиуса корреляции поля (поперечного масштаба пространственной когерентности) при удалении от хаотического слоя, освещённого сферической волной [5]. Отмеченные выше закономерности можно также понять на основе выражений (17) и (20). Из них следует, что при одновременном устремлении l_1 и l_3 к нулю характеристика, интегрированием вдоль которой вычисляется случайная добавка к фазе волны, перестаёт быть комплексной, и аномальные эффекты, вызванные поглощением, исчезают. Заметим также, что эффекты аномального уширения пространственного спектра, вызванные поглощением волн, как и для плоской исходной волны [1, 2], выражены в плоскости YZ гораздо слабее, чем в плоскости XZ, содержащей внешнее магнитное поле.

Более детальное исследование влияния поглощения в слое и расположения источника и приёмника на вид пространственного спектра удаётся провести только численно для конкретной модели спектра мощности флуктуаций концентрации.

ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ СПЕКТРА МОЩНОСТИ

Известно, что влияние поглощения энергии волн в хаотической среде на их статистические характеристики существенно меняется в зависимости от вида пространственного спектра случайных неоднородностей [7]. Поэтому выберем для расчётов наиболее близкую к реальной (например для ионосферной плазмы [8]) степенную модель спектра флуктуаций концентрации. Ограничиваясь для простоты статистически изотропным вариантом, запишем

$$\begin{aligned}\Phi_p(\vec{k}) &= C \cdot k_1^{-3,5}, \quad \text{если } k \in \left\{0, k_1 = \frac{\omega}{c} \frac{\pi}{180}\right\}, \\ \Phi_p(\vec{k}) &= C \cdot k_1^{-3,5}, \quad \text{если } k \in \left\{k_1 = \frac{\omega}{c} \frac{\pi}{180}, k_2 = \frac{\omega}{c} \frac{\pi}{2}\right\}, \\ \Phi_p(\vec{k}) &= 0, \quad \text{если } k > k_2 = \frac{\omega}{c} \frac{\pi}{2},\end{aligned}\tag{37}$$

где постоянная C вычисляется из условия нормировки $4\pi \cdot \int_0^{k_2} k^2 \cdot \Phi_p(k_x, k_y, k_z = 0) dk = \langle p_1^2 \rangle$:

$$C = \frac{3 \langle p_1^2 \rangle}{8\pi [3,5 k_1^{-0,5} - 3 k_2^{-0,5}]}. \tag{38}$$

Подставим в спектр (37) формулы (35), (36) и, учитывая малость параметра A , положим $k_z = 0$ в аргументе спектра. После замены переменных интегрирования: ($k_x = k \cos \varphi$, $k_y = k \sin \varphi$) получим

$$\begin{aligned}\langle \kappa_x^2 \rangle &= \frac{\alpha^2}{k_{z2}^2} \frac{2\pi l_2^3 C k_1^{-3,5}}{(l_1 + l_2 + l_3)^2} \int_0^{k_1} \int_0^{2\pi} k^3 \cos^2 \varphi dk d\varphi \frac{E_1}{l_2 \frac{\nu}{\omega} 2A k \cos \varphi} + \\ &+ \frac{\alpha^2}{k_{z2}^2} \frac{2\pi l_2^3 C}{(l_1 + l_2 + l_3)^2} \int_{k_1}^{k_2} \int_0^{2\pi} k^{-0,5} \cos^2 \varphi dk d\varphi \frac{E_1}{l_2 \frac{\nu}{\omega} 2A k \cos \varphi},\end{aligned}\tag{39}$$

где

$$E_1 = \exp \left(-2k \cos \varphi \frac{\nu}{\omega} \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \frac{l_2 l_3 \cos \theta_0 \sin \theta_0}{(l_1 + l_2 + l_3)} \right) \left\{ \exp \left(2A k \cos \varphi \frac{\nu}{\omega} l_2 \right) \times \right. \\ \times \left(\frac{l_1^2}{l_2^2} + \frac{l_1}{Ak \cos \varphi \frac{\nu}{\omega} l_2^2} + \frac{1}{2 \left(Ak \cos \varphi \frac{\nu}{\omega} l_2 \right)^2} \right) - \left[\left(1 + \frac{l_1}{l_2} \right)^2 + \right. \\ \left. \left. + \frac{l_1 + l_2}{Ak \cos \varphi \frac{\nu}{\omega} l_2^2} + \frac{1}{2 \left(Ak \cos \varphi \frac{\nu}{\omega} l_2 \right)^2} \right] \right\}. \quad (40)$$

Смещение максимума спектра запишется в следующем виде:

$$\Delta \kappa_x = \frac{\alpha^2}{k_{z2}^2} \frac{l_2^2 \pi C k_1^{-3,5}}{(l_1 + l_2 + l_3)} \int_0^{k_1} \int_0^{2\pi} k^2 \cos \varphi dk d\varphi \frac{E_2}{l_2 \frac{\nu}{\omega} 2Ak \cos \varphi} + \\ + \frac{\alpha^2}{k_{z2}^2} \frac{l_2^2 \pi C}{(l_1 + l_2 + l_3)} \int_{k_1}^{k_2} \int_0^{2\pi} k^{-1,5} \cos \varphi dk d\varphi \frac{E_2}{l_2 \frac{\nu}{\omega} 2Ak \cos \varphi}, \quad (41)$$

где

$$E_2 = \exp \left(-2k \cos \varphi \frac{\nu}{\omega} \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \frac{l_2 l_3 \cos \theta_0 \sin \theta_0}{(l_1 + l_2 + l_3)} \right) \left\{ \left[\exp \left(2A k \cos \varphi \frac{\nu}{\omega} l_2 \right) - 1 \right] \times \right. \\ \times \left(\frac{l_1}{l_2} + \frac{1}{2Ak \cos \varphi \frac{\nu}{\omega} l_2} \right) - 1 \left. \right\} \\ \alpha = -0,5 \frac{\omega_2}{c^2} \frac{1}{p_0} \frac{\frac{\omega_p^2}{\omega^2} \sin^2 \theta_0}{\left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \cos^2 \theta_0 \right)^2}, \quad k_{z2} \approx \frac{\omega}{c}.$$

Результаты численных расчётов представлены графически. На всех приведённых ниже рисунках ширина пространственного спектра нормируется на ширину спектра мощности плоской волны ($l_1 \rightarrow \infty$), прошедшей через слой в отсутствие регулярного поглощения ($\nu = 0$), а смещение максимума нормируется на смещение максимума плоской волны, прошедшей через слой с поглощением ($\nu \neq 0$).

Нормированные значения смещения максимума спектра и величины $\langle \kappa_x^2 \rangle$ обозначены символами Δ и Σ соответственно. Параметры, при которых строились графики, выбраны следующими:

$$\frac{\omega_p^2}{\omega^2} = 0,01; \quad \theta_0 = 0,5; \quad \frac{\omega}{c} l_2 = 10^4; \quad L = \frac{l_1}{l_2}; \quad L_3 = \frac{l_3}{l_2}; \quad \nu' = \frac{\nu}{\omega}.$$

На рис. 2–4 приведены графики изменения ширины спектра и смещения максимума в зависимости от $F = \frac{l_1}{l_2}$ при расположении приёмника на нижней границе слоя ($L_3 = 0$) для различных значений частоты соударений в плазменном слое (рис. 2 — $\nu' = 0,004$, рис. 3 — $\nu' = 0,005$, рис. 4 — $\nu' = 0,007$).

При этом мы можем увидеть, что при $F \rightarrow 0$ ширина углового спектра слабо зависит от поглощения и, как и в прозрачной хаотической среде [5], практически в три раза меньше, чем для плоской волны. При этом смещение максимума стремится к нулю. Эффекты аномального уширения спектра с ростом поглощения и смещения максимума пространственного спектра начинают проявляться при $F \geq 5$, а при $F \geq 40$ все рассматриваемые величины приближаются близко к предельным значениям, соответствующим случаю падения плоской волны на слой.

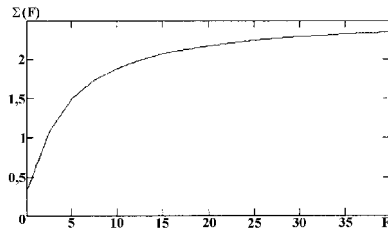


Рис. 2.

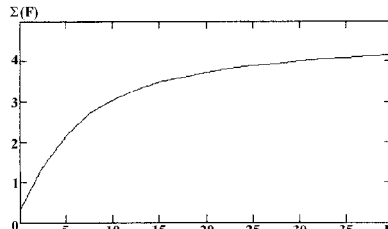


Рис. 3.

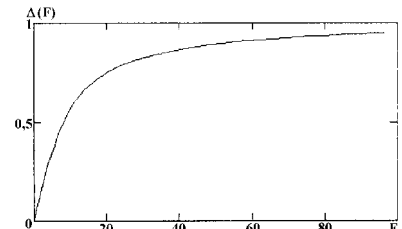


Рис. 4.

На рис. 5–8 приведены зависимости Δ и Σ от параметра L_3 для случая, когда источник находится на верхней границе слоя ($F = 0$), для двух различных значений поглощения (рис. 5 и рис. 7 — $\nu' = 0,007$, рис. 6 и рис. 8 — $\nu' = 0,01$).

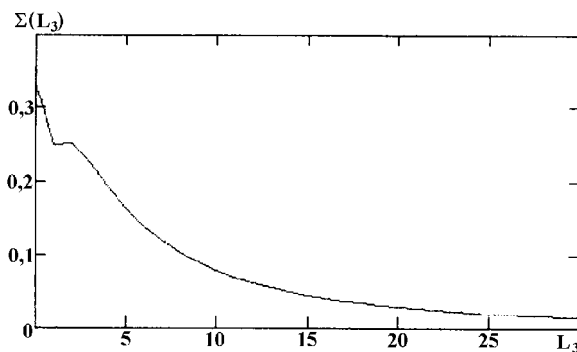


Рис. 5.

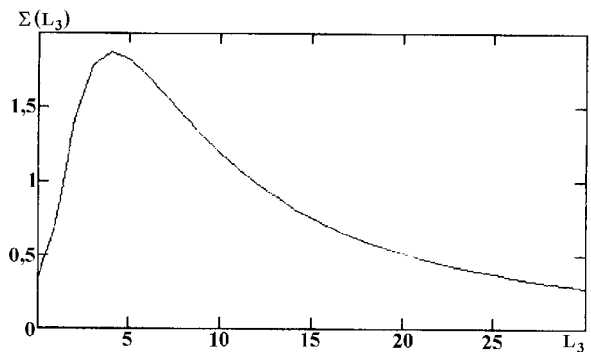


Рис. 6.

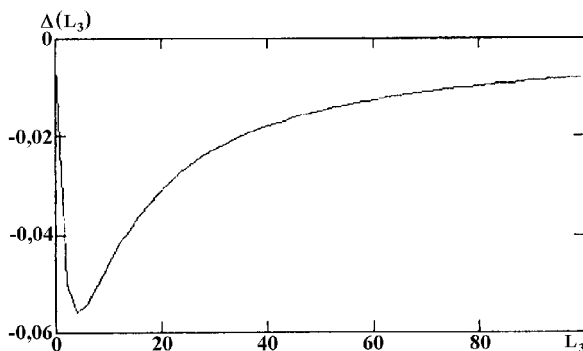


Рис. 7.

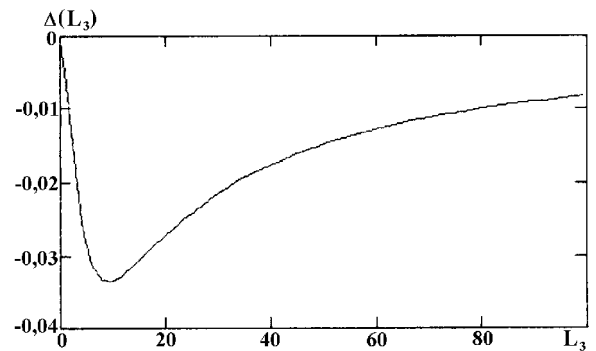


Рис. 8.

Из этих графиков видно, что по сравнению со случаем $L_3 = 0$ смещение максимума меняет знак. Это связано с тем, что слабее затухающие в слое волны, рассеянные в направлениях, более близких к направлению магнитного поля, теперь приходят в точку приёма, наоборот, под большими углами к нормали. Так же из рис. 5–8 следует, что при некоторых значениях ν' ширина и смещение максимума

имеют ярко выраженный экстремум. Этот факт обусловлен тем, что сначала увеличение L_3 в интервале $0 < L_3 \leq 10$ приводит к усилению отмеченного выше несимметричного воздействия поглощения в слое, а затем при $L_3 > 10$ на первый план выступает влияние увеличения радиуса корреляции при удалении от слоя (не связанное с поглощением), приводящее, как уже говорилось, к сужению пространственного спектра.

На рис. 9–11 приведены зависимости параметров пространственного спектра в зависимости от L_3 в случае, когда источник находится вне слоя ($F \neq 0$). Здесь при анализе ширины спектра брались следующие значения частот соударений: рис. 9, 11 — $\nu' = 0,007$, рис. 10 — $\nu' = 0,01$. При этих параметрах имеет место похожий тип зависимости смещения максимума от L_3 , поэтому приведён только один график. Из сравнения графиков видно, что зависимости от L_3 качественно изменяются по сравнению со случаем $F = 0$. В частности, при $F \neq 0$ смещение максимума при увеличении L_3 меняет знак. Численные расчёты показывают также, что в случае $F, L_3 \gg 1$ смещение максимума спектра обращается в ноль при $F \simeq L_3$.

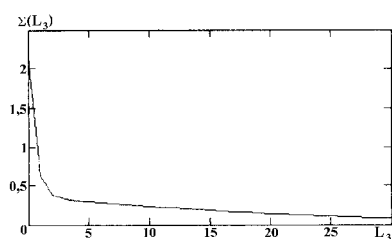


Рис. 9.

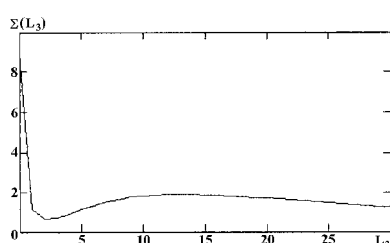


Рис. 10.

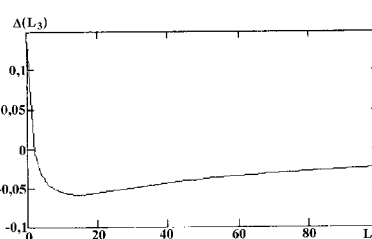


Рис. 11.

Приведённые результаты достаточно наглядно показывают, что распределение по углам мощности электромагнитного излучения, рассеянного в турбулентном слое столкновительной магнитоактивной плазмы, существенно зависит не только от направления внешнего магнитного поля и частоты соударений, но и от расположения излучателя и приёмника по отношению к слою. Выявленные закономерности могут быть полезны при разработке принципов дистанционного зондирования ионосферной и космической плазмы методом радиопросвечивания.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 97–02–16288).

ЛИТЕРАТУРА

1. Гавриленко В. Г., Тамойкин В. В. // Изв. вузов. Радиофизика. 1980. Т. 23. С. 739.
2. Аистов А. В., Гавриленко В. Г. // Физика плазмы. 1996. Т. 22. № 8. С. 712.
3. Гинзбург В. Л. Распространение электромагнитных волн в плазме. — М.: Наука, 1967.
4. Бреховских Л. М. Волны в слоистых средах. — М.: Наука, 1973.
5. Рытов С. М., Кравцов Ю. А., Татарский В. И. Введение в статистическую радиофизику. — М.: Наука, 1978. Ч. II.
6. Кравцов Ю. А., Орлов Ю. И. Геометрическая оптика неоднородных сред. — М.: Наука, 1980.
7. Аистов А. В., Гавриленко В. Г. // Изв. АН. Физика атмосферы и океана. 1994. Т. 30. № 5. С. 655.
8. Гершман Б. Н., Ерухимов Л. М., Яшин Ю. Я. Волновые явления в ионосфере и космической плазме. — М.: Наука, 1984.

Нижегородский государственный
университет
им. Н. И. Лобачевского, Россия
Грузинский технический
университет, г. Тбилиси, Грузия

Поступила в редакцию
14 октября 1998 г.

**STATISTICAL CHARACTERISTICS OF THE RADIATION OF A POINT SOURCE SCATTERED BY A PLANE LAYER OF
THE TURBULENT COLLISION MAGNETIZED PLASMA**

V. G. Gavrilenko, G. V. Jandieri, N. G. Pirtzkhalaishvili, A. A. Semerikov

Multiple scattering of electromagnetic waves by a plane layer of turbulent magnetized collisional plasma is considered. The influence of distances between the emitter as well as the receiver and layer's boundaries is analysed. We find out that, provided the absorption in plasma is strong enough, the width of an angular spectrum of the receiving radiation can be bigger than in collisionless plasma and the spectrum maximum is substantially displaced with respect to the direction to the source. It is shown that these effects are weakening as emitter approaches the layer. Relationship between the spectrum width as well as the displacement of the spectrum maximum and the distance from the receiver to the layer's boundary can be substantially nonmonotonic.

НЕЛИНЕЙНАЯ ТРАНСФОРМАЦИЯ ВОЛНОВЫХ ПАКЕТОВ В СЛАБО ДИСПЕРГИРУЮЩИХ СРЕДАХ

Т. Г. Талипова¹, Е. Н. Пелиновский¹, Е. Кит², О. Еитан²

Исследовано распространение нелинейных модулированных волн в слабо диспергирующих средах в рамках уравнения Кортевега—де-Вриза. Показано, что сильная генерация обертонов и среднего течения модулированным пакетом в слабо диспергирующих средах приводит к асимметрии огибающей волнового пакета относительно горизонтальной и вертикальной осей, а также к её перекосу. При этом движение волнового пакета сопровождается излучением низкочастотных и высокочастотных волн в разные стороны от пакета, так что средняя амплитуда волнового пакета уменьшается с расстоянием.

Популярной моделью для описания эволюции модулированных волн или волновых пучков является нелинейное уравнение Шредингера. Выведенное ещё в середине 60-х, оно позволило объяснить многие основные эффекты, связанные с самовоздействием и самофокусировкой нелинейных волн (модуляционную неустойчивость, солитоны огибающей, коллапс волновых пучков и т. д.). Доказанная затем Захаровым и Шабатом [1] полная интегрируемость нелинейного уравнения Шредингера позволила обосновать полученные ранее приближённые решения и выполнить более полный анализ явления. Среди различных применений нелинейного уравнения Шредингера укажем описание распространения поверхностных волн на глубокой воде, для которых практически сразу было проведено сопоставление выводов теории с результатами экспериментов [2]. С увеличением амплитуды волны (большей нелинейностью) и уширением спектра понадобилось учесть эффекты более высокого порядка (нелинейную генерацию индуцированных течений, нелинейную дисперсию и т. п.). Модифицированное таким образом нелинейное уравнение Шредингера [3–5] позволило предсказать асимметрию волнового пакета, наблюдавшуюся в эксперименте и получавшуюся в численных расчётах. Часть из новых эффектов оказалась важной и для сверхкоротких импульсов в оптике.

Главное ограничение в использовании нелинейного уравнения Шредингера и его модификаций связано с сильной дисперсией среды (точнее, с малостью отношения параметров нелинейности и дисперсии), когда волновое поле представимо только одной гармоникой, модулированной синусоидой, так что все её обертоны, возникающие из-за нелинейности, остаются слабыми и могут быть найдены в рамках теории возмущений. В случае же слабой дисперсии обертоны сильно нарастают, в волновом поле могут появляться солитоны и ударные профили. Такие процессы обычно демонстрируют на примере решений уравнения Кортевега—де-Вриза, которое также является точно интегрируемым. В частности, для поверхностных волн на мелкой воде оно имеет вид

$$\frac{\partial \eta}{\partial x} - \frac{3\eta}{2cH} \frac{\partial \eta}{\partial \tau} - \frac{H^2}{6c^3} \frac{\partial^3 \eta}{\partial \tau^3} = 0, \quad (1)$$

где η — смещение водной поверхности, $c = \sqrt{gH}$ — скорость длинных волн, H — глубина воды, g — ускорение свободного падения, $\tau = t - x/c$ — время в сопровождающей системе координат. Уравнение Кортевега—де-Вриза давно уже перестало быть только модельным уравнением нелинейной теории волн и активно используется в динамике морских волн в прибрежной зоне [6]. Разумеется, уравнение Кортевега—де-Вриза может быть использовано для получения нелинейного уравнения Шредингера, если амплитуда волны достаточно мала [7] (как, впрочем, и исходные уравнения гидродинамики [8]). Ясно, однако, что уравнение (1) допускает существенно более богатую нелинейную динамику волн, поскольку в нём не предполагается малость обертонов исходной волны.

В данной работе уравнение Кортевега—де-Вриза используется для анализа нелинейной трансформации волновых пакетов в слабо диспергирующей среде. При этом мы будем моделировать распространение поверхностных волн от источника, расположенного в точке $x = 0$. В качестве граничного условия в этой точке рассмотрим модулированную волну с гауссовой огибающей

$$\eta(t, 0) = A \exp\left(-\frac{(t - t_0)^2}{T^2}\right) \sin \omega t \quad (2)$$

во временной области, периодической по времени с периодом $5T$. Численный алгоритм решения уравнения (1) основан на конечно—разностной схеме. При численном решении уравнения Кортевега—де-Вриза контролировалось сохранение двух интегралов: массы и энергии.

Опишем здесь только один из вариантов расчёта, демонстрирующий основные особенности нелинейной трансформации волновых пакетов в слабо диспергирующей среде. Глубина бассейна H выбрана равной 11,8 см, а начальная амплитуда A — 3 см, так что нелинейность является достаточно сильной: параметр нелинейности A/H составляет приблизительно 0,25. Период несущей выбран равным 0,9 с (что соответствует длине волны примерно 1 м, так что параметр дисперсии $(2\pi H/\lambda)^2 \sim 0,4$ сравним с параметром нелинейности), а период огибающей выбран равным 28,8 с. Осциллограммы волны на различных расстояниях от источника представлены на рис. 1—4. Ввиду сильной нелинейности, уже на относительно небольших расстояниях (40 см) форма волны становится несимметричной относительно горизонтальной оси (рис. 2), что связано с генерацией второй и высших гармоник (такая форма характерна для волн на воде, как для волны Стокса, так и для кноидальных волн). На больших расстояниях (3,2 м) огибающая волны становится несимметричной также относительно вертикальной оси (такие эффекты возникают в модификациях нелинейного уравнения Шредингера с учётом высших порядков разложения по параметрам нелинейности и дисперсии, если говорить о глубокой воде), и более того, огибающая перекашивается (рис. 3). Таким образом, влияние обертонов на деформацию огибающей оказывается принципиальным. На ещё больших расстояниях (12 м) заметно отставание пакета с удвоенной несущей частотой (рис. 4). Обычно при изучении модуляционных эффектов в нелинейной сильно диспергирующей среде вторую гармонику находят только как вынужденную, распространяющуюся с групповой скоростью на основной частоте. Между тем, представляя волновое поле в виде суперпозиции пакетов с несущими на основной и удвоенной частоте

$$\eta(x, t) = \eta_1(x, t) + \epsilon \eta_2(x, t), \quad (3)$$

где ϵ — безразмерный параметр, и считая амплитуду второй гармоники малой ($\epsilon \ll 1$), из (1) находим уравнение для второй гармоники

$$\left(\frac{\partial}{\partial x} - \frac{H^2}{6c^3} \frac{\partial^3}{\partial \tau^3}\right) \eta_2 = \frac{3}{4cH} \frac{\partial}{\partial \tau} \eta_1^2(t - x/c_1, \epsilon x, \epsilon \tau), \quad (4)$$

где c_1 — групповая скорость на основной частоте, причём уравнение (4) должно решаться с нулевым граничным условием $\eta_2(\tau, 0) = 0$. Очевидно, его решение есть суперпозиция свободной и вынужденной волн

$$\eta_2(t, x) = F\left(t - \frac{x}{c_1}, \epsilon x, \epsilon t\right) - F\left(t - \frac{x}{c_2}, \epsilon x, \epsilon t\right), \quad (5)$$

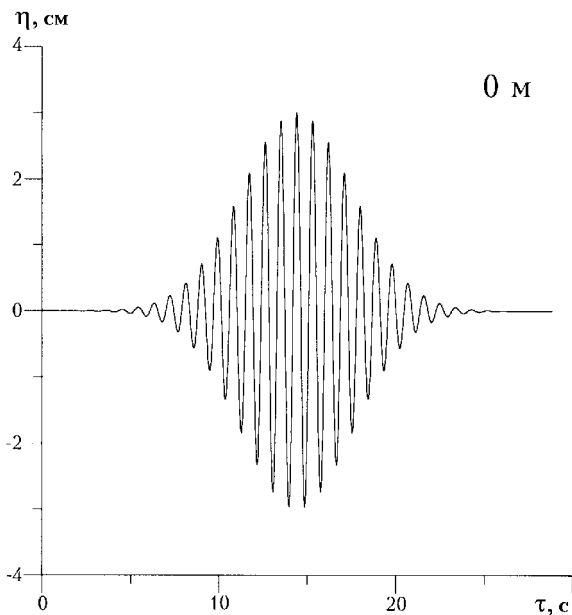


Рис. 1. Начальная форма волнового пакета.

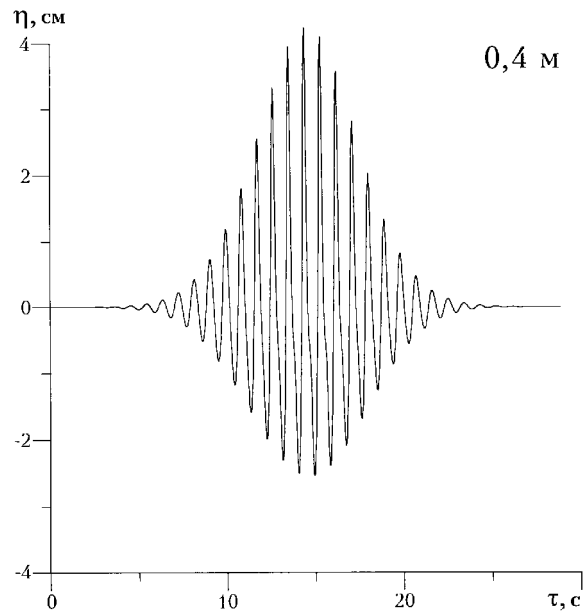


Рис. 2. Начальная стадия трансформации волнового пакета.

где c_2 — групповая скорость на удвоенной частоте. Поскольку групповая скорость в рамках линеаризованного уравнения Кортевега—де-Вриза есть

$$c_{gr} = c \left(1 - \frac{k^2 H^2}{2} \right), \quad (6)$$

то с увеличением частоты групповая скорость начинает сильно отличаться от скорости длинных волн c , и отставание пакета на удвоенной частоте от основного становится заметным. Правая часть в уравнении (4) содержит также детектированную компоненту, которая генерирует вынужденное среднее течение, масштаб которого определяется масштабом огибающей (это течение ответственно за перекося огибающей), и свободную длинную волну. Скорость последней выше, чем групповая скорость волнового пакета на основной несущей частоте. Однако разность этих скоростей мала по сравнению с разностью скоростей на основной и удвоенной частотах, поэтому длинная волна медленно уходит вперёд. Она начинает быть заметной на осциллограмме волны на расстоянии 16 м (рис. 5). Приводимые здесь соображения подтверждаются также Фурье-анализом волнового поля, на рассмотрении которого мы здесь не останавливаемся.

И наконец, как известно, на мелкой воде модуляционная неустойчивость невозможна, в результате нелинейный волновой пакет расплывается, и волна стремится стать немодулированной (высота волны монотонно спадает на расстояниях больше 10 м). Этот эффект играет важную роль в динамике прибрежной зоны [9]. Относительно сильная нелинейность волнового пакета заставляет думать о применимости уравнения Кортевега—де-Вриза, полученного в рамках первого приближения по параметрам нелинейности и дисперсии. Соответствующее обобщение уравнения Кортевега—де-Вриза с учётом следующих приближений известно. Недавно выяснилось, что заменами переменных оно сводится к классическому уравнению Кортевега—де-Вриза и, следовательно, является точно интегрируемым [10]. Но тогда описанные здесь выводы должны быть справедливы и для более полной модели с точностью до второго порядка разложения по параметрам нелинейности и дисперсии. Наши численные расчёты в рамках так называемого расширенного уравнения Кортевега—де-Вриза, учитывающего только следующий порядок по нелинейности, показали, что нелинейные эффекты третьего порядка по

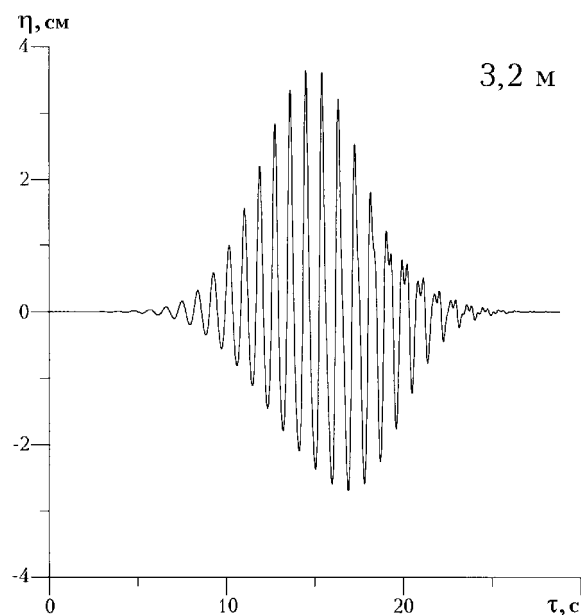


Рис. 3. Перекос волнового пакета.

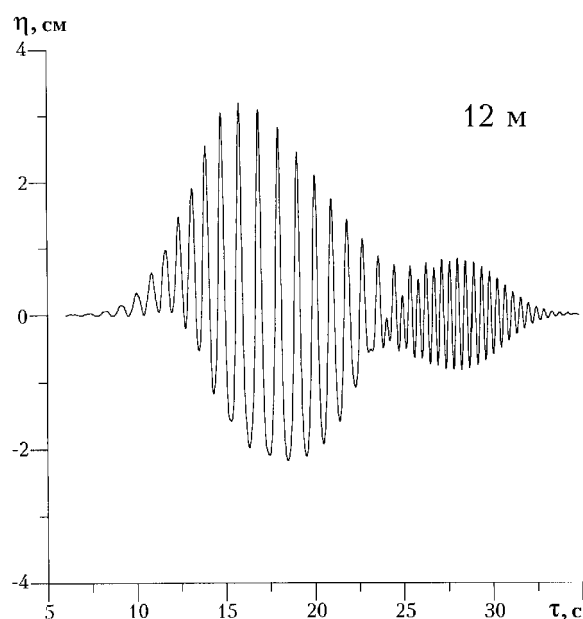


Рис. 4. Образование цуга на второй гармонике.

амплитуде волны слабо влияют на деформацию волнового пакета. Кроме того, уменьшение амплитуды волны в численных расчётах до 1 см (когда применимость уравнения Кортевега—де-Вриза не вызывает сомнений) не повлияло на сделанные выводы, хотя найденные эффекты стали проявляться на больших расстояниях.

Таким образом, проведённый анализ показал, что генерация обертонов и среднего течения модулированным пакетом в слабо диспергирующей среде сильно влияет на деформацию волнового пакета, приводя к его асимметрии и перекосу. При этом движение волнового пакета сопровождается излучением низкочастотных волн вперёд и высокочастотных волн назад, так что средняя амплитуда волнового пакета уменьшается с расстоянием.

Работа выполнена при частичной поддержке грантов ИНТАС (96–2077), РФФИ (99–05–65576) и программы Миннауки “Нелинейная динамика”.

ЛИТЕРАТУРА

1. Захаров В. Е., Шабат А. Б. // ЖЭТФ. 1971. Т. 61. С. 118.
2. Yuen H. C., Lake B. M. // Adv. Appl. Mech. 1982. V. 22. P. 67.
3. Lo E., Mei C. C. // J. Fluid Mech. 1985. V. 150. P. 395.
4. Громов Е. М., Таланов В. И. // ЖЭТФ. 1996. Т. 110. С. 137.
5. Trulsen K., Dysthe K. // J. Fluid Mech. 1997. V. 352. P. 359.
6. Dingemans M. W. Water wave propagation over uneven bottoms. Pt. 2. Non-linear wave propagation. — Singapore: World Sci., 1997.
7. Zakharov V., Kuznetsov E. // Physica D. 1986. V. 18. P. 455.
8. Freeman N. C. // A. Davey. 1975. V. A311. P. 1.
9. Talipova T., Pelinovsky E., Kit E. Coastal Dynamics. // ASCE. 1996. P. 105.
10. Fokas A. S., Liu Q. M. // Phys. Rev. Letters. 1996. V. 77. P. 2347.

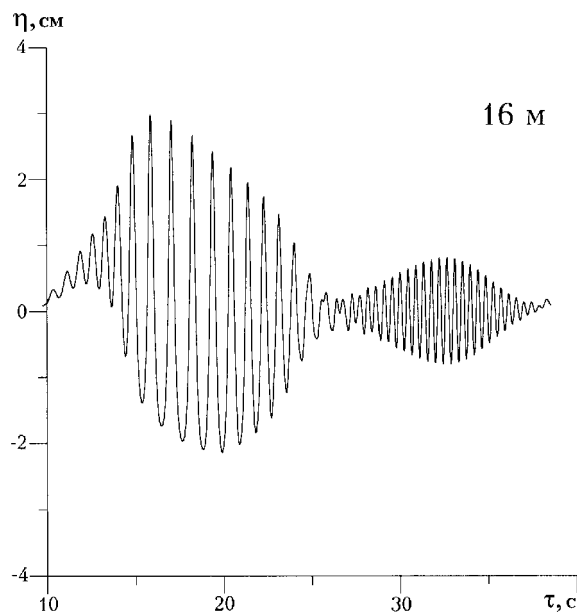


Рис. 5. Формирование низкочастотного предвестника.

¹Институт прикладной физики
РАН, г. Н. Новгород, Россия;

²Университет, г. Тель-Авив,
Израиль

Поступила в редакцию
22 июня 1998 г.

NONLINEAR TRANSFORMATION OF WAVE PACKETS IN WEAKLY-DISPERSIVE MEDIA

T. G. Talipova, E. N. Pelinovsky, E. Kit, and O. Eitan

We investigate the propagation of nonlinear, modulated waves in weakly dispersive media using the Korteweg–de Vries equation. Strong generation of the overtones and the mean flow is shown to result in the asymmetry of a packet envelope with respect to both horizontal and vertical axes and makes the envelope skewed. The motion of a wave packet is accompanied by the emission of low- and high-frequency waves that propagate in opposite directions both sides of the packet. As a result, the mean amplitude of a wave packet decreases with distance.

УДК 551.466.81

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДОВ ГАМИЛЬТОНОВСКОГО ФОРМАЛИЗМА К ТЕОРИИ НЕЛИНЕЙНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ВОЛН ВО ВРАЩАЮЩЕЙСЯ ЖИДКОСТИ

А. А. Куркин

Решена задача гамильтоновского описания волн Кельвина и Пуанкаре в слое однородной вращающейся жидкости. Найдено преобразование к нормальным каноническим переменным задачи и получены выражения для коэффициентов матрицы нелинейного взаимодействия применительно к задаче о распадной неустойчивости кельвиновских волн в присутствии волны Пуанкаре и стабилизации этой неустойчивости за счёт эффекта фазового рассогласования взаимодействующих волн на кубичной нелинейности среды. Вычислен инкремент данной неустойчивости и найден стационарный уровень возбуждения волн.

ВВЕДЕНИЕ

В динамике волн прибрежной шельфовой зоны океана заметную роль играет особый класс собственных волн — так называемые захваченные волны [1–3], тип длинноволновых движений вращающегося океана, локализованных в прибрежной зоне, а также в областях с вытянутыми и достаточно сильными и резкими неоднородностями рельефа дна. Эти волны принадлежат к классу волн в направляющих структурах, при этом соответствующие области океана играют роль своеобразных открытых волноводов. Активное исследование таких волн началось два десятилетия назад и продолжается в настоящее время с усиленным интересом, поскольку они играют чрезвычайно важную роль в пограничных областях океана: вблизи берега на волны этого класса приходится $95 \div 98\%$ энергии, причём последняя может передаваться вдоль структуры захвата на большие расстояния без существенных потерь. Наблюдения последних лет показали, что такие разнородные явления, как топографические вихри, меандрирование течений, прибрежная циркуляция, апвеллинг (подъём на поверхность холодных масс воды вблизи берега), короткопериодические климатические флуктуации тесно связаны с захваченными волнами [1–3].

Одним из основных типов захваченных волн, наряду с краевыми волнами Стокса и волнами Россби, являются волны Кельвина, впервые описанные в работе [4]. Захват волн Кельвина, обусловленный вращением Земли и наличием береговой границы, характерен в первую очередь следующими особенностями: волны Кельвина способны распространяться только в одном направлении, при котором береговая линия остаётся справа; амплитуда кельвиновской волны убывает при удалении от береговой границы (в простейшем случае — экспоненциально).

Линейная теория этих волн представляет собой достаточно хорошо разработанный и устоявшийся раздел теории волн в океане [2]. Нелинейные ее аспекты, напротив, изучены еще недостаточно. Одна из основных причин этого положения – отсутствие для моделей нелинейных ограниченных вращающихся сред регулярных обобщенных подходов, подобных, например, сформулированному для поверхностных и внутренних волн в неподвижной жидкости гамильтоновскому формализму [5, 6]. Попытка восполнить указанный пробел была предпринята в работе [7], в которой был предложен так называемый метод элементарных взаимодействующих мод. Но при этом в силу известных ограничений, накладываемых этим подходом, волны Кельвина оказались выпавшими из рассмотрения.

А. А. Куркин

359

В данной работе для решения задачи о гамильтоновском описании волн Кельвина в слое однородной вращающейся жидкости производится распространение соответствующего преобразования Клебша [8] на случай рассматриваемой модели, позволяющее ввести канонические переменные, которые являются отправной точкой для нахождения преобразования, диагонализующего квадратичную часть гамильтониана и позволяющего перейти к уравнениям для нормальных комплексных амплитуд взаимодействующих волн Кельвина и волн Пуанкаре — гравитационных поверхностных волн, приходящих из открытого океана. На основании построенной гамильтоновской теории в данной работе исследуется один из возможных нелинейных механизмов генерации волн Кельвина, а именно возбуждение этих волн за счёт нелинейного взаимодействия с волной Пуанкаре. Для этого процесса найдены инкременты неустойчивости возбуждаемых волн, проведено их оценочное сопоставление с известными экспериментальными данными [3] и сравнение эффективности этого механизма неустойчивости с рассматривавшимися ранее. Наряду с этим проведено рассмотрение стабилизации, возникающей на первом этапе взаимодействия распадной неустойчивости кельвиновских волн за счёт фазового рассогласования возбуждаемых волн, возникающего в результате четырёхволнового взаимодействия волн Кельвина.

1. НОРМАЛЬНЫЕ КАНОНИЧЕСКИЕ ПЕРЕМЕННЫЕ

Рассмотрим модель океана в виде бесконечно широкого канала однородной несжимаемой жидкости глубины h и плотности ρ_0 , вращающегося вокруг вертикальной оси с угловой скоростью $\tilde{\Omega} = f/2$, где f — параметр Кориолиса. Ось x системы координат направим вдоль, а ось y — поперёк канала ($0 \leq y < \infty$). Начало отсчёта по оси z , ориентированной вверх, выберем в плоскости невозмущённой свободной поверхности. Тогда уравнения движения для проекций V_x, V_y, V_z скорости $\vec{V}$ на оси вращающейся системы координат будут иметь вид

$$\frac{dV_x}{dt} - 2\tilde{\Omega}V_y = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x}, \quad (1)$$

$$\frac{dV_y}{dt} + 2\tilde{\Omega}V_x = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial y}, \quad (2)$$

$$\frac{dV_z}{dt} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial z} - g, \quad (3)$$

$$\frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_y}{\partial y} + \frac{\partial V_z}{\partial z} = 0, \quad (4)$$

где $\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + V_x \frac{\partial}{\partial x} + V_y \frac{\partial}{\partial y}$, g — ускорение свободного падения, p — давление.

Исходная система уравнений должна быть дополнена следующими граничными условиями, отвечающими свободной поверхности жидкости и непроницаемым боковым стенкам и дну:

$$\frac{d\eta}{dt} = V_z|_{\eta}, \quad p|_{\eta} = p_{atm},$$

$$V_y|_{y=0} = 0, \quad V_y|_{y \rightarrow \infty} = 0,$$

$$V|_{z=-h} = 0.$$

Здесь η — возвышение жидкости над невозмущённой свободной поверхностью, p_{atm} — атмосферное давление, предполагаемое постоянным.

Для отыскания канонических переменных рассматриваемой системы воспользуемся представлением Клебша [8], выразив проекции скорости $\vec{V}$ на оси системы координат в виде

$$V_x = \frac{\partial \varphi}{\partial x} + \alpha \frac{\partial \beta}{\partial x} - \sqrt{2\tilde{\Omega}}\alpha, \quad (5)$$

$$V_y = \frac{\partial \varphi}{\partial y} + \alpha \frac{\partial \beta}{\partial y} - \sqrt{2\tilde{\Omega}}\beta, \quad (6)$$

$$V_z = \frac{\partial \varphi}{\partial z} + \alpha \frac{\partial \beta}{\partial z}. \quad (7)$$

В представлении Клебша (5)–(7) уравнения движения, математически эквивалентные уравнениям Эйлера, имеют вид

$$\frac{d\beta}{dt} - \sqrt{2\tilde{\Omega}}V_x = 0, \quad (8)$$

$$\frac{d\alpha}{dt} + \sqrt{2\tilde{\Omega}}V_y = 0. \quad (9)$$

С учётом уравнения непрерывности (4) и кинематическое, и динамическое граничные условия могут быть получены из вариационного принципа Селиджера и Уитема [8]

$$\delta \int dt \int \int dx dy \int_{-h}^{\eta(x,y)} \mathcal{L} dz = 0,$$

где $\mathcal{L} = -\rho_0 \left(\dot{\varphi} + \alpha \dot{\beta} + \frac{1}{2}(V_x^2 + V_y^2 + V_z^2) + gz \right)$ — плотность лагранжиана.

При этом следует учесть следующие граничные условия для вариаций лагранжевых координат φ , α , β , η и новой независимой переменной $\Phi = \varphi|_z = \eta + (\alpha\beta)|_z = \eta$, полученной из вариационного принципа стационарного действия, на поверхности Σ_1 , получаемой из полной поверхности Σ рассматриваемой среды вычитанием свободной поверхности жидкости $z = \eta(x, y)$ и дна:

$$\delta \varphi|_{\Sigma_1} = 0, \quad \delta \alpha|_{\Sigma_1} = 0, \quad \delta \beta|_{\Sigma_1} = 0,$$

$$\delta \eta|_{\Sigma_1} = 0, \quad \delta \Phi|_{\Sigma_1} = 0.$$

Зная плотность лагранжиана $\mathcal{L}$, можно стандартным преобразованием Лежандра получить выражение для плотности гамильтониана $\mathcal{H}$:

$$\mathcal{H} = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\varphi}} \dot{\varphi} + \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\beta}} \dot{\beta} - \mathcal{L}.$$

В этом выражении переменные β и $\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \beta} = -\rho_0 \alpha$ могут рассматриваться в качестве канонически сопряжённых координаты и импульса системы. Для них исходные уравнения движения (8), (9), как нетрудно убедиться, находятся из уравнений Гамильтона

$$\dot{\beta} = \frac{\delta H}{\delta(-\rho_0 \alpha)}, \quad -\rho_0 \dot{\alpha} = -\frac{\delta H}{\delta \beta},$$

в которых гамильтониан H равен полной энергии среды

$$H = \int \int \int \mathcal{H} dx dy dz = \frac{\rho_0}{2} \left\{ \int dx \int dy \int_{-h}^{\eta(x,y)} (\vec{V}^2 + 2gz) dz \right\}. \quad (10)$$

Другой парой канонически сопряжённых переменных системы являются η и Φ . В этой паре роль координаты играет переменная η , а роль импульса — Φ . При этом уравнения Гамильтона

$$\dot{\eta} = \frac{\delta H}{\delta \Phi}, \quad \dot{\Phi} = -\frac{\delta H}{\delta \eta}$$

дают кинематическое и динамическое граничные условия на свободной поверхности жидкости

$$\dot{\eta} = V_n|_{\eta} \sqrt{1 + (\nabla \eta)^2}, \quad (11)$$

$$\dot{\Phi}|_{\eta} + (\alpha \dot{\beta})|_{\eta} + g\eta = -\frac{1}{2} (V_x^2 + V_y^2 + V_z^2)|_{\eta}, \quad (12)$$

где V_n — нормальная к свободной границе η компонента скорости.

Уравнениями (8), (9) с учётом уравнения непрерывности и условиями (11), (12) исчерпывается математическое описание динамики рассматриваемой системы, поэтому найденные канонические переменные β , $-\rho_0\alpha$, η и Φ полностью решают задачу гамильтоновского описания этой динамики.

Перейдём от переменных β , $-\rho_0\alpha$, η и Φ к нормальным каноническим переменным системы, описывающим взаимодействующие волны Кельвина и Пуанкаре. Для этого представим исходные переменные β , $-\rho_0\alpha$, η и Φ в виде интеграла Фурье

$$\begin{pmatrix} \beta \\ -\rho_0\alpha \\ \eta \\ \Phi \end{pmatrix} = \int \begin{pmatrix} \beta_k(y, z, t) \\ -\rho_0\alpha_k(y, z, t) \\ \eta_k(y, t) \\ \Phi_k(y, t) \end{pmatrix} e^{ikx} dk \quad (13)$$

по продольной координате x (поскольку по x система пространственно однородна) и разложим k —представление этих переменных по собственным функциям линейной краевой задачи [9, 10]:

$$\begin{pmatrix} \beta_k(y, z, t) \\ -\rho_0\alpha_k(y, z, t) \end{pmatrix} = \sum_m \begin{pmatrix} \beta_{km}(t) \Xi_m^1(y) e^{-kz} \\ -\rho_0\alpha_{km}(t) \Xi_m^2(y) e^{-kz} \end{pmatrix}, \quad (14)$$

$$\begin{pmatrix} \eta_k(y, t) \\ \Phi_k(y, t) \end{pmatrix} = \sum_m \begin{pmatrix} \eta_{km}(t) \Xi_m^3(y) \\ \Phi_{km}(t) \Xi_m^4(y) \end{pmatrix}, \quad (15)$$

где $\Xi_m^i(y) = C_{1k}^{i0} e^{\lambda_k y} + C_{1k}^{i0} e^{\lambda_k y} + \sum_{m=1}^{\infty} (C_{1k}^{im} e^{i\kappa_m y} + C_{2k}^{im} e^{-i\kappa_m y})$, $\kappa_m = \frac{\pi m}{L}$, i принимает целочисленные

значения от 1 до 4, $\lambda_k = \lambda_0 \left(1 + \frac{1}{6} h^2 k^2\right)$, $\lambda_0 = \frac{2\tilde{\Omega}}{c}$, $c = \sqrt{gh}$, L — ширина канала по координате y .

Точные выражения для коэффициентов разложения в функциях $Xi_m^i(y)$ приведены в [11].

В рассматриваемом здесь случае бесконечно широкого канала в разложении (14), (15) должен быть совершён предельный переход $L \rightarrow \infty$. Тогда разложение (14), (15) запишется в виде

$$\begin{pmatrix} \beta_k(y, z, t) \\ -\rho_0 \alpha_k(y, z, t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} D_1(a_k + a_{-k}^*)e^{-\lambda_k y} + \left(\int F_1 b_{\vec{q}} \{e^{-i\kappa y} + R_{\vec{q}} e^{i\kappa y}\} \times \right. \\ \left. \times d\kappa + \int F_1 b_{-\vec{q}}^* \{e^{i\kappa y} + R_{\vec{q}} e^{-i\kappa y}\} d\kappa \right) e^{-kz} \\ C_{1k}^1 D_2(a_k - a_{-k}^*)e^{-\lambda_k y} + \left(\int F_2 C_{1\vec{q}}^1 b_{\vec{q}} \{e^{-i\kappa y} + R_{\vec{q}} e^{i\kappa y}\} \times \right. \\ \left. \times d\kappa + \int F_2 C_{1\vec{q}}^1 b_{-\vec{q}}^* \{e^{i\kappa y} + R_{\vec{q}} e^{-i\kappa y}\} d\kappa \right) e^{-kz} \end{pmatrix}, \quad (16)$$

$$\begin{pmatrix} \eta_k(y, t) \\ \Phi_k(y, t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_{1k}^2 D_3(a_k + a_{-k}^*)e^{-\lambda_k y} + \left(\int F_3 C_{1\vec{q}}^2 b_{\vec{q}} \{e^{-i\kappa y} + R_{\vec{q}} e^{i\kappa y}\} d\kappa + \right. \\ \left. + \int F_3 C_{1\vec{q}}^2 b_{-\vec{q}}^* \{e^{i\kappa y} + R_{\vec{q}} e^{-i\kappa y}\} d\kappa \right) \\ C_{1k}^3 D_4(a_k + a_{-k}^*)e^{-\lambda_k y} + \left(\int F_4 C_{1\vec{q}}^3 b_{\vec{q}} \{e^{-i\kappa y} + R_{\vec{q}} e^{i\kappa y}\} d\kappa + \right. \\ \left. + \int F_4 C_{1\vec{q}}^3 b_{-\vec{q}}^* \{e^{i\kappa y} + R_{\vec{q}} e^{-i\kappa y}\} d\kappa \right) \end{pmatrix}, \quad (17)$$

где $\vec{q} = (k, \kappa)$, $R_{\vec{q}} = \frac{\kappa \sqrt{4\tilde{\Omega}^2 + c^2(k^2 + \kappa^2)} + 2k\tilde{\Omega}}{\kappa \sqrt{4\tilde{\Omega}^2 + c^2(k^2 + \kappa^2)} - 2k\tilde{\Omega}}$ — коэффициент линейного отражения, а выраже-

ния для коэффициентов разложения C_{1k}^i и $C_{1\vec{q}}^i$ ($i = 1, 2, 3$) приведены в [10]. Отметим, что наличие в (16), (17) неопределённых коэффициентов D_j , F_j ($j = 1, 2, 3, 4$) обусловлено тем, что в этих выражениях, наряду с разложением по собственным функциям линейной краевой задачи, закладывается ещё и процедура перехода к нормальным каноническим переменным задачи a_k , $b_{\vec{q}}$, базирующаяся на приведении квадратичной части полного гамильтониана к диагональному виду и учитывающая тот факт, что данное преобразование должно быть каноническим.

Подставляя (13) с учётом (16), (17) в гамильтониан (10), приведём квадратичную часть H_0 полного гамильтониана H к следующему диагональному виду относительно переменных a_k , a_{-k} , $b_{\vec{q}}$ и $b_{-\vec{q}}$:

$$H_0 = \frac{1}{2} \left(\int \omega_0(k) a_k a_k^* dk + \int \omega(k, \kappa) b_{\vec{q}} b_{\vec{q}}^* dk d\kappa \right). \quad (18)$$

Кроме того, будем учитывать тот факт, что данное преобразование должно быть каноническим, то есть удовлетворять соответствующей скобке Пуассона. Здесь $\omega_0(k) = ck \left(1 - \frac{1}{6} h^2 k^2 \right)$ — закон дисперсии кельвиновских волн, $\omega(k, \kappa) = \sqrt{4\tilde{\Omega}^2 + c^2(k^2 + \kappa^2)} \left(1 - \frac{1}{6} h^2 (k^2 + \kappa^2) \right)$ — закон дисперсии волн Пуанкаре, a_k и $b_{\vec{q}}$ — искомые нормальные канонические переменные задачи, описывающие соответственно волны Кельвина и Пуанкаре. Для этих переменных уравнения Гамильтона принимают вид

$$\dot{a}_k = -i \frac{\delta H}{\delta a_k^*}, \quad \dot{b}_{\vec{q}} = -i \frac{\delta H}{\delta b_{\vec{q}}^*}. \quad (19)$$

Окончательно мы получим следующие выражения для коэффициентов канонического преобразования (16), (17):

$$D_1 = \frac{1}{\sqrt{\omega_0(k)(d_1 + d_1^* + d_1 d_1^*)}}, \quad D_2 = \sqrt{\frac{d_1 + d_1^* + d_1 d_1^*}{\omega_0(k) d_1}},$$

$$D_3 = \sqrt{\frac{m_1(1+d_1)}{\omega_0(k)(d_1+d_1^*+d_1d_1^*)}}, \quad D_4 = \sqrt{\frac{d_1+d_1^*+d_1d_1^*}{\omega_0(k)m_2(1+d_1)}}, \quad (20)$$

$$F_1 = \frac{1}{\sqrt{\omega(k)(d_2+d_2^*+d_2d_2^*)}}, \quad F_2 = \sqrt{\frac{d_2+d_2^*+d_2d_2^*}{\omega(k)d_2}},$$

$$F_3 = \sqrt{\frac{m_1(1+d_2)}{\omega(k)(d_2+d_2^*+d_2d_2^*)}}, \quad F_4 = \sqrt{\frac{d_2+d_2^*+d_2d_2^*}{\omega(k)m_2(1+d_2)}}, \quad (21)$$

причём

$$d_1 = \lambda_k \kappa \Delta_1 \left(\kappa \sqrt{\Delta_2} + 2k\tilde{\Omega} \right)^2 \left\{ (\lambda_k^2 - \kappa^2) (2k^4 + \lambda_k^4 \Delta_1) + i \left[2\kappa^2 (2k^4 + \lambda_k^4 \Delta_1) + k^4 (\lambda_k^2 + \kappa^2) \right] \right\} \times \\ \times \left(c^2 + \frac{1}{3} h^2 \Delta_2 \right) \left\{ k^3 (\lambda_k^2 + \kappa^2) \sqrt{\Delta_2} \left[4\tilde{\Omega}^2 (\kappa^2 - k^2) + \kappa^2 c^2 (k^2 + \kappa^2) \right] (\kappa \sqrt{\Delta_2} - 2k\tilde{\Omega}) - \right. \\ \left. - ck (\lambda_k^2 + \kappa^2) (2k^4 + \lambda_k^4 \Delta_1) \left[4\tilde{\Omega}^2 (\kappa^2 - k^2) + \kappa^2 c^2 (k^2 + \kappa^2) \right] (\kappa \sqrt{\Delta_2} + 2k\tilde{\Omega}) \right\}^{-1} - 1,$$

$$d_2 = \lambda_k \kappa \Delta_1 \left(\kappa \sqrt{\Delta_2} + 2k\tilde{\Omega} \right)^2 \left\{ (\lambda_k^2 - \kappa^2) (2k^4 + \lambda_k^4 \Delta_1) + i \left[2\kappa^2 (2k^4 + \lambda_k^4 \Delta_1) + k^4 (\lambda_k^2 + \kappa^2) \right] \right\} \times \\ \times \left(c^2 + \frac{1}{3} h^2 \Delta_2 \right) \left\{ k^3 (\lambda_k^2 + \kappa^2) \sqrt{\Delta_2} \left[4\tilde{\Omega}^2 (\kappa^2 - k^2) + \kappa^2 c^2 (k^2 + \kappa^2) \right] (\kappa \sqrt{\Delta_2} - 2k\tilde{\Omega}) - \right. \\ \left. - (\lambda_k^2 + \kappa^2) (2k^4 + \lambda_k^4 \Delta_1) \left[4\tilde{\Omega}^2 (\kappa^2 - k^2) + \kappa^2 c^2 (k^2 + \kappa^2) \right] (\kappa \sqrt{\Delta_2} + 2k\tilde{\Omega}) \sqrt{\Delta_2} \right\}^{-1} - 1,$$

$$m_1 = \frac{4g\lambda_k^3 \kappa^5 \Delta_1 \left(c^2 + \frac{1}{3} h^2 \Delta_2 \right)}{2\pi k^2 \tilde{\Omega}^2 (\lambda_k^2 + \kappa^2) \sqrt{\Delta_2} (\kappa \sqrt{\Delta_2} - 2k\tilde{\Omega})} \frac{\left(2k\tilde{\Omega} + \kappa \sqrt{\Delta_2} \right)^2}{[4\tilde{\Omega}^2 (\kappa^2 - k^2) + c^2 \kappa^2 (k^2 + \kappa^2)]} + \frac{gk\lambda_k^4 \kappa^3 \Delta_1}{2\pi \tilde{\Omega}^2 (\lambda_k^2 + \kappa^2) \Delta_2} \times \\ \times \frac{\left(\kappa \sqrt{\Delta_2} + 2k\tilde{\Omega} \right)^2 \left(c^2 + \frac{1}{3} h^2 \Delta_2 \right)}{[4\tilde{\Omega}^2 (\kappa^2 - k^2) + \kappa^2 c^2 (k^2 + \kappa^2)] (\kappa \sqrt{\Delta_2} - 2k\tilde{\Omega})} \frac{\left(2\kappa \sqrt{\Delta_2} (\lambda_k + \kappa) + 4k\tilde{\Omega} (\lambda_k - \kappa) \right)}{(2k^4 + \lambda_k^4 \Delta_1)} + \frac{g\lambda_k^5 \Delta_1^2}{2\tilde{\Omega}^2 k^4}, \\ m_2 = \frac{\left(c^2 + \frac{1}{3} h^2 \Delta_2 \right) (\kappa \sqrt{\Delta_2} + 2k\tilde{\Omega})^2 [4k^5 \lambda_k^4 \tilde{\Omega} \kappa^2 (\lambda_k^2 - \kappa^2) \Delta_1]}{2\pi (\kappa \sqrt{\Delta_2} - 2k\tilde{\Omega}) \Delta_2 (\lambda_k^2 + \kappa^2) (2k^4 + \lambda_k^4 \Delta_1) [4\tilde{\Omega}^2 (\kappa^2 - k^2) + \kappa^2 c^2 (k^2 + \kappa^2)]} + \\ + \frac{gk\lambda_k^4 \kappa^3 \Delta_1 (\kappa \sqrt{\Delta_2} + 2k\tilde{\Omega})^2 \left(c^2 + \frac{1}{3} h^2 \Delta_2 \right) (2\kappa \sqrt{\Delta_2} (\lambda_k + \kappa) + 4k\tilde{\Omega} (\lambda_k - \kappa))}{2\pi \tilde{\Omega}^2 (\lambda_k^2 + \kappa^2) \Delta_2 [4\tilde{\Omega}^2 (\kappa^2 - k^2) + \kappa^2 c^2 (k^2 + \kappa^2)] (\kappa \sqrt{\Delta_2} - 2k\tilde{\Omega}) (2k^4 + \lambda_k^4 \Delta_1)} + \frac{\lambda_k^4 k^4 \Delta_1}{(2k^4 + \lambda_k^4 \Delta_1)^2},$$

где $\Delta_1 = 1 + \frac{1}{3} h^2 k^2$ и $\Delta_2 = 4\tilde{\Omega}^2 + c^2 (k^2 + \kappa^2)$.

Таким образом, в данном разделе найдено преобразование (16), (17), которое с учётом (20), (21) позволяет ввести нормальные канонические переменные a_k и $b_{\tilde{q}}$, для которых квадратичная часть гамильтониана и уравнения движения принимают вид (18), (19). При решении задач, касающихся нелинейного взаимодействия волн, в рамках метода необходимо знать следующие за квадратичным члены разложения гамильтониана. Использование преобразования (16), (17) с учётом (20), (21)

позволяет привести выражения для следующих за квадратичным членов разложения к стандартному виду, то есть получить матрицы трёх- и четырёхволнового взаимодействия.

2. РАСПАДНОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ВОЛН КЕЛЬВИНА И ПУАНКАРЕ

Рассмотрим задачу о распадной неустойчивости двух встречных коротких волн Кельвина с волновыми числами k_1 и k_2 (и соответственно частотами $\omega_0(k_1)$ и $\omega_0(k_2)$) в присутствии заданной длинной волны Пуанкаре с волновым вектором $\vec{q}_3 = (k_3, \kappa_3)$ и частотой $\omega(\vec{q}_3)$. Из законов дисперсии этих волн следует, что для такого процесса должны быть выполнены следующие условия пространственного и временного синхронизма:

$$k_1 - k_2 = k_3, \quad (22)$$

$$\omega_0(k_1) + \omega_0(k_2) = \omega(\vec{q}_3). \quad (23)$$

Переходя в кубичной части полного гамильтониана (10) с помощью (16), (17) к нормальным переменным a_k и $b_{\vec{q}}$, найдём для процесса (22), (23) гамильтониан взаимодействия

$$H_1 = \int \int \int \{U_{k_1, k_2, \vec{q}_3} a_{k_1}^* a_{k_2} b_{\vec{q}_3}\} \delta(k_1 - k_2 - k_3) dk_1 dk_2 d\vec{q}_3,$$

где $U_{k_1, k_2, \vec{q}_3}$ — коэффициент нелинейного взаимодействия волн.

Тогда из уравнений Гамильтона с гамильтонианом $H = H_0 + H_1$ найдём с помощью метода усреднения Крылова—Боголюбова [12] в приближении спектрально—узких волновых пакетов следующие укороченные уравнения для комплексных амплитуд волн Кельвина $a_{1,2}$:

$$\dot{a}_{1,2} = i\sqrt{2\pi} U_{k_1, 2, k_2, 1, \vec{q}_3} (a_{2,1})^* b_3. \quad (24)$$

Здесь

$$U_{k_1, 2, k_2, 1, \vec{q}_3} = \frac{2k_3 \omega_0(k_{1,2}) \lambda_0^3 \kappa_3^2}{k_{2,1} h (\lambda_0^2 + \kappa_3^2)^2 \sqrt{4\tilde{\Omega}^2 + c^2(k_3^2 + \kappa_3^2)}}, \quad (25)$$

b_3 — заданная амплитуда волны Пуанкаре.

Из выражения (25) следует вывод об избирательном характере воздействия на волну Кельвина волны Пуанкаре в зависимости от угла θ между береговой линией и направлением распространения приходящей волны ($k_3 = q_3 \sin \theta$, $\kappa_3 = q_3 \cos \theta$). При этом коэффициент U максимален при

$$\cos \theta \sim \frac{\epsilon}{\sqrt{1 + \sqrt{4 + 8/\epsilon^2}}}, \quad (26)$$

где $\epsilon = \lambda_0/q_3$. Как следует из (22), (23), условие (26) выполняется лишь для положительных значений углов θ .

Обратимся к уравнению (24). Следуя стандартной процедуре и используя условия (22), (23), нетрудно получить выражение для инкремента γ распадной неустойчивости кельвиновских волн

$$\gamma = \gamma_0 \omega_0(k_1),$$

где

$$\gamma_0 = \sqrt{2\pi} \frac{2k_3 \lambda_0^2 \kappa_3^2 b_3}{k_1 h (\lambda_0^2 + \kappa_3^2)^2} \left(4 + \frac{q_3^2}{\lambda_0^2}\right)^{-\frac{1}{2}} \quad (27)$$

выражение для относительного инкремента.

Выполним с помощью (27) численные оценки величины γ_0 , взяв в качестве волны накачки волну типа цунами. На глубине $h \approx 100$ м она имеет длину $\lambda_3 \approx 10^4$ м и амплитуду $b_3 \approx 10$ см. При длине волны Кельвина $\lambda_1 = 800$ м и при $k_3^2 \gg \kappa_3^2$ величина γ_0 составляет приблизительно $0,36 \cdot 10^{-2}$, что свидетельствует о достаточно эффективном процессе взаимодействия.

Для того чтобы получить представление о реальной значимости рассматриваемого эффекта, рассмотрим отвечающий ему стационарный уровень возбуждения волн Кельвина. В качестве механизма стабилизации неустойчивости (22), (23) примем эффект фазового рассогласования взаимодействующих волн за счёт четырёхволнового взаимодействия кельвиновских волн вида

$$\omega_0(k_1) + \omega_0(k_2) = \omega_0(k_3) + \omega_0(k_4), \quad (28)$$

где $\omega_0(k_1)$ и $\omega_0(k_2)$ — частоты кельвиновских волн до взаимодействия, а $\omega_0(k_3)$ и $\omega_0(k_4)$ — частоты кельвиновских волн после взаимодействия. При этом укороченные уравнения Крылова—Боголюбова в приближении спектрально—узких волновых пакетов и заданной волны Пуанкаре приведутся к виду

$$\dot{a}_{1,2} = -\delta_{1,2}a_{1,2} + \tilde{U}_{1,2}b_3(a_{2,1})^* + iW_{1,2}|a_{2,1}|^2a_{1,2}. \quad (29)$$

Здесь

$$\tilde{U}_{1,2} = \frac{2k_3\lambda_0^3 c\kappa_3^2 \omega_0(k_{1,2})}{k_{1,2}h(\lambda_0^2 + \kappa_3^2)^2 \sqrt{4\tilde{\Omega}^2 + c^2q_3^2}} \quad —$$

коэффициенты взаимодействия волны накачки b_3 с кельвиновскими волнами,

$$W_{1,2} = \frac{gck_3k_{1,2}^2}{64h\tilde{\Omega}^2} \quad —$$

коэффициенты нелинейного взаимодействия (28), $\delta_{1,2}$ — коэффициенты диссипации, обусловленные турбулентной вязкостью жидкости [13].

Переходя в (29) к действительным амплитудам и фазам подстановкой $a_{1,2} = A_{1,2}e^{-i\varphi_{1,2}}$, получим соответствующие им уравнения в виде

$$\begin{aligned} \dot{A}_{1,2} &= -\delta_{1,2}A_{1,2} + \tilde{U}_{1,2}b_3A_{2,1} \cos \Phi, \\ \dot{\Phi} &= -W_1A_1^2 - W_2A_2^2 - \left(\tilde{U}_1 \frac{A_2}{A_1} + \tilde{U}_2 \frac{A_1}{A_2} \right) b_3 \sin \Phi, \end{aligned}$$

где $\Phi = \varphi_1 + \varphi_2$. Отсюда следует, что в стационарном режиме между амплитудами взаимодействующих волн A_1 и A_2 устанавливается связь

$$A_2^2 = \frac{\delta_1 \tilde{U}_2}{\delta_2 \tilde{U}_1} A_1^2.$$

При $b_3 > A_{\text{пор}} = \sqrt{\frac{\delta_1 \delta_2}{\tilde{U}_1 \tilde{U}_2}}$ это состояние равновесия устойчиво и характеризуется суммарной фазой Φ , определяемой условием баланса энергии

$$\sqrt{\tilde{U}_1 \tilde{U}_2} b_3 \cos \Phi = \sqrt{\delta_1 \delta_2}.$$

Данному состоянию отвечает стационарный уровень возбуждения кельвиновских волн

$$\left(A_1^0\right)^2 = \frac{\delta_2 \tilde{U}_1}{\delta_1 \tilde{U}_2} \left(A_2^0\right)^2 = \frac{(\delta_1 + \delta_2) \sqrt{\frac{A_0^2}{A_{\text{пор}}^2} - 1}}{W_2 + \frac{\delta_1 \tilde{U}_2}{\delta_2 \tilde{U}_1} W_1}, \quad (30)$$

которым, таким образом, и ограничивается их амплитуда за счёт нелинейного процесса (28).

Оценим по формуле (30) численные значения A_1^0 и A_2^0 . Для $h \approx 100$ м, $\lambda_1 = 800$ м, $\lambda_3 \approx 10^4$ м при $b_3 \approx 10$ см согласно (30) будем иметь $A_1^0 \approx 2,56$ м и $A_2^0 \approx 2,48$ м. При этом $A_{\text{пор}}$ составляет приблизительно 6 см. Эти величины вполне согласуются с экспериментальными значениями амплитуд волн Кельвина. Например, в проливе Ла-Манш ($h \sim 80 \div 90$ м) были зарегистрированы волны Кельвина с амплитудами $3 \div 4$ м [2].

Таким образом, рассматриваемый механизм генерации волн Кельвина является достаточно эффективным, поэтому его необходимо учитывать наряду с уже известными механизмами возбуждения кельвиновских волн, а именно: раскачкой штормовыми волнами при их дифракции на вертикальных барьерах или рассеянии на нерегулярностях береговой линии, возбуждением точечными импульсными источниками, подобными тем, которые возникают при землетрясениях, генерацией атмосферными возмущениями (см., например, [14–23]). Это, в свою очередь, означает, что эффекты нелинейного волнового взаимодействия могут играть заметную роль в процессах энергообмена между волнами открытого океана и кельвиновскими волнами.

ЛИТЕРАТУРА

1. Физика океана. — М.: Наука, 1978. Т. 1, 2. — 455 с.
2. Ле Блом П., Майсек Л. А. Волны в океане: Пер. с англ. — М.: Мир, 1981. Т. 1. — 478 с. Т. 2. — 365 с.
3. Ефимов Е. Е. и др. Волны в пограничных областях океана. — Л.: Гидрометеиздат, 1985. — 280 с.
4. Thomson W. // Proc. R. Soc. Edinburg. 1897. V. 10. P. 92.
5. Захаров В. Е. // Изв. ВУЗов. Радиофизика. 1974. Т. 17. № 4. С. 431.
6. Воронович А. Г. // Изв. АН СССР. ФАО. 1979. Т. 15. Вып. 1. С. 82.
7. Лебле С. Б. Волноводное распространение нелинейных волн в стратифицированных средах. — Л.: Изд-во ЛГУ, 1988. — 198 с.
8. Селиджер Р. Л., Уиттем Г. Б. Вариационные принципы сплошной среды. — В сб.: Механика. 1969. № 5. С. 99.
9. Akylas T. R., Katsis C. // Phys. Fluids. 1987. V. 30. № 2. P. 297.
10. Островский Л. А. // Океанология. 1978. Т. 18. Вып. 2. С. 181.
11. Куркин А. А. Исследование нелинейного взаимодействия волн во вращающемся океане методом Гамильтоновского формализма: Дис. ... канд. физ.-мат. наук. Нижний Новгород, 1999. 112 с.
12. Митропольский А. Ю. Метод усреднения в нелинейной механике. — Киев: Наукова думка, 1971. — 440 с.
13. Ott E., Sudan R. N. // Phys. Fluids. 1970. V. 13. № 6. P. 1432.
14. Smith R. // J. Fluid Mech. 1972. V. 52. P. 379.
15. Grimshaw R. // Stud. Appl. Math. 1985. V. 73. P. 1.
16. // J. Fluid Mech. 1983. V. 129. P. 365.
17. Renouard D. P., Zhang X., D'Hieres G. // J. Fluid Mech. 1987. V. 177. P. 381.
18. Martinsen E. A., Weber J. E. // Tellus. 1981. V. 33. № 4. P. 402.
19. Лебедев А. Н. // Океанология. 1977. Т. 7. Вып. 1. С. 10.
20. Clarke A. J. // J. Fluid Mech. 1977. V. 83. Pt. 2. P. 337.
21. Keller J. B. // J. Phys. Oceanogr. 1981. V. 11. № 2. P. 284.
22. Howe M. S., Mysak L. A. // J. Fluid Mech. 1973. V. 57. P. 111.
23. Thomson R. E. // J. Fluid Mech. 1970. V. 42. P. 657.

Нижегородский государственный
технический университет, Россия

Поступила в редакцию
19 июня 1998 г.

**APPLICATION OF HAMILTONIAN FORMALISM METHODS TO THE THEORY OF A NONLINEAR INTERACTION OF
WAVES IN A ROTATING FLUID**

A. A. Kurkin

A problem of the Hamiltonian description of the Kelvin and Poincare waves in a layer of a homogeneous rotating fluid is solved. The transformation to the normal canonical variables of the problem is found. The matrix coefficients of nonlinear interactions are obtained for the problem of a decay instability of Kelvin waves in the presence of a Poincare wave and stabilization of this instability due to the phase mismatch of the interacting waves caused by cubic nonlinearity of the medium. The growth rate of this instability is calculated and the steady-state level of excited waves is found.

УДК 621.373.826

ИНВАРИАНТЫ НЕЛИНЕЙНОГО РАСПРОСТРАНЕНИЯ ФЕМТОСЕКУНДНЫХ ИМПУЛЬСОВ

В. А. Трофимов

В работе предложено преобразование уравнения, описывающего распространение фемтосекундных импульсов с учётом дисперсии нелинейного отклика и линейной дисперсии второго и третьего порядков, позволяющее записать уравнение в удобном для численного моделирования виде. На основе этого преобразования получены инварианты нелинейного распространения, содержащие информацию о фазе импульса. Некоторые из полученных инвариантов не содержат информацию о нелинейной добавке к диэлектрической проницаемости прозрачной среды. Полученные инварианты могут быть использованы как для контроля получаемых в численных экспериментах результатов, так и для анализа взаимодействия фемтосекундного импульса с веществом.

Инварианты нелинейного распространения оптического излучения имеют большое значение как при анализе взаимодействия лазерных пучков и импульсов с веществом, так и при его компьютерном моделировании для контроля получаемых результатов и построения консервативных разностных схем. Поэтому нахождение инвариантов привлекает постоянное внимание различных исследователей.

В настоящее время наиболее интенсивно рассматривается взаимодействие фемтосекундных импульсов с веществом [1, 2], но инварианты такого взаимодействия пока изучены недостаточно. В данной работе, продолжая исследования [3], на основе предложенного преобразования исходного уравнения записаны инварианты взаимодействия фемтосекундных импульсов со средой с учётом линейной дисперсии второго и третьего порядков и временной дисперсии нелинейного отклика среды. В результате перехода от исходной комплексной амплитуды пучка к новой функции квазиоптическое уравнение преобразуется к виду, более удобному для численного моделирования.

Анализируемый процесс описывается системой безразмерных уравнений

$$\frac{\partial A}{\partial z} + iD_2 \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} + D_3 \frac{\partial^3 A}{\partial t^3} + i\alpha PA + \alpha\gamma \frac{\partial(PA)}{\partial t} = 0, \quad (1)$$

$$\tau \frac{\partial P}{\partial t} + P = |A|^2 \quad (2)$$

с начальными и граничными условиями

$$A(0, t) = A_0(t), \quad A(z, 0) = A(z, T) = 0, \quad \left. \frac{\partial A}{\partial t} \right|_{t=0, T} = 0, \quad P(z, 0) = 0 \quad (3)$$

при $0 < t < T$, $z > 0$. Здесь A — нормированная на максимальное значение комплексная амплитуда импульса, распространяющегося вдоль оси z (координата z измеряется в единицах длины дисперсионного расплывания), t — нормированное на длительность импульса время в сопровождающей системе координат, коэффициенты D_2 и D_3 описывают линейную дисперсию соответственно второго и третьего порядка (заметим, что в выбранной нормировке коэффициент D_2 принимает значения ± 1), α — отношение начальной мощности импульса к характерной мощности самовоздействия, γ — коэффициент, характеризующий скорость изменения нелинейной поляризации, τ — отношение времени установления нелинейного отклика к длительности импульса, P — нелинейная безразмерная добавка к поляризации среды. Связь безразмерных переменных с физическими параметрами можно найти, например,

в [3]. В дальнейшем будем также полагать, что справедливы условия

$$\left. \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} \right|_{t=0, T} = 0, \quad (4)$$

которым легко удовлетворить в силу финитности начального распределения амплитуды.

Введём новую функцию

$$E(t) = \int_0^t A(z, \eta) \exp\left(\frac{i(\eta - t)}{\gamma}\right) d\eta, \quad (5)$$

которая отличается от предложенной в [3] экспоненциальным множителем. Выполнение условий (4) приводит к следующему релаксационному уравнению относительно E :

$$\frac{\partial E}{\partial t} + \frac{i}{\gamma} E = A. \quad (6)$$

Из (6) следует важный вывод: фаза функции E “не помнит” фазу комплексной амплитуды в предыдущие моменты времени $\tilde{t}$, если $\Delta t = t - \tilde{t} \gg \gamma$. Так как на практике γ может иметь малое значение, функция E практически отслеживает фазу комплексной амплитуды.

Используя (5), уравнение (1) относительно комплексной амплитуды A преобразуется к виду

$$\frac{\partial E}{\partial z} + iD_2 \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} + D_3 \frac{\partial^3 E}{\partial t^3} + \alpha \gamma P A = 0. \quad (7)$$

Таким образом, процесс распространения фемтосекундных импульсов описывается уравнениями (7), (6) и (2) с начальными и граничными условиями (3), (4), а также граничными условиями, следующими из определения функции E :

$$E|_{t=0} = \frac{\partial E}{\partial t} \Big|_{t=0} = \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} \Big|_{t=0} = \left(\frac{\partial E}{\partial t} + \frac{i}{\gamma} E \right) \Big|_{t=T} = \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial E}{\partial t} + \frac{i}{\gamma} E \right) \Big|_{t=T} = 0. \quad (8)$$

Уравнение (7) является более удобным для численного моделирования по сравнению с уравнением (1), т. к. в нём присутствуют лишь производные от функции E . При этом краевые условия относительно функции E становятся более сложными. Однако из определения функции E следует, что она имеет постоянное по модулю значение при $t > T$. Поэтому для времён $t > T$ можно поставить граничное условие второго рода

$$\frac{\partial |E|}{\partial t} \Big|_{t>T} = \frac{\partial^2 |E|}{\partial t^2} \Big|_{t>T} = 0 \quad (9)$$

и решать уравнение с условиями относительно E . Это приводит к кососимметричности оператора по временной координате, которая присутствует в уравнении Шредингера без учёта временной дисперсии нелинейности.

Для записи инварианта домножим уравнение (7) на комплексно-сопряжённую с E функцию E^* , сопряжённое с (7) уравнение — на E и сложим полученные выражения. Учитывая связь (6) между E и A , получим следующее соотношение:

$$\int_0^T \left[\left| \frac{\partial E}{\partial z} \right|^2 + \frac{\partial |E|^2}{\partial t} \left(\frac{2D_2}{\gamma} - \frac{3D_3}{\gamma^2} + \alpha \gamma P \right) \right] dt = 0. \quad (10)$$

Другое соотношение получается домножением уравнения (7) на $\frac{\partial E^*}{\partial t}$, сопряжённого к (7) уравнения — на $\frac{\partial E}{\partial t}$ и их вычитанием друг из друга. Принимая во внимание (6) и соотношение

$$E \frac{\partial E^*}{\partial z} \Big|_{t=T} = -\frac{i}{\gamma^2} \left(D_2 - \frac{D_3}{\gamma} \right) |E|^2 \Big|_{t=T}, \quad (11)$$

которое получается из уравнения (7) и краевых условий для E , запишем ещё одно соотношение:

$$\int_0^T \left\{ \frac{\partial}{\partial z} \left(E \frac{\partial E^*}{\partial t} \right) + i \left[\left(\alpha P + \frac{D_2}{\gamma^2} - \frac{D_3}{\gamma^3} \right) \frac{\partial |E|^2}{\partial t} + D_2 \frac{\partial}{\partial t} \left| \frac{\partial E}{\partial t} \right|^2 \right] \right\} dt = 0. \quad (12)$$

Домножая уравнение (10) на комплексную единицу i , уравнение (12) — на γ и вычитая из первого выражения второе, получим

$$\int_0^T \left[i \frac{\partial |E|^2}{\partial z} - \gamma \frac{\partial}{\partial z} \left(E \frac{\partial E^*}{\partial t} \right) \right] dt + \frac{i D_2}{\gamma} \left(|E|^2 - \gamma^2 \left| \frac{\partial E}{\partial t} \right|^2 \right) \Big|_{t=T} = 0. \quad (13)$$

Заметим, что выражение в последней скобке тождественно равно нулю. В результате получаем искомым инвариант:

$$I_1 = \int_0^T \left[i |E|^2 - \gamma \left(E \frac{\partial E^*}{\partial t} \right) \right] dt = \text{const}. \quad (14)$$

Существенно, что инвариант (14) содержит информацию относительно фазы распространяющегося импульса. Это позволяет, в частности, контролировать при численном моделировании сохранение не только энергетических характеристик импульса, но и его фазовых соотношений.

Из инварианта (14) после несложных преобразований можно записать следующий инвариант:

$$I_2 = \int_0^T E A^* dt = \text{const}. \quad (15)$$

В случае безынерционного отклика ($\tau = 0$) и без учёта дисперсии третьего порядка в процессе распространения сохраняется ещё одна величина:

$$I_3 = \int_0^T \left(E \frac{\partial A^*}{\partial t} + E^* \frac{\partial A}{\partial t} \right) dt = \text{const}. \quad (16)$$

В заключение работы подчеркнём, что важным свойством полученных инвариантов I_1 , I_2 является их независимость от нелинейного отклика среды, т. е. они сохраняются при любой действительной функции $P(z, t)$. Это, по-видимому, объясняется тем, что I_1 и I_2 содержат информацию непосредственно о структуре уравнения, а именно о наличии в нём производной по времени от нелинейного отклика среды.

Заметим также, что записанные выше инварианты легко обобщаются на случай распространения пространственно модулированных пучков.

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (грант № 95–02–04448а) и программы “Университеты России — фундаментальные исследования” (грант № 5142).

ЛИТЕРАТУРА

1. Ахманов С. А., Выслоух В. А., Чиркин А. С. Оптика фемтосекундных лазерных импульсов. М.: Наука, 1988.
2. Коротеев Н. И., Шумай И. Л. Физика мощного лазерного излучения. — М.: Наука, 1991.
3. Трофимов В. А. // Изв. ВУЗов. Радиофизика. 1992. Т. 35. № 6–7. С. 618.
4. Выслоух В. А., Матвеева Т. А. // Квантовая электроника. 1987. Т. 14. № 4. С. 792.

Московский государственный
университет, Россия

Поступила в редакцию
4 июля 1996 г.

INVARIANTS OF FEMTOSECOND PULSE NONLINEAR PROPAGATION

V. A. Trofimov

We propose a transformation for an equation that describe femtosecond pulse propagation with account of the second- and third-order linear dispersion as well as the nonlinear response dispersion. The transformation yields an equation convenient for numerical simulation. Using the proposed transformation we obtain nonlinear propagation invariants that contain information on the pulse phase. Some of the obtained invariants do not contain information on the non-linear correction to the dielectric permittivity of a transparent medium. The obtained invariants can be used both to check the results of numerical simulations and to analyze interaction of femtosecond pulses with matter.

УДК 535.2-4+535.854:621.318.1

ЭФФЕКТ САНЬЯКА В КОЛЬЦЕВЫХ ИНТЕРФЕРОМЕТРАХ НА “МЕДЛЕННЫХ” ВОЛНАХ

Г. А. Вугальтер, Г. Б. Малыкин

Рассмотрен эффект Саньяка в кольцевых интерферометрах на магнитостатических и поверхностных акустических волнах. Показано, что эффект Саньяка для волн произвольного типа (в том числе и для магнитостатических и поверхностных акустических волн), распространяющихся в произвольной среде, не может быть рассчитан при использовании преобразований Галилея, а объясняется в рамках специальной теории относительности и связан с различием фазовых, а не групповых скоростей встречных волн во вращающейся системе отсчёта. Показано также, что величина разности фаз встречных волн, обусловленная эффектом Саньяка, не зависит ни от фазовой скорости волны в покоящейся среде, ни от дисперсии среды, а зависит только от частоты волны и угловой скорости вращения интерферометра. Приведены оценки минимальной угловой скорости вращения, которая может быть измерена в кольцевых интерферометрах на магнитостатических и поверхностных акустических волнах.

ВВЕДЕНИЕ

В работе [1], опубликованной более 20 лет назад, обсуждалась возможность создания кольцевых интерферометров на поверхностных акустических и магнитостатических волнах, которые могли бы регистрировать вращение системы отсчёта и использоваться в качестве гироскопических приборов (в дальнейшем для краткости будем называть акустические и магнитостатические волны “медленными”, поскольку их скорость мала по сравнению со скоростью света в вакууме). К потенциальным достоинствам таких приборов могли бы относиться простота изготовления, меньшие габариты и стоимость по сравнению с кольцевыми лазерами и волоконными кольцевыми интерферометрами. С нашей точки зрения, другим, более важным потенциальным достоинством регистрации эффекта Саньяка на медленных волнах по сравнению с эффектом Саньяка в оптике является принципиальная невозможность появления эффекта поляризационной невзаимности, который приводит к дополнительной, не связанной с вращением интерферометра разности фаз встречных волн на выходе волоконного кольцевого интерферометра (ВКИ) [2, 3] или к разности частот встречных волн в кольцевом лазере [4, 5] (в последнем случае эффект является нелинейным). Дело в том, что магнитостатическим и поверхностным акустическим волнам присуща одна определённая поляризация, и проявление каких-либо поляризационных эффектов при их распространении невозможно. Например, поверхностная магнитостатическая волна, распространяющаяся перпендикулярно внешнему магнитному полю, имеет компоненты магнитного поля, направленные вдоль волнового вектора и перпендикулярно поверхности ферритовой плёнки, а электрическое поле волны перпендикулярно плоскости, в которой лежит магнитное поле волны [6]. Поверхностная акустическая волна Рэлея в кубическом кристалле поляризована в плоскости, содержащей волновой вектор волны и нормаль к границе кристалла [7].

Авторы [1] ограничились анализом эффекта Саньяка в первом порядке по малым параметрам v_{ϕ}/c , $R\Omega/c$, где v_{ϕ} — фазовая скорость “медленной” волны, Ω — угловая скорость вращения подвижной системы отсчёта, R — радиус кольца интерферометра, c — скорость света. В этом приближении эффекта Саньяка в кольцевых интерферометрах на “медленных” волнах нет. Кроме того, авторы [1] предлагают следующую схему измерений: преобразователь электромагнитных волн в “медленные” неподвижен, а

кольцевой интерферометр вращается. Такое устройство содержит часть, жёстко связанную с инерциальной системой отсчёта (т. е. является тахометром), а потому не может служить для измерения скорости вращения изолированной системы отсчёта и использоваться для целей гироскопии и навигации. Возможно, отрицательные выводы [1] привели к тому, что в дальнейшем кольцевые интерферометры на поверхностных акустических и магнитостатических волнах, насколько нам известно, в литературе не рассматривались.

Цель настоящей работы — рассмотреть эффект Саньяка в кольцевых интерферометрах на магнитостатических и поверхностных акустических волнах во втором порядке по $1/c$, найти сдвиг фазы при интерференции встречных волн на выходе кольца в зависимости от угловой скорости вращения интерферометра и обсудить вопрос о способе измерения сдвига фазы, обеспечивающем наибольшую чувствительность. В отличие от [1] для регистрации эффекта Саньяка мы предлагаем использовать не поверхностные, а прямые объёмные магнитостатические волны, которые распространяются в ферритовых плёнках, намагниченных перпендикулярно поверхности (см., например, обзор [6]). Распространение этих волн изотропно в плоскости плёнки и позволяет создать интерферометр планарной конструкции (в отличие от устройства, рассмотренного в [1]).

1. РАЗНОСТЬ ФАЗ ВСТРЕЧНЫХ “МЕДЛЕННЫХ” ВОЛН

Кольцевой интерферометр на “медленных” волнах представляет собой кольцо, изготовленное из ферритовой плёнки (для магнитостатических волн) или из пьезоэлектрика (для поверхностных акустических волн), в котором преобразователи возбуждают две встречные “медленные” волны (рис. 1). В качестве антенн поверхностных акустических волн используются встречно-штыревые преобразователи, в качестве антенн магнитостатических волн — микрополосковые преобразователи.

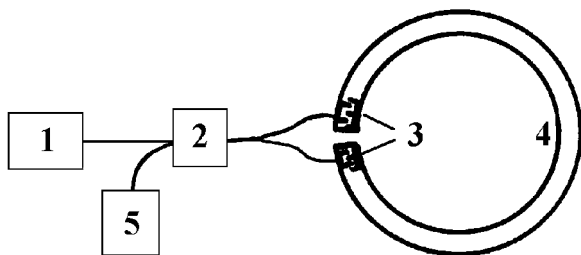


Рис. 1. Кольцевой интерферометр на “медленных” волнах: 1 — генератор, 2 — делитель, 3 — преобразователи (встречно-штыревые для поверхностных акустических волн или микрополосковые для магнитостатических волн), 4 — кольцо (пьезоэлектрическое для акустических волн или ферритовое для магнитостатических), 5 — усилитель.

Рассмотрим эффект Саньяка для произвольного типа волн, распространяющихся в среде с фазовой скоростью v_ϕ . Запишем выражения для длины пути $l^\pm$ и фазовой скорости распространения $v_\phi^\pm$ “медленной” волны в лабораторной системе отсчёта (знак “+” соответствует волне, направление которой совпадает с направлением вращения кольца, знак “—” — волне, распространяющейся в противоположном направлении):

$$l^\pm = 2\pi R \pm R\Omega t^\pm, \quad (1)$$

$$v_\phi^\pm = \frac{v_\phi \pm R\Omega}{1 \pm v_\phi R\Omega/c^2}. \quad (2)$$

Здесь $t^\pm = l^\pm/v_\phi^\pm$ — времена, затрачиваемые встречными волнами на обход кольца. В выражении (1) и далее опущен релятивистский множитель $\sqrt{1 - R^2\Omega^2/c^2}$, учёт которого приводит к поправкам порядка $R^2\Omega^2/c^2 \ll 1$ к разности фаз встречных волн Φ (см. выражение (5)). Согласно (1), (2) времена $t^\pm$ равны

$$t^\pm = \frac{2\pi R(1 \pm v_\phi R\Omega/c^2)}{v_\phi(1 - R^2\Omega^2/c^2)}. \quad (3)$$

Полагая $v_{\phi} \gg R\Omega$ и пренебрегая релятивистской поправкой $R^2\Omega^2/c^2 \ll 1$, получим

$$\Delta t = t^+ - t^- \simeq 4\pi R^2\Omega/c^2. \quad (4)$$

Таким образом, разность времён, затрачиваемых встречными волнами на прохождение кольца, не зависит от фазовой скорости “медленных” волн.

Разность фаз встречных волн на выходе кольца, обусловленная эффектом Саньяка, составляет

$$\Phi = k^+l^+ - k^-l^- = \omega\Delta t = \frac{2\pi v_{\phi}\Delta t}{\lambda} = \frac{8\pi S\Omega}{\lambda c} \frac{v_{\phi}}{c} = \frac{4S\Omega\omega}{c^2}, \quad (5)$$

где $k^{\pm}$ — волновые числа встречных волн, λ и ω — длина волны и её циклическая частота в неподвижном кольце, $S = \pi R^2$ — площадь кольца.

Из выражения (5) следует ряд важных выводов.

1. Величина разности фаз встречных волн, обусловленная эффектом Саньяка, не зависит ни от фазовой скорости волны в покоящейся среде, ни от дисперсии среды, а зависит от частоты волны ω . В частности, отсюда следует, что величина разности фаз встречных волн, обусловленная эффектом Саньяка в оптике, не зависит ни от коэффициента преломления n оптической среды, ни от дисперсии коэффициента преломления $dn/d\lambda$. Отметим, что в ряде ранних работ, посвящённых эффекту Саньяка в ВКИ (см., например, [8]), обсуждался вопрос о зависимости величины разности фаз встречных волн от коэффициента преломления n одномодового волоконного световода, из которого изготовлен ВКИ. Позднее, в работах [9, 10] было показано, что величина разности фаз встречных волн, обусловленная эффектом Саньяка, не зависит от коэффициента преломления n , но вопрос о влиянии дисперсии коэффициента преломления $dn/d\lambda$ и после этого продолжал обсуждаться [11] (по этому поводу см. также работы Эйнштейна [12], Поста [13] и обзор [14]).

2. Эффект Саньяка для волн произвольной природы, в том числе и для волн де Бройля материальных частиц [15–17], связан с различием фазовых скоростей встречных волн.

3. В выражении (2) мы использовали релятивистский закон сложения фазовой скорости v_{ϕ} и скорости вращения кольца $R\Omega$. Если, как это было сделано в [1], использовать галилеевский закон сложения скоростей, то разность фаз встречных волн будет равняться нулю при любом значении Ω , иными словами, эффекта Саньяка не будет. Этот результат ещё раз демонстрирует, что эффект Саньяка протекает, как подчеркнуто в [18], из специальной теории относительности.

Поскольку при расчётах мы рассматривали набег фаз для встречных волн произвольного типа, то всё сказанное выше справедливо и для “медленных” волн.

Из формулы (5) следует, что

$$\Omega = \frac{c^2\Phi}{4\pi R^2\omega}, \quad (6)$$

где ω — циклическая частота “медленной” волны. Отсюда видно, что при заданном минимально обнаружимом значении $\Phi_{\min}$ минимальная угловая скорость вращения $\Omega_{\min}$, которая может быть измерена, тем меньше, чем больше произведение рабочей частоты на квадрат радиуса кольца интерферометра (отметим, что предельное значение $\Phi_{\min}$ определяется чувствительностью метода измерения разности фаз встречных волн, а также временем, за которое проводится усреднение; этот вопрос подробно рассмотрен ниже). Длина кольца, а следовательно, и его радиус ограничены затуханием “медленных” волн (или максимальными размерами существующих плёнок — носителей этих волн). Пусть k'' — мнимая часть волнового числа “медленной” волны. Согласно [19, 20] наибольшая точность измерений угловой скорости вращения с помощью многовиткового интерферометра достигается, когда амплитуда волны затухает на длине интерферометра в e раз. Находя максимум функции $R^2 \exp(-2\pi k'' R)$ по R , можно показать, что наибольшая точность измерений в одновитковом интерферометре достигается, когда

амплитуда волны затухает на длине кольца в e^2 раз (17,4 дБ). При этом

$$2\pi R = 2/k'', \quad (7)$$

и формула для минимальной угловой скорости вращения, которая может быть измерена, принимает вид

$$\Omega_{\min} = \frac{\pi}{4\omega} c^2 \Phi_{\min} (k'')^2. \quad (8)$$

В случае поверхностных акустических волн $k'' \propto \omega^2$ [7], поэтому $\Omega_{\min} \propto \omega^3$, и для увеличения чувствительности прибора следует выбрать достаточно низкую рабочую частоту. В то же время необходимо помнить, что наши оценки справедливы, когда длина “медленной” волны мала по сравнению с радиусом и шириной кольца. Кроме того, при уменьшении рабочей частоты растут размеры кольца интерферометра. Полагая для оценок $v_{\text{ф}} = 3 \cdot 10^5$ см/с, $f = \omega/(2\pi) = 175$ МГц, $k'' v_{\text{ф}}/\omega \simeq 1,75 \cdot 10^{-5}$ (это значение характерно для ниобата лития на частоте 175 МГц), получим $R \simeq 5$ см, $\Omega_{\min} \simeq 2,65 \cdot 10^9 \Phi_{\min}$ рад/с (оценка предельного значения $\Phi_{\min}$ будет сделана ниже). Отсюда видно, что применение меньших рабочих частот затруднительно из-за слишком больших размеров требуемых плёнок.

Если используются прямые объёмные магнитостатические волны, то для них k'' и ω могут быть выбраны независимо за счёт выбора величины внешнего магнитного поля. Наименьшим затуханием обладают прямые объёмные магнитостатические волны основного типа с частотой, близкой к нижней предельной частоте $\omega_H = \gamma(H - 4\pi M_0)$, где γ — магнитомеханическое отношение, H — внешнее магнитное поле, $4\pi M_0$ — намагниченность насыщения ферритовой плёнки [6]. Для этих волн

$$k'' \simeq \frac{4}{d} \frac{\Delta H}{4\pi M_0}, \quad (9)$$

где d — толщина плёнки, ΔH — полуширина линии ферромагнитного резонанса. Полагая $f = 10$ ГГц, $d = 10$ мкм, $4\pi M_0 = 1750$ Гс, $\Delta H = 0,3$ Э (эти значения типичны для плёнок железо—иттриевого граната), получим $R \simeq 0,46$ см, $\Omega_{\min} \simeq 5,29 \cdot 10^9 \Phi_{\min}$ рад/с.

2. СПОСОБ РЕГИСТРАЦИИ МАЛОЙ РАЗНОСТИ ФАЗ ВСТРЕЧНЫХ ВОЛН В КОЛЬЦЕВОМ ИНТЕРФЕРОМЕТРЕ НА “МЕДЛЕННЫХ” ВОЛНАХ

Рассмотрим теперь вопрос о способе регистрации разности фаз встречных волн в кольцевом интерферометре на “медленных” волнах, который позволил бы измерять малые значения Φ . Трудность измерения малых угловых скоростей состоит в том, что при интерференции встречных волн сигнал на выходе кольца пропорционален $\cos \Phi$ и, следовательно, при $\Phi \ll 1$ очень мало меняется при изменении величины Φ . Для повышения чувствительности к малым изменениям Φ в ВКИ используется следующий приём: рабочую точку перемещают на крутой участок интерференционной картины, для чего используется нестационарная модуляция длины волокна в контуре ВКИ с частотой F — фазовая модуляция [21], которая приводит к появлению нестационарной невязимости для встречных волн. При этом на выходе ВКИ имеет место модуляция интенсивности интерференционного сигнала. Глубина этой модуляции пропорциональна величине $\sin \Phi$, и при медленном вращении ($\Phi \ll 1$) зависимость полезного сигнала от угловой скорости линейна.

Однако осуществить модуляцию длины кольца или модуляцию фазовой задержки в интерферометре на “медленных” волнах технически довольно сложно. При этом следует иметь в виду, что незначительное отклонение от гармонического закона модуляции, в частности появление второй гармоники частоты F , приводит к появлению дополнительного сдвига фаз встречных волн [22, 23].

В данном случае гораздо целесообразнее использовать метод регистрации малой разности фаз встречных волн в кольцевом интерферометре, предложенный в работе Берштейна [19], посвящённой

исследованию эффекта Саньяка на радиоволнах, где в качестве контура кольцевого интерферометра использовался высокочастотный кабель, длину которого невозможно было модулировать. При измерении скорости вращения встречные волны на выходе контура интерферировали не между собой, а поочерёдно с опорным сигналом, фаза которого была стабильна во времени. Переключение осуществлялось с помощью электромеханического реле. Интерференционный сигнал, который менялся при переключении с одной встречной волны на другую с частотой переключения F , усиливался на этой частоте и поступал на синхронный детектор, где в качестве опорного сигнала использовалось напряжение, которое управляло реле. Впоследствии для повышения частоты переключения и повышения чувствительности измерений вместо электромеханического реле был использован электронный переключатель [20].

Предложенный Берштейном метод измерения малых разностей фаз встречных волн в кольцевом интерферометре [19, 20] является оригинальным. Некоторую аналогию с методом Берштейна можно усмотреть в предложенном ранее Дикке так называемом модуляционном методе, лежащем в основе работы радиометра [24] (см. также [25]) и заключающемся в периодической замене исследуемого излучения на излучение стандартного излучателя. Следует, однако, подчеркнуть, что в отличие от метода Дикке метод Берштейна заключается в периодической замене встречных волн, которые поочерёдно интерферируют с опорным сигналом. Отметим, что в 1961 г. метод, аналогичный методу Берштейна, но применительно к измерению эффекта Саньяка в оптическом диапазоне, был предложен Бухманом [26].

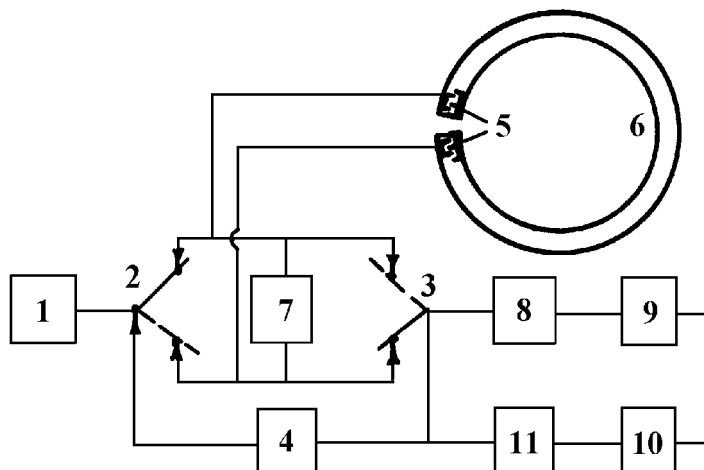


Рис. 2. Кольцевой интерферометр на "медленных" волнах с переключателем и системой обработки выходного сигнала: 1 — генератор высокой частоты f , 2, 3 — электронные ключи, 4 — генератор "меандра" с частотой F , 5 — преобразователи "медленных" волн, 6 — кольцо из пьезоэлектрика или феррита, 7 — фазосдвигающее устройство, 8 — выходной трансформатор, 9 — детектор высокой частоты f , 10 — усилитель частоты F , 11 — синхронный детектор частоты F .

На рис. 2 приведена схема кольцевого интерферометра на "медленных" волнах с переключателем и системой обработки выходного сигнала. На входе интерферометра переключение высокочастотного сигнала осуществляется с помощью электронного диодного ключа 2 при сравнительно небольшом напряжении, снимаемом с генератора. После переключателя высокочастотный электрический сигнал преобразуется в "медленную" волну. Пройдя кольцо, эта волна, ослабленная в e^2 раз, преобразуется в переменный электрический сигнал, который поступает на электронный диодный ключ 3, на выходе которого напряжение смешивается с опорным сигналом с генератора и повышается с помощью выходного резонансного трансформатора, настроенного на частоту f ($f \gg F$). Отметим, что применение рассмотренного переключателя даёт ещё одно преимущество: переключение происходит до и после преобразователей, и, таким образом, осуществляется переключение не "медленных" волн, а электрического сигнала, который в отличие от "медленных" волн достаточно легко усиливать и преобразовывать.

Как показано в [27] (см. также [28, 29]), для реализации максимальной чувствительности рассматриваемого метода гетеродинирования необходимо выполнить условие

$$u_{\text{вых}}/u_{\Gamma} = \cos \psi, \quad (10)$$

где $u_{\text{вых}}$ — эффективное напряжение сигнала с выхода интерферометра после преобразователя, $u_{\text{г}}$ — эффективное напряжение генератора опорного сигнала, ψ — разность фаз между ними. При переключении с “медленной” волны, распространяющейся по направлению вращения (выше мы обозначили это направление знаком “+”), на волну, распространяющуюся против направления вращения (направление “–”), разность фаз сигнала с выхода интерферометра и опорного сигнала будет незначительно меняться с ψ^+ на ψ^- , причём обусловленная эффектом Саньяка разность фаз $\Phi = \psi^+ - \psi^- \ll \psi^+, \psi^-$. Переменное напряжение на выходе переключателя в этом случае также будет меняться, и его эффективное значение составит соответственно $u^+ = u_{\text{вых}} \sin \psi^+$ и $u^- = u_{\text{вых}} \sin \psi^-$. Для того, чтобы амплитудные флуктуации генератора не сказывались на выходном сигнале, необходимо выполнить условие $\psi^\pm \ll 1$ [19, 20, 24–26]. Введём величину $u_f = (u^+ + u^-)/2 \simeq u_{\text{вых}}(\psi^+ + \psi^-)/2$ — среднее эффективное значение переменного напряжения на выходе переключателя.

Согласно [19, 27] наибольшая чувствительность измерения величины $\Phi = \psi^+ - \psi^-$ достигается при детектировании переменного напряжения на выходе переключателя не с помощью лампового или полупроводникового диода, а с помощью малошумящего усиливающего элемента, который является первым каскадом системы обработки сигнала, основанной на нелинейности вольт–амперной характеристики (ВАХ) этого элемента. В качестве такого элемента может быть использован полевой транзистор с большой крутизной ВАХ. В этом случае минимальная детектируемая величина Φ_{min} , которая ограничена дробовыми шумами среднего тока, протекающего в цепи стока полевого транзистора, составит [20]

$$\Phi_{\text{min}} \simeq 2\sqrt{2qi_{\text{cp}}\Delta f/(\alpha n u_{\text{вых}})}, \quad (11)$$

где q — модуль заряда электрона,

$$i_{\text{cp}} = f \int_0^{1/f} i_{\text{c}}(t) dt \quad —$$

средний (т. е. выпрямленный) ток стока i_{c} полевого транзистора при напряжении затвор–исток, равном

$$u_{\text{зи}} = u_0 + \sqrt{2} u_f n \sin 2\pi f t,$$

где u_0 — постоянное напряжение смещения, n — коэффициент преобразования выходного трансформатора (см. рис. 2), f — частота “медленной” волны,

$$\alpha = \left. \frac{di_{\text{cp}}}{d(nu_f)} \right|_{u_f \simeq u_{\text{вых}}(\psi^+ + \psi^-)/2} \quad —$$

коэффициент детектирования, Δf — частотная полоса анализа.

Отметим здесь, что для получения достаточно высокого коэффициента трансформации на высоких частотах следует использовать высокодобротный колебательный контур с распределёнными параметрами [30].

Для проведения численных оценок рассмотрим в качестве первого каскада системы обработки сигнала малошумящие полевые транзисторы с большой крутизной ВАХ. Такие транзисторы имеют приблизительно квадратичную зависимость тока стока от напряжения затвор–исток:

$$i_{\text{c}} = \begin{cases} a(u_{\text{зи}} - u_{\text{отс}})^2, & u_{\text{зи}} > u_{\text{отс}}, \\ 0, & u_{\text{зи}} < u_{\text{отс}}, \end{cases} \quad (12)$$

где $u_{\text{отс}}$ — напряжение отсечки, a — коэффициент, равный $6 \cdot 10^{-2}$ А/В² для транзистора, работающего на частотах порядка 10 ГГц, и $7,5 \cdot 10^{-3}$ А/В² для транзистора, работающего в диапазоне частот 10 ÷ 100 МГц [31, 32]. Детектирование целесообразно проводить в области $u_{\text{отс}} < u_0 < 0$ (при $u_0 > 0$

через транзистор протекает большой ток затвор—исток, что нежелательно). В частности, при $u_0 = u_{отс}$ находим, что $i_{cp} = an^2u_f^2/2$ и $\alpha = anu_f$. В этом случае выражение (11) упрощается:

$$\Phi_{\min} \simeq 2\sqrt{q\Delta f}/(\sqrt{an}u_{\text{вых}}). \quad (13)$$

Эффективные значения напряжения на выходе $u_{\text{вых}}$ и на входе $u_{\text{вх}}$ интерферометра связаны соотношением

$$u_{\text{вых}} = Ke^{-2\pi Rk''}u_{\text{вх}} = Ke^{-2}u_{\text{вх}}, \quad (14)$$

где K — коэффициент, описывающий преобразование электромагнитного сигнала в “медленную” волну и обратно (характерное значение суммарных потерь при этих двух преобразованиях не менее 10 дБ). Из (13), (14) следует

$$\Phi_{\min} \simeq 2e^2\sqrt{q\Delta f}/(Kn\sqrt{a}u_{\text{вх}}). \quad (15)$$

Выполним численные оценки, используя формулу (15). Допустимое максимальное напряжение на входном преобразователе поверхностных акустических волн не должно превышать напряжения пробоя воздуха, равного приблизительно 1 кВ/мм, при расстоянии в четверть длины акустической волны. На частоте 175 МГц это расстояние равно 4,3 мкм, следовательно, допустимое эффективное напряжение на входном преобразователе составляет $u_{\text{вх}} \simeq 3$ В. Полагая $K \simeq 0,32$, $n \simeq 20$, $a = 7,5 \cdot 10^{-3}$ А/В, $\Delta f = 1$ Гц, получим, что $\Phi_{\min} \simeq 3,51 \cdot 10^{-9}$ рад. При этом (см. раздел 1) $\Omega_{\min} \simeq 9,3$ рад/с, что соответствует частоте вращения, приблизительно равной 1,5 об/с.

Эффект Саньяка для поверхностных акустических волн можно наблюдать при меньших частотах вращения, если использовать поверхностные акустические волны более низких частот (порядка 10 ÷ 20 МГц). Однако в этом случае придётся значительно усложнить акустическую часть схемы, а именно использовать канал для акустической волны в виде многовитковой спирали. Другой путь повышения чувствительности измерений — сужение полосы анализа Δf .

Для магнитостатических волн допустимое значение напряжения на входе интерферометра должно быть достаточно малым, чтобы избежать нелинейных эффектов. В нашем случае эта величина составляет приблизительно 0,3 В. Коэффициент преобразования выходного трансформатора на частоте 10 ГГц не превышает 3, и при $K \simeq 0,32$, $a = 6 \cdot 10^{-2}$ А/В, $\Delta f = 1$ Гц находим, что $\Phi_{\min} \simeq 8,38 \cdot 10^{-8}$ рад, $\Omega_{\min} \simeq 440$ рад/с, что соответствует частоте вращения около 70 об/с.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Сформулируем основные результаты данной работы.

1. Обусловленная эффектом Саньяка величина разности фаз встречных волн произвольной природы, распространяющихся в произвольной среде, не зависит ни от фазовой скорости волны в покоящейся среде, ни от дисперсии среды, а зависит от частоты волны и скорости вращения интерферометра. В частности, отсюда следует, что величина разности фаз встречных волн, обусловленная эффектом Саньяка в оптике, не зависит ни от коэффициента преломления оптической среды, ни от дисперсии коэффициента преломления.

2. Эффект Саньяка для волн произвольного типа, в том числе и для волн де Бройля материальных частиц, связан с различием фазовых скоростей встречных волн.

3. Эффект Саньяка для волн, распространяющихся в среде, и, в частности, для “медленных” волн является следствием релятивистского изменения фазовых скоростей встречных волн, т. е. вытекает из специальной теории относительности [18]. Как было отмечено С. И. Вавиловым [33], экспериментальное обнаружение эффекта Саньяка в оптике не может ни подтвердить, ни опровергнуть специальную теорию относительности, поскольку допускает объяснение с точки зрения теории неувлекаемого светоносного эфира (такое объяснение эффекта Саньяка давали О. Лодж, А. Майкельсон и Ж. Саньяк [14]). Отметим, что и в настоящее время появляются публикации, трактующие эффект Саньяка в оптике с точки зрения теории светоносного эфира [34, 35], как проявление эффекта Доплера [36, 37] или как проявление действия силы Кориолиса во вращающейся системе отсчёта [38]. Все три указанных объяснения явно противоречат специальной теории относительности.

4. Приведённые в работе оценки показывают, что эффект Саньяка сравнительно легко наблюдать в интерферометрах на поверхностных акустических волнах и гораздо сложнее — на магнитостатических волнах. Чувствительность интерферометра на “медленных” волнах существенно меньше чувствительности интерферометра в оптическом диапазоне [39], что связано, во-первых, с малостью частот “медленных” волн по сравнению с частотами волн оптического диапазона и, во-вторых, с тем, что площадь кольца интерферометра на “медленных” волнах значительно меньше площади кольца волоконного кольцевого интерферометра.

В заключение авторы выражают благодарность И. А. Андроновой, И. Л. Берштейну, В. И. Беспалову, Д. Е. Бурланкову, Вл. В. Кочаровскому, А. Е. Розенталю, М. С. Сандлеру, Э. Е. Фрадкину за полезные обсуждения.

Работа частично поддержана грантом № 96–15–96742 РФФИ.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ньюбург Р. Г., Блэксмита П., Будро А. Дж., Ситарес Дж. К. // ТИИЭР. 1974. Т. 62. № 12. С. 6. (Newburgh R. G., Blacksmith P., Budreau A. J., Sethares J. C. // Proc. IEEE. 1974. V. 62. № 12. P. 1621.)
2. Козел С. М., Листвин В. Н., Шаталин С. В., Юшкайтис Р. В. // Оптика и спектроскопия. 1986. Т. 61. № 6. С. 1295.
3. Малыкин Г. Б. // Изв. ВУЗов. Радиофизика. 1991. Т. 34. № 6. С. 817.
4. Зборовский В. А., Фрадкин Э. Е. // ЖЭТФ. 1974. Т. 66. № 4. С. 1219.
5. Зборовский В. А., Тиунов Е. А., Фрадкин Э. Е. // Изв. ВУЗов. Радиофизика. 1978. Т. 21. № 6. С. 816.
6. Вугальтер Г. А., Гишинский И. А. // Изв. ВУЗов. Радиофизика. 1989. Т. 32. № 10. С. 1187.
7. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теория упругости. — М.: Наука, 1987.

8. Valy V., Shorthill R. W., Bergh M. F. // Appl. Optics. 1977. V. 16. № 10. P. 2605.
9. Leeb W. R., Schiffner G., Scheiterer E. // Appl. Optics. 1979. V. 16. № 9. P. 1293.
10. Ezekiel S. Fiber-Optic Rotation Sensors. — In: Fiber-Optic Rotation Sensors. /Eds. by S. Ezekiel, H. J. Arditty. — Berlin: Springer-Verlag, 1982. P. 2.
11. Шпак И. В., Соломин А. В., Разгоняев И. В. // Оптика и спектроскопия. 1986. Т. 60. № 1. С. 210.
12. Эйнштейн А. Собрание научных трудов. Т. 1. — М.: Наука, 1965. С. 313.
13. Post E. J. // Rev. Mod. Phys. 1967. V. 39. № 2. P. 475.
14. Малыкин Г. Б. // УФН. 1997. Т. 167. № 3. С. 337.
15. Hasselbach F., Nicklaus M. // Phys. Rev. A. 1993. V. 48. № 1. P. 143.
16. Малыкин Г. Б. // Изв. ВУЗов. Радиофизика. 1998. Т. 41. № 6. С. 767.
17. Diecks D., Nienhuis G. // Phys. Rev. D. 1990. V. 42. № 6. P. 2045.
18. Логунов А. А., Чугреев Ю. В. // УФН. 1988. Т. 156. № 1. С. 137.
19. Берштейн И. Л. // ДАН СССР. 1950. Т. 75. № 5. С. 635.
20. Берштейн И. Л. Исследование весьма малых изменений разности фаз в радио и оптике: Дис. ... докт. физ.-мат. наук. — Горький, 1953.
21. Bergh R. A., Lefevre H. C., Shaw H. J. // Opt. Lett. 1981. V. 6. № 10. P. 502.
22. Малыкин Г. Б. // Изв. ВУЗов. Радиофизика. 1994. Т. 37. № 10. С. 1345.
23. Малыкин Г. Б. // Изв. ВУЗов. Радиофизика. 1996. Т. 39. № 5. С. 624.
24. Dicke R. H. // Rev. Sci. Instrum. 1946. V. 17. № 7. P. 268.
25. Бунимович В. И. // ЖТФ. 1950. Т. 20. № 8. С. 944.
26. Бухман А. Б. Способ определения малых угловых перемещений объекта: А. с. № 664400. // Официальный Бюллетень Госкомизобретений. "Открытия, изобретения, промышленные образцы, товарные знаки". 1981. № 22. С. 307.
27. Берштейн И. Л. // Изв. АН СССР. Сер. Физ. 1950. Т. 14. № 2. С. 145.
28. Рытов С. М. Введение в статистическую радиофизику. — М.: Наука, 1966. — 404 с.
29. Малахов А. Н. Флуктуации в автоколебательных системах. — М.: Наука, 1968. — 660 с.
30. Ханзел. Справочник по расчёту фильтров. — М.: Сов. радио, 1974. — 288 с.
Hansell G. E. Filter design and evaluation. — N.Y.: Van Nosrand Reinold Comp., 1969.
31. Перельман Б. Л., Петухов В. М. Новые транзисторы: Справочник. — М.: Солон Микротех, 1994. С. 217.
32. Полупроводниковые приборы. Транзисторы: Справочник. / Под ред. Н. Н. Горюнова. — М.: Энергоиздат, 1985. С. 874.
33. Вавилов С. И. Экспериментальные основания теории относительности: Собр. соч. — М.: Изд. АН СССР, 1956. Т. 4. С. 9.
34. Marinov S. // Phys. Lett. 1975. V. 54A. № 1. P. 19.
35. Wintenbergh F. // Z. Naturforsch. 1989. V. 44a. P. 1145.
36. Dresden M., Yang C. N. // Phys. Rev. D. 1979. V. 20. № 18. P. 1846.
37. Сардыко В. И. // Оптика и спектроскопия. 1997. Т. 82. № 4. С. 598.
38. Sakurai J. J. // Phys. Rev. D. 1980. V. 21. № 10. P. 2993.
39. Moeller R. P., Burns W. K., Frigo N. J. // J. Lightwave Tech. 1989. V. 7. № 2. P. 262.

Нижегородский университет им.
Н. И. Лобачевского,
Институт прикладной физики РАН;
Н. Новгород, Россия

Поступила в редакцию
25 июня 1998 г.

SAGNAC EFFECT ON "SLOW" WAVES IN RING INTERFEROMETERS*G. A. Vugal'ter and G. B. Malykin*

We consider the Sagnac effect on magnetostatic and surface acoustic waves in ring interferometers. It is shown that the Sagnac effect for waves of arbitrary type (including both magnetostatic and surface acoustic ones), which propagate in an arbitrary medium cannot be calculated using the Galilean transformations. This effect is explained in the framework of special relativity. It is caused by the difference of the phase rather than group velocities of the counter waves in a rotating reference frame. We also show that the counter-wave phase difference due to the Sagnac effect is independent of neither the phase velocity of the wave in a rest frame nor the dispersion of a medium. This quantity is entirely determined by the wave frequency and the angular velocity of the interferometer. A minimal angular velocity that can be measured by ring interferometers using magnetostatic and surface acoustic waves is estimated.

УДК 537.876.23

ФЛУКТУАЦИИ ИМПУЛЬСОВ, РАССЕЯННЫХ СЛОЕМ СЛУЧАЙНО–НЕОДНОРОДНОЙ СРЕДЫ

О. Э. Гулин, И. О. Ярощук

Рассматривается задача об обратном рассеянии импульсного сигнала на слое среды со случайными флуктуациями параметров. Рассматриваются различные виды импульсов. Задача решается методом статистического моделирования. Исследуются статистические характеристики флуктуаций отражённого сигнала.

ВВЕДЕНИЕ

Настоящая работа посвящена исследованию проблемы рассеяния импульсных сигналов при падении на среду со случайными слоистыми флуктуациями скорости звука. Данная задача рассматривается непосредственно в пространственно–временной области и в точной постановке с помощью метода статистического моделирования. Несмотря на большой объём литературы по изучению распространения импульсов в различных средах [1–3] (хороший обзор современных работ имеется также в [4]), данную проблему на сегодняшний день нельзя считать достаточно разработанной даже применительно к волновому анализу неоднородных сред при отсутствии флуктуаций параметров среды [3, 4]. Со времени выхода обзора [3] ситуация в этом плане принципиально не изменилась с точки зрения получения точных решений нестационарных задач и понимания многих волновых эффектов, не описываемых в рамках традиционно используемых для анализа приближений. По всей видимости это объясняется ограниченными возможностями существующего аналитического аппарата в плане решения нестационарных задач, описываемых волновым уравнением с граничными и начальными условиями [5]. Численное же моделирование, способное преодолеть эти трудности, обычно используется в отрыве от аналитического (пусть приближённого) изучения физической сути проблемы, что приводит зачастую к плохо контролируемым ошибкам в вычислениях и новым проблемам технического характера [6].

Что касается нестационарных задач и случайно–неоднородных сред, то можно назвать весьма ограниченное число публикаций, посвящённых данной тематике [7–10]. При этом работы [9, 10] не имеют конкретной физической направленности, а связаны с попыткой получить из исходных уравнений более простые выражения на основе развития сложного математического аппарата, построенного на многочисленных приближениях и допущениях. Это, как будет показано в дальнейшем, может приводить к выводам, не всегда согласующимся с точными результатами. Следует отметить, что в работах [7, 8] выполнен асимптотический анализ нестационарной случайной слоистой задачи, из которого следует, что основные результаты [9, 10] могут быть получены на основе известных выводов вытекающих из решения стационарных задач для уравнения Гельмгольца. Эти результаты соответствуют, по существу, анализу рассеяния в случайной среде узкополосного сигнала для больших времен наблюдения.

1. ФОРМУЛИРОВКА ПРОБЛЕМЫ

Рассмотрим задачу о падении справа на слой $H_0 \leq x \leq H$ флуктуирующей среды импульса $\varphi(x + c_2 t)$. Здесь c_2 — скорость распространения волны в свободном пространстве $x > H$. Кроме того, пусть c_1 — скорость распространения волны в свободном пространстве при $x < H_0$. Тогда в области $x > H$ волновое поле определяется равенством $u(x, t) = \varphi(x + c_2 t) + R(x - c_2 t)$, где $R(x - c_2 t)$ — отраженная от слоя волна. В пространственно-временном представлении поле $u(x, t)$ внутри неоднородной среды описывается волновым уравнением с соответствующими краевыми условиями

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2(x)} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) u(x, t) = 0, \quad (1)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial x} - \frac{1}{c_2} \frac{\partial}{\partial t} \right) u(x, t) \Big|_{x=H} = \frac{\partial}{\partial t} \varphi(t), \quad (2a)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial x} + \frac{1}{c_1} \frac{\partial}{\partial t} \right) u(x, t) \Big|_{x=H_0} = 0, \quad (2б)$$

где $c(x)$ описывает флуктуации скорости звука внутри неоднородного слоя. Правая часть в граничном условии (2a) соответствует падению из правого полупространства на границу $x = H$ импульса $\varphi(t)$. Далее будем считать, что это происходит в момент времени $t = 0$. Граничное условие (2б) соответствует свободному прохождению поля через границу слоя $x = H_0$. При $t > 0$ в полупространстве $x > H$ будет иметь место обратно рассеянное флуктуирующее поле $R(x - c_2 t)$, исследование которого является целью настоящей работы.

Флуктуации профиля скорости звука $c(x) = c_0[1 + \varepsilon(x)]$ (c_0 — среднее значение) примем в виде гауссового марковского процесса:

$$\langle \varepsilon(x) \rangle = 0, \quad \langle \varepsilon(x_1) \varepsilon(x_2) \rangle = \sigma_\varepsilon^2 \exp \left[-\frac{|x_1 - x_2|}{l_\varepsilon} \right],$$

где $\sigma_\varepsilon^2, l_\varepsilon$ — интенсивность и радиус корреляции случайного процесса.

В дальнейшем будем рассматривать только случаи малых флуктуаций, т. е. когда $\sigma_\varepsilon^2 \ll 1$, а l_ε — самый малый масштаб в задаче.

Целью нашей работы является исследование флуктуаций импульсов, отражённых слоем среды со случайными пространственными (поперёк слоя) флуктуациями скорости звука.

2. ФУНКЦИЯ ГРИНА

В работе [11] показано, что если рассмотреть класс задач (1)–(2) по параметру погружения H и считать, что на слой справа падает волна $\varphi = \theta(t)$ (единичная функция Хевисайда), то волновое поле в этом случае описывается соответствующей системой интегро-дифференциальных уравнений (уравнения погружения). Функцию, описывающую распространение скачка, будем называть функцией Грина задачи (1)–(2) и обозначать как $G(x, H; t)$. Для падающего импульса произвольной формы волновое поле $u(x, H; t)$ представимо в следующем виде:

$$u(x, H; t) = \int dt_1 G(x, H; t - t_1) \frac{\partial}{\partial t_1} \varphi(t_1). \quad (3)$$

Функция $G_H(t) \equiv G(H, H; t)$, описывающая поле на границе, удовлетворяет следующему нелинейному интегро-дифференциальному уравнению:

$$\left(\frac{\partial}{\partial H} + \frac{2}{c_2} \frac{\partial}{\partial t} \right) G_H(t) = \frac{2}{c_2} \delta(t) + \frac{1}{2c_2} \left(1 - \frac{c_2^2}{c^2(H)} \right) \int dt_1 \frac{\partial}{\partial t} G_H(t - t_1) \frac{\partial}{\partial t_1} G_H(t_1), \quad (4)$$

$$G_H(t) \Big|_{H=H_0} = \frac{2c_1}{c_1 + c_2} \theta(t).$$

Таким образом, для того, чтобы получить отражённое от слоя поле $R(t)$, достаточно решить уравнение (4) и вычислить квадратуру (3) при $x = H$.

Ради уменьшения количества параметров в задаче будем везде далее считать, что $H_0 = 0$, $c_1 = c_2 = c_0$. Если первое условие не имеет принципиального значения, то второе соответствует случаю отсутствия регулярных пространственных скачков на границе. В этом случае, если случайных неоднородностей среды нет ($\varepsilon \equiv 0$), то обратно отражённое поле равно нулю, а значит, флуктуации отражённого импульса полностью определяются флуктуациями неоднородностей среды.

3. ПРОСТРАНСТВЕННЫЕ И ВРЕМЕННЫЕ МАСШТАБЫ ЗАДАЧИ

Для того чтобы определиться с характерными пространственными и временными масштабами задачи, рассмотрим преобразование Фурье функции Грина $x = H$:

$$g_H(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int dt G_H(t) \exp(-i\omega t), \quad g_H(\omega) = \frac{i}{2\pi\omega} \hat{g}_H(\omega). \quad (5)$$

Из уравнения (4) легко получить, что функция $\hat{g}_H(\omega)$ удовлетворяет уравнению Риккати (здесь H — параметр погружения)

$$\frac{d}{dH} \hat{g}_H(\omega) = 2\kappa(\hat{g}_H - 1) + \frac{i\kappa}{2} 2\varepsilon(H) \hat{g}_H^2, \quad \hat{g}_H \Big|_{H=0} = 1, \quad \kappa = \frac{\omega}{c_0} \quad (6)$$

и описывает поле на границе в стационарной задаче о падении справа на слой плоской монохроматической волны $\exp[i(\kappa x + \omega t)]$. При выводе уравнения (6) предполагалось выполненным условие $\sigma_\varepsilon^2 \ll 1$. Пропорциональность отношения $\hat{g}_H(\omega)$ и $g_H(\omega)$ к величине ω^{-1} (см. (5)) определяется спектральным составом падающего θ -импульса. Поле внутри среды $\hat{g}(x, H; \omega)$ является квадратурой решения уравнения (6) [5].

Стационарная задача о падении монохроматической волны на слой среды для различных моделей случайных неоднородностей подробно изучалась в цикле работ [12–14] (см. также [5]). Было показано, что характерным пространственным масштабом изменения статистических характеристик поля внутри среды $\hat{g}(x, H; \omega)$ является коэффициент диффузии, который в случае принятого выше типа флуктуаций профиля скорости звука для уравнения (6) выглядит следующим образом:

$$D(\omega) = \frac{2\kappa^2 l_\varepsilon \sigma_\varepsilon^2}{1 + 4\kappa^2 l_\varepsilon^2}. \quad (7)$$

Из формулы (7) видно, что размерность D — обратная длина. Поле на границе $\hat{g}_H(\omega)$ полностью определяется толщиной H в масштабе D^{-1} . При H более чем $10D^{-1}$ случайный слой, с вероятностью, близкой к единице, полностью отражает плоскую волну $\exp[i(\kappa x + \omega t)]$ [12]. Таким образом, каждая спектральная компонента частоты ω произвольного падающего импульса $\varphi(t)$ имеет свой пространственный стохастический масштаб $D^{-1}(\omega)$. Введение пространственного масштаба $D^{-1}(\omega_*)$ будет полностью корректным только для падающих узкополосных сигналов с основной частотой $\omega = \omega_*$. Такие случаи рассматривались аналитически (асимптотика по времени) в работах [7, 8], где этот масштаб явно определялся. В работах авторов [9, 10] определение пространственных и временных масштабов несколько затемнено введением ряда формальных малых параметров. Однако и в этих работах для однородной в среднем среды он имеет тот же смысл, а для сред с регулярным профилем этот масштаб связан с размером регулярной неоднородности.

Имея в виду сказанное, а также учитывая, что в качестве одной из моделей падающего импульса мы будем рассматривать импульс с гармоническим заполнением, введём формально опорную частоту ω_* и соответствующий стохастический пространственный масштаб $D^{-1}(\omega_*)$. Толщину слоя всегда будем выбирать из условия $H \gg D^{-1}(\omega_*)$. Числовое значение ω_* определим далее.

Таким образом, в исходной рассматриваемой задаче (4) имеются следующие пространственные масштабы: H — толщина слоя случайной среды, она определяет полную пространственную область рассеяния импульса; $D^{-1}(\omega_*)$ — стохастический масштаб, он определяет накапливающиеся стохастические эффекты для опорной гармонике частоты ω_* ; l_ε — радиус корреляции; $\varepsilon(x)$ — наименьший пространственный масштаб задачи. Есть ещё один параметр — длина волны опорной гармонике, однако он далее войдёт в комбинациях указанных величин и будет определён.

Так как средняя скорость распространения волны в среде — c_0 , пространственным масштабам задачи будут соответствовать временные масштабы, например, среднее время двойного прохождения слоя — $2H/c_0$.

4. СТАТИСТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Для получения схемы статистического моделирования задачи будем использовать подход к решению уравнений типа (4), основанный на технике интегральных преобразований [4, 15], а также методику описанную в [14].

На отрезке $[0, H]$ введём неравномерную пространственную сетку $\{x_j\}_{j=0}^N$ так, чтобы $x_0 = 0$ и $x_N = H$. Определим $\Delta x = \max_{j=1, N} \{\Delta x_j\}$, где $\Delta x_j = x_j - x_{j-1}$. Каждой реализации принятого нами в данной работе гауссова марковского случайного процесса $\varepsilon(x)$ будем ставить в соответствие кусочно-постоянную функцию

$$\hat{\varepsilon}(x) = \sum_{j=1}^N \frac{\varepsilon(x_{j-1}) + \varepsilon(x_j)}{2} [\theta(x - x_{j-1}) - \theta(x - x_j)]. \quad (8)$$

Очевидно, что построенный таким образом случайный процесс (8) стохастически эквивалентен исходному при $\Delta x \ll l_\varepsilon$ ($\Delta x \rightarrow 0$) [16]. Если рассмотреть характеристические функционалы процессов $\varepsilon(x)$ и $\hat{\varepsilon}(x)$, то можно доказать, что они стохастически эквивалентны и в случае, когда в формуле (8) сетка (т. е. положение точек x_j и их количество) изменяется произвольным образом от реализации к реализации, соблюдая условие $\sup \{\Delta x\} \ll l_\varepsilon$ ($\sup$ берётся по всем траекториям случайного процесса $\varepsilon(x)$). На основании этого везде далее будем использовать только процесс $\hat{\varepsilon}(x)$.

Рассмотрим теперь преобразование Лапласа функции Грина $G_x(t)$ (функция Грина на границе слоя $[0, x]$)

$$\Phi_x(p) = \int_0^\infty dt \exp(-pt) G_x(t).$$

Изображение $\Phi_x(p)$ согласно уравнению (4) удовлетворяет соответствующему уравнению Риккати:

$$\frac{d}{dx} \Phi_x(p) = \frac{2}{c_0} [1 - p\Phi_x(p)] + \frac{p^2}{2c_0} \left[1 - \frac{1}{[1 + \hat{\varepsilon}(x)]^2} \right] \Phi_x^2(p), \quad (9)$$

$$\Phi_x(p) \Big|_{x=0} = \frac{1}{p}.$$

Выполним последовательно ряд преобразований уравнения (9). Во-первых, сделаем замену переменных и функции:

$$\xi = \int_0^x \frac{dx'}{c_0[1 + \hat{\varepsilon}(x')]} , \quad \Psi_\xi(p) = \frac{\Phi_x(p)}{2} .$$

Такая замена соответствует переходу в систему координат, связанную с характеристиками исходного волнового уравнения (1)–(2). Отметим, что переменная ξ имеет размерность времени и соответствует времени прохода волной неоднородностей толщины x .

Во-вторых, введём масштабы пространства и времени $L_* = D^{-1}(\omega_*)$, $T_* = L_*/c_0$ и выполним нормировку всех параметров и переменных в задаче:

$$h = \frac{H}{L_*} , \quad \tilde{x} = \frac{x}{L_*} , \quad \tilde{t} = \frac{t}{T_*} , \quad \tilde{\Psi} = \frac{\Psi}{T_*} , \quad \tilde{\xi} = \frac{\xi}{T_*} , \quad \tilde{\omega}_* = \omega_* T_* , \quad \tilde{p} = p T_* .$$

Имея в виду, что далее мы будем работать только с безразмерными величинами, опустим знак тильды. Тогда преобразованное уравнение (9) на сетке $\{\xi_j\}_{j=0}^N$ примет вид (на каждом отрезке $[\xi_k, : \xi_{k+1}]$)

$$\frac{d\Psi_\xi(p)}{d\xi} = \left[-2p\Psi_\xi(p) + 1 + \left(1 - \frac{1}{[1 + \hat{\varepsilon}(x)]^2} \right) \Psi_\xi^2(p) \right] [1 + \hat{\varepsilon}(x)] , \quad (10)$$

$$\Psi_\xi(p) \Big|_{\xi=\xi_k} = \Psi_{\xi_k}(p) , \quad \Psi_0(p) = \frac{1}{2p} .$$

Гауссов процесс, входящий в уравнение (10), удобнее использовать в пространственных координатах, учитывая, что на каждом отрезке $[\xi_k, : \xi_{k+1}]$ он принимает постоянное значение $\hat{\varepsilon}(x_{k+1})$ и $\Delta\xi_{k+1} = \frac{\Delta x_{k+1}}{1 + \hat{\varepsilon}(x_{k+1})}$. После выполнения нормировок он имеет следующие свойства:

$$\langle \hat{\varepsilon}(x) \rangle = 0 , \quad \langle \hat{\varepsilon}(x_1) \hat{\varepsilon}(x_2) \rangle = \hat{\sigma}^2 \exp \left[-\frac{\omega_*}{\mu} |x_1 - x_2| \right] , \quad (11)$$

где $\hat{\sigma}^2 = \frac{1 + 4\mu^2}{2\mu\omega_*}$, $\mu = \kappa l_\varepsilon$. Параметр μ определяет соотношение длины волны опорной гармоники и радиуса корреляции случайных неоднородностей [13].

Решение уравнения (10) представляется в виде конечной цепной дроби [4]. Замечательным свойством этой цепной дроби является то, что на её основе в частном случае равномерной сетки $\{\xi_j\}_{j=0}^N$ ($\Delta\xi = \text{const}$) аналитически удаётся вычислить для соответствующей $\Psi_\xi(p)$ оригинал $\Psi_\xi(t)$. Для функции $\Psi_N(t)$ ($\Psi_N(t) \equiv \Psi_\xi \Big|_{\xi=\xi_N}$) получается следующее выражение:

$$\Psi_N(t) = \frac{1 + r_N}{2} \left[\theta(t) + \sum_{k=1}^{N-1} a_{N,k} \theta(t - 2k \Delta\xi) + \sum_{k=0}^{N-1} b_{N,k} \theta(t - 2(k+1) \Delta\xi) \right] - \sum_{k=1}^N a_{N+1,k} \Psi_N(t - 2k \Delta\xi) . \quad (12)$$

Коэффициенты $a_{N,k}$, $a_{N+1,k}$, $b_{N,k}$ вычисляются по рекуррентной схеме

$$\begin{aligned} a_{n,k} &= a_{n-1,k} - r_{n,n-1} b_{n-1,k-1} , \\ b_{n,k} &= b_{n-1,k-1} - r_{n,n-1} a_{n-1,k} , \\ a_{n,n-1} &= r_{n,n-1} r_{1,0} , \quad a_{N+1,N} = -r_{1,0} r_N , \\ b_{n,n-1} &= -r_{1,0} , \quad b_{n,0} = -r_{n,n-1} \quad (n \leq N+1, k \leq N) . \end{aligned} \quad (13)$$

Величины $r_{n,n-1}$, r_n определяются случайным процессом $\hat{\varepsilon}(x)$:

$$r_{n,n-1} = \frac{\hat{\varepsilon}(x_n) - \hat{\varepsilon}(x_{n-1})}{2 + \hat{\varepsilon}(x_n) + \hat{\varepsilon}(x_{n-1})}, \quad r_n = \frac{\hat{\varepsilon}(x_n)}{2 + \hat{\varepsilon}(x_n)} \quad (14)$$

и формально являются коэффициентами отражения на скачках неоднородностей. Случайный процесс $\hat{\varepsilon}(x)$ задаётся формулой (8), где значения $\varepsilon(x_j)$ являются точным решением уравнения Ланжевена и определяются соответствующей рекуррентной формулой [13]:

$$\varepsilon(x_{j+1}) = \varepsilon(x_j) \exp \left[-\frac{\omega_*}{\mu} \Delta x_{j+1} \right] + \hat{\sigma} \sqrt{1 - \exp \left[-2\frac{\Omega_*}{\mu} \Delta x_{j+1} \right]} w_{j+1}. \quad (15)$$

Здесь значения w_j — независимые гауссовские случайные величины ($\langle w_j \rangle = 0$, $\langle w_j w_m \rangle = \delta_{j,m}$), снимаемые с генератора случайных чисел.

При этом функция Грина определяется соотношением $G_h(t) = 2\Psi_N(t)$ ($t \geq 0$). Формулы (8), (12)–(15) определяют схему статистического моделирования поставленной задачи.

В заключение раздела также отметим, что полученная схема вычислений осуществляет интегрирование исходного стохастического уравнения (4) в симметризованном смысле [16], а значит она физически корректна. Это утверждение можно доказать аналогично работе [14]. Оно очевидно на качественном уровне. Действительно, для исходного случайного процесса мы использовали симметризованную допредельную модель (8), а все остальные выкладки получали аналитически.

5. РЕЗУЛЬТАТЫ ВЫЧИСЛЕНИЙ

Важным этапом статистического моделирования является выбор численных значений параметров задачи. Необходимо определить следующие параметры: h , ω_* , μ , Δx (либо $\Delta \xi$). Первые три параметра определяют физику задачи, и все другие параметры в задаче являются их комбинацией. Значение параметра Δx определяет насколько близки свойства случайных процессов $\hat{\varepsilon}(x)$ и $\varepsilon(x)$. Для вычислений были выбраны следующие значения: $h = \{10, 20\}$, $\omega_* = 100$, $\mu = 1$, $\Delta \xi = 0,01$. Значение $\omega_* = 100$ соответствует большому количеству осцилляций для опорной гармонике на масштабе L_* , или слабым флуктуациям неоднородностей среды ($\hat{\sigma}^2 = 0,025$). Только в этом случае корректно введение коэффициента диффузии [5, 13]. Выбранные значения h соответствуют достаточно большим слоям относительно опорной гармонике. Значения μ и $\Delta \xi$ выбирались в соответствии с результатами работы [13], а также из соображений разумности объёма вычислений. Угловые скобки везде далее означают усреднение по ансамблю из N_{AV} реализаций. Число реализаций было выбрано $N_{AV} = 1000$. Как показали численные эксперименты, такое значение N_{AV} вполне приемлемо для наших целей. Далее нам требуется величина $T = 2h$, она соответствует среднему времени двойного прохода волной слоя $[0, h]$. Величина T принимает значения 20 и 40. Ради краткости будем называть T временем прохода. Везде на рисунках приведена зависимость от времени статистических характеристик отраженного импульса $R(t)$ на правой границе слоя среды для различных видов падающего на правую границу импульса $\varphi(t)$ в момент времени $t = 0$.

На рис. 1 представлены значения $R(t)$ (одна реализация), $\langle R(t) \rangle$ и $\langle R^2(t) \rangle$. Падающий импульс $\varphi(t) = \theta(t)$, толщина слоя $h = 10$ ($T = 20$). В этом случае функция Грина на границе слоя определяется как $G_h(t) = \theta(t) + R(t)$. Из рисунка видно — при $t \leq 20$ происходят основные переходные процессы, связанные с рассеянием поля внутри среды. В момент времени $t \approx 20$ наблюдается скачок поля, связанный с рассеянием фронта падающего импульса на левой границе слоя в момент времени $t \approx 10$ и возврат его на правую границу в момент времени $t \approx 20$. В дальнейшем наблюдается выход

статистических характеристик отражённого поля на стационар. Характерным временным масштабом установления стационарного режима является время прохода.

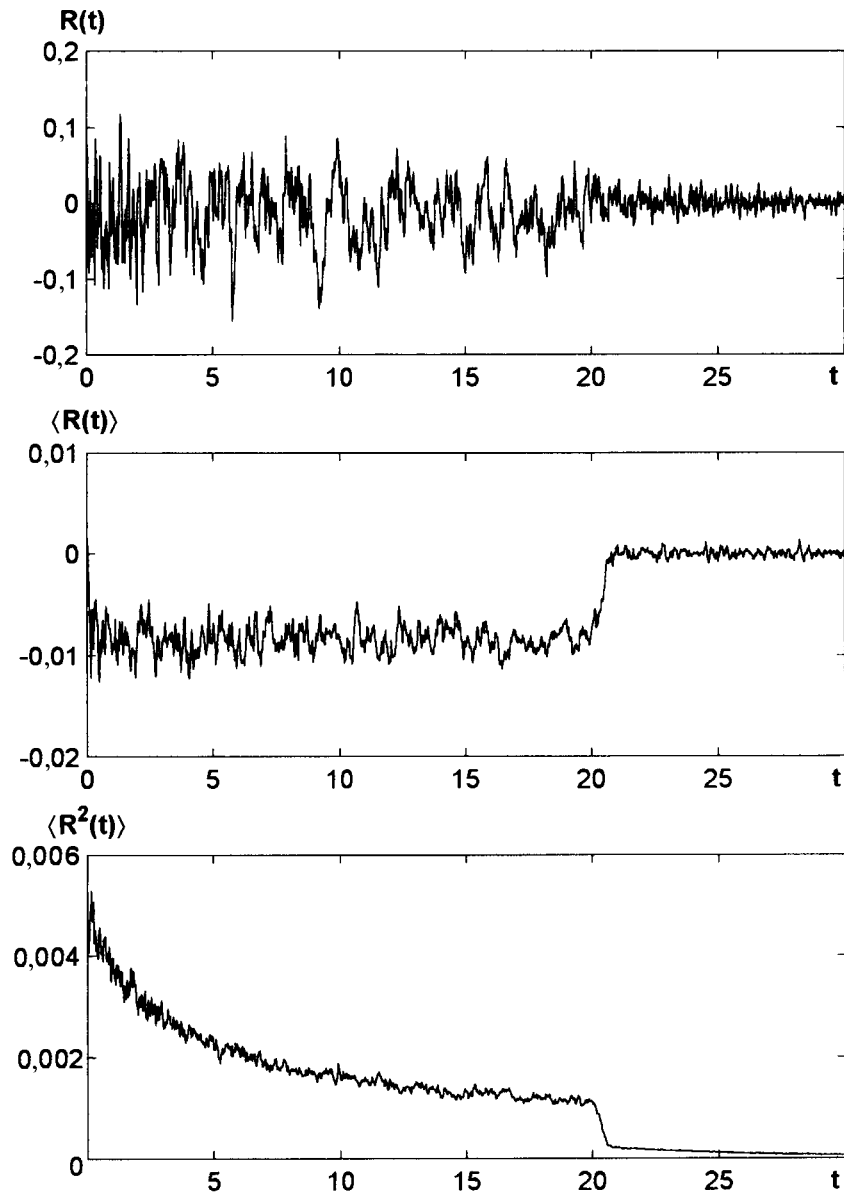


Рис. 1.

Спектр падающего θ -импульса имеет вид $\hat{\varphi}(\omega) = \frac{i}{\omega + i0}$. Для выбранной толщины слоя $h = 10$ гармоники с частотами $\omega \geq \omega_*$ с вероятностью, близкой к единице, не достигают левой границы слоя и рассеиваются назад на случайных неоднородностях [5]. Поэтому скачок $\langle R^n(t) \rangle$ при $t \approx T$ формируется низкочастотной областью спектра $\hat{\varphi}(\omega)$, т. е. при $\omega < \omega_*$. С увеличением толщины слоя h всё меньшая часть спектра $\hat{\varphi}(\omega)$ будет формировать отклик левой границы, и можно надеяться, что величина скачка при $t \approx T$ будет уменьшаться. На рис. 2 рассмотрен тот же падающий импульс, но $h = 20$ ($T = 40$). Действительно, как видно из рисунка, величина скачка при $t \approx 40$ стала достаточно мала. В некотором смысле слой стал почти отражающим для θ -импульса. Возможно, что для падающего θ -импульса существует некий стохастический масштаб (толщина флуктуирующего слоя), когда с вероятностью единица он отражается от слоя. Этот вопрос важен и требует дальнейших численных и

аналитических исследований.

На рис. 3 представлены величины $\langle R^n(t) \rangle$ ($n = 2, 4$) для падающего θ -импульса с заполнением $\varphi(t) = \theta(t) \sin(\omega t)$, при $\omega = \omega_*$, $h = 10$. Для вычисления отражённого поля использовалась свёртка (3). Спектр падающего импульса аналогичен спектру θ -импульса, но с центральной частотой ω_* . Хотя для центральной гармоники ω_* такой слой является непрозрачным, импульс с заполнением, как это видно из количественных характеристик графиков, частично высвечивается из слоя на левой границе за счёт низкочастотных гармоник. Увеличение h не приводит к каким-либо качественным изменениям. Стационарное значение $\langle R^2(t) \rangle$ постепенно приближается к значению 0,5 (интенсивность гармонической волны $\sin(\omega t)$ равна $1/2$), что свидетельствует об увеличении отражения слоем.

На заключительном этапе расчётов исследовалось отражение от слоя импульсов различной длительности η вида $\varphi(t) = \frac{\theta(t) - \theta(t - \eta)}{\eta}$. Этот случай интересен по целому ряду причин. Как правило, он рассматривается в литературе по нестационарным задачам. Он также позволяет лучше понять физику процесса стохастического отражения [9, 10]. Наиболее детально сигналы подобного вида рассматривались в работе [10], где специально был разработан приближённый математический аппарат для случайного полупространства. Одним из основных результатов этой работы являлось заключение, что при η , много больших времени прохода временного масштаба неоднородности (у нас это — l_ε/c_0 , или μ/ω_*), отражённое поле является гауссовым случайным процессом с нулевым средним. Для проверки этого утверждения была проведена серия расчётов для различных значений η , как больших, так и меньших величины μ/ω_* . Было установлено, что при любых $\eta \ll T$ отражённое поле $R(t)$ является гауссовым стохастическим процессом, но не с нулевым средним. Проверка на соответствие $R(t)$ гауссовому процессу устанавливалась в выборочных точках t по критерию Колмогорова—Смирнова. Для оперативной качественной проверки вычислялись и сравнивались функции

$$F_1(t) = \langle R^2(t) \rangle, \quad F_2(t) = \sqrt{\frac{\langle R^4(t) \rangle - 3[\langle R(t) \rangle]^4}{3}},$$

которые точно равны (при $N_{AV} \rightarrow \infty$) для гауссового случайного процесса. В выполненных расчётах $F_1(t)$ и $F_2(t)$ различались не более чем на несколько процентов.

Для иллюстрации, на рис. 4 представлены функции $R(t)$ (одна реализация), $\langle R(t) \rangle$ и $\langle R^2(t) \rangle$ при $h = 10$ и $\eta = 2\Delta\xi = 0,02$. Это случай короткого импульса, ибо время прохода случайной неоднородности также равно 0,02. Из графиков $\langle R^n(t) \rangle$ видно, что слой выбран достаточно толстый, поскольку отклик на левой границе при $t \approx T$ по сравнению с другими масштабами относительно мал. Мелкая структура моментов отражённого сигнала определяется высокочастотными компонентами спектра, которым не удалось пройти слой, и они постепенно высвечиваются на правой границе. Ширина функции $\langle R^2(t) \rangle$ имеет масштаб примерно $2 \div 4$. При больших временах $t \geq T$ $\langle R^2(t) \rangle$ экспоненциально затухает. Декремент затухания зависит от толщины слоя h . Физически такое поведение достаточно ясно, т. к. высвечивание энергии происходит на границах, а время поочерёдного достижения границ определяется h .

6. ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЕ ЗАМЕЧАНИЯ

В заключении статьи сделаем ряд замечаний относительно полученных результатов.

Во-первых, отметим, что полученная в настоящей работе схема статистического моделирования (8), (12)—(15) достаточно универсальна. Она позволяет практически без каких-либо модификаций рассматривать одномерные нестационарные волновые задачи как с учётом регулярных неоднородностей среды для произвольных моделей флуктуаций, так и с учётом различных краевых условий. Такие результаты будут приведены в следующих статьях.

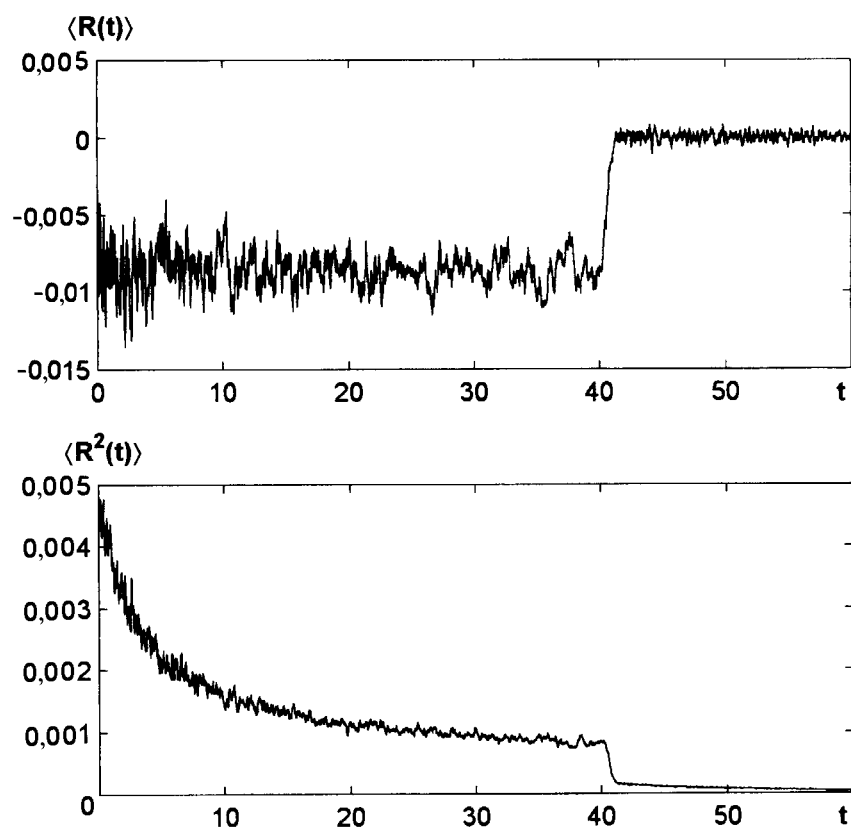


Рис. 2.

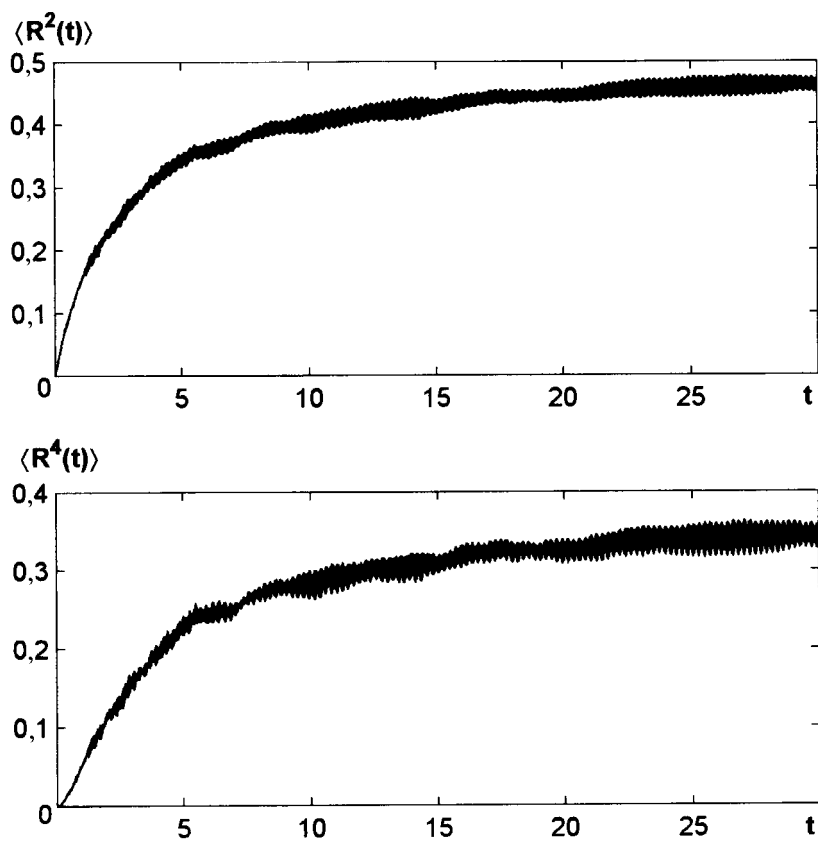


Рис. 3.

Во-вторых. Схема статистического моделирования позволяет получать точное решение задачи. Точное решение мы понимаем в том смысле, что при выводе схемы мы не использовали никаких приближений, и каждая реализация поля вычисляется точно для допредельной модели флуктуаций среды $\hat{\varepsilon}(x)$. В принципе, мы можем добиться любой точности решения, уменьшая лишь численный параметр $\Delta\xi$ и увеличивая число вычисляемых реализаций N_{AV} . Однако при этом увеличивается объём вычислений.

В-третьих. Наличие в задаче таких параметров, как толщина слоя среды и масштаб случайных неоднородностей (у нас — частный случай — радиус корреляции) в общем случае является принципиальным. Действительно, для любой толщины слоя среды всегда найдутся низкочастотные компоненты падающего импульса, которые будут высвечиваться из среды. Качественные оценки в этом случае можно получить из хорошо изученной стационарной задачи [5], [12–14]. По аналогичным причинам в задаче существенны и масштабы случайных неоднородностей. Приближение белого шума для среды со случайными флуктуациями параметров имеет смысл только для неинтересных с физической точки зрения случаев низкочастотных узкополосных сигналов.

В-четвёртых. Из результатов численного решения волновой задачи стало ясно, что для более глубокого понимания физики процесса отражения импульсов необходимы дополнительные специальные исследования стационарной задачи. Например, для изучения вопросов формирования средней интенсивности отражённого поля короткого импульса необходимо изучение корреляционных функций спектральных компонент (в работе [7] эта проблема исследуется приближённо при некоторых ограничениях). Не полностью изучен вопрос распространения низкочастотных гармоник в конечном слое.

ЛИТЕРАТУРА

1. Friedlander F. G. // Quart. J. Appl. Math. 1948. V. 1. № 4. P. 376.
2. Гинзбург В. Л. Распространение электромагнитных волн в плазме. — М.: Наука, 1967. — 648 с.
3. Вайнштейн Л. А. // УФН. 1976. Т. 118. № 2. С. 339.
4. Гулин О. Э., Темченко В. В. // Журн. выч. матем. и мат. физ. 1997. Т. 37. № 4. С. 499.
5. Кляцкин В. И. Метод погружения в теории распространения волн. — М.: Наука, 1986. — 256 с.
6. Акустика океана / Под ред. Дж. Де Санто. — М.: Мир, 1982. — 320 с.
7. Кляцкин В. И. // Известия АН СССР. ФАО. 1991. Т. 27. № 1. С. 45.
8. Кляцкин В. И., Саичев А. И. // УФН. 1992. Т. 162. № 3. С. 161.
9. Sheng P., White B., Zhang Z., Papanicolaou G. — In: Scattering and Localization of Classical Waves in Random Media. — Singapore: World Scientific Publ. Co., 1989.
10. Barridge R., Papanicolaou G., and White B. // SIAM J. Appl. Math. 1987. V. 47. № 1. P. 146.
11. Бугров А. Г., Кляцкин В. И. // Изв. ВУЗов. Радиофизика. 1989. Т. 32. № 3. С. 321.
12. Кляцкин В. И., Ярошук И. О. // Изв. ВУЗов. Радиофизика. 1983. Т. 26. № 10. С. 1242.
13. Кляцкин В. И., Ярошук И. О. // Изв. ВУЗов. Радиофизика. 1984. Т. 27. № 11. С. 1395.
14. Ярошук И. О. // Журн. вычисл. матем. и мат. физ. 1984. Т. 24. № 11. С. 1748.
15. Гулин О. Э., Темченко В. В. // Акуст. журн. 1990. Т. 36. № 4. С. 644.
16. Вентцель А. Д. Курс теории случайных процессов. — М.: Наука, 1975. — 320 с.

Тихоокеанский океанологический
институт ДО РАН, Россия

Поступила в редакцию
2 июля 1998 г.

FLUCTUATIONS OF PULSES SCATTERED BY A LAYER OF RANDOM MEDIUM

O. E. Gulin, I. O. Yaroshchuk

The problem of backscattering of a pulsed signal on a layer of a random medium is considered. Various pulse profiles are analyzed. The problem is solved by a stochastic modelling method. Statistical properties of the reflected signal fluctuations are studied.

УДК 537.86:519.2

ОБНАРУЖЕНИЕ ПРОТЯЖЁННОГО РАДИОИСТОЧНИКА В ШУМЕ*В. И. Костылев*

Обобщённым методом максимума правдоподобия синтезируется алгоритм обнаружения протяжённого источника случайного радиоизлучения с неизвестным распределением яркости по излучающей поверхности. Предложена простая модель для неизвестной функции пространственного распределения энергетической яркости.

Обнаружение протяжённого источника случайного некогерентного радиоизлучения в присутствии пространственно—временного белого шума исследовалось в [1–3]. Было получено, что оптимальный (в смысле критерия отношения правдоподобия) алгоритм обнаружения требует априорного знания пространственного распределения энергетической яркости (ПРЭЯ) по излучающей поверхности источника, что значительно ограничивает область его применения. В данной работе обобщённым методом максимума правдоподобия синтезируется алгоритм обнаружения источника случайного радиоизлучения с неизвестным ПРЭЯ.

1. Пусть случайное некогерентное радиоизлучение протяжённого источника в течение интервала времени $[-T/2, T/2]$ принимается на плоскую антенную систему, занимающую некоторую область L пространства. Положение принадлежащей приёмной апертуре точки будем характеризовать радиусом—вектором $\vec{\rho} \in L$. На вход устройства обработки поступает сигнал $z(t, \vec{\rho})$, сформированный антенной системой [4]. Если неизвестен сам факт наличия или отсутствия радиоисточника, сигнал $z(t, \vec{\rho})$ формально представляют в виде

$$z(t, \vec{\rho}) = \theta S(t, \vec{\rho}) + n(t, \vec{\rho}), \quad (1)$$

где $S(t, \vec{\rho})$ — полезный комплексный случайный пространственно—временной сигнал, сформированный из радиоизлучения источника; $n(t, \vec{\rho})$ — комплексный пространственно—временной белый шум [4]; θ — случайная величина, способная принимать лишь два значения [5]: $\theta = 0$ (гипотеза H_0 , сигнал отсутствует) и $\theta = 1$ (гипотеза H_1 , сигнал присутствует). Задача обнаружения радиоисточника состоит в принятии статистически обоснованного решения в пользу одного из двух возможных значений параметра θ .

Общее выражение для логарифма отношения правдоподобия сигнала (1) неизвестно. При некоторых условиях, накладываемых на свойства сигнала (1), в [2, 6–7] получены приближённые выражения для отношения правдоподобия случайного пространственно—временного сигнала. В частности, в [2, 7] предполагается малым отношение сигнал—шум q^2 , отнесённое к полному числу пространственно—временных степеней свободы полезного сигнала $n = n_t n_L$, т. е. $\varepsilon = q^2/n \ll 1$, где $q^2 = 2\sigma_S^2 T/N_0$; σ_S^2 — средняя мощность полезного сигнала $S(t, \vec{\rho})$; N_0 — спектральная плотность мощности шума $n(t, \vec{\rho})$; $n_t = T/\tau_k$ — число временных степеней свободы; τ_k — временной интервал корреляции сигнала $S(t, \vec{\rho})$; $n_L = \Omega/\delta\Omega$ — число пространственных степеней свободы; Ω — телесный угол, под которым из расположенного в раскрыве приёмной антенной системы начала координат 0 виден радиоисточник; $\delta\Omega$ — элемент разрешения антенной системы по телесному углу [4].

С точностью до слагаемых порядка $\varepsilon^3 \simeq 0$, $\varepsilon^2 \neq 0$ в [7] получено приближённое выражение для

логарифма отношения правдоподобия. Из него вытекает, что выходной сигнал

$$V(\vec{R}) = \sqrt{\frac{n_t}{2\iota(n_t)}} \left[\frac{1}{2N_0TS} \int_{-T/2}^{T/2} \int_{-T/2}^{T/2} \int_L \int_L z^*(t_1, \vec{\rho}_1) z(t_2, \vec{\rho}_2) I(\vec{\rho}_1) I^*(\vec{\rho}_2) k(t_1 - t_2) \times \right. \\ \left. \times \exp \left(-j \cdot 2\pi \frac{|\vec{R} - \vec{\rho}_1| - |\vec{R} - \vec{\rho}_2|}{\lambda} \right) dt_1 dt_2 d\vec{\rho}_1 d\vec{\rho}_2 - 1 \right], \quad \vec{R} \in \Pi \quad (2)$$

оптимального устройства приёма излучения от малоразмерного источника является достаточной статистикой сигнала (1). Здесь $\vec{R}$ — радиус-вектор малоразмерного источника; Π — излучающая поверхность источника; $\iota(n_t) = \frac{1}{8n_t} \int_{-T/2}^{T/2} \int_{-T/2}^{T/2} |k(t_1 - t_2)|^2 dt_1 dt_2$ — медленно меняющаяся близкая к единице функция числа временных степеней свободы; $I(\vec{\rho})$ — комплексная функция раскрытия антенны (апертурная функция) [4]; $k(t)$ — комплексная нормированная ($k(0) = 2$) временная корреляционная функция полезного сигнала; λ — длина волны; $S = \int_L |I(\vec{\rho})|^2 d\vec{\rho}$ — эффективная площадь приёмной антенны [4]. Учитывая эрмитовость временной корреляционной функции, нетрудно убедиться, что $V(\vec{R})$ вещественна. При этом оптимальный алгоритм обнаружения протяжённого радиоисточника имеет вид [3]

$$\int_{\Pi} B(\vec{R}) V(\vec{R}) d\Omega > h, \quad (3)$$

где $B(\vec{R})$ — функция ПРЭЯ по излучающей поверхности Π ; $d\Omega$ — элементарный телесный угол, под которым из начала координат 0 видна элементарная окрестность вектора $\vec{R}$; h — пороговый уровень, определяемый допустимой вероятностью ложной тревоги [1].

2. Можно показать (см. [8]), что в рамках используемой точности закон распределения $V(\vec{R})$ гауссовский по обоим гипотезам. Кроме того, вторые моменты $V(\vec{R})$ по гипотезам H_0 и H_1 одинаковы [7]:

$$\overline{V(\vec{R}_1)V(\vec{R}_2)}\Big|_{H_0} - \overline{V(\vec{R}_1)}\Big|_{H_0} \overline{V(\vec{R}_2)}\Big|_{H_0} = \overline{V(\vec{R}_1)V(\vec{R}_2)}\Big|_{H_1} - \overline{V(\vec{R}_1)}\Big|_{H_1} \overline{V(\vec{R}_2)}\Big|_{H_1} = |\Psi(\vec{R}_1, \vec{R}_2)|^2, \quad (4)$$

где

$$\Psi(\vec{R}_1, \vec{R}_2) = \frac{1}{S} \int_L |I(\vec{\rho})|^2 \exp \left[-j \cdot 2\pi \left(|\vec{R}_1 - \vec{\rho}| - |\vec{R}_2 - \vec{\rho}| \right) / \lambda \right] d\vec{\rho} \quad (5)$$

комплексная пространственная корреляционная функция [4]. Нетрудно также убедиться, что

$$\overline{V(\vec{R})}\Big|_{H_0} = 0, \quad \overline{V(\vec{R})}\Big|_{H_1} = \frac{S}{\sigma_n^2} \sqrt{2n_t \iota(n_t)} \int_{\Pi} B(\vec{R}_1) |\Psi(\vec{R}, \vec{R}_1)|^2 d\Omega_1, \quad (6)$$

где $\sigma_n^2 = 0,5N_0/\tau_k$ — средняя мощность шума.

Учитывая свойства $V(\vec{R})$, её можно представить в виде

$$V(\vec{R}) = \frac{S}{\sigma_n^2} \sqrt{2n_t \iota(n_t)} \int_{\Pi} B(\vec{R}_1) |\Psi(\vec{R}, \vec{R}_1)|^2 d\Omega_1 + N(\vec{R}), \quad (7)$$

где $N(\vec{R})$ — гауссовская случайная функция с нулевым средним значением и вторым моментом

$$\overline{N(\vec{R}_1)N(\vec{R}_2)} = |\Psi(\vec{R}_1, \vec{R}_2)|^2, \quad \overline{N^2(\vec{R})} = 1, \quad (8)$$

совпадающим со вторым моментом $V(\vec{R})$.

3. Статистика $V(\vec{R})$ формируется на практике лишь для конечного числа M опорных значений $\vec{R}_i$ радиуса-вектора $\vec{R}$. При надлежащем выборе опорных параметров $\vec{R}_i$ совокупность отсчётов $\{V_i\} = \{V(\vec{R}_i)\}$ содержит, согласно теореме Котельникова, полную информацию о сигнале $V(\vec{R})$, поскольку пространственный спектр последнего ограничен вследствие ограниченности размера приёмной апертуры. Введём в рассмотрение M -мерный вектор $\vec{V}$ отсчётов сигнала (7), имеющий компоненты

$$V_i = S_i + n_i, \quad 1 \leq i \leq M, \quad (9)$$

где $S_i = S\sqrt{2n_t l(n_t)} \int_{\Pi} B(\vec{R}) |\Psi(\vec{R}_i, \vec{R})|^2 d\Omega / \sigma_n^2$ — детерминированная сигнальная составляющая i -го отсчёта, $n_i = N(\vec{R}_i)$ — гауссовская случайная величина. В [4] показано, что пространственная разрешающая способность приёмной системы определяется формой модуля комплексной пространственной корреляционной функции (5), поэтому $\Psi(\vec{R}_i, \vec{R}_j) \simeq 0$ для любых двух значений $\vec{R}_i$ и $\vec{R}_j$ опорных векторов. Отсюда, с учётом (8), следует, что компоненты вектора $\vec{V}$ либо независимы, либо очень слабо коррелированы. Пренебрегая такой корреляцией, представим отношение правдоподобия для вектора $\vec{V}$ в виде

$$\Lambda = \prod_{i=1}^M \Lambda_i, \quad (10)$$

где

$$\Lambda_i = \frac{\exp[-(V_i - S_i)^2/2]}{\exp[-V_i^2/2]} \quad (11)$$

отношение правдоподобия для одного отсчёта V_i . Поскольку S_i есть неизвестная детерминированная величина, воспользуемся обобщённым методом максимума правдоподобия [5], т. е. максимизируем (11) по S_i . Нетрудно убедиться, что

$$\max_{S_i} \Lambda_i = \Lambda_i|_{S_i=V_i} = \exp[V_i^2/2]. \quad (12)$$

Подставляя (12) в (10), получим

$$\Lambda_{об} = \exp\left(0,5 \sum_{i=1}^M V_i^2\right). \quad (13)$$

Таким образом, при неизвестной $B(\vec{R})$ для обнаружения радиоисточника можно использовать максимально правдоподобный алгоритм обнаружения

$$\sum_{i=1}^M V_i^2 > h. \quad (14)$$

Эффективность алгоритма (14) характеризуется вероятностью правильного обнаружения D и вероятностью ложной тревоги (ошибки первого рода) F . Учитывая гауссовский закон распределения отсчётов V_i , нетрудно убедиться, что входящая в левую часть (14) сумма имеет распределение χ -квадрат по гипотезе H_0 и нецентральное распределение χ -квадрат по гипотезе H_1 [9], причём параметр нецентральности имеет вид

$$\nu = \sum_{i=1}^M S_i^2. \quad (15)$$

Поэтому, используя [2–3, 9], вероятность ложной тревоги и вероятность правильного обнаружения для алгоритма (14) представим в виде

$$F = Q(h | M), \quad (16)$$

$$D = \int_h^\infty W(x | M, \nu) dx. \quad (17)$$

Функция $Q(h | M)$ определена и табулирована в [9];

$$W(x | M, \nu) = \exp\left(-\frac{\nu}{2}\right) \sum_{\mu=0}^{\infty} \left(\frac{\nu}{2}\right)^\mu \frac{(x/2)^{\mu+\frac{M}{2}-1}}{2\Gamma\left(\mu+\frac{M}{2}\right)\mu!} \exp\left(-\frac{x}{2}\right) \quad (18)$$

плотность вероятности нецентрального χ -квадрат распределения [10]; $\Gamma(\cdot)$ — гамма-функция.

4. До сих пор предполагалось, что по гипотезе H_1 (когда $\theta = 1$) каждый отсчёт V_i содержит сигнальную составляющую S_i . Усложним модель источника излучения, представив (9) в виде:

$$V_i = \theta \xi_i S_i + n_i, \quad (19)$$

где ξ_i — бинарная случайная величина, принимающая значение $\xi_i = 1$ с вероятностью $\text{Pr}\{\xi_i = 1\} = \alpha$ и значение $\xi_i = 0$ с вероятностью $\text{Pr}\{\xi_i = 0\} = 1 - \alpha$. Таким образом мы предполагаем, что излучает не вся поверхность Π , а только отдельные области на ней.

В этом случае вектор $\vec{S}$ содержит $(M - k)$ равных нулю компонент, где k — случайное число, способное принимать целые значения от 0 до M . Несложно получить

$$P_n = \text{Pr}\{k = n\} = C_M^n (1 - \alpha)^{M-n} \alpha^n, \quad n = 0, 1, \dots, M \quad (20)$$

и

$$\bar{k} = \sum_{k=0}^M k P_k = \alpha M, \quad (21)$$

где $C_M^n = M! / [(M - n)! n!]$ — число сочетаний из M по n .

Составим вектор из отличных от нуля компонент вектора $\vec{S}$:

$$\vec{\zeta}_k = \{S_{i_1}, S_{i_2}, \dots, S_{i_k}\}, \quad i_k = 0, 1, \dots, M. \quad (22)$$

Размерность k этого вектора есть случайная величина. Для любой реализации n этой случайной величины возможны C_M^n различных n -мерных векторов $\vec{\zeta}_n$, причём все они равновероятны, т. к. мы предположили одинаковый закон распределения для всех ξ_i независимо от i .

Для такой модели радиоисточника гипотеза H_1 существенно усложняется и отношение правдоподобия можно записать в виде [11]

$$\Lambda = \sum_{n=1}^M \frac{P_n}{C_M^n} \sum_{\Xi_n} \Lambda(\vec{\zeta}_n), \quad (23)$$

причём внутреннее суммирование осуществляется по множеству возможных реализаций вектора $\vec{\zeta}_n$ [12], а

$$\Lambda(\vec{\zeta}_n) = \frac{\exp\left[-0,5 \sum_{i=0}^n (V_{i_i} - S_{i_i})^2\right]}{\exp\left[-0,5 \sum_{i=0}^n (V_{i_i})^2\right]}. \quad (24)$$

Максимизируя (24) по всем неизвестным S_{i_l} , получим обобщённое отношение правдоподобия в виде

$$\Lambda = \sum_{n=1}^M \frac{P_n}{C_M^n} \sum_{\Xi_n} \exp \left(0,5 \sum_{l=0}^n V_{i_l}^2 \right). \quad (25)$$

Подставляя (20) в (25), можно получить

$$\Lambda = (1 - \alpha)^M \sum_{n=1}^M \left(\frac{\alpha}{1 - \alpha} \right)^n \sum_{\Xi_n} \exp \left(0,5 \sum_{l=0}^n V_{i_l}^2 \right) = C_1 \prod_{n=1}^M [1 - \alpha + \alpha \exp(0,5 V_n^2)] + C_2, \quad (26)$$

где C_1 и C_2 — не зависящие от обрабатываемого сигнала константы. Алгоритм обнаружения может быть получен отсюда в виде

$$\sum_{n=1}^M \ln [\Delta + \exp(0,5 V_n^2)] > h, \quad (27)$$

где $\Delta = (1 - \alpha)/\alpha = (M - \bar{k})/\bar{k}$. Нетрудно убедиться, что если $\bar{k}$ велико ($\bar{k} \approx M$ и $\alpha \approx 1$), то параметр Δ мал и можно опустить его в (27). При этом алгоритм обнаружения (27) переходит в (14).

В заключение отметим, что основные результаты работы обладают достаточной общностью и могут быть также использованы при приёме электромагнитных волн других диапазонов (в частности, оптического [3]), а также волн другой физической природы, например, акустических.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кремер И. Я., Костылев В. И., Потапов Н. А. // Изв. ВУЗов. Радиофизика. 1985. Т. 28. № 3. С. 330.
2. Кремер И. Я., Костылев В. И. // Радиотехника и электроника. 1987. Т. 32. № 5. С. 962.
3. Костылев В. И. // Изв. ВУЗов. Радиофизика. 1989. Т. 32. № 2. С. 138.
4. Кремер И. Я., Кремер А. И., Петров В. М. и др. Пространственно—временная обработка сигналов / Под ред. И. Я. Кремера. — М.: Радио и связь, 1984.
5. Тихонов В. И. Оптимальный прием сигналов. — М.: Радио и связь, 1983.
6. Курикша А. А. // Радиотехника и электроника. 1963. Т. 8. № 4. С. 552.
7. Кремер И. Я., Костылев В. И. // Изв. ВУЗов. Радиофизика. 1988. Т. 31. № 1. С. 10.
8. Костылев В. И. Статья депонирована в ВИНТИ, рег. № 4899-85. Деп. от 8 июля 1985 г.
9. Целен М., Северо М. Распределение вероятностей. — В кн.: Справочник по специальным функциям с формулами, графиками и математическими таблицами. — М.: Наука, 1979.
10. Тихонов В. И. Статистическая радиотехника. — М.: Радио и связь, 1982.
11. Ван Трис Г. Теория обнаружения, оценок и модуляции. — М.: Сов. радио, 1972. Т. 1.
12. Ван дер Спек Г. А. // Зарубежная радиоэлектроника. 1972. Т. 26. № 9. С. 3.

Воронежский государственный
университет, Россия

Поступила в редакцию
13 августа 1998 г.

DETECTION OF AN EXTENDED RADIO SOURCE AGAINST NOISE

V. I. Kostylev

Generalized maximal-likelihood method is applied to synthesize an algorithm for the detection of a random radio emission with unknown brightness distribution over the emitting surface. A simple model for the unknown spatial distribution function of the power brightness is proposed.

Памяти В. М. Полякова



Ещё в понедельник он принимал экзамен у студентов-радиофизиков. А в среду, 27 января 1999 года, известный учёный, профессор Иркутского государственного университета ВАЛЕРИЙ МИХАЙЛОВИЧ ПОЛЯКОВ ушёл из жизни.

Деятельность В. М. Полякова, начало которой относится к 1940 году, связана с развитием радиофизических исследований в нашей стране. Он внёс большой вклад в исследования ионосферы и распространения радиоволн. Валерию Михайловичу принадлежит первенство в создании теории образования верхней ионосферы Земли. Теоретические представления, изложенные в его докторской диссертации “Динамическая модель F-области ионосферы”, стали основой для создания его научной школы, область деятельности которой — теоретические и экспериментальные исследования ионосферных процессов и ионосферного распространения радиоволн. Одно из направлений этой школы — математическое моделирование состояния ионосферы — заняло ведущее место в мировой науке.

Важнейшей частью жизни В. М. Полякова была организационная и педагогическая деятельность. Его усилиями в Иркутском государственном университете были созданы кафедры радиофизики и радиоэлектроники. Под его руководством в 50-х годах в Иркутске начаты эксперимен-

тальные исследования ионосферы. Впоследствии на этой основе при непосредственном участии В. М. Полякова был создан один из академических институтов Восточной Сибири — СибИЗМИР (ныне — Институт солнечно-земной физики). При его активном участии в Иркутском государственном университете был организован Институт прикладной физики.

Возглавляемая В. М. Поляковым университетская кафедра радиофизики подготовила большое количество молодых специалистов, которые с успехом работают в самых разнообразных отраслях. Обучение по специальности “радиофизика и электроника” в Иркутском университете считается одним из самых престижных в регионе.

В. М. Поляков уделял большое внимание популяризации науки. Им написан целый ряд монографий и опубликовано более 80 научных статей. Многие годы Валерий Михайлович активно сотрудничал с журналом “Известия ВУЗов. Радиофизика”, являясь членом редакционной коллегии журнала.

За успехи в области развития науки и образования в Восточной Сибири, большой вклад в укрепление обороноспособности страны он был награждён орденом Трудового Красного Знамени и многими медалями; ему было присвоено звание “Заслуженный деятель науки РСФСР”.

Память о замечательном человеке, большом учёном и учителе надолго останется среди коллег и учеников Валерия Михайловича Полякова.